15,15.—

148 + 242 ll (first 3 blanks)
compl
W

E6

G
IV
16

LIBRARY
MEDICAL FACULTY.
McGILL
UNIVERSITY

G.IV.17.35

THE
OSLER LIBRARY
McGILL UNIVERSITY
MONTREAL
Acc. 10351

Telephone: Regent 5838

M Dr. Casey Wood, C/o Harris Trust & Savings Bank, Chicago, Ill. — Feb. 16, 19 40

To E. P. Goldschmidt & Co., Ltd.

45 Old Bond Street, London, W.1

Old Books & Prints.

Inland Telegrams:—*Playbook, Piccy, London* — Cables and Foreign Telegrams:—*Playbook, London*

By regd. bookpost: to The Medical Library, McGill University, MONTREAL, Canada.

		£	s	d
21674	Cat. 53 No. 39 Alhazen. Opticae Thesaurus.. Basel, 1572	15	15	-
	less 10% library disct.	1	11	6
		14	3	6
	postage, packing & insurance incl. war risks		8	6
		£14.	12.	-.

Duplicate invoice



OPTICAE THESAVRVS.

ALHAZENI ARABIS

libri septem, nunc primùm editi.

EIVSDEM liber DE CREPVSCVLIS & Nubium ascensionibus.

ITEM

VITELLONIS THVRINGOPOLONI LIBRI X.

Omnes instaurati, figuris illustrati & aucti, adiectis etiam in Alhazenum commentarijs,

A'

FEDERICO RISNERO.



J. Blasij Motis Citorij

Cum priuilegio Cæsareo & Regis Galliæ ad sexennium.

di Vibo Cong.is Som.ae

BASILEAE,
PER EPISCOPIOS. M D LXXII.

ex libris Antonij Sabini

Triplicis uisus, directi, reflexi & refracti, de quo optica disputat, argumenta.



FEDERICI RISNERI IN ALHAZENI ARABIS OPTICAM PRAEFATIO AD

ILLVSTRISSIMAM REGINAM CAtharinam Mediceam, matrem regis Galliæ Caroli noni.

PLVRES adorant orientem ſolem, Regina illuſtriſsima, quàm occidentem, ut uulgò fertur: at contrà fieri meo iudicio debuit, cum ſolis occaſus ditiſsimas & opulentiſsimas orbis partes complexus ſit: ut ſub æquatore eſt America, & ſupra omnes inſulas fortunatiſsimæ Moluccæ. Et in uita hominis, ſi qua ætas pręcipuè laudabilis ſit, ipſa ſenectus eſt, reliquarum ætatum gubernatrix & magiſtra. Ideoq; hoc mihi à P. Ramo conſilium maieſtatis tuæ colendæ ſuccurrit: qui cum tuo nomini liberales artes gallico ſermone conſecrarit, multos profectò mortales exemplo ſuo inuitauit ad eadem uota concipiendum atq; nuncupandum: tanquam iudicarit unam te in Gallia non ſolùm tanto rege matrem digniſsimam, ſed omnium regiarum uirtutum laudumq; patronam amantiſsimam. Itaq; tanquam clientem Alhazenũ tibi dico, nuncupoq;, Arabem opticæ ſcriptorem, ut è nomine Alhazen arabico, (quod Latinè bonum uirum ſonat) intelligitur: & inſcriptio operis ipſum arabe patre Alhayzen natum indicat. Quatuor autẽ philoſophos arabes hoc nomine fuiſſe è peritis Arabicæ linguæ hominibus didici: quo tamen tempore Alhazenus noſter floruerit, nondum neque legendo neq; percontando certò cognoſcere potui. Equidem à præſtantibus mathematicis in uetuſtiſsimorum Arabum numero ipſum haberi animaduerto: quanquam temporis, quo uixerit, mentio nulla fiat. Coniectura quædam eſt anno Chriſti milleſimo ac circiter centeſimo ipſum uixiſſe: ætate nimirum Auicennæ, Auerrois, Zoaræ, aliorumq; excellentium Arabum: quo ſæculo apud Arabes & Sarracenos, tum omnium ingenuarum artium ſtudia, tum uerò mathematicas diſciplinas inprimis floruiſſe ex hiſtoriarũ commentarijs ſatis conſtat. Hunc igitur authorem (cuius editionem abhinc amplius annis triginta à clariſsimis mathematicis

10351

ticis expectauimus) cum P. Ramus diu multumq; per uarias bibliothecas requisitum, uestigijsq; omnibus indagatũ tandem in auctione publica prostitutũ, & tanquam pro deserto habitum coemisset: alterũ postea etiam exemplar nactus esset: utrunq; mihi (quem aliquot antè annos mathematicę exercitationis consortem & adiutorem habuisset) conferendum tradidit: posteaq́;, cum è medio renascentium bellorũ ardore mathemata quædam sibi chariora, & hunc Alhazenũ inprimis è bibliotheca sua subduxisset, Basileam me cum his tanquam penatibus secum abduxit, & annum integrum in authore isto restituẽdo & conformando occupauit. Diligentiam sanè & doctrinam in arabe homine mirabilem deprehendi, nec admodum, quod animaduertere potuerim, à ueteribus Græciæ opticis adiutã. Euclideũ hic uel Ptolemaicum nihil ferè est. Aliquid fortasse sumpserat ex Archimede, Apollonio & Auenello, à quibus optica quædam conscripta esse monimẽtis literarũ testatum extat: item à Damiano & alijs opticis, quorũ libri in manus meas nondum inciderunt. Veterum tamen opticorum lectionem Alhazenus ipse confitetur lib. 6. cap. 4. de errore, qui accidit in speculis sphęricis conuexis. & lib. 7. cap. 6. quomodo uisus cõprehendat uisibilia secundum refractionẽ. Quamobrem cum luculentum quidem scriptorem & copiosum opticũ, sed ualde confusum perspexissem: id mihi P. Ramo suasore & authore consilium sumpsi: quod est eiusmodi. Primò quia totũ opus in pauca & prolixa capita continuo perpetuoq; sermone diuisum fuit: singulos libros & capita in propositiones distinxi: & quæ Vitellonis theoremata his responderent, annotaui: ut collatione theorematũ utriusq; optica materies rudi ac nouitio lectori difficilior atq; obscurior lucem aliquam & perspicuitatem acciperet. Deinde demonstrationes omnes emendaui & restitui: earum firmamenta ac robora (quæ plerisq; locis omnibus deerant) ex Euclide, Theodosio, Apollonio, Sereno, alijsq; geometris addidi: pręcipuè uerò quintũ & sextum libros, quibus catoptrica cõprehenduntur, & septimũ, qui refractionem interpretatur, propter demonstrationum obscuritatem breuitatemq; cõmentariolis quibusdam illustrare conatus sum. Deniq; figuras omnium propositionũ de integro conformaui. Atq; hic in rebus sentẽtijsq;

labor

labor nobis fuit: qui nequaquam par aut similis fuit in uerbis. In his enim nihil admodum mihi immutandum esse existimaui, nisi ut pro ijs, quæ obscuritatem rebus & ambiguitatem allatura uidebantur, alia reponerē: & ut inscriptionē operis (quæ authori est de aspectibus) græco, concinniore & breuiore nomine opticam nominarē. Verùm, illustrissima regina, uiderer plerisq; urbanis hominibus instituti fortasse mei nō immemor, sed certè nō satis memor maiestatis tuæ, qui præfatione ista apud te tam multa & scholastica, & tam scholasticè disputem: nisi tuo nomine scholis omnibus & scholasticis beneficiū tam singulare, tamq; populare ac regale munus afferrem. Etenim cum præstantium regum reginarumq; in populos beneficia muneraq; multa queāt esse: certè uirtute doctrinaq; magnificentius regaliús ue dari nihil potest. Et quidem si de optices usu declamandi locus rhetori cuipiam hic esset, marathonius quidam campus ei meritò uideretur, siue supera illa mundi siue hæc infera spectentur. Etenim quæcunq; hominibus de corporum cœlestium materia, numero, ordine, deq; motuū cœlestium infinita uarietate aperta ac patefacta sunt, optica ferè aperuit & patefecit: meteora: miracula in iride una præsertim opticis radijs distincta sunt: falsas opiniones de numero, motu, atq; loco elementorū optica solertia deprehendit & conuicit. In uita uerò hominum pleraq; dæmonum præstigijs attributa: ut imagines in aëre quocūq; mobiles repræsentare: ut longinquo spatio disiunctum exercitū uelut ante oculos intueri: ut classem hostium incendio consumere, opticæ artis ui ac facultate omnia efficiuntur: ut picturam, architecturam, mechanicam interea taceam nihil admodum nisi opticā esse. Quamobrem quòd Alhazenus uetustissimus & copiosissimus opticæ doctrinæ scriptor è tenebris tam diuturnis erutus, squalore, situ, puluere absterso in publicam lucem prodeat: quòd in mathematicas scholas ingrediatur: quòd inuenta sua publicis studijs communicet, Catharinæ Mediceæ in posteritatem fama gloriaq; immortalis esto.

CANDIDO LECTORI.

DVo sunt, candide Lector, de quibus te paucis admonendum hic duximus. Primum est, quòd ea, quæ commentariorum uice in Albazeno paßim inseruimus, duabus clausulis (ut uocant) sic [ ] inclusimus. Alterum, quòd in firmamentis demonstrationum è uarijs geometris allegandis γραφικῇ quadam breuitate usi sumus: & Euclidis quidem propositiones omisso nomine hoc modo notauimus: per 29 p 1.1 ax.4 p.1 d 6: id est per 29 propositionem 1 libri: 1 axioma. 4 propositionem. 1 definitionem 6 libri elementorum Euclidis, &c. In reliquorum uerò geometrarum allegationibus similiter numeros theorematis & libri literis th (theorema significantibus) inter utrunq; intermedijs unà cum nomine adiecimus. Albazeni autem propositiones (in quas à nobis distinctus est) differentiæ breuitatisq; caussa in citandis Euclidis & Albazeni propositionibus numeros appellauimus: ijq; ita nobis notati sunt: per 19 n 1.14 n 2.13 n. id est per 19 numerum 1 libri optices Albazeni. 14 numerum 2 libri. 13 numerum: eius nimirum libri, in quo fit ista allegatio: id est per 13 numerum primi, secundi, tertij, &c. libri optices Albazeni, si ille numerus in primo, secundo, tertio, &c. libro optices Albazeni allegatus sit. Quod ad errata attinet, placuit ea in uestibulo libri adscribere, quò emendare uolenti in promptu essent: ubi primus numerus paginam, secundus lineam indicat.

Pagina 4. linea 55 centrum. 7. ult. unaquaq;. 16.35 ultimum. 26.22 earum. 34.23 & 24 humiditas. 41.46 certitudinē. 61.1 pro 711,111. 67.16 formarū. 80.60 positio. .81.82 figurarū loca permutata sunt. 83.56 positio. 93.28 post iterū, adde in. 106.53 utroq;. 111.10 lucis. 134.60 angulus a g e. 135.14 post lineis pone colon, & post reflexionis, comma. 142.11 uisu & uisibili. 146.31 concurret. 156.49 pro 44 post exteriore, repone 45. 159.26 æquidistans. 181.36 & 37 pro ibi, ubi. 185.12 pro t, b. 189.6 fit. 194.53 & 54 pro œ, œ d. ibid. 62 pro i post a g, repone &. 197.15 pro 4,45. Pag. 201 figura prior 15 numeri, quæ ad sinistram est, pertinet ad 14 numerum præcedentem: neq; enim suo quamq; loco collocari compositionis, ut uocant, ratio permisit. 205.1 z q l. 211.21 post l e tolle comma. 213.43 speculis. 217.39 pro 4,41. 219.39 pro erit, reflectetur, & pro in, ex. Pagina 221 in figura litera proximè infra r in linea g r propter linearum concursum obscurior, est k. 223.17 peripheria a z. 226.28 perueniat ergo. 229.58 transeunte. 237.21 post laminæ adde, & inter superficiem laminæ. Ibid. 35 dele fit. 240.46 existunt. 250.55 lineam. 252.7 post eleuatio, pone comma. Ibid. 19 k b g. Ibid. in figura ponatur litera a è regione e centri mundi ad peripheriam meridiani b g. Ibid. 49 existunt. 255.57 pro in, à. 258 in secunda figura ad terminum lineæ f o continuatæ, pone literam q. 266.48 tolle &. Pag. 273 in prima figura ad terminum lineæ d m continuatæ pone literam e. Pagina 275 sub numero 45 duæ figuræ cōiunctæ sunt, quarum posterior, quæ ad dextram est, pertinet ad 46 numerum: ad quem prior quoq; figura 47 numeri referri debet. 281.38 post diuersæ dele comma. 285.23 pro e, ei. 286.51 restant. 288.58 pro 48,40. Deniq; illud etiam in erratis reponere placuit, quod in commentarijs ad quartam & tertiam figuras 64 n 5 prætermissum est: nempe. [Quando imago uidetur in puncto a: & b q, quæ parallela ducitur ipsi a l, cadit extra triangulum a t g: tum omissa b q & ostensa æqualitate linearum a g, a t, ut prius, breuius per 3 p 6 propositum concludetur. Erit enim ut b e ad e a, sic b g ad a g, id est per 7 p 5 ad a l: sed ut b g ad a l, sic b t ad t a propter similitudinem triangulorum b g t, a l t. Ergo per 11 p 5 ut b e ad e a, sic b t ad t a. Eodem modo cadente b q intra triangulum a g t: breuior & facilior absq; linea a l erit demonstratio.]

ALHAZEN FILII ALHAYZEN OPTICAE LIBER PRIMVS.

PRIMVS Liber in septem capita diuiditur. Primum est quòd lux per se & colores illuminati operentur in uisum aliquam operationem. Secundum quòd lux uehemens occultat quædam uisibilia, quæ lux debilis manifestat, & contrà. Tertium quòd colores corporum diuersificantur apud uisum secundum diuersitatem lucium orientium super ipsos. Quartum est de compositione oculi, forma, & situ. Quintum declarat qualitatem uisionis, & dependentia ab illa. Sextum est de officio & utilitate instrumentorum uisus. Septimum de ijs, sine quibus uisio non potest compleri.

QVOD LVX PER SE, ET COLORES ILLVMINATI OPErentur in uisum aliquam operationem. Cap. 1.

1. Lux per se, & color illuminatus feriunt oculos. Vitell. in hypothes. 6. 16 p 3.

INuenimus quòd uisus, quādo inspexerit luces ualde fortes, fortiter dolebit ex eis, & habebit nocumentum: aspiciens enim quando aspexerit corpus solis, non potest bene aspicere ipsum, quoniam uisus eius dolebit propter ipsius lucem. Et similiter quandò inspexerit speculum tersum, super quod ascendebat lux solis, & fuerit uisus eius in loco, ad quem reflectitur lux ab illo speculo: dolebit iterum propter lumen reflexum, perueniens ad suum uisum à speculo, & non poterit aperire oculum ad inspiciendum lumen illud. Et inuenimus iterum quando aspiciens intuetur corpus mundum album, super quod ascendebat lux solis, & moretur in aspectu ipsius: deinde conuertat uisum suum ab eo ad locum obscurum, debilis lucis: quòd ferè nō poterit comprehendere res uisibiles illius loci comprehensione uera: & inueniet coopertorium quasi inter uisum & ipsas: deinde paulatim discooperietur, & reuertetur uisus in suam dispositionem. Et iterum, quando inspiciens inspexerit ignem fortem: & fuerit intuitus ipsum: & moretur in aspiciendo longo tempore: deinde declinet uisum suum ad locum obscurum, debilis lucis: inueniet iterum idem in uisu suo. Et iterum inuenimus, quando inspiciens inspexerit corpus mūdum album, super quod oriebatur lux diei: & fuerit illa lux fortis, quamuis non sit lux solis: & moretur in aspectu diu: deinde conuertat uisum suum ad locum obscurum: inueniet formam lucis illius in loco illo, & inueniet cum hoc figuram eius: deinde si clauserit uisum: inueniet in ipso formam illius lucis: deinde auferetur hoc, & reuertetur oculus in suam dispositionem. Et similiter erit dispositus uisus, quādo inspexerit corpus, super quod oriebatur lux solis. Et similiter quando inspexerit corpus clarè album, super quod oriebatur lux ignis, quando lux ignis fuerit fortis, & moretur in aspiciendo ipsum: deinde recesserit ad locum obscurum: inueniet iterum in eo idem hoc in suo uisu. Et similiter quando aspiciens fuerit in domo, in qua fuerit foramen amplum discoopertum ad cœlum: & aspexerit ex illo loco cœlum in luce diei: & moretur in aspiciendo ipsum: deinde reuertatur uisus eius ad locum obscurum in domo: inueniet formam lucis, quam comprehendebat ex foramine cum figura foraminis in loco obscuro: & si clauserit oculum suum: inueniet iterum in eo formam illam. Omnia ergo ista significant, quòd lux operetur in uisum aliquam operationē. Et inuenimus iterū quòd, quādo aspiciēs inspexerit uiridarium multæ spissitudinis herbarum, super quod oriebatur lux solis: & moretur in aspiciendo ipsum: deinde conuertat suum uisum ad locum obscurum: inueniet in illo loco obscuro formam coloratam à uirore illarum herbarum: deinde si aspexerit in ista dispositione uisibilia alba: & fuerint illa uisibilia in umbra, & loco debilis lucis: inueniet colores istos admixtos cū uirore: & si clauserit oculum suum: iterum inueniet in ipso formam lucis & formam uiroris: deinde discooperietur illud, & auferetur. Et similiter si aspexerit corpus coloratum colore cæruleo uel rubeo, uel alio colore forti scintillante, super quod oriebatur lux solis: & moretur in aspiciēdo ipsum: deinde auferat uisum suum ad uisibilia alba in loco debilis lucis: inueniet colores illos admixtos cū illo colore. Ista ergo significant quòd colores illuminati operentur in uisum.

QVOD LVX VEHEMENS OCCVLTAT QVAEDAM VIsibilia quæ lux debilis manifestat: & contrà. Cap. 2.

2. Lux uehemens obscurat quædam uisibilia, quæ lux debilis illustrat: & contrà. 28. 97. 109. 150. 155. 156 p 4.

ET iterum uidemus stellas in nocte, & non uidemus ipsas in luce diei: & nulla est differentia inter tempora, nisi quòd aer medius inter uisum nostrum & cœlum est in die illuminatus, & in

nocte obſcurus: cum ergo aer fuerit obſcurus, nos uidemus ſtellas: cum autem illuminatus fuerit aer medius inter uiſum noſtrum & ſtellas, latebunt nos ſtellæ. Et ſimiliter ſi aſpiciens nocte aſpexerit in loco luminoſo lumine ignis: & fuerit lumen ignis extenſum ſuper terram: & fuerint in illo loco uiſibilia ſubtilia, aut uiſibilia, in quibus ſunt res ſubtiles: & fuerint in aliqua umbra, ſed nõ forti: & non fuerit ignis medius inter illa uiſibilia & uiſum: & comprehenderit tunc aſpiciens illa uiſibilia, & res ſubtiles, quæ ſunt in eis: deinde moueatur à ſuo loco, donec ſit ignis medius inter illa uiſibilia & ſuum uiſum: tunc illa uiſibilia latebunt ipſum, ſi fuerint ſubtilia, uel ſubtilia, quæ in eis ſunt, & ferè non comprehendet ipſa, cum ignis fuerit medius inter uiſum ſuum & ipſa uiſibilia: & ſi cooperiatur ignis à uiſu ſuo: comprehendet ſtatim uiſibilia illa, quæ latebant ipſum: & ſi auferatur coopertorium inter uiſum ſuum & ignem: latebunt ipſum iterum illa uiſibilia. Iſtæ ergo diſpoſitiones ſignificant, quòd luces fortes orientes ſuper uiſum & ſuper aerem inter oculum & rem uiſam, prohibent uiſum à comprehenſione quorundam uiſibilium, quorum luces ſunt debiles. Et iterum, quando aſpiciens aſpexerit corpus terſum: & fuerint in illo corpore ſculpturæ ſubtiles: & non fuerint illæ ſculpturæ diuerſorum colorum à colore corporis: & fuerit aſpiciens in loco temperatæ lucis: deinde oppoſitum fuerit corpus illud ſoli aut parieti illuminato lumine forti: reflectetur ab eo aliqua lux ad uiſum: & inueniet aſpiciens lucem apparentem in ſuperficie corporis, & in loco, à quo reflectitur lux, fortiorem, & magis ſcintillantem: & in iſta diſpoſitione ſi inſpiciens fuerit intuitus illud corpus terſum: non uidebit in eo aliquam ſculpturam ex ſculpturis, quæ ſunt in loco lucis fortis, & ſcintillãtis: deinde ſi inſpiciens declinauerit illud corpus ab illo loco, ita ut reflexio fiat ad alium locũ, extra locum uiſus ſui, & fuerit præterea ſuper corpus illud lux temperata: tunc inſpiciẽs cõprehendet ſculpturas, quæ ſunt in eo, quas prius non comprehendebat in reflexione lucis à corpore ad ſuum uiſum. Et ſimiliter, quando lux reflectetur à pagina terſa, in qua ſunt ſculpturæ ſubtiles ad uiſum: non diſtinguet uiſus illas ſculpturas nec uerificabit, donec ſit lux reflexa ad uiſum ab illa pagina: & ſi declinetur ſuperficies paginæ, ita ut ſitus eius mutetur, & non reflectatur ab ea lux ad uiſum: cõprehendet tunc uiſus illas ſculpturas, & diſtinguet. Et iterum quando ignis debilis fuerit in lumine debili: apparebit & comprehẽdetur à uiſu: & cum fuerit in lumine ſolis: apparebit corpus, in quo eſt, denſum, coloratũ colore ſcintillante forti: & tũ ſi fuerit prope illud corpus, aliquod corpus albũ claræ albedinis: & fuerit corpus illud in umbra & luce debili: apparebit ſuper ipſum color corporis illius, ſicut narrauimus ſuperius: deinde ſi moueatur illud corpus album, donec ſit in lumine ſolis, latebit iam ille color, qui eſt in eo: & ſi reducatur ad umbram: apparebit color ille fulgens, qui eſt in ipſo: & apparebit color ille ſuper ipſum in luce forti, & apud latitationẽ coloris, qui eſt ſuper ipſum, ſi obumbretur corpore denſo: & ſi maneat in ſuo loco, donec debilitetur lux, quæ eſt ſuper ipſum: apparebit color, qui eſt ſuper ipſum: & ſi auferatur corpus obũbrãs, donec uigoreſcat lux ſuper corpus album: latebit color, qui eſt ſuper ipſum. Et ſimiliter quãdo admouerimus corpus diaphanum coloratum colore ſcintillante, igni uehementer forti: & admouerimus umbræ illius corporis pannũ album: apparebit color illius corporis diaphani ſuper illum pannum, ſicut narrauimus prius: deinde ſi admouerimus illi panno alium ignem, ita ut lux eius oriatur ſuper illũ pannum: latebit ille color, qui apparebat ſuper pannum, & non apparebit niſi albedo panni tantum: & ſi auferamus illum ignem, ſecundus apparebit color ſuper pannum. Et iterum quædam animalia marina habent conchas & teſtas, & cum fuerint in loco obſcuro, in quo non eſt lux, apparebunt illę conchæ quaſi ignis: & ſi aſpiciens inſpexerit illas in luce diei uel ignis, comprehendet eas, & non uidebit in eis lumen uel aliquem ignem. Et ſimiliter, quando animal, quod dicitur noctiluca, uolat de nocte, apparet quaſi lampas, & cum aſpiciens inſpexerit illud in luce diei uel in luce ignis, apparebit animal ſine igne. Significant ergo omnes iſtæ diſpoſitiones, quas declarauimus, quòd luces fortes uiſibilium, aliquando occultant res, quæ ſunt in quibuſdam uiſibilibus: & quòd luces debiles aliquando manifeſtant quaſdam res, quæ ſunt in quibuſdam uiſibilibus. Et iterum uiſum multoties latent quædam res, quę ſunt inuiſibiles ex ſculpturis & ſcripturis ſubtilibus, quando fuerint in locis obſcuris uel in lucibus debilibus: & ſi extrahantur ad loca luminoſa fortis luminis, uel ponantur in luce ſolis: apparebunt res, quæ ſunt in eis, quæ latebant in locis & lucibus debilibus. Et ſimiliter ſculpturarum ſubtilium comprehenſiones nequit uiſus comprehendere in locis obſcuris & lucibus debilibus: & cum extrahuntur ad luces fortes, comprehenduntur à uiſu. Significatur ergo per hanç diſputationem, quòd luces fortes manifeſtant multas res uiſibiles, & quòd luces debiles occultant multas res uiſibiles.

QVOD COLORES CORPORVM DIVERSIFICENTVR APVD VIſum ſecundum diuerſitatem lucium ordentium ſuper ipſos. Cap. 3.

3. Color uariatur pro lucis qualitate. 1 p 3.

ET iterum inuenimus, quòd colores corporum denſorum coloratorum coloribus ſcintillantibus, ſicut Lazuleis, uinoſis & cœleſtib. quãdo ipſa fuerint in locis obſcuris & lucibus debilibus, apparent turbidi, & cum fuerint in luce forti, apparent colores eorum ſcintillantes & clari: & quantò magis augmentabitur lux ſuper ipſa, tantò magis augmentabitur ſuper ipſa ſcintillantis coloris claritas. Et ſi fuerit aliquod iſtorum corporum in loco obſcuro: & non fuerit in eo niſi lux parua ualde: apparebit illud corpus obſcurum, & non diſtinguet uiſus colorem eius, & uidebitur quaſi niger: & cum extrahitur ad loca luminoſa lumine forti: apparebit color eius, & diſtinguetur à

tur à uisu. Et inuenimus iterum quòd colores corporum ferrei coloris, quando lux oritur super ipsa fortis, clarescunt. Et inuenimus etiam quòd, quando lux fortis oritur super corpora densa alba, augmentantur in albedine & scintillatione apud sensum. Et inuenimus iterum, quòd, corpora diaphana colorata coloribus fortibus, sicut uina fortia fortis ruboris, quæ sunt in uasis diaphanis, quando fuerint in locis obscuris & lucibus debilibus, apparent nigra & obscura, & quasi non diaphana, & cum fuerint in lucibus fortibus, & orta fuerit super ipsa lux solis, clarescunt colores eorum, & apparet in eis diaphanitas. Et similiter colores lapidum diaphanorum coloratorum, quando fuerint in locis obscuris, apparent turbidi & obscuri: & cum super ipsos oritur lux fortis, uel ponuntur in oppositione lucis, ita quòd lux per ipsos pertranseat, apparent colores eorum clari, & apparet in eis diaphanitas propter penetrationem lucis. Et iterum quando corpora diaphana colorata ponuntur in oppositione lucis: & fuerit positum ex parte contraria parti lucis, corpus album, sicut diximus superius: & si lux fuerit fortis: apparebit forma illius coloris in umbra eius super corpus album oppositum ei: & si lux oriens super ipsum, fuerit debilis, apparebit super corpus album oppositum ei umbra tantùm, & non apparebit color. Et iterum inuenimus quòd pennæ pauonis, & pannus, qui dicitur amilialmon, id est sericus uiridis mixtus cum fusco roseo, diuersificantur in colore apud uisum in diuersis temporibus diei, secundum diuersitatem lucis orientis super ipsa. Significant ergo istæ dispositiones apparentes in coloribus, quòd colores corporum coloratorum non comprehenduntur à uisu, nisi secundum luces orientes super ipsa. Et cum luces fortes uisibilium occultent quasdam res, quæ sunt in quibusdam uisibilibus aliquando, & aliquando manifestent nobis res quasdam, quæ sunt in quibusdam uisibilibus: & luces debiles uisibilium aliquando manifestent quasdam res, quæ sunt in quibusdam uisibilibus, & aliquando occultent quasdam res, quæ sunt in quibusdam uisibilibus: & corporum coloratorum colores aliquando alterentur secundum diuersitatem lucis, quæ oritur super ipsa: & luces fortes orientes super ipsum uisum, aliquando prohibeat ipsum uisum à comprehensione quorundam uisibilium: & uisus tamen in omnibus istis nihil comprehendat ex uisibilibus, nisi sit illuminata forma. Ergo quod comprehendit uisus ex re uisa, non est nisi secundum lucem, quæ est in illa re uisa, & secundum luces, quæ oriuntur super ipsum uisum in comprehensione illius rei uisibilis, & super aerem medium inter uisum & rem uisam. Quare uerò luces fortes prohibeant uisum à comprehensione uisibilium quorũdam, declarabitur à nobis in sermone nostro de qualitate uisionis.

DE COMPOSITIONE OCVLI, FORMA ET SITU. Caput quartum.

4. Ortus & principium oculi existit è cerebro: & constat è tribus humoribus & quatuor tunicis. 4 p 3.

OCulus est compositus ex telis & corporibus diuersis: & principium & incrementum eius est ex anteriore parte cerebri: quoniam ex anteriore parte crescunt duo nerui optici consimiles, & incipiunt oriri ex duobus locis à duabus partib. anterioris cerebri: & dicitur quòd uterque illorum habet duas tunicas, & quòd crescunt à duabus telis cerebri, & perueniunt ad medium exterioris partis cerebri & anterioris cerebri, deinde concurrunt & efficiunt unum neruum opticum: deinde iste neruus diuiditur, & efficiuntur iterum duo nerui optici æquales & consimiles: deinde extenduntur isti duo nerui, donec perueniant ad duo conuexa duorum oculorum ossium concauorum continentium duos oculos: & in duobus medijs istorum duorum concauorum ossiũ sunt duo foramina æqualiter perforata: & situs eorum in neruo communi, est situs consimilis illi. Nerui ergo intrãt ista duo foramina, & exeunt ad concaua duorum ossium, & illic dilatantur & ampliantur, & efficitur extremitas utriusq; eorum quasi instrumentum ponendi uinum in dolijs: & uterq; oculorum est compositus super istam extremitatem nerui, quæ est prædictum instrumentum, & consolidatur cum ipso: & situs utriusque oculorum ex neruo communi est situs consimilis. Et totus uterq; oculus est compositus ex tunicis multis. Prima ergo illarum est pinguedo alba, quæ implet concauum ossis: & est maxima pars oculi: & dicitur consolidatiua. Et intra istam pinguedinem est sphæra rotunda, concaua, nigra ut plurimum, & uiridis, & glauca in quibusdã oculis: & corpus istius sphæræ est tenue, & insuper densum & non rarum: & manifestũ eius est applicatum cũ consolidatiua: & interius eius est concauum: & in parte concauitatis est quasi quædã attritio: & quasi consolidatiua continet istam sphæram, præterquàm suum anterius: quoniam consolidatiua non cooperit anterius istius sphæræ, sed circulatur super anterius eius: & ista tunica dicitur uuea, quia assimilatur uuæ. Et in medio anterioris uueæ est foramẽ rotundum perforatũ usq; ad eius concauũ: & est oppositum extremitati concauitatis nerui, super quem componitur oculus. Et cooperit istud foramen, & omne anterius uueæ, in cuius circuitu circulatur consolidatiua, extrinsecus tunica fortis, alba, diaphana: & dicitur cornea, quia assimilatur cornu albo & claro. Et intra concauũ uueæ est sphæra alba, parua, humida, receptibilis humiditatis formarũ uisibilium: & in ea est diaphanitas non intensa ualde, sed aliqua spissitudo: & diaphanitas eius assimilatur diaphanitati glaciei: & ideo dicitur glacialis: & est cõposita super extremitatẽ cõcauitatis nerui: & in anteriori istius sphæræ est cõpressio superficialis parua, & assimilatur compressioni superficiei lenticulæ: superficies ergo anterioris eius est portio superficiei sphæræ, maioris superficie sphærica, continente duo eius foramina:

& ista compreſsio eſt oppoſita foramini, quod eſt in anteriori ueæ: & ſitus eius conſimilis eſt cum eo. Et iſte humor diuiditur in partes duas diuerſæ diaphanitatis, & altera illarum ſequitur anterius eius, & altera ſequitur eius poſterius: & diaphanitas partis poſterioris eius aſsimilatur diaphanitati uitri quaſi fruſtati: & iſta pars dicitur humor uitreus. Et continet duas has partes cõgregatas tela ualde tenuis, & dicitur aranea, quoniam aſsimilatur texturæ araneæ. Et in poſteriore parte concauitatis ſphæræ ueæ dicitur, quòd eſt foramen rotundum, & eſt ſuper extremitatem concauitatis nerui: & ſphæra glacialis eſt compoſita in iſto foramine: & rotunditas iſtius foraminis (& eſt extremitas nerui) continet medium ſphæræ glacialis: & conſolidatur uuea cum glaciali in circulo cõtinente iſtud foramen. Et dicitur quòd ortus ueæ eſt ex tunica interiore duarum tunicarũ duorum neruorum opticorum: & quòd ortus corneæ eſt ex tunica exteriore duarum tunicarũ iſtius nerui. & implet concauitatem ueæ humor albus, tenuis, clarus, diaphanus: & dicitur albugineus, quoniã aſsimilatur albumini oui in tenuitate, & albedine, & diaphanitate eius: & ipſe implet concauitatem ueæ, & contingit anterius glacialis, & implet foramen, quod eſt in anteriori ueæ, & contingit cõcauum corneæ. Et ſphæra glacialis eſt cõpoſita ſuper concauitatem nerui: & ſequitur cõcauitatem nerui humor uitreus. Erunt ergo cornea, & humor albugineus, & glacialis, & uitreus ſe conſequentes. Et omnes iſtæ tunicæ ſunt diaphanæ. Et foramen, quod eſt in anteriori ueæ, eſt oppoſitum foramini concauitatis nerui. Et dicitur, quòd ſpiritus uiſibilis emittitur ex anteriori parte cerebri, & implet duas concauitates duorum neruorũ primorum coniunctorum cum cerebro, & peruenit ad neruum communem, & implet concauitatem eius, & uenit ad duos neruos ſecũdos opticos, & implet ipſos, & peruenit ad glacialem, & dat ei uirtutem uiſibilem.

5. In totius oculi ſeu motu ſeu quiete, ſitus partium ſtabilis permanet. 25 p 3.

ET inter circumferentiam glacialis coniunctam cum uuea, & foramen, quod eſt in cõcauo oſsis, ex quo exit neruus, eſt ſpatium aliquantulum: & neruus extẽditur in iſto ſpatio ex fine foraminis uſq; ad circumferentiam glacialis ſecundũ pyramidalitatẽ & amplificationẽ: & quãtò magis elongatur à foramine oſsis, tantò magis amplificatur, quouſq; perueniat ad circumferentiam ſphæræ glacialis, & conſolidetur cũ circumferentia eius. Et corpus conſolidatiuæ continet iſtam partem pyramidalem nerui, & continet ſphæram ueã: & ſphæra ueæ antecedit medium cõſolidatiuæ ad partem manifeſtam oculi. Et corpus conſolidatiuæ eſt conſolidatum cum ſphæra uuea, & cum extremitate pyramidali, & cuſtodit ſitum eius. Cum ergo mouetur oculus, mouebitur ſecundum ſe totum, & ſic declinabit neruus, ſuper quem componitur oculus, apud motum eius, & erit declinatio apud foramen, quod eſt in concauitate oſsis: quoniam concauitas oſsis continet totum oculum, & oculus mouetur ſecundum ſe totum in iſta cõcauitate: & cõſolidatiua conſolidatur cum eo quod eſt in anteriori oculi ex neruo, & ex tunicis reſiduis, & cuſtodit ſemper ſitũ eius. Declinatio ergo nerui apud motum oculi, non eſt, niſi à poſteriori totius oculi: eſt ergo apud foramen, quod eſt in concauitate totius oſsis. Similiter quando oculus quieuerit, & neruus declinauerit, nõ erit declinatio niſi apud foramen, quod eſt in concauitate oſsis. Nã non mutatur ſitus partiũ totius oculi inter ſe, neque apud motum neque apud quietem. Declinatio ergo nerui, ſuper quem cõponitur oculus, nõ eſt, niſi apud foramẽ, quod eſt in cõcauitate oſsis, ſiue moueatur oculus, ſiue quieſcat.

6. Oculus totus & ſphæra uuea centris differunt: & oculi centrum eſt altius. 8 p 3.

SVperficies autem manifeſta corneæ eſt ſuperficies ſphærica, & eſt continuata cum ſuperficie totius oculi & cum toto oculo: & totus oculus eſt maior ſphæra uuea, quæ eſt quiddam eius: Superficies autem manifeſta corneæ eſt cũ ſuperficie totius oculi, & eſt maior ſuperficie ſphæræ ueæ: ſemidiameter ergo eius eſt maior ſemidiametro ueæ. Et quia ſuperficies intrinſeca corneæ ſuperpoſita foramini ueæ eſt ſuperficies ſphærica concaua, æquidiſtans ſuperficiei manifeſtæ ipſius corneæ, quoniam tota cornea eſt æqualis ſpiſsitudinis, propterea quòd centrum ſuperficiei concauæ corneæ eſt idẽ cũ centro manifeſtæ ſpiritus ſuperficiei ſuæ conuexæ: ſed ſuperficies concaua corneæ ſecat ſuperficiem ſphæræ ueę ſuper circumferentiam foraminis, quod eſt in anteriori parte ueæ: centrum ergo eius eſt remotius in profundo, quã centrum ueæ, quoniam hoc eſt in proprietatibus centrorũ ſphęrarũ ſe interſecantium. Et etiã quia ſphęra uuea non eſt in medio conſolidatiuę, ſed antecedit ad partẽ ſuperficiei manifeſtæ oculi, & ſuperficies manifeſta oculi eſt ex ſphęra maiore ſphæra ueæ, erit centrum ſuperficiei manifeſtæ oculi remotius in profundo centro ueæ.

7. Recta connectens centra ſphærarum corneæ & ueæ, continuata tranſit per centrum foraminis ueæ, & medium caui nerui optici. 9 p 3.

ET recta linea, quæ continuat duo centra, ſcilicet ctrum ſuperficiei corneæ, & centrum ueę, quando extrahitur rectè, peruenit ad centrum foraminis, quod eſt in anteriori ueę, & ad duo media duarum ſuperficierũ corneæ æquidiſtantium: ſuperficies enim concaua corneę & conuexa ueæ ſunt ſuperficies ſphæricę ſecantes ſe: & linea quæ continuat centra earũ, tranſit per centrum circuli ſectionis, & eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem eius: quia linea, quę exit à centro circuli ſectionis, & eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem eius, tranſit per centra duarum ſphærarum.

8. Centrum

8. Centrum ſphæræ uueæ eſt inferius centris reliquarum oculi partium. 8 p 3.

ET quia ſuperficies concaua corneæ contingit ſuperficiem humoris albuginei, qui eſt in anteriori foramine uueę,& ſuperponitur ipſi. Superficies ergo humoris albuginei conuexa etiam eſt ſuperficies ſphærica, cuius centrum eſt centrũ ſuperficiei ipſi ſuperpoſitæ. Superficies ergo manifeſta corneæ,& ſuperficies intrinſeca ipſius, & ſuperficies humoris albuginei cõuexa, quæ contingit concauum corneæ,ſunt ſuperficies ſphæricę æ quidiſtantes. Centrum igitur earum eſt unum punctum cõmune,& eſt remotius in profundo centro uueæ: & linea,quæ tranſit per centrum uueæ,& per centrum corneæ,& per centrũ foraminis,quod eſt in anteriori uueæ,quando extenditur rectè, tranſibit per medium concauitatis nerui,ſuper quem cõponitur oculus: quoniã foramen quod eſt in anteriori uueæ,eſt oppoſitũ foramini,quod eſt in poſteriore parte uueæ,quod eſt extremitas concauitatis nerui [per 4 n.]

9. Recta connectẽs centra ſphærarũ cryſtallinæ & uueæ, cõtinuata cadit in centrũ circuli cõglutinãtis cryſtallinã & uitreã ſphæras cũ uuea: & eſt ad ipſum perpendicularis. 10 p 3.

ET ſuperficies anterioris glacialis etiã eſt ſphęrica ſuperficies,& ipſa ſecat ſphęrã uueę: centrũ ergo eius eſt remotius in profundo cẽtro uueæ. Et linea recta, quę cõtinuat cẽtra earũ,tranſit per centrũ circuli ſectionis, & eſt perpendicularis ſuper ipſum. Et circulus ſectionis inter ſuperficiẽ anterioris glacialis,& ſuperficiẽ ſphęrę uueæ, eſt aut circulus diſtinguẽs finẽ conſolidationis inter glacialẽ & uueã,aut æquidiſtans ei: quoniã ſuperficies quę eſt in anteriori glacialis,eſt oppoſita foramini,qđ eſt in anteriori uueę,& ſitus eius eſt cõſimilis cũ eo. Finis ergo iſtius ſuperficiei (& eſt circulus ſectionis inter duas ſuperficies glacialis & uueę) aut eſt ipſe circulus conſolidationis,aut ęquidiſtãs ei. Si ergo circulus ſectionis inter duas ſuperficies glacialis,fuerit circulus cõſolidationis,iſte circulus eſt circulus ſectionis inter ſuperficiẽ anterioris glacialis, & inter ſuperficiem uueę. Et ſi circulus ſectionis inter duas ſuperficies glacialis fuerit ęquidiſtãs circulo cõſolidationis ſphęrę glacialis cũ uuea: (quod quidẽ accidit,ſi fuerit cõſolidatio in poſteriori parte glacialis) tunc ſuperficies anterioris partis glacialis, quando fuerit mẽte extenſa ſuper illud,ſuper quod eſt ex ſua ſphęra,ſecabit ſphęrã uueæ ſuper circulum æquidiſtantẽ iſti circulo, ſcilicet circulo ſectionis inter duas ſuperficies glacialis propter ſimilitudinẽ ſitus iſtius circuli ad circumferentiam ſphæræ uueę. Et quia iſte circulus eſt æquidiſtans circulo cõſolidationis, erit ergo circulus ſectionis inter ſuperficiẽ anterioris glacialis,& inter ſphæram uueã,aut ipſe circulus cõſolidationis,aut ęquidiſtãs ei. Si ergo iſte circulus fuerit ipſe circulus cõſolidationis,linea recta,quæ trãſit per centrũ anterioris glacialis,& per centrũ uueę,tranſibit per centrũ ipſius circuli: & erit perpendicularis ſuper ipſum: quoniã iſte circulus erit circulus ſectionis inter duas illas ſphęricas ſuperficies. Sed ſi iſte circulus fuerit ęquidiſtans circulo conſolidationis,& eſt ęquidiſtãs circulo ſectionis inter duas ſuperficies glacialis: eſt ergo cũ circulo ſectionis inter duas ſuperficies glacialis: in ſuperficie una ſphęrica: quæ eſt ſuperficies anterioris glacialis,& eſt ęquidiſtãs circulo ſectiõis. Linea ergo quę trãſit per centrũ uueę,& per centrũ ſuperficiei anterioris glacialis, tranſit per centrũ circuli cõſolidationis ſecundũ oẽs diſpoſitiones,& eſt perpendicularis ſuper ipſum, ſiue ſit circulus conſolidationis ipſe circulus ſectionis inter ſuperficiem anterioris glacialis & inter ſphærã uueę, ſiue ſit ęquidiſtans iſti circulo.

10. Centrum ſphæræ cryſtallinæ altius eſt centro ſphæræ uitreæ. 11 p 3.

ET iterũ ſuperficies anterioris glacialis,& ſuperficies reſidui glacialis,ſunt duę ſuperficies ſphęricæ ſecantes ſe: centrum ergo ſuperficiei anterioris,eſt remotius in profundo centro ſuperficiei poſterioris.

11. Recta connectens centra ſphærarum & uueæ, continuata cadit in centrum uitreæ,& medium caui nerui optici. 12 p 3.

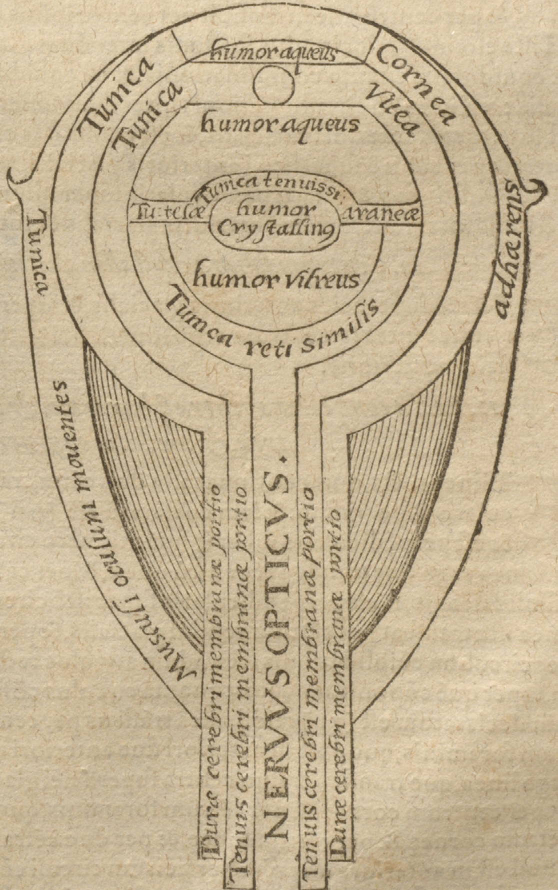
ET linea recta,quæ continuat iſta duo cẽtra,tranſit per centrũ circuli ſectionis, & eſt perpẽdicularis ſuper ipſum: & iam declaratũ eſt [9 n] quòd tranſit per centrũ circuli conſolidatiõis, & eſt perpẽdicularis ſuper ipſum: hic uerò circulus aut eſt circulus ſectionis, aut ęquidiſtans ei. Linea ergo quę tranſit per centrũ uueæ,& per centrum anterioris glacialis, & per centrũ circuli cõſolidationis,& eſt perpendicularis ſuper iſtũ circulũ,tranſit per centrũ reſidui glacialis. Et cum linea iſta tranſeat per cẽtrum reſidui glacialis,& per centrum circuli cõſolidationis,& ſit erecta ſuper circulum cõſolidationis ſecundum angulos rectos: extenditur ergo in medio concauitatis nerui,ſuper quẽ cõponitur oculus: quoniã circulus cõſolidationis eſt extremitas cõcauitatis nerui. Et iam declaratum eſt [7 n] quòd linea trãſiens per centrum uueæ, & per centrum corneę,& per centrum foraminis,quod eſt in exteriori ſiue anteriori uueę,extẽditur in medio cõcauitatis nerui. Iſta ergo linea, quę tranſit per duo centra ſuperficiei glacialis,& per cẽtrum uueę, eſt ipſa linea, quę trãſit per centrum corneę,& per cẽtrum foraminis,quod eſt in anteriori uueę. Iſta ergo linea trãſit per cẽtrum corneę,& per cẽtrum uueę,& per duo cẽtra ſuperficiei glacialis, & per centrum foraminis, quod eſt in anteriore uueæ, & per cẽtrum circuli cõſolidationis,& trãſit per duo media tunicarum omniũ oppoſitarũ foramini uueę: Et eſt perpẽdicularis ſuper ſuꝑficies omniũ tunicarũ oppoſitarũ foramini uueę,& eſt perpẽdicularis ſuper ſuꝑficiẽ foraminis uueę, & eſt perpẽdicularis ſuper ſuꝑficiẽ circuli conſolidationis,& extenditur in medio cõcauitatis nerui, ſuper quẽ cõponitur oculus.

12. Centra sphærarum totius oculi, cryſtallinæ, utriuſq; ſuperficiei corneæ, & conuexæ humoris albuginei, eſt unum punctum. 7 p 3.

ET cum declaratũ ſit, [6.8 n] quòd centrũ corneę, & centrũ ſuperficiei anterioris glacialis, ambo ſint ſuper iſtam lineã, & ambo ſint remotiora in profundo centro uueæ, melius eſt, ut centrũ ſuperficiei anterioris glacialis ſit ipſum centrũ corneæ, ita ut centra omniũ ſuperficierum oppoſitarũ foramini uueæ, ſint unũ punctũ cõmune: & ſic erunt omnes lineæ exeuntes à centro ad ſuperficiem oculi perpendiculares ſuper oẽs ſuperficies oppoſitas foramini: & hinc poſterius declarabitur, apud noſtrum ſermonem de qualitate uiſionis, quòd centrum ſuperficiei corneæ & centrũ ſuperficiei anterioris glacialis, eſt unum centrũ cõmune. Superficies ergo tunicarũ uiſus, oppoſitarum foramini uueæ, ſunt ſuperficies ſphæricæ, quarum centrum eſt unum punctum commune.

13. In totius oculi ſeu motu ſeu quiete ſitus partium ſtabilis permanet. 25 p 3. Idem 9 n.

ET iterum quia iſtud centrũ eſt centrum ſuperficiei manifeſtæ oculi, cõtinuatę cũ ſuperficie cõtinente totum oculum, & totus oculus eſt rotundus, niſi quantũ deficit de cõpletione ſphęrę pinguedinis cõſolidatiuæ à parte anteriore ipſius oculi, & iſte defectus nõ operatur diuerſitatem in motu oculi, quoniã non tangit cõcauum oſſis. Iſtud ergo centrum erit centrum totius oculi: ergo eſt intra totũ oculum. Centrũ ergo ſuperficierum tunicarum uiſus, oppoſitarũ foramini uueæ, eſt intra totum oculum. Cum ergo mouetur oculus, non mutabitur punctum oculi, quod eſt cẽtrũ ſuperficierũ tunicarum uiſus, nec mutabitur ſitus eius ab iſtis ſuperficieb. ſed cuſtodit ſitum ſuum. Nam oculus qñ mouetur, nõ mouetur niſi ſecundum ſe totũ, & ſitus partium totius inter ſe nõ mutatur apud motum: & iſtud centrũ eſt intra. Situs ergo eius nõ mutatur apud ſuũ motum. Et ſimiliter tunicarum ſitus nõ mutatur apud totum oculum, id eſt apud motũ ipſius uiſus. Situs ergo iſtius centri apud ſuperficiem tunicarum uiſus non mutatur neq; in motu, neq; in quiete. Et iam declaratum eſt [5 n] quòd declinatio nerui apud motum uiſus, & apud quietem non eſt, niſi apud foramen oculi, quod eſt in concauitate oſſis: quoniam non eſt niſi à poſteriori totius oculi. Declinatio uerò nerui apud motum uiſus & quietem, non eſt niſi à poſteriori centri eius, & non mutatur ſitus partium totius oculi inter ſe neque in motu, neque in quiete. Situs ergo centrorum tunicarum oculi apud totum oculum non mutatur, neque in motu uiſus, neque in quiete. Linea ergo tranſiens per cẽtrum non mutat ſuum locum uel ſitum apud totum oculum, neque apud partes eius, ſcilicet neq; in motu, neque in quiete. Et cum ſitus iſtius lineæ non mutetur apud totum oculum, neque apud partes eius: Situs ergo iſtius lineæ non mutatur apud ſuperficiem circuli conſolidationis, neque apud ſuam circumferentiam: Et iſte circulus eſt extremitas concauitatis nerui. Situs ergo ſuperficiei eius à ſuperficie concauitatis nerui, eſt ſitus conſimilis. Et declinatio partis pyramidalis nerui ſuper ſuperficiem iſtius circuli, eſt declinatio cõſimilis: quoniam, ſitus glacialis ab iſto neruo eſt ſitus conſimilis, & ſitus partium oculi non mutatur inter ſe. Superficies ergo concauitatis nerui à loco circũferentiæ circuli cõſolidationis uſq; ad locũ declinationis nerui, qui eſt pars pyramidalis, nõ mutat ſitum ſuũ apud totũ oculũ, neq; apud circulũ cõſolidationis. Et iam declaratũ eſt [5 n] quòd ſitus lineæ, quę trãſit per cẽtra oĩa, nõ mutatur apud circulũ cõſolidatiõis, & quòd ipſa extẽditur in medio concauitatis nerui. Et cũ ſitus iſtius lineæ nõ mutetur apud circulũ cõſolidationis, neq; ſuperficies concauitatis nerui, quę eſt à loco circũferentię circuli cõſolidationis uſq; ad locũ declinatiõis, mutet ſuũ ſitũ apud circulũ cõſolidationis: iſta ergo linea nõ mutat ſuũ ſitũ apud cõcauitatẽ nerui, quouſq; perueniat ad locũ declinationis. Linea ergo quæ trãſit per centra tunicarũ, tranſit per centrum cõſolidationis: & eſt erecta ſuper ipſum ſecundũ angulos rectos, & extẽditur in medio cõcauitatis nerui pyramidalis, quouſq; perueniat ad locũ declinatiõis nerui: & erit ſitus ſuus ſemper à ſuperficie cõcauitatis nerui, quę eſt intra totũ oculũ, & ab omnib. partib. oculi, & ab omnib. ſupficieb. tunicarũ uiſus, idẽ ſitus, & nõ mutatur neq; in motu uiſus, neq; in



motu eius. Iſti ergo ſunt ſitus tunicarũ uiſus,& ſitus centrorũ earũ,& ſitus lineæ rectæ trãſeũtis per
centra eorum. Oculi autem ambo ſunt conſimiles in omnibus ſuis diſpoſitionibus,& in ſuis tuni-
cis,& figuris ſuarum tunicarum, & in ſitu cuiuslibet tunicæ, reſpectu totius oculi. Et cum ita ſit,ſi-
tus ergo cuiuslibet centrorum,quorum diſtinctio declarata fuit,apud totum oculum,& apud par-
tes eius, eſt ſicut ſitus centri reſpondentis illi centro in alio oculo apud totum oculum illum,& a-
pud partes eius. Et cum ſitus centrorum in utroq; oculo ſit ſimilis ſitus, erit ſitus lineæ tranſeun-
tis per centrũ in uno oculo apud totũ oculũ, & apud partes eius,& apud ſuas tunicas, ſimilis ſitui
lineæ tranſeuntis per centrum alterius oculi apud totum oculum,& apud partes eius,& apud ſuas
tunicas. Situs ergo duarum linearum tranſeuntium per cẽtra tunicarum uiſus ab utroq; oculo,eſt
ſitus conſimilis in omnibus ſuis diſpoſitionibus. Et utraq; conſolidatiuarum cõſolidatur cum eis:
cum ex eis exeant duo lacerti paruuli,quorum unus eſt in parte lachrymarum oculi, & alius in par
te poſteriore. Et continent utrunq; oculum palpebræ & cilia. Hoc ergo quod declarauimus,eſt diſ-
poſitio compoſitionis oculi, & forma eius,& forma ſuarũ tunicarum. Et omne, quod diximus de
tunicis oculi,& compoſitione earum,iam declaratum eſt ab anatomicis in libris anatomiæ.

DE QVALITATE VISIONIS, ET AB ILLA DEPENDENTIBUS. Cap. 5.

14. Viſio fit radijs à uiſibili extrinſecus ad uiſum manantibus. 6 p 3.

IAm declaratum eſt ſuperius [1 n] quòd ex corpore quolibet illuminato cum quolibet lumine
exit lux ad quamlibet partem oppoſitam ei. Cum ergo uiſus opponitur alicui rei uiſæ, & fuerit
res illa illuminata cũ quolibet lumine,ex lumine rei uiſæ ueniet lumẽ ad ſuperficiẽ uiſus. Et de-
claratũ fuit quòd ex proprietate lucis eſt operari in uiſum, & quòd natura uiſus eſt pati ex luce. Di
gnum eſt ergo,ut non ſentiat uiſus lumen rei uiſæ,niſi ex lumine ueniente ex ea ad uiſum. Et decla
ratũ fuit iã,quòd forma coloris cuiuslibet corporis colorati & illuminati cũ quolibet lumine, aſſo-
ciatur ſemper lumini uenienti ab illo corpore ad quamlibet partem oppoſitã illi corpori,& erit lu-
men & forma coloris ſemper ſimul. Ergo cũ lumine ueniente ad uiſum ex lumine corporis uiſi, e-
rit ſemper forma coloris corporis uiſi. Et cũ lumẽ & color ueniant ſimul ad ſuperficiem uiſus,uiſus
ſentit colorẽ,qui eſt in re uiſa ex lumine ueniente ad ſe ex re uiſa. Dignius ergo eſt,ut non ſit ſenſus
uiſus coloris rei uiſæ,niſi ex forma coloris uenientis ad ipſum uiſum cum lumine, & forma coloris
ſemper eſt admixta cũ forma lucis,& nõ eſt diſtincta ab ea. Viſus ergo nõ ſentit lumẽ, niſi admixtũ
cũ colore. Dignius ergo eſt,ut nõ ſit ſenſus uiſus coloris rei uiſæ & luminis,qđ eſt in ea,niſi ex for-
ma admixta cũ lumine & colore ueniente ad ipſum ex ſuperficie rei uiſæ. Et iterũ tunicæ uiſus quæ
ſituantur ad mediũ anterioris uiſus,ſunt diaphanæ cõtingẽtes ſe, [per 4 n] & prima illarũ,ſcilicet
cornea tãgit aerẽ, in quo primo uenit forma. Et ex proprietate lucis eſt pertrãſire in quodlibet cor
pus diaphanũ:& ſimiliter eſt proprietas formæ coloris,quæ aſſociatur lumini,pertrãſire in corpus
diaphanũ,& ideo extẽditur in aere diaphano,ſicut extẽditur lumẽ. Et ex natura corporũ diaphano
rũ eſt, recipere formas lucis & coloris, & reddere ipſas partibus ſibi oppoſitis. Forma ergo ueniẽs
ex re uiſa ad ſuperficiẽ uiſus,trãſibit per diaphanitatẽ tunicarũ uiſus, per foramẽ quod eſt in anteri
ore uueæ,perueniet ergo ad humorẽ glacialẽ,& pertrãſibit in eo, ſecundũ diaphanitatẽ ſuã. Digni-
us ergo eſt,ut tunicæ uiſus nõ ſint diaphanæ,niſi ut pertrãſeant in eis formæ lucis & colorũ, uenien
tiũ ad ipſum. Aggregemus ergo modò qđ cõponitur ex omnibus iſtis, & dicamus,quòd uiſus ſen-
tit lumẽ & colores,qui ſunt in ſuperficie rei uiſæ,& quòd pertranſeunt per diaphanitatẽ tunicarum
uiſus. Et hoc eſt illud in quo quieſcebat phyſicorũ opinio de qualitate uiſionis. Dicemus ergo mo-
dò,quòd qualitas uiſionis nõ aſſeritur huiuſmodi eſſe tãtùm,quoniã iſte modus deſtruitur,niſi ad-
datur ei aliud. Quoniã enim forma lucis & coloris cuiuslibet colorati & illuminati extẽditur in ae-
re diaphano,cõtinuato cũ eo ad oẽs partes oppoſitas,uiſus aũt opponitur eodẽ tẽpore multis reb.
uiſis diuerſi coloris, & inter quãlibet earũ & uiſum ſunt in aere lineæ rectæ cõtinuato medio inter
eas:& cũ formæ lucis & coloris,quæ ſunt in re uiſa oppoſita uiſui ueniant ad ſuperficiẽ uiſus: for-
mæ ergo lucis & coloris cuiuslibet rerũ uiſibiliũ,oppoſitarũ uiſui, in eodẽ tẽpore ueniẽt ad ſuperfi
ciẽ uiſus. Et cũ formæ extẽdãtur ex re uiſa ad quãlibet partẽ oppoſitã,& nõ perueniãt ad uiſum,niſi
ꝓpter oppoſitionẽ:forma,quæ peruenit ex re uiſa ad uiſum,peruenit ad totã ſuperficiẽ uiſus. Et cũ
ita ſit,quãdo uiſus opponitur alicui ſuperficiei rei uiſæ,& peruenit forma coloris eius & lucis ad ſu-
perficiẽ uiſus,& uiderit in illo tẽpore aſpiciẽs alia uiſibilia diuerſi coloris oppoſita uiſui:tũc forma
lucis & coloris cuiuslibet illorũ uiſibiliũ ueniet ad ſuperficiẽ uiſus, & forma omniũ illorũ uiſibiliũ
perueniet ad totã ſuperficiẽ uiſus. Perueniẽt ergo ad totã ſuperficiẽ uiſus multa lumina diuerſa,&
multi colores diuerſi,& quilibet illorũ implet ſuperficiẽ uiſus:perueniet ergo in ſuperficiem uiſus
forma admixta ex colorib. diuerſis,& luminibus diuerſis. Si ergo ſenſerit uiſus illã formã admixtã,
ſentiet colorẽ diuerſum à colore cuiuslibet illarũ rerũ,& nõ diſtinguẽtur ab eo uiſibilia. Et ſi ſenſe
rit unã illarũ rerũ uiſibiliũ,& nõ ſenſerit reſiduas:cõprehẽdet unã rẽ uiſibilẽ,& nõ alias:ſed ipſe cõ-
prehẽdit omnia illa uiſibilia in eodẽ tẽpore,& cõprehẽdit ipſa diſtincta. Et ſi non ſenſerit unã illarũ
formarũ,nihil ſentiet ex ipſis,uel ex alijs uiſibilibus oppoſitis illi:ſed ipſe ſentit omnia. Et iterũ poſ
ſunt eſſe in eodẽ uiſo diuerſi colores,& à qualibet parte eius exit lumẽ & color ſecũdum oẽs lineas
rectas,quæ extẽdũtur in aere cõtinuo. Cũ ergo fuerint partes unius rei uiſæ diuerſi coloris: ueniet
ad totã ſuperficiẽ uiſus ex unoquoq; illarũ forma coloris & lucis, & ſic ꝑmiſcebũtur colores illarũ

partiũ in superficie uisus. Quare cõprehendet uisus ipsos admixtos, aut nihil cõprehẽdet ex eis. Si uerò cõprehẽdet eos permixtos, nõ distinguũtur, nec ordinabũtur ab eo partes siue colores partium. Et si nihil cõprehendit ex istis formis, nihil cõprehẽdet ex istis partibus: & si nihil cõprehendit ex partibus, nihil cõprehendet ex re uisa: sed uisus cõprehẽdit rẽ uisam sibi oppositã illuminatã, & comprehendit partes eius diuersi coloris ordinatas, & distinctas. Et cum ita sit, constat quòd aut qualitas uisionis erit alio modo, aut erit iste modus pars propositi modi uidendi.

15. Visus è singulis suæ superficiei punctis singula uisibilis puncta uidet. 17. 18 p 3.

Debemus ergo cõsiderare utrũ iste modus possit cõuenire cõditionibus, per quas distinguãtur colores rerũ uisibiliũ, & ordinãtur partes earũ apud uisum, & cõueniunt ad eorũ esse in corpore. Dicimus ergo quòd, quãdo uisus fuerit oppositus alicui rei uisibili, ueniet ex quolibet puncto superficiei rei uisæ forma & coloris & lucis, quæ sunt in ea, ad totã superficiẽ uisus, & ex quolibet puncto cuiuslibet rerũ uisibilium oppositarũ uisui in illa dispositione, etiam uenient formę coloris & lucis, quę sunt in illis, ad totã superficiẽ uisus. Si ergo uisus senserit ex tota eius superficie formas coloris & lucis, quæ ueniunt ex aliquo puncto superficiei rei uisæ, sentiet ex tota eius superficie, formã cuiuslibet puncti superficiei rei uisæ, & formã cuiuslibet puncti superficierũ omniũ uisibilium rerũ oppositarũ illi in illa dispositione: & sic non ordinabuntur ab eo partes unius rei uisæ, neq; distinguentur ab eo. Et si senserit formã uenientẽ ex uno puncto superficiei rei uisæ ad totã superficiẽ uisus, ex uno puncto tantùm superficiei ipsius uisus, & nõ senserit formã illius puncti tota eius superficie: ordinabuntur ab eo partes rei uisæ, & distinguẽtur omnia uisibilia opposita. Quoniã quando cõprehenderit colorem puncti unius ex uno puncto tantùm superficiei eius, cõprehendet colorẽ unius partis rei uisæ ex una parte superficiei suæ, & cõprehendet colorem alterius partis ex alia parte superficiei suæ, & cõprehendet unamquamq; partẽ uisibiliũ ex loco superficiei suæ diuerso & opposito ei, per quem cõprehendit aliã rem uisibilem. Quare uisibilia erunt ab eo ordinata & distincta, & similiter partes cuiuslibet illorum.

16. Humor crystallinus est præcipuum organum facultatis opticæ. 4. 18 p 3.

Modò ergo cõsideremus utrũ hoc sit cõueniens, & possibile ad esse. Et dicamus prius, quòd uisio nõ est nisi per glacialẽ, siue fiat uisio per formas uenientes ex re uisa ad uisum, siue secundum alium modũ. Visio autem nõ est per unã aliarũ tunicarum antecedentiũ se, quoniam illæ tunicæ non sunt nisi instrumentũ glacialis. Quoniã si contigerit humori glaciali læsio cũ salute aliarum tunicarũ, destruitur uisio, & si acciderit residuis tunicis corruptio, remanente ipsarum diaphanitate cum salute glacialis, non corrumpetur uisus: Et etiam si in foramine uueæ fuerit oppilatio, & destruatur diaphanitas humoris eius, destruetur uisus cum salute corneæ, & si auferatur oppilatio, reuertetur uisus. Et similiter si peruenerit intra humorẽ albugineum pars crassa, non diaphana, & fuerit in facie humoris glacialis, & media inter ipsum & foramen uueæ, destruetur uisio, & quando auferetur illud crassum, uel declinabitur auersione lineæ rectæ, quæ est inter glacialẽ & foramẽ uueæ ad aliquã partẽ, reuertetur uisus. Et omnibus istis attestatur medicina. Destructio ergo sensus uisus est apud corruptionẽ glacialis cũ salute tunicarũ antecedentiũ illũ. Et illud est argumentũ, quòd sensus uisus nõ est, nisi per istũ humorẽ, nõ per tunicas residuas antecedentes illũ. Et destructio sensus apud destructionem diaphanitatis, quæ est inter glacialẽ & superficiem uisus per corpus densum non translucẽs, significat quòd diaphanitas istarum tunicarum non est, nisi ut continuetur diaphanitas tunicarum uisus cum diaphanitate aeris, & efficiantur corpora, quæ sunt inter glacialem & rem uisam, diaphana continuitate diaphanitatis. Et destructio sensus apud destructionem linearum, quæ sunt inter glacialem & superficiem uisus: significat, quòd sensus glacialis non erit, nisi ex lineis rectis, quæ sunt inter ipsum & superficiem uisus. Dicemus ergo si sensus uisus est ex colore rei uisæ & lucis, quę sunt in eo, & ex forma ueniente ex rebus uisis ad superficiem uisus, & sensus non est nisi per glacialem. Ergo non per superficiem uisus sentiet uisus istam formam, sed postquã transierit superficiem uisus, & peruenerit ad glacialẽ. Et forma quæ uenit ex re uisa ad superficiem uisus, pertransit in diaphanitate tunicarum uisus: quoniam ex proprietate diaphanitatis est, ut transeant in ea formæ lucis & coloris, & extendantur rectè. Et iam declarauimus hoc in aere [14 n.] Et cum fuerint experimẽtata omnia corpora diaphana, inuenietur quòd lux extenditur in eis secundum lineas rectas: & nos declarabimus pòst apud nostrum sermonem de obliquatione, quomodo hoc experiendum sit. Si ergo sensus uisus lucis & coloris, quæ sunt in re uisa, est ex forma ueniente ad uisum ex re uisa: apud peruentionem ipsius formæ ad glacialem erit sensus. Et iam declaratum est antea [15 n] quòd non est possibile, ut uisus comprehendat rem uisam secundum suum esse, nisi quando comprehenderit formam unius puncti rei uisæ ex uno puncto tantùm suæ superficiei. Non est ergo possibile, ut glacialis comprehendat rem uisam secundum suum esse, nisi quando comprehenderit colorem unius puncti rei uisæ ex forma ueniente ad ipsum ex uno puncto tantùm superficiei uisus: forma autem uenit ex quolibet puncto superficiei rei uisæ, & pertransit totam uisus superficiem usque ad interius. Si uerò ex eo, quod uenit ex uno puncto rei uisæ ad totam superficiem uisus, & pertransit tunicas uisus, & peruenit ad glacialem, non comprehendit glacialis nisi quod uenit ad ipsum ex uno puncto tantùm superficiei uisus, & sentit colorem illius puncti tantùm ex superficie uisus, & peruenit ad unum punctum tantùm

tantùm superficiei eius, & non comprehendit illud punctum rei uisæ ex residua forma perueniente ad superficiem eius ex residua superficie uisus: complebitur uisio, & ordinabuntur partes rei uisæ, & distinguentur res in se apud uisum, & non complebitur uisio, nisi secundum istum modum. Et hoc non potest esse ita, nisi quando fuerit unum punctorũ, quę sunt in superficie uisus, per quam transit forma unius puncti superficiei rei uisæ, distinctum à punctis residuis, quæ sunt in superficie uisus, & fuerit linea, super quam uenit forma ad illud punctũ superficiei uisus, distincta à residuis lineis, super quas uenit forma. Et propter hoc potest glacialis cõprehendere formã uenientem super illã lineam, & ex puncto superficiei uisus, quod est super illam lineã, & nõ potest comprehendere ipsam per aliam.

17. Lux perpendicularis penetrat per quælibet diuersa media: obliqua refringitur. 42. 43. 44. 45. 47 p 2.

ET cum inducuntur luces, & experimẽtatur qualitas transitus earum, & extensionis earũ in corporibus diaphanis, inuenitur quòd lux extenditur per corpus diaphanum secundum lineas rectas, dum corpus diaphanũ fuerit cõsimilis diaphanitatis: & cũ occurrerit corpus aliud diuersæ diaphanitatis à diaphanitate corporis præcedentis, in quo extendebatur, non pertransibit secũdum rectitudinem linearũ, super quas extendebatur antè, nisi quando illæ lineæ fuerint perpendiculares super superficiẽ secũdi corporis diaphani: & si illæ lineæ fuerint obliquatæ super superficiẽ secũdi corporis, & nõ perpendiculares, obliquabitur lux apud superficiẽ secũdi corporis, & non extendetur rectè: & cum obliquatur, extẽdetur in secundo corpore secundũ illas lineas rectas, super quas obliquabatur: & erũt lineæ super quas obliquabatur lux in secũdo corpore, etiã declinantes super superficiẽ secundi corporis, & nõ perpendiculares. Et si fuerint quædã lineæ super quas uenit lux in primo corpore, perpendiculares super superficiẽ secundi corporis, & quædã declinantes: extendetur lux, quæ erat super lineas perpendiculares in secundo corpore secundum rectitudinẽ, & quę erat super lineas declinantes, obliquabitur apud superficiẽ secundi corporis secundum lineas declinantes, & extendetur in eo secundũ rectitudinẽ illarũ linearum declinantiũ, super quas obliquabatur. Et hoc nos declarabimus in sermone de refractione, & ostendemus uiã, per quã poterit quis experiri istã dispositionẽ: & apparebit sensui, & cadet super ipsam certitudo.

18. Visio distincta fit rectis lineis à uisibili ad superficiem uisus perpẽdicularibus. Itaq; singula uisibilis puncta eundem obtinent situm in superficie uisus, quem in uisibili. 17 p 3.

ET cum ita sit, ex forma ergo lucis & coloris, quæ ueniunt ex quolibet puncto rei uisæ ad superficiem uisus, quando peruenerit ad superficiẽ uisus, nihil pertransibit per diaphanitatem tunicarũ uisus secũdũ rectitudinẽ, nisi illud, quod erit super lineã rectã eleuatã super superficiẽ uisus secundũ angulos rectos, & illud, quod fuerit super aliã, refringetur, & non pertransibit rectè: quoniam diaphanitas tunicarum uisus nõ est, sicut diaphanitas aeris contingentis superficiẽ uisus. Et illud, quod refringitur ex istis formis, refringetur etiam super lineas declinantes, non super lineas perpendiculares extensas ex loco refractionis: & una linea recta tantùm exit ad punctũ superficiei uisus ab uno puncto superficiei rei uisæ, ita ut sit perpendicularis ad superficiem uisus: [per 13 p 11] & exeunt ad eã lineæ infinitæ declinãtes super superficiẽ uisus. Et forma ueniẽs secundũ rectitudinẽ perpendicularis, pertransit tunicas uisus secundũ rectitudinem perpendicularis: & omnes formæ uenientes secundum lineas declinantes ad illud punctum, refringuntur apud illud punctum, & transeunt in tunicis uisus secundum lineas declinantes: & nihil ex eis transit secundũ extensionem linearũ, super quas uenerũt, neq; etiam secundũ rectitudinem linearũ perpendiculariter erectarũ super illud punctũ. Et ad quodlibet punctũ superficiei uisus ueniunt in eodem tempore formæ omniũ punctorũ, quæ sunt in superficiebus omniũ uisibiliũ & illuminatorũ oppositorũ illi in illo tempore: quoniam inter ipsum & quodlibet punctũ oppositum illi est linea recta: & à quolibet punctorum, quæ sunt in superficiebus uisibilium illuminatorum, extenduntur formæ super quamlibet lineam rectam, quæ potest extendi ex illo puncto, & forma unius puncti tantùm de numero omnium punctorum oppositorum uisui, quæ uenit ad illud punctũ superficiei uisus in illo tempore, uenit super perpendicularem eleuatam super illud punctũ superficiei uisus: & formæ omniũ punctorũ residuorũ ueniũt ad illud punctũ superficiei uisus super lineas declinantes: & in quolibet puncto superficiei uisus transeunt in eodẽ tempore formæ omniũ punctorũ, quæ sunt in superficiebus omniũ uisibiliũ oppositorũ in illo tẽpore: & forma unius puncti tantùm trãsit rectè per diaphanitatẽ tunicarũ uisus: & est punctũ, quod est apud extremitatẽ perpẽdicularis exeuntis ab illo puncto superficiei uisus: & formæ omniũ punctorũ reliquorũ refringuntur apud illud punctũ superficiei uisus, & trãseũt per diaphanitatẽ tunicarũ uisus secundũ lineas declinãtes ad superficiẽ uisus. Et ex quolibet pũcto superficiei glacialis exit una linea tãtũ perpẽdicularis super superficiẽ uisus: & ab eodẽ exeunt lineę infinitæ ad superficiẽ uisus, & sunt declinãtes super ipsam. À puncto ergo superficiei glacialis, ex quo exit perpendicularis super superficiẽ uisus, & pertrãsit foramẽ uueæ, exeunt lineæ infinitæ, quæ trãseunt in foramẽ uueæ, & perueniũt ad superficiẽ uisus, pręter illã perpẽdicularẽ: & extremitates omniũ linearũ exeuntiũ à pũcto aliquo superficiei glacialis, & trãseuntiũ p foramẽ uueæ, & perueniẽtiũ ad superficiẽ uisus, & declinãtiũ super illã, quãdo fuerint

intellectæ

intellectæ refringi ſecundum modum, quem affirmat diuerſitas diaphanitatis, quæ eſt inter diapha nitatem corporis corneæ & corporis aeris, perueniunt ad diuerſa loca, & ad puncta diuerſa de numero punctorum, quæ ſunt in ſuperficiebus uiſibilium oppoſitorum uiſui in uno tempore: & nulla iſtarum linearum occurrit puncto, quod eſt apud extremitatem perpendicularis. Et formæ punctorũ, quæ ſunt apud extremitates omnium iſtarum linearum ſuperficierum uiſibilium, extenduntur ſecundum rectitudinem iſtarum linearum, & perueniunt ad ſuperficiem uiſus, & refringuntur ad idem punctum ſuperficiei glacialis, præter formam puncti, quod eſt apud extremitatem perpendicularis: quoniam ipſa extenditur ſecundum rectitudinem perpendicularis, & pertranſit ad illud punctum glacialis. Si ergo glacialis ſentit ex uno puncto omnes formas uenientes ad ipſum ex omnibus uerticationibus, ſentiet ex omni puncto formas admixtas ex multis formis diuerſis, & coloribus multis uiſibilium oppoſitorum uiſui in illo tempore: & ſic nihil diſtinguetur ab eo ex punctis, quæ ſunt in ſuperficiebus uiſibilium, neque ordinabuntur formæ punctorum uenientes ad illud punctum: at ſi glacialis ſenſerit ex uno ſui puncto illud, quod uenit ad ipſum ex una uerticatione tantùm, diſtinguentur ab eo puncta, quæ ſunt in ſuperficiebus uiſibilium. Et nullum punctorũ, quorum formæ perueniunt ad glacialem ſuper lineas refractas, eſt dignius alio ex formis refractis, neque ulla refracta uerticatio eſt dignior alia: & formæ refractę ad unum punctum glacialis in uno tempore, ſunt multæ non determinatæ. Et punctum, cuius forma uenit ſecundum rectitudinem perpendicularis ad unum punctum glacialis, eſt unum punctum tantùm, & nulla alia forma uenit cum ea ſecundum rectitudinem perpendicularis: quoniam omnes formæ refractæ non refringuntur niſi ſecundum lineas declinantes. Et cum centrum ſuperficiei uiſus ſit idem cum centro ſuperficiei glacialis [per 12 n] linea, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem uiſus, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem glacialis. Forma ergo, quæ uenit ſuper perpendicularem, diſtinguitur ab alijs formis duabus diſpoſitionibus: quarum altera eſt, quòd ipſa extenditur à ſuperficie rei uiſę ad punctum glacialis ſuper lineam rectam, & reſiduæ ueniunt ſuper lineas refractas: altera autem eſt, quòd ipſa perpendicularis erecta ſuper ſuperficiem uiſus, eſt etiam perpendicularis ſuper ſuperficiem glacialis: & lineæ reſiduæ, ſuper quas ueniunt formæ reſiduæ refractæ, ſunt declinantes ſuper ſuperficiem uiſus. Et operatio lucis uenientis ſuper perpendiculares, eſt fortior operatione lucis uenientis ſuper lineas inclinatas. Dignius ergo eſt, ut glacialis non ſentiat ex quolibet puncto, niſi formam uenientem ad ipſum punctum ſuper rectitudinem perpendicularis tantùm, & non ſentiat ex illo puncto illud, quod uenit ad illud punctum ſecundum uerticationes refractas. Et iterum cum centrum ſuperficiei uiſus, & centrum ſuperficiei glacialis, ſit idem punctum, omnes perpendiculares eleuatæ ſuper ſuperficiem glacialis & ſuperficiem uiſus, concurrent ſuper centrum commune, & erunt diametri in ſuperficiebus tunicarum uiſus, perpẽdiculares ſuper ipſas tunicas uiſus: & erit quælibet perpendicularis occurrens ſuperficiei corneæ in uno puncto, & occurrens ſuperficiei glacialis in uno puncto: & non exit ad illud punctum corneæ, niſi una perpendicularis, neque exit ad illud punctũ glacialis, niſi una perpendicularis tantùm. Forma ergo, quæ exit à quolibet puncto ſuperficiei rei uiſæ ſuper perpendicularem, quæ extenditur ab eo ad ſuperficiem uiſus, occurrit ſuperficiei uiſus ſuper unum punctum, ſuper quod ei non occurrit aliqua alia forma, non uenientium ſuper perpendiculares.

19. *Viſio fit per pyramidem, cuius uertex eſt in uiſu, baſis in uiſibili. 18.21.22 p 3.*

ET iterum iam determinatũ eſt, [14. 18 n] quòd ex quolibet puncto cuiuslibet corporis colorati & illuminati cum quolibet lumine, exeunt lux & color ſuper quamlibet lineam rectã, quæ poterit extendi ab illo puncto: ergo inter quodlibet punctum uiſus, & quodlibet punctum oppoſitum alicui ſuperficiei, & quodlibet punctum illius ſuperficiei, eſt linea recta imaginabilis, & inter illud punctum, & illam ſuperficiem eſt pyramis imaginabilis, cuius uertex eſt illud punctum, & cuius baſis eſt illa ſuperficies: & illa pyramis continet omnes lineas rectas intellectas, quæ ſunt inter illud punctum & omnia puncta illius ſuperficiei. Cum ergo forma lucis & coloris exierint à quolibet puncto ſuperficiei corporis colorati, illuminati, ſuper quamlibet lineam rectã, quę poterit extendi ab illo puncto, ad quodlibet punctum oppoſitum corpori illuminato & colorato: forma lucis & coloris, quæ ſunt in ſuperficie illius corporis, extendetur à quolibet puncto ſuperficiei illius corporis, ad illud punctum, oppoſitũ illi ſuper lineam rectam extenſam inter ipſum corpus & illud punctum. Forma ergo lucis & coloris cuiuslibet corporis colorati & illuminati cũ quolibet lumine, extẽditur à ſua ſuperficie ad quodlibet punctum oppoſitum illi ſuperficiei ſecundum uerticationem pyramidis, quæ formatur inter illud punctum & illam ſuperficiem: & erit forma ordinata in illa pyramide per lineas illas concurrentes ad illud punctum, quod eſt uertex pyramidis, ſicut eſt ordinatio in partibus coloris, qui eſt in ſuperficie illius corporis. Cũ ergo uiſus fuerit oppoſitus alicui rei uiſibili, formabitur inter punctum, quod eſt centrum uiſus, & ſuperficiem illius rei uiſæ, pyramis imaginabilis, cuius uertex erit centrum uiſus, & baſis erit ſuperficies illius rei uiſæ: & cum aer medius inter illam rem uiſam & uiſum fuerit continuus, & non fuerit medium inter rem uiſam & uiſum, corpus denſum, & fuerit illa res uiſa illuminata cum quolibet lumine: extendetur forma lucis & coloris, quæ ſunt in ſuperficie illius rei uiſæ, ad uiſum ſecundum uerticationem illius pyramidis, & extendetur forma cuiuslibet puncti ſuperficiei illius rei uiſæ ſecundum rectitudinem lineæ, quę eſt inter illud punctum, & uerticem illius pyramidis, qui eſt cẽtrum uiſus.

Et quia

Et quia centrum uiſus idem eſt cum centro ſuperficiei glacialis, [per 12 n] erunt omnes iſtæ lineæ perpendiculares ſuper ſuperficiem oculi,& ſuperficiẽ glacialis, & ſuper oẽs ſuperficies uiſus æquidiſtantes:& erit pyramis continua ſuper omnes iſtas perpendiculares,continens omnes iſtas perpendiculares,& aerem, in quo extenditur forma à tota ſuperficie illius rei uiſæ oppoſitæ uiſui, ſecundum uerticationes perpendicularium : & ſuperficies glacialis ſecabit iſtam pyramidem : & ſic peruenit forma lucis & coloris,quæ ſunt in ſuperficie illius rei uiſæ,in partem ſuperficiei,quã comprehendit pyramis. Et ad quodlibet punctum iſtius ſuperficiei glacialis ueniet forma puncti oppoſiti ſuperficiei rei uiſæ, ſecundum rectitudinem perpendicularis exeuntis ab iſto puncto ſuperficiei rei uiſæ ſuper ſuperficiem tunicarum uiſus,& ſuper ſuperficiem glacialis,& pertranſibit diaphanitatem tunicarum uiſus ſecundum rectitudinem illius perpendicularis , & non pertranſibit cum illa forma ſecundum rectitudinem illius perpendicularis alia forma.Et iſta forma perueniet ad iſtã partem glacialis ordinata in ea ſecũdum lineas rectas,ſuper quas peruenit ad ipſam, quæ ſunt perpendiculares ad ipſam, & cõcurrẽtes apud centrũ uiſus, ſicut ordinatio partiũ ſuperficiei rei uiſæ. Præterea ueniunt in illa diſpoſitione ad quodlibet punctum huius partis ſuperficiei glacialis multæ formæ à multis punctis ſuperficierum uiſarum in eodem tempore. Perueniunt ergo in iſtã partem ſuperficiei glacialis,quæ diſtinguebatur à pyramide,multæ formæ ex multis coloribus diuerſis. Si ergo glacialis ſenſerit ex parte diſtincta per pyramidem,formam uenientem ad ſe ex uerticatione illius pyramidis tantùm, neque ſenſerit ex illa parte ſuæ ſuperficiei aliam formam,niſi formã uenientem ſuper illam uerticationem:ſentiet formam illius rei ſecundũ ſuũ eſſe , & ſentiet ordinatam ſecundum ſuam ordinationem.Et poterit etiam ſentire in illa diſpoſitione formas aliarum rerum uiſarum , præter illam rem uiſam ex pyramidibus diſtinguentibus ex ſua ſuperficie alias partes ab illa parte: & poterit ſentire formam cuiuslibet rerum uiſarum ſecũdum ſuum eſſe, & ſentire ſitus earum inter ſe ſecundum ſuũ eſſe. Et ſi glacialis ſenſerit formas uenientes ad ſe ex uerticationibus refractis,ſentiet ex eadem parte, quæ diſtinguebatur ex ſua ſuperficie per illam pyramidem, formas admixtas ex formis partium illius rei uiſæ , & ex formis multarum rerum uiſarum diuerſarum , & erunt admixtæ ex multis coloribus diuerſis , & ſentiet ex qualibet parte ſuæ ſuperficiei, præter illam partem,formam permixtam ex formis multarum rerum diuerſarum : & ſic non ſentiet formam uenientem ſecundum pyramidis uerticationem ſecundum ſuũ eſſe , neque aliquam formam uenientem ſuper perpendicularem ſecũdum ſuũ eſſe , neque aliquam formam uenientem ex uerticationibus refractis. Non ſentiet ergo formam unius rei uiſæ ſecundum ſuũ eſſe , neq; diſtinguentur ab ea res uiſæ oppoſitæ illi in eodem tempore: ſed uiſus comprehẽdit res uiſas diſtinctas, & comprehendit partes unius rei uiſæ ordinatas ſecundum ſuum eſſe in ſuperficie rei uiſæ, & comprehendit res uiſas multas ſimul in eodem tempore . Et cum uiſio ſit ex formis uenientibus ex rebus uiſis ad uiſum [per 14 n] nihil ſentiet glacialis ex formis rerum uiſarum ex uerticationibus refractis:& ſic nulla formarũ peruenientiũ ad ſuperficiẽ glacialis ex formis rerum uiſarũ,ordinabitur in ſuperficie glacialis ſecundũ ſuũ eſſe: neq; ulla formarũ partium unius rei uiſæ peruenientiũ ad ſuperficiem glacialis,ordinabitur in ſuperficie glacialis ſecundum ſuũ eſſe in ſuperficie rei uiſæ, niſi formæ peruenientes ad eam ſecundum rectitudinem perpendicularium eleuatarum ſuper ſuperficiem uiſus tantùm. Situs autem formarum refractarum apud ſuperficiem uiſus etiam perueniunt in ſuperficiem glacialis conuerſi, & peruenit inſuper forma unius puncti in portionem ſuperficiei glacialis ,nõ in unum punctum. Et illud eſt,quòd forma puncti dextri apud uiſum,quando extendetur ad punctum ſuperficiei uiſus,& linea, ſuper quam extenditur forma,obliqua ſuper ſuperficiem uiſus , refringetur ad partem ſiniſtram à perpendiculari , quæ extendetur à centro uiſus ad illud punctum ſuæ ſuperficiei:& peruenit forma, quæ refringitur ab extremitate perpendicularis , ſecundum hunc modum ad punctum ſiniſtrum à puncto glacialis ſuperficiei , ſuper quod abſcindit illã illa perpendicularis: Et ſimiliter forma puncti ſiniſtri à uiſu, quæ extendetur ad illud idem punctũ ſuperficiei uiſus,& declinat ſuper ipſam,refringetur ad punctũ dextrũ à perpendiculari,& à puncto ſuperficiei glacialis,quod eſt ſuper illã perpendicularẽ: quoniã formæ refractæ nõ appropinquant poſt refractionẽ perpendiculari exeunti à loco refractionis,& non perueniunt per applicationẽ formæ ad perpendicularẽ,neq; poſt refractionẽ pertranſeunt ipſam,neq; pręcedunt: quoniã hæc eſt proprietas formarũ refractarũ.Et ſimiliter formæ duorũ punctorũ, quæ ſunt in eadẽ parte à uiſu,quæ exeunt ad unũ punctũ ſuperficiei uiſus,& declinant ſuper ipſam in eadẽ parte, perueniunt in ſuperficiẽ glacialis conuerſæ:quoniã duæ lineæ,ſuper quas extendũtur duæ formæ punctorũ,ſecant ſe ad punctũ ſuperficiei uiſus,ſuper quod cõcurrunt duæ formæ,& occurrũt perpẽdiculari exeunti ad illud punctũ ſuperficiei uiſus,ſuper illud punctũ. Cũ ergo iſtæ duæ lineę fuerint declinantes à ſuperficie uiſus in eadẽ parte à perpẽdiculari exeunte à cẽtro uiſus ad illud punctum,refringũtur formæ duorũ punctorũ ad punctũ oppoſitũ illi parti. Et etiã quia duæ lineæ, ſuper quas extenduntur duę formę ad unum punctũ ſuperficiei uiſus, ſecant ſe ſuper illud punctum: oportet,quando extenduntur ſecundũ ſuam rectitudinẽ poſt ſectionẽ, ut appareat ſitus eorũ conuerſus in reſpectu eius,qui eſt in re uiſa,& reſpectu etiã perpendicularis,& efficitur linea, quæ erat dextra ante ſuã peruentionẽ ad ſuperficiẽ uiſus ex illis duabus lineis , ſiniſtra poſt ſuũ pertranſitũ in ſuperficiẽ uiſus,& ſiniſtra, dextra.Et ſimiliter erit ſitus duarũ linearũ,ſuper quas refringẽtur duę formæ ex uno puncto ſuperficiei uiſus: quoniã duæ formæ,quæ refringuntur ex uno puncto , appropinquant ambo perpẽdiculari,& extenditur forma,quæ erat ſuper lineã remotiorẽ à perpendiculari,

culari,post sectionẽ super lineã remotiorẽ etiã à perpẽdiculari, sed minoris remotiõis quàm linea, super quã erat:& extẽditur forma,quę erat super lineã propinquiorẽ perpẽdiculari,etiã post sectionẽ super lineã propinquiorem etiam perpendiculari,sed maioris propinquitatis,quàm linea,super quã erat.Et similiter omnes formæ,quæ extenduntur ab uno puncto. Et cũ fuerit experimẽtatum experimẽtatione subtili, inuenietur,secũdũ quod diximus.Et nos ostendemus uiam,per quã experimentabitur hoc experimentatione uera apud nostrum sermonẽ de refractione, & tũc discooperientur omnia depẽdentia à refractione: & nos nõ utemur illic in demõstratione rebus, quibus usi fuimus in isto tractatu. Duo ergo puncta declinantia ad unã partem à re uisa, quando formæ eorũ extenduntur ad unũ punctũ superficiei uisus, secabũt se super duas lineas,quarũ situs erit apud uisum in respectu rei uisę contrarius situi duarũ linearum primarũ, super quas extẽdebãtur duæ formæ ad superficiẽ uisus.Erit ergo situs duorum punctorum superficiei glacialis,ad quæ perueniunt duæ formæ contrarius situi,duorũ punctorũ,ex quibus ueniunt duæ formæ. Omnes ergo formæ, quæ refringũtur ab uno pũcto superficiei uisus, perueniũt in superficiẽ glacialis cõuersæ. Et iterũ forma cuiuslibet pũcti oppositi uisui uenit ad totã superficiẽ uisus:ergo refringetur à tota superficie uisus:& forma,quæ refringitur à tota superficie uisus,refringitur ad partẽ alicuius quãtitatis superficiei glacialis,nõ ad unũ pũctũ. Quoniã formę refractionis si cõcurrerẽt post refractionẽ super unũ punctũ,secarẽt perpẽdiculares,apud quarũ extremitates refringebãtur,aut pertrãsirent ipsas, aut exiret forma à superficie,in qua refringebatur: sed nulla forma refracta occurrit perpẽdiculari, apud cuius extremitatẽ fuerit refracta post refractionẽ, neq; pertrãsit illã, neq; exit à superficie, in qua fuit refracta.Et omnia ista manifestãtur per experimẽtationẽ.Forma ergo unius pũcti rei uisæ, quæ peruenit in superficiẽ glacialis,post refractionẽ nõ erit in uno pũcto,sed in parte alicuius quãtitatis superficiei glacialis,& nõ erit situs formarũ rerũ diuersarũ uel pũctorũ diuersorũ superficiei rei uisæ, quæ perueniũt in superficiẽ glacialis ꝑ refractionẽ inter se,sicut situs earũ secũdũ suũ esse in superficiebus rerũ uisarũ,sed cõtrarius.Nulla ergo formarũ refractarũ rerũ uisarũ peruenientiũ ad superficiẽ glacialis est secũdũ suũ esse in superficieb. uisarũ rerũ.Et iã declaratũ est [18 n] quòd formæ uenientes super perpẽdiculares, ordinãtur in superficie glacialis secundũ suũ esse, quoniã extẽduntur rectè à superficiebus rerũ uisarũ ad superficiẽ glacialis. Nulla ergo formarũ rerũ uisarũ uenientiũ ad superficiẽ glacialis ordinatur in superficie glacialis secundũ suũ esse, quod habent in superficiebus rerũ uisarum,nisi formæ extensæ super uerticationes perpẽdiculariũ tãtùm. Si ergo sensus uisus rerũ uisarũ sit ex formis uenientib. ad ipsum ex superficiebus rerũ uisarũ, nihil cõprehendet uisus ex formis rerũ uisarũ peruenientibus ad ipsum,nisi ex uerticationibus, quarũ extremitates cõcurrunt apud centrũ uisus tãtùm:quoniã uisus nihil cõprehendit ex formis rerum uisarum,nisi ordinatum secundum suum esse in superficiebus rerum uisarum.

20. Oculus & sphæra crystallina habent idem centrum. 7 p 3. Idem 12 n.

ET iterũ si centrũ uisus nõ est centrũ superficiei glacialis: lineæ rectæ, quę exeunt à cẽtro superficiei uisus,& extẽduntur in foramine uueæ,& perueniũt ad res uisas,nõ erũt perpẽdiculares super superficiẽ glacialis,sed declinãtes super ipsam:neq; situs earũ super superficiẽ glacialis erũt situs cõsimiles,nisi una linea tantũ,scilicet,quæ trãsit per duo cẽtra.Formas ergo uenientes à superficieb.rerũ uisarũ ad superficiẽ glacialis,nõ potest sentire glacialis, nisi ex uerticationib. istarũ linearũ tãtùm,scilicet quę sunt perpẽdiculares super superficiẽ uisus, quę est superficies corneę:quoniã formę,quę sunt super istas ꝑpẽdiculares, tãtùm sunt ordinatę in superficie glacialis secundũ ordinationẽ earũ in superficieb.rerũ uisarũ. Si ergo glacialis cõprehẽdit res uisas ex formis uenientib.ad se,& nõ cõprehendit formã,nisi ex uerticationibus istarũ linearũ, & istę lineę nõ sunt perpendiculares super superficiẽ eius:cõprehendet tũc formas ex uerticationibus,quarũ situs à superficie sua sunt diuersi situs,& declinãtes super suã superficiẽ,& cõprehẽdet formas ex uerticationibus diuersorũ situũ declinãtibus,& cõprehẽdet oẽs formas refractas ex uerticationib.diuersorũ situũ apud suã superficiẽ. Et si cõprehendit oẽs formas refractas ex uerticationib. diuersorũ situũ, nihil distinguetur ab eo ex rebus uisis,propter hoc,quod declaratũ fuit superius. Et cũ nõ sit possibile,ut cõprehẽdat formas refractas ex uerticationib.diuersorũ situũ,nõ est possibile,ut cõprehendat formas rerũ uisarũ ex uerticationib.linearũ,quę sunt perpẽdiculares super superficiẽ uisus,nisi quãdo lineæ fuerint perpẽdiculares super superficiẽ eius, & fuerint situs eorũ in superficie cõsimiles:& istę lineę nõ erũt perpẽdiculares super superficiẽ suã,nisi quãdo cẽtrũ suę superficiei,& cẽtrũ superficiei uisus fuerint idẽ pũctũ. Si ergo sensus uisus rerũ uisarũ est ex formis ueniẽtib.ad ipsum ex coloribus rerũ uisarũ,& lucibus earũ,& hoc distinctè:oportet, ut centrũ superficiei uisus & centrũ superficiei glacialis sit unũ punctũ cõmune,& nihil cõprehẽdat uisus ex formis rerũ uisarũ, nisi ex uerticationib.rectarũ linearũ,quarũ extremitates cõcurrũt apud unũ & idẽ pũctũ tãtùm.Et nõ est impossibile, ut duo cẽtra sint idẽ:quoniã declaratũ est, [6.8 n] quòd duo cẽtra sunt ex posteriori cẽtro uueę,& super unã lineã rectã trãseuntẽ per omnia cẽtra.Et quoniã nõ est impossibile,ut duo cẽtra sint idẽ,& ut lineæ rectæ,quæ exeunt à cẽtris,sint perpẽdiculares super duas superficies, scilicet superficiẽ glacialis,& superficiẽ uisus:nõ est etiã impossibile,ut sit cõprehẽsio uisus rerũ uisarũ ex formis uenientib.ad ipsum,lucis & coloris,quæ sunt in superficie rerũ uisarũ,cũ cõprehensio formarum istarũ sit ex uerticationibus perpendiculariũ tantùm. Et illud est, ut natura uisus recipiat ea,quæ ueniunt ad se , ex formis rerum uisarũ:& etiam ut sit natura uisus insuper appropriata, ut non recipiat ea, quæ ueniunt ad se ex formis, nisi ex proprijs uerticationibus, non ex omnibus uerti-

bus uerticationibus: & sunt uerticationes linearum rectarum, quarum extremitates concurrunt apud centrum uisus tantùm. Et istæ lineæ appropinquantur in centro, quia sunt diametri eius uisus scilicet, & perpendiculares super superficiem uisus sentientis. Et sic erit sensus ex formis uenientibus ex rebus uisis, & erunt istæ lineæ quasi instrumentũ uisus, per quod distinguétur à uisu res uisæ, & per quod ordinabuntur à uisu partes cuiuslibet rerum uisarum. Et quòd esse uisus appropriatur aliquibus uerticationibus tantùm, habet similia in rebus naturalibus. Quoniam lux oritur ex corporibus luminosis, & extenditur super uerticationes rectas tantùm, & non extenditur super lineas arcuales aut tortuosas. Et corpora ponderosa mouentur ad inferius motu naturali super lineas rectas: non super lineas curuas, aut arcuales, aut tortuosas: nec tamen mouebuntur super omnes lineas rectas, quæ sunt inter ea & superficiem terræ, sed super lineas rectas proprias, quę sunt perpendiculares super superficiem terræ & diametrũ eius. Et corpora cœlestia mouẽtur super lineas sphæricas, & non super lineas rectas, neq; super lineas diuersi ordinis. Et cum fuerimus intuiti motus naturales, inueniemus, quòd quilibet eorum est appropriatus aliquibus uerticationibus tantùm. Nõ est ergo impossibile, ut sit uisus appropriatus in receptione operationum lucis & coloris aliquibus uerticationibus rectis, quæ concurrunt apud eius centrum tantùm, & sunt perpendiculares super superficiem eius. Comprehensio autem uisus de rebus uisis ex uerticationibus linearum rectarum, quarum extremitates concurrunt apud centrum uisus, est concessa à mathematicis, & nulla diuersitas est inter eos in hoc: & istæ lineæ uocantur ab eis lineæ radiales. Et cum hoc sit possibile, & formæ lucis & coloris ueniant ad uisum, & pertranseant per diaphanitatem tunicarum uisus, & uisio non compleatur ex receptione istarum formarum, nisi quando uisus receperit ipsas ex uerticationibus tantùm: uisus ergo non comprehendit luces & colores rerum uisarum, nisi ex formis uenientibus ad ipsum ex superficiebus rerum uisarum, & non comprehendit istas formas, nisi ex uerticationibus linearum rectarum, quarum extremitates concurrunt apud centrum uisus tantùm. Aggregemus ergo modò ea, quæ possunt aggregari ex omni, quod diximus, & dicamus: quòd uisus sentit lucem & colores, qui sunt in superficie rei uisę, ex forma extensa, & ex luce, & colore, qui sunt in superficie rei uisę per corpus diaphanũ, quod est medium inter uisum & rem uisam. Et nihil comprehendit uisus ex formis rerum uisarum, nisi ex uerticationibus linearum extensarũ inter rem uisam & centrum uisus tantùm. Et declaratum est, quòd hoc sit possibile.

21. *Visibile uisui oppositum uidetur. 2 p 3.*

NOs uerò modò exponemus quęstionem, quare fiat uisio secundum modum hunc, dicendo, quòd uisio nõ potest esse nisi secundum hunc modum. Quoniam uisus quando senserit rem uisam, postquam non sentiebat ipsam, aliquid accidit ei, quod nõ erat prius: & nihil accidet, postquam non erat prius, nisi per aliquam causam. Et inuenimus, quòd uisus quando fuerit oppositus rei uisæ, sentiet ipsam, & cũ auferetur ab eius oppositione, non sentiet ipsam, & cum reuertetur ad oppositionem, reuertetur uisus. Et similiter inuenimus, quando uisus senserit rem uisam, deinde clauserit palpebras, quòd sensus destruitur, & cum aperit palpebras, & res uisa fuerit in oppositione, reuertitur sensus. Sed caussa est illud, quòd quando destruitur caussa, destruitur caussatum, & quando reuertitur caussa, reuertitur caussatum. Caussa ergo, quę facit contingere rem illam in uisu, est res uisa, quando opponitur uisui. Visus ergo non sentit rem uisam, nisi propter illud, quod facit res uisas contingere in uisu, quando scilicet opponuntur uisui.

22. *Visibile per medium perspicuum uidetur. 13 p 3.*

ET iterum uisus non comprehendit rem uisam, nisi quando corpus, quod est medium inter ea, fuerit diaphanũ. Nam comprehensio uisus de re uisa ex posteriori aeris, qui est medius inter eos, non est propter humiditatem aeris, sed propter diaphanitatẽ eius. Quoniam si medium fuerit inter uisum & rem uisam aliquis lapis, aut aliud corpus diaphanũ quodcunq;: comprehendet tunc uisus rem uisam, & erit comprehensio secundum diaphanitatẽ corporis mediantis: & quantò corpus mediũ fuerit magis diaphanũ, tantò erit sensus uisus de re illa manifestior. Et similiter quando fuerit inter uisum & rem uisam aqua clara diaphana, comprehendet uisus rem uisam à posteriori aquæ: & si illa aqua fuerit tincta aliqua tinctura forti, ita ut destruatur diaphanitas, quamuis remaneat in ea humiditas, tunc uisus non comprehendet illam rem uisam, quæ est in aqua. Declarabitur ergo ex istis dispositionibus, quòd uisio non completur, nisi per diaphanitatem corporis medij, & non per humiditatẽ. Illud ergo quod res uisa operatur in uisum apud suam oppositionẽ contra illũ, ex quo est sensus, non cõpletur nisi per diaphanitatẽ corporis medij inter uisum & rem uisam. Lux ergo & color rei uisæ non cõprehendetur à uisu, nisi ex aliquo, quod fit ex illa luce & colore in uisu: & illud non accidit ex luce & colore in uisu, nisi quando corpus medium inter uisum & rem uisam fuerit diaphanum. Diaphanitas aũt non appropriatur alicui ex eis, quæ pendent ex luce & colore, quo diuersificetur à nõ diaphanitate, nisi quia forma lucis & coloris pertransit per diaphanũ, & non pertransit per non diaphanũ: & quia corpus diaphanum recipit formam lucis & coloris, & reddit ipsam partibus oppositis luci & colori, corpus aũt nõ diaphanũ nõ habet istam proprietatẽ. Et quia uisus non sentit lucem & colorem, quæ sunt in re uisa, nisi ex aliquo cõtingente ex luce & colore in uisu, & illud non contingit in uisu, nisi quando corpus medium inter uisum & rem uisam fuerit diaphanum: & corpus diaphanum nulli appropriatur, quo distinguatur à corpore nõ diaphano ex eis,

quę pendent à luce & colore,nisi per receptionẽ formarum colorum,& redditionẽ eorum ad partes oppositas: & declaratũ est,[19 n]quòd quando uisus fuerit oppositus rei uisę,formę lucis & coloris, quæ sunt in re uisa,reddentur uisui,& peruenient in superficiem sentientis : uisus ergo non sentit lu cem & colorem rei uisę,nisi ex forma extensa per corpus diaphanum inter rem uisam & uisum,& ex re,quam facit contingere res uisa in uisu,dum opponitur illi,mediante corpore diaphano.

23. Visio non fit radijs à uisu emissis. 5 p 3.

ET licet nobis dicere , quòd corpus diaphanũ recipit à uisu aliquid , & reddit ipsum rei uisæ, & per continuationẽ istius rei uisæ inter uisum & rem uisam,euenit sensus. Et hæc est opinio po nentiũ radios exire à uisu.Ponatur ergo quòd ita sit, quòd radij exeant à uisu, & pertranseant per corpus diaphanum peruenientes ad rem uisam,& per istos radios fiat sensus. Et cum ita fiat sen sus,quæro an per istos radios reddatur uisui aliquid,aut nõ reddatur? Si uerò sensus fiat per radios, & non reddant uisui aliquid, uisus non sentiet:sed uisus sentit rem uisam,& non sentit,nisi median- tibus radijs: isti ergo radij,qui sentiũt rem uisam,reddunt uisui aliquid,per quod uisus sentit rem ui sam. Et cum radij reddant uisui aliquid, per quod sentit rem uisam, uisus non sentiet lucem & colo- rem,quæ sunt in re uisa,nisi ex aliquo ueniente à luce & colore,quæ sunt in re uisa ad uisum, & radij reddunt illa. Secundum ergo omnes dispositiones non erit uisus, nisi per aduentum alicuius rei ui- sæ à re uisa,siue exierint radij,siue non. Et iam declaratum est,[22 n] quòd uisio non completur,nisi per diaphanitatem corporis medij inter uisum & rem uisam,& nõ completur,quando fuerit mediũ inter ea corpus non diaphanũ. Et est manifestum, quòd corpus diaphanum à nõ diaphano in nullo distinguitur, nisi secundum modum prædictum . Et cum ita sit, ut diximus, & sit declaratum,quòd formæ lucis & coloris,quæ sunt in re uisa,perueniãt ad uisum, quando fuerint oppositæ uisui. Illud ergo,quod uenit ex re uisa ad uisum, per quod uisus comprehendit lucem & colores, quæ sunt in re uisa secundum omnem dispositionẽ, non est nisi ista forma,siue exeant radij,siue non. Et iam decla- ratũ est [14.18 n] quòd formæ lucis & coloris semper generentur in aere,& in omnibus corporibus diaphanis,& semper extendantur in aere,& in corporibus diaphanis ad partes oppositas,siue ocu- lus fuerit præsens,siue non. Exitus ergo radiorũ est superfluus & otiosus. Visus ergo non sentit lucẽ & colorẽ rei uisæ,nisi ex forma ueniente à luce & colore, quæ sunt in re uisa . Et declaratũ est [19 n] quòd forma cuiuslibet puncti rei uisæ, oppositi uisui,peruenit ad uisum secundũ uerticationes mul tas diuersas, & quòd uisus non potest apprehendere formã rei uisæ secundũ suam ordinationẽ in su perficie rei uisæ,nisi quando receptio formarũ fuerit ex uerticationibus linearũ rectarum,quæ sunt perpendiculares super superficiem uisus,& super superficiem mẽbri sentientis,& quòd lineæ rectæ perpendiculares nõ erunt super istas superficies,nisi quando centrũ istarum superficierũ fuerit unũ punctũ. Et cum hoc totum sit,sicut dictũ est: oportet,ut centrũ superficiei glacialis & centrũ superfi ciei uisus sint unum punctũ . Visus ergo nihil potest cõprehendere ex formis rerũ uisarũ,nisi ex uer ticationibus linearũ rectarum,quarũ extremitates concurrunt apud hoc centrũ tantùm. Et hoc est, quod promisimus antè declarare in hoc capitulo in præcedente sermone [12 n] de forma uisus: scili cet quòd centrũ glacialis & centrũ superficiei uisus sunt idem punctũ commune. Et cum hoc decla ratũ sit,remanet ergo modò considerare opinionem ponentiũ radios exire à uisu,& declarare quid in ea falsum,& quid uerũ. Dicamus ergo, si uisio sit ex re exeunte ex uisu ad rem uisam : ista res aut est corpus,aut nõ corpus: Si est corpus,quando aspexerimus cœlũ,& uiderimus stellas, quę sunt in eo,oportet,quòd in illa hora exeat à uisu nostro corpus,& impleat illud,quod est inter cœlũ & terrã, & quòd nihil diminuatur à uisu: & hoc est falsum. Visio ergo nõ est per corpus exiens à uisu ad rem uisam. Et si illud,quod exit à uisu,nõ est corpus,illud nõ sentiet rem uisam: sensus enim nõ est,nisi in corporibus. Nihil ergo exit à uisu ad rem uisam,sentiens rem illã. Et manifestũ est,quòd uisio est per uisum: & cũ hoc sit,& uisus nõ cõprehendat rem uisam,nisi quando exit ab eo ad rem uisam,& illud quod exit, nõ sentit rem illam uisam. Illud ergo quod exit à uisu ad rem uisam,nõ reddit ad uisum ali quid,quo uisus cõprehendat rem uisam. Et hoc quod exit à uisu,nõ est sensibile, sed opinabile, & ni hil debet putari nisi per rationẽ. Ponentes aũt radios exire à uisu,opinãtur hoc,quod illi inuenerũt: quòd uisus cõprehendit rem uisam,& inter illa est spatiũ,& magnũ est hominibus,quòd sensus non est,nisi per contactũ. Quare illi opinati sunt,quòd uisio nõ fit,nisi per aliquid exiens à uisu ad rem ui sam,ita ut illud exiens sentiat rem in suo loco, aut accipiat aliquid à re uisa, & reddat ipsum uisui,& tunc sentiat illud uisus. Et quia non potest exire à uisu corpus sentiẽs rem uisam, & nihil sentit rem uisam nisi corpus: nõ remansit opinari,nisi ut illud,quod à uisu exit ad rem uisam,recipiat à uiso ali- quid,& reddat ipsum uisui. Et quia declaratũ est [14.18.19 n]quòd aer,& corpora diaphana recipiũt formã rei uisæ,& reddunt ipsam uisui,& omni corpori opposito rei uisæ: tunc illud, quod opinãtur, quod reddit uisui aliquid ex re uisa,nõ est,nisi aer & corpora diaphana inter uisum & rem uisam. Et cum aer & corpora diaphana reddũt uisui aliquid ex re uisa,in quolibet tẽpore reddunt, & secundũ omnes dispositiones,quando uisus fuerit oppositus rei uisæ,sine indigẽtia alicuius rei exeuntis à ui su. Ratio ergo quæ induxit ponentes radios ad dicendũ radios esse,est superflua: quoniã illud,quod induxit eos ad dicendũ,quòd radij essent,est illorũ opinio: quia uisio non potest cõpleri,nisi per ali- quid extensum inter uisum & rem uisam,quod reddat uisui aliquid ex re uisa. Et cum aer & corpora diaphana faciant hoc sine indigentia alicuius rei exeuntis à uisu, & sint insuper extensa inter uisum & rem uisam sine indigentia : tunc ad ponendũ aliam rem reddentẽ aliquid uisui de re uisa,nulla est

opinio.

opinio. Dicere ergo esse radios, est nihil. Et etiã omnes mathematici dicẽtes esse radios, nõ utuntur in demonstrationibus, nisi lineis imaginarijs tantùm, & uocant ipsas lineas radiales. Et iam declarauimus nos, quòd uisus nihil cõprehendit ex rebus uisis, nisi ex uerticatiõibus istarũ linearũ tantùm. Opinio ergo opinantiũ, quòd lineæ radiales sint imaginariæ, est opinio uera: & opinio opinantium, quòd aliquid exit à uisu, est opinio falsa. Iam ergo declaratũ est ex omnibus, quę diximus, quòd uisus nõ sentit lucẽ & colorẽ, quę sunt in superficie rei uisæ, nisi per formã extensam à superficie rei uisę ad uisum per corpus diaphanũ mediũ inter uisum & rem uisam: & quòd uisus nihil cõprehendit ex formis, nisi ex uerticationibus linearũ rectarũ, quæ intelliguntur extensæ inter rem uisam & centrũ uisus tantùm, quę sunt perpendiculares super omnes superficies tunicarũ uisus. Et hoc est quod uoluimus declarare. Ista est ergo qualitas uisionis generaliter, quòd uisus nõ cõprehendit ex re uisa, sensu spoliato, nisi lucẽ & colorẽ, quę sunt in re uisa, tantũ. Res aũt residuę, quas cõprehẽdit uisus ex rebus uisis, sicut figurã, & magnitudinẽ, & similia, nõ cõprehenduntur à uisu, sensu spoliato, sed per rationẽ & signa. Et hoc declarabimus nos post in secundo tractatu post declarationẽ completam apud sermonem nostrum de distinctione rerum uisibilium, quas comprehendit uisus. Et hoc, quod declarauimus scilicet qualitatem uisionis, est conueniens opinioni uerificantium mathesin & naturam.

24. Visio uidetur fieri per συναύγειαν, id est receptos simul & emissos radios.

ET declaratũ est ex hoc, quòd duæ sectæ dicant uerũ: & quòd duæ opiniones sint rectæ & cõuenientes: sed non completur altera earũ, nisi per alterã, neq; potest esse uisio, nisi per illud, quod aggregatur ex duabus sectis. Sensus ergo nõ est, nisi ex forma & ex operatiõe formę in uisum, & ex passione uisus à forma: & uisus est paratus ad patiendũ ex ista forma secundũ situm proprium, scilicet situm uerticationũ perpendiculariũ super suam superficiem. Natura aũt uisus non congruit isti proprietati, nisi quia nõ distinguuntur uisibilia, neq; ordinantur partes cuiuslibet eorũ apud uisum, nisi quãdo sensus eius fuerit ex uerticationibus istis tãtùm. Lineæ ergo radiales sunt lineæ imaginabiles, & figuratur per eas qualitas situs, super quã patitur uisus ex forma. Et iam declaratum est [19 n] quòd quando uisus oppositus fuerit rei uisæ, figurabitur inter rem uisam & centrũ uisus pyramis, cuius uertex erit centrũ uisus, & basis eius superficies rei uisæ, & erit inter quodlibet punctũ superficiei rei uisæ, & inter centrũ uisus linea recta, intellecta perpendiculariter super superficies tunicarũ uisus: & sic pyramis cõtinebit omnes istas lineas, & superficies glacialis secabit istã pyramidẽ: quoniã centrũ uisus, quod est uertex pyramidis, est à posteriori superficiei glacialis. Et cũ aer, qui est inter uisum & rem uisam, fuerit continuus, erit forma extensa ab illa re uisa secundũ uerticationẽ illius pyramidis in aere, quã distinguit ipsa pyramis, & in tunicis uisus diaphanis usq; ad partẽ superficiei glacialis, quę distinguitur per istã pyramidẽ: & ista pyramis cõtinebit omnes uerticationes, quę sunt inter uisum & rem uisam, ex quib. cõprehendit uisus formã rei uisę: & erit forma ordinata, sicut est ordinata in superficie rei uisæ, & in parte ista superficiei glacialis: & iam declaratũ est, [16 n] quòd sensus nõ est, nisi per glacialẽ. Sensus ergo uisus ex luce & colore, quę sunt in superficie rei uisæ, non est nisi ex parte glacialis, quam distinguit pyramis figurata inter illam rem uisam & centrum uisus.

25. Visio perficitur, cũ forma uisibilis crystallino humore recepta, in neruũ opticum peruenerit. 20 p 3.

ETiam declaratũ est, [4 n] quòd in isto humore est aliquãtula diaphanitas, & aliquantula spissitudo: & propter hoc assimilatur glaciei. Quia ergo in eo est aliquantulũ diaphanitatis, recipit formas: & hæ pertranseũt in eo, cũ eo, quod est ex eo de diaphanitate: & quia in eo est aliquantulum spissitudinis, prohibet formas à trãsitu in eo, cũ eo, quod est ex eo de spissitudine: & figuntur formæ in eius superficie & corpore, sed debiliter. Et similiter est quodlibet corpus diaphanũ, in quo est aliquid spissitudinis, quando super ipsum oritur lux, pertransibit in eo secundũ quod est in eo de diaphanitate, & figetur lux in superficie eius secundũ id, quod est in eo de spissitudine. Et etiã glacialis est præparatus ad recipiendũ istas formas, & ad sentiendũ ipsas. Formæ ergo pertranseunt in eo propter uirtutẽ sensibilem recipientem. Et cum forma peruenerit in superficiem glacialis, operatur in ea, & glacialis patitur ex ea: quoniã ex proprietate lucis est, ut operetur in uisum, & ex proprietate uisus, ut patiatur à luce. Et ista operatio, quam operatur lux in glaciali, pertransit corpus glacialis secundum rectitudinem linearũ radialium tantùm: quoniam glacialis est præparatus ad recipiendũ formas lucis ex uerticationibus linearum radialiũ. Et cum lux pertransit in corpus glacialis, color pertransit cum ea: color enim est permixtus luci, & glacialis recipit istam operationẽ, & istum pertransitum: & ex ista operatione & passione erit sensus glacialis ex formis rerum uisibiliũ, quæ sunt in superficie sua, & pertranseunt per totum suum corpus: & ex ordinatione partium formæ in sua superficie & suo toto corpore, erit sensus eius ex ordinatione partium operantis.

26. Visio est ex eorum numero, quæ dolorem faciunt. 16 p 3.

ET ista operatio, quã operatur lux in glacialem, est ex genere doloris, cum quidam dolores sint passibiles, & nõ læditur membrũ propter eos: & tales dolores nõ manifestantur sensui, neq; iudicat dolens, quòd sit dolor. Et significatio super hoc est, quòd lux inducit dolorẽ: quia luces fortes offendũt uisum, & lædunt manifestè, sicut lux solis, quando aspiciẽs aspexerit corpus ipsius, & sicut lux solis reflexa à corporibus tersis ad uisum, quoniã istæ luces inducũt dolores manifestos in uisũ. Et operatio omnis lucis in uisum est ex eodẽ genere, & nõ diuersificatur, nisi secundũ magis

& minus: & cum omnes sint ex uno genere, & operatio fortiorũ luciũ est ex genere doloris: omnes
ergo operationes luciũ sunt ex genere doloris: & non diuersificantur, nisi secundũ magis & minus:
& propter leuitatē operationũ luciũ debiliũ temperatarũ in uisum, latet sensum eas inducere dolo-
rem. Sensus ergo glacialis ex operatione lucis est de genere sensibilis dolorosi. Deinde iste sensus,
qui cadit in glacialē, extenditur in neruo optico, & uenit ad anterius cerebri, & illic est ultimus sen-
sus, & sentiens ultimũ, quod est uirtus sensitiua, quę est in anteriore cerebri. Et ista uirtus cōprehen
dit sensibilia: uisus aũt nō est, nisi quoddam instrumentũ istius uirtutis: quoniā uisus recipit formas
rerum uisarum, & reddit eas sentienti ultimo, & sentiens ultimũ comprehendit istas formas, & com
prehendit ex eis res uisibiles, quę sunt in eis. Et illa forma in superficie glacialis extenditur in corpo
re glacialis: deinde in corpus subtile, quod est in concauo nerui, quousq; perueniat ad neruum com
munem, & apud peruentum formæ apud neruum communem completur uisio, & ex forma uenien
te in neruum communem, comprehendet ultimum sentiens formas rerum uisarum.

27. Vtroq; uisu una uisibilis forma plerunq; uidetur. 28 p 3.

ET aspiciens cōprehendet res uisas duobus oculis, & sic oportet, ut forma rei uisę perueniat ad
utrunq; uisum: quare peruenient ad uisum ab una re uisa duæ formę, cũ aspiciens comprehen
dat unam rem uisam. Et hoc est, quia duæ formæ, quæ perueniunt ad duos uisus ex uno uiso,
quando perueniunt ad neruum cōmunem, concurrunt, & superponitur una alij, & efficitur una for
ma, & ex illa forma adunata ex duabus formis comprehendit ultimũ sentiens formam illius uisi. Et
significatio super hoc est, quòd duæ formæ, quæ perueniũt ad duos oculos ab uno uiso, ordinantur
& efficiuntur una forma, antequam cōprehendat ipsas ultimum sentiens. Quòd aũt ultimũ sentiens
non cōprehendat formā, nisi post adunationē duarum formarũ: est: quòd quando aspiciens mutaue
rit sitũ oculi unius, & alius fuerit immotus, & motus unius oculi mutati secundũ situm, fuerit ad an
terius, uidebit de re una opposita duas, & si aperuerit unũ oculum, & cooperuerit alterũ, nō uidebit
nisi unum. Si ergo sentiens comprehendisset unũ, quia unum, deberet ipsum cōprehendere semper
unum: & si uenissent ad ipsum semper duæ formæ ab uno uiso, cōprehenderet semper unum uisum,
duo. Et cum ultimũ sentiens non comprehendat uisum, nisi ex forma ueniente ad ipsum, & aliquan
do comprehendat unā rem uisam, duas, & aliquando unam: est signũ, quòd id, quod uenit ad ipsum,
quando comprehendit ipsum duo, est forma duplex: & quando cōprehendit unā rem uisam, unam,
quod uenit ad ipsum, est forma una. Et cum in utraq; dispositione perueniunt ab uno uiso ad duos
oculos duæ formæ: & illud, quod redditur ultimo sentienti, aliquando est duplex forma, aliquando
una: & forma, quæ redditur ultimo sentienti, non redditur nisi à uisu: tunc illud, quod redditur ulti-
mo sentienti ex duabus formis, quæ perueniunt ad duos oculos ab uno uiso, quando cōprehende-
rit ipsum unum, est una forma. Et cum ita sit, duæ ergo formæ prædictæ extenduntur à duobus ocu
lis, & concurrunt, antequam comprehendat ipsas ultimũ sentiens, & post cōcursum inter se, com-
prehendet sentiens ultimā formam adunatam ex eis. Et duæ formæ, quæ perueniũt ad duos oculos
ab uno uiso, quando ultimũ sentiens comprehendit ipsum duo, extenduntur à duobus oculis, & nō
concurrunt, & perueniunt ad ultimũ sentiens, & sunt duæ formæ. Et comprehensio unius uisi, quod
apparet aliquando unũ, aliquando duo, significat quòd uisio non est per oculum solummodo: quo-
niam si ita esset apud comprehensionē uisi, quod unũ apparet, comprehenderent duo oculi ex dua-
bus formis peruenientibus ad eos, unam & eandem formā: & si ita esset, cōprehenderent semper ex
duabus formis unam formā. Et cum unum uisum cōprehendatur aliquando unum, aliquando duo,
& in utraq; dispositione sint in duobus oculis duæ formę: significatur, quòd illic est aliud sentiens,
præter duos oculos, ad quod perueniunt ab uno uiso, quando cōprehenduntur per unũ, duę formę
unũ, & apud quod cōprehenduntur duæ formæ, quando cōprehenduntur, duę: & quòd sensus non
cōpletur, nisi per illud sentiens tantùm, non per oculũ tantùm. Et etiā sensus non extenditur à mem
bris ad ultimũ sentiens, nisi in neruis continuatis membris & cerebro. Duæ ergo formæ extendun
tur ab oculo in neruo extenso inter oculum & cerebrũ, quousq; perueniant ad ultimũ sentiens. Istæ
ergo duæ formæ extenduntur à duobus oculis, & concurrunt in loco concursus duorũ neruorũ. Et
significatio manifesta, quòd formæ rerum uisarũ extenduntur in concauo nerui, & perueniũt ad ul
timum sentiens, & post peruentũ compleatur uisio: est: quòd quando fuerit oppilatio in isto neruo,
destruitur uisio, & quādo destruitur oppilatio, reuertitur uisio. Et ars medicinalis testatur hoc. Qua
re uerò aliquando concurrant duæ formæ, aliquando non: est: quia quando situs duorũ oculorum
fuerit naturalis, erit situs eorũ ab uno uiso situs consimilis: & sic perueniet forma unius uisi in duo
loca consimilis situs: & cum fuerit declinās situs unius oculi, diuersabitur situs oculorũ ab illo uiso:
& sic peruenient duæ formæ illius uisi diuersi situs. Et iam prædictũ est in forma oculi, [4 n] quòd
situs nerui cōmunis à duobus oculis, est situs consimilis: & sic erit situs duorum locorũ consimilis,
situs à duobus oculis ab eodem loco nerui cōmunis situs consimilis, & ex duobus neruis concauis
fit unus, in quo uniuntur duæ formæ uisus. Et licet dicere, quòd formę uenientes ad oculũ, non per-
ueniunt ad neruũ cōmunem, sed sensus extenditur ab oculo ad neruũ cōmunē, sicut extenditur sen
sus doloris & tactus, & tũc cōprehendit ultimũ sentiēs illud sensibile. Et nos dicemus, quòd sensus
ipse ueniens ad oculum, peruenit ad neruum cōmunem omnino, tamen sensus, qui peruenit ad ocu
lum, non est sensus doloris tantùm, sed est sensus operationis de genere doloris, & est sensus lucis &
coloris, & sensus ordinationis partiũ uisi. Sensus aũt diuersitatis coloris & ordinationis partiũ uisi

non

non est in genere doloris. Et nos declarabimus pòst, quomodo erit sensus uisus ex omnibus rebus istis. Sensus ergo perueniens in neruum communem est sensus lucis, & coloris & ordinationis, & illud, à quo comprehendit sentiens ultimum lucem & colorem, est aliqua forma.

28. Corpora perspicua nata atq; apta sunt ad recipiendum reddendumq; obiectis corporibus lucem & colorem, absq; ulla sui mutatione. 4 p 2.

ET remanet modò explicare quæstionē, quæ est. Quoniam formę lucis & coloris extenduntur in aere, & in corporibus diaphanis, & perueniunt ad uisum: & aer & corpora diaphana recipiunt omnes colores: & formæ cuiuslibet lucis, quæ sunt præsentes in eodē tempore, extenduntur in eodem tēpore, & in eodē aere, & perueniunt ad uisum, & pertranseunt diaphanitatē tunicarum uisus: quare oportet, ut admisceantur isti colores & lux in aere, & in corporibus diaphanis, & perueniant ad uisum mixta omnia. Et sic non distinguuntur à uisu colores rerū uisarū. Et si ita est: Sensus ergo uisus non potest esse ex istis formis. Dicamus ergo quòd corpora diaphana non immutantur à coloribus, neq; alterantur ab eis alteratiōe fixa, sed proprietas coloris & lucis est, ut formæ eorum extendantur secundum uerticationes rectas: & ex proprietate est corporis diaphani, ut non prohibeat formas lucis & coloris transire per suam diaphanitatem: & illud non recipit formas, nisi receptione ad reddendum, non receptione ad alterandum. Et declaratum est [14.18 n] quòd formæ lucis & coloris non extenduntur in aere, nisi secundum lineas rectas. Formæ ergo lucis & coloris, quæ sunt in corporibus præsentibus simul in eodem aere, extenduntur secundum lineas rectas, & erunt illæ lineæ, super quas extenduntur formæ diuersæ, quædam æquidistantes, & quædam secantes se, & quædam diuersi situs: & quælibet uerticatio earum est distincta per corpus, à quo extenditur forma super illam uerticationem. Formarum ergo extensarum à corporibus diuersis in eodem aere, quælibet extenditur super suam uerticationem, & pertransit ad formas oppositas.

29. Lux & color per corpora perspicua distinctè penetrant. 5 p 2.

ET significatio, quòd luces & colores nō permisceantur in aere, neq; in corporibus diaphanis: est, quòd quando in uno loco fuerint multę candelæ in locis diuersis & distinctis, & fuerint omnes oppositæ uni foramini pertranseunti ad locum obscurum, & fuerit in oppositione illius foraminis in obscuro loco paries, aut corpus non diaphanum: luces illarum candelarum apparent super corpus uel super illū parietē, distinctę secundum numerū candelarum illarū: & quælibet illarum apparet opposita uni candelę secundū lineam transeuntē per foramē: & si cooperiatur una candela, destruetur lux opposita uni candelę tantùm: & si auferatur coopertoriū, reuertetur lux. Et hoc poterit omni hora probari: quòd si luces admiscerentur cū aere, admiscerentur cū aere foraminis, & deberent transire admixtæ, & nō distinguerentur postea. Et nos nō inuenimus ita. Luces ergo non admiscētur in aere, sed quælibet illarū extenditur super uerticationes rectas: & illę uerticatiōes sunt æqui distātes, & secātes se, & diuersi situs. Et forma cuiuslibet lucis extēditur super oēs uerticatiōes, quę possunt extendi in illo aere ab illa hora: neq; tamē admiscentur in aere, nec aer tingitur per eas, sed pertranseunt per ipsius diaphanitatē tantùm, & aer non amittit suā formā. Et quod diximus de luce, & colore, & aere, intelligendū est de omnib. corporibus diaphanis, & tunicis uisus diaphanis.

30. Humor crystallinus lucem & colorē aliter recipit, quàm cætera perspicua corpora. 22 p 3.

MEmbrum uerò sentiens, scilicet glacialis, nō recipit formā lucis & coloris, sicut recipit aer, & alia diaphana nō sentientia, sed secundū modū diuersum ab illo modo: Quoniā istud membrum est præparatū ad recipiendū istam formā: recipit ergo istam, quatenus est sentiens, & quatenus est diaphanū. Et iam declaratū est, [26 n] quòd passio eius ex ista forma, est ex genere doloris. Qualitas ergo receptiōis eius ab ista forma, est diuersa à qualitate receptionis corporū diaphanorum nō sentientiū: Sed tamen istud membrū cum suā receptione ab ista forma, quatenus est sentiens, & cum sua alteratione uel mutatione, nō tingitur per istam formā illius tinctura, neq; remanet formæ coloris & lucis post recessum eius à sua oppositione, uel recessu earū. Et potest cōtradici huic sermoni dicendo. Quoniā iam prædictū est, [1 n] quòd colores fortes scintillantes, super quos oriuntur luces fortes, operantur in oculū, & remanent illarū alterationes in uisu post recessum, & remanent formæ coloris in oculo tēpore aliquanto, & quodcunq; cōprehenderit uisus post hoc, erit admixtum cū illis coloribus. Et hoc est manifestū, & non dubitatur. Quod cum ita sit: uisus ergo tingitur à colore & luce: & sequitur quòd corpora diaphana tingantur à lucibus & coloribus. Et nos dicemus, respondendo ad hoc: quod hoc ipsum significat, quòd uisus nō tingitur à colore & luce, neq; remanent in eo alterationes coloris & lucis: quoniā istæ alterationes, quas diximus, nō accidūt nisi extranea fortitudine, scilicet fortitudine lucis & coloris. Et manifestū est, quòd istę alterationes nō remanent in uisu, nisi modico tēpore, & pòst auferuntur, & tunc debiles sunt immutationes, nec remanet aliquid: Tunc ergo uisus nō tingitur ab istis alterationibus alteratione fixa, nec remanent in eo post recessum. Et ex hoc declarabitur, quòd luces & colores operantur in uisum, nec remanent eorū alterationes post recessum, nisi paruo tēpore. Glacialis ergo alteratur à luce & coloribus tantùm, ut sentiat, & deinde aufertur immutatio post recessum. Alteratio ergo eius à luce & colore est necessaria, sed natura nō fixa. Et etiā uisus est præparatus ad patiendū colores & luces, & ad sentiendum eos: neq; tamē remanet in eo alteratio. Et aer & corpora diaphana, & tunicæ uisus diaphanæ anterioris glacialis nō sunt præparatæ ad patiendū lucē & colorē, & sentiendū ea, sed ad reddendū

luces & colores tantùm. Iam ergo declaratũ eſt, quòd uiſus nõ tingitur ex coloribus & formis lucis tinctura fixa: & declaratũ eſt, quòd formę lucis & coloris non admiſcẽtur in aere & corporibus diaphanis: & quòd uiſus multi cõprehendunt ipſos in aere, & in eodem tempore, & quilibet eorũ comprehendit ipſos ſecundum pyramidem, quæ diſtinguitur inter ipſos & centrum uiſus.

31. Colores uiſibilium in obiectis corporibus illuminantur, & obſcurantur præcipuè, pro lucis qualitate & obiectorum corporum coloribus. Vide 3 n.

QVare uerò nõ appareant omnes formę omniũ corporũ uel colorũ ſuper omnia corpora oppoſita, ſed quædam appareant, quædã nõn: nõ eſt: niſi quando color fuerit fortis, & lux, quæ eſt in corpore, fuerit fortis, & lux, quę eſt in corpore, ſuper quod apparet forma coloris, debilis: & hoc pertinet ad uiſum: quoniã iſtę formę colorũ nõ oriuntur ſuper corpora oppoſita illis, niſi illuminẽtur, ſed ſuper corpora illuminata cũ quolibet lumine: quoniã formę lucis & coloris eius ſemper oriũtur ſuper omnia corpora oppoſita illis, quorũ remotio nõ eſt extranea, multa, fortis, lõga. In lucibus uerò hoc manifeſtatur. Quoniã, quãdo fuerit experimẽtatũ omne corpus illuminatũ quolibet lumine, ita quòd fuerit lux ualde debilis, & fuerit experimẽtatũ ſecũdũ modos, quos declarauimus, [2 n] ſcilicet, ut ſit poſitũ in ſua oppoſitione corpus albũ, & illud corpus ſit in loco obſcuro, & fuerit inter corpus illuminatũ, & locũ illũ obſcurũ foramen ſtrictũ: inuenietur quòd ſuper illud corpus tũc apparebit lux, colores aũt nõ apparebũt, niſi ſecundũ modũ prędictũ: quoniã declaratũ eſt per inductionẽ, quòd formæ colorũ ſemper ſunt debiliores ipſis coloribus, & quãtò formæ fuerint remotiores à ſuo principio, tantò erũt debiliores. Et declaratũ eſt [2 n] per inductionẽ, quòd fortes colores, quando fuerint in locis obſcuris, & fuerint luces, quæ ſunt ſuper ipſos, ualde debiles: iſti colores apparebunt obſcuri, & nõ diſtinguentur à uiſu: & quando fuerint in locis illuminatis, & fuerit lux, quę eſt ſuper ipſos, fortis: apparebunt colores, & diſtinguentur à uiſu. Et declaratũ eſt etiam per inductionẽ, quòd, quando lux fortis fuerit ſuper formas colorũ apparentes ſuper corpora oppoſita illis, latebunt uiſum, & nõ apparebunt, niſi quando lux fuerit remota. Et etiã declaratum eſt, quòd, quãdo lux fuerit fortis, & peruenerit ad uiſum, prohibebit ipſum ab apprehenſione rerũ uiſarũ non apparentium in ſe multùm, & oppoſitarum illi tunc. Et etiam declaratum eſt, [3 n] quòd uiſus non comprehendit colores, niſi ex forma ueniente ad ipſum ex illo colore, & quòd comprehenſio ipſius erit ſecundum uerticationes proprias. Quando ergo inſpiciens aſpexerit corpus denſum, ſuper quod oriebatur forma coloris: non comprehendit illam formam, niſi ex ſecunda forma ueniente ad ipſum ex illa forma: & iſta forma ſecunda eſt debilior forma prima, quæ eſt ſuper illud corpus, & prima forma eſt debilior ipſo colore. Et uiſus non comprehendit illud corpus denſum, ſuper quod apparet forma, niſi quando in eo apparuerit aliqua lux, ſiue lux ueniens cum forma coloris ſuper ipſum orientis, ſiue illa lux cum alia. Forma ergo ſecunda, quæ uenit ad uiſum ex prima forma coloris: uenit ad ipſum cum forma lucis, quæ eſt in illo corpore denſo, & color illius corporis denſi, ſuper quod eſt iſta forma, comprehendetur à uiſu etiam in illa diſpoſitione. Forma ergo coloris uenit ad uiſum cum forma ſecunda ueniente ad ipſum ex forma coloris, quæ eſt ſuper ipſum: & forma coloris iſtius corporis, quæ uenit ad ipſum uiſum in illa diſpoſitione, eſt prima forma: uiſus autem non comprehendit illud, quod comprehendit, niſi ex uerticationibus proprijs: & uerticatio propria, quæ eſt inter ipſum & corpus denſum, ſecundum quod comprehendit formam illius corporis denſi, eſt eadem cum uerticatione ſua, ſecundum quam comprehendit formam ſecundam uenientem ex forma coloris orientis ſuper illud corpus: quoniam illa forma eſt in ſuperficie illius corporis. Viſus ergo cõprehendit ipſam ex uerticationibus, quæ ſunt inter ipſum & illud corpus: & ipſe comprehendit colorẽ ipſius ex uerticationibus, quę ſunt inter ipſum & illud corpus. Et ſimiliter comprehendit uiſus lucem, quæ eſt in illo corpore, ex illis eiſdem uerticationibus. Tres ergo formæ uenientes ex illo corpore ad uiſum, comprehenduntur à uiſu ex eadem uerticatione: & quidem admixtæ. Et formæ ſecundæ, quæ ueniunt ad uiſum ex forma coloris, quæ eſt ſuper corpus oppoſitum illi, comprehenduntur à uiſu ſemper admixtæ cum forma coloris illius corporis, & cum forma lucis eius. Viſus ergo comprehendit ex congregatione duorum colorum formam diuerſam à forma cuiuslibet eorum. Si ergo corpus, ſuper quod eſt forma, habuerit fortem colorem, erit forma eius, quæ uenit ad uiſum, fortis: & eſt prima forma, & eſt admixta cum ſecunda forma, quæ uenit ad ipſum ex forma coloris uenientis ſuper illud corpus: & iſta forma eſt debilis: quare nõ apparet uiſui. quoniam quando cum colore debili fuerit admixtus color fortis, ipſe ſcilicet color fortis uincet debilem: & ſimiliter inueniuntur ſemper colores & tincturæ, quando admiſcentur inter ſe. Forma uerò coloris non latet, quando lux eſt ſuper ipſam fortis, & cum albedine corporis. Etiam declaratum eſt, [2 n] quòd lux fortis, quando uenit ad uiſum, prohibet uiſum à comprehenſione formarum debilium. Quando ergo ueniet ad uiſum lux fortis cum albedine corporis, ſuper quod cadit, prohibet ipſum à comprehenſione ſecundæ formæ debilis, quæ uenit ad ipſum cum ea: & ſi corpus, ſuper quod eſt forma coloris, fuerit album, & lux, quæ eſt ſuper ipſum, fuerit debilis, & forma coloris, quæ eſt ſuper ipſum, fuerit debilis: tunc forma lucis, quæ eſt in illo corpore, quamuis ſit debilis cum albedine corporis, fortè uincet formam coloris, quę eſt ualde debilis, & cum uenerit ad uiſum, non diſtinguetur forma illa à uiſu. Et ſi corpus, ſuper quod eſt lux, fuerit album, & color cum forma, quæ oritur ſuper ipſum, fuerit niger, aut obſcurus, non obſcurabitur illa forma, niſi albedine illius corporis tantùm, & erit quaſi umbra, & comprehendet uiſus illud corpus

non

non ualde album, ficut comprehendit corpus album in umbra. Quare non distinguetur ab eo forma. Et omne hoc erit ita, quando lux, quæ est in corpore colorato, fuerit fortis, & forma, quæ oritur ab eo super corpus oppositum, fuerit albedinis debilis. Si autem lux, quæ est in corpore colorato, fuerit debilis: tunc forma, quæ exit ab eo super corpus oppositum, erit obscura, & erit apud uisum, sicut colores, quos comprehendit in locis obscuris, in quibus est lux ualde debilis, & quasi colores corporum diaphanorum, super quæ oritur lux debilis. Formæ ergo colorum, quæ sunt in corporibus coloratis, quando lux, quæ est super ipsa, fuerit debilis, quando oriuntur super corpora opposita sibi, non erunt, nisi umbræ tantùm quo ad sensum uisus. Et si corpus oppositum colori fuerit in loco obscuro, nihil apparebit super ipsum propter suam obscuritatē, & obscuritatem formæ uenientis ad ipsum. Et si corpus oppositū illi colori fuerit in illuminato loco, & fuerit super ipsum lux, præter lucē illius formæ, & fuerit illud corpus illuminatum: apparebit color eius super istam formam, & apparebit uisui color istius corporis, & nō apparebit forma: quoniam est sicut umbra, & non distinguetur à uisu ista diminutio. Et si istud corpus, super quod est forma, fuerit album, & præterea fuerit illuminatum cum alio lumine, præter lumen formæ: tunc forma obscurabit albedinem istius corporis, & lucem eius tantùm propter suam obscuritatem, sicut faciūt umbræ in corporibus alijs: & formæ, quæ sunt huiusmodi, tantùm comprehēduntur à uisu super corpora opposita coloribus. Visus ergo non comprehendit formam coloris super corpus oppositum colori, nisi quando forma secūda ueniens ad ipsum ex forma coloris, fuerit fortior, & potētior prima forma ueniēte ad ipsam cum ea, ex luce & colore, quæ sunt in corpore, super quod est forma. Et iste modus est ualde rarus: & propter hoc rarò apparet huiusmodi forma, & non apparet ex ea, nisi illud, quod est ex coloribus fortibus scintillantibus. Et similiter quòd lux debilis, nō apparet super corpus oppositum sibi: est: quia corpus oppositū luci debili, quando fuerit illuminatū ab alio lumine, admiscebuntur duæ luces, & sic non distinguetur lux debilis à uisu. Et cū corpus oppositum luci debili fuerit obscurum, non apparebit forma lucis debilis super ipsum: quoniam forma lucis debilior est ipsa luce: & forma secunda ueniens ad oculū ab ista forma, ex qua oportet uisum comprehēdere istam formam super corpus oppositū luci, est debilior ista forma. Cum ergo lux fuerit debilis, & corpus oppositū fuerit obscurum: erit forma, quæ est super corpus oppositū, ualde debilis, & erit forma secūda, quæ uenit ex illa, in fine debilitatis. Visus autē non comprehendit lucē, quæ est in fine debilitatis. Formæ ergo omnium colorū illuminatorum, & formæ omnis lucis oriuntur super corpora opposita, & nō apparent pleræq; illarū propter caussas, quas diximus: & quædā apparent, quando fuerint secundū modum, quem narrauimus. Iam ergo declarata est caussa, propter quā non comprehēdit uisus formas omnium colorū, quæ sunt in corporibus coloratis super omnia corpora opposita illi, & cōprehendit quasdā: & cum hoc comprehēdit omnes colores, qui sunt in corporibus coloratis. Et caussa est, quia comprehendit colores, qui sunt in corporibus coloratis ex propria forma ueniente ad ipsum ex eis, quæ est fortior forma secunda ueniente ad ipsum ex formis colorum, qui sunt super corpora opposita illi. Et comprehendit etiā formam colorum singularē non admixtam cum alia: & comprehendit secundā formam uenientē ad ipsum ex formis colorum admixtam cum alia. Et hoc est quod promisimus declarare in fine capitis tertij. Et declaratū est modò, quòd colores, quos comprehendit uisus ex rebus uisis, non comprehendit, nisi admixtos cū formis lucis, quæ sunt in eis, & admixtos cum omnibus formis orientibus super ipsos ex coloribus corporum oppositorum. Et si in corpore diaphano, quod est medium inter ipsos & uisum, fuerit aliqua spissitudo, admiscebitur color eius etiam cum eis, & uisus non comprehendit illum colorem singularem: sed tamen formæ, quæ oriuntur super corpora colorata, sunt in maiori parte ualde debiles: & formæ secūdæ, quæ ueniunt ex eis ad uisum, sunt in fine debilitatis: & propter hoc erunt colores ipsorum corporum plerunque fortiores formis orientibus super ipsa. Et similiter si in corpore diaphano, quod est inter uisum & rem uisam, fuerit modica spissitudo, non distinguetur à uisu color eius à colore uisi uenientis cum eo, quando color uisi uenientis cum eo, fuerit fortior colore illius.

32. Lux uehemens tribus potissimùm de caussis uisibilia quædam obscurat. Vide 2 n.

QVare uerò lux fortis prohibeat uisum à comprehēsione quarundam rerū uisarum: est: quia formæ, quæ ueniunt ad uisum super unam uerticationem, non comprehēduntur à uisu, nisi admixtæ. Et cum quædam formæ admixtæ fuerint fortis scintillationis, & quædam debilis, superabit forma fortis formam debilem, & sic nō comprehendetur forma debilis à uisu. Et cum formæ admixtæ fuerint propinquæ in fortitudine, comprehendentur à uisu, & erit comprehensio cuiuslibet illarum secundum illud, quod permiscebitur cum eis ex formis admixtis cum eis: quoniam formæ admixtæ non comprehenduntur à uisu singulariter, sed admixtæ. Stellæ ergo non comprehenduntur à uisu in luce diei, quia lux, quæ peruenit in aerem, est fortior luce stellarum. Cum ergo inspiciens aspexerit cœlum in luce diei: erit aer, qui est inter ipsum & cœlum, illuminatus à luce solis, & continuatur cum uisu, & erunt stellæ ex posteriori illius lucis. Venient ergo forma stellæ, & forma lucis, quæ est in aere medio inter uisum & stellam, ad uisum super unam uerticationem: & sic comprehendentur admixtæ. Sed forma lucis diei est in aere fortior multò forma lucis stellæ: quare superabit lux aeris lucem stellæ, & sic non distinguetur forma stellæ. Et similiter est lux debilis, quæ est in medio lucis fortis, sicut ignis debilis in luce solis, & sicut noctiluca in luce diei, & similibus: ista enim uisibilia quando fuerint in

luce solis aut diei, uenient formæ eorum ad uisum admixtæ cum forma lucis fortis orientis super ipsas, & comprehendet uisus formam huiusmodi rerũ uisarum admixtam cum forma lucis fortis. Quare superabit forma lucis fortis formam debilem. Et multoties latet lux debilis, & forma rei uisæ debilis, quando peruenerit in uisum lux fortis, quamuis nõ sit peruentus duarum formarum ad uisum ex una uerticatione. Et hoc erit, quãdo peruentus duarum formarum fuerit ex duabus uerticationibus uicinantibus. Et hoc apparet nocte, & in luce ignis. Quoniam uisus quando comprehenderit lucem ignis, & fuerit ignis propinquus uisui, & fuerit lux eius fortis, & fuerit in oppositione uisus in illa dispositione aliquod uisibile, in quo est lux debilis accidentalis, & fuerit illud uisibile remotius à uisu quàm ignis, & fuerit super uerticationem uicinãtem uerticationi ignis: tunc uisus non comprehendet uisibile illud comprehensione uera. Et si aspiciens cooperuerit ignem à suo uisu, aut remouerit se à uerticatione ignis, ita ut sit uerticatio, à qua comprehendet illud uisibile, remota à uerticatione ignis: tunc comprehendet illud uisibile comprehensione manifestiore. Et caussa illius est, quòd uisibile, in quo est lux debilis accidentalis, habet formam obscuram, & cum ipsam comprehenderit uisus, non autem comprehenderit cum ea lucem fortem: sentiet lucem debilem, in qua est aliquid obscuritatis inter uisum, aut priuationem lucis fortis à parte eius, in quam peruenit lux debilis. Et cum uisus comprehenderit formam lucis debilis, & comprehenderit cum ea lucem fortem: tunc etiam comprehendet lucem fortem in parte contingente partem uisus, qua comprehendebat formam obscuram: non comprehendet autem uisus lucem debilem, quæ est in forma obscura propter duo: quorum unum est, quòd lux fortis, quando peruenerit ad uisum, illuminatur totus uisus, & cum totus uisus fuerit illuminatus, non apparebit in eo lux debilis, & maximè quando lux debilis fuerit proportionis minimæ respectu lucis fortis. Alterum est coniunctio lucis debilis cum luce forti in duabus partibus uisus uicinãtibus, & quia lux debilis respectu lucis fortis est ferè obscuritas. Et cum lux appropinquabit ad formam obscuram debilem, & forma lucis fortis fuerit in uisu: non comprehendet uisus formam, quæ est in luce obscura, neque comprehendet etiam formam obscuram, nisi obscuritatem tantùm: & sic non distinguetur ab eo forma, neque comprehendet eam comprehensione uera. Et occultatio formarum debilis lucis propter uicinitatem lucis fortis, habet simile in coloribus: quoniam color fuscus si intingatur cũ corpore albo punctatim, apparebunt ipsa puncta nigra propter fortitudinem albedinis: & si eadẽ puncta fuerint posita supra corpora ualde nigra, apparebunt ferè alba, & non apparebit obscuritas, quæ est in eis. Et quando illa tinctura fuerit in corporibus, quæ non sunt multùm alba, neque multùm nigra: apparebit color secundum suum esse. Et similiter quando color uiridis segetalis fuerit super corpus citrinum, apparebit illa tinctura obscura: & quando fuerit in corpore nigro, apparebit illa tinctura similis colori origani. Et similiter est omnis tinctura media inter duas extremitates. Visibilia ergo uicinantia, quando fuerint remota in fortitudine & debilitate coloris: quod est debilis coloris, latebit uisum: quoniam qualitates lucis & coloris non comprehenduntur à uisu, nisi respectu eorum inter se. Et lux fortis non prohibebit uisum à comprehensione uisibilium lucis debilis, nisi propter admixtionem formæ lucis debilis cum formis eorum, & propter uictoriam formarum lucis fortis super formas lucis debilis, & debilitatem sensus ad comprehendendum illud, quod est minimæ proportionis, respectu fortis. Iam ergo compleuimus declarationem omnium rerum dependentium ab illo capitulo.

DE OFFICIO ET VTILITATE INSTRVMENTORUM uisus. Caput sextum.

33. Multiplex & uaria est partium uisus utilitas: diuersaq́ sunt ipsarum inter ipsas officia. 4 p 3.

TVnicæ, quas diximus in declaratione formæ uisus, sunt instrumenta, per quæ completur uisio. Tunica uerò prima, quæ dicitur cornea, est tunica diaphana, & nonihil fortis, & est superposita foramini, quod est in anteriori uueæ. Et prima utilitas eius est, quòd cooperit foramen uueæ: quare retinet humorem albugineum, qui est in anteriori uueæ: & est diaphana, ut transeant in ea formæ lucis & coloris ad interius uisus: quoniam non transeunt, nisi per diaphana. Fortitudo autem eius est, ut non corrumpatur citò: quoniam est exposita aeri, & potest citò corrumpi ex fumo, & puluere, & similibus. Humor autem albugineus est diaphanus, & est humidus & fluxibilis. Diaphanus autem est, ut pertranseant in eo formæ, & perueniant in eo ad humorem glacialem: humiditas autem eius est, ut semper humefaciat humorem glacialem, ita ut eius natura sit custodita: quoniam tela, quæ est super glacialem, est ualde tenuis, & nimia siccitate potest corrumpi. Tunica autem nigra continens humorem albugineum, quæ est uuea, est nigra, & fortis, spissa, & sphærica: & in anteriori eius est foramen rotundum, sicut narrauimus. Nigredo uerò eius est, ut obscuretur humor albugineus & glacialis, ita ut appareant in eis formæ lucis debilis: quoniam lux debilis ualde apparet in locis obscuris, & latet in locis luminosis. Et est aliquantulum fortis, ut retineat humorem albugineum, & ut non resudet ex eo aliquid foras. Et est spissa, ut sit obscura: quoniam si esset rara, esset diaphana: sed cum fuerit spissa, obscurabitur anterior pars eius. Et est sphærica, quia magis temperata figurarum est sphærica, & est magis remota ab offensionibus: habens enim angulos, citius alteratur per angulos. Foramen autem, quod est in anteriori

riori istius tunicæ, est, ut pertrãseant ipsum formæ ad interius uisus: & est rotundum, quia rotunditas est simplicissima figurarũ, & amplissima isoperimetrarum. Humor autẽ glacialis habet multas proprietates, per quas completur sensus: quoniam est humidus & subtilis: & est in eo aliquid diaphanitatis & spissitudinis: & super ipsum est tela ualde rara: & figura superficiei eius est cõposita ex duabus superficiebus sphæricis diuersis: & anterior illarũ est maioris sphæricitatis altera. Est autem humidus, ut citius patiatur à luce: & est subtilis, quia talia corpora sunt subtilis sensus: & est aliquantulum diaphanus, ut recipiat formas lucis & coloris, & ut pertrãseant per ipsum lux & color: & est aliquantulũ spissus, ut remaneant in eo diu formæ lucis & coloris, ita ut appareat uirtuti sensibili forma lucis & coloris, quæ figebantur in eo. Nam si esset diaphanus in fine diaphanitatis, pertransirent formæ in eo, & non pateretur à formis passione, quæ est ex genere doloris: & sic nõ comprehenderet formas. Tela autẽ, quæ est super istum humorẽ, est, ut retineat ipsum, ne fluat: quoniã humores nõ retinerentur, sed aliquò fluerent, & nõ remanerent secundũ unam figuram. Et ista tela est ualde rara, ut nõ occultet formas uenientes: & est sphærica propter caussam, quam diximus. Et superficies anterioris eius est ex sphæra maiori, ut sit æquidistans superficiei anteriori uisus, ita ut centrum illarũ sit unumpunctum. Neruus autẽ opticus, super quem componitur oculus totus, est cauus, ut currat per ipsum spiritus uisibilis à cerebro, & perueniat ad glacialem, & det ipsi uirtutem sensibilem successiuè, & ut pertranseant etiã formæ in corpore subtili currẽte in suo concauo, quousq; perueniant ad ultimum sentiens, quod est in anteriori cerebri. Et principia duorũ neruorum, super quos componũtur oculi duo, sunt in duabus partibus anterioris cerebri, ut situs duorũ oculorum à suis principijs sit situs consimilis: & nõ fuit principium eorum à medio anterioris cerebri, quia iste locus est proprius sensui ordinatus. Quare autẽ sint duo oculi, est benignitas operatoris, ut si uni illorum accideret interitus, remaneret alter, & ut forma faciei esset pulchrior. Caussa autẽ, propter quam concurrant isti duo nerui, iam fuit dicta in qualitate uisionis.

34. Superficies tunicarum uisus sunt globosæ. 3.4 p 3.

SVperficies uerò tunicarum oculi sunt sphæricæ & æquidistantes, & centrum illarũ est unum punctum: ita ut perpendicularis, quæ est super primam illarũ, sit perpendicularis etiam super omnes: & sunt sphæricæ, ut exeant omnes ab uno puncto, quod est centrum illarũ: deinde distent apud extremitates secundũ remotionem à centro: ita ut pyramis extensa à centro, contineat omnes perpendiculares exeuntes ab illa re uisa, & distinguat ex superficie uisus & mẽbri sentientis partem, licet paruam, continentem tamen totam formam uenientem à re uisa ad uisum. Et si superficies tunicarum uisus essent planæ, nõ ueniret forma uisi ad uisum super perpendiculares, nisi esset uisus æqualis uiso. Et nulla figura est, in qua adunantur perpendiculares, & cõcurrunt in unũ punctum, nisi figura sphærica: & cum ista dispositione possunt exire à centro uisus multæ pyramides ad multa uisa in eodem tempore: & quælibet illarũ distinguet partem paruam membri sentientis, continentem formam illius uisi. Et omnes tunicæ habent idẽ centrum propter illud, quod diximus: & est, ut perpendiculares exeuntes à re uisa ad unam istarum, sint perpendiculares super omnes, & ut pertranseant etiã formæ omnes secundũ unam uerticationem. Quare uerò nihil comprehẽdat uisus ex rebus uisibilibus, nisi ex uerticationibus istarũ perpendicularium tantùm: est: quia per istas perpendiculares tantùm ordinãtur partes rei uisæ in superficie mẽbri sentiẽtis. Et hoc fuit iam manifestum antea [18 n] quoniã non potest ordinari forma rei uisæ in superficie membri sentiẽtis, nisi sit receptio eius ad formã ex istis uerticationibus tãtùm. Et propter hoc appropriatur natura uisus ista proprietate, & naturatur, ut non recipiat aliquã formam, nisi secundũ situm istarum uerticationum tantùm. Et appropriatio uisus, habita hac proprietate, est una rerũ ex quibus apparet maxima discretio operatoris, & bonitas præparationis naturæ, præparãdo instrumẽta uisus, & formam, per quã cõpletur sensus, & per quã distinguũtur uisibilia. Consolidatiua autẽ cõtinet omnes istas tunicas: & in ea est aliquid humiditatis, & prẹterea habet aliquid retẽtionis, & est aliquãtulùm fortis. Et cõtinet istas tunicas, ut cõgreget & cõseruet illas: & est aliquãtulũ humida, ut præparẽtur loca tunicarũ ex ea, & ut nõ accidat siccitas uelociter illis tunicis: & est aliquãtulùm retẽtiua & fortis, ut cõseruet situs & figuras tunicarũ, ut nõ alterẽtur citò: & est alba, ut sit per ipsam forma faciei pulchra.

35. Oculus est globosus. 3 p 3.

ET totus oculus est rotũdus, quoniã rotunditas est melior figuris, & maior, & leuioris motus. Oculus autẽ indiget motu, & uelocitate motus, ita, ut sit oppositus per motũ multis uisibilibus in eodẽ tẽpore, & ut sit oppositus propter motũ omnibus partibus rei uisæ, mediũ aspiciens, ita ut cõprehendat ipsum comprehensione uera, & consimili: quoniã sensus per mediũ membri sentientis est manifestior. Et hoc declarabimus pòst in loco cõueniente. Velocitas autẽ motus uisus est, ut aspiciat omnes partes rei uisæ, & uisibilia sibi opposita in modico tẽpore. Palpebræ autem sunt, ut conseruent oculum in somno, & ut faciant oculũ quiescere, quãdo fatigatur à lumine, quoniam luces fortes nocent oculis: & si continuè aperirentur oculi, supra modũ debilitarentur: & hoc apparet, quando oculi aspiciunt lucẽ fortem longo tempore. Et similiter nocet uisui aer, quando in eo fuerit fumus, aut puluis. Palpebræ ergo cooperiunt oculũ à luce, quãdo indiget, & conseruant ipsos ab aere, & abstergunt ab eis multa nocumẽta: deinde quãdo fatigantur, superponuntur palpebræ eis, ita ut compleatur in eis sua requies: & sunt uelocis motus, ut citius superponantur oculis,

oculis, dum appropinquant nocumenta oculis. Cilia autem sunt ad temperandam quandam partem lucis, quando dolebit uisus propter fortitudinem lucis: & propter hoc adunat aspiciens oculum, & constringit, ita ut possit aspicere ab angusto, quando lux fortis nocuerit ei. Ista ergo, quæ diximus, sunt utilitates instrumentorum uisus: ex quibus manifestatur magna discretio operatoris. Sit ergo nomen eius benedictum, & bonitas præparationis naturæ.

DE IIS SINE QVIBVS VISIO NON POtest compleri. Caput septimum.

36. *Ad uisionem perficiendam sex inprimis necessaria sunt.*

IAm ergo declaratum est superius, quòd uisus nihil comprehendit ex rebus uisis, quæ sunt cum eo in eodem aere, ita ut comprehensio earum ab eo non sit secundum refractionem, nisi quádo aggregatæ fuerint istæ res: & sunt, ut sit inter ea aliquid spatij: & sit opposita uisui illa res, ita ut sit inter quodlibet punctum eius superficiei, quam comprehendit uisus, & inter aliud punctum superficiei uisus, linea recta imaginabilis: & ut sit in ea lux: & ut sit corpus eius aliquátulum, in respectu uirtutis sensus uisus: & ut sit aer medius diaphanus, cõtinuæ diaphanitatis, & nõ sit in eo aliud corpus non diaphanum: & ut sit res uisa resistens uisui, scilicet ut non sit in ea diaphanitas, aut si sit, sit spissior diaphanitate aeris medij inter ipsam & uisum. Visus autem non comprehendet rem uisam, nisi quando aggregabuntur istæ sex intentiones: & si res uisa caruerit una istarum intentionũ, non comprehendetur à uisu. Indigentia autem uisus ab unaquaque istarum intentionum, non est nisi propter aliquam caussam.

37. *Distantia inter uisum & uisibile. 15 p 3.*

QVare ergo non comprehendat uisus rem uisam, nisi quando inter ea fuerit distantia aliqua, & non comprehendat ipsam, quando applicatur ei, est propter duas caussas. Quarum una est, quia uisus non comprehendit rem uisam, nisi quando in ea fuerit lux aliqua, [per 3 n] & quando fuerit applicata uisui, & non fuerit illuminata per se, non erit in sua superficie uicinante uisui lux: quoniá corpus oculi secundũ situm suum tunc prohibetur à uisu. Res autẽ luminosæ per se non possunt applicari superficiei uisus: quoniam res illuminatæ per se sunt stellæ, & ignis, quæ non possunt applicari superficiei uisus. Caussa autem secunda est, quia uisio nõ fit, nisi ex parte opposita foramini uueæ ex medio superficiei uisus [per 4 n] & si res uisa applicetur uisui, nõ superponetur isti parti uisui, nisi pars æqualis illi tantùm ex re uisa: & si uisus comprehenderet rem uisam per applicationem, non comprehenderet, nisi partem applicatam parti oppositæ foramini tantùm, & non comprehenderet residuum rei uisæ. Et si moueatur res uisa super superficiem uisus, quousq; cõtingat totam superficiem rei uisæ secundũ partem mediam uisus, comprehendet partem post partem aliam, & dum comprehendet partem secundam non comprehendet partem primam: & sic non poterit comprehendere totam rem uisam simul. Et cum ita sit, non figurabitur in eo forma rei uisæ: ita ut si aliqua res uisa esset super corpus densum, & esset in illo corpore denso foramen minoris quantitatis re uisa, & res uisa esset applicata foramini, non comprehẽderet ex ea, nisi partem suppositam foramini tantùm: deinde si res uisa moueatur super foramen, quousq; comprehendatur à uisu pars post aliam, non figuratur in uisu tota forma eius. Si ergo uisio esset per tactum, nõ comprehenderet uisus totam rem uisam, neq; figuram & formam eius, nisi esset res uisa æqualis parti mediæ superficiei uisus, per quam erit uisio: neq; etiam sic potest comprehẽdere multas res uisas in eodem tempore. Et cum inter uisum & rem uisam fuerit aliquod spatium, poterit rem uisam comprehẽdere in eodem tempore totam ex parte parua, quamuis sit res uisa magna: & potest comprehẽdere res uisas multas simul in eodem tempore: & cum res uisa fuerit remota à uisu, erit possibile oriri lucem super superficiem uisus oppositam uisui. Propter istas igitur duas caussas non comprehendit uisus quicquam ex rebus uisibilibus, nisi sit inter ea aliquod spatium.

38. *Collocatio uisibilis ante uisum directa. 2 p 3.*

QVare uerò non comprehendat uisus rem uisam, quæ est cum eo in eodem aere, & in parte opposita illi, nisi sit inter quodlibet punctum eius, & aliquod punctũ partis superficiei uisus, per quam erit uisio, linea recta: est: quia declaratum est, quòd uisio non fit, nisi ex formis uenientibus â re uisa ad uisum, & quòd formæ non comprehendantur, nisi secundum lineas rectas: [per 14 n] & propter hanc caussam non comprehendit uisus rem, nisi sit inter ea linea recta. Et si secuerint corpora densa media omnes lineas, quæ sunt inter ea, latebunt res uisæ uisum: & si secuerit illud corpus quasdam illarum linearum rectarum, latebit uisum quædam pars, quæ est apud extremitatem linearum resectarum per corpus densum.

39. *Lux. 1 p 3.*

QVare uerò uisus nõ cõprehendat rẽ uisam, nisi sit in ea lux, est ꝓpter duas caussas: aut qa formæ uisæ nõ extẽdũtur in aere, nisi sit lux cũ colore, [p 3 n] aut qa forma coloris extẽditur in aere, quamuis nõ sit cũ ea lux: sed nõ operatur in uisum operatione sensibili, nisi per lucẽ. Et manifestũ est, quòd forma lucis manifestior est, forma coloris, & quòd lux opatur opatione manifestiore: & quòd forma coloris, qa est debilis, nõ potest operari in uisum, sicut operatur lux. Et forma

coloris,

coloris, quæ est in corpore illuminato, semper est admixta cum forma lucis, & cum peruenerit ad uisum, semper operatur in ipsum per suam fortitudinem & præparationem uisus, ut patiatur ex ea: & quia admiscetur cum forma coloris, & non distinguitur ab ea, non sentit uisus formam lucis, nisi admixtam cum forma coloris. Visus ergo non sentit colorem rei uisæ, nisi ex colore admixto cum forma lucis ueniente ad ipsum ex re uisa: & propter hoc alterantur colores multarum rerũ uisarum apud uisum per alterationem lucis super ipsas. Quia ergo forma coloris non operatur in uisum, nisi admixta sit cum lumine, & non est ex colore forma nisi sit in ea lux: nihil comprehendit uisus ex rebus uisibilibus, nisi quando in eis fuerit aliqua lux.

40. *Magnitudo rei uisibilis. 19 p 3.*

QVare uerò non comprehendat uisus rem uisam, nisi sit corpus eius in aliqua quantitate: est: quia declaratũ est, [19 n] quòd forma rei uisæ non perueniat ad uisum, nisi ex pyramidibus, quarum caput est cẽtrum uisus, & basis superficies rei uisæ, & quòd ista pyramis distinguat ex superficie mẽbri sentientis paruam partẽ, in qua ordinatur forma rei uisæ: & si res uisa fuerit ualde parua, erit pyramis, quæ est inter ipsam & centrum uisus, ualde parua. Erit ergo pars distincta ex mẽbro sentiente, quasi punctũ, ualde parua: sed sentiens nõ sentit formã, nisi quãdo pars suæ superficiei, ad quã peruenit forma, fuerit quantitatis sensibilis, respectu totius apud totũ membrũ. Et uirtutes sensus etiã sunt finitæ. Et cum pars membri sentientis, ad quam peruenit forma, non est quantitatis sensibilis apud totũ membrum sentiens, non sentiet passionem, quæ illi accidit, propter paruitatem ipsius. Quare non comprehendit formam. Res ergo uisa, quæ potest comprehẽdi à uisu, est illa, in qua pyramis, quæ figuratur inter rem uisam & cẽtrum uisus, distinguet ex superficie glacialis partem quãtitatis sensibilis respectu totius superficiei glacialis. Et iste sensus erit secundũ tantum, ad quantum peruenit uirtus sensitiua, & non extenditur ad infinitum, & diuersatur secundũ diuersitatem uirtutis oculi. Et cũ pyramis, quæ figuratur inter rem uisam & centrum uisus, distinxerit ex superficie glacialis partem quantitatis insensibilis, respectu totius superficiei glacialis, non potest uisus comprehendere illam rem. Et propter hoc non comprehendet uisus rem ualde paruam.

41. *Perspicuitas corporis inter uisum & uisibile interiecti. 13 p 3.*

QVare uerò uisus nõn comprehendat rem uisam, nisi quando corpus medium inter ipsum uisum & rem uisam fuerit diaphanum: est: quia uisio non est nisi ex forma ueniente ex re uisa ad uisum [per 14 n] formæ autem non extenduntur nisi in corporibus diaphanis, & uisio non completur, quando res uisa fuerit cum uisu in eodem aere, & fuerit comprehensio non secundum refractionem, nisi quando aer fuerit continuus inter rem uisam, & nõ absciderit rectas lineas, quæ sunt inter ea, corpus densum: quoniam forma non extenditur in aere consimilis diaphanitatis, nisi secundum lineas rectas. Et propter hoc uisus nõ comprehendit rem uisam, quæ est cum eo in eodem aere, & in parte opposita uisui, nisi quando aer medius inter ea fuerit diaphanus, consimilis diaphanitatis.

42. *Densitas ac soliditas uisibilis. 14 p 3.*

QVare uerò uisus non comprehendat uisam rem, nisi quãdo in ea fuerit densitas, aut aliquid densitatis: est propter duas caussas: quarũ altera est, quia quod est densum, est coloratum, & ex colore uenit forma ad uisum, ex qua comprehendit uisus colorẽ rei uisæ: quod autem est in fine diaphanitatis, caret colore: quare non comprehendetur à uisu. Et caussa secũda est, quoniam uisus non comprehendit rem uisam, nisi sit illuminata, & ueniat ex luce, quæ est in ea, forma secunda ad uisum cum forma coloris, & non erit forma secunda ex luce oriente super aliquod corpus, nisi figatur lux in illo corpore, super quod oritur: ergo cũ lux fuerit fixa in corpore illo, erit ex eo forma secunda: & quando lux orietur super corpus diaphanũ ualde, non figetur in eo, sed extendetur in sua diaphanitate. Cum ergo corpus diaphanum fuerit oppositũ uisui, & super ipsum oritur lux ex parte, in qua est uisus, in eo extendetur, & non figetur in sua superficie: & sic nõ erit in superficie opposita uisui istius corporis lux, ex qua uenit forma ad uisum. Et si fuerit illud illuminatum, cuius lux oritur super illud corpus diaphanum, oppositum uisui, pertrãsibit lux eius in corpus diaphanum, & perueniet ad uisum, & nihil deferet secũ ad uisum ex colore corporis diaphani: quoniã corpus diaphanum, quod est in fine diaphanitatis, nõ habet colorem. Visus ergo comprehendet ex illo loco corpus illuminatum, cuius lux oritur super corpus diaphanum, post corpus diaphanum: & non comprehendet corpus diaphanũ propter hoc: quia non comprehẽdit uisus rem uisam, quæ est in fine diaphanitatis. Et cũ diaphanitas corporis fuerit similis diaphanitati aeris, erit eius dispositio, sicut dispositio aeris, & nõ comprehẽdetur à uisu, sicut nec aer. Et corpora diaphana, quorum diaphanitas non est spissior diaphanitate aeris, non comprehendẽtur à uisu: quoniam nulla forma uenit ex eis ad uisum, quæ possit operari in uisum. Et similiter accidit si inter uisum & rem uisam fuerit medium corpus diaphanum præter aerem, & fuerit diaphanitas rei uisæ nõ spissior diaphanitate corporis medij. Et cum res uisa fuerit densa, erit colorata, & cum super ipsam oritur lux, figetur in sua superficie, & erit ex colore eius, & ex luce, quæ oritur super ipsam, forma, quæ extenditur in aere, & in corporibus diaphanis: & cum ista forma peruenerit ad ipsum uisum, operabitur in eo, & ex ea sentiet uisus rem uisam. Et cum res uisa fuerit diaphana, sed minus quàm aer: habebit colorem secundum suam spissitudinem: & cum aer super ipsam oritur, lux figetur in ea aliqua

fixione,secundum illud, quod est in ea de spissitudine, & pertransibit in ea secũdum suam diaphanitatem,& erit ex ea,forma in aere secundum colorem & lucem, quæ sunt in sua superficie: & cum illa forma peruenerit ad uisum,operabitur in uisum,& sentiet uisus illã rem uisam.Et propter istam caussam non comprehendit uisus ex rebus uisibilibus,nisi quãdo ipsum uisibile fuerit densum, aut fuerit in eo aliquid densitatis. Iam ergo declaratę sunt caussæ,propter quas nihil comprehendit uisus,nisi quãdo fuerint aggregatæ intentiones prædictæ. Et hoc,quod declarauimus,est illud,quod intendimus declarare in isto tractatu.

ALHAZEN FILII ALHAYZEN OPTICAE LIBER SECVNDVS.

DECLARATVM *est qualiter fiat uisio: & est qualitas sensus uisus à forma lucis & coloris, quæ sunt in re uisa, ordinatorum ita, sicut sunt in superficie rei uisæ. Visus autem comprehendit ex rebus uisibilibus multas intentiones præter lucem & colorem. Et etiam declaratum est in primo tractatu [18 n] quòd uisio non fit, nisi ex uerticationibus linearum radialium: & lineæ radiales diuersentur in suis dispositionibus: & similiter diuersantur dispositiones formarum uenientium super ipsas ad uisum. Et etiam comprehensio uisus à re uisa nõ est in omnibus corporibus, & in omnibus uisibilibus: sed diuersatur qualitas sensus uisus à rebus uisibilibus: & diuersatur qualitas sensus uisus ab una re uisa secundum situm unum, & secundum eandem distantiam. Et nos diuidemus istum tractatum in tria capita. In primo declarabimus diuersitatem dispositionum linearũ radialium, & distinguemus proprietates earum. In secundo declarabimus omnes intentiones comprehensas à uisu, & qualiter comprehendat uisus quamlibet illarum. In tertio declarabimus diuersitatem comprehensionis uisus ab eis.*

DE DIVERSITATE DISPOSITIONVM LINEARVM radialium, & distinctione proprietatum ipsarum. Caput primum.

1. Recta connectens centra partium uisus, est axis pyramidis opticæ. 18 p 3.

IAm declaratum est in primo tractatu [18.20 n] quòd lineæ radiales, ex quarum uerticationibus comprehendit uisus uisibilia, sunt lineæ rectæ, quarum extremitates concurrunt apud centrum uisus. Et iam declaratum est in forma uisus [4 n 1] quòd membrum sentiẽs, quod est membrum glacialis, est compositum super extremitatem concauitatis nerui, super quem compositus est oculus totus: & quòd iste neruus non gyratur nisi à posteriori centri uisus, & à posteriori totius oculi, & apud foramen, quod est in concauo ossis. Et iam declaratum est [7.9 n 1] quòd linea recta transiens per omnia centra tunicarum uisus, extenditur in medio concaui nerui, & transit per medium foraminis, quod est in anteriori uueæ. Et iam declaratum est [5.13 n 1] quòd centrũ istius lineæ non diuersatur respectu totius uisus, neq; respectu superficierum tunicarum uisus, neque respectu partium uisus. Linea ergo recta transiens per omnia centra tunicarum uisus, semper extenditur rectè ad locum gyrationis concaui nerui, super quem componitur oculus, in omnibus dispositionibus, siue sit uisus in motu, siue in quiete. Et quia ista linea transit per centrum uisus, & per centrum foraminis, quod est in anteriori uueæ, & per centrũ uueæ extenditur in medio pyramidis, cuius centrum est uisus: & continet ipsam circumferentia foraminis, quod est in anteriori uueæ: appellemus ergo istam lineam axem pyramidis. Et declaratum est etiam in ipso tractatu primo [19 n] quòd pyramis figurata inter rem uisam & centrum uisus, distinguit ex superficie glacialis partem continentem totam formam rei uisæ, quæ est apud basim illius pyramidis: & erit forma ordinata in ista parte superficiei glacialis per uerticationem linearum radialium extensarum inter rem uisam & uisum, secundum ordinationem partium superficiei rei uisæ. Cum ergo uisus comprehenderit aliquã rem uisam, & peruenerit eius forma in partem superficiei glacialis, quam distinguit pyramis prædicta: quodlibet punctum formæ prædictæ est super lineam radialem extensam inter illud punctum, & punctum oppositum illi in superficie rei uisæ, super quam uenit forma ad illud punctum in superficiem glacialis rectè. Cum ergo forma rei uisæ fuerit in medio superficiei glacialis, erit axis prædictus una linearum, super quas ueniunt formæ punctorum, quæ sunt in superficie rei uisæ: & erit

punctum

punctum superficiei rei uisæ, quod est apud extremitatem istius axis, illud, super quod uenit forma eius super istum axem. Et declaratũ est in primo tractatu [26 n] quòd formæ, quæ comprehendun tur per uisum, extenduntur in corpore glacialis, & in concauo nerui, super quem componitur oculus, & perueniunt ad neruum communem, qui est apud medium interioris cerebri, & illic est comprehensio sentientis ultimò à formis rerum uisibilium: & quòd uisio non completur, nisi per aduentum formæ ad neruum communem: & quòd extensio formarum à superficie glacialis intra corpus glacialis, est secundum rectitudinem linearum rectarum radialium tantum: quoniam glacialis non recipit istas formas, nisi secundum uerticationem linearum radialium tantùm.

2. *Crystallinus & uitreus humores perspicuitate differunt. Itaq; forma uisibilis refringitur in superficie uitrei humoris. 21 p 3.*

ET ultimum sentiens non comprehendit situs partium rei uisæ, nisi secundum suum situm in superficie rei uisæ. Et cum situs partium formæ inter se scilicet formæ peruenientis ad superficiem glacialis, sint situs partium superficiei rei uisæ inter se [per 18 n 1] & istæ formæ extendantur, sicut prædictum est: & cum omnia ista ita sint: uisio ergo non complebitur, nisi post aduentum formæ, quæ est in superficie glacialis, ad neruum communem, & situs partium eius secundum suum esse in superficiem glacialis sine aliqua admixtione. Forma autem non peruenit à superficie glacialis ad neruum communem, nisi per extensionem eius in concauo nerui, super quem componitur oculus siue humor glacialis. Si ergo forma nõ perueniat in cõcauum istius nerui secundũ suũ esse in glaciali, neq; etiã perueniet ad neruum communẽ secundum suũ esse. Forma autẽ nõ potest extendi à superficie glacialis ad concauum nerui secundum rectitudinem linearũ rectarum, & con seruare situs partium secundũ esse suum: quoniam omnes illæ lineæ concurrunt apud centrum uisus, & quando fuerint extensæ secundum rectitudinem, post centrum conuertetur situs earum, & quod est dextrũ, efficietur sinistrum, & è contrario, & superius inferius, & inferius superius. Si ergo forma fuerit extensa secundum rectitudinem linearum radialium, cõgregabitur apud centrum uisus, & efficietur quasi unum punctum. Et quia centrum uisus est in medio totius oculi, & ante locũ gyrationis concaui nerui: si forma fuerit extensa à centro oculi, & ipsius unũ punctum super unam lineam: perueniet ad locum gyrationis, & ipsius unum punctum: & sic non perueniet forma tota ad locum gyrationis: quia non nisi unum punctum, scilicet, quod est in extremitate axis pyramidis. Et si fuerit extensa secundum rectitudinem linearum radialium, & pertransierit per centrum: erit con uersa secundum conuersionem linearum se secantium, super quas extendebatur. Non potest ergo forma peruenire à superficie glacialis ad cõcauum nerui, ita ut situs partium sit secundũ suum esse: non potest ergo forma peruenire à superficie glacialis ad concauum nerui, nisi secundum lineas refractas, secantes lineas radiales. Et cũ ita sit, uisio ergo non complebitur, nisi postquam refracta fuerit forma, quæ peruenit à superficie glacialis, & extenditur super lineas secantes lineas radiales. Ista ergo refractio debet esse ante peruentum ad centrum: quoniam si fuerint refractæ post transitũ centri, erunt conuersæ. Et iam declaratum est [18 n 1] quòd ista forma pertranseat in corpore glacialis secundum rectitudinem linearum radialium: & cum non possit peruenire ad concauum nerui, nisi postquam refracta fuerit super lineas secantes lineas radiales: forma ergo non refringitur, nisi per transitum eius in corpore glacialis. Et iam prædictum est [4 n 1] in forma uisus, quòd corpus glacialis est diuersæ diaphanitatis, & quòd pars posterior eius, quæ dicitur humor uitreus, est diuersæ diaphanitatis à parte anteriore: & nullum corpus est in glaciali diuersæ formæ à forma corporis an terioris, præter corpus uitreum: & ex proprietate formarũ lucis & coloris est, ut refringantur, quãdo occurrerint alij corpori diuersæ diaphanitatis à corpore primo. Formæ ergo non refringuntur, nisi apud peruentum earum ad humorem uitreum. Et istud corpus non fuit diuersæ diaphanitatis à corpore anterioris glacialis, nisi ut refringerentur formæ in ipso. Et debet superficies istius corporis antecedere centrum, ut refringantur formæ apud ipsum, antequam pertranseant cẽtrum: & debet ista superficies esse consimilis ordinationis: quoniam si non fuerit consimilis ordinationis, apparebit forma monstruosa propter refractionem.

3. *Communis sectio crystallinæ & uitreæ sphærarum aut est plana: aut est pars sphæræ maioris crystallinæ sphæra. Et habet centrum diuersum ab oculi centro. 23 p 3.*

SVperficies autẽ cõsimilis ordinationis aut est plana, aut sphærica. Et nõ potest ista superficies esse ex sphæra, cuius centrũ est centrum uisus: quoniã si ita esset, essent lineæ radiales semper perpendiculares super ipsam: & sic extenderetur forma secundũ rectitudinem earũ, & non refringeretur. Neq; potest esse ex sphæra parua: quoniã, si fuerit ex sphæra parua, quãdo forma refringetur ab ea, & elongabitur ab ea, fiet monstruosa. Ista ergo superficies aut est plana, aut sphærica è sphæra alicuius bonæ quantitatis: ita quòd sphæricitas eius nõ operabitur in ordinatione formæ. Superficies ergo humoris glacialis, quæ est differentia cõmunis inter istud corpus uitrei & corpus anterius glacialis, est superficies cõsimilis ordinationis antecedẽs centrum uisus. Et omnes formæ peruenientes in superficiẽ glacialis, extenduntur in corpore glacialis secundũ rectitudinem linearũ radialiũ, quousq; perueniãt ad istã superficiem, & cũ peruenerint ad superficiẽ istam: refringuntur apud ipsam secundũ lineas cõsimilis ordinationis, secantes lineas radiales. Lineæ ergo radiales nõ

iuuant ad ordinationem formarum rerum uisibilium, nisi apud glacialem tantùm: quoniam apud membrum istud principium est sensus. Et declaratum est in primo tractatu etiam [15.16.18 n] quòd impossibile est, ut forma rei uisæ sit ordinata in superficie uisus cũ imagine rei uisæ & paruitate rei sentientis, nisi per istas lineas. Istæ ergo lineæ non sunt, nisi instrumentũ uisus, per quas completur comprehensio rerum uisarum secundum suum esse. Peruentus autem formarum ad ultimum sentiens, non indiget extensione secundum rectitudinem istarum linearum.

4. Humor crystallinus lucem & colorem aliter recipit, quàm cætera perspicua corpora. 22 p 3. Idem 30 n 1.

ET receptio formarum in membro sentiente non est, sicut receptio formarum in corporibus diaphanis: quoniam membrũ sentiens recipit istas formas, & sentit eas, & pertranseunt in eo propter suam diaphanitatem & uirtutem sensibilem, quæ est in eo. Recipit ergo istas formas secundum receptionem sensus. Corpora autem diaphana non recipiunt istas formas, nisi receptione, qua recipiunt ad reddendum, & non sentiunt ipsas. Et cum receptio corporis sentientis ab istis formis non sit sicut receptio corporum diaphanorum, non sentientium: extensio formarum in corpore sentiente non debet esse secundum uerticationes, quas corpora diaphana exigũt. Visus ergo non est appropriatus receptioni formarum ex uerticationibus linearũ radialium tantùm: nisi quia proprietas formarũ est, ut extendãtur in corporibus diaphanis super omnes uerticationes rectas. Et cum istæ formæ peruenerint ad membrum sentiens ordinatæ, & comprehendantur à membro sentiente ordinatæ: nihil remanebit pòst, indigẽs istarum uerticationibus. Pars ergo anterior tantùm glacialis est appropriata receptioni formarum ex uerticationibus linearum radialium: posterior autẽ pars, quæ est humor uitreus: & uirtus recipiens, quæ est in illo corpore, nõ est appropriata cum suo sensu istarum formarum, nisi ad custodiendum eorum ordinationem tantùm.

5. Crystallinus & uitreus humores dissimiliter lucem & colorem recipiunt. 22 p 3.

ET cũ ita sit, qualitas ergo receptionis uitrei à formis non est sicut receptio corporis siue qualitas corporis anterioris glacialis: & uirtus recipiens, quæ est in uitreo, nõ est uirtus recipiẽs, quæ est in parte anteriori. Et cum qualitas receptionis uitrei à formis, non sit qualitas partis anterioris glacialis: refractio ergo formarum apud superficiem uitrei, non est nisi propter diuersitatem qualitatis receptionis sensus inter ista duo corpora. Formæ ergo refringuntur apud uitreum duabus de caussis: quarum altera est diuersitas diaphanitatis duorum corporum: & altera diuersitas qualitatis receptionis sensus inter ista duo corpora. Et si diaphanitas ista duorum corporum esset consimilis: esset forma extensa in corpore uitreo secundum rectitudinem linearum radialium, propter consimilitudinem diaphanitatis: & esset refracta propter diuersitatem qualitatis sensus: & sic esset forma propter refractionem monstruosa, aut duæ formæ essent propter istã dispositionem. Et cum diuersitas diaphanitatis affirmet refractionem, & diuersitas qualitatis sensus affirmet illam refractionem aut obliquationem: erit forma post refractionem una forma. Et propter hoc diuersatur diaphanitas corporis uitrei, & diaphanitas corporis anterioris glacialis. Formę ergo perueniũt ad uitreum ordinatæ, secũdum ordinationem earum in superficie uisi: & recipit ipsas istud corpus, & sentit ipsas: deinde refringitur forma propter diuersitatem diaphanitatis, & diuersitatem sensus istius corporis, & sic peruenit forma secũdum dispositionem suam: deinde extenditur iste sensus, & istæ formæ per hoc corpus, quousq; perueniat iste sensus, & istæ formæ ad ultimum sentiens: & erit extensio sensus & extensio formæ in corpore uitreo, & in corpore sentiente extẽso in concauo nerui, ad ultimum sentiens, sicut extensio sensus tactus & sensus doloris ad ultimum sentiens: sensus autem tactus & sensus doloris non extenduntur à membris, nisi in filis neruorum, & in spiritu extenso secundum ista fila.

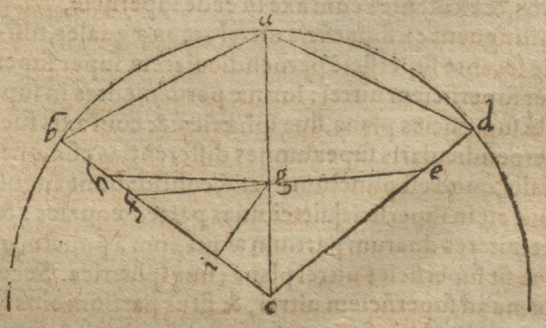
6. Humor uitreus & spiritus uisibilis eadem ferè perspicuitate præditi sunt. 22 p 3.

ET formæ rerum uisibilium quãdo peruenerint in corpus humoris uitrei, extendetur sensus ab illo membro in corpus sentiens, extensum in concauo nerui continuati inter uisum & anterius cerebri: & secundum extensionem sensus, extenduntur formæ ordinatæ secundum suam dispositionem: quoniam corpus sentiẽs naturaliter seruat ordinationem istarum formarum. Et ista ordinatio conseruatur in corpore sentiente: quoniam ordinatio partium corporis sentientis, recipientium partes formarum, & ordinatio uirtutis recipientis, quæ est in partibus corporis recipientis, est in corpore uitrei, & in omni corpore subtili extenso in cõcauo nerui, ordinatio consimilis. Et cum ita sit, quãdo forma peruenit ad quodlibet punctum superficiei uitrei, curret in uerticatione continua, & non alterabitur eius situs in concauitate nerui, in quo extenditur corpus sentiens: & erunt omnes uerticationes istæ, per quas currunt omnia puncta, quæ sunt in forma, consimilis ordinationis inter se: & erunt omnes istæ uerticationes gyrantes apud gyrationem nerui: & erunt apud gyrationem ordinatæ secundum suam ordinationem ante gyrationem, & pòst, propter qualitatem sensus istius corporis: & sic perueniet forma ad neruum communem secundum suam dispositionem. Et non est possibile, ut sit extensio formarum uisibilium usq; ad ultimum sentiens, nisi secundum hunc modum: quoniam nõ est possibile, ut formæ perueniant ad neruum communem secundum suum esse, nisi sit extensio earum secundum hunc modum. Et cum formæ extenduntur

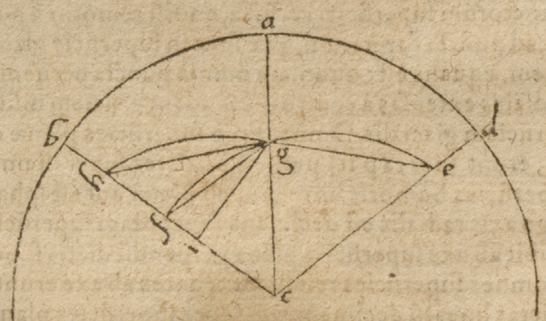
duntur ſecundum iſtam ordinationem,oportet,ut forma perueniens ad quodlibet punctum ſuperficiei glacialis, ſemper extendatur ſuper eandem uerticationem ad idem punctum loci nerui communis,ad quod peruenit forma:ſed tamē forma perueniens ad quodlibet punctum ſuperficiei glacialis,peruenit ſemper ad idem punctum ſuperficiei uitrei. Et ſequitur ex hoc,ut ex omnibus duobus punctis conſimilis ſitus in reſpectu duorum oculorum,extendantur duæ formæ ad idem punctum in neruo communi: & etiam ſequitur ex hoc,ut corpus ſentiens,quod eſt in cõcauo nerui, ſit aliquantulum diaphanum, ut appareant in eo formæ lucis & coloris. Et etiam ſequitur, ut ſit eius diaphanitas ſimilis diaphanitati humoris uitrei,ut nõ refringantur formæ apud peruentum earum ad ultimam ſuperficiem uitrei,uicinantem concauo nerui: quoniam quando diaphanitas duorum corporum fuerit conſimilis, non refringentur formæ. Et non eſt poſsibile, ut formæ refringantur apud iſtam ſuperficiem:quoniam iſta ſuperficies eſt ſphærica. Si autem formæ refringerētur ab iſta ſuperficie,non elongarentur ab ea,niſi modicùm, & fierent ſtatim monſtruoſæ. Refractio ergo formarum non poteſt eſſe apud iſtam ſuperficiem.Et cum diaphanitas corporis ſentientis,quod eſt in concauo nerui, non ſit diuerſa à diaphanitate humoris uitrei: non faciet contingere iſta diuerſitas aliquam diuerſitatem in forma. Et quamuis forma extendatur cum extenſione ſenſus:diaphanitas tamen corporis ſentientis,quod eſt in concauo nerui, nõ eſt diuerſa à diaphanitate corporis uitrei. Diaphanitas autem iſta iſtius corporis non eſt, niſi ut extendantur formæ in eo ſecundum uerticationes,quas exigit diaphanitas,& ut recipiat formas lucis & coloris,& ut appareāt in eo: quoniam corpus non recipit lucem & colorem, neque pertranſeunt in eo formæ lucis & coloris, niſi ſit diaphanum,aut fuerit in eo aliquid diaphanitatis. Et nõ apparet lux & color in corpore diaphano,niſi ſit in eius diaphanitate aliquid ſpiſsitudinis: & propter hoc non eſt glacialis in fine diaphanitatis, neque in fine ſpiſsitudinis. Corpus ergo ſentiens,quod eſt in concauo nerui, eſt diaphanum, & in eo eſt inſuper aliquid ſpiſsitudinis. Forma autem pertranſit in iſto corpore cũ eo, quod eſt in eo de diaphanitate:& apparent in eo formæ uirtuti ſenſitiuæ cũ eo,quod eſt in eo de ſpiſsitudine.Et ſentiens ultimum non comprehendit formas lucis & coloris, niſi ex formis peruenientibus ad iſtud corpus,apud peruentum earum ad neruum communem: & comprehēdit lucem ex illuminatione iſtius corporis,& colorem ex coloratione. Secũdum ergo hunc modum erit peruentus formarum ad ultimum ſentiens,& comprehenſio ultimi ſentientis quò ad illas.

7. Axis pyramidis opticæ ſolus ad perpendiculum eſt cõmuni ſectioni cryſtallinæ & uitreæ ſphærarum. 24 p 3.

ET poſtquam declaratum eſt,quòd formæ refringãtur apud ſuperficiem uitrei:dicamus quòd axis pyramidis radialis nõ poteſt eſſe declinans ſuper iſtam ſuperficiem, neq; poteſt eſſe alia linea perpendicularis ſuper ipſam.Quoniam ſi axis fuerit declinans ſuper iſtam ſuperficiem, quando formæ peruenirent ad iſtam ſuperficiem, diuerſificarentur in ordinatione, & mutarentur ipſarum diſpoſitiones. Formæ autem non poſſunt peruenire in ſuperficiem uitrei ſecundum ſuum eſſe,niſi fuerit axis pyramidis ſuper iſtam ſuperficiem perpendicularis. Quoniam quãdo uiſus fuerit oppoſitus alicui rei uiſæ, & peruenerit axis radialis ſuper iſtam ſuperficiem iſtius rei uiſæ: perueniet forma illius rei uiſæ in ſuperficiem glacialis ordinata ſecundum ordinationem partium ſuperficiei rei uiſæ, & perueniet forma puncti, quod eſt apud extremitatem axis ſuperficiei rei uiſæ, ad punctum, quod eſt ſuper axem in ſuperficie glacialis [per 18 n 1] & peruenient formæ omnium punctorum ſuperficiei rei uiſæ,quorũ remotio à puncto,quod eſt apud extremitatē axis, eſt æqualis,ad puncta formarum,quæ ſunt in ſuperficie glacialis,quorum remotio à puncto, quod eſt ſuper axem,æqualis eſt: quoniam omnia puncta peruenientia ad ſuperficiem glacialis, ſunt ſuper lineas radiales extenſas à centro uiſus ad ſuperficiem uiſus, & axis radialis eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem glacialis.Omnes ergo ſuperficies planæ exeuntes ab axe,& ſecantes ſuperficiem glacialis, erunt [per 18 p 11] perpendiculares ſuper iſtam ſuperficiem. Et iam declaratum eſt [3 n] quòd ſuperficies humoris uitrei,aut eſt plana,aut eſt ſphærica,& centrum eius non eſt centrum uiſus. Si ergo axis radialis eſt declinans ſuper iſtam ſuperficiem,& nõ eſt perpendicularis ſuper ipſam: non exibit ab axe ſuperficies plana perpendicularis ſuper iſtam ſuperficiē, niſi una ſuperficies tantùm, & omnes ſuperficies reſiduæ exeuntes ab axe erunt declinãtes ſuper ipſam: quoniam hæc eſt proprietas linearũ declinantium ſuper ſuperficies planas & ſphæricas.Imaginemur igitur ſuperficiem a b c d,exeuntem ab axe a c, & perpendiculariter ſuper ſuperficiem uitrei f g e extendi: ſecabit ergo ſuperficiem uitrei & ſuperficiē glacialis,& ſignabit in eis duas differentias communes: in glaciali quidem b d, in uitreo uerò e f: & imaginemur ſuper differētiam communem,quæ eſt communis huic ſuperficiei & ſuperficiei glacialis, duo puncta b,d: & ſint remota à puncto a,quod eſt ſuper axem,æqualiter:& imaginemur duas lineas exeuntes à centro glacialis,quod eſt c, uſq; ad iſta duo pũcta b,d,& ſint c b,c d.Erũt ergo [per 1 p 11] hę duæ



lineæ cũ axe a c in superficie communi a b c d perpendiculari super superficiem uitrei e g f: quoniá duo puncta b,d,& punctũ centri c sunt in ista superficie: & erunt [per 8 p 1 ductis rectis a b,a d] duo anguli,qui fient ex istis duabus lineis & axe, scilicet anguli a c b,a c d,æquales: & sint istæ duę lineæ c b,c d secantes differentiá communẽ,quæ est in superficie uitrei,super duobus punctis e,f: & similiter axis secet differentiam istam communẽ super punctum g,interiectum inter illa duo puncta e,f. Si ergo superficies uitrei est plana,erit [per 3 p 11] differentia cõmunis linea recta: Et si axis a c fuerit declinans super superficiem uitrei,& fuerit superficies, quæ fecit differentiá communẽ, perpendicularis super istam superficiem: erit etiá axis a c declinans super cõmunem differentiá,super lineam e f: eruntq; duo anguli e g c,f g c inæquales: quoniá si axis a c esset perpendicularis super communẽ differentiá e f,esset perpendicularis super superficiẽ uitrei [per 4 d 11] & duo anguli e g c,f g c æquales. Sed cũ hi duo prædicti anguli sint inæquales,& duo anguli e c g,f c g, qui sunt apud centrũ glacialis c,quod est extremitas axis a c,sint æquales: erũt e g & g f duæ partes lineæ e f,quæ est differẽtia communis,inæquales [Quia enim trianguli c e f latera c e, c f sunt inæqualia (secus axis a c esset perpendicularis ad f e per 4 p.10 d 1,cõtra hypothesim) esto maius c e: factoq; ipsi c e æquali c h,ducatur g h recta,quę per constructionẽ & 4 p 1 erit æqualis ipsi g e: ductaq; ex g perpendiculari g i super h c: erit per 16 p 1 angulus g f h obtusus: itaq; p 19 p 1 latus h g,id est e g,erit maius latere f g] Ergo erunt duo puncta e, f extremitatũ ipsius, diuersæ distantiæ à puncto g existẽte super axem in illa linea. Et ista duo puncta sunt illa, ad quæ perueniunt formæ duorũ punctorum superficiei glacialis, quę sunt æqualiter distãtia ab axe a c: quoniá sunt apud duas extremitates duarũ linearũ radialium transeuntiũ per ista duo puncta. Et punctũ g,quod est super axẽ a c ex superficie uitrei, est illud, ad quod peruenit forma puncti a,quod est super axem ex superficie glacialis. Et cũ axis a c fuerit declinans super superficiẽ uitrei,& superficies uitrei fuerit plana: tunc quando duo puncta, (quorũ formæ perueniunt in superficiẽ glacialis,& quorũ distantia à puncto a,quod est super axem, est æqualis,& quę sunt in superficie perpendiculari super superficiẽ uitrei) peruenerint ad superficiẽ uitrei, erit distantia eorũ à puncto g ueniente super axem, distantia inæqualis. Et quãdo axis fuerit declinans super superficiẽ uitrei,& fuerit superficies uitrei plana: tũc differentia cõmunis,quæ fit à qualibet superficie exeũte ab axe,& secante superficiẽ uitrei, continebit cũ axe duos angulos inæquales,præter unã superficiem tantùm: & est illa,quæ secat superficiẽ perpendicularem super uitreum: quoniam differentia cõmunis eius continebit cum axe duos angulos rectos, & erit axis declinans super differentias communes omniũ superficierum residuarum. Et cũ duo anguli prædicti fuerint inæquales,& fuerint duo anguli,respicientes duas partes differentiæ cõmunis, scilicet anguli, qui sunt apud centrum superficiei glacialis,æquales: erunt duæ partes differentiæ cõmunis, quæ est in superficie uitrei,inæquales: & erunt duo puncta quę sunt extremitates istius differentiæ cõmunis, diuersæ distantiæ à puncto quod est super axem: duæ autẽ partes differentiæ cõmunis,quæ sunt in superficie glacialis,erũt æquales: & erunt duo puncta quæ sunt in extremitate istius differẽtiæ communis,æqualis distantiæ à puncto,quod est super axem in superficie glacialis. Et cum ita sit,quãdo forma peruenerit à superficie glacialis ad superficiem uitrei, erit ordinatio eius non secundũ suum esse in superficie glacialis, neq; secũdum suũ esse in superficie rei uisæ. Et similiter declarabitur etiá quando superficies uitrei fuerit sphærica,& fuerit axis declinans super ipsam: quoniá puncta, quæ sunt in superficie glacialis,quorũ distantia ab axe est æqualis, quando peruenerint ad superficiẽ uitrei, distabunt inæqualiter à puncto axis. Quoniam quando axis non fuerit perpendicularis super superficiem uitrei, & superficies uitrea fuerit sphęrica,non pertransibit axis iste per centrũ uitrei, & pertransibit per centrum superficiei glacialis. Lineæ ergo,quæ exeunt à cẽtro glacialis ad puncta, quorũ distãtia à puncto axis in superficie glacialis est æqualis, continent cum axe apud centrũ glacialis angulos æquales. Et cum ita sit,& centrum glacialis non sit centrum uitrei [per 10 n 1] istæ lineæ distinguent ex superficie uitrei arcus inæquales: & nullæ lineæ cõtinentes cum axe angulos rectos,& existentes cum axe in eadẽ superficie,



distinguent ex superficie uitrei arcus æquales,nisi duæ lineæ tantũ: & sunt illæ,quæ sunt in superficie secante superficiẽ perpendicularem super superficiem uitrei. Cum ergo axis fuerit declinãs super superficiem uitrei : formæ peruenientes in superficiem uitrei,erũt diuersæ ordinationis,siue sit ista superficies plana,siue sphærica: & cum axis fuerit perpendicularis super superficiem uitrei,erit perpendicularis super omnes differentias cõmunes: & quælibet duæ lineæ exeuntes à centro glacialis,quod est punctum in axe,continebunt angulos rectos, & distinguent ex differentia cõmuni, quæ est in superficie uitrei,duas partes æquales : & erit distantia duorum punctorum,quę sunt extremitates duarum partium æqualium à puncto, quod est super axem in superficie uitrei , æqualis, siue sit superficies uitrei plana , siue sphærica. Secundum ergo dispositiones omnes non peruenit forma ad superficiem uitrei , & situs partium eius secundum esse suum in superficie uisus, nisi axis perpendicularis sit super superficiem uitrei, & sentiens nõ sentit formam , nisi secundum esse suum

apud eius peruentum ad se, & sentiens comprehendit ordinationem partium rei uisæ secundum suum esse in superficie rei uisæ. Non est ergo posibile, ut formæ perueniãt in superficiem uitrei, nisi fit ordinatio partium suarum secundum suum esse. Non est ergo posibile, ut axis radialis sit declinans super superficiem uitrei: erit ergo perpendicularis. Omnes ergo lineæ radiales residuæ erunt obliquatæ super superficiem istam, siue sit plana, siue sit sphærica, quoniam secant axem super centrum glacialis. Nulla ergo istarum linearum transit per centrum superficiei uitrei, si fuerit sphærica, nisi axis tantùm, quoniam est perpendicularis super ipsam, & quia cẽtrum superficiei glacialis non est cen trum superficiei uitrei.

8. Visio per axem pyramidis opticæ certißima est: per aliam lineam tantò certior, quantò ipsa axi propinquior fuerit. 43 p 3.

ET quoniam declaratum est [2 n] quòd formæ peruenientes in superficiem glacialis, nõ perueniunt ad concauum nerui, nisi postquam fuerint refractæ, & non est refractio earum, nisi apud superficiem uitrei, & axis est perpendicularis super istam superficiem, & omnes lineæ radiales residuæ sunt obliquatæ super istam superficiem: quãdo formę peruenerint ad superficiem uitrei, refringẽtur omnia puncta, quæ sunt in ea, pręter punctum axis: quoniam iste punctus extenditur secundum rectitudinem axis, quousq; perueniat ad locum gyrationis concaui nerui [per 17 n 1] Nulla ergo forma perueniens ad superficiem glacialis extenditur ad concauum nerui secundũ rectitudinem, nisi punctum axis tantùm, & omnia puncta residua perueniunt ad concauum nerui secundum lineas refractas. Cum ergo uisus comprehendit rem uisam, & illa res uisa fuerit opposita medio uisus, & fuerit axis intra pyramidem radialem continentem illam rem uisam: forma illius rei uisæ perueniet ad superficiem glacialis secũdum rectitudinem linearum radialium: deinde extenduntur formæ ab ista superficie secundum rectitudinem linearum radialium etiam, quousque perueniant ad superficiem uitrei: deinde punctum axis extendetur ab ista superficie secundũ rectitudinem axis, quousq; perueniat ad locũ gyrationis concaui nerui, & omnia puncta residua refringuntur super lineas secantes lineas radiales, & consimilis ordinationis, quousq; perueniant ad locum gyrationis concaui nerui. Perueniet ergo forma in illum locum ordinata secundum suum ordinem in superficie glacialis, & ordinata secundum suam ordinationem in superficie rei uisæ. Sed dispositio formarum obliquatarum non est sicut dispositio formarum extensarum rectè, quoniam obliquatio alterabit ipsas aliqua alteratione necessariò. Sequitur ergo de ista dispositione, ut punctum perueniens ad locum gyrationis concaui nerui, quod extendebatur secundum rectitudinem axis, sit magis uerificatum omnibus punctis formarum.

9. Radius pyramidis opticæ obliquus, axi propior ad minores angulos refringitur, remotior ad maiores: & duo æqualiter remoti, ad æquales. 36 p 3.

ET etiam refractio punctorũ peruenientium in superficiem refractionis propinquiorum puncto axis, est minor, & remotiorum, maior: quoniam refractio non est, nisi secundum angulos, qui fiunt ex lineis, super quas formæ ueniunt, & ex perpendicularibus, quæ sunt super superficiem refractionis: & linearum continentium cum perpendicularibus angulos minores, erit refractio secundum angulos minores: & linearum continentium cum perpendicularibus angulos maiores, erit refractio secundum angulos maiores. Et lineæ propinquiores axi minus declinant super superficiem refractionis, & sic continent cum perpendicularibus, quę sunt super superficiem refractionis, angulos minores: & illæ, quæ sunt remotiores ab axe, magis declinãt super superficiem refractionis, & sic continent cum perpendicularibus angulos maiores. Et formæ, quorum refractio est minor, magis manifestantur, & quarum refractio est maior, minus. Punctum ergo, quod est super axem, perueniens ad locum gyrationis nerui cõcaui, est manifestius omnibus alijs punctis residuis, & quod est propinquum illi, est manifestius remotiore ab illo. Et istæ formę sunt, quę extenduntur ad neruum communem, & ex illis comprehẽdit ultimum sentiens formam rei uisæ. Et cum ista forma perueniens ad locũ gyrationis cõcaui nerui: sit diuersæ dispositionis, scilicet quòd punctum axis est manifestius omnibus punctis residuis, & quod est propinquius illi, est remotiore manifestius: forma ergo perueniens in neruo communi, ex qua comprehẽdit uirtus sensitiua formam rei uisæ, erit diuersæ dispositionis, & punctum eius respondens puncto axis in superficie rei uisæ, erit manifestius omnibus punctis residuis formæ, & huic propinquius, manifestius remotiore. Et si inducantur dispositiones rerum uisarum, & distinguatur qualitas comprehensionis uisus à rebus uisis, quas comprehenderit uisus simul, & qualitas comprehẽsionis uisus à partibus unius rei uisæ: inuenientur conuenientes omnino in hoc, quod declarauimus. Quoniam aspiciens quando in eodem tempore fuerit oppositus multis rebus uisibilibus, & uisus eius fuerit quietus, & non mouerit ipsum: inueniet rem uisam oppositam medio sui uisus manifestiorem illis, quę sunt à parte laterum illius medij, & quę est propinquior medio, erit manifestior. Et similiter quando inspiciens inspexerit rem uisam magnam, & uisus eius fuerit oppositus medio illius rei uisæ, & fuerit quietus, comprehendet medium illius rei uisæ manifestius istius rei extremitatibus. Et hoc manifestabitur bene, quando fuerint multa uisibilia sibi propinqua, & aspiciens fuerit oppositus uni illorum, quod erit medium inter illa uisibilia quieto uisu: quoniam tunc comprehendet comprehensione manifesta illud medium, & simul etiam comprehendet illa, quæ sunt in lateribus illius, sed non manifestè. Et

hoc manifestatur magis, quando spatium, super quod sunt illa uisibilia, fuerit longum, quoniã tunc erit inter comprehensionem medij, & comprehensionem extremitatum magna diuersitas. Deinde si hęc species motus mouerit uisum in aspiciente, & fuerit oppositus alij rei uisæ, præter illam rem uisam, quæ antè erat opposita: comprehendet istam secundam rem uisam comprehensione manifesta, primam autem comprehendet comprehensione debili: & si fuerit oppositus extremitati, & intueatur ipsam: comprehendet ipsam comprehensione manifestiore, quàm in comprehensione primæ dispositionis secundum eius remotionem ab eo, & simul comprehendet medium comprehensione debili, quamuis sit propinquius: & erit inter comprehensionem medij, dum aspiciens opponitur extremitati, & inter comprehensionem medij, dum opponitur medio, diuersitas sensibilis. Manifestabitur ergo ex hac experimẽtatione, quòd uisio per medium uisus, & per axem, quem definiuimus, est manifestior uisione per extremitates, & per lineas continentes axem. Declaratum est ergo, quòd uisio erit per axem pyramidis radialis manifestior, quàm uisio per omnes lineas radiales, & quòd uisio per propinquiores axi, est manifestior, quàm per remotiores.

10. Visibile percipitur aut solo uisu: aut uisu & syllogismo: aut uisu & anticipata notione. In hypothe. 3 lib. in præfa. 4 lib. 59. 60 p 3.

SEnsus autẽ uisus nihil comprehendit de rebus uisibilibus nisi in corpore: in corpore uerò res multæ congregantur, & accidunt ei multæ res, & uisus comprehendit de corporibus multas res, quæ sunt in eis, & quæ accidunt illis. Et color est unum eorum, quæ accidunt corporibus, & similiter lux, & sensus uisus comprehendit utrunque istorum in corporibus: & comprehendit etiam alias res præter istas duas, sicut figuram, & situm, & magnitudinem, & motum, & alia, quæ nos distinguemus pòst: & comprehendit etiam similitudinem colorum, & diuersitatem eorum, & similitudinem lucis, & diuersitatem eius: & similiter etiam comprehendit consimilitudinem figurarum, & situum, & motuum. Et comprehensio omnium istorum nõ est secundum unum modum, neq; comprehensio cuiuslibet istorum est solo sensu. Quoniam uisus quando comprehendit duo indiuidua in eodem tempore, & fuerint consimilia in forma, comprehendet indiuidua, & comprehendet similia. Sed similitudo duarum formarum in duobus indiuiduis non sunt ipsæ formæ ambæ, nec una illarum. Et cum uisus comprehendit indiuidua ex formis peruenientibus ad ipsum ex duobus indiuiduis, ipse comprehendit consimilitudinem duorum indiuiduorum ex similitudine duarum formarum peruenientium à forma ad uisum: & consimilitudo duarum formarum nõ sunt ipsæ formæ, neque tertia forma propria consimilitudini: sed consimilitudo duarum formarum est conuenientia illarum in aliquo. Non ergo comprehendetur duarum formarum similitudo, nisi ex comparatione unius ad alteram, & ex comprehensione istius, in quo sunt consimiles. Et quia uisus comprehendit similitudinem, & non est in eo tertia forma, ex qua comprehendit similitudinem: uisus ergo non comprehendit similitudinem duarum formarum, nisi ex comparatione unius ad alteram. Et cum ita sit, comprehensio ergo sensus uisus à consimilitudine formarum, & diuersitate illarum, non est per solum sensum, sed per comparationem formarum inter se. Et etiam quando uisus comprehendit duos colores unius generis, & fuerit unus illorum fortior altero, sicut uiridem myrti & uiridem leuistici: comprehendet, quòd sunt uirides, & comprehendet etiam quòd alter illorum est fortioris uiriditatis, & distinguet inter duas uiriditates, & comprehendet consimilitudinem illorum in uiriditate, & diuersitatem illorum in fortitudine & debilitate: sed distinctio inter duas uiriditates non est ipse sensus uiriditatis, quoniam sensus uiriditatis est ex uiridificatione uisus ab utraq; uiriditate: & comprehẽdet, quòd sunt unius generis. Comprehensio ergo uisus, quòd altera uiriditas est fortior altera, & quòd duæ sunt unius generis, est distinctio colorationis, quę est in uisu, non ipse sensus coloris. Et similiter, quãdo duo colores similes in fortitudine fuerint unius generis, uisus comprehendit duos colores, & comprehendit quòd unius generis sunt, & quòd sunt consimiles in fortitudine. Et similiter est dispositio lucis apud uisum, quoniam uisus comprehendit lucem, & distinguit inter lucem fortem & debilem. Comprehensio ergo uisus quò ad consimilitudinem colorum, & diuersitatem eorum, & consimilitudinem lucis & diuersitatem eius, & consimilitudinem lineationum formarum rerum uisibilium, & figuræ, & situs earum, & diuersitates earum, non est, nisi ex comparatione illarum inter se, non solo sensu. Et etiam sensus uisus comprehendit diaphanitatem corporum diaphanorum, & diaphanitatem corporum, quæ sunt in fine diaphanitatis: sed non comprehendit diaphanitatem talem alia ratione, nisi per comparationem: quoniam lapides diaphani, quorum diaphanitas est modica, nõ comprehenduntur à uisu esse diaphani, nisi postquam fuerint oppositi luci, & comprehendatur lux à posteriori eorum: & comprehendentur, quòd sunt diaphani. Et similiter diaphanitas cuiuslibet corporis diaphani, non comprehenditur à uisu, nisi postquam comprehensum fuerit corpus aut lux, quæ est à posteriori eius, & comprehendatur insuper per distinctionem, quòd illud, quod appareat à posteriori, est diuersum à corpore diaphano: comprehensio autem eius, quòd illud, quod est à posteriori corporis diaphani, est diuersum ab illo corpore, non est comprehensio solo sensu, sed est comprehensio per rationem. Et cum diaphanitas non comprehendatur nisi per signationem, ergo non comprehendetur, nisi distinctione & ratione. Et etiam scriptura non comprehenditur, nisi ex distinctione formarum literarum, & compositione illarum, & comparatione illarum ex sibi similibus, quæ sunt notæ scriptori antè. Et similiter multæ res uisibiles, quando considerabitur quali-

tas com-

tas comprehensionis illarum, non comprehenduntur solo sensu, sed ratione & distinctione. Et cum ita sit, non ergo omne, quod comprehenditur à uisu, comprehenditur solo sensu: sed multæ intentiones uisibiles comprehenduntur per rationem & distinctionem cum sensu formæ uisæ. Visus autem non habet uirtutem distinguendi, sed uirtus distinctiua distinguit istas res: attamen distinctio uirtutis distinctiuæ in istis rebus uisibilibus non est, nisi mediante uisu. Et etiam uisus comprehendit multas res uisas per cognitionem, & cognoscit hominem esse hominem, & equum equum, & Socratem esse Socratem, quando uiderit illum prius: & cognoscit animalia sibi assueta, & arbores, & plantas, & lapides, quando prius uiderit ipsa, & consimilia. Et cognoscit omnes intentiones in rebus uisibilibus sibi assuetas. Et non cōprehendit uisus quidditatē alicuius rei, nisi per cognitionem. Cognitio autē non est comprehensio solo sensu, quoniā uisus nō cognoscit omne, quod uidit prius. Et cum uisus comprehenderit aliquod indiuiduum, & postea separabitur ab illo longo tempore, & post uiderit ipsum: & non fuerit memor ipsius: non cognoscet ipsum: quoniam non cognoscit illud, quod cognouit, nisi quando fuerit memor. Si ergo cognitio esset comprehensio solo sensu: oporteret, quādo uideret uisus aliquod indiuiduū, quod prius uidit, quòd statim cognosceret ipsum in secunda uisione secundum omnes dispositiones: sed non est ita. Et cum cognitio nō sit nisi per rememorationem: cognitio ergo non est comprehensio solo sensu.

11. Visio per anticipatam notionem fit quodammodo per syllogismum. 63 p 3.

COmprehensio autem per cognitionem est comprehensio per aliquem modorum ratiocinationis, quoniam cognitio est comprehensio consimilitudinis duarum formarum, scilicet formæ quam comprehendit uisus apud cognitionem, & formę illius rei uisæ uel sibi similis, quā comprehendebat in prima uice: & propter hoc nō erit cognitio nisi per rememorationē. Quoniam si prima forma non fuerit præsens memorię, non comprehendet uisus similitudinem duarum formarum, & sic non cognoscit rem uisam. Cognitio autem est formæ alicuius rei indiuiduæ, & formæ speciei. Cognitio ergo indiuidui est ex assimilatione formæ indiuidui, quam comprehendit uisus apud cognitionem indiuidui, alij formæ, quam prius comprehendebat. Et cognitio speciei est ex assimilatione formæ rei uisæ ad alias formas similes indiuiduis suæ speciei, quæ prius cōprehendebat. Et comprehensio similitudinis est comprehensio per rationem, quoniam non est, nisi ex comparatione unius formę ad alteram. Cognitio ergo non est, nisi modus rationis. Sed ista ratio distinguitur ab omnibus rationibus: quoniam cognitio non erit per inductionem omnium intentionum, quæ sunt in forma, sed per signa. Cum ergo uisus comprehendit aliquam intentionum, quæ sunt in forma, & fuerit memor primæ formæ, statim cognoscet formam, & non est ita omne, quod comprehendit per rationem: quoniam plura eorum, quę comprehenduntur per rationem, non comprehenduntur, nisi post inductionem omnium intentionum, quæ sunt in eis. Quoniā scriptor quando momento aspexerit formam a b c, statim comprehendet, quod est a b c. ex apprehensione ergo eius, quòd a est præcedens, & c est ultimum, comprehendet, quod est a b c. Et similiter si uiderit (DOMINVS) scriptum, statim comprehendet ipsum per cognitionem & consuetudinem: & similiter omnes dispositiones sibi assuetas, quando scriptor uiderit ipsas, statim comprehendet sine indigentia distinctionis unius ab altera: & non est ita, si scriptor inspexerit dictionem extraneam scriptam, quam antè non uidit, quoniam scriptor non comprehendet istam dictionem, nisi postquam distinxerit eius literas, & post comprehendet dictionem. Omnis ergo forma, quam prius non uidit uisus, neq; similem illi, quando comprehendetur à uisu, non comprehendet uisus, quòd est illa forma, nisi postquam distinxerit omnes illas intentiones illius formæ, aut plures illarum. Forma autem consueta comprehendetur à uisu statim comprehensione quarundam intentionum, quæ sunt in illa forma. Illud ergo quod comprehenditur per cognitionem, comprehendetur per signum: & non omne quod comprehenditur per rationem, comprehenditur per signum. Et plures intentiones uisibilium non comprehenduntur nisi per cognitionem. Et non comprehendetur quidditas alicuius rei uisæ, neque alicuius rei sensibilis alio sensu, nisi per cognitionem. Et uirtus cognitionis est coniuncta uirtuti sensus: & non completur comprehensio uisibilium, nisi per cognitionem. Cognitio autem non est solo sensu. Intentiones ergo quæ comprehenduntur à sensu uisu quædam comprehenduntur solo sensu, quædam per cognitionem, quædam per rationem & distinctionem.

12. Visio per syllogismum, fit plerunq; breui tempore. 69 p 3.

ET plures intentiones uisibilium, quæ comprehenduntur per rationem & distinctionem, comprehenduntur in tempore ualde paruo, & non apparet, quòd comprehensio earum fit per rationem & distinctionem, propter uelocitatem rationis, per quam comprehenduntur istæ intentiones. Quoniam figura, & magnitudo, & diaphanitas corporis, & similia, ex intentionibus, quæ sunt in rebus uisibilibus, comprehenduntur in maiori parte comprehensione ualde ueloci, & nō comprehenditur tunc, quòd comprehensio earum fit per rationē. Et cum comprehensio istarum intentionum est per rationem, non est, nisi per manifestationem positionum illarum, & per consuetudinem uirtutis distinctiuæ ad istas intentiones. Apud peruentum ergo illius formæ comprehendit omnes intentiones, quæ sunt in ea, & sic distinguentur ab eo apud comprehensio-

nem. Et similiter in argumentatione & omnibus rationibus, quarũ propositiones sunt uniuersales & manifestæ, non indiget uirtus distinctiua aliquanto tempore in comprehendendo illarum conclusiones, sed apud intellectum statim propositionis intelligetur conclusio. Et causa in hoc est, quòd uirtus distinctiua non arguit per compositionem & ordinationem propositionis, sicut componitur argumentatio per uocabula. Quoniam argumentum, quod concludit, erit secundum uerbum, & secundum ordinationem propositionum: argumentum autem uirtutis distinctiuæ non est ita, quoniam uirtus distinctiua comprehendit conclusionem sine indigentia in uerbis, & sine indigentia ordinationis propositionum, & ordinationis uerborum: quoniam ordinatio uerborum argumenti non est, nisi modus qualitatis comprehensionis uirtutis distinctiuæ à conclusione: Sed comprehensio uirtutis distinctiuæ ad conclusionem non indiget modo qualitatis, nec ordine qualitatis comprehensionis. Intentiones ergo uisibiles, quæ comprehenduntur à ratione, comprehenduntur utplurimùm, ualde uelociter, & non apparet in maiori parte, si comprehensio earum sit in ratione. Et etiam intentiones uisibiles, quæ comprehenduntur per rationem & distinctionem, quoniam multoties comprehenduntur per rationem, & intelligit uirtus distinctiua intentiones earum: si pòst uiderit ipsas, comprehendet eas per cognitionem sine indigentia distinctionis omnium intentionum, quæ sunt in secundis, sed per signa tantùm, & distinguet illam conclusionem per cognitionem sine indigentia argumentationis alicuius iterandæ: & est exemplum in eo scriptore, qui primo uidet uerbum extraneum. Et similiter sunt omnes intentiones, quæ comprehenduntur per rationem, quando propositiones earum fuerint manifestæ, & conclusiones fuerint ueræ. Quoniam quando anima intellexerit conclusionem esse ueram, deinde multoties uenerit in animam: erit conclusio quasi propositio manifesta: & sic, quando anima uiderit propositionem, statim intelliget conclusionem sine indigentia argumentationis iterandæ. Et plures intentiones, quas non comprehendit uirtus distinctiua, quòd sint ueræ, nisi per rationem, putantur quòd sint propositiones primæ, & quòd non comprehendantur, nisi per naturam & intellectum, non per rationem: uerbi gratia, quòd totum sit maius sua parte, putatur quòd natura intellectus iudicet quòd sit uerum, & quòd comprehensio ueritatis ipsius non est per rationem. Sed totum est maius sua parte, non comprehendet prius, nisi per rationem, quoniam distinctio non habet uiam ad comprehendendum, quòd totum sit maius sua parte, nisi postquã intellexerit intentiones totius & partis, & intentionem maioritatis & minoritatis: quoniam si non intellexerit intentionem partium, non intelliget intentionem totius. Intentio autem totius non est nisi communitas, & intentio partis, nisi aliquiditas, & maioritas est relatio ad alterum, & intentio maioris est illud, quod est æquale alij, & plus. Et probatio quòd omne totum est maius sua parte, est quod confertur ei cum quadam æquiualentia, & addit super ipsam cum residuo, quod est plus scilicet: & ex conuenientia intentionis maioris cum intentione totius: & argumentatione apparet, quòd totum sit maius sua parte. Et cum comprehensio huius propositionis, quòd totum sit maius sua parte, non sit nisi per istam uiam: comprehensio ergo eius non est, nisi per rationem, non per naturam intellectus: & illud, quod est in natura intellectus, non est nisi comprehensio conuenientiæ intentionis totius, & intentionis maioris, & in augmentatione tantùm. Et ordinatio istius syllogismi est ita: omne totum addit super partem: & omne addens super aliud, est maius ipso: ergo omne totum est maius sua parte. Et uelocitas comprehensionis uirtutis distinctiuæ circa conclusionem, non est, nisi quia propositio uniuersalis est manifesta ex comprehensione uirtutis distinctiuæ: sed comprehensio, quòd totum est maius parte, est per rationem. Et quia propositio uniuersalis est ei manifesta, comprehendet conclusionem apud euentum propositionis minoris particularis, & propositio particularis est additio intentionis totius super partem. Et quia ueritas conclusionis istius syllogismi est certissima in anima, & præsens in memoria: quando ueniet propositio ad ipsum, recipit ipsam intellectus sine indigentia argumentationis iterandæ, sed per cognitionem tantùm. Et omne, quod est istius generis, uocatur ab hominibus propositio prima: & putatur, quòd comprehendatur solo intellectu, & quòd non indigeatur in comprehensione ueritatis circa ipsum, nisi solo intellectu. Et caussa illius est, quòd comprehenditur statim. Syllogismi ergo, quorum propositiones sunt uniuersales & manifestæ, comprehenduntur in tempore insensibili: deinde quando syllogizatur toties, ut ueritas conclusionis certificetur in anima, tunc efficietur conclusio quasi propositio manifesta. Et secundum hunc modum erit comprehensio uirtutis distinctiuæ ad plures intentiones, quæ comprehenduntur ratione in tempore insensibili, sine indigentia argumentationis iterandæ.

13. Visio per anticipatam notionem fit in tempore: & qualitas eius plerunque ignoratur. 64.69 p 3.

Et etiam multoties non apparet qualitas comprehensionis intentionum uisibilium, quæ comprehenduntur ratione & cognitione, quoniam comprehensio earum non fit ualde uelociter, & quia comprehensio qualitatis comprehensionis non est, nisi per secundum argumentum post primum argumentum, per quod fuit uisio. Virtus autem distinctiua non utitur isto secundo argumento, in tempore, in quo comprehendit aliquam intentionem uisibilem, neque distinguit qualiter comprehendit illam intentionem, neq; potest, propter uelocitatem comprehensionis eius ad intentiones cõprehensas per cognitionẽ & per argumentũ, cuius propositiones sunt mani-

festæ

festæ & certæ in anima. Et propter hoc non sentitur qualitas comprehensionis ueritatis plurium propositionum uerarum, quæ comprehenduntur per cognitionem: Et radix affirmationis ueritatis earum est per rationem apud earum euentum. Quoniam quando istæ propositiones eueniunt uirtuti distinctiuæ, statim iudicat, quòd sint ueræ per cognitionem: sed apud cognitionem non inquirit qualiter affirmata fuerit prius ueritas, neque inquirit, qualiter comprehendit, quòd ueræ sint apud euentum earum. Et etiam pari modo argumentum, per quod comprehendit uirtus distinctiua qualitatem comprehensionis eius ad illud, quod comprehendit, non est argumentum in fine uelocitatis, sed indiget consideratione, quoniam comprehensiones diuersantur, & quædam sunt per naturam intellectus, & quædam per cognitionem, & quædam per considerationem & distinctionem. Comprehensio ergo qualitatis comprehensionis, & quæ cōprehensio eiusmodi cōprehensionis est, non est, nisi per argumentum & distinctionem non uelocem. Et propter hoc non apparet multoties qualitas comprehensionis rerum uisibilium, quæ comprehenduntur ratione apud comprehensionem. Et etiam est homo natus ad distinguendum sine difficultate, & arguendum sine labore, & non percipit, quod arguit, nisi quando arguit cum difficultate, quando uerò non utitur difficultate, & cognitione, non percipit, quod arguit. Argumenta ergo assueta, quorum propositiones sunt manifestæ, & non indigent difficultate, sunt in homine naturaliter: & propter hoc percipit, quando comprehendit conclusiones eorum, quòd comprehendat ipsas per argumentum. Et significatio est, quòd homo natus est ad arguendum, quòd ipse arguit, & non percipit quod arguit, quod apparet in pueris in primo incremento: quoniam ipsi comprehendunt plures res, sicut homo perfectus, & distinguens, & utuntur multis operationibus per distinctionem: uerbi gratia: Puer quando ei demonstrantur duo ex eodem genere, sicut duo poma, & fuerit unum pulchrius alio, accipiet pulchrius, & dimittet alterum, sed electio rei pulchrioris non est, nisi per comparationem alterius ad alterum: & comprehensio pulchri, quòd sit pulchrum, & fœdi, quòd sit fœdum: & similiter quando elegerit pulchrius alio pulchro minoris pulchritudinis, significat quòd non elegit ipsum, nisi post comparationem unius ad alterum, & comprehensionem formæ cuiuslibet eorum, & comprehensionem argumenti pulchritudinis pulchrioris super minus pulchrum: & electio pulchrioris non est, nisi per propositionem uniuersalem dicentem: Quòd pulchrius est, melius est: & quod est melius, dignius est ad eligendum: ergo ipse utitur hac propositione, & non percipit, quòd utatur ea. Et cum ita sit: puer ergo arguit & distinguit: & non est dubium, quòd puer nescit, quod est argumentum, neque percipit quando arguit, utrum arguat, aut non: & si quis etiam intenderet ipsum instruere, quid sit argumentum, uel arguere, non intelligeret. Et quia puer arguit, & nescit, quid sit argumentum, anima ergo humana nata est ad arguendum sine difficultate & labore, & non percipit homo apud comprehensionem rei, quòd sit huiusmodi, quòd sit per argumentum. Sed intentiones, quæ comprehenduntur ratione, non sunt, nisi intentiones manifestæ, quarum propositiones sunt ualde manifestæ: intentiones uerò, quarum propositiones non sunt ualde manifestæ, & quarum argumenta indigent difficultate, quando comprehenduntur ab homine, fortè percipit, quòd comprehendit ipsas per rationem, quando fuerint illæ ueræ distinctionis. Iam ergo declaratum est ex omni quod diximus, quòd quædam intentiones, quæ comprehenduntur per uisum, comprehenduntur solo sensu, & quædam per distinctionem, & quædam per cognitionem, & argumentum, & rationem & positionem: & quòd qualitas comprehensionis intentionum particularium per uisum, non apparet in maiori parte propter uelocitatem istius, quod comprehenditur per cognitionem, & propter uelocitatem argumenti, per quod comprehenduntur intentiones uisibiles: & quòd uirtus distinctiua est nata ad arguendum sine labore & difficultate, sed natura & consuetudine, & non indiget argumentatione iteranda illa uirtus in comprehensione alicuius intentionum particulariū, quę multoties fuerint uisæ.

14. E uisibili sæpius uiso remanet in animo generalis notio, qua quodlibet uisibile simile percipitur & cognoscitur. 61 p 3.

ET comprehenduntur etiam intentiones, quæ multoties fuerint uisæ, ratione & distinctione, quæ sunt in anima, ita quòd homo non percipit quietem illarum, neque quies illarum habet principium sensibile, quoniam habet experientia, quòd comprehendit uisibilia: & experientia est in eo quædam distinctio, & præcipuè distinctio, per quam comprehenduntur intentiones sensibiles: Ipse ergo comprehendit intentiones sensibiles ratione & distinctione, & acquirit intentiones sensibilium. Et multoties redduntur ipsæ intentiones sensibiles illi successiuè, quousq; quiescant in eius anima: ita etiam ut non percipiat quietem earum: & sic quando uenerit ipsa intentio particularis, quæ quieuerit in anima eius, cōprehendet eam apud eius euentū per cognitionē, neq; tamē percipit qualitatē comprehensionis, neq; qualitatē cognitionis, neq; qualiter quieuerit in anima eius, cognitio ipsius intentiōis. Oēs ergo intentiōes particulares, quę cōprehenduntur ratione, & distinctiōe, & multoties redduntur, iam cōprehensæ sunt ab homine in præterito tēpore, & quieuerūt in anima, & facta est forma uniuersalis qui escēs ex qualibet intentione particulariū. Comprehenduntur ergo intentiones istæ sine argumentatione iteranda, quā primò fecit, & sine ratione, per quā cōprehensa est ueritas illius intentionis, & sine cōprehensione qualitatis cōprehensionis ipsius apud comprehensionē, & sine cōprehensione qualitatis cognitionis apud comprehensionem, & nihil remanet argumentatione iteranda indigens, nisi considerare intentiones particulares, quæ sunt

in ipsis

in ipsis indiuiduis particularibus, sicut figura in re indiuidua, scilicet in re uisa signata, aut situs rei uisæ indiuiduæ, aut magnitudo rei uisæ indiuiduæ, aut comparatio coloris alicuius rei uisæ indiuiduæ cum colore alterius rei uisæ & illi similis. Et secundum istos modos erit comprehensio omniũ intentionum particularium, quæ sunt in rebus uisibilibus.

DE OMNIBVS INTENTIONIBVS COMPREHENSIS À VISV: & qualiter comprehendat uisus quamlibet illarum. Cap. XI.

15. Species uisibiles principes sunt uiginti duæ: ad quas reliquæ omnes referuntur. In hypo. 3 lib. in præfa. 4 libr.

ET cum declarata sint omnia ista, incipiemus modò ad declarandum qualitates comprehensionis cuiuslibet intentionum particularium, quæ comprehenduntur per uisum, & qualitates argumentorum, per quæ acquirit uirtus distinctiua intentiones comprehensas sensu uisus. Intentiones particulares, quæ comprehenduntur sensu uisu, sunt multæ, sed generaliter diuiduntur in 22: & sunt lux, color, remotio, situs, corporeitas, figura, magnitudo, continuum, discretio & separatio, numerus, motus, quies, asperitas, leuitas, diaphanitas, spissitudo, umbra, obscuritas, pulchritudo, turpitudo, consimilitudo, & diuersitas in omnibus intentionibus particularibus, & in omnibus formis compositis ex omnibus intentionibus particularibus. Ista ergo sunt omnia quæ comprehenduntur per sensum uisus: & si aliqua intentio uisibilis est præter istas, collocabitur sub aliqua istarum, sicut ordinatio, quæ collocabitur sub situ, & scriptura, & pictura, quæ collocabuntur sub figura & ordine: & sicut rectitudo, & curuitas, & concauitas, & conuexitas, quæ collocantur sub figura: & multitudo & paucitas, quæ collocantur sub numero: & sicut æqualitas & augmentum, quæ collocantur sub similitudine & diuersitate: & alacritas, & risus, & tristitia, quę comprehenduntur ex figura formæ faciei: collocantur ergo sub figura: & sicut fletus, qui continetur sub figura faciei cum motu lachrymarum, collocatur ergo sub figura & motu: & sicut humilitas & siccitas, quæ collocantur sub motu & quiete, quoniam humilitas comprehenditur sensu uisu, sed non sensu uisu comprehenditur, nisi ex liquiditate corporis humidi, & ex motu unius partis illius ante aliã, & siccitas comprehenditur sensu uisus, sed nõ comprehenditur, nisi ex retentione partium corporis sicci, & ex priuatione motus liquiditatis: & similiter quælibet intentio particularis comprehensa à uisu, collocatur sub partibus, quas diximus prius. Et omnes intentiones uisibiles sunt, sicut superius diximus.

16. Visio perficitur, cum forma uisibilis crystallino humore recepta, in neruum opticum peruenerit. 20 p 3. Idem 25 n 1.

ET cum ita sit, distinctio & argumentatio uirtutis distinctiuæ, & cognitio formarum & signorum eorum non erunt, nisi ex cognitione uel distinctione uirtutis distinctiuæ ex formis peruenientibus intra concauum nerui communis, apud comprehensionem ultimi sentientis illas, & ex cognitione signorum formarum istarum. Et ita corpus sentiẽs extensum à superficie membri sentientis usq; ad concauum nerui communis, scilicet spiritus uisibilis est sentiens per totum, quoniã uirtus sensitiua est per totum istius corporis. Cum ergo forma extenditur à superficie membri sentientis usq; ad concauum nerui communis, quælibet pars corporis sentientis sentiet formã: & cum peruenerit forma in concauum nerui communis, comprehendetur ab ultimo sentiente, & tunc erit distinctio & argumentatio. Virtus autem sensitiua sentit formam rei uisæ ex toto corpore sentiente extensam à superficie membri sentientis usque ad concauum nerui communis: & uirtus distinctiua distinguit intentiones, quæ sunt in forma apud comprehensionem ultimi sentientis circa formam. Secundum ergo hunc modum erit comprehensio formarum rerum uisibilium à uirtute sensitiua, & ab ultimo sentiente, & à uirtute distinctiua. Et declarabitur ex ista dispositiõe, quòd uirtus sensitiua sentit locũ membri sentientis, in quem peruenit forma, quoniã non sentit formam, nisi ex loco, in quem peruenit forma. Et declaratũ est etiam [25 n 1] quòd à quolibet puncto superficiei glacialis extenditur forma secundum unam uerticationem continuam, cum eo, quod est in eadem de obliquatione & incuruatione, quousque perueniat ad unum punctum loci, in quem peruenit forma in concauo nerui communis. Et cum ita sit, forma ergo perueniens in partem superficiei glacialis, extenditur ab illa parte ad aliam partem concaui nerui communis. Et forma cuiuslibet uisarum rerum diuersarum, quæ comprehenduntur simul in eodem tempore: extenditur ad locum certum in concauo nerui communis: & perueniunt formæ omnium illarum rerum uisarum ad concauum nerui communis: & erit ordinatio formarum illarum inter se in concauo nerui cõmunis, sicut ordinatio ipsarum rerum inter se uisarum. Cum ergo uisus fuerit oppositus alicui rei uisæ, formæ lucis & coloris istius rei uisæ perueniunt ad superficiem uisus, & perueniunt in superficiem glacialis, & extenduntur secundum uerticationes determinatas, quas diximus secundũ suam ordinationem, & figurã, & formã, quousq; perueniant ad concauũ nerui cõmunis, & comprehendentur à uirtute sensitiua apud peruentũ earũ in corpore glacialis, & apud peruentũ earũ in toto corpore sentiente, & uirtus distinctiua distinguit omnes intentiones, quæ sunt in eis: & forma lucis & forma coloris nõ perueniũt ad cõcauũ nerui, nisi quia corpus sentiẽs extẽsum in cõcauo nerui, coloratur à forma lucis & coloris, & illuminatur à forma lucis, & peruenit forma ad cõcauũ nerui cõmunis: & erit

erit pars corporis sentientis, quod est in concauo nerui cõmunis, ad quam peruenit forma rei uisæ, colorata colore illius rei uisæ,& illuminata luce, quæ est in illa re uisa: & si res uisa habuerit unũ colorem, erit illa pars corporis sentientis unius coloris,& si partes rei uisæ fuerint diuersi coloris,erũt partes illius corporis partis sentientis, quod est in concauo nerui cõmunis, diuersi coloris: & ultimum sentiens sentit colorem rei uisæ ex coloratione, quam inuenit in illa parte, & cõprehendit lucem rei uisæ ex illuminatione,quam inuenit in illa parte. Et uirtus distinctiua comprehendit plures intentiones particulares,quæ sunt in re uisa,ex distinctione intentionum,quæ sunt in illa forma ab ea,scilicet ex ordinatione partium formæ,& ex figuratione illius,quod continet formam, & ex figuratione partium eius, & diuersitate colorum,& situum & ordinationum,quæ sunt in partibus illius formæ,& ex consimilitudine & diuersitate earum. Et etiam lux ueniens à re uisa,colorata ad uisum, non uenit per se sine colore, & forma coloris ueniens à re uisa,colorata ad uisum, non uenit sine luce,& non uenit forma lucis & coloris,quæ sunt in re uisa,nisi admixtæ,neq; comprehendit eas ultimum sentiens,nisi admixtas: tamen etiam sentiens comprehendit rem uisam illuminatã, & comprehendit,quòd lux apparens in re uisa,est diuersa à colore: & ista comprehensio est distinctio. Distinctio autem non est,nisi uirtutis distinctiuæ, non sensitiuæ: tamen cum comprehensione istius intentionis à uirtute distinctiua, ista intentio quiescit in anima, & non indiget argumentatione iteranda apud euentũ cuiuslibet formę. Sed quòd lux,quæ est in ea,est diuersa à colore, quæ est in ea: & comprehensio uirtutis distinctiuæ, quòd lux accidentalis, quæ est in re uisa colorata, est diuersa à colore,qui est in ea: est,quia super unam rem uisam diuersatur lux,& aliquando augmentatur,& aliquando diminuitur. Et cum hoc est,remanet color eius idem,quamuis diuersetur scintillatio coloris secundum diuersitatem lucis,tamen genus coloris nõ diuersatur. Et etiam lux accidentalis fortè peruenit ad rem uisam ex foramine, & cum fuerit obstructum illud foramen, obscurabitur illa res uisa. Ex comprehensione ergo uirtutis distinctiuæ circa diuersitatem lucis super res uisas, & ex comprehensione eius circa illuminationem rei uisæ,aliquando etiam priuationem lucis ab ea,comprehendit uisus, quòd colores, qui sunt in rebus uisis, sunt diuersi à luce,quæ accidit in eis. Forma ergo, quam comprehendit sentiens ex re uisa colorata,est forma admixta ex forma lucis & forma coloris, quæ sunt in re uisa: Et uirtus distinctiua comprehendit, quòd color,qui est in eo,est diuersus à luce, quę est in ea. Et ista cõprehensio,est comprehensio secundum cognitionẽ apud euentũ formæ, quæ est in sentiente: quoniam iam quiescit in anima,quòd lux cuiuslibet formæ admixtæ ex luce & colore,est diuersa à colore,qui est in ea.

17. E speciebus uisibilibus primùm percipitur essentia lucis & coloris. 67 p 3.

ET primum, quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus, quæ appropriantur formę,est quidditas coloris: quidditas autem coloris non comprehendetur à uirtute distinctiua, nisi per cognitionẽ, quando color rei uisę fuerit ex coloribus assuetis: & comprehensio quidditatis coloris à uirtute distinctiua secundum cognitionem non est,nisi ex comparatione formæ coloris ad formas, quas comprehendebat antè,ex formis scilicet similibus illi colori. Quoniam quando uisus comprehendit colorem rubeum, & comprehendit, quòd sit rubeus, non comprehendit, quòd sit rubeus, nisi quia cognoscit ipsum: & ista cognitio non est, nisi ex assimilatione formæ eius ad res,quas comprehendebat prius. Si autem uisus nunquam comprehendisset rubeum colorẽ,nisi modò,nesciret apud cõprehensionem rubei,quòd esset rubeus. Cum ergo color fuerit ex coloribus assuetis,cognoscetur à uisu secundum cognitionẽ, & si fuerit ex coloribus extraneis, ita quòd uisus nunquã comprehendit talem antè,non comprehendetur à uisu,ut cognoscat ipsum,sed assimilabit ipsum coloribus propinquis, scilicet quos cognoscebat. Radix ergo comprehensionis coloris est à sensu solo,deinde quando super uisum multoties redierit, per cognitionẽ comprehendetur,scilicet cuiusmodi fuerit coloris. Et quidditas lucis etiã non comprehendetur à uisu, nisi per cognitionem: quoniam uisus cognoscit lumen ignis & lumen solis,& distinguit inter ipsum lumẽ lunæ & ignis: & sic cognoscit lucem lunæ, & lucem ignis. Comprehensio ergo quidditatis istarũ lucium à uisu,non est,nisi per cognitionẽ. Deinde omne,quod comprehenditur per sensum uisum,post lucem & colorem, non comprehenditur solo sensu, sed comprehenditur per distinctionem & argumentationem cum sensu,quoniã omne, quod cõprehenditur per distinctionẽ & argumentationẽ, non cõprehenditur nisi ex distinctione intentionũ, quæ sunt in forma sensibili. Et intentiones,quæ cõprehenduntur per distinctionẽ,& argumentationẽ,& cognitionẽ,non cõprehenduntur, nisi cum sensu formæ.

18. Lux & color ex sese,solo uisu percipiuntur. 59 p 3.

LVx autem, quæ est in corpore illuminato, per se comprehenditur à uisu secundum suum esse, & per se & ex ipso sensu: & lux & color,quæ sunt in corpore colorato,illuminato lumine accidentali,comprehenduntur à uisu simul & admixta,& solo sensu. Lux ergo essentialis comprehenditur à sentiente ex illuminatione corporis sentientis, & color comprehenditur à sentiente ex alteratione formæ corporis sentientis, & ex eius coloratione, & cum huiusmodi comprehensione lucis à corpore sentiente per lumen accidentale admixtum cum illo colore. Sentiens ergo comprehendit ex corpore apud peruentum formæ coloris ad se lucem coloratam, & comprehendit ex eo apud peruentum formæ lucis essentialis lucem solam. Ista ergo duo tantùm comprehenduntur à uisu solo sensu.

19. Color ex sese, prius percipitur, quàm ipsius essentia. Itaq; uisibile quodlibet ex sese prius percipitur, quàm ipsius essentia. 68 p 3.

ET iterum dicemus, quòd comprehensio coloris in eo, quod est color, est ante comprehensionem quidditatis coloris, scilicet, quòd uisus comprehendit colorem, & sentit, quòd est color, antequam sentiat cuiusmodi sit coloris: quoniam apud peruentũ formæ in uisu, coloratur uisus, & cum uisus coloratur, sentit, quòd sit coloratus, & sic sentit colorem: deinde ex distinctione coloris, & comparatione ipsius ad colores notos uisui, comprehendit quidditatẽ coloris. Comprehensio ergo coloris in eo, quòd est color, est ante comprehensionẽ quidditatis coloris, & erit cõprehensio quidditatis coloris per cognitionẽ. Et significatio, quòd uisus comprehendit colorẽ in eo, quòd est color, antequam comprehendat cuiusmodi sit ratio coloris: est: quia uisibilia, quorum colores sunt fortes, sicut uiriditas profunda, & fuscitas, & similes, quãdo fuerint in obscuro ualde loco, non comprehenduntur à uisu in illo loco, nisi quasi colores tantùm: tamen sentit quòd sint colores, & non distinguit cuiusmodi sint colores in principio comprehensionis. Et quando locus non fuerit ualde obscurus, & uisus multũ intueatur, comprehendit uisus, cuiusmodi sint coloris: aut si lux augmentetur & intendatur in illo loco. Declarabitur ergo ex ista experimentatione, quòd uisus comprehendit colorem in eo, quòd est color, antequam comprehendat cuiusmodi sit coloris: & illud, quod comprehendit uisus ex colore in principio sui peruentus ad uisum, est coloratio, & coloratio est quasi obscuritas aut umbra, quando color fuerit subtilis. Et si res uisa fuerit diuersorũ colorum, comprehendet uisus in principio ex forma illius rei uisæ obscuritatem partium diuersæ qualitatis, secundum fortitudinẽ & debilitatem, aut quasi umbras diuersas in fortitudine & debilitate. Primũ ergo, quod comprehendit uisus ex forma coloris, est mutatio membri sentientis, & coloratio eius, quæ est obscuritas aut similitudo obscuritatis: deinde sentiens distinguet illam colorationem: & si res uisa fuerit illuminata, distinguetur ille color à uisu, & comprehendetur eius quidditas, quando fuerit ex coloribus, quos multoties comprehendebat prius: & si fuerit ex coloribus, quos ferè semper antè comprehendebat, comprehendetur in minore tempore, & in instanti secundo, inter quod & primum, in quo comprehendit colorem, quatenus est color, non est sensibile tempus: si autẽ fuerit ex coloribus non manifestis, quos uisus non comprehendit antè, nisi raro, aut fuerit in loco obscuro & debilis lucis, nõ comprehendetur à uisu quidditas eius, nisi in tempore sensibili: & si res uisa fuerit obscura, & fuerit in ea, nisi modica lux, sicut illud, quod comprehenditur nocte, & in locis ualde obscuris, non distinguetur à sentiente, nisi obscuritas tantùm. Declaratum est ergo ex comprehensione colorũ in locis obscuris, quòd comprehensio coloris in eo, quòd est color, est ante comprehensionẽ quidditatis eius. Et etiam significatio quòd uisus comprehendit colorem in eo, quod est color, antequam comprehendat cuiusmodi sit coloris: est, quia uisus cum cõprehendit colorem extraneum, quem nunquam uidit antè, comprehendit quòd est color, & tamen nescit, cuiusmodi sit coloris: & cum fuerit multùm circa ipsum, assimilabit ipsum propinquiori colori simili illi. Ex istis ergo experimẽtationibus declaratur declaratione manifesta, quòd cõprehensio coloris in eo, quod est color, erit ante comprehensionem quidditatis coloris: & declaratũ est etiam ex istis experimentationibus, quòd comprehensio quidditatis coloris nõ erit nisi per distinctionem. Illud ergo quod comprehendit uisus solo sensu, non est, nisi color in eo, quòd est color, & lux in eo, quòd est lux: & præter ista nihil comprehendit solo sensu, sed per distinctionem, & argumentationẽ & cognitionẽ.

20. Essentia coloris percipitur in tempore. Itaq; essentia cuiuslibet uisibilis percipitur in tempore. 70 p 3.

ET etiã dicamus, quòd comprehensio quidditatis coloris nõ est, nisi in tempore. Quoniã enim comprehensio quidditatis coloris non est, nisi per distinctionẽ & assimilationẽ, sed distinctio non est, nisi in tempore: ergo comprehensio quidditatis coloris non est, nisi in tempore. Significationem aũt manifestam, quòd comprehensio quidditatis coloris nõ est, nisi in tempore, præbet illud, quod apparet in trocho apud motum eius: quoniã quando in trocho fuerint tincturæ diuersę, & illæ tincturæ fuerint lineæ extensæ ex medio superficiei eius manifestæ, & ex parte colli eius usq; ad finẽ suæ circumferentię, & trochus fuerit circumgyratus motu forti, & aspexerit ipsum quis, comprehendet omnes colores eius quasi unũ, diuersum ab omnibus coloribus eius, qui sunt in eo, quasi esset color cõpositus ex omnibus coloribus illarum linearum, & non comprehendet lineationẽ, nec diuersitatem colorum: & simul comprehendet ipsum quasi quietum, quando motus eius fuerit ualde fortis, quoniam quodlibet punctum nõ figitur in eodem loco, tempore sensibili, sed in quantum minimo tempore gyrat circumferentiã totam, super quam reuoluitur. Peruenit ergo forma puncti in uisum super circumferentiam circuli in uisu, & uisus non comprehendit colorem illius puncti in minimo tempore, nisi ex tota circumferentia circuli peruenientis in uisum: cõprehendit ergo colorem illius puncti in minimo tempore circumgyratũ. Et similiter omnia puncta, quæ sunt in superficie trochi, significant quòd uisus comprehendit colorem cuiuslibet illorum super totam circumferentiam circuli, super quam mouetur illud punctum in minimo tempore. Et omnia puncta, quorũ remotio à centro est æqualis, mouentur apud circumgyrationẽ trochi super eandem circuli unius circumferentiã. Accidit ergo ex hoc, ut appareat color cuiuslibet puncti illorum punctorũ, quorũ remotio à centro est æqualis, super circumferentiam eiusdem circuli in minimo tempore, quod erit

tempus

tempus reuolutionis. Quare apparebũt colores omniũ punctorũ in tota circũferẽtia illius circuli admixti: & propter hoc cõprehẽditur color superficiei trochi, quasi color unus admixtus ex omnibus coloribus, qui sunt in sua superficie. Si ergo uisus cõprehendisset quidditatẽ coloris in uno instanti, & nõ indiguisset ad cõprehẽdendũ quidditatẽ eius, tẽpore: cõprehendisset in uno instãti, & in quolibet instãti tẽporis, in quo mouetur trochus, quidditates omniũ colorũ, qui sunt in trocho, distinctæ essent apud motum. Quoniam quando indiguerit tempore ad comprehẽdendũ quidditates eorum: comprehendet illos in parte temporis reuolutionis, & in quolibet instanti temporis reuolutionis apud motum eorum, sicut comprehẽdet quidditatem eorum, apud eorum quietem: Quoniam quidditates omnium colorum uisibilium assuetorũ in quiete & in motu, sunt uniusmodi, non mutatæ: In quolibet ergo instanti, in quo mouetur res uisa, non mutatur color eius. Et quia uisus non comprehendit quidditatem colorum, qui sunt in superficie trochi, quando trochus mouebitur motu ueloci, & comprehendit ipsam, quando trochus quieuerit uel fuerit in motu tardo: uisus ergo non comprehendit quidditatem coloris, nisi sit color fixus in eodem loco, tempore sensibili, uel fuerit in motu, tempore sensibili in spatio, cuius quantitas non operatur in situ coloris istius à uisu operatione extranea. Declarabitur ergo ex ista dispositione, quòd comprehẽsio quidditatis coloris non erit, nisi in tempore: & declarabitur ex ista dispositione, quòd comprehensio quidditatis omnium uisibilium non est, nisi in tempore. Quoniam quando uisus non cõprehendit quidditatem coloris, qui comprehenditur solo sensu, nisi in tempore: maximè igitur indiget tempore in comprehensione intentionũ uisibiliũ, quæ cõprehenduntur per distinctionem & argumentationẽ. Cõprehensio ergo quidditatis uisibiliũ, & cõprehensio, per cognitionẽ, & cõprehensio per distinctionem & argumentationem, nõ erit, nisi in tẽpore: sed multoties erit in minimo tẽpore.

21. Lux & color ex sese, percipiuntur in tempore.

ET dicemus, quòd color in eo, quòd est color, & lux in eo, quòd est lux, non comprehendetur à uisu, nisi in tempore, scilicet, quòd instans, apud quod erit comprehẽsio coloris in eo, quòd est color, & comprehensio lucis in eo, quòd est lux, est diuersum ab instãti, quod est primum instans, in quo contingit superficiẽ uisus aer deferens formã. Quoniã color in eo, quòd est color, & lux in eo, quòd est lux, non comprehenduntur à sentiente, nisi post peruentum formæ in corpore sensibili, & non comprehenduntur ab ultimo sentiente, nisi post peruentum formæ ad concauum nerui communis, & peruentus formę ad concauum nerui communis, est sicut peruentus lucis à foraminibus, per quæ intrat lux ad corpora opposita illis foraminibus: peruentus igitur lucis à foramine ad corpus oppositum foramini, non erit, nisi in tempore, quamuis lateat sensum. Quoniam enim peruẽtus lucis à foramine ad corpus oppositum foramini non potest euadere ab altero duorum modorum, scilicet, quòd aut lux ueniet in partem aeris uicinantis foramini, antequam perueniat in partẽ aliam sequentem, deinde perueniet ad aliam partem, deinde ad aliam, quousque perueniat ad corpus oppositũ foramini: aut quòd lux perueniet in totum aerem medium, qui est inter foramen & corpus oppositum foramini, & in ipsum corpus oppositum foramini simul. Si ergo aer reciperet lucem succesiuè, nõ perueniret lux ad corpus oppositum foramini, nisi per motum: sed non est motus, nisi in tempore: si autem totus aer recipit lucem simul, peruentus lucis etiam in aerem, postquam non erat in eo, non erit, nisi in tempore, quamuis lateat sensum. Quoniam quando foramen, per quod intrat lux, fuerit obturatum, & deinde fuerit ablatum obturans: instans, in quo fuerit ablatum obturans à prima parte foraminis, & in quo fuerit discoopertus aer, qui est in foramine ad partem lucis, est diuersum ab instanti, in quo peruenit lux in aerem contingentem illam partem, quæ est intra foramen, & in aerem continuatum cum illo aere secundum omnes dispositiones: quoniam lux non peruenit in aliquam partem aeris, qui est intra foramen, quod est coopertum contra lucem, nisi postquam fuerit discooperta aliqua pars foraminis contra lucem, & nulla pars foraminis discooperitur in minori, uno instanti: sed instans non diuiditur: nihil ergo ex luce peruenit in interius foraminis in illo instanti, in quo fuerit discooperta pars foraminis: quoniã illud, quod est discoopertum ex foramine in uno instanti, non discooperitur succesiuè, neque illud, quod discooperitur ex foramine in uno instanti, est pars alicuius quantitatis, quoniam non discooperitur in uno instanti, nisi punctum carens quantitate, aut linea carẽs latitudine, quoniam non auferetur cooperiens ab habente longitudinem & latitudinem, nisi succesiuè. Igitur per motum: sed motus non erit, nisi in tempore: & illud quod discooperitur à foramine in uno instanti, caret latitudine: est ergo punctum aut linea: sed punctum carens quantitate, & linea carens latitudine, non est pars aeris: Punctum ergo carens quantitate, & linea carens latitudine, quod est punctũ, quod discooperitur ex foramine in instanti, non est, nisi finis alicuius partium aeris, qui est intra foramen, non pars aeris. Et punctum carens quantitate, non recipit lucem, neq; linea carens latitudine, quoniam non recipit lucem, nisi corpus. Et cum ita sit, nihil peruenit ex luce in aerem, qui est intra foramen, in instanti, in quo discooperitur primùm, quod discooperitur ex foramine. Instans ergo, quod est punctum uel primum instans, in quo peruenit lux in aerem, qui est intra foramẽ, aut in partem eius, est diuersum ab instanti, in quo discooperitur primùm, quod discooperitur ex foramine: sed inter quælibet duo instantia est tempus. Lux ergo non peruenit ex aere, qui est extra foramen, ad aerem, qui est intra foramẽ, nisi in tempore: sed id tempus ualde latet sensum, propter uelocitatem receptionis formarũ lucis ab aere. Et similiter accidit in uisu, quãdo fuerit oppositus

rei uisæ, postquam non erat ita, & aer deferens formam rei uisæ, contigerit superficiem uisus, postquam non contingebat ipsam prius: non peruenit forma ex aere deferente formã ad interius concaui nerui communis, nisi in tempore: sed sensus caret uia cõprehẽsionis istius temporis propter paruitatẽ eius, & errorẽ eius, & debilitatẽ eius ad cõprehendendum id, quod est in fine paruitatis. Istud ergo tẽpus respectu sensus est sicut instans. Et etiã mẽbrũ sentiens non sentit formas uenientes ad ipsum, nisi postquã patitur ab illis: non sentit ergo colorẽ in eo, quòd est color, neq; lucẽ in eo, quòd est lux, nisi postquã patitur à forma lucis & coloris: sed paſsio mẽbri sentientis à forma coloris & forma lucis, est aliqua alteratio: sed nulla alteratio est, nisi in tẽpore: uisus ergo non cõprehẽdit colorẽ in eo, quòd est color, neq; lucem in eo, quòd est lux, nisi in tẽpore. Et in tẽpore, in quo extenditur forma à superficie mẽbri sentientis ad concauũ nerui cõmunis, erit cõprehẽsio coloris in eo, quòd est color, & lucis in eo, quòd est lux, à uirtute sentiente, quæ est in toto corpore sentiente, & apud peruentum formę in concauum nerui cõmunis, erit cõprehensio coloris, in eo quòd est color, & lucis in eo, quòd est lux, ab ultimo sentiente. Comprehensio ergo coloris in eo, quòd est color, & lucis in eo, quòd est lux, est in tempore sequente tempus, in quo peruenit forma à superficie membri sentientis ad concauũ nerui communis. Et etiam instãs, quod est primum, in quo peruenit forma in superficiem uisus, diuersum est ab instanti, quod est primum instans, in quo aer deferens formam, contingit primum punctum superficiei uisus, quando uisus fuerit oppositus rei uisæ, postquam non fuerat ita, & postquã oculus aperuerit palpebras, postquã fuerunt clausæ. Quoniam quando ita fuerit, primum, quod contingit superficiem uisus ex aere deferente formam illius rei uisæ, est unum punctum, aut linea carens latitudine, deinde pars post aliam, quousq; aer deferens formam, contingat partem superficiei uisus, in quam peruenit forma: & apud contactum illius puncti carentis quantitate, aut lineæ carentis latitudine superficiei uisus, ad punctum carens quantitate, aut ad lineam carentem quantitate superficiei aeris deferentis formam, nihil peruenit ex forma lucis & coloris in superficiem uisus: quoniam minimum ex superficie, in quod peruenit lux, aut forma coloris, non erit, nisi superficies. In instanti ergo, in quo contingit punctum superficiei uisus primum punctum aeris deferentis formam, nihil peruenit in superficiem uisus. Instans ergo, quod est primum instans, in quo peruenit forma in superficiem uisus, est diuersum ab instanti, quod est primum instans, in quo contingit aer deferens formam, superficiem uisus, quando fuerit uisus oppositus rei uisæ, & aperuerit palpebras eius, postquam fuerunt clausæ. Et cum ita sit, non peruenit forma lucis aut coloris in aliquam partem membri sentientis, neq; in superficiem uisus, nisi in tempore. Non comprehendit ergo sentiens colorem in eo, quòd est color, neq; lucem in eo, quòd est lux, nisi in tempore, scilicet quòd instans, in quo cadit sensus coloris in eo, quòd est color, & lucis in eo, quòd est lux, est diuersum ab instanti, quod est instans primum, in quo contingit aer deferens formam, superficiem uisus. Iam ergo declaratum est ex omnibus, quæ diximus, quomodo comprehendat uisus lucem in eo, quòd est lux, & quomodo comprehendat colorem in eo, quòd est color, & quomodo comprehendat quidditatem lucis & coloris, & quomodo comprehendat qualitatem lucis.

22. Perceptio distantiæ uisibilis differt à perceptionibus loci uisibilis, & uisibilis in suo loco. 14 p 4.

SEd remotio rei uisæ à uisu nõ comprehenditur à uisu solo sensu, neq; comprehensio remotionis rei uisæ, est comprehensio loci rei uisæ, neq; comprehensio rei uisæ in loco suo est ex comprehensione remotionis eius tantùm. Quoniam locus rei uisæ fit ex tribus intentionibus, scilicet, ex remotione, & ex parte uniuersi, & ex quantitate remotionis. Quantitas ergo remotionis est diuersa ab intentione remotionis in eo, quòd est remotio, quoniam intentio remotionis inter duo corpora est priuatio contactus, & priuatio contactus est, esse aliquod spatiũ inter illa duo corpora, & quantitas remotionis est quantitas illius spatij. Intentio ergo remotionis in eo, quòd est remotio, est ex situ: Non est ergo quantitas remotionis. Comprehẽsio ergo intentionis remotionis, quæ est priuatio contactus, est diuersa à comprehensione quantitatis spatij, quæ est mensura remotionis. Et comprehensio quantitatis remotionis est ex còmprehensione magnitudinis: & comprehensio remotionis rei uisæ, & comprehensio partis eius sunt ex comprehẽsione situs loci. Et qualitas comprehensionis utriusq; istorum, est diuersa à qualitate comprehensionis remotionis alterius illorum, quoniam priuatio contactus est diuersa à parte. Comprehensio ergo loci rei uisæ, non est comprehensio remotionis rei uisæ. Et comprehensio rei uisæ in suo loco, cõsistit in comprehensione quinq; rerum, scilicet in comprehensione lucis, quæ est in ea, & comprehensione coloris eius, & comprehensione remotionis eius, & comprehensione partis eius, & comprehensione quantitatis remotionis eius: & nullum istorum comprehenditur per se solum, neq; comprehenditur unum post aliud, sed omnia comprehenduntur simul, quando comprehenduntur per cognitionem, non per argumentationem iterandam.

23. Visio non fit radijs ab oculo emiſsis. 5 p 3. Vide 23 n 1.

ET ex comprehensione rei uisæ in suo loco, opinati sunt ponentes radios: quòd uisio esset per radios exeuntes à uisu, & peruenientes ad rem uisam, & quòd uisio esset per extremitatem radij, & ratiocinati sunt contra physicos, dicentes. Cum uisio fuerit per formam uenientem à

re uisa

re uisa ad uisum, & illa forma peruenit ad interius uisus: quare compreheditur res uisa in suo loco, qui est extra uisum, & forma eius iam peruenit ad interius uisus: Et non sciuerunt isti, quòd uisio non completur solo sensu tantùm, & quòd uisio non completur, nisi per cognitionem & distinctionem antecedentem, & si cognitio & distinctio antecedens non esset, nō compleretur in uisu uisio. Et non comprehendit uisus quid est res uisa apud uisionem: quoniam quid est res uisa non comprehenditur solo sensu, nisi per distinctionem, aut cognitionem, aut argumentationem iterandam apud uisionem. Si ergo uisio esset solo sensu tantùm, & omnia, quæ comprehenduntur ex intentionibus, quæ sunt in rebus uisibilibus, comprehenderentur solo sensu, non comprehenderetur res uisa in suo loco, nisi postquam peruenisset aliquid ad ipsam, quod contingeret & sentiret eam. Cum autem uisio non compleatur solo sensu, sed per distinctionem, & argumentationem, & cognitionē: non indiget in cōprehensione rei in suo loco, sentiente extenso ad ipsam, & contingente ipsam.

24. Remotio uisibilis percipitur distinctione & anticipata notione. 9 p 4.

Redeamus ergo ad narrandum qualitatem comprehensionis uisionis, & dicamus: Remotio rei uisæ non comprehenditur per se, nisi per distinctionem: & ista intentio est ex intentionibus, quæ quiescunt in anima secundum tempora pertransita, ita quòd percepta non recedit ab anima, propter nimiam frequētationem & iterationem eius super uirtutem distinctiuam. Quare non opus est in comprehensione eius argumentatione iteranda apud comprehensionē cuiuslibet rei uisæ: neque quærit etiam uirtus distinctiua apud comprehensionem cuiuslibet rei uisæ, quomodo quieuit intentio rei uisæ in ea: quoniam non distinguit qualitatem comprehensionis apud comprehensionem cuiuslibet rei uisæ, & non comprehendit remotionem, nisi cum alijs intentionibus, quæ sunt in re uisa: & comprehendit illam apud comprehensionem rei uisæ per cognitionem antecedentem. Quomodo autem uirtus distinctiua comprehendat remotionem per distinctionem, est, secundum quod narrabo. Quando uisus fuerit oppositus rei uisæ, postquam non fuerat oppositus: comprehendit rem uisam, & quando aufertur ab oppositione, destruitur comprehensio. Et similiter, quando uisus aperuerit palpebras, postquam fuerunt clausę, & fuerit oppositus alicui rei uisæ: comprehendet illam rem uisam, & cum clauserit palpebras, destruetur cōmprehensio. Et in natura intellectus est, quòd illud, quod accidit in uisis apud aliquem situm, & destruitur apud eius ablationem, non est fixum intra uisum, neque faciens ipsum accidere, est intra uisum. Et in natura intellectus est etiam, quòd id, quod apparet apud apertionem palpebrarum, & destruitur apud clausionem earum, non est fixum intra uisum, neque faciens ipsum accidere, est intra uisum. Et cum uirtus distinctiua comprehendit, quòd id, quod accidit in uisu, ex quo uisus comprehendit rem uisam, neque est res fixa intra uisum, neque operans ipsum est intra uisum: statim comprehendit, quòd id, quod accidit in uisu, aduenit extrinsecus, & operans ipsum est extra uisum. Et cum uisio destruitur apud clausionem palpebrarum, & apud ablationem ab oppositione, & fit apud apertionem palpebrarum, & apud oppositionem: uirtus distinctiua comprehendit, quòd id, quod uidetur in uisu, non est applicatum cum uisu. Et cum uirtus distinctiua comprehendit, quòd illud, quod uidetur, non est intra uisum, neque est applicatum cum uisu, statim comprehēdit, quòd inter ipsum & uisum est remotio: quoniam in natura intellectus est, aut in fine manifestationis distinctionis, quòd omne, quod non est in corpore, neque est applicatum cum ipso, sit remotum ab eo. Et hæc est qualitas comprehensionis remotionis rei uisæ in eo, quòd est remotio. Sed uirtus distinctiua non indiget in comprehensione remotionis rei uisæ ad diuidendum ea, quæ diuisimus, quoniā non fecimus hoc, nisi gratia declarandi. Et uirtus distinctiua comprehendit conclusionem istius distinctionis apud uisionem sine indigentia illius diuisionis. Ex comprehensione ergo rei apud oppositionem, & apertionem palpebrarum, & ex destructione eius apud ablationem oppositionis, & apud clausionem palpebrarum comprehendit uirtus distinctiua, quòd res uisa est extra uisum, & quòd non est applicata cum uisu. Et secundum istum modum comprehendit uirtus distinctiua, quòd inter uisum & rem uisam sit remotio: deinde propter frequentationem istius intentionis, & iterationem eius, quieuit in anima, ita quòd non percipit quietem eius, neque qualitatem quietis eius, scilicet quòd omnia uisibilia sunt extra uisum, & quòd inter quamlibet rem uisam & uisum est remotio. Remotio ergo rei uisæ à uisu non comprehenditur, nisi per modicam distinctionem, scilicet quòd uirtus distinctiua comprehendit, quòd uisio est propter intentionem extrinsecam à uisu: & cum hoc, quando fuerit quiescens in anima, intelliget uirtus distinctiua, quòd quælibet res uisa comprehensa à uisu, est extra uisum, & inter ipsam & uisum est remotio: & etiam sicut diximus superius, non comprehenditur remotio nisi cum alijs: & apud nostrum sermonem de qualitate comprehensionis situs declarabitur, quomodo comprehendatur remotio cum situ, & quomodo comprehendatur res uisa in loco suo.

25. Magnitudo distantiæ percipitur è corporibus communibus inter uisum & uisibile interiectis. 10 p 4.

Comprehensio uerò quantitatis remotionis à uisu, diuersatur. Quoniam quædam comprehenduntur per sensum uisus, & certificatur eorum quantitas: & quædam comprehenduntur, quorum quantitas non certificatur. Remotio rei uisæ à uisu comprehenditur in quali-

bet re uisa, & certificatur in qualibet re uisa: quantitas autem remotionis non certificatur uisui in qualibet re uisa: quoniam inter quædam uisibilia & uisum sunt corpora ordinata continuata: inter quædam uerò & uisum non sunt corpora ordinata continuata, neque remotio eorum respicit corpora ordinata continuata. Illa ergo, quorum remotio respicit corpora ordinata continuata, quãdo uisus comprehenderit corpora ordinata, quæ respiciunt remotionem eorum uisibiliũ, quãdo comprehendet scilicet quantitates illorum corporum, & cum comprehenderit mensuras illorum corporum, comprehendet quãtitates spatiorum, quæ sunt inter extremitates illorum. Et spatiũ, quod est inter duas extremitates corporis uisi, quod respicit remotionem, quæ est inter uisum & rem uisam, quarum altera est in parte rei uisę, & altera in parte aspicientis: est remotio rei uisæ à uisu, quoniam respicit spatium, quod est inter uisum & rem uisam. Cum ergo uisus comprehendet mensurã istius spatij: comprehendet mensurã remotionis rei uisæ. Visus ergo comprehendit quantitatẽ remotionis rerũ uisibiliũ (quarũ remotio respicit corpora ordinata cõtinuata) ex cõprehensione mẽsurarum corporũ ordinatorũ respicientium remotiones earũ. Et remotio quarundã rerũ istarũ uisibilium est mediocris: & remotio quarundã est extra mediocritatem. Remotio ergo uisibilium, quorũ remotio est mediocris: comprehenditur à uisu comprehensione uera certificata: quoniam uisibilia, quorũ remotio est mediocris, & inter quæ, & uisum sunt corpora ordinata cõtinuata, cõprehenduntur à uisu uera comprehensione: Et cum uisus cõprehendit ista uisibilia uera cõprehensione: cõprehendit corpora ordinata interiacẽtia inter ipsum & ipsa uisibilia uera cõprehensione: & cũ cõprehendit ista corpora uera cõprehensione: cõprehendit spatia interiacentia inter extremitates eorum uera comprehensione: & cum comprehendit spatia uera comprehensione: cõprehendet mensuras remotionum uisibilium, respicientium ista spatia uera comprehensione & certificata. Visibilium ergo, quorum remotio respicit corpora ordinata continuata, & quorum remotio à uisu est mediocris, mensuras remotionum comprehendit uisus uera comprehensione & certa: & est dicere, certa, in ultimitate, in qua poterit sensus comprehendere. Mensuræ uerò remotionum uisibilium, quorum remotio est extra mediocritatem, & quorum remotio respicit corpora ordinata continuata, si comprehenduntur à uisu: non comprehenduntur uera comprehensione & certificata: quoniam uisibilia, quorum remotio est extra mediocritatem, non comprehenduntur à uisu uera comprehensione. Et cum inter uisum & ista uisibilia fuerint corpora ordinata continuata: non comprehenduntur à uisu omnia ista uisibilia uera comprehensione propter extraneitatem remotionum extremitatum suarum, & exitus eorum à mediocritate, per quam uisus certificat uisibilia. Et cum uisus non comprehendat ista corpora uera comprehensione: non comprehendet spatia interiacentia inter extremitates uera comprehensione. Non comprehendet ergo remotiones, quæ sunt interiacentes inter ipsum & uisibilia, quæ sunt apud extremitates istorum corporũ, uera comprehensione. Quãtitates ergo remotionum uisibilium, quorum remotio est extra mediocritatem, & inter quam & uisum sunt corpora ordinata continuata, non comprehenduntur à uisu uera comprehensione. Similiter remotiones uisibilium, quorum remotio nõ respicit corpora ordinata continuata, non comprehenduntur à uisu uera comprehensione. Quare uisus, quando comprehenderit nubes in plano & in locis carentibus montibus: existimabit, quòd sint magnæ remotionis in respectu corporum cœlestium, & cum nubes fuerint inter montes, & fuerint continuatæ: fortè cooperientur cacumina montium à nubibus: & cum nubes distiterint, una ab altera: fortè apparebunt cacumina montium superiora nubibus: & fortè comprehendet uisus partes nubium applicatas cum uertice montium, & fortè erit hoc in montibus non ualde altis. Ex ista ergo experimentatione apparet, quod remotio nubium non est extranea: & quòd plures illarum sunt propinquiores terrę cacuminibus montium: & quòd illud, quod existimatur de extraneitate remotionis illarum, error est. Et declarabitur inde, quòd uisus non comprehendit mensuram remotionis nubium in plano: & quòd mensura remotionis nubium comprehendetur à uisu, quando fuerint inter montes, & apparuerint cacumina montium superiora. Et hoc inuenitur etiam in pluribus uisibilibus, quæ sunt super faciem terræ, scilicet, quòd mensuræ remotionum non respicientes corpora ordinata continuata, non comprehenduntur à uisu. Ex illis ergo, ex quibus manifestatur hoc, scilicet quòd uisus non comprehendat quantitatem remotionis rei uisæ, nisi quando remotio eius respexerit corpora ordinata continuata, & comprehenderit uisus illa corpora interposita, & certificauerit mensuras eorum: est experimentatio sequens. Sit domus, in quam experimentator non intrauerit ante horam experimentationis: & sit in quodam pariete illius domus strictum foramen: & sit post illud foramen uacuitas, quam ante illam horam non uidit: & sint in illa uacuitate duo parietes, quorum unus sit propinquior foramini quàm alius: & sit inter illos duos parietes distantia alicuius quantitatis: & sit paries propinquior cooperiens quandam partem parietis remotioris: & sit quædam pars parietis remotioris apparens: & sit foramen eleuatum à terra, ita ut quando aspiciens aspexerit per ipsum, non uideat faciem terræ, quæ est post parietem, in quo foramen est. Experimentator igitur quando accesserit ad istum locum: & inspexerit per istud foramen: uidebit duos parietes simul, & non comprehendet remotionem, quæ est inter ipsos. Si uerò remotio primi parietis fuerit magna, remotio extranea à foramine, comprehendet duos parietes quasi se contingentes, & fortè existimabit quòd sit unus continuus, quando color eorum fuerit unus. Et si paries primus fuerit remotus à foramine mediocriter, & percipiatur, quòd sint duo parietes: existimabitur, quòd sint propinqui sibi, aut se contingentes, & non certificabitur

tificabitur

tificabitur remotio, quæ est inter ipsos. Et cum comprehenderit primum parietem uisus, quando remotio eius fuerit mediocris, quasi esset propinquus alteri: non certificabit remotionem eius, & non certificabitur remotio, quæ est inter ista duo corpora huiusmodi per sensum uisus: quoniam ante illam horam non uiderat istum locum, neque illos duos parietes: & fortè comprehendet uisus illa duo corpora quasi se contingentia, quamuis antè sciuerit distantiam, quæ est inter ea. Et cum uisus non comprehendat remotionem, quæ est inter duo corpora huiusmodi: non comprehendit quantitatem remotionis ultimi corporis: & tamen comprehendit formam eius corporis. Et cum non comprehendat quantitatem remotionis istius corporis, quamuis comprehendat illud corpus: non comprehendet corpora continuata respicientia remotionem eius: & non comprehendet uisus quantitatem remotionis rei uisæ certè ex comprehensione formæ rei uisæ: & non comprehendet uisus quantitatem remotionis rei uisæ, nisi per argumentationem. Visus autem non arguit super aliquam mensuram, nisi per argumentum comparationis, siue per comparationem illius mensuræ ad aliam mensuram iam comprehensam à uisu, uel ad mensuram tunc comprehensam cum ea. Et nihil est, per quod uisus potest mensurare remotionem rei uisæ, & comparare ad ipsam, ita ut comprehendat mensuram eius uerè, nisi per corpora ordinata respicientia remotionem rei uisæ: si autem mensurauerit uisus remotionem per alia quàm per ista corpora, erit mensuratio qualiscunque, non certa. Non igitur comprehenditur quantitas remotionis rei uisæ à sensu uisus, nisi remotio eius respexerit corpora ordinata continuata: comprehendit enim uisus illa corpora, & mensuras illorum. Et ista experimentatio, quam diximus, habet multa similia in uisibilibus, sicut ex duabus arboribus erectis secũdum modum, quem diximus in parietibus, aut in ligno transuersim posito super foramen, secundum modum, quem diximus de pariete primo. Remotiones autem uisibilium distantium abinuicem comprehenduntur à uisu ex comprehensione diuisionis, quæ est inter uisibilia. Dispositiones autem quantitatis remotionis uisibilium inter se sunt apud uisum, sicut dispositiones remotionum uisibilium à uisu. Quoniam si inter duas res uisas distinctas fuerint corpora ordinata continuata, & comprehenderit uisus illa corpora & mensuras eorum: comprehendet quantitatem remotionis, quæ est inter res uisas: si autem non: non comprehendet quantitatem distantiæ, quæ est inter illas res, uerè. Et similiter, si inter istas duas res uisas fuerint corpora ordinata continuata: & fuerint ualde extraneæ remotionis, ita ut uisus non posit certificare mensuras illorum corporum: non certificabitur mensura, quæ est inter illas duas res uisas. Remotiones ergo uisibilium à uisu non comprehenduntur, nisi ex comprehensione uirtutis distinctiuæ: quoniam illud, quod accidit in uisu apud uisionem, non accidit, nisi per aliquid extrinsecum. Et nulla quantitas remotionis uisibilium comprehenditur per sensum uisum uera comprehensione, nisi remotiones uisibilium, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, quorum remotio simul est mediocris. Et uisus unà etiam comprehendit corpora ordinata respicientia remotiones eorum, & certificat mensuras illorum corporum, ut se consequuntur. Mensuræ autem remotionum, præter huiusmodi, non certificantur à uisu. Visibilium autem, quorum remotionum mensuræ non certificantur à uisu, quædam remotiones respiciunt corpora ordinata continuata, & uisus comprehendit illa corpora cum hoc: & sunt illa corpora, quorum extremitatum remotio est extranea: & quædam remotiones eorum respiciunt corpora ordinata continuata, sed uisus non cõprehendit illa corpora, siue sint remotiones eorum extraneæ, siue sint mediocres: & quædam remotiones eorum non respiciunt corpora ordinata continuata, & sunt illa uisibilia, quæ sunt ualde eleuata à terra, quæ sunt extraneæ remotionis: & quæ non habent propè ipsam remotionem, neq; parietem respicientem remotionem eorum. Et omnia uisibilia diuiduntur in istas partes. Et quando uisus comprehendit uisibilia, quorum remotionum quantitates non certificantur à uisu: uirtus distinctiua statim cognoscit mensuras remotionum eorum secundum æstimationem, non secundum rectitudinem, & comparat remotionem eorum ad remotionem sibi similium ex uisibilibus comprehensis à uisu antè, & sustentat se in argumentatione super formam rei uisæ, & comparat formam rei uisæ ad formam uisibilium similium, quæ uisus comprehendit antè, & in quibus quantitates remotionum iam certificantur à uirtute distinctiua: & sic comparat remotionem rei uisæ, cuius quantitatem remotionis non certificat, ad remotionem uisibilium sibi similium, quæ comprehendit uisus antè, & quorum remotionum mensuræ iam certificantur à uirtute distinctiua. Cum ergo uirtus distinctiua non certificauerit lineationes formæ rei uisæ: comparabit quantitatem totius formæ ad mensuras formarum uisibilium, æqualium illis formis in mensura, quarum remotionum quãtitates iam certificatę sunt in uirtute distinctiua, & assimilabit remotionem rei uisæ, cuius quantitas remotionis non certificabitur ab eo, ad remotionem uisibilium in mensura, quorum remotiones iam sunt certificatæ. Et est hoc maximum, super quod potest uirtus distinctiua in comprehendendo mensuras remotionũ uisibilium. Fortè ergo inueniet per istam argumentationem certitudinem in comprehendendo remotionem illius, quod est huiusmodi: & fortè errabit: & in illis, in quibus inueniet certitudinem, non certificatur, utrum inuenit certitudinem, an non. Et ista argumentatio erit argumentatio in fine uelocitatis propter assuetudinem uirtutis distinctiuæ, in comprehendendo remotionem uisibilium per argumentationem & certificationem. Et fortè æstimabit uirtus distinctiua mensuras remotionis rei uisæ, si remotio eius respexerit corpora ordinata, & fuerit ex remotionibus mediocribus, propter assuetudinem suam in æstimando uel arguendo remotiones uisibiliũ, & propter uelocitatem

locitatem cum suæ æstimationis argumentatione. Et cum remotio rei uisæ fuerit mediocris, non erit inter æstimationem remotionis,& inter ueram remotionem magna diuersitas. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, statim uirtus distinctiua comprehendet remotionem eius,& mensuram remotionis eius, secundum quod poterit comprehendere, scilicet aut per certitudinem, aut per æstimationem, & statim remotio eius habebit in anima mensuram conceptam. Mensura ergo remotionis rei uisæ comprehensa à uisu, cuius forma est concepta in anima, quando illa remotio respexerit corpora ordinata continuata, & simul fuerit mediocris, & comprehenderit uisus illa corpora ordinata respicientia eius remotionem, & etiam iam uirtus distinctiua cognouerit ipsam,& certificauerit mensuras corporum ordinatorum, certificata est. Si autem eius remotio non respexerit corpora ordinata continuata: aut respexerit corpora ordinata continuata, & comprehenderit uisus illa corpora: & simul fuerit remotio extranea, ita ut uisus non posit certificare mensuras illorum corporum: aut respexerit corpora ordinata continuata, & non comprehenderit uisus illa corpora, neque certificauerit mensuras eorum: aut posit comprehendere illa corpora, sed non aspexerit illa tunc, nec mensurauerit quantitates eorum, siue sint remotiones illorum uisibilium extraneæ, siue mediocres: erit tunc mensura eius remotionis,quæ est concepta in anima, neque certificata, neque uerificata. Et remotiones, quæ sunt inter uisibilia distincta, non comprehenduntur, nisi ex comprehensione diuisionis, quæ est inter illa uisibilia: & quædam quantitates remotionum, quæ sunt inter uisibilia distincta, comprehenduntur uera comprehensione,& quædam comprehenduntur per æstimationem. Mensura ergo remotionis, quæ est inter duo uisibilia,inter quæ sunt corpora ordinata continuata, quæ uisus comprehendit, & quorum certificat mensuras: est mensura certificata: mensura autem remotionis, quæ est inter duo uisibilia, inter quæ non sunt corpora ordinata continuata: aut inter quæ sunt corpora ordinata continuata, sed uisus non certificat mensuras illorum corporum: aut non comprehendit illa, est mensura non certificata. Secundum ergo istos modos erit comprehensio remotionum uisibilium per sensum uisus. Et etiam corpora respicientia remotiones uisibilium assuetorum,quæ sunt in remotionibus assuetis, quæ assuetæ comprehenduntur à uisu, comprehenduntur à uisu, & certificantur mensuræ eorum propter frequentationem eorum, ita ut uisus propter hoc comprehendat mensuras remotionum eorum per cognitionem. Quoniam uisus quando comprehendit aliquod uisibile assuetum,& fuerit in remotione assueta: cognoscet ipsum, & cognoscet eius remotionem, & æstimabit quantitatem remotionis eius. Quando ergo æstimabit quantitatem remotionis huiusmodi uisibilium: erit æstimatio eorum propè uera, & non erit inter æstimationem eius,& ueritatem magna diuersitas. Quantitas ergo remotionum uisibilium assuetorum,quæ sunt in remotionibus assuetis, comprehenduntur à uisu per cognitionem ex æstimatione quantitatum eorum: & plures remotiones uisibilium comprehenduntur secundum huiusmodi modum.

26. Situs percipitur è uisibilis siti moderata distantia. 29 p 4.

Situs uerò, quem uisus comprehēdit ex uisibilibus, diuiditur in tres modos: quorum unus est situs totius rei uisæ apud uisum, aut situs cuiusdam partis rei uisæ apud uisum: & iste modus est oppositio. Secundus est situs superficiei rei uisæ oppositæ uisui apud uisum: & situs superficierum rei uisæ oppositarum uisui apud uisum, quando res uisa fuerit multarum superficierum, & fuerit illud, quod apparet uisui ex eis, multæ superficies: & situs terminorum superficierum uisibilium apud uisum,& situs linearū,& spatiorum, quæ sunt inter quælibet duo puncta,aut inter quælibet duo uisibilia, quæ simul comprehenduntur à uisu. Modus tertius est situs partium rei uisę inter se, & situs terminorum superficiei rei uisæ inter se, & situs partium terminorum superficiei rei uisæ inter se, & situs partium superficiei terminorum rei uisæ inter se: & iste modus est ordinatio: & consimiliter situs uisibilium diuersorum inter se, collocatur sub hoc modo. Omnes ergo situs, qui comprehenduntur à uisu,diuiduntur in istos tres modos. Et situs cuiuslibet habentis situm apud aliud,componitur ex remotione illius habentis situm ab illo alio, & ex situ illius habentis sitū respectu illius alterius. Oppositio ergo rei uisæ ad uisum componitur ex remotione rei uisæ à uisu, & ex parte,in qua est res uisa, respectu uisus. Comprehensio autem remotionis rei uisæ iam declarata est, quòd est intentio quiescens in anima.

27. Locus & oppositio uisibilis percipiuntur è situ, quem obtinent in superficie uisus. 30 p 4. Vide 22 n.

Verus autem locus rei uisæ comprehenditur ex situ rei uisæ apud uisionem, quoniam uisus non comprehendit rem uisam, nisi ex oppositione: & loca, quæ comprehenduntur à sensu, comprehenduntur à distinctione: & sensus & distinctio distinguunt inter loca, quamuis in eis nihil sit ex uisibilibus: & distinguit distinctio inter locum obiectum uisui, & locum propinquū ei: Et uirtus distinctiua comprehendit omnia loca per imaginationem. Cum ergo uisus fuerit oppositus alicui loco, & comprehenderit aliquod uisibile: & uisus postea fuerit ablatus ab illo loco: & fuerit oppositus alij loco: destruetur uisio illius rei uisæ: & cum reuertetur iterum ad oppositionem illius loci, reuertetur iterum uisio illius rei uisæ. Et cum uisus comprehenderit rem uisam apud oppositionem illius in loco, in quo est res uisa: & comprehenderit uirtus distinctiua lo-

cum

cum oppositum uisui apud comprehensionem illius rei uisæ: & cum uisus fuerit ablatus ab oppositione illius loci: destruitur uisio illius rei uisæ: tunc ergo uirtus distinctiua comprehendet, quòd res uisa non est, nisi in parte opposita uisui apud uisionem illius rei uisæ. Et etiam declaratum est [18 n 1] quòd uisus recipit formas propriè ex uerticationibus linearum radialium, & quòd ipse non patitur à formis, nisi ex uerticationibus istarum linearum tantùm. Et etiam declaratum est, [19 n 1] quòd forma extenditur in corpore uisus secundum rectitudinem linearum radialium. Cum ergo forma rei uisæ peruenerit in uisum: statim sentiens sentiet formam, & sentiet partem uisus, in quam peruenit forma, & sentiet uerticationem, per quam extenditur forma in corpore membri sentientis. Cum ergo comprehenderit uisus locum formæ in uisu, & comprehenderit uerticationem, per quam extendebatur illa forma: statim uirtus distinctiua comprehendet locum, in quem, ex quo, & per quem extendebatur illa uerticatio. Locus autem per quem & ex quo extendetur illa uerticatio, est locus, in quo est illa res uisa. Ex comprehensione ergo partis uisus, in quam peruenit forma rei uisæ, & ex comprehensione uerticationis, per quam extendebatur forma, & ex qua patitur uisus à forma, comprehendit uirtus distinctiua uerticationem, per quam extendebatur forma rei uisæ secundum ueritatem. Et secundum hunc modum distinguuntur loca uisibilium: quoniam uisibilia distincta non distinguuntur à uisu, nisi ex distinctione locorum distinctorum in superficie membri sentientis, ad quę perueniunt formæ uisibilium distinctorum. Et comprehensio loci rei uisæ secundum hunc modum habet simile in auditu: quoniam sentiens comprehendit uocem per sensum auditus, & comprehendit locum, à quo uenit uox, & distinguit inter uocem uenientem à dextra, & uocem uenientem à sinistra, & antè, & retro: Imò distinguit etiam inter loca uocum distinctione subtiliori ista: & distinguit inter locum uocis uenientis à loco sibi opposito facialiter, & locum uocis uenientis à loco obliquo à uerticatione oppositionis: & non distinguuntur loca, à quibus ueniunt uoces respectu auditus, nisi per uerticationes, super quas ueniunt uoces ad auditum. Sensus ergo auditus comprehendit uoces, & comprehendit uerticationes, ex quibus ueniunt uoces: & ex comprehensione uerticationum, super quas ueniunt uoces ad auditum, & super quarum rectitudinem percutit uox auditum, comprehendit uirtus distinctiua locum, à quo uenit uox. Sicut ergo loca uocum comprehenduntur à sensu auditus: deinde à uirtute distinctiua mediante auditu: ita loca uisibilium comprehenduntur à uirtute distinctiua per sensum uisus. Et ex illis, ex quibus declaratur, quòd sentiens comprehendit uerticationem, secundum quod patitur uisus à forma rei uisæ, est illud, quod comprehenditur in speculis secundum reflexionem. Quoniam res uisa, quam comprehendit uisus secundum reflexionem, non comprehenditur à uisu, nisi in oppositione, & cum est opposita illi: sed forma eius peruenit ad uisum secundum linearum rectarum uerticationes, quæ sunt lineæ radiales extensæ à uisu in partem oppositionis. Cum ergo uisus senserit formam ex uerticationibus linearum radialium: æstimabit rem uisam esse apud extremitates illarum linearum: quoniam nihil comprehendit ex uisibilibus assuetis, quæ semper comprehendit, nisi apud extremitates linearum imaginatarum inter uisum & rem uisam, quæ sunt lineæ radiales. Ex comprehensione ergo rei uisæ à uisu secundum reflexionem uisus ad oppositionem, & secundum rectitudinem uerticationum, super quas formæ reflexæ perueniunt ad uisum, uidebitur quòd sentiens sentit uerticationem, per quam uenit forma, & ex qua patitur uisus à forma. Et cum sentiens sentit uerticationem uisus, ex qua patitur uisus à forma, comprehendit uirtus distinctiua locum, in quo extenditur illa uerticatio, & comprehendet locum rei uisæ. Locus ergo rei uisæ comprehendetur à sentiente, comprehensione larga, & ex comprehensione situs apud uisionem: & comprehendetur à uirtute distinctiua, comprehensione larga, ex comprehensione situs rei uisæ apud uisionem: & comprehendetur uera comprehensione, & certificata, ex comprehensione uerticationis, ex qua patitur uisus à forma rei uisæ. Remotio autem rei uisæ est intentio, quæ iam quieuit in anima. Igitur apud peruentum rei uisæ ad uisum, comprehendit uirtus distinctiua locum rei uisæ cum quiete intentionis remotionis apud ipsam: & adiunctio remotionis & loci est oppositio. Cum ergo uirtus distinctiua comprehenderit locum rei uisæ, & suam remotionem, simul comprehendet eius oppositionem. Comprehensio ergo oppositionis est ex comprehensione loci rei uisæ, & ex comprehensione remotionis rei uisæ in simul. Et comprehensio loci erit secundum modum, quem diximus. Cum ergo forma rei uisæ peruenerit in uisum, sentiet sentiens locum membri sentientis, in quem peruenit forma, & comprehendet uirtus distinctiua locum rei uisæ ex uerticatione, per quam extenditur forma: & intentio remotionis iam quieta est apud ipsam. Ipsa ergo comprehendet locum, & remotionem simul apud comprehensionem formæ à sentiente. Igitur apud comprehensionem formæ à sentiente comprehendet uirtus distinctiua oppositionem. Secundum ergo hunc modum dictum, erit comprehensio oppositionis. Etiam declaratum est, [10 n] quo modo uisus comprehendat formam rei uisæ solo sensu. Apud peruentum ergo formæ rei uisæ in uisum comprehendet sentiens colorem rei uisæ, & lucem eius, & locum uisus, qui colorabatur & illuminabatur ab illa forma: & comprehendet uirtus distinctiua locum eius, & remotionem apud comprehensionem lucis & coloris eius à sentiente. Et sic comprehenduntur lux & color, locus & remotio simul in minimo tempore. Sed locus & remotio sunt opposita, & lux & color sunt forma rei uisæ, & ex comprehensione formæ & comprehensione oppositionis sustentatur cõprehensio rei uisę in oppositione uisus. Ergo

comprehensio rei uisæ in oppositione uisus non est, nisi quia forma & oppositio comprehenduntur simul: deinde propter frequentationem istius intentionis, & multitudinem iterationis eius est facta forma signum sensui, & uirtuti distinctiuę. Apud peruentum ergo formæ in uisum comprehenditur à sentiente, & comprehendit uirtus distinctiua oppositionem, & efficitur ex hoc ab ipso sentiente comprehensio rei uisæ in suo loco: & similiter de qualibet parte rei uisæ. Secundum ergo hunc modum erit comprehensio rei uisæ in loco suo: & similiter de qualibet parte rei uisæ. Cum ergo remotio rei uisæ fuerit ex remotionibus mediocribus certificatæ quantitatis: erit locus rei uisæ, in quo comprehenditur à uisu, locus uerus: & si remotio rei uisæ non fuerit ex remotionibus certificatæ mensuræ: erit comprehensio rei uisæ in oppositione certificata secundum oppositiones: quoniam oppositio componitur ex ubitate & remotione in eo, quod est remotio. Sed locus rei uisæ, in quo comprehenditur à uisu, est æstimatus, non certificatus: quoniam locus certificatus non comprehenditur, nisi ex certificatione quantitatis remotionis.

28. Situs directus & obliquus lineæ, superficiei, & spatij percipitur ex æquabili & inæquabili terminorum distantia. 31 p 4.

Situs uerò superficierum uisibilium apud uisum diuiditur in duo, scilicet in directam oppositionem, & obliquationem. Superficies autem directa opposita uisui est illa, cuius axis radialis, (quando superficies comprehenditur à uisu apud rectam oppositionem) occurrit alicui puncto ex ea, & est simul eleuatus super superficiem eleuatione æquali. Et superficies obliquata est illa, cuius axis radialis, (quando ipsa comprehenditur à uisu apud obliquationem) occurrit alicui puncto ex ea, & est obliquatus super superficiem, non eleuatus super ipsam eleuatione æquali secundum omnes diuersitates modorum obliquationis. Termini uerò superficierum uisibilium, & lineæ, quæ sunt in rebus, & spatia quæ sunt inter uisibilia, & inter partes uisibilium, diuiduntur in duo: quorum alterum sunt lineæ, & spatia secantia lineas radiales: & alterum sunt lineæ & spatia æquidistantia lineis radialibus, & respicientia ipsas. Et lineæ & spatia secantia lineas radiales diuiduntur secundum situm in duo: in obliquationem & directionem, secundum diuisionem situum & superficierum in ista duo. Linea autem directa est illa, ad cuius aliquod punctum perueniet axis radialis: & erit perpendicularis super ipsam: & linea obliquata est illa, cuius axis radialis, quando peruenerit ad aliquod punctum eius, erit obliquatus super ipsam, non perpendicularis. Visus autem comprehendit directionem & obliquationem superficierum, & linearum, & distinctionem earum ex comprehensione diuersitatis remotionum extremitatum superficierum & linearum, & æqualitatis earum. Quoniam quando uisus comprehenderit superficiem rei uisæ: & comprehenderit remotiones extremitatum eius: & senserit æqualitatem remotionum terminorum superficiei ab eo, aut æqualitatem duorum locorum oppositorum æqualis remotionis à loco superficiei, ad quam intuetur quis: comprehendet superficiem esse directè oppositam, & iudicabit uirtus distinctiua, quòd sit directa. Et cum uisus comprehenderit superficiem rei uisæ, & comprehenderit remotionem extremitatum eius & diuersitatem, & non inuenerit in superficie duo loca æqualis remotionis à loco superficiei, ad quam intuetur, quorum remotio ab eo fuerit æqualis: comprehendet superficiem obliquatam in respectu sui, & iudicabit uirtus distinctiua, quòd sit obliquata. Et similiter de sitibus linearum, & spatiorum directorum & obliquorum: scilicet, quòd uisus comprehendat directionem lineæ & spatij, quando senserit, quòd duæ remotiones duarum extremitatum lineæ aut spatij sunt æquales ab eo: aut quòd duæ remotiones duorum punctorum lineæ aut spatij, quorum remotio à puncto, ad quod intuetur quis, puncto scilicet lineæ, aut spatij est æqualis: & comprehendit uisus obliquationem lineæ aut spatij, quando senserit, quòd duæ remotiones duarum extremitatum lineæ aut spatij ab eo sunt inæquales: aut quòd duæ remotiones duorum punctorum, & æqualis remotionis à puncto, ad quod intuetur quis, lineæ aut spatij, sunt diuersæ. Et ista æqualitas & diuersitas multoties comprehenduntur à sentiente per æstimationem & signa. Secundum ergo hunc modum erit obliquationis comprehensio, & directionis à uisu. Et cum superficies tota, aut linea tota fuerit directa uisui, non erit quælibet pars eius per se directè opposita uisui: imò nulla pars eius est directè opposita uisui per se, nisi pars, supra quam est axis apud directam oppositionem. Cum ergo mouetur axis radialis super superficiem directam, aut super lineam directam, erit obliquatus super quamlibet ipsius partem, supra quam transit, præter primam partem, in qua est punctum, super quod fuerit perpendicularis: & sic erit quælibet pars superficiei directè oppositæ, & lineæ directè oppositæ, quando fuerit sumpta per se, obliquata, præter partem prædictam: & quando accipietur tota linea, aut superficies, erit directa. Et cum punctum, apud quod erit axis perpendicularis super superficiem aut lineam, fuerit in medio superficiei aut lineæ: erit superficies aut linea in fine directæ oppositionis ad uisum. Si autem punctum non fuerit in medio: erit superficies aut linea directa, sed non in fine directionis: & quantò fuerit punctum, apud quod axis fuerit perpendicularis super superficiem aut lineam, medio superficiei aut lineæ propinquius, tantò erit superficies aut linea directionis oppositionis. Situs autem linearum & spatiorum æquidistantium lineis radialibus, comprehenduntur à uisu ex comprehensione oppositionis. Quoniam, quando uisus comprehenderit extremitates linearum aut spatiorum, quæ sequuntur uisibilia opposita uisui illi, & extremitates eorum propinquas, quæ sequuntur eundem uisum, comprehendet situs eorum, & comprehendet

prehendet extensionem eorum in uerticatione oppositionis. Secundum ergo istos modos erit comprehensio situum, superficierum, linearum, & spatiorum à uisu, respectu illius. Quædam autem superficies, & lineæ, & spatia secantia lineas radiales sunt obliquationis ualde magnæ super radiales lineas, & quædam sunt modicæ, & quædam sunt perpendiculares super lineas radiales: & sunt superficies, & lineæ, & spatia directè opposita uisui. Extremitas autem remotior cuiuslibet superficiei, & lineæ, & spatij sequitur partem remotam à uisu, scilicet partem sequentem extremitates linearum radialium, & extremitas propinquior sequitur partem propinquam uisui, scilicet partem sequentem uisum. Et quando uisus comprehenderit aliquam lineam, uel aliquod spatium, statim comprehendet duas ubitates sequentes extremitates lineæ illius, aut illius spatij: & similiter quando uisus comprehenderit aliquam superficiem: comprehendet ubitates sequentes extremitates illius superficiei ex comprehensione extensionis illius superficiei, in longitudine, & latitudine. Cum ergo uisus comprehenderit superficiem obliquam super lineas radiales, & fuerit illa superficies maximæ declinationis: comprehendet uisus ubitatem sequentem extremitatem remotiorem apud comprehensionem superficiei, & comprehendet ipsam esse sequentem extremitates linearum radialium, & comprehendet ubitatem sequentem extremitatem propinquiorem, & comprehendet ipsam esse sequentem illud, quod est prope uisum. Et similiter de linea, & spatio maximæ obliquationis. Et cum uisus perceperit, quòd una duarum extremitatum superficiei, aut lineæ, aut spatij sequantur ubitatem remotam à uisu, & quòd altera extremitas sequatur ubitatem propinquam uisui: statim percipiet remotionem unius duarum extremitatum, aut lineę, aut spatij, aut superficiei, & appropinquationem alterius. Et cum perceperit remotionem unius duarum extremitatum, aut lineæ, aut spatij, aut superficiei, & appropinquationem alterius: statim percipiet obliquationem situs illius superficiei, aut lineæ, aut spatij. Obliquatio ergo superficierum, & linearum, & spatiorum obliquatorum super lineas radiales extraneæ obliquationis, comprehenditur à uisu ex comprehensione duarum ubitatum extremitatum eorum.

29. Situs uisibilis obliquus ex immoderata distantia uidetur directus. 34 p 4.

Declinatio autem & directa oppositio linearum, & superficierum, & spatiorum modicæ obliquationis, & directionis, non comprehenduntur à uisu uera comprehensione certificata, nisi remotio eorum sit mediocris, & respiciat corpora ordinata comprehensa à uisu, & comprehenderit ex mensuris eorum corporum mensuras remotionum extremitatum illarum superficierum, & linearum, & spatiorum, & comprehenderit æqualitatem duarum remotionum duarum extremitatum superficiei, aut lineæ, aut spatij: aut inæqualitatem earum: quoniam nulla ubitatum sequentium extremitates superficierum, & linearum, & spatiorum directè oppositorum, aut declinantium modica declinatione, sequitur uisum: Sed extremitates eorum oppositæ sequuntur ubitates dextras, aut sinistras, aut superiores, aut inferiores. Si ergo uisus non comprehenderit mensuras remotionum eorum, quæ sunt huiusmodi à uisu, non comprehendet æqualitatem remotionum extremitatum eorum, aut inæqualitatem: & si hæc non comprehenderit, non comprehendet obliquationem eorum, neque directionem. Cum ergo superficies, & lineæ, & spatia fuerint maximæ remotionis, & fuerit obliquatio eorum modica: non poterit uisus comprehendere obliquationem eorum, neque potest distinguere inter obliquum, & rectum: quoniam quantitates remotionum superficierum, & linearum, & spatiorum, quorum remotio est magna, non certificantur à uisu, sed æstimantur. Et cum remotio eorum fuerit magna, & fuerint ipsa modicæ obliquationis: erit differentia, quæ est inter remotas extremitates eorum oppositorum, ualde modica, ferè carens quantitate respectu quantitatum remotionum eorum. Et cum uisus non certificauerit quantitates remotionum extremitatum eorum, non comprehendet diuersitatem remotionum, quæ est inter extremitates eorum. Et cum non comprehenderit diuersitatem, quæ est inter remotiones extremitatum superficiei, lineæ, & spatij, æstimabit remotiones illas esse æquales, & non comprehendet obliquationem illius superficiei, aut lineæ, aut spatij: & cum non comprehenderit obliquationem illius superficiei, aut lineæ, aut spatij, æstimabit ipsum esse directum. Et obliquatio modica superficierum, & linearum, & spatiorum, quorum remotio est maxima, non comprehenditur à uisu. Visus ergo comprehendit omnes superficies, & lineas, & spatia, quæ sunt maximæ remotionis, & minimæ obliquationis, quasi directè opposita, & non certificat situs eorum, neque distinguit inter obliquum, & directè oppositum, sed comprehendit obliquum, & rectum secundum unum modum. Et similiter situs superficierum, & linearum, & spatiorum, quorum remotio est mediocris, quando non respexerint corpora ordinata, aut uisus non comprehenderit corpora respicientia remotiones eorum, & non certificauerit quantitates remotionum eorum, non certificatur à uisu, nec distinguit uisus inter obliquum eorum & directum, sed accipit situm eorum æstimatione: & fortasse æstimabit illud, quod est huiusmodi, esse directum, quamuis sit obliquum. Et cum superficies, & lineæ, & spatia fuerint in remotione mediocri, & remotiones eorum respexerint corpora ordinata, & comprehenderit uisus illa corpora ordinata, & quantitates eorum, comprehendet quantitates remotionum extremitatum superficierum illarum, & linearum, & spatiorum, & comprehendet æqualitatem remotionum extremitatum eorum oppositorum, si fuerint extremitates illæ æquales, & inæqualitatem

inæqualitatem eorum, si fuerint inæquales. Et cum comprehenderit æqualitatem remotionum extremitatum superficierum, aut linearum, aut spatiorum, aut inæqualitatem eorum: comprehendet directionem illius superficiei, aut lineæ, aut spatij, aut eorum obliquationem certificata comprehensione. Et similiter obliquatio linearum, aut superficierum, aut spatiorum, quæ sunt maximę obliquationis, non comprehenditur à uisu, nisi ipsa sint in remotione mediocri, respectu magnitudinis eorum. Nam uisus non comprehendit ubitates sequentes extremitates superficiei, aut lineę, aut spatij: nisi quando comprehenderit quantitatem extensionis illius superficiei, aut lineę, aut spatij: sed uisus non comprehendit quantitatem extensionis superficiei, aut lineæ, aut spatij, nisi quādo fuerit in remotione mediocri respectu quantitatis illius superficiei, aut lineæ, aut spatij. Declinatio ergo superficiei, aut lineæ, aut spatij secantium lineas radiales, quando fuerit maxima, comprehendetur à uisu comprehensione ubitatum extremitatum eius: & si fuerit modicæ obliquationis, aut directæ oppositionis: comprehendetur à uisu esse obliquum, aut esse directum uisibile ex comprehensione quantitatum remotionum extremitatum eorum. Et uisus non certificat qualitatem situum superficierum, & linearum, & spatiorum, quæ sunt maximæ obliquationis, nisi quando certificauerit qualitatem extensionis eorum. Et non certificat situm superficierum, & linearum, & spatiorum, quæ sunt modicæ obliquationis, aut directæ oppositionis, nisi quando certificauerit quantitates remotionum extremitatum eorum, & comprehenderit inæqualitatem remotionum extremitatum eorum oppositorum, aut æqualitatem. Sed uisus raro certificat situs uisibilium, & plura, quæ comprehendit uisus ex sitibus uisibilium, non comprehendit, nisi per æstimationem. Sustentatio ergo uisus in comprehensione situum uisibilium non est, nisi per æstimationem. Cum ergo aspiciens aspexerit, & uoluerit certificare situm alicuius superficiei, aut situm alicuius lineæ, quæ sunt in uisibilibus, aut situm alicuius spatij, in superficiebus uisibilium: intuebitur formam illius rei uisæ, & qualitatem extensionis illius superficiei, aut lineæ, aut spatij. Si ergo forma illius rei uisæ, in qua est illa superficies, aut linea, aut spatium, fuerit manifesta, & certificata, & fuerit obliquatio istius superficiei, aut lineæ, aut spatij maxima: comprehendet uisus obliquationem eius uerè ex comprehensione qualitatis extensionis eius, & ex comprehensione duarum ubitatum extremitatum eius. Et si forma illius rei uisæ fuerit manifesta, & non fuerit maximæ obliquationis, & remotio eius respexerit corpora ordinata: uidebit corpora respicientia remotiones extremitatum eius, & considerabit quantitatem eorum: & comprehendet remotionem illius superficiei, aut lineæ, aut spatij, & quantitatem obliquationis eius, aut directionem eius ex comprehensione quantitatum remotionum extremitatum eius. Et si forma rei uisæ non fuerit manifesta, aut fuerit manifesta, sed obliquatio fuerit maxima, & remotio non respexerit corpora ordinata: non comprehendet uisus certitudinem situs huiusmodi superficiei, aut lineæ, aut spatij. Et quando uisus comprehenderit formam non manifestam, & inuenerit remotiones eius respicere corpora ordinata: statim percipiet, quòd situs illius superficiei, aut lineæ, aut spatij non certificatur. Secundum ergo istos modos comprehendit uisus situs superficierum uisibilium, & situs linearum, & spatiorum, quæ sunt in superficiebus uisibilium, scilicet quæ omnes secant lineas radiales. Quod uerò est ex spatijs, quæ sunt inter uisibilia distincta in rebus remotioribus maximis, scilicet, quando fuerit remotio utriusque uisibilium, quæ sunt apud duas extremitates spatij, maxima remotio, comprehenditur à uisu tunc quasi directè oppositum, quamuis sit obliquum: quoniam non comprehendit diuersitatem, quæ est inter remotiones extremitatum eius. Et si alterum duorum uisibilium, quæ sunt apud duas extremitates spatij, fuerit propinquius altero, & senserit uisus appropinquationem eius: comprehendet spatium, quod est inter ea, esse obliquum, secundum quod comprehendit ex appropinquatione propinquioris illorum duorum uisibilium, & ex remotione remotioris illorum. Et si alterum duorum uisibilium fuerit propinquius, sed uisus non comprehenderit appropinquationem eius: non sentiet obliquationem spatij, quod est inter ea. Situs ergo superficierum, & linearum, & spatiorum secantium lineas radiales, non certificatur à uisu, nisi sit remotio eorum mediocris: & simul non certificat uisus æqualitatem aut inęqualitatē remotionum extremitatū eorum. Si autem uisus nō certificauerit æqualitatē remotionis extremitatum eorū, aut inæqualitatē, non poterit certificare situm illorum. Et plura illorum, quæ comprehenduntur à uisu ex sitibus uisibilium, non comprehenduntur nisi per æstimationem. Si ergo ipsa fuerint in remotione mediocri, non erit magna diuersitas inter situm comprehensum à uisu per æstimationem, & uerum situm: & si fuerint in remotione maxima, non distinguet inter obliquum & directum. Quoniam uisus quando non comprehenderit inæqualitatem duarum remotionum duarum extremitatum rei uisæ: comprehendet ipsas esse æquales, & sic iudicabit ipsam rem uisam esse directam. Secundum ergo istos modos erit comprehensio situum superficierum, & linearum, & spatiorum per sensum uisus.

30. *Situs partium & terminorum rei uisibilis, & situs uisibilium distinctorum percipiuntur ex æquabili & inæquabili distantia, ordinéque formarum ad uisum manantium. 32 p 4.*

Situs uerò partium rei uisæ inter se, & situs terminorum superficiei rei uisæ, aut superficiei eius inter se, & situs uisibilium distinctorum inter se, quæ collocantur sub ordinatione, comprehenduntur

duntur à uisu ex comprehensione locorum uisus, ad quæ perueniunt formæ partium, & ex comprehensione ordinationis partium formę peruenientis ad uisum, per uirtutem distinctiuam. Quoniam enim forma cuiuslibet partium superficiei rei uisæ peruenit in aliquam partem superficiei membri sentientis, in quam peruenit forma totius: unde cum superficies rei uisæ fuerit diuersorum colorum, & fuerint inter partes eius differentiæ, per quas distinguantur partes inter se: erit forma perueniens ad uisum diuersorum colorum, & erunt partes eius distinctæ secundum partium distinctionem superficiei rei uisæ. Et sentiens sentit formam, & sentit quamlibet partium formæ ex sensu colorum illarum partium, & lucis quæ est in eis: & sentit loca formarum partium in uisu ex sensu colorum partium illarum, & lucis illarum. Et uirtus distinctiua comprehendit ordinem illorum locorum ex comprehensione diuersitatis colorum partium formæ, & ex comprehensione differentiarum partium. Et sic comprehendit dextrum & sinistrum, superius & inferius ex comparatione illorum inter se: & sic comprehendit etiam contiguum & separatum. Situs uerò partium rei uisæ, inter se secundum accessionem & remotionem, scilicet secundum prǽeminentiam & profundationem, comprehenduntur à uisu, ex comprehensione quantitatis remotionum partium à uisu, & comprehensione diuersitatis remotionum partium secundum magis & minus. Situs uerò partium rei uisæ quando fuerint in remotione mediocri inter se, secundum accessionem & remotionem comprehenduntur à uisu: & hoc, cum uisus comprehenderit quantitatem illius remotionis, & cōprehenderit inæqualitatem, quæ est inter remotiones partium à uisu, & æqualitatem. Si autem uisus non certificauerit quantitates remotionis eius, & quantitates remotionum partium eius: non comprehendet uisus ordinationem partium eius secundum accessionem & remotionem apud uisionem. Si autem fuerit aliquid ex uisibilibus assuetis, quæ cognoscuntur à uisu, comprehendet ordinationem partium eius secundum præeminentiam & profunditatem, & figuram superficiei eius per cognitionem, non sola uisione: & si fuerit ex uisibilibus extraneis, quæ uisus non cognoscit: comprehendet superficiem eius quasi planam, quando non certificauerit quantitates remotionum partium eius. Et ista intentio apparet, quando uisus inspexerit aliquod corpus conuexum, aut concauum, & fuerit in remotione maxima: quoniam uisus tunc non comprehendet conuexitatem aut concauitatem, sed comprehendet ipsum quasi planum. Et situs partium superficiei rei uisæ inter se in diuersitate ubitatum, & in separatione, & in continuatione non comprehenduntur à uisu, nisi ex comprehensione partium formæ peruenientis in uisum, & comprehensione diuersitatis colorum & differentiarum, per quas distinguuntur partes, & ex comprehensione ordinationis partium formæ per uirtutem distinctiuam. Et situs partium superficiei rei uisæ inter se in accessione, & etiam secundum remotionem respectu uisus, non comprehenduntur à uisu, nisi ex comprehensione quantitatis remotionis partium, & ex comprehensione æqualitatis & inæqualitatis quantitatum remotionum earum. Ordinatio ergo partium rei uisæ secundum accessionem & remotionem illius, cuius quantitates remotionum partium certificantur à uisu, comprehenditur à uisu: ordinatio uerò partium illius remotionum partium, cuius quantitates non certificantur à uisu, non comprehenditur à uisu. Ordinatio autem partium rei uisæ distinctarum comprehenditur à uisu ex comprehensione locorum uisus, in quæ perueniunt formæ illarum partium; & ex comprehensione distinctionis in uisu per uirtutem distinctiuam. Et similiter est de uisibilibus distinctis. Termini autem superficiei rei uisæ, aut superficierum eius, & ordinatio eorum comprehenduntur à uisu ex comprehensione partis superficiei eius, in quam peruenit color illius superficiei, & lux eius à uisu, & ex comprehensione terminorum illius partis, & ordinationis circumferentiæ illius partis per uirtutem distinctiuam. Secundum ergo istos modos comprehendit uisus situs partium uisibilium, & situs partium superficierum uisibilium inter se, & situs terminorum superficierum, & situs partium distinctarum uisibilium inter se, & situs uisibilium distinctorum inter se.

31. Soliditas quorundam corporum solo uisu percipitur: quorundam uisu & syllogismo simul. 63 p 4.

CORporeitas uerò, quæ est extensio secundum trinam dimensionem, comprehenditur à uisu in quibusdam corporibus, & in quibusdam non. Tamen apud hominem distinguentem iam quietum est principium, quod non comprehenditur sensu uisu, nisi corpus: & sic quando ipse comprehendet uisibile: sciet statim quod est corpus, quamuis non comprehendat extensionem secundum trinam dimensionem. Et uisus comprehendit in corporibus extensionem eorum secundum longitudinem & latitudinem ex comprehensione superficierum corporum oppositorum illi. Cum ergo comprehenderit superficiem corporis, sciendo quòd illud uisibile est corpus: comprehendet statim extensionem illius corporis secundum longitudinem & latitudinem, & non remanet nisi dimensio tertia. Et quædam corpora continentur à superficiebus planis secantibus se obliquè: & quædam continentur à superficiebus concauis, aut conuexis: & quædam continentur à superficiebus diuersarum figurarum secantibus se obliquè: & quædam continentur ab una superficie rotunda. Corpus autem, quod continetur à superficiebus secātibus se, cuius una superficies est plana, quando comprehenditur à uisu, & fuerit superficies eius plana opposita uisui & directa, & superficies residuę secuerint superficiē directè oppositam, aut perpēdiculares super superficiē directè oppositam,

oppoſitam, aut obliquæ ſuper ipſam ad partem ſtrictam ex parte poſteriori ſuperficiei directè op-
poſitæ:non apparebit uiſui ex eo,niſi ſuperficies directè oppoſita tantùm. Ergo ex huiuſmodi cor-
poribus non comprehendit uiſus,niſi longitudinem & latitudinem tantùm:ergo non ſentit corpo-
reitatem huiuſmodi. Corpus autem,quod continetur à ſuperficiebus ſecantibus ſe,quando ſuper-
ficies eius fuerit oppoſita uiſui,ſed non ſecundum directam oppoſitionem, & fuerit ſectio iſtius ſu-
perficiei cum alia ſuperficie illius corporis,comprehenſa à uiſu, ita ut poſsit comprehendere duas
ſuperficies ſimul:comprehendetur à uiſu tunc eius corporeitas: quoniam comprehendet obliqua-
tionem ſuperficiei corporis ad eius profunditatem:quare comprehendet extenſionem corporis ſe-
cundum profunditatem, cum comprehenderit ex ſuperficie obliqua extenſionem in longum & la-
tum. Et ſic comprehendet corporeitatem huiuſmodi corporum. Et ſimiliter erit,quando una ſu-
perficierum corporis directè fuerit oppoſita uiſui, & fuerint ſuperficies ſecantes illam ſuperficiem,
aut una illarum obliqua ſuper ſuperficiem directè oppoſitam ad partem amplam ex parte poſterio-
ri ſuperficiei directè oppoſitæ:quoniam uiſus comprehendet in tali corpore ſuperficiem directè op
poſitam,& ſuperficiem obliquè ſecantem ſuperficiem directè oppoſitam, & comprehendet etiam
ſectionem iſtarum ſuperficierum: & ſic, ſicut diximus, comprehendet corporeitatem illius corpo-
ris. Et generaliter dico, quòd omne corpus, in quo poteſt uiſus comprehendere duas ſuperficies
ſecantes ſe,comprehendetur in ſua corporeitate à uiſu. Corporum autem,in quibus eſt ſuperficies
conuexa comprehenſa à uiſu,& illud,quod continet ipſa,eſt aut una ſuperficies, aut multæ ſuperfi-
cies,corporeitatem uiſus comprehendere poterit ex comprehenſione ueritatis eius. Quoniam ſi
ſuperficies conuexa fuerit oppoſita uiſui: erunt remotiones partium eius à uiſu inæquales, & erit
medium eius propinquius extremitatibus uiſus:& cum uiſus comprehenderit conuexitatem eius,
comprehendet quòd medium eius eſt ſibi propinquius extremitatibus: & cum ſenſerit quòd me-
dium eius eſt propinquius illi,& quòd extremitates eius ſunt remotiores: ſentiet ſtatim, quòd ſu-
perficies exit ad ipſum ab ultimis tendentibus ad poſterius: & ſic ſentiet extenſionem corporis in
profunditate,reſpectu ſuperficiei directè oppoſitæ. Et ipſe comprehendet extenſionem corporis
illius ſecundum longitudinem & latitudinem,ex comprehenſione extenſionis ſuperficiei conuexę
ſecundum longitudinem & latitudinem. Et ſimiliter ſi alia ſuperficies corporis præter ſuperficiem
directè oppoſitam,fuerit conuexa: & comprehenderit uiſus conuexitatem eius: comprehendet e-
tiam extenſionem eius ſecundum trinam dimenſionem. Si uerò corporis,in quo eſt ſuperficies con
caua comprehenſa à uiſu,aliam ſuperficiem ſenſerit uiſus, & ſenſerit ſectionem eius cum ſuperficie
concaua: tunc ſentiet obliquationem ſuperficiei corporis illius, & cum ſenſerit obliquationem il-
lius ſuperficiei, ſtatim ſentiet corporeitatem eius. Si autem ſuperficies fuerit concaua, comprehen
ſa à uiſu & non apparuerit uiſui alia ſuperficierum reſiduarum:non comprehendet uiſus corporei-
tatem illius corporis: neque uiſus comprehendet ex huiuſmodi corporibus, niſi extenſiones eius
ſecundum duas dimenſiones tantùm, & non ſentiet corporeitatem huiuſmodi corporum, niſi per
ſcientiam præcedentem tantùm, non per ſenſum trium dimenſionum illius corporis. Et ſuperfi-
cies concaua etiam extenditur in profunditate propter propinquitatem extremitatum eius ad ui-
ſum & remotionem medij: Sed non comprehenditur ex extenſione profunditatis,niſi extenſio ua-
cuitatis,non extenſio corporis uiſi, cuius ſuperficies eſt illa ſuperficies concaua. Comprehenſio
ergo corporeitatis à uiſu, non eſt, niſi ex comprehenſione obliquationis ſuperficierum corporum:
& obliquitates ſuperficierum corporũ, per quas ſignificatur uiſui, quòd corpora ſint corpora, non
comprehenduntur à uiſu, niſi in corporibus, quorum remotio eſt mediocris. In corporibus au-
tem maximę remotionis, quorum remotio non certificatur à uiſu, non comprehendit uiſus obli-
quationes ſuperficierum: & ſic non comprehendit corporeitatem eius per ſenſum uiſus. Quoniam
in talibus corporibus non comprehendit uiſus ſitus partium ſuperficierum eorum inter ſe, neque
comprehendit ipſas niſi planas,& ſic non comprehendit obliquationes ſuperficierum, & ſic deni-
que non comprehendit corporeitatem. Viſus ergo non comprehẽdit corporeitatem corporis ma-
ximæ remotionis, cuius remotio non certificatur illi. Et ipſe comprehendit corporeitatem cor-
porum ex comprehenſione obliquationum ſuperficierum corporum: & obliquationes ſuperficie-
rum corporum non comprehenduntur à uiſu, niſi in uiſibilibus mediocris remotionis, quorum ſi-
tus partium ſuperficierum inter ſe comprehenduntur à uiſu. Et præter iſtorum uiſibilium corpo-
reitatem,non comprehendit corporeitatem uiſus, niſi per ſcientiam antecedentem tantùm.

32. Circulus percipitur è ſitu, quem obtinet in ſuperficie uiſus. 45 p 4.

Figura autem rei uiſæ diuiditur in duo: quorum alterum eſt figura circumferentiæ ſuperficiei
rei uiſæ, aut circumferentiæ alicuius partis rei uiſæ: ſecundum autem eſt figura corporeita-
tis rei uiſæ, aut figura corporeitatis alicuius partis rei uiſæ. Et iſte modus eſt forma ſuperfi-
ciei rei uiſæ, cuius corporeitas comprehenditur per ſenſum uiſus, aut forma partis ſuperficiei rei
uiſæ, cuius corporeitas comprehenditur. Et omne, quod uiſus comprehendit ex figuris uiſi-
bilium,diuiditur in iſtos modos. Figura uerò circumferentiæ ſuperficiei rei uiſæ comprehendi-
tur à ſentiente,ex comprehenſione circumferentiæ formæ, quæ peruenit in concauum nerui com-
munis, & ex comprehenſione circumferentiæ partis ſuperficiei membri ſentientis, in quam per-
uenit forma rei uiſæ: quoniam in utroque iſtorum locorum figuratur circumferentia ſuperficiei rei
uiſæ. Quemcunque ergo iſtorum locorum animaduerterit ſentiens, poterit comprehendere in eo
figuram

figuram circumferentiæ rei uisæ. Et similiter figura circumferentiæ cuiuslibet partium superficiei rei uisæ comprehenditur à sentiente ex sensu ordinationis partium terminorum partis formæ. Et cum sentiens uoluerit certificare figuram circumferentiæ superficiei rei uisæ, aut figuram circumferentiæ partis rei uisæ, mouebit axem radialem super circumferentiam rei uisæ: & sic per motum certificabit situm partium terminorum formæ superficiei, quæ est in superficie membri sentientis, & in concauo nerui communis. Quare comprehendet ex certificatione situum terminorum formæ, figuram circumferentiæ superficiei rei uisæ. Secundum ergo hunc modum erit comprehensio figuræ circumferentiæ rei uisæ, & figuræ circumferentiæ cuiuslibet partis superficiei rei uisæ per sensum uisus.

33. Superficies globosa percipitur è propinquitate partium mediarum, & æquabili longinquitate extremarum. 48 p 4.

FOrma autem superficiei rei uisæ non comprehenditur à uisu, nisi ex comprehensione situum partium superficiei rei uisæ, & ex consimilitudine & dissimilitudine eorundem situum. Et certificatur forma superficiei ex comprehensione diuersitatis inæqualitatis remotionum partium superficiei rei uisę, & æqualitatis earum, aut inæqualitatis eleuationum partium superficiei & æqualitatis earum. Quoniam conuexitas superficiei non comprehenditur à uisu, nisi aut ex comprehensione propinquitatis partium mediarum in superficie, & remotionis partium in terminis: aut ex inęqualitate eleuationum partium eius, quando superficies superior corporis fuerit cõuexa. Et similiter conuexitas termini superficiei non comprehenditur à uisu, nisi aut ex comprehensione propinquitatis medij, & remotionis extremitatum, quando conuexitas eius opponitur uisui: aut ex inęqualitate eleuationum partium eius, quãdo gibbositas eius fuerit deorsum, aut sursum: aut ex inęqualitate partium eius, quod in eo dextrum est, aut sinistrum, quando gibbositas eius fuerit dextra aut sinistra.

34. Superficies caua percipitur è longinquitate partium mediarum, & æquabili propinquitate extremarum. 49 p 4.

COncauitas autem superficiei, quando opponitur uisui, comprehenditur à uisu ex comprehensione remotionis partium mediarum, & appropinquatione extremitatum terminorum. Similiter est de concauitate terminorum superficiei, quando opponitur uisui: & uisus non comprehendit concauitatem superficiei, quando concauitas fuerit opposita sursum, aut deorsum, aut ad latus, nisi quando superficies concaua fuerit in parte abscissa, & apparuerit arcualitas termini eius, quę est uersus uisum.

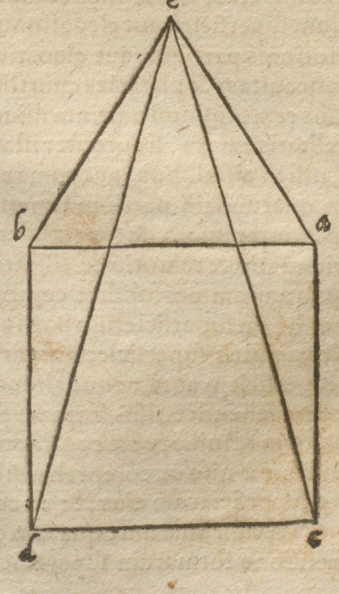
35. Planities in distantia moderata directè opposita uisui: percipitur ex æquabili partium longinquitate, & similitudine collocationis atque ordinis ipsarum inter ipsas. 47 p 4.

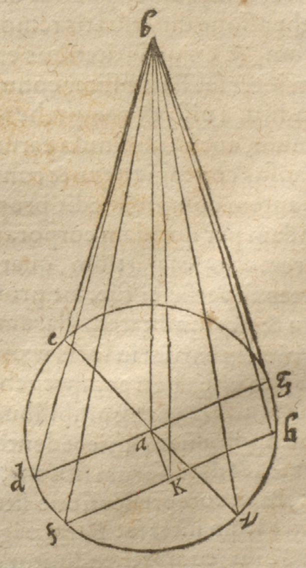
PLanities autem superficierum comprehenditur à uisu ex comprehensione æqualitatis remotionum partium & consimilitudinis ordinationis earum. Et similiter comprehenditur rectitudo termini superficiei, quando terminus opponetur uisui. Rectitudo enim termini superficiei, & arcualitas, aut curuitas eius, quando superficies fuerit opposita uisui, & termini continuerint ipsam, comprehenditur à uisu ex ordinatione partium eius inter se. Conuexitas ergo superficiei rei uisæ, quæ opponitur uisui, & concauitas eius, & planities comprehenduntur à uisu ex comprehensione diuersitatis remotionis partium superficiei, aut eleuationum earum, aut latitudinum earum, & ex quantitatibus excessus remotionis partium, aut eleuationum, aut latitudinum earum inter se. Et similiter conuexitas, & concauitas, & planities cuiuslibet partis rei uisæ comprehenditur à uisu ex comprehensione excessus remotionum partium illius partis, aut excessus eleuationum, aut latitudinum earum, aut æqualitatis earum. Et propter istam caussam non comprehendit uisus concauitatem & conuexitatem, nisi in uisibilibus, quorum remotio est mediocris. Visus autem comprehendit propinquitatem quarundam partium superficiei, & remotionem quarundam per quædam corpora interuenientia inter ipsum, & superficiem, & per corpora respicientia remotiones partium, quarum appropinquatio & remotio certificatur à uisu. Et cum quædam partes superficiei fuerint prominentes, & quædam profundæ: comprehendet uisus prominentiam & profunditatem illarum per obliquationem superficierum partium, & sectiones partium, & curuitates earum in locis profunditatis, & per situs superficierum partium inter se. Et hoc erit, quando uisus non comprehenderit illam superficiem antè, neque aliquam huius generis. Si autem illa res uisa fuerit ex uisibilibus assuetis, comprehendet uisus formam eius, & formam superficiei per cognitionem antecedentem. Forma autem rei uisæ, quæ continetur ex superficiebus secantibus se, & diuersorum situum, comprehenditur à uisu ex comprehensione sectionis superficiei eius, & ex comprehensione situs cuiuslibet superficierum eius, & ex comprehensione superficierum earum inter se. Formæ igitur figurarum rerum uisarum, quarum corporeitas comprehenditur à uisu, comprehenduntur ex comprehensione formarum superficierum earum, & ex compre-

hensione situum superficierum earum inter se. Et formæ superficierum uisibilium, quarum partes sunt diuersi situs: comprehenduntur à uisu ex comprehensione conuexitatis & concauitatis, & planitiei partium superficierum in uisibilibus, & prominentiæ, & profunditatis partium superficiei. Secundum ergo hunc modum erit comprehensio superficierum formarum uisibilium, & figurarum earum. Et cum sentiens uoluerit certificare formam superficiei rei uisæ, aut formam alicuius partis rei uisæ, mouebit uisum in oppositionem eius, & faciet transire axem radialem super omnes partes eius, donec sentiat remotiones partium eius, & situs cuiuslibet illarum apud uisum, & situm earum inter se. Et cum sentiens comprehenderit remotionem partium superficierum, & situs earum, & comprehenderit prominentiam & profunditatem: comprehendet formam illius superficiei rei uisæ, & certificabit figuram eius. Et multoties errat uisus in eo, quod comprehendit ex formis superficierum uisibilium, & formis figurarum uisibilium, & non percipit errorem. Quoniam conuexitas parua & concauitas parua, & prominentia, & profunditas parua non comprehenduntur secundum accessum ad uisum, quamuis earum remotio sit mediocris, nisi sit propinqua ualde uisui. Visibilia ergo, quorum formæ comprehenduntur à uisu, sunt illa, quorum quantitates partium superficierum comprehenduntur à uisu, & quorum excessus & æqualitates remotionum partium comprehenduntur à uisu. Et uisibilia, quorum formæ certificantur à uisu, sunt illa, quorum quantitates remotionum partium, & quorum quantitates excessus remotionis partium certificantur à uisu. Et similiter figuræ circumferentiarum superficierum uisibilium, & figuræ circumferentiarum partium superficierum uisibilium non certificantur à uisu, nisi sint in remotionibus mediocribus, & certificauerit uisus ordinationem terminorum earum, & situm partium terminorum earum inter se, & certificauerit angulos earum. Et in quibus situs terminorum non certificãtur à uisu, neque anguli, si habuerint angulos: in ijs non certificabit uisus figuras. Omnes ergo figuræ uisibilium comprehenduntur à uisu, secundum modos, quos declarauimus.

36. Magnitudo nec ex angulo pyramidis opticæ tantum: nec ex anguli & distantiæ comparatione percipitur. 27 p 4.

Magnitudo uerò & quantitas rei uisæ comprehenduntur à uisu: sed qualitas comprehensionis eius est ex intentionibus dubitabilibus. Et plures opinantur, quòd quantitas magnitudinis rei uisæ non comprehenditur à uisu, nisi ex quantitate anguli, qui fit apud centrum uisus, quem continet superficies pyramidis radialis, cuius basis continet rem uisam: & quòd uisus comparat quantitates rerum uisarum ad quantitates angulorum, qui fiunt à radijs, qui continent res uisas apud centrum uisus, & non sustentatur in comprehensione magnitudinis, nisi super angulos tantùm. Et quidam illorum opinantur, quòd comprehensio magnitudinis non completur in comparatione ad angulos tantùm, sed per considerationem remotionis rei uisæ, & situs eius cum comparatione ad angulos. Et ueritas est, quòd non est possibile, ut sit comprehensio quantitatum rerum uisarum à uisu ex comparatione ad angulos, quos res uisæ respiciunt apud centrum uisus tantùm. Quoniam eadem res uisa non diuersatur in quantitate apud uisum, quamuis remotiones eius diuersentur diuersitate non magna. Quoniam quãdo res fuerit prope uisum, & ipse cõprehenderit quantitatem eius: & postea fuerit elongata à uisu non multum: non diminuetur eius quantitas apud uisum, quando eius remotio fuerit mediocris. Et nunquam diuersatur quantitas alicuius rei uisæ assuetæ apud uisum, quando remotiones eius diuersantur, & fuerint ex remotionibus mediocribus. Et similiter corpora æqualia diuersarum remotionum, quando remotio illorum fuerit mediocris, cõprehenduntur à uisu æqualia: Sed anguli, quos respicit una & eadem res uisa in remotionibus diuersis mediocribus, diuersantur diuersitate alicuius quantitatis, [ut patet per 21 p 1] Quoniam quando res uisa fuerit remota à uisu per unum cubitum, deinde si elongetur à uisu, donec fuerit eius remotio per duos cubitos: erit inter duos angulos, qui fiunt apud uisum ab illa re uisa, magnus excessus: & tamen non comprehendit uisus rem uisam in remotione duorum cubitorum, minorem,





norem,quàm in remotione unius cubiti. Et similiter si elongetur à uisu per tres cubitos aut quatuor, non uidebitur minor, quamuis anguli, qui fiunt apud uisum, diuersentur diuersitate extranea. Et etiam si in superficie alicuius corporis signetur figura quadrata ęqualium laterum,& rectorum angulorum: & eleuetur illud corpus, donec superficies eius, in qua est quadratio, sit prope æquidistantiam uisus, & ita ut uisus comprehendat figuram quadratam: comprehendet uisus figuram quadrilateram æqualium laterum: & tamen anguli, quos respiciunt latera quadrati apud centrum uisus, quando centrum uisus fuerit prope superficiem, in qua est quadratio, erunt diuersi: cum nihilominus uisus comprehendat latera quadrati ęqualia. Et similiter quando in circulo extrahuntur diametri diuersorum situum, deinde eleuatur superficies, in qua est circulus, donec sit prope ęquidistantiam uisus: erunt anguli,quos respiciunt diametri circuli apud centrum uisus, diuersi diuersitate magna secundum diuersitatem situs diametrorum: & tamen uisus non comprehendit diametros circuli, nisi æquales, quando remotio circulorum fuerit mediocris. Si ergo comprehensio rerum uisarum esset ex comparatione ad angulos tantùm, qui fiunt ex uisibilibus apud centrum uisus: non comprehenderentur quadrati latera æqualia, neque comprehenderentur diametri circuli æquales, neque comprehenderetur circulus rotundus, neque comprehenderetur una res uisa in rebus diuersis unius quantitatis. Experimentatione igitur istarum intentionum patet, quòd comprehensio quantitatum rerum uisarum non est ex comparatione ad angulos tantùm.

37. Magnitudo rei uisibilis percipitur è magnitudine partis superficiei uisus (in quam peruenit forma) & angulo pyramidis opticæ. 17 p 4.

ET quia hoc declaratum est, quomodo certificemus qualitatem comprehensionis magnitudinis: & iam declaratum est, quòd sustentatio in comprehensione plurium sensibilium non est, nisi per argumentationem & distinctionem: magnitudo autem est una intentionum, quę comprehenduntur ratione & argumentatione: & radix, super quam sustentatur uirtus distinctiua in distinctione quantitatis magnitudinis rei uisæ, est quantitas partis uisus, in quam peruenit forma rei uisæ: & pars, in quam peruenit forma rei uisæ, determinatur,& mensuratur per angulum, qui est apud centrum uisus, quem continet pyramis radialis, continens rem uisam, & partem uisus, in quam peruenit forma rei uisæ. Pars ergo uisus, in quam peruenit forma rei uisæ, & angulus, quem continet pyramis radialis, continens illam partem, sunt radix, quam non potest sensus & distinctio uitare in comprehensione magnitudinis rei uisæ. Sed tamen non sufficit uirtuti distinctiuæ in comprehensione magnitudinis consideratio anguli tantùm, aut consideratio partis uisus respicientis angulum tantùm. Quoniam una res uisa quando comprehenditur à uisu,& est prope ipsum: comprehendet sentiēs locū uisus, in quem peruenit forma rei uisæ,& comprehendet quantitatem illius loci: deinde quando illa res uisa elongabitur à uisu: comprehendetur etiam à uisu, & comprehendet sentiens locum uisus, in quem peruenit forma eius secundò, & comprehendet quantitatem loci. Et manifestum est, quòd locus uisus, in quem peruenit forma eius primò,& locus uisus,in quem peruenit forma eius secundò, diuersantur secundum quantitatem: quoniam locus formę in uisu erit secundum quantitatem anguli, quem respicit illa res uisa apud centrum uisus. Et quātò magis elongabitur res uisa, tantò magis angustabitur pyramis cōtinens ipsam, & eius angulus, & locus uisus, in quem peruenit forma.

38. Magnitudo uera uisibilis percipitur è comparatione basis anguli, & longitudine pyramidis opticæ. 27 p 4.

ET cum sentiens comprehenderit locum, in quem peruenit forma rei uisæ, & comprehenderit quantitatem loci: comprehendet diminutionem loci apud remotionem rei uisæ à uisu. Et ista intentio sæpe reuertitur ad uisum: scilicet quòd uisibilia sæpe elongantur à uisu, & uisus ab eis, & appropinquant uisui,& uisus illis: & uisus comprehendit ipsa, & comprehendit diminutionem locorum formarum illarum in uisu apud remotionem, & comprehendit augmentationem locorum formarum illarum in uisu apud appropinquationem. Quare ad comprehensionem quantitatis rei uisæ adiungit uirtus distinctiua remotionem rei uisæ ad angulum pyramidis radialis, qui est in centro oculi. Ex frequentia ergo istius intentionis quieuit in anima apud uirtutem distinctiuam, quòd quantò magis elongatur res uisa à uisu, tantò magis diminuitur locus formæ eius in uisu, & angulus, quem respicit res uisa apud centrum uisus. Et cum hoc est: est quietum in anima, quòd locus, in quem peruenit forma rei uisæ, & angulus, quem respicit res uisa apud centrum uisus, non erit nisi secundum remotionem rei uisæ à uisu. Et cum hoc quietum est in anima, quando uirtus distinctiua distinguet quantitatem rei uisæ, non considerabit angulum tantùm, sed considerabit angulum & remotionem simul: quoniam quietum est apud ipsam, quòd angulus non erit, nisi secundum remotionem. Quantitates ergo uisibilium non comprehenduntur, nisi per distinctionem & comparationem. Comparatio autem, per quam comprehenditur quantitas rei uisæ, est comparatio basis pyramidis radialis, quæ est superficies rei uisæ, ad angulum pyramidis, & ad quantitatem longitudinis pyramidis, quæ est remotio rei uisæ à uisu. Et consideratio uirtutis di-

ſtinctiuæ non eſt, niſi in parte ſuperficiei membri ſentientis, in quam peruenit forma rei uiſæ, cum conſideratione remotionis rei uiſæ à ſuperficie uiſus. Quoniam quantitas partis, in quam peruenit forma, nunquam erit niſi ſecundum quantitatem anguli, quem reſpicit illa pars apud centrum uiſus. Et non eſt inter remotionem rei uiſæ à ſuperficie uiſus, & remotionem eius à centro niſus in maiori parte diuerſitas operans in remotionem. Et etiam iam declaratum eſt, [18 n 1. & 24. 25 n] quòd ſentiens comprehendit uerticationes, quæ ſunt inter centrum uiſus & rem uiſam, quæ ſunt uerticationes linearum radialium, & comprehendit uerticationum ordinationem, & ordinationem uiſibilium, & ordinationem partium rei uiſæ. Et cum ſentiens comprehendit hæc: uirtus diſtinctiua comprehendit, quòd iſtæ uerticationes quantò magis elongantur à uiſu, tantò magis ampliantur ſpatia, quæ ſunt inter earum extremitates. Et iſta intentio iam etiam quieta eſt in anima: & præterea, quietum eſt etiam in anima, quòd lineæ radiales quantò magis elongabuntur à uiſu, tantò erit res uiſa apud earum extremitates minor. Cum ergo uiſus comprehenderit aliquam rem uiſam, & comprehenderit terminos eius: comprehendet uerticationes, ex quibus comprehendet terminos rei uiſæ: & uerticationes, ex quibus comprehendet terminos rei uiſæ, ſunt lineæ continentes angulum, qui eſt apud centrum uiſus, quem reſpicit illa res uiſa, & ſunt lineæ continentes locum uiſus, in quem peruenit forma rei uiſæ. Cum ergo uiſus comprehenderit uerticationes: imaginabitur uirtus diſtinctiua extenſionem iſtarum linearum à centro uiſus uſque ad terminos rei uiſæ: & quando ſimul comprehenderit quantitatem remotionis rei uiſæ: imaginabitur quantitatem longitudinum iſtarum linearum, & quantitatem ſpatij, quod eſt inter extremitates earum: & ſpatia, quæ ſunt inter extremitates iſtarum linearum, ſunt diametri rei uiſæ. Et quando uirtus diſtinctiua imaginabitur quantitatem anguli, & quantitatem longitudinum linearum radialium, & quantitatem ſpatiorum, quæ ſunt inter extremitates earum: comprehendet quantitatem rei uiſæ ſecundum ſuum eſſe. Verticationes autem, quæ extenduntur inter centrum uiſus & terminos cuiuslibet rei uiſæ comprehenſæ à uiſu, comprehenduntur à ſentiente, & à uirtute diſtinctiua: & ſentiens & uirtus diſtinctiua comprehendunt quantitatem partis uiſus, in quam peruenit forma illius rei uiſæ. Et cum uirtus diſtinctiua comprehenderit uerticationes linearum radialium: comprehendet ſitus earum inter ſe, & comprehendet appropinquationem earum inter ſe, & comprehendet qualitatem extenſionis earum: & nihil remanet, quo completur comprehenſio magnitudinis rei uiſæ, niſi quantitas remotionis rei uiſæ. Et iam declaratum eſt in qualitate comprehenſionis remotionis rei uiſæ, [24 n] quòd cuiuslibet rei uiſæ remotio comprehenditur à uiſu, aut certè, aut æſtimatione. Et cum uirtus diſtinctiua comprehenderit ſitus linearum radialium continentium terminos rei uiſæ, & quantitatem partis, quæ eſt inter ipſas lineas radiales, & ſuperficiem membri ſentientis, quæ eſt quantitas anguli, & imaginata fuerit ſimul quantitatem remotionis rei uiſæ: ſtatim imaginabitur quantitatem anguli, & remotionis ſimul. Et cum imaginata fuerit quantitatem anguli & remotionis ſimul, comprehendet quantitatem rei uiſæ ſecundum quantitatem anguli, & ſecundum quantitatem remotionis ſimul. Et uirtus diſtinctiua imaginatur quantitatem remotionis cuiuslibet rei uiſæ comprehenſæ à uiſu, & imaginatur uerticationes continentes terminos illius, & per imaginationem iſtam perueniet ad ipſam forma pyramidis continentis rem uiſam, & quantitas baſis eius, quæ eſt res uiſa: & ſic perueniet ad illam quantitas rei uiſæ. Et ſignificatio, quòd comprehenſio magnitudinis rei uiſæ ſit per comparationem magnitudinis ad remotionem rei uiſæ, eſt: Quia uiſus quando comprehenderit duo uiſibilia diuerſæ remotionis, & reſpicientia eundem angulum apud centrum uiſus: ſcilicet, ut radij tranſeuntes per extrema primi illorum, perueniant ad extrema ſecundi, & primum illorum non cooperuerit totum ſecundum, & comprehenderit uiſus remotionem cuiuslibet illorum comprehenſione certificata: ſemper uiſibile remotius comprehendetur à uiſu uiſibili propinquiore maius. Et quantò remotius uiſibile magis elongabitur, & uiſus certificauerit quantitatem remotionis eius, tantò comprehendetur maius. Verbi gratia: quando aliquis aſpexerit parietem remotum à uiſu remotione mediocri: & certificauerit uiſus remotionem illius parietis, & quantitatem eius: & certificauerit quantitatem latitudinis eius: deinde appoſuerit manum uni uiſui inter uiſum & parietem: & clauſerit alterum oculum: inueniet tunc, quòd manus eius cooperiet portionem magnam illius parietis, & comprehendet quantitatem manus eius in iſta diſpoſitione, & comprehendet quòd quantitas cooperta à manu ex pariete, eſt multò maior quantitate manus eius: & uiſus ſimul comprehendet uerticationes linearum radialium, & comprehendet angulum, quem continent lineæ radiales. Tunc ergo uiſus comprehendet, quòd angulus, quem reſpiciunt manus & paries, eſt idem angulus: & tunc etiam comprehendet, quòd pars parietis cooperta manu eius, eſt multò maior manu. Et cum ita ſit: uirtus diſtinctiua in illa comprehenſione comprehendit, quòd remotius duorum uiſibilium diuerſæ remotionis, reſpicientium unum angulum, eſt maioris quantitatis. Deinde quando quis in illa diſpoſitione uiſum ſuum auerterit: & aſpexerit alium parietem remotiorem illo pariete: & appoſuerit manum ſuam inter uiſum & illum parietem: inueniet, quòd illud, quod cooperitur ex ſecundo pariete, eſt maius illo, quod cooperitur ex primo. Et ſi tunc aſpexerit cœlum: inueniet quòd manus eius cooperiet medium illius, quod apparet de cœlo, aut magnam portionem eius: tamen aſpiciens non dubitabit, quin manus eius nihil ſit reſpectu illius, quod cooperuerit de cœlo ſecundum ſenſum. Determinabitur ergo ex iſta experimentatione, quòd uiſus non comprehendit quantitatem ma-

tem magnitudinis rei uisæ, nisi ex comparatione magnitudinis rei uisæ ad quantitatem remotionis eius cum comparatione ad angulum, non ex comparatione ad angulum tantùm. Et si comprehensio quantitatis magnitudinis esset secundum angulum tantùm: oporteret ut duo uisibilia diuersæ remotionis, respicientia unum angulum apud centrum uisus, uiderentur æqualia. Et non est ita. Quantitas ergo magnitudinis rei uisæ non comprehenditur per distinctionem, nisi ex imaginatione pyramidis continentis rem uisam à uirtute distinctiua, & ex imaginatione quantitatis anguli pyramidis, & ex comparatione basis pyramidis ad quantitatem anguli eius, & ad quantitatem longitudinis eius simul. Et hæc est qualitas comprehensionis magnitudinis. Et propter multitudinem consuetudinis uisus in distinctione remotionum uisibilium, quando senserit formam & remotionem rei uisæ: statim imaginabitur quantitatem loci formæ, & quantitatem remotionis, & comprehendet ex congregatione istarum duarum intentionum magnitudinem rei uisæ: Sed tamen quantitates remotionum uisibilium sunt collocatæ sub magnitudinibus, quæ comprehenduntur à uisu. Etiam prædictum est, [24. 25 n] quòd quædam quantitates remotionum uisibilium comprehenduntur certè, & quædam æstimatiuè. & quòd illæ, quæ comprehenduntur æstimatiuè, comprehenduntur à similitudine remotionis rei uisæ ad remotiones sibi similium ex uisibilibus certificatæ remotionis: & quòd remotiones certificatæ quantitatis sunt illæ, quæ respiciunt corpora ordinata & continuata. Et ex comprehensione corporum ordinatorum continuatorum respicientium ipsas à uisu, & ex certificatione quantitatum illorum corporum, erit certificatio quantitatum remotionum uisibilium, quæ sunt apud extremitates eorum.

39. Magnitudo distantiæ percipitur è corporibus communibus, inter uisum & uisibile interiectis. 10 p 4. Idem 25 n.

Remanet ergo declarandum, quomodo uisus comprehendat quantitates remotionum uisibilium respicientium corpora ordinata continuata, & quomodo certificet quantitates corporum ordinatorum continuatorum respicientium remotiones uisibilium. Corpora ergo ordinata continuata respicientia remotiones uisibilium, sunt in maiori parte partes terræ, & uisibilia assueta, quæ semper comprehenduntur à uisu, & frequentius sunt superficies terræ, & corpus terræ interiacet inter ipsa, & corpus hominis aspicientis. Et quantitates partium terræ interiacentium inter aspicientem & uisibilia, quæ sunt super faciem terræ respicientes remotionem istorum uisibilium à uisu, semper comprehenduntur à uisu. Et comprehensio quantitatum partium terræ interiacentium inter aspicientem, & uisibilia, quæ sunt super faciem terræ, non est nisi ex mensuratione illarum inter se à uisu, & ex mensuratione partium terræ remotarum ab eo, ad partes terræ propinquas illi, quarum quantitates sunt certificatæ. Deinde ex frequentatione comprehensionis partium terræ à uisu, & ex frequentatione mensurationis illarum à uisu, comprehendet uisus quantitatem partium terræ, quæ sunt apud pedes per cognitionem & assimilationem illarum per similes iam prius comprehensas. Visus ergo quando aspexerit partem terræ interiacentem inter ipsum & rem uisam: cognoscet quantitatem eius propter frequentationem comprehensionis similium illi parti terræ. Et ista intentio est ex illis intentionibus, quas sentiens acquirit à principio quiescentiæ. Et sic peruenient quantitates remotionum uisibilium assuetorum figuratæ in imaginationem & quietem in anima, ita ut homo non percipiat qualitatem quiescentiæ earum. Vnde uerò sit principium comprehensionis partium terræ interiacentium inter uisum & uisibilia, est, secundum quod narrabo. Principium eius, cuius quantitas certificatur à uisu, est illud, quod est apud pedes: quoniam quantitas illius, quod est apud pedes, comprehenditur à uisu & à uirtute distinctiua, & uisus certificat ipsam per mensuram corporis hominis. Quoniam illud, quod est ex terra apud pedes, semper mensuratur ab homine sine intentione per pedes eius, quando ambulat super ipsum, & per brachium eius, quando extendit manus ad ipsum. Et omne, quod est prope hominem ex terra, semper mensuratur per corpus hominis sine intentione, & uisus comprehendit illam mensuram, & sentit ipsam: & uirtus distinctiua comprehendit istam mensuram, & intelligit ipsam, & certificat ex ea quantitates partium terræ continuatarum cum corpore hominis. Quantitates ergo partium terræ propinquarum homini iam sunt intellectæ apud sentientem, & apud uirtutem distinctiuam. Etiam formæ earum sunt conceptæ apud uirtutem distinctiuam, & quietæ in anima: & uisus comprehendit istas partes terræ semper, & sentiens sentit uerticationes, quę extenduntur à uisu ad extremitates istarum partium apud comprehensionem illarum à uisu, & apud considerationem corporis terræ à uisu, & comprehendit partes superficiei membri sentientis, in quas perueniunt formæ istarum partium terræ, & comprehendit quantitates partium, & quantitates angulorum, quos respiciunt istæ partes uisus. Anguli uerò, quos respiciunt partes terræ propinquæ homini, intelliguntur apud membrum sentiens secundum transitum temporis, & formæ eorum sunt conceptæ in anima. Et quantitates longitudinum linearum radialium, quæ extenduntur à centro uisus ad extremitates partium terræ propinquarum homini, comprehenduntur à sentiente, & à uirtute distinctiua, & certificantur ab ea. Quoniam uerò longitudines istarum uerticationum semper mensurantur per corpus hominis sine intentione: si ergo homo fuerit erectus, & aspexerit terram apud pedes eius, erunt longitudines linearum radialium secundum quantitatem erectionis hominis: & uirtus distinctiua intelliget certè, quòd remotio interiacens inter uisum & partem

partem terræ, est quantitas erectionis hominis: & longitudines locorum terræ continuatorum cum corpore hominis, sunt intellectæ & perceptæ quantitates apud uirtutem distinctiuam, & formæ eorum sunt quietæ in anima. Cum ergo uisus aspexerit partem, quæ est apud pedes: statim sentiens comprehendet uerticationes peruenientes ad extremitates illius partis: & imaginabitur uirtus distinctiua quantitates longitudinum uerticationum peruenientium ad extremitates earum, & quantitates angulorum, quos continent illæ uerticationes. Et cum uirtus distinctiua imaginata fuerit quantitates longitudinum uerticationnm, & quantitates angulorum, quos continent uerticationes: comprehendet quantitatem spatij, quæ est inter extremitates illarum uerticationum, certa comprehensione. Secundum ergo hunc modum certificantur quantitates partium terræ per sensum uisus. Deinde quantitates partium sequentium istas partes in remotione, comprehenduntur à uisu ex comparatione quantitatum partium linearum radialium, quæ extenduntur ad extremitates earum, ad quantitates radialium, quæ extenduntur ad primas partes, quæ sequuntur hominem: & sic comparat uirtus distinctiua lineas radiales tertio loco uenientes ad radios secundo uenientes, communes primæ parti & secundæ, & percipit quantitatem augmentationis tertij radij supra secundum, & cum senserit, sentiet quantitatem tertij radij: & ipse comprehendet quantitatem secundi radij certa comprehensione. Erunt ergo duo radij continentes secundam partem terræ notæ quantitatis apud uirtutem distinctiuam: & similiter erit situs eorum notus apud ipsam. Et cum comprehenderit longitudinem duorum radiorum, & situm eorum: comprehendet spatium, quod est inter extremitates eorum certa comprehensione. Secundum ergo hunc modum comprehendet uirtus distinctiua etiam quantitates partium terræ, sequentium partes continentes pedes. Et etiam partes sequentes partes continentes pedes, semper mensurantur per corpus hominis: quoniam quando homo ambulauerit super terram: mensurabitur terra, super quam ambulat, per pedes eius & passus, & comprehendet uirtus distinctiua quantitatem eius. Et cum homo pertransierit locum, in quo fuerit, & partes continuatas cum pedibus eius: & peruenerit ad illas partes sequentes: mensurabuntur etiam illæ partes sequentes, sicut mensurabantur etiam priores, & comprehendet etiam sequentes, sicut comprehendebat priores. Et ista comprehensio erit certificata sine dubio: & sic certificabitur ab eo per comprehensionem istam secundam prima comprehensio. Si ergo quantitas eius non fuerit certificata primò, certificabitur secundò. Et ista commensuratio comprehenditur à sentiente semper, & utitur ipsa sine intentione solicita. Sed aspecta aliqua partiũ terræ à uisu: comprehendit sentiens & uirtus distinctiua istam mensurationem per uiam accidentalẽ sine intentione: deinde propter frequentationem istius intentionis sunt iam certificatæ quantitates partium terræ sequentium pedes, & quantitates earum, quæ sequuntur ipsas. Secundum ergo hunc modum acquirit sentiens & uirtus distinctiua quantitates partium terræ continentium hominem, interiacentium inter uisum & uisibilia. Et ista acquisitio est in principio quiescentiæ hominis: deinde acquiescunt quantitates remotionum uisibilium assuetorum, quæ sunt super faciem terræ apud sentientem & apud uirtutem distinctiuam. Erit ergo comprehensio remotionum uisibilium assuetorum, quæ sunt super faciem terræ, per cognitionem & assimilationem eorum adinuicem: & est dicere, comprehensionem quantitatum remotionũ uisibilium esse per acquisitionem à sentiente, & à uirtute distinctiua: non quòd per ista comprehendat aspiciens quot cubiti sint in qualibet remotione, sed acquirit ex qualibet remotione, & ex qualibet parte terræ quantitatem determinatã, & ad illas quantitates determinatas comparat quantitates remotionum uisibilium, quas comprehendit pòst. Et similiter acquirit ex cubito & palmo, & à qualibet quantitate mensurata quantitatem determinatam. Quando ergo aspiciens comprehenderit aliquod spatium, & uoluerit scire, quot cubiti fuerint in eo: comparabit formam acquisitam ex imaginatione ex illo spatio, ad formã acquisitam in imaginatione ex cubito, & comprehendet per istam comparationem spatij quantitatem respectu cubiti. Et etiam ex assuetudine hominis est, quòd quãdo uoluerit certificare aliquam intentionem: iterabit aspectum suum: & distinguet intentiones eius: & considerabit tempus: & per illud comprehendet illam intentionem secundum ueritatem. Aspiciens ergo quando comprehenderit aliquam rem uisam super faciem terræ, & uoluerit certificare remotionem eius: intuebitur partem terræ continuatam, interiacentem inter ipsum & rem uisam, & mouebitur uisus in longitudine ipsius, & sic mouebitur axis radialis super illam partem, & mensurabit ipsam, & comprehendet ipsam secundum singulas partes, & sentiet partes eius paruas, quando remotio illius ultimi spatij fuerit mediocris. Et quando uisus comprehenderit partes terræ, & comprehenderit partes paruas: comprehendet uirtus distinctiua quantitatem totius spatij: quoniam per motum axis radialis super spatium, certificabit uirtus distinctiua quantitatem partis uisus, in quam peruenit forma illius spatij, & quantitatem anguli, quem respicit illud spatium, & quantitatem longitudinis radij, qui extenditur ad ultimum spatij: & cum istæ duæ intentiones certificabuntur à uirtute distinctiua, certificabitur quantitas partis terræ uisæ. Et similiter quantitates longitudinum corporum eleuatorum à terra extensorum in parte remota (sicut parietum & montium) comprehenduntur à uisu, sicut comprehenduntur quantitates partium terræ, & comprehenduntur remotiones uisibilium respicientium ipsas, ex comprehensione quantitatum longitudinum earum. Secundum ergo hunc modum certificat uisus quantitates remotionum uisibilium, quando fuerint ex remotionibus mediocribus, & fuerint respicientia corpora ordinata continuata. Quædam autem uisibilia, quæ sunt super faciem terræ, habent remotionem mediocrem, & quan-

& quantitates partium terræ interiacentium inter uisum & ipsa, sunt quantitates mediocres: & quædam sunt, quorum remotio est maxima & extra mediocritatem, & quantitates partium terræ interiacentium inter uisum & ipsa, sunt extraneæ magnitudinis. Et quantitates partium terræ com prehenduntur à uisu secundum modos, quos narrauimus. Illud ergo, quod est propinquum & mediocris quantitatis, comprehenditur, & certificatur à uisu, & quantitas eius, quod est extraneæ remotionis, non certificatur à uisu: quoniam uisus quando comprehenderit spatia: comprehendet quantitates eorundem, dum senserit augmentationem longitudinis radij: & dum senserit angulos, quos respiciunt partes paruæ partium spatij apud motum axis super spatium: & certificabit quantitatem spatij, dum senserit paruam augmentationem in longitudine radij, & augmentationem paruam in angulo, quem respicit spatium. Et cum remotio fuerit maxima, non sentiet augmentationem paruam in longitudine radij, nec sentiet motum radij propter paruam partem spatij, cuius remotio est maxima, nec sentiet angulum, quem respicit parua pars remotionis maximæ, nec certificabit longitudinem radij peruenientis ad extremum spatij, nec certificabit quantitatem anguli, quem respicit spatium illud. Et cum non certificauerit longitudinem radij peruenientis ad extremum spatij, & non certificauerit quantitatem anguli, quem respicit spatium: non certificabit quantitatem spatij. Et etiam, quando remotio fuerit maxima, partes paruæ spatij, quæ sunt in ultimo spatij, non comprehenduntur à uisu, nec distinguuntur ab eo: quoniam parua quantitas in remotione maxima latet uisum. Cum ergo axis radialis mouebitur super spatium remotum maximè, & perueniet ad remotionem maximam, transibit partem paruam spatij, & non sentiet sentiens motum eius: quoniam parua pars in remotione maxima non facit angulum sensibilem apud centrum uisus. Cum ergo axis radialis mouebitur super spatium remotum, & senserit uisus, quòd ipse iam transierit aliquam partem spatij: quantitas illius partis spatij, quam transiuit, non erit quantitas, quam comprehendit per sensum, sed erit maior: & quantò magis augmentabitur remotio spatij, tantò magis partes latebunt uisum apud ultimum spatij, & super quas latet motus radij uisus, erunt maiores. Quantitates ergo remotionum maximarum, quæ sunt super faciem terræ, non certificantur à uisu: quoniam non certificat quantitatem longitudinis radij peruenientis ad ultimum earum, nec quantitatem anguli, quem respicit illud spatium.

40. *Visibile propinquum uisui accuratius uidetur. 15 p 4.*

ET etiam sentiens sentit certificationem quantitatis spatij: quoniam uisibile propinquum uisui est certioris uisionis: scilicet quia formæ uisibilium propinquorum sunt manifestiores, & comprehenduntur à uisu manifestiore comprehensione, & color & lux eorum sunt manifestiores, & situs superficierum eorum apud uisum, & situs partium eorum, & forma partium eorum, & partium superficierum sunt manifestiores uisui: & si in eis fuerit lineatio, aut pictura, aut partes paruæ, apparebunt uisui manifestius: & non est ita de uisibilibus remotionis maximæ: quoniã formã rei uisę, quę fuerit in remotione maxima, non certificabit uisus secundum suum esse, & dubitabit in colore, luce, & forma superficierum eius, & nihil apparebit in ea ex subtilibus intentionibus & ex partibus paruis. Et ista intentio manifesta est sensui. Cum ergo uisus comprehenderit aliquod spatium super faciem terræ, statim sentiet, priusquam uiderit ultimum eius, & quædam uisibilia in ultimo eius, quòd illud spatium est ex spatijs mediocribus, aut ex spatijs maximæ remotionis. Si uerò certificauerit formam ultimi eius, aut formam rei uisæ, quæ est apud ultimum eius, manifestè, & distinxerit etiam quantitatẽ illius spatij secundum modum prædictum: tunc uirtus distinctiua etiam comprehendet, quòd quantitas illius spatij est certificata ex comprehensione manifestationis formæ ultimi eius, aut formæ rei uisæ, quæ est apud ultimum eius. Si autem non certificauerit formam ultimi eius, aut formam rei uisæ, quæ est apud ultimum eius, non certificabit quantitatem illius spatij. Et uirtus distinctiua apud considerationem istius spatij simul comprehendet, quòd istud spatium non est certificatæ quantitatis, propter latentiam formæ ultimi eius, aut formæ rei uisæ, quæ est apud ultimum eius. Quantitates ergo remotionum uisibilium distinguuntur à uisu, & qualitas comprehensionis quantitatum earum certificatur apud intuitionem. Et quando aspiciens uoluerit certificare quantitatem rei uisæ, & certificare quantitatem remotionis rei uisæ: intuebitur remotionem, & distinguet ipsam, & sic distinguetur ab eo remotio certificata à remotione non certificata. Nihil ergo est ex intentionibus uisibilium, cuius quantitas sit certificata, nisi remotiones respicientes corpora ordinata continuata, & cuius etiam remotiones sunt mediocres. Quantitates ergo huiusmodi remotionum comprehenduntur à uisu secundum modum, quem declarauimus. Et præter ista non certificantur à uisu, sed æstimantur & assimilantur: scilicet quòd uisus assimilat remotionem rei uisæ remotioni sibi similium ex uisibilibus assuetis, quorum quantitas remotionis est certificata iam ab eo. Et cum uisus senserit iam latentiam formæ rei uisæ propter remotionem, dubitabit de quantitate remotionis eius. Et remotio mediocris, cuius quantitas certificatur à uisu, est remotio, apud cuius ultimum non latet uisum pars, habens proportionem sensibilem ad totam remotionem: & remotio mediocris respectu rei uisæ, in qua uisus comprehendit ueram quantitatem rei uisæ, est remotio mediocris, apud cuius ultimum non latet pars illius rei uisæ, habens proportionem sensibilem ad quantitatem rei uisæ, quando uisus intuebitur illam partem per se. Omne ergo spatium, in quo cuiuslibet partis

longitudo habet proportionem ſenſibilem ad quantitatem longitudinis ſpatij, comprehenditur à uiſu, & non latet uiſum ex partibus ſpatij, quæ ſunt apud ultimum eius, niſi illud, quod caret proportione ſenſibili ad longitudinem illius ſpatij: & omne tale ſpatium eſt ex remotionibus mediocribus. Remotio autem, quæ eſt extra mediocritatem in longitudine, eſt illa, apud cuius ultimum latet quantitas habens proportionem ſenſibilem ad totam illam remotionem: & remotio, quæ eſt extra mediocritatem reſpectu uiſus, eſt illa, in qua latet quantitas aliqua ex illa re uiſa, habens proportionem ſenſibilem ad totam illam rem uiſam: aut latet aliqua intentio illius rei uiſæ, cuius latentia operatur in latentiam quidditatis illius rei uiſæ. Et etiam ſentiens comprehendit quantitatem remotionis rei uiſæ ex quantitate anguli, quem reſpicit illa res uiſa. Quoniam quando uiſus comprehendit uiſibilia aſſueta, quæ ſunt in remotionibus aſſuetis, ſtatim apud comprehenſionem cognoſcet ipſa uiſus: & quando uiſus cognouerit ipſa: cognoſcet ipſas quantitates magnitudinum eorum: quoniam quantitates magnitudinum eorum iam fuerunt certificatæ propter frequentationem cuiuslibet comprehenſionis uiſibilium aſſuetorum, & iam ſunt quietæ in imaginatione. Et uiſus, cum comprehenderit rem uiſam aſſuetam, ſtatim comprehendit partem uiſus, in quam peruenit forma illius rei uiſæ, quam reſpicit illa pars. Et cum ſentiens comprehenderit quantitatem magnitudinis rei uiſæ per cognitionem, & comprehenderit angulum, quem tunc reſpicit illa res uiſa: comprehendet quantitatem remotionis illius rei uiſæ in illa diſpoſitione: quoniam angulus, quem reſpicit illa res uiſa, non erit, niſi ſecundum quantitatem remotionis. Et ſicut ſentiens recipit ſignificationem ſuper quantitatem magnitudinis ex remotione cum illo angulo: ita accipit ſignificationem ſuper quantitatem remotionis ex quantitate magnitudinis cognitæ apud ipſam cum illo angulo: quoniam illa magnitudo non reſpicit illum angulum, niſi ex illa eadem remotione, aut ex remotione æquali illi, non ex omnibus remotionibus. Et cum ſentiens comprehenderit quantitatem remotionis illius rei uiſæ aſſuetæ multoties & frequenter in horis, in quibus illa res uiſa reſpicit apud centrum uiſus ſimilem illi angulo, & multoties acceperit ſignificationem ſuper quantitatem magnitudinis illius rei uiſæ ex quantitate remotionis illius rei uiſæ cum quantitate anguli, qui eſt æqualis illi angulo: uirtus diſtinctiua intelliget quantitatem remotionis, in qua comprehendit magnitudinem illius rei uiſæ, reſpectu illius anguli. Et cum uirtus diſtinctiua intellexerit quantitatem illius rei uiſæ, reſpectu illius anguli, & comprehenderit in iſta remotione magnitudinem rei uiſæ, reſpectu illius eiuſdem anguli, & cognouerit illam rem uiſam, & cognouerit quantitatem magnitudinis eius, quam antè comprehendit, & comprehenderit quantitatem illius anguli, quem tunc reſpicit illa res uiſa: cognoſcet quantitatem remotionis, ſecundum quam illa remotio reſpicit illum angulum. Sentiens ergo comprehendit quantitatem remotionum uiſibilium aſſuetorum ex comparatione anguli ad magnitudinem rei uiſæ: deinde propter frequentationem comprehendit ſentiens remotionem rei uiſæ aſſuetæ per cognitionem. Et erit quantitas anguli, quem reſpicit res uiſa aſſueta apud comprehenſionem anguli eius, cum cognitione illius rei uiſæ, ſignum ſuper quantitatem remotionis illius rei uiſæ. Et plures remotiones uiſibilium aſſuetorum comprehenduntur ſecundum hunc modum. Et iſta comprehenſio non eſt in fine certitudinis: Tamen inter remotionem iſtam & remotionem certificatam non eſt maxima diuerſitas. Et ex iſta comprehenſione opinati ſunt mathematici, quòd magnitudo rei comprehendatur per angulum. Quando ergo uiſus comprehenderit uiſibilia aſſueta, quæ ſunt in remotionibus aſſuetis, & cognouerit quantitates remotionum illorum ſecundum iſtam uiam: inueniet ueritatem in maiori parte in quantitatibus remotionum ipſorum, aut non erit inter illud, quod comprehendit ex quantitatibus remotionum eorum, & inter remotiones ueras magna diuerſitas. In illo autem, quod uiſus comprehendit ex quantitatibus remotionum uiſibilium extraneorum, quæ non frequenter comprehendit uiſus, errat in maiori parte: & cum hoc fortè inueniet aliquid in eo, quod comprehendit ex quantitatibus eorum ſecundum hunc modum. Secundum ergo iſtos modos, quos declarauimus, comprehenduntur quantitates remotionum uiſibilium per ſenſum uiſus.

41. Magnitudines uiſibiles ſunt ſuperficies, earum partes, termini, & ſpatia, quæ inter diſtincta uiſibilia interijciuntur. 18 p 4.

ET poſtquam declarata eſt qualitas comprehenſionis quantitatum remotionum uiſibilium, & diſtinctæ ſunt remotiones uiſibilium: diſtinguemus modò magnitudines uiſibilium, quæ comprehenduntur à uiſu, & diſtinguemus comprehenſionem illarum à uiſu. Dicamus ergo, quòd magnitudines, quas comprehendit uiſus apud oppoſitionem, ſunt quantitates ſuperficierum uiſibilium, & quantitates partium ſuperficierum uiſibilium, & quantitates terminorum ſuperficierum uiſibilium, & quantitates ſpatiorum, quæ ſunt inter terminos partium ſuperficierum uiſibilium, & quantitates ſpatiorum, quæ ſunt inter uiſibilia diſtincta. Et iſti ſunt omnes modi quantitatum, quas comprehendit uiſus apud oppoſitionem rei uiſæ. Quantitas autem corporis rei uiſæ non comprehenditur à uiſu apud oppoſitionem: quoniam uiſus non comprehendit totã ſuperficiẽ corporis apud oppoſitionẽ, & non cõprehendit niſi illud, quod ſibi opponitur ex ſuperficie corporis, aut ex ſuperficiebus eius, quãuis corpus ſit paruũ. Et ſi uiſus cõprehẽderit corporeitatẽ corporis, nõ cõprehẽdet quantitatẽ corporis eius, ſed figurã corporeitatis tãtùm. Si ergo corpus fuerit motum, aut uiſus moueatur, ita ut comprehendat uiſus totam ſuperficiem corporis per ſenſum, aut

sum, aut per significationem: tunc uirtus distinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius per secundam argumentationem, præter argumentationem, qua usa est apud uisionem. Et similiter si uirtus distinctiua comprehendet quantitatem corporeitatis cuiuslibet partium corporis, non comprehendet ipsam, nisi per argumentationem secundam, præter argumentationem, quæ est apud uisionem. Quantitates ergo, quas uisus comprehendit apud oppositionem, non sunt nisi quantitates superficierum, & linearum quas determinauimus tantùm. Et iam declaratum est, [38 n] quòd comprehensio magnitudinis non est, nisi ex comparatione basis pyramidis radialis continentis magnitudinem, ad angulum pyramidis, qui est apud centrum uisus, & longitudinem pyramidis, quæ est remotio magnitudinis rei uisæ: & iam declaratum est, [24. 25 n] quòd quædam remotiones uisibilium sunt certificatæ, & quædam æstimatæ: magnitudines autem uisibilium, quorum remotio est certificata, comprehenduntur à uisu ex comparatione magnitudinum earum ad angulos, quos respiciunt illæ magnitudines apud centrum uisus, & ad remotiones eorum certificatas. Comprehensio ergo quantitatum remotionum huiusmodi uisibilium erit comprehensio certificata. Quantitates autem remotionum uisibilium, quorum remotio est æstimata, & non certificata: comprehenduntur à uisu ex comparatione magnitudinis eorum ad angulos, quos respiciunt illæ magnitudines apud centrum uisus: & ad remotiones earum æstimatas & non certificatas. Comprehensio ergo quantitatum remotionum uisibilium huiusmodi, erit comprehensio non certificata. Cum ergo sentiens uoluerit certificare quantitatem magnitudinis alicuius rei uisæ, mouebit uisum super illius diametros, & sic mouebitur axis radialis super omnes partes rei uisæ. Si ergo remotio rei uisæ fuerit ex remotionibus maximis: statim apparebit sensui latentia formæ eius, & manifestabitur sentienti, quòd quantitas eius non est certificata: si uerò remotio rei uisæ fuerit ex remotionibus mediocribus: statim apparebit sensui uerificatio uisionis eius. Si ergo axis radialis moueatur super illud, quod est in huiusmodi uisibilibus: mensurabit ipsum uera mensuratione, & comprehendet partes eius, & certificabit quantitates partium eius, & per motum certificabit quantitatem partium superficiei membri sentientis, in quam peruenit forma illius rei uisæ, & quantitatem anguli pyramidis, quem respicit illa pars. Et cum sentiens uoluerit certificare remotionem super corpus respiciens remotionem eius, per motum certificabit quantitatem corporis respicientis remotionem eius, quæ est æqualis secundum sensum longitudinibus linearum radialium. Et cum sentiens certificauerit quantitatem remotionis rei uisæ, & quantitatem anguli, quem continet pyramis, continens rem uisam: certificabit quantitatem illius rei uisæ.

42. *Axis opticæ pyramidis, oculo moto immutabilis permanet. 53 p 3.*

MOtus autem axis super partes rei uisæ non erit per gyrationem axis à loco centri, & per motum eius per se super partes rei uisæ: quoniam iam declaratum est, [11 n 1 & 7 n] quòd ista linea semper est extensa rectè usque ad locum gyrationis nerui, super quem componitur oculus, & quòd situs eius à uisu non mutatur, & totus oculus mouetur in oppositione rei uisæ, & medium loci, qui est locus sensus uisus, opponitur cuilibet parti partium rei uisæ. Ergo cum totus uisus mouebitur in oppositione rei uisæ: axis transibit per quamlibet partium rei uisæ: & tunc forma cuiuslibet partium rei uisæ extendetur ad uisum apud peruentum axis ad ipsam super rectitudinem axis: & erit axis fixus in suo loco, & non mutabitur à suo loco respectu omnium partium totius oculi: & erit gyratio eius in sua dispositione apud motum totius uisus in loco nerui, qui est apud concauum ossis tantùm. Et cum uisus uoluerit intueri rem uisam, & incœperit intueri in extremitatem rei uisæ: erit tunc extremum axis super partem extremam rei uisæ. Erit ergo in ista dispositione maior pars totius rei uisæ in parte superficiei uisus declinante, aut obliqua ab axe ad aliquam partem, præter partem, super quam est axis: quoniam forma eius erit in medio eius & in loco axis in uisu, & erit residuum formæ obliquum aut declinans ad aliam partem ab axe. Deinde quando uisus mouebitur post illam dispositionem super aliam diametrum rei uisæ: transferetur axis ad partem sequentem illam partem, & forma primæ partis declinabit super alteram ubitatem oppositam ubitati, ad quam mouetur axis: iam deinde non cessabit forma declinare, dum axis mouetur super illam diametrum, quousque axis perueniat ad ultimum illius diametri rei uisæ, & ad partem extremam rei uisæ oppositam primæ parti. Erit ergo forma totius rei uisæ in ista dispositione obliqua ad ubitatem oppositam ubitati, ad quam prius fuit obliqua, præterquam ultima pars, quæ erat super axem, & in medio uisus. Et axis in toto isto motu erit fixus in suo situ, & erit iste motus ualde uelox, & in maiori parte est insensibilis propter uelocitatem.

43. *Axis opticus in suo motu nunquã fit basis anguli à superficie uisibilis subtensi: nec semper secat angulum ab aliqua uisibilis diametro subtensum. 54 p 3.*

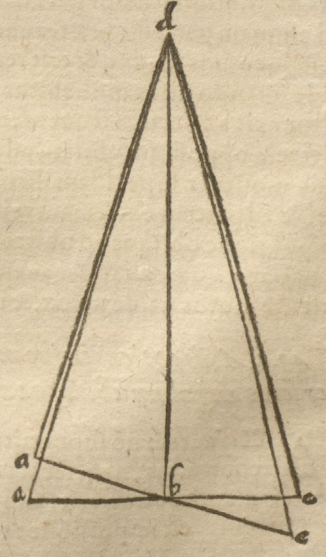
AXis autem nõ supponitur in suo motu terminus anguli, quem respicit illa res uisa apud centrum uisus, neq; secat latitudinem anguli, quem respicit aliqua diametrorum rei uisę: quoniam hoc non erit, nisi quando axis fuerit motus per se, & totus oculus quieuerit, quod est impossibile: totus enim oculus mouetur apud intuitionem, & axis mouetur per motum eius.

44. Visus percipit magnitudinem anguli optici è parte superficiei uisus, in qua formatur rei uisibilis forma. 73 p 3.

SEntiens autem non comprehendit quantitatem anguli, quem respicit res uisa apud centrum uisus, nisi ex comprehensione quantitatis partis superficiei uisus, in qua figuratur forma rei uisæ,& ex imaginatione anguli,quem respicit illa pars apud centrum uisus. Nam sensus uisus comprehendit naturaliter quantitates partium uisus, in quibus figurantur formæ, & naturaliter imaginatur angulos,quos respiciunt istæ partes. Sentiens autem non certificat formam rei uisæ,& quantitatem magnitudinis rei uisæ per motum uisus, nisi quia per istum motum comprehendit quamlibet partium rei uisæ per eius medium & per locum axis in uisu: & per istum motum mouetur forma rei uisæ super superficiem uisus,& sic mutabitur pars superficiei uisus, in qua fuit forma: quoniam forma rei uisæ apud motum, erit in parte post aliam partem in superficie uisus. Et quoties comprehenderit sentiens partem rei uisæ, quæ est apud extremum axis: comprehendet simul totam rem uisam, & comprehendet totam partem superficiei uisus, in quam peruenit forma totius rei uisæ, & comprehendet quantitatem illius partis, & comprehendet quantitatem anguli, quem respicit illa pars, apud centrum uisus. Et sic multoties comprehendet sentiens quantitatem anguli, quem respicit illa res uisa. Quare erit ab eo certificata: quare etiam uirtus distinctiua intelliget quantitatem anguli, & quantitatem remotionis, ex quibus comprehendet quantitatem magnitudinis rei uisæ secundum ueritatem. Secundum ergo hunc modum erit intuitio uisibilium à uisu,& certificatio quantitatis magnitudinum rerum uisarum per intuitionem.

45. Situs directus & obliquus lineæ, superficiei, & spatij percipitur ex æquabili & inæquabili terminorum distantia. 12 p 4. Idem 28 n.

ET etiam quando uisus comprehendet quantitates longitudinum linearum radialium, quæ sunt inter uisum & terminos rei uisæ, aut partes superficiei rei uisæ, sentiet æqualitatem & inæqualitatem earum quantitatum. Si superficies rei uisæ, quam uisus comprehendit, fuerit obliqua: sentiet obliquationem eius ex sensu inæqualitatis quantitatum remotionum extremorum eius. Et si superficies fuerit directè opposita, sentiet directionem ex sensu æqualitatis remotionum:& sic non latebit quantitas magnitudinis eius uirtutem distinctiuam: quoniam uirtus distinctiua comprehendit ex inæqualitate remotionum diametrorum extremorum spatij obliqui, obliquatione pyramidis continentis ipsum. Quare sentiet excessum magnitudinis eius basis propter obliquationem. Et non admiscetur secundum assimilationem quantitas magnitudinis obliquæ magnitudini directè oppositæ, nisi quando comparatio fuerit ad angulum tantùm: si autem comparatio fuerit ad angulum & ad longitudines linearum radialium interiacentium inter uisum & extrema rei uisæ: non dubitabit uirtus distinctiua in quantitate magnitudinis. Quantitates ergo magnitudinum, linearum & spatiorum comprehenduntur à uisu ex comprehensione quantitatum remotionum extremorum in illis,& ex comprehensione inęqualitatis & ęqualitatis eorum. Sed remotio remotissima remotionum mediocrium, respectu rei uisæ, quando res uisa fuerit obliqua, est minor remotissima remotionum mediocriumr, espectu illius eiusdem rei uisæ,quando res uisa fuerit directè opposita: quoniam remotio mediocris respectu rei uisæ est, in qua non latet uisum pars rei uisæ habens proportionem sensibilem ad totam rem uisam. Et cum res uisa fuerit obliqua, angulus, quem continent duo radij exeuntes à uisu ad aliquam partem rei uisæ obliquæ, erit minor angulo, quem continent duo radij exeuntes à uisu ad illam eandem partem & ad illam eandem remotionem, quando res uisa fuerit directè opposita uisui. Et pars habens sensibilem proportionem ad totam rem uisam, quando res uisa fuerit obliqua: latet in remotione minori quàm est remotio, in qua latet eadem illa pars, quando illa res uisa fuerit directè opposita. Remotissima ergo remotionum mediocrium respectu rei uisæ obliquæ, est minor remotissima remotionum mediocrium respectu illius eiusdem rei uisæ, quando illa res uisa fuerit directè opposita:& tota res uisa obliqua latet in remotione minori quàm est remotio, in qua latet illa res uisa, quando fuerit directè opposita: & diminuitur quantitas eius in remotione minore remotione, in qua diminuitur quantitas eius, quando fuerit directè opposita. Magnitudines ergo rerum uisarum, quarum quantitates certificantur à uisu, sunt illæ, quarum remotio est mediocris, & quarum remotio respicit corpora ordinata continuata: & comprehenduntur à uisu ex comparatione illarum ad angulos pyramidum radialium continentium ipsas, & ad longitudines linearum radialium. Remotiones autem mediocres respectu rei uisæ sunt secundum situm illius rei uisæ in obliquatione, aut in directa oppositione. Et anguli nõ certificãtur, nisi per motũ uisus respicientis super diametros superficiei rei uisæ, aut



super

ſuper ſpatiũ, cuius magnitudinẽ uoluerit ſcire. Et certificatur remotio per motum uiſus ſuper cor-
pus reſpiciẽs remotiones extremorũ illius ſuperficiei, aut illius ſpatij. Et generaliter forma rei uiſę,
& forma remotionis rei uiſæ, cuius remotio eſt mediocris, & reſpicit corpora ordinata continuata,
perueniunt cõmuniter in imaginationem ſimul apud intuitionem rei uiſæ: quoniam uiſus cõpre-
hendit corpus reſpiciens remotionem rei uiſæ apud comprehenſionem rei uiſæ: & ſic uirtus diſtin
ctiua comprehendet magnitudinem rei uiſæ ſecundum quantitatem formæ remotionis eius cer-
tificatæ, & coniunctę cum forma eius. Quantitates ergo huiuſmodi uiſibilium tantùm comprehen
duntur à uiſu uera comprehenſione. Secundum ergo hunc modum, quem declarauimus, compre-
henduntur magnitudines rerum uiſarum per ſenſum uiſus. Quare uerò res uiſa comprehendatur
in maxima remotione minoris quantitatis ſua uera quantitate: & quare comprehendatur quan-
titas rei uiſæ in propinquiſsima remotione maior quantitate ſua uera, declarabimus in noſtro ſer-
mone de erroribus uiſus.

*46. Diſtinctio uiſibilium percipitur è diſtinctione formarum, quæ in diuerſis ſuperficiei ui-
ſus partibus ſunt impreſſæ. 99 p 4.*

DIſtinctio uerò, quæ eſt inter uiſibilia, comprehẽditur à uiſu ex diſtinctione formarum duo-
rum corporum ſiue duorum uiſibilium diſtinctorum peruenientium in uiſum. Sed in diſtin
ctione, quæ eſt inter quælibet duo corpora diſtincta, aut eſt lux: aut eſt corpus coloratum il
luminatum: aut eſt obſcuritas. Cum ergo uiſus comprehẽderit duo corpora diſtincta: forma lucis,
aut forma coloris corporis, aut forma obſcuritatis, quæ eſt in loco diſtinctionis, peruenit in partẽ
uiſus interiacentem inter duas formas duorum corporum diſtinctorum peruenientium in uiſum.
Lux uerò, aut color, aut obſcuritas aliquando erit in corpore medio interiacente inter duo corpo-
ra continuata cum utroque corporum. Si ergo uiſus non ſenſerit, quòd lux, color, aut obſcuritas,
quæ eſt in loco diſtinctionis, non eſt in corpore continuato cum utroq; corporum, quę ſunt in eius
lateribus, non ſentiet diſtinctionem duorum corporum. Et etiam ſuperficies cuiuslibet illorũ duo
rum corporum eſt obliqua ad locum remotionis. In loco ergo diſtinctionis fortè erit obliquatio
duarum ſuperficierum duorum corporum, aut ſuperficiei alterius duorum corporum manifeſta ui
ſui, & fortè non. Cum ergo obliquatio duarum ſuperficierum duorum corporum, aut ſuperficiei
alterius duorum corporum fuerit manifeſta uiſui: tunc ſentiet uiſus diſtinctionem duorum corpo
rum. Viſus ergo comprehendit diſtinctionem corporum ex comprehenſione intentionum, quas
diximus, aut ex comprehenſione lucis in loco diſtinctionis, ſentiendo, quòd illa lux eſt ex poſte-
riori duarum ſuperficierum duorum corporum diſtinctorum: aut ex comprehenſione corporis co
lorati in loco diſtinctionis, ſentiendo, quòd illud corpus eſt diuerſum ab utroque corporum diſtin
ctorum: aut ex comprehenſione obſcurationis loci diſtinctionis, comprehendendo, quòd iſtud eſt
obſcuritas, & non eſt corpus continuatum cum duobus corporibus: aut ex comprehenſione obli-
quationis utriuſque ſuperficiei duorum corporum in loco diſtinctionis, aut obliquationis ſuper-
ficiei alterius duorum corporum. Omne ergo, quod uiſus comprehendit ex diſtinctione corpo-
rum: non comprehendit, niſi ſecundum aliquam iſtarum intentionum. Diſtinctio autem fortè erit
inter duo corpora diſtincta: & fortè inter duo corpora non diuerſa, ſcilicet quòd duo corpora
ſunt continuata ſecundum quaſdam partes, & diuerſa ſecũdum quaſdam inter ſe, ut digiti, & mem-
bra animalis, & rami arborum: & ſecundum utramlibet diſpoſitionum uiſus non comprehendit di
ſtinctionem, niſi ſecundum modos, quos declarauimus. Et fortè comprehenditur diſtinctio corpo
rum per cognitionem & per ſcientiam antecedentem: ſed illa comprehenſio non eſt per ſenſum ui-
ſus. Et quædam diſtinctio corporum eſt ampla, & quædam ſtricta. Diſtinctio uerò ampla non latet
uiſum in maiori parte, propter apparentiam corporis reſpicientis diſtantiam diſtinctam, & pro-
pter hoc, quòd illud corpus apparet diuerſum ab utroque corporum diſtinctorum, & propter com
prehenſionem lucis & uacuitatis illuminati reſpicientis diſtantiam. Diſtinctio autem modica &
ſtricta non comprehenditur à uiſu, niſi in remotione, in qua non latet uiſum corpus, cuius quanti-
tas eſt æqualis quantitati amplitudinis diſtantię. Si autem diſtantia inter duo corpora fuerit ſtricta
& occulta: & fuerit remotio illius à uiſu ſimilis illi, in qua lateant corpora, quorum quantitas eſt,
ſicut quantitas amplitudinis diſtantiæ: nõ comprehendet uiſus illam diſtãtiam. Et ſi remotio duo-
rum corporum à uiſu ſit ex remotionibus mediocribus, & uiſus comprehenderit duo corpora ue-
ra comprehenſione: (mediocris autem remotio eſt illa, in qua non latet omnino quantitas ſenſibi-
lis reſpectu quantitatis totius remotionis: & uera comprehẽſio eſt illa, inter quam & ueritatem rei
uiſæ non eſt diuerſitas ſenſibilis omnino reſpectu totius rei uiſæ) amplitudo autem diſtantiæ for-
tè ſit quantitatis carentis proportione ſenſibili ad remotionem rei uiſæ, & carentis quantitate ſen-
ſibili reſpectu duorum corporum diſtinctorum: (quoniam diſtinctio fortè erit in quantitate unius
capilli:) tum illud diminutum non aufert diſtantiam ſenſibilem in uiſu. Diſtãtia igitur inter uiſibi
lia comprehenditur à uiſu ſecundum modos, quos declarauimus.

47. Continuatio uiſibilis percipitur è diſtantiæ priuatione. 100 p 4.

COntinuatio aũt cõprehẽditur à uiſu ex priuatione diſtantiæ. Cũ ergo uiſus nõ ſenſerit in ali-
quo corpore diſtãtiá: cõprehẽdet ipſum eſſe continuũ. Et ſi in corpore fuerit diſtãtia occul-
ta, nõ cõprehẽſa à uiſu: cõprehẽdet uiſus illud corpus eſſe cõtinuũ, quãuis in eo ſit diſcretio.

Et uiſus cõprehendit continuationem, & diſcernit inter cõtinuationẽ & contiguationẽ ex cõprehenſione aggregationis duorum terminorum duorum corporum. Et uiſus non iudicat contiguationem, niſi poſtquam ſciuerit, quòd utrumque duorum corporum contiguorum eſt diuerſum ab altero: quoniam differentia, quæ eſt inter duo cõtigua, fortè inuenitur in duobus corporibus continuis. Si ergo ſentiens non ſenſerit, quòd utrumq; duorum corporum contiguorum eſt diuerſum ab altero, & diſtinctum ab eo: non ſentiet contiguationem, & iudicabit continuationem.

48. Numerus percipitur è uiſibilium diſtinctione. 101 p 4.

Numerus uerò comprehenditur à uiſu, & numeri medietas. Quoniam uiſus comprehendit in una hora multa uiſibilia ſimul: & cum uiſus comprehenderit diſtinctionem illorũ, comprehẽdet quodlibet illorũ eſſe diuerſum ab alio: & ſic comprehendit multitudinem. Et uirtus diſtinctiua comprehendit numerum ex multitudine. Numerus ergo comprehenditur per ſenſum uiſus ex cõprehenſione multorũ uiſibilium diſtinctorũ, quando uiſus cõprehendit ipſa ſimul: & comprehenderit diſtinctionem illorum: & comprehenderit quòd quodlibet illorum eſt diuerſum ab alio. Secundum ergo iſtum modum comprehenditur numerus per ſenſum uiſus.

49. Motus uiſibilis percipitur è mutatione ſitus eius in ſenſili tempore. 110 p 4.

Motus autem comprehenditur à uiſu ex comparatione rei motæ ad aliud uiſibile. Quoniam quando uiſus comprehenderit uiſibile motum, & cum ipſo comprehenderit aliud uiſibile, comprehendet ſitum eius reſpectu illius uiſibilis moti. Et cum illud uiſibile fuerit motũ, & illud aliud uiſibile fuerit non motum: per motum illius uiſibilis moti, ſitus illius uiſibilis moti diuerſabitur reſpectu illius uiſibilis non moti. Et cum uiſus comprehenderit ipſum, & cum eo comprehenderit aliud uiſibile: comprehendet ſitum eius reſpectu illius uiſibilis, & comprehendet motum eius. Motus ergo comprehenditur à uiſu ex comprehenſione diuerſitatis ſitus rei uiſæ motæ reſpectu alterius. Et motus cõprehenditur à uiſu ſecũdum aliquem trium modorũ: aut ex reſpectu rei uiſæ motæ ad multa uiſibilia: aut ex reſpectu rei uiſæ motæ ad unum uiſibile: aut ex reſpectu rei uiſæ motæ ad ipſum uiſum. Primum autẽ quando uiſus comprehenderit rẽ uiſam & eius motũ, & comprehenderit ipſam reſpicientẽ aliquod uiſibile: deinde comprehenderit ipſam reſpicientem aliquod aliud uiſibile diuerſum à primo, exiſtente uiſu in ſuo loco: ſentiet motũ illius rei uiſæ. Reſpectus autem rei uiſæ motæ ad unum ſolum uiſibile eſt, quando uiſus comprehẽderit rẽ uiſam motã, & comprehenderit ſitum eius reſpectu alterius uiſibilis: deinde cõprehenderit ſitũ eius, qui mutatus eſt reſpectu illius alterius uiſibilis: aut quòd eſt remotius: aut quòd propinquius: aut quòd eſt in parte altera, uiſu exiſtente in ſuo loco: aut per mutationem ſitus alicuius partis rei uiſæ motæ, reſpectu illius uiſibilis immoti: aut per mutationem ſitus partiũ eius reſpectu uiſibilis illius: & ſecundum iſtum ultimũ modum comprehendit uiſus motum uiſibilis moti circulariter, quando homo comparauerit ipſum ad aliud uiſibile. Cum ergo uiſus comprehenderit ſitũ rei uiſæ motæ, aut ſitum partium eius, aut ſitũ alicuius partis eius: cõprehendet motũ rei uiſę motæ. Reſpectus autem rei uiſæ motæ ad ipſum uiſum eſt, quando uiſus comprehendit rem uiſam motã, cõprehendet ubitatem eius & remotionẽ eius à uiſu: & cum uiſus fuerit quietus, & res uiſa fuerit mota: tunc mutabitur ſitus rei uiſæ motæ reſpectu uiſus. Si ergo motus rei uiſæ fuerit ſecundum ſpatium latũ: mutabitur ubitas eius, & ſentiet uiſus mutationem ubitatis. Et cum uiſus ſenſerit mutationem ubitatis eius, uiſu quieſcente, ſentiet motum eius. Et ſi motus rei uiſæ fuerit in longitudine extenſa inter ipſum & uiſum: tunc res uiſa aut elongabitur à uiſu per motũ, aut appropinquabit. Et cũ uiſus ſenſerit elongationem aut appropinquationem eius, uiſu exiſtẽte in ſuo loco: uiſus ſentiet motum eius. Et ſi motus rei uiſæ fuerit circularis, neceſſariò mutabitur pars rei uiſæ eius, quę opponitur uiſui: & cum illa pars rei uiſæ fuerit mutata, & ſenſerit uiſus mutationem eius, uiſu exiſtente in ſuo loco: ſentiet motum rei uiſæ. Secundum ergo iſtos modos comprehendit uiſus motum, quando uiſus fuerit fixus in ſuo loco. Et uiſus comprehendet etiam motum ſecundum quemlibet iſtorũ modorum, quamuis uiſus etiam moueatur. Et hoc erit quando uiſus ſenſerit diuerſitatem ſitus rei uiſæ motæ, ſentiendo, quòd illa diuerſitas non eſt propter motum eius, & diſtinguendo inter diuerſitatem ſitus, quæ accidit illi rei propter motum illius rei uiſæ, & inter diuerſitatem ſitus, quę accidit ei propter motum uiſus. Cum ergo uiſus ſenſerit diuerſitatem ſitus rei uiſæ, & ſenſerit, quòd diuerſitas eius ſitus non eſt propter motum uiſus: ſentiet motum rei uiſæ. Et forma rei uiſæ motæ mouetur etiam in uiſu propter motum eius: ſed uiſus non cõprehendit motum rei uiſæ ex motu ſuæ formæ in uiſu tantùm: imò uiſus non comprehendit motum rei uiſæ, niſi ex comparatione rei uiſæ ad aliam ſecundum modos, quos declarauimus: quoniã forma rei uiſæ quieſcentis aliquando mouetur in uiſu cum quiete rei uiſæ, & inde uiſus non comprehendit ipſam motam. Quoniã uiſus quando mouebitur ſuper oppoſitionem rerum uiſarum: mouebitur forma cuiuslibet rei uiſæ oppoſitæ uiſui in ſuperficie uiſus apud motũ eius, ſiue quieſcat, ſiue moueatur. Et quia uiſus iam aſſuefactus eſt ad motum formarum rerum uiſarum in ſuperficie eius cum quiete illarum rerum uiſarum: non iudicabit motum rei uiſæ propter motum formæ eius, niſi quando in uiſum peruenerit forma alicuius rei uiſæ, & comprehenderit uiſus diuerſitatẽ ſitus formæ rei uiſæ motæ, reſpectu alterius formæ rei uiſæ, aut ex mutatione formarum in eodem loco uiſus, qui erit in loco circulari. Motus ergo non comprehenditur à uiſu, niſi ſecundum modos, quos diſtinximus.

50. Quali-

50. Qualitas motus percipitur è spatio, per quod uisibile mouetur. 711 p 4.

COmprehensio aũt qualitatis motus est ex cõprehensione spatij, super quod mouetur res uisa, quando res uisa mouebitur secundum se totam. Et uisus certificat qualitatẽ motus, quando certificauerit figuram spatij, super quod mouetur res uisa mota. Et cum res uisa mouebitur circulariter: uisus comprehendet motum eius esse circularem ex comprehensione mutationis partium eius sequentium uisum apud aliquam rem uisam: aut ex respicientia alicuius partis illius ad diuersa uisibilia, unum post alterum: aut ad partes unius rei uisæ unam partem post aliam, cum quiete totalitatis rei uisæ in suo loco. Et si motus rei uisæ fuerit compositus ex motu circulari & loçali, uisus comprehendet illum esse compositum ex comprehensione mutationis partium rei uisæ motæ respectu uisus, aut respectu alterius rei uisæ cum comprehensione motus totalitatis rei uisæ à suo loco. Secundum ergo istos modos uisus comprehendit qualitates motus uisibilium.

51. Motus uisibilis percipitur in tempore sensili.

ET uisus non comprehendit motum, nisi in tempore: quoniam motus non est, nisi in tempore, & omnis pars motus non est, nisi in tempore. Et uisus non comprehendit motum rei uisæ, nisi ex comprehensione rei uisæ in duobus locis diuersis, aut secundum duos situs. Locus autem & situs rei uisæ non diuersantur, nisi in temporibus. Cum ergo uisus comprehenderit rem uisam in duobus locis diuersis, aut in duobus sitibus diuersis, nõ est, nisi in duabus horis diuersis. Sed inter quaslibet horas duas diuersas est tempus mediũ. Visus ergo nõ comprehendit motum, nisi in tempore. Et etiam dicemus quòd tempus, in quo uisus comprehendit motũ, non erit, nisi sensibile: quoniam uisus nõ comprehendit motũ, nisi ex comprehensione rei uisæ in duobus locis diuersis in uno loco post aliũ: aut secundũ duos situs diuersos unũ situm post aliũ. Cum ergo uisus cõprehenderit rem uisam motã in suo loco secundo, & nõ comprehenderit tunc ipsam in primo loco, in quo cõprehendit antè ipsam: statim sentiet sentiens, quòd hora, in qua cõprehendit ipsam in secundo loco, est diuersa ab hora, in qua comprehendit ipsam in primo loco. Quare sentiet diuersitatẽ duarum horarum. Et similiter quando comprehenderit motũ ex diuersitate situs rei uisæ. Quoniam si comprehenderit rem uisam motam secundum situm, & non comprehenderit ipsam tunc secundum primum situm, secundum quem comprehendit ipsam antè: statim sentiet diuersitatem duarum horarum. Quare sentiet tempus quod est inter ipsas. Tempus ergo, in quo uisus comprehendit motum, est sensibile necessariò. Et cum omnes istæ intentiones sint declaratę, narremus modò quod coacer uatur ex eis. Dicemus ergo, quòd uisus comprehendit motum ex comprehensione rei uisę motę secundum duos situs diuersos, in duabus horis diuersis, inter quas est tẽpus sensibile: & hæc est qualitas comprehensionis motus à uisu. Et uisus comprehendit diuersitatẽ motuum secundum uelocitatem & tarditatem, & æqualitatem motuum ex comprehensione spatiorum, super quæ mouentur uisibilia mota. Cum ergo uisus comprehenderit duo uisibilia mota, & cõprehenderit spatia, super quæ mouentur illa duo uisibilia, & senserit quòd alterum duorum spatiorum, quæ à duobus uisibilibus motis pertranseuntur in eodem tempore, est maius altero, sentiet uelocitatem rei uisæ motæ transeuntis super maius spatium. Et cum duo spatia, super quæ mouentur uisibilia, sunt pertransita in duobus temporibus æqualibus, & senserit uisus æqualitatem illorum spatiorum, sentiet æqualitatem duarum rerum motarũ. Et similiter, si uisus senserit æqualitatem duorum spatiorũ cum inæqualitate duorum temporum duorum motuũ: sentiet uelocitatem motus rei motæ transeuntis per spatium in minore tempore. Et similiter quando duo mota transierint in duobus temporibus æqualibus per duo spatia æqualia, & senserit uisus æqualitatẽ temporis & æqualitatem spatiorũ: sentiet æqualitatem duorum motuũ. Iam diximus, qualiter uisus comprehendat motum, & distinguat motum, & qualitatem eius, & æqualitatem & inæqualitatem eius.

52. Quies percipitur è uisibili, eundem situm locumq́, tempore sensili occupante. 112 p 4.

QVies autem comprehenditur à uisu ex comprehensione rei uisę in tempore sensibili in eodem loco & in eodem situ. Cum ergo uisus comprehenderit uisum in eodẽ loco, & secundũ eundem sitũ in duabus horis diuersis, inter quas est tẽpus sensibile: cõprehendet rem uisam in illo tempore quiescentem. Et uisus comprehendit situm rei uisæ quiescentis respectu alterius rei uisę, & respectu ipsius uisus. Secundũ ergo hunc modum erit comprehensio quietis uisibiliũ à uisu.

53. Asperitas percipitur è luce asperam superficiem illuminante. 139 p 4.

ASperitas uerò comprehenditur à uisu in maiori parte ex forma lucis apparẽtis in superficie corporis asperi: quoniã asperitas est diuersitas situs partium superficiei corporis. Quare lux quando oritur super superficiem illius corporis, partes prominentes facient umbrã in maiori parte. Et cum lux peruenerit in partes profundas, erunt cum eo etiam umbrę, & partes prominentes erunt manifestæ luce, & discoopertæ luce. Et cum in partes profundas ueniunt umbræ, & super prominentes non fuerit aliqua umbra: diuersabitur forma lucis in superficie illius corporis. In superficie autem plana non est ita: quoniam superficiei planæ partes sunt consimilis situs: & cum lux orietur super ipsas, erit forma lucis in tota superficie consimilis. Forma ergo lucis in superficie corporis asperi est diuersa à forma lucis in superficie plana. Et uisus cognoscit formam lucis, quæ est in

ſuperficiebus aſperis,& formam lucis,quæ eſt in ſuperficiebus planis propter frequentationem uiſionis ſuperficierũ aſperarum & planarum. Cum ergo uiſus ſenſerit lucem, quæ eſt in ſuperficiebus corporis ſecundum modum,quẽ aſſueuit in ſuperficiebus aſperis:iudicabit aſperitatẽ illius corporis:& cum ſenſerit lucem in ſuperficie corporis ſecundum modum, quem aſſueuit in ſuperficiebus planis:iudicabit planitiem in ſuperficiebus illius corporis. Et cum aſperitas fuerit extranea: erunt partes prominentes alicuius quantitatis: & ſic uiſus comprehendet prominentiã illarum partium: & comprehendet ſitum ſuperficiei corporis ex comprehenſione diſtantiæ, quæ eſt inter partes. Et cum uiſus comprehenderit diuerſitatẽ ſituum partium ſuperficiei corporis: comprehendet aſperitatem eius ſine indigentia ad conſiderandum lucem. Et etiam quando aſperitas corporis fuerit extranea, & oritur ſuper ipſam lux: erit forma lucis in ſuperficie eius diuerſa maxima diuerſitate. Videbitur ergo ex diuerſitate lucis diſtantia partium & diuerſitas ſitus earum: & ex hoc apparebit aſperitas corporis. Si ergo lux oriens ſuper corpus aſperum,fuerit ex parte oppoſita ſuperficiei aſperæ, & fuerit lux fortis:non comprehendet uiſus aſperitatem huius corporis, niſi quando comprehenderit prominentiam quarundam partium & profunditatem quarundam. Si ergo aſperitas huius corporis fuerit extranea, id eſt, maxima: comprehendet uiſus diſtantiam partium & diuerſitatem ſitus earum, & comprehendet aſperitatem corporis in maiori parte. Si autem aſperitas fuerit modica, & partes fuerint profundæ, & pori illius corporis in ultimitate paruitatis: latebit uiſum in maiori parte,& nunquam uiſus comprehendet aſperitatem huius corporis,niſi in magna appropinquatione cum intuitu partium ſuperficiei corporis. Cum ergo uiſus diſtinxerit diſtantiam partium huiuſmodi corporis,& prominentiam & profunditatem illarum: comprehendet aſperitatem eius. Si autem uiſus non diſtinxerit diſtantiam partium eius, nec prominentiam & profunditatem partium eius:non comprehendet aſperitatem eius. Aſperitas ergo comprehenditur à uiſu ex comprehenſione diuerſitatis ſituũ partium ſuperficiei corporis, aut ex forma lucis, quam uiſus aſſueuit uidere in ſuperficiebus corporum aſperorum. Et uiſus cognoſcit etiam aſperitatem ex prænotione conſimilitudinis. Cum ergo uiſus nihil ſenſerit in corpore, ex conſimilitudine, iudicabit eius aſperitatem. Sed multoties errat uiſus in aſperitate, quando uoluerit cognoſcere ipſam per iſtam intentionem:quoniam erit ſuperficies terſa,& non apparet eius terſitudo: quoniam terſitudo non apparet,niſi in ſitu proprio.

54. Lenitas percipitur è luce lenem ſuperficiem illuminante. 140 p 4.

PLanities autem & æqualitas ſuperficiei corporis comprehenditur à uiſu in maiori parte ex forma lucis apparentis in ſuperficie corporis plani,quam aſſueuit uidere in ſuperficiebus planis. Et cum lux, quæ eſt in ſuperficiebus corporis, fuerit conſimilis formæ: cognoſcet per ipſam planitiem ſuperficiei. Et uiſus comprehendit aliquando planitiem per intuitum etiam. Cum ergo uiſus intuebitur ſuperficiem corporis plani, comprehendet æqualitatem partium eius: & ſic comprehendet planitiem. Terſitudo autem (& eſt fortis planities) comprehenditur à uiſu ex ſcintillatione lucis in ſuperficie corporis ſui. Planities ergo comprehenditur à uiſu ex comprehenſione æqualitatis ſuperficiei. Aequalitas autem ſuperficiei comprehenditur à uiſu in maiori parte ex ſimilitudine formæ lucis in ſuperficie corporis. Et terſitudo comprehenditur à uiſu ex ſcintillatione lucis in ſuperficie corporis, & ex ſitu, ſecundum quem reflectitur lux. Et fortè ſimul aggregatur aſperitas & planities in eadem ſuperficie, ſcilicet quòd ſint in ſuperficie alicuius corporis partes diuerſi ſitus,profundæ & prominentes, & ſint partes cuiuslibet partium diuerſi ſitus prominentium & profundarum ad quaſdam partes, uel ad partes quarundam conſimilis ſitus, ita ut tota ſuperficies ſit aſpera, & partes eius, aut quædam ſint planæ. Et aſperitas huiuſmodi ſuperficiei comprehenditur à uiſu ex comprehenſione diuerſitatis ſitus partium prominentium & profundarum. Et planities partium comprehenditur à uiſu in ſuperficiebus partium. Et aliquando uiſus comprehendit planitiem huiuſmodi partium per intuitionem, & ex comprehenſione conſimilitudinis ſuperficiei cuiuslibet illarum. Et ſecundum iſtos modos comprehendit uiſus planitiem & terſitudinem & aſperitatem.

55. Perſpicuitas percipitur è perceptione corporis denſi ultra corpus perſpicuum poſiti. 142 p 4.

DIaphanitas autem comprehenditur à uiſu per argumentationem ex comprehenſione illius, quod eſt ultra corpus diaphanum. Et diaphanitas corporis diaphani non comprehenditur à uiſu, niſi quando fuerit in eo ſpiſsitudo quædam, & fuerit diaphanitas eius ſpiſsior, diaphanitate aeris interiacentis inter uiſum & ipſum. Si autem fuerit in fine diaphanitatis, non comprehendet uiſus diaphanitatem eius, & non comprehendet,niſi illud,quod eſt ultra ipſum tantùm. Et cum in eo fuerit quædam diaphanitas: comprehendetur à uiſu propter illud, quod eſt de ſpiſsitudine in eo, & diaphanitas eius comprehendetur ex comprehenſione illius, quod eſt ultra ipſum. Quoniam quando ultra corpus diaphanum fuerit lux aut corpus coloratum illuminatum, uidebitur ultra corpus diaphanum. Et uiſus non ſentit diaphanitatem corporis, quando ſenſerit illud, quod eſt ultra ipſum, niſi cum ſenſerit quòd color & lux, quæ comprehenduntur ultra corpus diaphanum, eſt lux & color ultra corpus diaphanum, & non eſt color & lux ipſius corporis: ſi autem

non:

non: nō sentiet diaphanitatem corporis diaphani. Si ergo ultra corpus diaphanum non fuerit lux, nec corpus illuminatum, nec in circuitu eius,& non apparuerit ultra ipsum, neq; in aliqua alia parte lux aut color: diaphanitas illius corporis non comprehenditur. Et hoc erit quando corpus diaphanum fuerit applicatum cum aliquo corpore spisso, & illud corpus spissum continuerit ipsum, aut respexerit ipsum, & fuerit quoq; corpus diaphanum obscuri coloris: quoniam tunc uisus non sentiet diaphanitatem huius corporis. Et similiter quando ultra corpus diaphanū fuerit locus obscurus,& non apparuerit ultra ipsum aliqua lux: non comprehendetur diaphanitas eius. Cum ergo uisus senserit,quod color,qui comprehēditur ultra corpus diaphanum,est color corporis ultra corpus diaphanum, sentiet diaphanitatem corporis diaphani. Et similiter quando corpus diaphanum fuerit debilis diaphanitatis,& fuerit corpus,quod est ultra ipsum,& corpora quæ sunt in circuitu eius, debilis lucis: tunc diaphanitas eius non comprehenditur à uisu, nisi apponatur forti luci. Cum autem cognoscet lucem ultra ipsum: comprehendet diaphanitatem. Secundum ergo istos modos comprehendet uisus diaphanitatem corporum diaphanorum.

56. Densitas percipitur è perspicuitatis priuatione. 143 p 4.

SPissitudo comprehenditur à uisu ex priuatione diaphanitatis. Cum ergo uisus comprehenderit corpus, & non senserit in ipso aliquam diaphanitatem, arguet eius spissitudinem.

57. Vmbra percipitur è lucis unius absentia, alterius præsentia. 145 p 4.

VMbra uerò comprehenditur à uisu respectu lucis illuminantis, aut partis lucis illuminantis. Quoniā enim umbra est priuatio quarundam lucium cum illuminatione loci umbrę ab extranea luce priuata à loco umbræ: Itaq; cum senserit uisus illud, quod est uicinum ipsi,& fuerit super illud corpus uicinum lux fortior luce, quæ est in loco umbræ, sentiet umbrationem illius loci,& priuationē à luce oriente super corpus uicinū illi. Quoniā quando uisus senserit aliquā lucē in aliquo loco: & caruerit ille locus luce solis, aut aliqua luce forti: sentiet obumbrationē illius loci & priuationē à luce solis, aut ab alia luce forti. Et fortè uisus sentiet corpus faciēs umbram, & fortè non distinguetur ab eo statim corpus obumbrans, sed tandem, quando uisus comprehenderit locū, in quo est lux debilis, & cōprehenderit ultima corpora in loco lucis debilis esse fortioris lucis illa luce debili: sentiet statim umbrā illius loci. Secundū ergo hunc modū uisus cōprehendit umbrā.

58. Obscuritas percipitur è lucis priuatione & absentia. 146 p 4.

OBscuritas uerò comprehenditur à uisu per argumentationem ex priuatione lucis. Cum ergo uisus comprehenderit aliquem locum,& non comprehenderit in eo aliquam lucem, sentiet obscuritatem eius.

59. Pulchritudo percipitur tum è singulis uisibilibus speciebus, tum è pluribus simul coniunctis, symmetris inter se. 148 p 4.

PVlchritudo autem comprehenditur à uisu ex comprehensione intentionum particularium, quarum comprehensionis qualitas est declarata antè. Nam unaquæque intentionum particularium prædictarum faciet per se aliquem modum pulchritudinis, & coniugationes illarum faciunt etiam alios modos pulchritudinis. Et uisus non comprehendit pulchritudinem, nisi in formis uisibiliū, quæ comprehenduntur per sensum uisus. Et formæ uisibiliū sunt compositæ ex intentionibus particularibus, quarū distinctio iam est declarata. Et uisus comprehendit formas ex comprehensione istarum intentionum. Ipse ergo comprehendit pulchritudinem ex comprehensione istarum intentionum. Modi autem pulchritudinis, qui comprehenduntur à uisu in formis uisibilium, sunt multi. Quædam ergo uisibilia habent unam caussam ex intentionibus particularibus, quę sunt in forma: & caussa quorundam non est, nisi intentionum inter se coniunctio, non ipsæ intentiones: & caussa quorundam est composita ex intentionibus & ex compositione illarum. Et uisus comprehendit quamlibet intentionum, quæ sunt in qualibet forma per se: & comprehendit ipsas compositas: & comprehendit compositionem & coniugationem illarum. Visus ergo comprehendit pulchritudinem secundum diuersos modos. Et omnes modi, ex quibus uisus comprehendit pulchritudinem, reuertuntur ad comprehensionem intentionum particularium. Si uerò istæ intentiones particulares faciunt pulchritudinem: etiam compositæ similiter. Et est dicere: facere pulchritudinem, est inducere dispositionem in anima, qua uidebitur ei, quod sit res pulchra, quæ uidetur. Et hoc apparebit per modicam inspectionem: quoniam lux facit pulchritudinem: & propter hoc apparebunt pulchra sol, luna & stellæ: & non est in sole, luna & stellis causa, propter quam apparebunt decora, nisi lux earum. Lux ergo per se facit pulchritudinem. Et color etiam facit pulchritudinem. Quoniam quilibet color scintillans sicut uiridis & roseus, & his similes apparebunt pulchri uisui, & delectatur uisus eis. Et propter hoc apparebunt pulchri panni tincti, & flores, & uiridia. Color ergo per se facit pulchritudinem. Et remotio etiam aliquando facit pulchritudinem accidentaliter. Quoniam in quibusdam formis pulchris sunt maculę & rugæ, quæ faciunt turpitudinem in formis: & cum elongabuntur à uisu, latent illæ intentiones subtiles, quæ faciunt

turpitudinem in illis formis, & apud latentiam illarum intentionum apparebit pulchritudo illius
formæ. Et ſimiliter etiam in multis formis pulchris ſunt intentiones ſubtiles, per quas forma eſt
pulchra, ſicut lineatio & ordinatio, & multæ iſtarum intentionum latent uiſum in multis remotio-
nibus mediocribus: & quando ſunt prope uiſum, apparebunt illę intentiones ſubtiles uiſui, & appa-
rebit pulchritudo formæ. Remotio ergo & appropinquatio faciunt pulchritudinē. Et ſitus aliquan-
do facit pulchritudinem: & plures intentiones pulchræ non apparent pulchræ, niſi propter ordi-
nem & ſitum tantùm. Quoniam omnes diſtinctiones ordinatæ quaſi punctatæ non apparent pul-
chræ, niſi propter ordinem. Et ſcriptura non apparet pulchra, niſi propter ordinationem: quoniam
pulchritudo non eſt, niſi ex directione figurarum literarum, & ex compoſitione earum inter ſe. Si
autem compoſitio literarum & ordinatio non fuerit ſecundum unam proportionem, ſcilicet, ut u-
na magna, alia parua: tunc non erit pulchra ſcriptura, quamuis figuræ literarum per ſe ſint benè po
ſitæ. Et aliquando apparet ſcriptura pulchra, quando compoſitio eius fuerit proportionalis, quam-
uis literæ non ſint in fine bonæ diſpoſitionis. Et ſimiliter plures formæ uiſibilium non apparent
pulchræ, niſi propter diſpoſitionem & ordinationem partium inter ſe. Et corporeitas etiam facit
pulchritudinem: & propter hoc apparent pulchra corpora hominum & multorum animalium. Et
figura facit pulchritudinem: & propter hoc luna, & formæ pulchræ hominum & multorum anima-
lium, & arborum, & plantarum non apparent pulchræ, niſi propter formas eorum, aut propter fi-
guras partium eorum, aut propter eorum figuras, aut propter figuras partium formæ. Et magnitu-
do facit pulchritudinem: & propter hoc apparet luna pulchrior ſtellis, & ſtellæ magnæ pulchrio-
res ſtellis paruis. Et diuiſio facit pulchritudinem: & propter hoc ſtellæ ſeparatæ ſunt pulchriores
ſtellis extenſis, & pulchriores ſtellis galaxiæ: & propter hoc candelæ diſtinctæ ſunt pulchriores i-
gne. Et continuatio etiam facit pulchritudinem: & propter hoc uiridale continuum, & plantæ con-
tinuæ & ſpiſſæ ſunt pulchriores diſtinctis. Et numerus facit pulchritudinem: & propter hoc loca
cœli multarum ſtellarum ſunt pulchriora locis paucarum ſtellarum: & propter hoc candelæ multæ
in eodem loco faciunt pulchritudinem. Et etiam motus hominis in ſermone facit pulchritudinem.
Et quies eius facit pulchritudinem: & propter hoc apparet pulchra grauitas & taciturnitas. Et aſpe-
ritas facit pulchritudinem: & propter hoc apparet uilloſitas pulchra, ut uilloſitas in multis pannis.
Et planities facit pulchritudinem: & propter hoc apparet pulchrum in pannis. Et diaphanitas facit
pulchritudinem: & propter hoc apparent de nocte micantes diaphani. Et ſpiſsitudo facit pulchri-
tudinem: quoniam color & lux, & figura, & lineatio, & omnes intentiones pulchræ apparentes in
formis uiſibilium non comprehenduntur ſimiliter à uiſu, niſi propter ſpiſsitudinem & umbram.
Et umbra facit apparere pulchritudinem: quoniam in multis formis uiſibilium ſunt maculæ, &
pori ſubtiles reddentes eas turpes: & cum fuerint in luce ſolis, apparebunt maculæ in eis: quare la-
tebit pulchritudo earum: & cum fuerint in umbra aut luce debili, latebunt illæ maculæ & rugæ:
quare comprehendetur pulchritudo earum. Et etiam tortuoſitates, quæ apparent in plumis a-
uium, & in panno, qui dicitur amilialmon, in umbra non apparent & in luce debili. Et obſcuritas
facit pulchritudinem apparere: quoniam ſtellæ non apparent, niſi in obſcuro: & ſimiliter non ap-
paret pulchritudo earum, niſi in nigredine noctis, & in locis obſcuris, & latet in luce diei: & ſtellæ
in noctibus obſcuris ſunt pulchriores, quàm in noctibus lunæ. Et conſimilitudo facit pulchritudi-
nem: quoniam membra animalis eiuſdem ſpeciei, ut oculus oculo, non apparent pulchra, niſi quan
do fuerint conſimilia: quoniam oculi, quando fuerint diuerſæ figuræ, ſcilicet quòd unus ſit rotun-
dus, & alter longus, erunt in fine turpitudinis: & etiā ſi unus fuerit niger & alter uiridis, erūt etiā tur
pes: & ſimiliter ſi unus fuerit maior altero. Et ſimiliter ſi una gena fuerit profunda, & altera pro-
minens, erunt in fine turpitudinis. Et ſimiliter quando unum ſuperciliorum fuerit groſſum, & al-
terum ſubtile, aut unum illorum longum, & alterum breue, erunt turpia. Omnia ergo membra ani-
malium uniuſmodi non erunt pulchra, niſi cum fuerint conſimilia. Et ſimiliter literæ & picturæ
non apparent pulchræ, niſi quando literæ fuerint, quæ ſunt uniuſmodi: & partes illarum, quæ ſunt
uniuſmodi, conſimiles. Et diuerſitas facit pulchritudinem: quoniam figuræ membrorum anima-
lis ſunt diuerſarum partium, & non ſunt pulchræ, niſi propter illam diuerſitatem. Quoniam ſi na-
ſus totus eſſet eiuſdem groſsitudinis, eſſet in fine turpitudinis: & pulchritudo eius non eſt, niſi pro-
pter diuerſitatem duorum extremorum eius, & eius pyramidalitatem. Et ſimiliter pulchritudo ſu-
perciliorum non eſt, niſi quando extrema eorum fuerint ſubtiliora reſiduis anterioribus. Et ſimi-
liter omnia membra animalium quando aſpiciuntur: inuenitur quòd pulchritudo eorum non
eſt, niſi ex diuerſitate figurarum partium eorum. Et ſimiliter ſcripturæ: quoniam ſi partes ſcriptu-
ræ eſſent æqualis groſsitudinis, non apparerent pulchræ: quoniam extrema literarum non appa-
rent pulchra, niſi quando fuerint ſubtiliora reſiduo. Quoniam ſi extrema literarum & media ea-
rum, & continuatio earum eſſent unius ſpiſsitudinis: eſſet ſcriptura in fine turpitudinis. Diuerſi-
tas ergo facit pulchritudinem in multis formis uiſibilium. Iam ergo declaratum eſt ex eo, quod di-
ximus, quòd unaquæque intentionum particularium, quando comprehenditur per ſenſum uiſus,
aliquando facit pulchritudinem per ſe. Et cum ſermo fuerit factus de multis corporibus inductiuè
per ſe: cum inducentur omnia corpora: inuenietur, quòd quælibet iſtarum intentionum facit pul-
chritudinem in multis locis. Et non diximus, ea quæ diximus, niſi gratia exempli, & ut poſſent
acquiri alia exempla per iſta. Sed tamen iſtæ intentiones non faciunt pulchritudinem in omnibus
locis, neque una iſtarum intentionum facit pulchritudinem in qualibet forma, in quam peruenit

illa intentio, sed in quibusdam formis, & in quibusdam non. Verbi gratia: non quælibet magnitudo facit pulchritudinem in quolibet corpore alicuius magnitudinis: & similiter non quilibet color facit pulchritudinem: neque uiridis color facit pulchritudinem in quolibet corpore, in quod peruenit ille color: & similiter non quælibet figura facit pulchritudinem. Et quælibet illarum intentionum, quas diximus, facit pulchritudinem per se, sed in quibusdam locis, & in quibusdam non, & secundum quosdam modos, & secundum alios non. Et etiam istæ intentiones faciunt pulchritudinem per coniunctionem illarum inter se: quoniam scriptura pulchra est illa, cum figuræ literarum sunt pulchræ, & compositio illarum inter se est compositio pulchra: quoniam scriptura, in qua adunantur istæ duæ intentiones, est pulchrior scriptura, in qua est una istarum duarum intentionum tantùm. Finis ergo pulchritudinis scripturæ non est, nisi ex coniugatione figuræ & situs. Et similiter quando colores scintillantes & picturæ fuerint ordinatæ ordinatione consimili, sunt pulchriores coloribus & picturis carentibus ordinatione consimili. Et similiter pulchritudo apparet in forma hominum & animalium ex coniugatione intentionum particularium, quæ sunt in eis. Quoniam magnitudo oculorum mediocris cum figura eius amygdalata est pulchrior oculo, qui non habet, nisi magnitudinem tantùm aut figuram amygdalatam tantùm. Et similiter rotunditas faciei cum tenuitate & subtilitate cutis & coloris, est pulchrior quàm unum sine altero. Et similiter paruitas oris cum subtilitate labiorum & mediocritate, est pulchrior paruitate oris cum grossitudine labiorũ: & pulchrior gracilitate labiorũ cũ amplitudine oris. Et ista intentio est multæ diuersitatis, & multorũ modorũ. Et cum feceris inductionẽ in formis pulchris omniũ modorũ uisibiliũ: inuenies quòd coniunctio intentionũ particulariũ, quæ sunt in formis, facit in eis modos pulchritudinis, quos nõ facit una intentionũ per se. Et pulchritudo in maiori parte nõ fit, nisi ex coniunctione istarum intentionũ inter se. Quoniã intentiones particulares, quas diximus, faciũt pulchritudinẽ per se, & faciunt pulchritudinem per coniunctionẽ earum inter se. Et etiã pulchritudo fit ex alia intentione præter istas duas intentiones, quas prædiximus: & est proportionalitas & consonoritas. Quoniam formæ compositæ ex membris diuersis, & partibus diuersis, habent figuras diuersas, & magnitudines diuersas, & situs diuersos, & continuationem & coniunctionem, & perueniunt in quamlibet illarum multæ intentiones particulares, tamen omnes non sunt proportionales. Quoniam non quælibet figura est pulchra cum qualibet figura: nec quælibet magnitudo est pulchra cum qualibet magnitudine: neque quilibet situs est pulcher cum quolibet situ: neque quælibet figura cum qualibet magnitudine: neque quælibet magnitudo cum quolibet situ. Sed quælibet intentionum particularium habet proportionem cum quibusdam intentionibus, & est asymmetra quibusdam. Verbi gratia: Simitas nasi cum profunditate oculorum non est pulchra: & similiter magnitudo nasi cum magnitudine oculorum non est pulchra: & similiter prominentia frontis cum profunditate oculorum non est pulchra: & similiter frontis planities cum prominentia oculorum non est pulchra. Quodlibet ergo membrorum habet figuram, quæ facit formam eius pulchram: & etiam quælibet figura cuiuslibet membri non habet proportionem, nisi cum quibusdam figuris residuorum membrorum, & cum alijs non. Et forma fit pulchra per congregationem figurarum proportionalium: & similiter magnitudines & situs, & ordinatio eorum. Quoniam magnitudo oculorum cum pulchritudine figuræ eorum, & cum mediocritate simitatis nasi, & cum magnitudine proportionali ad magnitudinem oculorum, est pulchra. Et similiter amygdalitas oculorum, & dulcedo, & tenuitas figuræ eius: & si fuerint parui cum subtilitate nasi & mediocritate figuræ quantitatis eius, erunt pulchri. Et similiter gracilitas labiorum cum subtilitate oris est pulchra, quando gracilitas oris fuerit proportionalis ad gracilitatem labiorum: scilicet quòd labia non sint in fine gracilitatis, & os non in fine paruitatis, sed erit paruitas oris mediocris, & labia gracilia, & præterea proportionalia ad quantitatem oris. Et similiter amplitudo faciei, quando fuerit proportionalis ad quantitates membrorum faciei, erit pulchra: scilicet, quòd facies non sit in fine amplitudinis, & membra faciei sint proportionalia ad quantitatem totius faciei. Quoniam quando facies fuerit ampla maximæ amplitudinis, & membra, quæ sunt in ea, sunt parua, non proportionalia ad quantitatem eius: non erit facies pulchra, quamuis quantitates membrorum sint proportionales, & figuræ eorum sint pulchræ. Et similiter quando fuerit parua facies, & stricta, & membra eius fuerint magna, membra dico faciei: erit facies turpis: & cum membra fuerint proportionalia inter se, & proportionalia ad quantitatem amplitudinis faciei: erit facies pulchra, quamuis membra per se non sint pulchra: sed proportionalitas tantum modò facit pulchritudinẽ. Cum ergo in forma congregabitur pulchritudo figuræ cuiuslibet partis eius, erit pulchritudo quantitatis & compositionis, & proportionalitas membrorum secundum figuras, & magnitudines, & situs: & fuerint præterea proportionalia ad totam figuram faciei & quantitatem eius, erit in fine pulchritudinis. Et similiter scriptura non erit pulchra, nisi quando fuerint literæ eius proportionales in figura, & quantitate, & situ, & ordine. Et similiter est cum omnibus modis uisibilium, cum quibus congregantur partes diuersæ. Et cum consideraueris formas pulchras de omnibus modis uisibilium: inuenies quòd proportionalitas facit pulchritudinem magis, quàm aliqua alia intentio, uel etiam aliquæ coniunctæ per se. Et cum considerabuntur intentiones pulchræ, quas faciunt intentiones particulares per coniunctionem earum inter se: inuenietur, quòd pulchritudo, quæ apparet ex coniunctione illarum inter se, non apparet, nisi

propter proportionalitatem illarum intentionum coniunctarum inter se. Quoniam non, quandocunque adunabuntur illæ intentiones, fit pulchritudo, sed in quibusdam formis fit, & in alijs non. Et hoc est propter proportionalitatem, quæ contingit inter illas intentiones. Pulchritudo ergo non est, nisi ex intentionibus particularibus, & perfectio eius non est, nisi ex proportionalitate & consonantia, quæ fit inter intentiones particulares. Iam ergo declaratum est ex omni, quod diximus, quòd formæ pulchræ comprehensæ à uisu non sunt pulchræ, nisi ex intentionibus particularibus, quæ comprehenduntur per sensum uisus, & ex coniunctione earum inter se, & ex proportionalitate earum inter se. Et uisus comprehendit intentiones particulares prædictas simplices & compositas. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, & fuerit aliqua intentio in illa re uisa particularis, faciens pulchritudinem per se aliquam: & intueatur uisus illam intentionem per se: perueniet forma illius intentionis post intuitum apud membrum sentiens, & comprehendet uirtus distinctiua pulchritudinem rei uisæ, in qua est illa intentio. Quoniam uerò forma cuiuslibet rei uisę est composita ex multis intentionibus earum intentionum, quarum diuisionem prædiximus: cum ergo uisus comprehenderit rem uisam, & non distinxerit intentiones, quæ sunt in ea: non comprehendet pulchritudinem eius: & cum distinxerit intentiones, quæ sunt in ea, & fuerit aliqua intentio earum, quæ sunt in ea, secundum modum facientem pulchritudinem in anima: statim uisus apud intuitionem illius intentionis comprehendet illam intentionem per se. Et cum comprehenderit illam intentionem per se: perueniet illa comprehensio apud membrum sentiens: & sic uirtus distinctiua comprehendet pulchritudinem, quæ est in ea: & per istam comprehensionem comprehendet pulchritudinem illius rei uisæ. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, & in illa re uisa fuerit pulchritudo composita ex intentionibus coniunctis: & fuerit uisus intuitus illam rem uisam: & distinxerit intentiones, quæ sunt in ea: & comprehenderit intentiones, quæ faciunt pulchritudinem per coniunctionem earum inter se, aut proportionalitatem earum inter se: & peruenerit illa comprehensio apud membrum sentiens: & comparauerit uirtus distinctiua illas intentiones inter se: comprehendet pulchritudinem illius rei uisæ compositam ex coniunctione intentionum, quæ sunt in ea. Visus ergo comprehendet pulchritudinem, quæ est in uisibilibus ex compositione illarum intentionum inter se secundum modum, quem declarauimus.

60. Deformitas percipitur tum è singulis uisibilibus speciebus, tum è pluribus simul coniunctis, asymmetris inter se. 149 p 4.

TVrpitudo uerò est forma carens intentione qualibet pulchra. Quoniam enim iam prædictum est, quòd intentiones particulares faciunt pulchritudinem, sed non in omnibus locis, nec in omnibus formis, sed in alijs, & in alijs non: & similiter proportionalitas non est in omnibus formis, sed in quibusdam formis, & in quibusdam non. Formæ ergo, in quibus non faciunt intentiones particulares pulchritudinem aliquam per se, nec per suam coniunctionem, & in quibus non est aliqua proportionalitas inter partes earum, carent omni pulchritudine: & sic sunt turpes: quoniam turpitudo formarum est priuatio pulchritudinis in eis. Et fortè aggregantur in eadem forma intentiones pulchræ & turpes: sed uisus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi, quando distinxerit, & fuerit intuitus intentiones quæ sunt in ea. Turpitudo ergo comprehenditur à uisu in formis carentibus omnibus pulchritudinibus, ex priuatione pulchritudinis apud comprehensionem.

61. Similitudo percipitur è uisibilium inter se conuenientia. 151 p 4.

COnsimilitudo autem est æqualitas duarum formarum aut duarum intentionum in re, in qua sunt consimiles. Cum ergo uisus comprehenderit duas formas, aut duas intentiones consimiles: simul comprehendet consimilitudinem ex illarum comprehensione cuiuslibet duarum formarum, uel intentionum, & ex comparatione alterius illarum ad alteram. Visus ergo comprehendit consimilitudinem in formis, uel intentionibus consimilibus ex comprehensione cuiuslibet formarum uel intentionum secundum suum esse, & ex comparatione illarum inter se.

62. Dissimilitudo percipitur è priuatione similitudinis & conuenientiæ uisibilium inter se. 152 p 4.

DIuersitas autem comprehenditur à uisu in formis diuersis ex comprehensione cuiuslibet formarum diuersarum, & ex comparatione alterius illarum ad alterã, & ex comprehensione priuationis æqualitatis, id est consimilitudinis in eis. Diuersitas ergo comprehenditur per sensum uisus ex comprehensione cuiuslibet formarum & intentionum per se, & ex comparatione earum inter se, & ex sensu priuationis æqualitatis à sentiente. Iam ergo cõpleuimus, & declarauimus declarationẽ qualitatis cõprehensionis cuiuslibet intentionũ particulariũ, quæ comprehenduntur per sensum uisus. Et declaratũ est ex omnibus his, quòd quædã intentiones particulares cõprehenduntur solo sensu: & quædã cõprehenduntur per cognitionem: & quædam per argumentationẽ & signifi-

significationem secundum uias, quarum declarationem prædiximus. Et istæ sunt intentiones, quarum declarationem intendimus in hoc opere.

DE DIVERSITATE COMPREHENSIONIS VISVS AB intentionibus particularibus. Cap. III.

63. Visus plures uisibiles species simul percipit. 2 p 4.

IAm declaratum est, quomodo uisus comprehēdat quamlibet intentionum particularium, quæ comprehenduntur per sensum uisus. Et uisus non comprehendit nisi formas uisibilium, quæ sunt corpora: sed formæ uisibilium sunt compositæ ex intentionibus particularibus prædictis, sicut, figura, & magnitudine, & colore, & situ, & ordine, & similibus. Visus ergo non comprehendit quamlibet intentionum, nisi ex comprehensione formarum uisibilium compositarum ex intentionibus particularibus: & uisus comprehendit quamlibet formarum uisibilium secundum intentiones particulares, quæ sunt in formis uisibilibus: & nihil comprehendit uisus ex intentionibus particularibus per se: quoniam nulla intentionum prædictarum est sola per se. Nam omnes istæ particulares intentiones non inueniūtur, nisi in corporibus, & nullum corpus est, in quo est aliqua istarum intentionum sola sine alia. Visus ergo non comprehendit nisi formas uisibilium: sed quælibet forma uisibilium est composita ex multis intentionibus particularibus. Ergo uisus comprehendit in qualibet formarum uisibilium multas intentiones particulares, quæ distinguuntur in imaginatione. Visus ergo comprehendit quamlibet intentionū particularium apud uisionem rei uisæ, coniunctam cum intentione aliqua particulari: deinde ex distinctione eius inter intentiones, quæ sunt in forma, comprehendit quamlibet intentionum per se.

64. Visio fit aspectu, aut obtutu. 51 p 3.

ET iam declaratum est, & determinatum, qualiter uisus comprehēdat formas uisibilium, quæ componuntur ex intentionibus particularibus. Et quędam intentiones particulares, ex quibus componuntur formæ uisibilium, apparent apud aspectum rei uisæ: & quædam non apparent, nisi post intuitionem & considerationem subtilem: sicut scriptura subtilis, & lineatio subtilis, & diuersitas colorum consimilium ferè. Et generaliter omnes intentiones subtiles non apparent uisui apud aspectum rei uisæ, sed post intuitionem & considerationem. Et forma rei uisæ comprehensa per sensum uisus, est illa quæ componitur ex omnibus intentionibus particularibus, quæ sunt ex forma rei uisæ, quas possibile est uisum comprehendere. Et uisus non comprehendit ueram formam rei uisæ, nisi per comprehensionem omnium intentionum particularium, quæ sunt in forma rei uisæ. Et cum ita sit, forma ergo uera rei uisæ, in qua sunt intentiones subtiles, non comprehenditur à uisu, nisi post intuitionem. Et cum uisus nō comprehendat subtiles intentiones, nisi per intuitionem, & non appareant intentiones subtiles uisui apud aspectum rei uisæ: quando igitur uisus comprehenderit aliquam rem uisam, & comprehenderit formam eius, & fuerint in illa re uisa subtiles intentiones, non apparent illæ per aspectū, sed per intuitionem. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, & non fuerit in ea aliqua intentio subtilis: comprehendet ueram eius formam: quamuis non certificabit, quòd illa forma est uera, nisi postquam habuerit fortem intuitionem super quamlibet partem illius rei uisæ, & certificauerit, quòd nulla intentio subtilis est in ea, & tunc certificabit quòd forma, quam comprehendit, est uera forma. Secundum ergo omnes dispositiones non certificat uisus formam rei uisæ, nisi per considerationem omnium partium rei uisæ, & per intuitionem omnium partium, quæ possunt apparere in re uisa. Et quia hoc est declaratum, dicamus quòd comprehensio uisibilium erit secundum duos modos, qui sunt comprehensio superficialis, & comprehensio per intuitionem, quæ profundum aspicit. Quoniam quando uisus aspicit rem uisam, comprehendit intentiones manifestas, quæ sunt in ea apud aspectum: deinde si præter illud inspexerit ipsam, & considerauerit omnes partes eius, certificabit formam eius: si autem non intuetur partes eius, non comprehendet formam certificatam. Et illa forma, quæ est in uisu, aut erit uera eius forma, sed uisus non certificat, quòd sit uera eius forma: aut non erit forma eius uera. Et cum ita sit, comprehensio ergo uisibilium erit secundum duos modos: & est comprehensio superficialis, quæ est in primo aspectu, & comprehensio, quæ est per intuitionem. Comprehensio autem per primum aspectum, est comprehensio non certificata: & comprehensio per intuitionem, est comprehensio, per quam certificantur formæ uisibilium.

65. Visio per aspectum, fit per quemlibet pyramidis opticæ radium: per obtutum uerò fit per solum axem. 52 p 3.

ET cum hoc declaratum sit, dicamus quòd intuitio, per quam comprehenduntur ueræ formæ uisibilium, erit per ipsum uisum, & erit per distinctionē. Quoniam iam declaratū est in distinctione linearum radialium [8 n] quòd formæ, quæ à uisu comprehenduntur ex axe radiali, & ex illo, qui est prope axem, sunt manifestiores, & maioris certificationis, formis, quæ comprehendun-

henduntur ex residuis uerticationibus. Cum ergo uisus fuerit oppositus alicui rei uisæ: & illa res uisa non fuerit in fine paruitatis, sed alicuius quantitatis: & uisus fuerit fixus in oppositione eius apud aspectum: illud, quod opponitur medio uisus ex illa re uisa, & fuerit super axem aut prope axem: erit manifestius partibus residuis rei uisæ: & uisus percipit istam dispositionem. Quoniam quando comprehenderit rem uisam totam: inueniet locum oppositum medio eius, cuius forma peruenit in medium uisus, esse manifestiorem partibus residuis. Et superius declaratum est, quòd ista intentio apparet sensui, quando res uisa fuerit magnæ quantitatis. Cum ergo uisus comprehenderit totam rem uisam: inueniet, quòd forma partis oppositæ medio eius, est manifestior omnibus partibus residuis. Et cum uoluerit certificare formam rei uisæ, mouebitur, ita ut medium eius sit oppositum cuilibet parti partium rei uisæ: & sic comprehendet formam cuiuslibet partis partium rei uisæ, comprehensione manifesta & certificata, sicut comprehendit partem oppositam medio eius apud aspectum rei uisæ. Cum igitur sentiens uoluerit certificare rem uisam: mouebitur uisus ita, ut sit medium eius oppositum cuilibet parti partium rei uisæ. Et per istum modum comprehendet formam cuiuslibet partium rei uisæ ualde manifeste: & uirtus distinctiua distinguet omnes formas uenientes ad ipsam, & distinguet colores partium, & diuersitatem colorum, & ordinationem partium inter se. Et generaliter distinguet omnes intentiones rei uisæ, quæ apparent per intuitum, & formam totius rei uisæ compositam ex illis intentionibus. Secundum ergo hunc modum erit certificatio cuiuslibet partium rei uisæ secundum suum esse, & certificatio omnium intentionum rei uisæ. Et non certificatur forma cuiuslibet partium rei uisæ, nisi post motum uisus super omnes partes. Et præterea natus est uisus ad motum intuitionis, & ad faciendum axem radialem transire super omnes partes rei uisæ. Cum ergo uirtus distinctiua quæsierit intueri rem uisam: mouebitur axis radialis super omnes partes rei uisæ. Et cum intentiones subtiles, quæ sunt in illa re uisa, non appareant, nisi per motum uisus, & per transitum axis, aut linearum radialium, quæ sunt prope ipsum super quamlibet partium rei uisæ: non perueniet forma rei uisæ certificata ad sentientem, quando corpus eius fuerit alicuius quantitatis, nisi per motum uisus, & per oppositionem cuiuslibet partium rei uisæ, medio uisus. Et etiam quando res uisa fuerit in fine paruitatis, & non fuerit opposita medio uisus: etiam nõ complebitur intuitio eius, nisi postquam motus fuerit uisus, donec axis trãseat in illam rem uisam, & perueniat forma illius rei uisæ in medium uisus, & appareat forma rei uisæ. Et cum ita sit, intuitio, per quam uisus comprehendit ueras formas uisibilium, fortè erit per ipsum uisum & fortè per distinctionem simul. Comprehẽsio ergo formæ ueræ rei uisæ non erit, nisi per intuitionem: & intuitio, per quam certificabitur forma rei uisæ, non complebitur, nisi per motum uisus. Et cum corpus rei uisæ fuerit alicuius quantitatis, non complebitur intuitio eius, nisi per motum axis radialis in omnes diametros rei uisæ. Et istam intentionem uoluit dicere ille, qui opinabatur, quòd uisio non fieret nisi per motum: & quòd nulla res uisa uideretur tota simul. Quoniam ipse intendebat dicere uisionem certificatam, quæ non potest esse, nisi per intuitionem, & per motum uisus, & per motum axis radialis super omnes diametros rei uisæ. Quomodo uerò sentiens certificet per intuitionem & per motum, formam rei uisæ, est: quia quando uisus fuerit oppositus rei uisæ, sentiens comprehendet totam formam apud oppositionem comprehensione qualicunque, & comprehendet partem, quæ est apud extremum axis uera comprehensione in fine ueritatis: & etiam tunc quamlibet partem residuarum partium formæ aliqua comprehensione. Deinde quando uisus mouebitur, & mutabitur axis à parte, in qua erat, ad aliam partem: comprehendet sentiens in ista dispositione formam totius rei uisæ secunda comprehensione, & comprehendet partem, quæ est apud extremum axis secunda comprehensione etiam. Et erit comprehensio istius partis, quæ est apud extremum axis, in secunda dispositione, manifestior comprehensione eius in prima dispositione. Et in ista dispositione etiam sentiens comprehendet partes residuas aliqua comprehensione. Et similiter, quando axis mutabitur per motum ad tertiam partem, comprehendet sentiens in tertia dispositione totam rem uisam tertia comprehensione, & comprehendet partem, quæ est apud extremitatem axis tertia comprehensione etiam. Et erit comprehensio istius partis ab eo in ista dispositione manifestior comprehensione in duabus primis dispositionibus: & tunc sentiens comprehendet in ista dispositione etiam quamlibet partium residuarum aliqua comprehensione. Per motum ergo uisus super partes rei uisæ acquirit sentiens duas dispositiones: quarum altera est frequentatio comprehensionis totius rei uisæ, & secunda est, quæ comprehendit quamlibet partium rei uisæ per axem radialem, aut per illud, quod est prope axem radialem, manifesta comprehensione. Apparet ergo sensui omne, quod est possibile apparere ex illis partibus. Et cum sentiens sæpe comprehenderit rem uisam totam, & quamlibet partium rei uisæ: comprehendet per istam dispositionem omne, quod est possibile comprehendi ab illa re uisa. Et cum hac comprehensione multoties iterata in duplicationibus & iterationibus comprehensionis totius rei uisæ, distinguit uirtus distinctiua illud, quod apparet ex coloribus partium, & luce, & magnitudine, & remotione, & figura, & situ earum, & æqualitate illarum, quæ sunt cõsimiles in istis distinctionibus, & diuersitate earum, quæ sunt diuersæ in omnibus istis intentionibus aut in quibusdã, & ex ordine partiũ inter se: & comprehendit ex distinctione omniũ istarum intentionũ ad ea, quæ cognoscuntur ex similibus earũ, formam compositam ex omnibus: & sic signatur in imaginatione forma composita ex omnibus istis intentionibus: & sic certificatur

forma

forma rei uisæ, per quam appropriatur illa res uisa apud sentientem. Secundum ergo hũc modum certificat sentiens per intuitionem formas uisibilium.

66. Obtutus iteratio altius imprimit formas uisibiles animo, certioresq; efficit. 58 p 3.

ET etiam dicamus, quòd quando uisus comprehenderit aliquam rem uisam, & fuerit certificata forma eius apud sentientem: forma illius rei uisæ remanet in anima: & figuratur in imaginatione, & iteratur comprehẽsio rei uisæ, & erit forma eius magis fixa in anima, quàm forma rei uisæ, quam uisus non comprehendit, nisi semel aut raro. Et quòd uisus quando comprehenderit aliquod indiuiduũ: deinde comprehenderit alia indiuidua eiusmodi indiuidui, & iterata fuerit comprehensio indiuiduorum frequenter: quiescet forma illiusmodi in anima, & perueniet forma uniuersaliter figurata in imaginatione. Et significatio super hoc, quòd formæ uisibilium remaneant in anima & in imaginatione, est: Quia homo, quãdo meminerit de aliquo homine, quem cognouit antè, & certificauerit formam eius, & meminerit tempus, in quo uidit illum hominẽ, & locum uera memoratione: statim imaginabitur formã illius hominis, & figuram faciei eius, & situm illius, in quo erat in illo tempore, & imaginabitur locum, in quo uidit ipsum: & fortè imaginabitur alia uisibilia, quæ fuerunt præsentia in illo loco, quando uidit ipsum. Et hæc est significatio manifesta, quòd forma illius hominis & forma illius loci sunt fixæ in anima, & remanent in imaginatione. Et propter hoc, quando homo meminerit de aliqua ciuitate, quam uidit, imaginabitur formam illius ciuitatis, & formam locorum, in quibus fuit in illa ciuitate, & formas indiuiduorum, quæ cognouit in illa ciuitate. Et similiter omnium, quæ uidit ex uisibilibus, quando ei occurrunt ad memoriam: imaginabitur formas secundum modum & esse, ut percepit ea antea. Imaginatio ergo formarum uisibilium, quas homo antè uidit, & modò sciuerit, cum sunt absentes: est significatio, quòd formæ uisibilium, quas comprehendit, perueniunt in animam, & figurãtur in imaginatione. Quòd uerò forma rei, cuius comprehensio iterabitur à uisu, fit magis fixa in anima & in imaginatione, quàm forma rei uisæ, cuius comprehensio non iterabitur, est: quia, quando ad animam peruenit aliqua intentio, statim perueniet forma illius intentionis in animam. Et cum tempus pertransierit, & intra multum tempus nõ redierit iterum ad animam: fortè tradetur illa intentio obliuioni, aut aliqua intentionum, quæ sunt in illa intentione: & si redierit ad animam ante obliuionem, renouatur forma illius in anima, & rememorabit anima per formam secũdam, formam primam. Et cum multoties iterabitur euentus illius intentionis super animam, anima magis meminerit de illa intentione: & sic erit illa intentio magis fixa in anima. Et etiã prima uice, in qua intentio uenit ad animam, aut in qua forma rei uisæ uenit ad animam, fortè anima non comprehẽdet omnes intentiones, quæ sunt in illa forma, neque certificabit ipsas, sed comprehendet tantùm quasdã intentiones, quæ sunt in ea. Et cum forma redierit secundò, comprehendet anima ex ea aliquid, quod in prima uice non comprehendit: & quantò magis iterabitur forma super animam, tantò magis manifestabitur ex ea, quod prius non apparebat. Et cum anima comprehenderit ex forma intentiones subtiles eius, & certificauerit formam eius: erit magis fixa in anima, & in imaginatione, quàm forma, ex qua non uerè comprehendit mens omnes intentiones, quæ sunt in ea. Et cum anima comprehenderit ex forma omnes intentiones, quæ sunt in ea prima uice: deinde iterabitur peruentus formæ super ipsam, & comprehenderit in ea secundò intentiones: plus certificabit: quod illud quod in prima uice comprehendit, est uera forma illius. Forma autem, uera uerificata & certificata est magis fixa in anima & in imaginatione, quàm forma non certificata. Forma ergo rei uisæ, quando multoties iterabitur comprehensio eius, erit magis certificata apud animam, & in imaginatione, & per fixionem formæ in anima, & per fixionem formæ in imaginatione erit memoratio illarum ab anima. Et significatio super hoc manifesta, quòd intentiones & formæ quando iterabuntur in anima, erunt magis fixæ, quàm intentiones & formæ non iteratæ, est: Quia quando homo uoluerit corde tenere aliquem sermonem, uel uersum aliquem, iterabit sermonem illius intentionis multoties: & sic figetur in sua anima. Et quantò magis iterabit lectionem eius, tantò magis erit fixa in anima, & remotioris obliuionis: & si semel legerit ipsam uel ipsum uersum, non remanebit uersus ille fixus in anima: & similiter, si bis legerit ipsum, fortè non figetur in anima eius: & si figatur, statim tradetur obliuioni. Experimentatione ergo istius intentionis patet, quòd formæ uenientes ad animã, quantò magis iterabuntur, tantò magis erunt fixæ in anima & in imaginatione.

67. E uisibili sæpius uiso remanet in animo generalis notio: qua quodlibet uisibile simile percipitur & cognoscitur. 61 p 3. Idem 14 n.

PEruentus autem formarum uniuersalium modorum uisibilium in anima, & figuratio eorum in imaginatione, est. Quia quodlibet indiuiduorum uisibilium habet formam & figuram, in quibus æquabuntur omnia indiuidua illiusmodi: & illa indiuidua diuersantur tantùm intentionibus particularibus comprehensis per sensum uisus: & fortè erit color in omnibus indiuiduis illiusmodi unus. Et forma, & figura, & color, & omnes intentiones, ex quibus cõponitur forma cuiuslibet indiuidui speciei, est forma uniuersalis illiusmodi: & uisus cõprehendit illam formã & uniuersalẽ illã figurã, & cõprehendit omnẽ intentionẽ, in qua æquabuntur omnia indiuidua speciei in omnib. indiuiduis, quæ cõprehendũtur ex indiuiduis omnib. illi⁹ speciei: & cõprehendũtur etiã intẽtiones particulares, p quas diuersantur illa indiuidua. Per intuitionẽ ergo cõprehẽsionis indiui-

duorum omnium uniusmodi à uisu, iteratur forma uniuersalis, quæ est in illa specie, cum diuersitate formarum particularium illorum indiuiduorum. Et cum forma uniuersalis iterabitur in anima, figetur in anima, & quiescet: & ex diuersitate formarum particularium uenientium ad uisum cum formis uniuersalibus apud intuitionem, comprehendet anima, quòd forma, in qua æquabuntur omnia indiuidua illiusmodi, est forma uniuersalis illiusmodi. Secundum ergo hūc modum erit peruentus formarum uniuersalium, quas uisus comprehendit ex modis uisibilium in anima & in imaginatione. Formæ ergo indiuiduorum uisibilium, quas uisus comprehendit, remanent in anima, & figurantur in imaginatione: & quantò magis iterabitur comprehensio eorum à uisu, tantò magis erunt fixæ in anima & in imaginatione.

68. Essentia uisibilis percipitur è speciebus uisibilibus, beneficio formæ in animo residentis. 66 p 3.

ET sustentatio sentientis in comprehensione quidditatis uisibilium non est, nisi super formas peruenientes in animam: quoniam comprehensio quidditatis uisibilium nō erit, nisi per cognitionem: & cognitio non est, nisi ex comprehensione formæ, quā uisus comprehendit modò ad formam secundam, quæ est in imaginatione ex formis uisibilium, quas uisus comprehendit antè: & ex comprehensione considerationis formæ comprehensæ modò ad aliam formarum peruenientium in imaginationem. Comprehensio ergo quidditatis rei uisæ nō est, nisi ex comprehensione assimilationis formæ rei uisæ alicuius formarum quiescētium in anima, fixarū in imaginatione. Sustentatio ergo sentientis in comprehensione quidditatis uisibilium nō est, nisi super formam uniuersalem peruenientem in animam: & sustentatio eius in cognitione indiuiduorum uisibilium non est, nisi super formas indiuiduorum peruenietes in animam cuiuslibet indiuiduorum, quæ uisus comprehendit antè, & quorum formæ sunt cōceptæ imaginatione antè & intellectæ. Et uirtus distinctiua naturaliter assimilat formas uisibilium apud uisionē, formis uisis fixis in imaginatione, quas anima acquirit ex formis uisibilium. Cum ergo uisus comprehēderit aliquam rem uisam, statim uirtus distinctiua quærit eius simile in formis existentibus in imaginatione: & cū inuenerit in imaginatione aliquam similem formæ illius rei uisæ: cognoscet illam rem uisam, & comprehendet quidditatem eius: & si non inuenerit ex formis existentibus in imaginatione formam similem formæ illius rei uisæ: non cognoscet illam rem uisam, neq; comprehēdet quidditatem eius. Et propter uelocitatem assimilationis formæ rei uisæ apud uisionem à uirtute distinctiua, fortè accidet ei error, ita quòd assimilabit rem uisam alij rei uisæ, quando in re uisa fuerit aliqua intentio, quæ est in illa alia re: deinde si considerauerit cum iteratione illam rem uisam post istam dispositionem, & certificauerit formam eius: assimilabit ipsam formæ simili ei in rei ueritate, & manifestabitur illi secundò, quòd errauerat in prima assimilatione. Secundum ergo hunc modum comprehenduntur quidditates uisibilium per sensum uisus.

69. Distincta uisio fit aut obtutu solo: aut obtutu & anticipata notione simul. 62 p 3.

ET cum omnes istæ intentiones sint declaratæ, dicamus modò: quòd comprehensio uisibilium per intuitionem erit duobus modis: comprehensio sola intuitione: & comprehensio per intuitionem cum scientia præcedente. Comprehensio uerò, quæ est sola intuitione, est comprehensio uisibilium extraneorum, quæ uisus non uidit antè: aut uisibilium, quæ uisus comprehendit antè, sed non meminit uisionis illorum. Quoniam uisus quando comprehenderit aliquam rem uisam, quam antè non percepit uidendo, nec rem uisam huius speciei, & uoluerit aspiciens certificare formam huius rei uisæ: intuebitur ipsam, & considerabit per intuitionem omnes intentiones, quæ sunt in ea, & comprehendet per intuitionem formam eius ueram. Et cum antè non perceperit illam rem uisam, neq; aliquam rem huius speciei: non cognoscet formam eius apud eius comprehensionem: & in talibus indiget uisus intuitione ad formam propriam. Erit ergo certificatio formæ huiusmodi uisibilium non nisi per solam intuitionem tantùm. Et similiter quando uisus comprehenderit aliquam rem uisam, quam antè percepit, & non meminit ipsius: non cognoscet formam eius nisi per intuitionem. Erit ergo comprehensio huiusmodi uisibilium per solam intuitionem. Comprehensio uerò, quæ est per intuitionem cum scientia pręcedente, est comprehensio omnium uisibilium, quæ uisus comprehendit antè, aut de quorum specie aliquid comprehendit uisus antè, & peruenerunt formæ specierum eorum & indiuiduorum eorum in animam. Cum ergo uisus comprehendit aliquam rem uisam, quam antè comprehendit, aut cuius speciei aliquam rem antè comprehendit: statim apud aspectum illius rei uisæ comprehendet totam formam eius: deinde modica intuitione comprehendet totam formam eius, quæ est uniuersalis forma speciei. Cum ergo antè comprehendit uisibilia illiusmodi rei uisæ, & peruenerit forma speciei illius rei uisæ in suam animam, & fuerit memor ex forma uniuersali illiusmodi rei uisæ: cognoscet formam uniuersalem, quam comprehendit in illa re uisa apud comprehensionem eius, & apud cognitionem formæ uniuersalis, quam comprehendit in illa re uisa, statim cognoscet illam rem uisam specialiter: deinde quando intuitus fuerit intentiones residuas, quæ sunt in illa re uisa, certificabit formam eius particularem. Si autem non percepit antè illam rem uisam, aut fortè percepit illam, sed non meminit de perceptione illius: non cognoscet formam particularem: & cum non cogno

cognouerit formam particularem,non cognoſcet illam rem uiſam:& ſic erit cognitio illius rei uiſæ ab eo ſecundum ſpeciem tantùm,& acquiret ex intuitione & certificatione formæ eius,formã eius particularem,quæ appropriatur ſuo indiuiduo.Et ſi antè perceperit illam rem uiſam,& non perceperit alia indiuidua huiuſmodi ſpeciei, & fuerit memor illius formæ, quam antè comprehendit ex illa re uiſa:quando comprehenderit formam eius particularem,cognoſcet per cognitionẽ formam particularem, & apud cognitionem formæ particularis comprehendet rem uiſam : & ſic per comprehenſionem formæ eius particularis certificabit formam rei uiſæ, & ſimul cognoſcet ipſam rem uiſam:& erit cognitio rei uiſæ ab eo ſpecialiter & ſecundum indiuiduum ſimul. Et ſi antè perceperit illam rem uiſam, ſed non perceperit ex modo illius rei uiſæ, niſi illud indiuiduum tantùm, & non diſtinguatur ab eo forma uniuerſalis illius modi rei uiſæ: quando comprehenderit illam rem uiſam, & comprehenderit intentiones uniuerſales, quæ ſunt in illa re uiſa, & in omnibus rebus illius ſpeciei,non cognoſcet illam rem uiſam, neq; comprehendet quidditatem eius ex comprehenſione formæ uniuerſalis. Cum ergo comprehenderit intentiones reſiduas, quæ ſunt in illa re uiſa, & comprehenderit formam particularem eius,& fuerit memor formæ particularis,quam comprehendit in illa re uiſa:cognoſcet formam particularem apud comprehenſionem eius:& cum cognouerit formam particularem, cognoſcet eandem rem uiſam : & erit cognitio illius rei uiſæ ab eo indiuidualiter. Et nulla res uiſa comprehendetur per intuitionem,niſi ſecundũ aliquem iſtorum modorum. Comprehenſio ergo omniũ uiſibilium ſecundum intuitionem erit duobus modis : ſola intuitione,& comprehenſione per intuitionem cũ ſcientia præcedẽte. Cognitio autem talis & ſcientia quandoq; erit ſecundum ſpeciem tantùm,quandoq; ſecundum ſpeciem & indiuiduum ſimul.

70. Obtutus fit in tempore. 56 p 3.

ET etiam comprehenſio per intuitionem non erit,niſi in tempore : quoniam intuitio non erit niſi per diſtinctionem & motum uiſus: ſed diſtinctio & motus non erunt niſi in tempore. Intuitio ergo non erit niſi in tempore.Et ſuperius declaratum eſt [12.13 n] quòd comprehenſio per cognitionem & comprehenſio per diſtinctionem non eſt niſi in tempore.

71. Viſibile obtutu & antegreſſa cognitione ſimul,minore tempore percipitur,quàm ſolo obtutu.64 p 3.

ET quia declaratum eſt [69 n] quòd comprehẽſio uiſibilium per intuitionem, erit quandoq; ſola intuitione & quandoq; per intuitionem cum cognitione præcedẽte: & quòd illud,quod comprehenditur per intuitionem & quod comprehenditur per cognitionem , non comprehenditur,niſi in tempore:dicemus quòd comprehenſio, quæ erit per intuitionem cum cognitione uel ſcientia præcedente,erit in maiori parte in minori tempore, quàm ſit tempus , in quo erit comprehenſio per ſolam intuitionem.Quoniã enim formæ exiſtentes in anima & pręſentes memoriæ, non indigent,ut cognoſcantur omnes intentiones, quæ ſunt in eis , ex quibus componuntur in rei ueritate:ſed ſufficit in comprehenſione earum cõprehenſio alicuius intentionis proprię illis. Cum ergo uirtus diſtinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipſam, aliquã intentionem propriam illi formę,& fuerit memor primę formæ:cognoſcet omnes formas uenientes ad ipſam: quoniam omnis intentio, quę appropriatur alicui formæ , eſt ſignum ſignans ſuper illas formas. Verbi gratia: Quia quando uiſus comprehenderit indiuiduum hominis,& comprehẽderit lineationem ſuæ manus tantùm:ſtatim comprehendet,quòd ſit homo antequam comprehẽdat lineationem faciei ſuæ, & antequam comprehendat lineationem partium reſiduarum eius. Et ſimiliter ſi comprehenderit lineationem faciei ſuæ,antequã comprehendat partes reſiduas eius. Ex comprehẽſione ergo quarundam intentionũ,quę appropriantur formæ hominis,comprehẽdit, quòd illud uiſibile ſit homo ſine indigentia comprehenſionis partium reſiduarum : quoniam comprehẽdet partes reſiduas per cognitionem præcedentẽ ex formis reſidentibus in anima,formis dico hominũ. Et ſimiliter quando uiſus comprehenderit aliquas intentiones,quæ appropriantur formæ particulari alicuius indiuidui,quod antè uiſus percepit,ſicut ſimitatem in naſo, aut uiriditatem in oculo , aut arcualitatẽ in ſupercilijs: comprehendet comprehenſione totius ſuæ formę illud indiuiduũ,& cognoſcet ipſum. Et ſimiliter cognoſcet equũ per aliquã maculam in fronte eius , aut per diuerſitatẽ coloris. Et ſimiliter ſcriptor quãdo cõprehenderit formã alicuius dictionis,ſuperficialiter cognoſcet eam,antequã cõſideret literas particulares. Et ſimiliter omnes partes, quas ſcriptor frequẽter & continuè uidet, cognoſcentur ab eo ex comprehenſione quarundã literarum. Viſibilia ergo,quæ uiſus antè cõprehenderit,& modò cognoſcit formas illorũ,& eſt memor illorũ: comprehenduntur à uiſu per ſigna. Viſibilia autẽ extranea,quæ uiſus antè nõ percepit,aut uiſibilia,quę antè percepit , ſed non eſt memor illorũ,non ſunt ita. Quoniã quando uiſus comprehẽderit aliquã rem uiſam,quã antè nõ uidit, & comprehenderit lineationem quarundã partium:non comprehẽdet ex eo quidditatem illius rei uiſæ:quoniam apud ipſum non quieſcit forma partium reſiduarum. Viſus ergo non comprehendit certitudinem rei uiſæ,quam antè non uidit,niſi per conſiderationem omnium ſuarum partium , & omniũ intentionum,quę ſunt in ea.Et ſimiliter forma rei uiſæ,quã uiſus antè percepit,ſed non meminit eius:non certificatur ab eo,niſi poſt cõſiderationem omnium intentionũ,quę ſunt in ea. Sed comprehenſio quarundã intentionum,quę ſunt in forma,erit in minori tempore illo,in quo cõprehendit omnes intentiones,quæ ſunt in forma. Viſio ergo,quæ eſt per intuitionem cum cognitione præce-

præcedente, erit in maiori parte in breuiore tempore, illo tempore, in quo erit uiſio ſola intuitione. Et propter hoc uiſus comprehendit uiſibilia cõſueta comprehenſione ualde ueloci in tempore latente ſenſum: & non erit inter oppoſitionem uiſus & rem uiſam, & inter comprehenſionem quidditatis rei uiſæ aſſuetæ tempus ſenſibile in maiori parte. Quoniã homo ex pueritia & ex principio incrementi comprehẽdit uiſibilia, & iterantur ſuper eius aſpectum indiuidua uiſibilium, & formæ uniuerſales uiſibilium. Et etiam declaratum eſt [14.67 n] quòd formæ uiſibilium, quas uiſus comprehendit, perueniunt in animam, & figurantur in imaginatione: & quòd formæ, quæ iterantur uiſui, figurantur in anima: & quas uiſus comprehẽdit, perueniunt in animam, & quieſcit figuratio earum in imaginatione. Omnia ergo uiſibilia aſſueta, & omnes modi aſſueti exiſtũt in anima, & quieſcunt figurati in imaginatione & præſentes memoriæ. Cum ergo uiſus comprehenderit aliquam rem uiſam aſſuetam, & comprehẽderit totam formam ſuam, & poſt illud comprehenderit aliquod ſignum proprium illius rei uiſæ: comprehendet quidditatem rei uiſæ apud comprehẽſionem illius ſigni: & erit comprehenſio rei uiſæ ab eo per cognitionem præcedentem & modicam intuitionem. Viſibilia ergo aſſueta comprehenduntur à uiſu per ſigna & per cognitionem præcedentem. Quare erit comprehenſio quidditatum eorum in maiori parte in tempore ſenſibili.

72. Generales uiſibilis ſpecies citius percipiuntur ſingularibus. 71 p 3.

ET etiam comprehenſio ſpeciei rei uiſæ eſt in maiori parte in minore tempore, quàm comprehendatur indiuiduitas rei uiſæ. Et eſt: quoniam quando uiſus comprehenderit aliquod indiuiduum hominis, primò comprehendet ipſum eſſe hominem, antequam comprehendat formam eius particularem: & fortè comprehendet ipſum eſſe hominem, quamuis nõ comprehendat lineationem faciei, ſed ex erectione ſui corporis, & ordinatione membrorum corporis eius comprehendet ipſum eſſe hominem, quamuis non uiderit faciem eius. Et ſimiliter uiſus fortè comprehendet quandoq; ſpecialitatem modorum alicuius uiſibilium aſſuetorum per quædam ſigna, quæ appropriantur illi ſpeciei. Et non eſt ſic comprehenſio indiuiduitatis rei uiſæ. Indiuidualitas enim rei uiſæ non comprehenditur, niſi ex comprehenſione intentionũ particularium, quæ appropriantur illi indiuiduo, aut ex comprehenſione quarundam: ſed comprehẽſio quarundam intentionum particularium, quæ appropriantur indiuiduo, non comprehenduntur, niſi poſt comprehenſionem intentionum uniuerſalium, quę ſunt in illo indiuiduo, aut poſt comprehenſionem quarundam: aut generaliter, intentiones, quæ ſunt in formis uniuerſalibus illiuſmodi indiuidui, ſunt ante intentiones, quæ ſunt in forma eius indiuiduali: ſed comprehenſio partis eſt in minori tempore, quàm tempus, in quo comprehenditur totum. Comprehenſio ergo ſpecialitatis rei uiſæ à uiſu eſt in minori tempore, quàm tempus, in quo comprehenditur indiuidualitas illius rei uiſæ.

73. E uiſibilibus communibus alia alijs citius percipiuntur. 72 p 3.

ET etiam tempus comprehenſionis ſpecialitatis uiſibiliũ ſcilicet aſſuetorum diuerſatur. Quoniam quædam ſpecierum uiſibilium aſſuetorum aſsimilantur alijs ſpeciebus: & quædã non, ut ſpecies hominis & ſpecies equi: quoniam forma ſpeciei hominis non aſsimilatur alij ſpeciei animalium: & nõ eſt ita in equis. Quoniam equus aliquis aſsimilatur multis animalibus in tota forma. Tempus ergo, in quo uiſus comprehendit ſpeciem indiuidui hominis, & comprehendit ipſum eſſe hominem, non eſt ſicut tempus, in quo comprehendit ſpeciem equi, & comprehendit ipſum eſſe equum: & maximè quando comprehendit utrumq; in remotione alicuius quantitatis. Quoniam quando uiſus comprehenderit indiuiduum hominis alicuius motum localiter: ſtatim comprehendet ipſum eſſe animal ex motu, & ex erectione corporis comprehendet ipſum eſſe hominem: & non eſt ita, quando comprehenderit equum. Quoniam quando uiſus comprehenderit indiuiduum equi mouens ſe, & comprehenderit ſimul motum eius, & numerum pedum, non comprehendet ex hoc ipſum eſſe equum: quoniã illæ intentiones ſunt in pluribus quadrupedibus, quę aſsimilãtur equo in pluribus intentionibus, & maximè in mulo: quoniam mulus aſsimilatur equo in multis diſpoſitionibus: quoniam mulus non diſtinguitur ab equo, niſi per intentiones ferè non manifeſtas, ſicut lineationem faciei, & extenſionem colli, & uelocitatem motus, & amplitudinem paſſuum. Si autem uiſus non comprehenderit aliquam intentionum iſtarum, per quas comprehenditur equus cũ comprehenſione totius ſuæ formæ, non comprehendet ipſum eſſe equum. Et tempus, in quo uiſus comprehendit erectionem corporis hominis, non eſt ſicut tempus, in quo comprehendit formam equi cum intentionibus particularibus, per quas diſtinguitur equus ab alio. Comprehenſio ergo ſpeciei hominis eſt in minore tempore, quàm tempus, in quo comprehenditur ſpecies equi: quamuis duo tempora ſint parua: tamen unum eorum ſecundum omnes diſpoſitiones eſt maius altero. Et ſimiliter quando uiſus comprehenderit colorem roſeum in floribus cuiuſdam horti: ſtatim comprehendet quòd ſubſtantiæ illorum colorum ſunt roſæ propter colorem proprium roſarum: & cum hoc, quòd ille color eſt in rebus exiſtentibus in horto: comprehenditur ante comprehenſionem rotunditatis, & ante rotunditatem foliorum eius, & applicationum foliorum eius, unius ſuper alterum, & ante comprehenſionem omnium intentionum eius, ex quibus componitur forma roſæ: & non eſt ita, quando comprehenderit uiriditatem myrti in horto: quoniam quando uiſus comprehenderit tantùm uiriditatem myrti in horto: non comprehendet ipſam eſſe myrtum ex comprehenſione uiriditatis tantùm: quoniam plures plantæ ſunt uirides, & plures plantæ

plantæ assimilantur myrto in uiriditate & figura. Si ergo non comprehenderit figuram foliorum eius, & spissitudinem eorum, & intentionem propriam myrti: non comprehendet ipsam esse myrtum. Et tempus, in quo comprehendit figuram foliorum myrti & intentiones, secundum quas appropriatur myrtus cum comprehensione uiriditatis, non est sicut tempus, in quo comprehēdit colorem rosaceum tantùm. Et similiter quidditates omnium specierum, quæ possunt assimilari alijs, non comprehenduntur à uisu, nisi per magnam intuitionem: quidditas autem paucæ assimilationis ad alia, comprehenditur à uisu pauca intuitione. Et similiter de indiuiduis: quoniá indiuiduum, quod uisu non assimilatur alij indiuiduo, comprehenditur à uisu per modicam intuitionem, & per signa: & indiuiduum, quòd uisus cognoscit, & quod assimilatur alij indiuiduo, quamuis cognoscit, tamen comprehenditur à uisu per magnam intuitionem. Species ergo & indiuiduum omnium uisibilium assuetorum comprehenditur à uisu per modicam intuitionem cū cognitione præcedente. Et erit comprehensio eorum in maiori parte in tempore sensibili: tamen diuersatur tempus comprehensionis eorum secundum diuersitatem specierum & indiuiduorum eorum: & erit comprehensio speciei uelocior comprehensione indiuidui: & erit comprehensio speciei paucæ assimilationis ad alia, uelocior comprehensione speciei multæ assimilationis. Et similiter comprehensio indiuidui paucæ assimilationis, erit uelocior comprehensione indiuidui multæ assimilationis.

74. Tempus obtutus pro specierum uisibilium uarietate uariat. 56 p 3.

ET tempus intuitionis diuersatur secundum intentiones, quas quisque intuetur in uisibilibus. Verbi gratia. Quia quando uisus comprehenderit animal multipes paruorum pedum, & illud animal fuerit in motu: per modicam intuitionem comprehendet motum eius, & cum comprehenderit motum eius, comprehendet ipsum esse animal: deinde per modicam intuitionem in pedibus comprehendet ipsum esse multipes ex comprehensione distantiæ inter pedes: & sic non cognoscet statim numerum pedum: & si uoluerit cognoscere numerum pedum, indigebit longiore intuitione, & maiore tempore. Comprehensio ergo animalitatis eius erit in tempore paruo: deinde comprehensio multitudinis pedum erit in tempore paruo: sed numerus pedum non comprehēdetur, nisi postquam fuerit uisus intuitus quemlibet pedem, & numerauerit ipsos, quod non potest esse, nisi in tempore alicuius quantitatis: & erit quantitas temporis secūdum multitudinem pedum & paucitatem eorum. Et similiter quando uisus comprehenderit figuram rotundam, intra quam est figura multorum laterum, & fuerint latera illius figuræ parua, & cum hoc fuerit diuersorum laterum non maxima diuersitas: apud comprehensionem totalis figuræ comprehendet ipsam esse rotundam, & non comprehendet statim, quòd intra ipsam sit laterata figura: quoniam latera eius fuerunt in fine paruitatis. Et cum intuitus fuerit figuram rotundam profundiore intuitione, apparebit figura laterata, quæ est intra rotundam. Erit ergo comprehensio rotunditatis figuræ uelocior comprehensione figuræ lateratæ, quæ est intra: deinde apud comprehensionem istius non apparebit diuersitas laterum istius figuræ, nec distinguetur à uisu an sint æqualia, an non: & non apparebit inæqualitas laterum figuræ lateratæ, nisi post magnam intuitionem & in tempore alicuius quantitatis. Et etiam sentiens quando uoluerit intueri figuram totius rei uisæ, sufficit ei, ut transeat uisus super superficiem rei uisæ tantùm. Et similiter quando uoluerit intueri colorem rei uisæ, sufficit ei transire uisum super ipsum tantùm. Et similiter quando uoluerit intueri asperitatem superficiei rei uisæ, aut planitiem, aut diaphanitatem, aut spissitudinem: & non sunt ita intentiones occultæ subtiles, quæ sunt in uisibilibus, sicut figuræ, quæ sunt in quibuslibet partibus uisibilium: & consimilitudo figurarum & quantitatis partium, & diuersitas quantitatum, & colorum, & consimilitudo eorum, & ordinatio partium paruarum inter se: quoniam istæ intentiones non comprehenduntur per intuitionem, nisi postquam fuerit uisus fixus super quamlibet partium, & considerauerit figuras illarum partium, & comparauerit unam ad alteram: & hoc non complebitur in tempore paruo, & per motum uelocem, sed in tempore alicuius quantitatis. Tempus ergo intuitionis intentionum uisibilium diuersatur secundum diuersitatem intentionum intuitarum.

75. Visio per anticipatam notionem & breuem obtutum, est incerta. 65 p 3.

ET cum hoc sit declaratum, dicamus: quòd uisio, quæ est per cognitionem præcedentem, & per signa & per modicam intuitionem, non est comprehensio certificata. Quoniam comprehensio rei uisæ per cognitionem præcedentem & per signa non est, nisi circa totalitatem & uniuersalitatem rei uisæ in grosso: & uirtus distinctiua comprehēdit intentiones particulares, quæ sunt in illa re uisa, secundum modum, quo cognouit illas res uisas ex prima forma illius rei uisę existente in anima: sed istæ intentiones particulares, quæ sunt in uisibilibus, mutantur secundum transitum temporis: & sic uisus non comprehendit intentiones, quæ sunt mutatæ in illa re uisa per cognitionem præcedentem. Et cum mutatio fuerit occulta & non bene manifesta, non comprehenditur à uisu primo aspectu, & non comprehenditur, quando non fuerit ualde manifesta, nisi per intuitionem. Verbi gratia: quando uisus cognoscit aliquem hominem, & fuerit facies illius hominis munda, & certificauerit uisus formam eius: deinde recesserit ille homo à uisu longo tempore: & contingat in facie eius macula: & fuerit occulta illa macula: & comprehenderit ipsum post istam dispositionem: cognoscet ipsum apud comprehensionem: sed tamen non propter comprehensionem &

nem & cognitionem illius hominis, comprehēdet maculam in facie eius, nisi sit manifesta: & si non fuerit intuitus ipsam, non comprehendet ipsam secundum suum esse: & si intuitus fuerit ipsam puriore intuitione: apparebit ei macula, quæ est in facie eius: & tunc comprehendet formam eius secundum suum esse. Et similiter quando uisus comprehenderit aliquam arborem, & intuitus fuerit ipsam, & certificauerit formā eius: deinde recesserit ab eadem diu, dum creuerit illa arbor, & aucta fuerit: & mutata figura eius: & facta sit in ea aliqua mutatio: & illa mutatio, quæ fuerit in arbore, fuerit modica: deinde si reuertatur uisus ad illam arborem, & cognoscat eam: non comprehendet apud comprehensionem per cognitionem illam modicam, mutationem, quæ contigit in ea: si autem intuitus fuerit ipsam secundò, & simul fuerit memor ueræ formæ eius, quam habebat prima uice: comprehendet mutationē, quæ contigit in ea, & certificabit formam eius secundò: & si non fuerit intuitus ipsam, non erit illa forma, quam comprehendit ex illa arbore per cognitionem antecedentem, ipsa forma uera, quam habet secunda comprehensione. Et similiter, quando uisus comprehēderit parietem in quibusdam locis: & ille paries fuerit planus: & fuerint in eo picturæ & sculpturæ: & intuitus fuerit uisus illum parietem: & certificauerit formā eius: deinde recesserit ab illo loco diu: & contingat pòst mutatio in illo pariete ex asperitate superficiei, aut ex intentione quarundam picturarum: & non fuerit illa mutatio ualde manifesta: deinde si reuertatur uisus ad illum locum: & aspexerit illum parietem: & fuerit memor formæ primæ: comprehendet ipsam apud primam uisionem: sed apud comprehensionem per cognitionem nō comprehendet mutationem occultam, quæ in eo contigit: & ipse cognoscet formam eius sine aliqua mutatione. Si ergo in eo contigit aliqua asperitas, æstimabit ipsam esse læuem, sicut consueuit esse: & si picturæ primò fuerint certificatæ uerè, & fuerint mutatæ, æstimabit eas esse quasi certificatas. Et omnia uisibilia, quę sunt apud nos, sunt recipientia mutationem secundum colorem, & figuram, & magnitudinem, & situm, & asperitatem, & læuitatem, & ordinationem partium, & secundum multas intentiones particulares: quoniam naturæ earum sunt mutabiles & præparatæ passioni ab eo, quod accidit eis extrinsecus. Et quia mutatio est possibilis in eis, possibile est ipsam comprehendi à uisu in omnibus illis. Et quamuis sit in eis aliqua mutatio, quæ non potest apparere uisui: nihil est tamen ex eis, in quo non accidat extrinsecus mutatio, quæ possit apparere uisui. Et cum omnia uisibilia sint præparata mutationi, quæ possit comprehendi à uisu: nullum ergo uisibile, quod uisus comprehendit modò, & erat prius comprehensum: certificatum est apud comprehensionem secundam à uisu, scilicet, quòd uisus sit securus secundò, quòd non fuerit mutatum, cum mutatio sit possibilis in omnibus uisibilibus. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, quam antè comprehendit: & intuitus fuerit ipsam: & certificauerit formam eius: & fuerit memor suæ formæ apud comprehensionem, cognoscet ipsam. Et si in illa re uisa contigit mutatio manifesta, comprehēdet illam mutationem apud uisionem: si autem nō fuerit manifesta: cognoscet illam rem, & æstimabit illam esse apud cognitionem secundū modum primum: & sic, si non iterauerit intuitionem, non erit securus, quòd forma, quam antè cognoscebat, remaneat secundum suum esse, cum sit possibile, quòd in ea contigerit mutatio occulta, quæ non potest apparere, nisi per intuitionem. Si ergo iterauerit intuitionem, certificabit formam eius: & si non iterauerit intuitionem, non erit comprehensio illius rei uisæ certificata. Comprehensio ergo uisibilium per cognitionem præcedentem, & per signa, & per modicam intuitionem, non est uera comprehensio.

76. Vera uisibilis forma percipitur obtutu: accurata consideratione: & diligenti omnium uisibilium specierum distinctione. 57 p 3.

ET uisus non comprehendit rem uisam uera comprehensione, nisi per intuitionem rei uisæ apud comprehensionem eius, & per considerationem omnium intentionum, quę sunt in illa re uisa, & per distinctionem omnium apud comprehensionem illius rei uisæ. Visio ergo erit secundum duos modos: uisio in primo aspectu, & uisio quæ est per intuitionem. Et per uisionem, quæ est in primo aspectu, comprehendet uisus intentiones rei uisæ manifestas tantùm, & non certificatur per huiusmodi aspectum forma rei uisæ. Et uisio, quæ est in primo aspectu: quandoque est solùm phantastica: & quandoq; cum cognitione præcedente: & uisio talis, quæ est secundum phantasiam, est uisio uisibilium, quæ uisus non cognouit apud aspectum: & cum hoc intuetur ipsa. Et uisio, quæ est secundum phantasiam cum cognitione præcedente, est uisio uisibilium, quæ uisus cognouit antè: & cum hoc non intuetur intentiones eorum. Et secundum dispositionem utriusque earum non comprehendit uisus per phantasiam ueritatem rei uisæ, siue præcognouerit illam rem, siue non. Et uisio per intuitionem erit secundum duos modos, scilicet uisio sola intuitione, & uisio per intuitionem cum præcedente cognitione. Visio autem, quæ est sola intuitione, est uisibilium, quæ uisus antè non comprehendit, aut non est memor comprehensionis eorum, quando intuetur modò ipsa. Et uisio per intuitionem cum scientia præcedente, est uisio omnium uisibilium, quæ uisus comprehendit: & est memor comprehensionis eorum, quando intuitus fuerit eorum intentiones, & consyderauerit intentiones omnes, quæ sunt in eis. Et ista uisio diuiditur in duos modos: quorum unus, est uisio assueta uisibilium assuetorum: & ista pars erit per signa, quæ comprehenduntur modica intuitione, & per cōsyderationem quarundam intentionum, quæ sunt in illa re uisa cum cognitione præcedente. Et illa uisio est in maiore parte in tempore insensibili: & compre-

hensio

hensio illius, quod comprehenditur secundum hunc modum, non est comprehensio in fine certitudinis. Pars autem secunda est per finem intuitionis, & per consyderationem omnium intentionum, quæ sunt in re uisa apud comprehensionem illius rei uisæ, & cum cognitione præcedente: & erit in maiori parte in tempore sensibili: & diuersatur tempus secundum intentiones, quæ sunt in re uisa. Et uisio, quæ est secũdum hunc modum, per quem uisibilia assueta comprehenduntur comprehensione in fine certitudinis, non est nisi per intuitionem omnium intentionum, quæ sunt in re uisa, & per consyderationem omnium partium rei uisæ, & per distinctionem omniũ intentionum, quæ sunt in re uisa apud comprehensionem rei uisæ, siue præcognouerit illam rem, siue non. Et ista certificatio, quæ est respectu sensus, est intentio certificata: & est dicere finem certificationis in istis locis, finem illius, quod potest comprehendi à sensu. Et cum omnibus istis comprehẽsio uisibilium à uisu est secundum fortitudinem uisus: quoniam sensus uisus oculorum diuersatur secundum uigorem & debilitatem. Secundum ergo istos modos erit comprehensio uisibilium à uisu, & isti sunt omnes modi uisibiliũ. Et hoc est illud, quod intendebamus declarare in isto capitulo. Etiam compleuimus diuisionem omnium uisibilium, & diuisionem omnium intentionum uisibilium, & declarauimus omnes intentiones, per quas uenit uisus ad comprehensionem uisibilium & intentionum uisibilium, & distinximus omnes partes, in quas diuiduntur omnes modi uisionum. Et istæ sunt intentiones, quas intendebamus declarare in isto tractatu.

ALHAZEN FILII
ALHAYZEN OPTICAE
LIBER TERTIVS.

TERTIVS tractatus est ex septem capitulis. Primum capitulum est procœmium. Secundum de ijs, quæ debent præponi sermoni in deceptionibus uisus. Tertium de caussis, quibus deceptio accidit uisui. Quartum in distinguendo deceptiones uisus. Quintum de qualitatibus deceptionum uisus, quæ fiunt solo sensu. Sextum de qualitatibus deceptionum uisus, quæ fiunt in cognitione. Septimum de qualitatibus deceptionum uisus, quæ fiunt in ratione.

PROOEMIVM LIBRI. CAP. I.

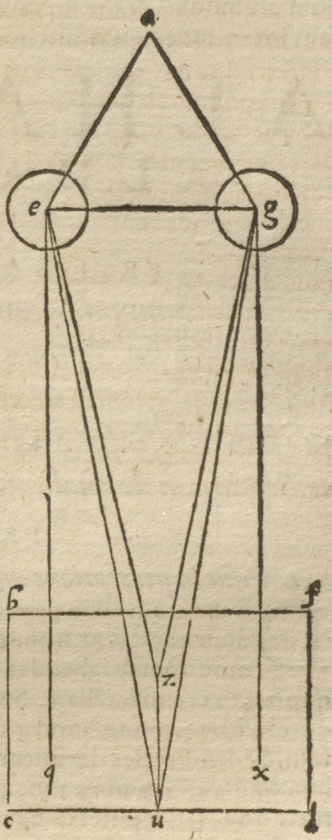
1. Visus in perceptione uisibilium aliquando allucinatur. 1 p 4.

DEclaratum est in primo tractatu & secundo, quomodo uisus comprehendat uisibilia secundum quod sunt, si comprehensio eius fuerit rectè: & quomodo certificet formam uisi: & quo modo comprehendat unamquamque intentionum particularium, secundum quod est: & quomodo certificet illam. Sed non omne comprehensibile à uisu, comprehẽditur ab eo secundum quod est, neq; omne, quod uidetur ab aspiciente comprehendi in rei ueritate, est rectè comprehensum. Sed multoties decipitur uisus in multis eorum, quæ comprehendit ex uisibilibus, & comprehendit illa alio modo ab eo, quo sunt: & fortè percipit suam deceptionem etiam cum decipitur, & fortè non, sed reputat se benè comprehendere. Cum enim uisus comprehenderit aliquod uisum per spatium remotum: tunc mensura eius uidebitur minor, quàm uera mensura: & quando illud uisum fuerit fortè propinquum uisui: comprehendet mensuram eius maiorem uera. Et amplius, quando uisus comprehenderit quadratum, aut polygonum à remoto: comprehendet illud rotundum, si fuerit æqualium diametrorum: aut longum, si fuerit inæqualium diametrorum. Et si comprehenderit sphæram à remotissimo, comprehendet eam planam. Et talia sunt multa & multimoda: & omnia quæ sunt comprehensa à uisu tali modo, sunt fallibilia. Amplius, quando uisus inspexerit aliquam stellam, comprehendet eam quiescentem, licet stella tunc moueatur: & cũ inspiciens reuertetur ad scientiam: sciet illam stellam moueri apud aspectum: & cum inspiciens distinxerit illud: statim comprehendet se decipi in hoc, quod comprehenderit de quiete stellæ. Et cum aliquis inspexerit aliquod indiuiduum super faciem terræ à remotissimo interuallo, & illud indiuiduum fuerit motum motu tardissimo, & non diu durauerit aspectus: tunc in tali statu aspiciens comprehendet ipsum quiescens: & si aspiciens non perceperit antè motum illius indiuidui, & nõ diu durauerit in eius oppositione: tunc non percipiet se esse deceptum in hoc, quod comprehẽdit de quiete illius indiuidui: & in comprehensione huius erit deceptus, & tamen non percipiet se decipi. Accidit igitur uisui deceptio in multis eorum, quæ comprehẽdit: & fortè percipitur ab eo, & fortè non. Et cum in duobus libris præcedentibus sit declaratum, quomodo uisus comprehendat uisibilia, secundum quod sunt: In hoc autem capitulo declaratum est ex eis, quæ diximus, quòd multoties accidit uisui deceptio in multis eorum, quæ comprehendit: remanet declarãdum, quare deceptio accidat uisui, & quando, & quomodo. Nos autem in hoc tractatu contenti sumus de deceptionibus uisus in eis, quæ comprehẽdit rectè: & declarabimus caussam in hoc, & diuersitates deceptionum, & quomodo accidat unaquæq; deceptio.

DE IIS QVAE DEBENT PRAEPONI SERMONI in deceptionibus uisus. Cap. II.

2. Axes pyramidum opticarum utriusq; uisus per centrum foraminis uueæ transeuntes, in uno uisibilis puncto semper concurrunt: & sunt perpendiculares superficiei uisus. 32. 35 p 3.

DEclaratum est in primo tractatu [18 n] quòd uisus nihil comprehendat ex uisibilibus, nisi secundum uerticationes refractas linearum radialium: & quòd ordo uisibilium & partium eorum non comprehenditur, nisi ex ordinatione linearum radialium. Et dictum est etiam [27 n 1] quòd unum uisum, quod comprehenditur duobus oculis simul, non comprehenditur unum, nisi quando positio eius in respectu duorum oculorum fuerit positio consimilis: & quòd si positio fuerit diuersa: tunc comprehendetur unum duo. Sed unumquodq; uisibilium assuetorum, quæ semper comprehenduntur à duobus uisibus, semper comprehendetur unum. Vnde oportet nos declarare, quomodo unum uisum comprehendatur à duobus uisibus unum in maiore parte temporis & in pluribus positionibus: & quomodo positio unius uisi ab ambobus oculis in maiore parte temporis, & in pluribus erit consimilis. Et declarabimus etiá quomodo positio unius uisi ab ambobus uisibus erit positio diuersa, & quomodo accidat hoc. Et iam diximus hoc in primo tractatu [27 n] & declarauimus ipsum uniuersaliter, non determinatè. Dicamus ergo quòd cum inspiciẽs inspexerit aliquod uisum, tunc uterq; uisus erit in oppositione illius uisi: & cum inspiciens direxerit pupillam ad illud uisum: tunc uterq; uisus diriget pupillam ad illud uisum directione æquali. Et cum uisus fuerit motus super rem uisam: tunc uterq; uisus mouebitur super illud. Et cum uisus direxerit pupillam ad rem uisam: tunc axes duorum uisuum congregabuntur in illa re uisa, & coniungentur in aliquo puncto illius superficiei. Et si inspiciens mouerit uisum per illam rem uisam: tũc illi duo axes mouebuntur simul super superficiẽ illius uisi, & per omnes partes eius. Et uniuersaliter duo oculi sunt æquales in omnibus suis dispositionibus: & uirtus sensibilis, quæ est in eis, est eadem, & actio & passio eorum semper est æqualis & omnino cõsimilis. Et si alter uisus fuerit motus ad uidendum, statim reliquus mouebitur ad illud uisum illo eodem motu: & si alter uisus quieuerit, reliquus quiescit. Et impossibile est, ut alter uisus moueatur ad uidẽdum, & reliquus quiescat, nisi impediatur. Et declaratũ est in præteritis [19 n 1] quòd inter quodlibet uisum & cẽtrum uisus est pyramis imaginabilis apud uisionem, cuius uertex est centrum uisus, & basis superficies uisi, quod uisus comprehendit: & ista pyramis continet omnes uerticationes, ex quibus comprehendit illá rem uisam. Cum ergo duo axes amborum uisuum fuerint cõiuncti in aliquo puncto superficiei uisi: tunc superficies uisi erit basis communis ambabus pyramidibus radialibus, figuratis inter duo cẽtra amborum uisuum & illud uisum: & tunc positio puncti, in quo axes sunt cõiuncti apud ambos uisus, est positio cõsimilis: quia est oppositũ duobus medijs amborum uisuum, & duo axes, qui sunt inter illud & duos uisus, sunt perpendiculares super superficiem duorum uisuum.



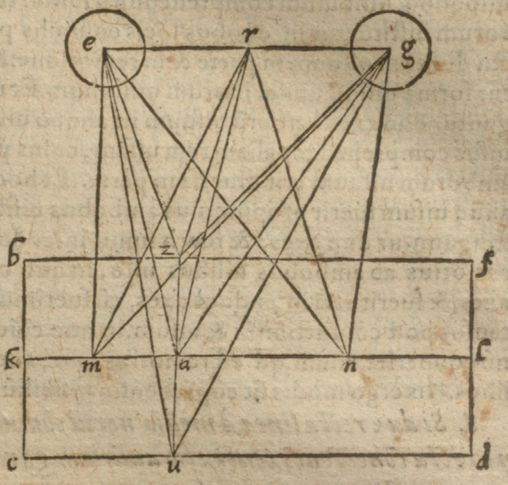
3. Situs uisibilis erga utrunq; uisum est plerunq; situs similis. Itaq; axes pyramidum opticarum & lineæ ab utroq; uisu ductæ ad cõcursum duorum axium, factũ in recta linea ad utrunq; axem perpendiculari, sunt æquales. 40. 42 p 3.

QVod autẽ remanet de superficie uisi, inter quodlibet punctũ eius, & inter duo cẽtra amborum uisuũ, sunt duæ lineæ, quarũ positio in respectu duorũ axiũ, erit positio cõsimilis in parte scilicet: quoniá omnes duæ lineæ imaginabiles inter duo cẽtra duorũ uisuum & punctũ superficiei uisæ, in quo coniungũtur duo axes duorũ uisuũ: erunt declinabiles à duobus axibus ad uná partẽ. Ná omne punctũ superficiei uisi, in quo duo axes coniungũtur, declinabit à puncto coniunctionis ad eandẽ partẽ: punctũ uerò cõiunctionis est super utrumq; axem. Remotiones autem istarũ linearum à duobus axibus sunt æquales: quoniá omnes duæ lineæ exeuntes à duobus cẽtris duorũ uisuum ad quodlibet punctum punctorũ ualde propinquorũ puncto cõiunctionis, æqualiter distant à duobus axibus, quantũ ad sensum. Duo enim axes exeuntes ad punctũ cõiunctionis, erũt æquales, aut nõ erit inter eos diuersitas sensibilis, quãdo res uisa nõ fuerit ualde propinqua uisui, & distãtia eius à uisu fuerit mediocris. Et similiter est dispositio cuiuslibet pũcti multũ propinqui pũcto cõiunctionis, scilicet, quòd omnes duæ lineæ exeũtes à duobus cẽtris duorũ uisuum ad quodlibet punctũ eorũ, ferè nõ differũt in longitudine quantùm ad sensum, sed ferè erũt æquales.

4. Dua

4. Duæ rectæ lineæ ab utroq; uisu ductæ ad concursum duorum axium, factum in recta linea ad utrunq; axem obliqua, sunt ferè inæquales. 41 p 3.

QVando uerò lineæ duæ declinantes, fuerint coniunctæ in superficie, in qua sunt duo axes, erunt inæquales. Nã linea, quæ exit ex puncto, in quo duo axes coniunguntur, ad punctum declinans ab illo, continet cũ duobus axibus angulos inæquales, & duo axes sunt æquales, & linea copulans duo puncta, est cõmunis. Quapropter duæ lineæ declinãtes erunt inæquales: sed ista inæqualitas nõ operatur in sensum, si punctũ declinans fuerit propinquum puncto cõiunctionis. Si autem duæ lineæ declinãtes fuerint sub axibus, aut super illos, possunt esse æquales. Duo enim anguli, quos cõtinent duo axes cũ linea cõtinuante duo pũcta, possunt esse æquales, si punctũ fuerit sub axibus, aut super eos. Et in positionibus, quę sunt inter has duas positiones, erit diuersitas, quæ est inter duas declinãtes, minor quàm diuersitas, quæ est inter duas lineas primas declinãtes: & sic nõ erit inter eas differẽtia operãs in sensum. Ergo duæ lineæ exeuntes à duobus cẽtris duorũ uisuum ad pũcta propinqua puncto, in quo coniungũtur duo axes, non differũt ferè in longitudine, quantùm ad sensum: & axes sunt æquales: & linea quæ copulat punctũ c oniunctionis cũ puncto declinãte, ad quod exeũt duæ lineæ à duobus centris, est cõmunis duobus triangulis factis ex istis lineis. Ergo duo anguli, qui sunt apud duo centra duorũ uisuum, quibus subtẽditur apud superficiem uisi linea cõmunis, erũt æquales:

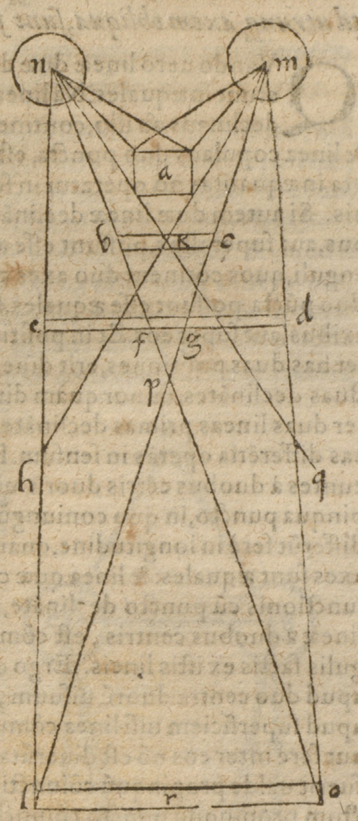


aut ferè inter eos nõ est diuersitas sensibilis: & isti duo anguli semper erũt minimi, quãdo punctum fuerit ualde propinquũ cõiunctioni duorũ axium. Et cũ duæ lineæ, quæ exeunt ad quodlibet punctum propinquũ puncto cõiunctionis, continent cũ duobus axibus angulos æquales: tũc remotio quarumlibet duarũ linearum, exeuntium ad idẽ punctum punctorũ propinquorum puncto cõiunctionis à duobus axibus duorũ uisuum, erit remotio æqualis. Ergo positio cuiuslibet puncti superficiei uisi, in quo coniunguntur duo axes uisuum, si fuerit propinquum puncto cõiunctionis, in respectu duorũ uisuũ, est positio cõsimilis in parte & in remotione à duobus axibus. Dispositio autẽ in punctis remotis à puncto cõiunctionis, declinãtibus ad unã partẽ ab ambobus axibus, est talis. Anguli, qui sunt inter duas lineas exeũtes ad aliquod punctum eorũ & inter duos axes, fortasse differunt diuersitate aliquantula: & positio omniũ huiusmodi punctorũ remotorum à puncto cõiunctionis in respectu duorũ uisuum, est positio cõsimilis in parte tantùm: sed nõ in remotione à duobus axibus. Positio igitur cuiuslibet pũcti uisi cõprehensi ambobus uisibus, cũ fuerit alicuius quantitatis & propinquarum diametrorũ, apud duos uisus est positio consimilis in parte, & in remotione. Quapropter forma eius statuetur in duobus locis cõsimilis positionis à duobus uisibus: & cum uisum cõprehensum ambobus uisibus, fuerit maximarũ diametrorũ: tũc positio eius puncti, in quo coniungũtur duo axes, erit positio cõsimilis apud duos uisus. Et quantò magis appropinquauerint illi duo pũcta, quæ sunt in superficie illius uisi, tantò magis positio illorũ apud duos uisus erit cõsimilis in parte & in remotione simul. Puncta autẽ, quæ sunt in superficie illius uisi, remota à puncto cõiunctionis, & declinãtia ab ambobus axibus ad unã partẽ, habent positionẽ consimilem in parte apud duos uisus, & in remotione fortè consimilẽ, & fortè nõ. Forma igitur partis, quę est apud punctum cõiunctionis huius uisi, & eius, quod cõtinet punctũ coniunctionis, & eius, quod est illi propinquum, instituitur in duobus locis duorũ uisuũ cõsimilis positionis in omnibus dispositionibus. Et instituentur formæ partiũ residuarũ remotarũ à puncto cõiunctionis circundantiũ partem cõsimilis positionis cõtinuæ cũ forma partis cõsimilis positionis: & sic uniuersum duarũ formarũ instituitur in duob. locis duorũ uisuũ, inter quæ nõ est maxima differẽtia in positione: & si fuerit, erit extrema tantùm, & erit modica propter cõtinuationem duorũ extremorũ cũ duobus medijs, quæ sunt cõsimilis positionis. Et hoc erit, cũ duo uisus fixi fuerint in oppositione uisi, & duo axes fuerint fixi in uno puncto eius. Cũ autem duo uisus fuerint moti super rem uisam: & duo axes fuerint trãslati ab illo pũcto: & fuerint moti simul per superficiẽ uisi: tũc positio cuiuslibet puncti illius uisi, & pósitio punctorũ propinquorũ illi, in respectu duorũ uisuum apud coniunctionẽ duorum axiũ in ipso, erit positio cõsimilis ualde. Et forma cuiuslibet partis uisi apud motum duorũ axium per superficiẽ, erit in duob. locis positionis consimilis apud duos uisus: & sic forma omnium partium uisi apud motum & intuitionem, erit consimilis dispositionis apud ambos uisus.

5. E plurib. uisibilib. ordinatim intra opticos axes dispositis: remotiora incertè uidẽtur. 50 p 3.

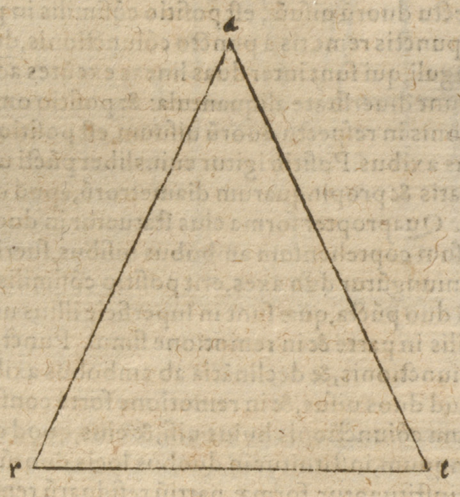
ET similiter etiam quando uisus comprehẽderit uisibilia separata in eadem hora simul: & duo axes fuerint cõiuncti in aliquo eorũ: & illud uisum, in quo sunt cõiuncti duo axes, fuerit propinquarum diametrorũ: tunc forma illius uisi instituetur in duobus locis duorũ uisuum cõsimilis positionis. Et etiã forma eius, quod propinquum est illi uiso, si fuerit paruæ quãtitatis: insti-

tuetur in duobus locis duorum uiſuum, inter quorum poſitiones non erit differentia ſenſibilis. Forma autem uiſi remoti à uiſo, in quo duo axes coniunguntur, quando ambo uiſus comprehendunt illud uiſum, dum duo axes ſunt fixi in illo uiſo: inſtituetur in duobus locis duorũ uiſuum conſimilis poſitionis in parte tantùm, & non in remotione: aut non omnes partes eorum erunt conſimilis poſitionis in remotione à duobus axibus: nec forma erit certificata. Deinde ſi duo uiſus fuerint moti, & duo axes: & fuerint coniuncti in unoquoq; uiſibilium comprehenſorũ ſimul: tunc forma utriuſq; eorum inſtituetur in duobus locis cõſimilis poſitionis in reſpectu duorum uiſuum in parte & in remotione: & tunc certificabitur forma uniuſcuiuſq; illorum uiſibilium. Et multoties coniunguntur duo axes amborũ uiſuum in aliquo uiſo: & cum hoc duo uiſus comprehẽdent aliam rem uiſam, cuius poſitio in reſpectu amborum uiſuum erit diuerſa in parte. Et hoc erit, quando illud aliud uiſum fuerit propinquius ambobus uiſibus uiſo, in quo diſtinguuntur duo axes: & fuerit ſimul inter duos axes: aut fuerit remotius ab ambobus uiſibus uiſo, in quo coniunguntur duo axes, & fuerit etiã inter duos axes, cũ fuerimus imaginati eos extenſos poſt cõiunctionẽ: & uiſum, in quo cõiungũtur duo axes, nõ cooperiet uiſum, qđ eſt remotius ipſo, aut cooperiet quiddã illius. His ergo modis fit cõprehenſio uiſibiliũ ambobus uiſibus.



6. Si duæ rectæ lineæ à medio nerui cõmunis ſint contermina rectæ cõnectenti centra foraminum gyri neruorum cauorum: conſtituent triangulum æquicrurum. 30 p 3.

ET etiam declaratum eſt in ſecundo tractatu [1. 42 n] quòd axis radialis in utroq; uiſu eſt eadẽ linea, quę nõ tranſmutatur: & quòd pertranſit centra omniũ tunicarum uiſus, & extenditur rectè per centra omniũ tunicarum ad mediũ loci incuruationis ex cõcauo nerui, ſuper quem cõponitur oculus, qui eſt apud foramen, quod eſt in concauo oſsis: & quòd eſt inſeparabilis ab omnibus cẽtris: & quòd poſitio eius apud omnes partes uiſus, eſt poſitio ſemper eadẽ, nõ tranſmutabilis apud motũ uiſus, nec apud quietem eius: & quòd poſitio duorũ axium apud duos uiſus eſt poſitio conſimilis in reſpectu amborũ uiſuum, apud cõcauitatem nerui cõmunis, ex quo ultimum ſentiens comprehẽdit formas uiſibilium. Imaginemur ergo lineam rectam copulãtem duo centra duorũ foraminum, quæ ſunt in duabus concauitatibus duorum oſsium cõtinentiũ duos oculos: & imaginemur duas lineas exeuntes à duobus centris duorũ foraminum, extenſas in duobus medijs duarũ concauitatum neruorum. Hæ ergo lineæ cõiunguntur in medio concauitatis nerui communis: quia poſitio duorum neruorum in reſpectu communis nerui, eſt poſitio cõſimilis [per 4 n 1] & poſitio duarum harum linearum apud lineam copulãtem duo centra duorum foraminum, erit poſitio conſimilis: quia duorum neruorum poſitiones, in reſpectu duorum foraminum, eſt poſitio cõſimilis [per 4 n 1] & ſic duo anguli, qui ſunt inter has duas lineas & lineam copulãtem duo centra duorum foraminum, erunt æquales [ſecus diſsimilis eſſet poſitio neruorum.]



7. Si recta linea ſit à medio nerui communis ad medium rectæ lineæ connectentis centra foraminum gyri neruorum cauorum: erit ad ipſam perpendicularis. 33 p 3.

ET imaginemur etiã lineã copulantem duo cẽtra duorũ foraminũ, diuiſam in duo æqualia: & imaginemur lineã exeuntẽ à puncto, qđ eſt in medio cõcauitatis nerui cõmunis, in quo duæ lineæ extenſæ in cõcauitatibus duorũ neruorũ ſunt cõiunctæ, extẽſam ad punctũ diuidẽs lineã copulantẽ duo cẽtra duorũ foraminã in duo æqualia. Hęc igitur linea erit perpẽdicularis ſuper lineã copulantẽ duo cẽtra duorũ foraminũ [Nã recta cõnectens cẽtra duorũ foraminũ, fit baſis trianguli æquicruri, cuius latera, ſunt rectæ à medio nerui cõmunis: itaq; ſi recta ſit à uertice in mediũ baſis, erit ꝑpẽdicularis ad baſim, p 8 p. 10 d 1.] Et imaginemur iſtã ꝑpẽdicularẽ extẽſam rectè in partẽ oppoſitã uiſui: & ſic iſta linea erit fixa in eodẽ ſtatu, & poſitio eiꝰ nõ trãſmutabitur: qa pũctũ, qđ eſt in medio cõcauitatis nerui cõmunis, in quo duę lineæ extẽſæ in duob. medijs concauitatũ duorũ neruorũ ſunt cõiunctæ, eſt unũ nõ tranſmutabile: & punctũ etiã, qđ diuidit lineã copulantẽ duo

centra

centra duorum foraminum, est unum nō transmutabile. Quapropter positio lineæ transeuntis per illa, est una positio, non transmutabilis. Hæc igitur linea uocetur axis communis.

8. Si axes, communis & duo optici, in uno uisibilis puncto concurrant: erunt in eodem plano cum rectis, connectente centra foraminum gyri neruorum cauorum, & duabus à medio nerui communis connectenti conterminis. 34 p 3.

ET imaginemur apud punctū aliquod istius lineę, in parte opposita uisui aliquod uisum, & imaginemur duos uisus inspicere illud uisum, & duos axes simul cōiungi in puncto superficiei uisi, in quo axis communis occurrerit superficiei illius uisi: & hoc quidem possibile est in omni uiso, cuius situs ex duobus uisibus est situs cōsimilis. Cum ergo duo axes fuerint cōiuncti in aliquo puncto axis cōmunis, tunc duo axes & axis cōmunis, & linea, quæ copulat duo centra foraminum duorum ossium, & duę lineæ extensę in concauitatibus duorū neruorū, omnia erunt in una superficie. Duo enim axes transeunt per centra duorum foraminū: transeunt enim per duo media concauitatum duorū neruorū, in loco pyramidationis duorum neruorū. Cum igitur duo axes fuerint coniuncti in axe cōmuni, erunt omnes in superficie, in qua est axis cōmunis, [per 2 p 11] & similiter linea secans ipsam, quę copulat centra foraminū duorū ossiū, & duæ lineę extēsę in cōcauitatibus duorū neruorū: & duo axes de loco centrorum duorū foraminū, usq; ad punctum cōiunctiōis, quod est in axe cōmuni, erunt æquales: & positio eorū apud axem communē, erit positio consimilis: & duæ partes duorum axiū, quę sunt de centris duorū uisuum usq; ad punctū coniunctionis, erunt æquales: & remotio duorum centrorū uisuum à foraminibus duorum ossium, & à centris duorum foraminū, est remotio æqualis: & etiam duæ partes duorum axium, quæ sunt de superficiebus duorū uisuum usq; ad punctum coniunctionis, erunt æquales: nam duæ medietates diametrorū sphærarum duorum uisuum sunt æquales.

9. Vtroq; uisu uisibile unum plerunq; uidetur. 28 p 3. Idem 27 n 1.

ET quia ita est: positio puncti superficiei uisi, in quo coniuncti sunt duo axes, apud duo puncta, per quæ transeunt duo axes, erit positio consimilis: & remotio eius ab eis erit æqualis. Et hæc duo puncta superficierum uisuum sunt illa, in quibus infigitur forma puncti, in quo coniuncti sunt duo axes. Et etiam positio utriusq; duorum punctorū, quæ sunt in duobus axibus superficierū duorum uisuum, apud concauitatē nerui cōmunis, erit positio consimilis. Et positio istorū duorum punctorum apud quodlibet punctum in axe communi, est positio consimilis. Ergo positio duorum punctorum, quę sunt in duobus axibus superficierū duorum uisuum, apud punctum axis cōmunis, qui est in medio concauitatis nerui cōmunis, in quo sunt coniunctæ duæ lineæ exeuntes à centris duorum foraminū, est positio ualde cōsimilis & æqualis. Et ambæ formæ, quæ instituuntur in duobus punctis superficierum duorum uisuum, quæ sunt in duobus axibus, cum peruenerint ad concauitatem communis nerui, infigentur in puncto, quod est in axe communi, quod est in medio concauitatis communis nerui, in quo lineæ sunt coniunctæ, & efficietur una forma. Et cum duæ formæ, quæ sunt in duobus punctis, quæ sunt in duobus axibus superficierum duorum uisuum, figuntur in puncto, quod est in axe cōmuni, quod est in medio concauitatis nerui cōmunis: formæ, quæ sunt in punctis circundantibus utrunq; duorū punctorū, quæ sunt in duobus axibus superficierū duorū uisuū, infiguntur in concauitate cōmunis nerui, in punctis circundantibus punctū, quod est in axe cōmuni. Et positio quorumlibet duorū punctorum superficierū duorum uisuū, quorū positio apud duo puncta, in medio in duobus axibus duorū uisuum est positio cōsimilis in parte & in remotiōe: apud idem punctū concauitatis nerui cōmunis est positio consimilis. Et puncta, quorū positio apud ipsum est positio consimilis, declinabunt à puncto, quod est in axe cōmuni, quod est in loco cōiunctionis linearum ex cōcauitate nerui cōmunis in partem, ad quā ambo puncta, quæ sunt in superficiebus duorū uisuū, declinant: & remotio eorū ab ipso erit secundū remotiones eorū à duobus axibus: & duæ formæ, quę infiguntur in duobus punctis, quę sunt cōsimilis positionis apud superficies duorum uisuū, peruenient ad illud idem punctū concauitatis cōmunis ipsius nerui, & superponentur illi apud illud punctū, & efficietur una forma. Et positio uniuscuiusq; punctorū superficiei uisi, quæ sunt in circuitu puncti, quod est in axe cōmuni, apud duos axes duorum uisuū est positio consimilis. Ergo forma cuiuslibet puncti eorū infigetur in duobus uisibus in duobus locis cōsimilis positionis, in respectu duorū punctorū, quæ sunt in duobus axibus superficierū duorū uisuū. Duæ ergo formę uisi, in quo cōiuncti sunt tres axes, infiguntur in duobus medijs duarū superficierū duorū uisuū. Et duę formę puncti, in quo sunt cōiuncti tres axes, infigentur in duobus punctis, quę sunt in duobus axibus superficierū duorum uisuū. Et quodlibet punctū duarum formarū infigetur in duobus locis cōsimilis positionis de duobus uisibus: deinde duæ formæ uisæ peruenięt ad concauitatē nerui cōmunis: & peruenięt duæ formæ, quę sunt in puncto, quod est in duobus axibus, ad punctū, quod est in cōmuni axe, & efficietur una forma. Et quælibet duę formę, quę sunt in duobus punctis consimilis positionis à duobus uisibus, peruenient ad idem punctū punctorū circundantiū punctū, quod est in axe cōmuni: & sic duę formę totius uisi superponentur sibi, & efficietur una forma, & sic unū cōprehendetur unū. Secundū ergo hūc modū duę formę, quę infigētur duobus uisibus ab uno uiso, cuius positio in respectu duorū uisuū est consimilis: efficiuntur una forma: & sic sentiēs cōprehendit unū uisum, licet duæ formę infigātur ab eo in duobus uisibus. Et cū duæ formę, quę sunt in duob. pūctis, quę sunt in duob. medijs superficierū duorū uisuū, quę sunt in duob. axibus, peruenerint ad punctū, qđ est in axe cōmuni: tūc quælibet duæ formæ infixæ in duab. superficiebus duorū

uisuum in duobus punctis, quæ sunt in duobus axibus, peruenient semper ad illud idem punctum concauitatis nerui cõmunis, quod est in cõmuni axe. Nam duo puncta, per quæ transeunt duo axes duorũ uisuum nõ mutantur: quoniã positio duorũ axium apud duos uisus semper est eadẽ positio, non transmutabilis. Ergo punctũ concauitatis cõmunis nerui, ad quod perueniunt duæ formę, quę infiguntur in duobus punctis, quę sunt in duobus axibus superficierũ duorum uisuũ, semper est idẽ punctũ: & est punctũ, quod est in cõmuni axe, in quo cõcurrunt duæ lineę exeuntes à duobus centris foraminũ duorum ossium extensorũ in duobus medijs concauitatũ duorum neruorũ. Istud igitur punctum, quod est in concauitate communis nerui, quod est in cõmuni axe, uocetur centrum.

10. Concursus axium opticorum in axe communi facit uisionem certissimam: extrà, tantò certiorem, quantò axi propinquior fuerit. 44 p 3.

HOc igitur declarato, declaratũ est, quòd forma cuiuslibet comprehensi, quod cõprehenditur ambobus uisibus, in cuius superficiei puncto concurrunt axes duorũ uisuũ, infigitur in duobus locis superficierũ duorum uisuum, quæ sunt duo media superficierũ duorum uisuũ: deinde istæ duæ formæ perueniunt à duobus uisibus ad concauitatem cõmunis nerui ad eundem locũ, & superponuntur sibi, & efficitur una forma. Et duæ formæ puncti, in quo concurrunt duo axes ex uiso, infigentur in duobus punctis, quæ sunt in duobus axibus superficierũ duorum uisuũ, & ibunt ab istis duobus punctis ad punctũ centri concauitatis cõmunis nerui, & indifferenter, siue punctũ, in quo concurrunt duo axes, fuerit in axe cõmuni, siue extra. Sed tamẽ cum uisum fuerit in axe communi, & duo axes cõcurrerint in puncto ipsius, quod est in axe cõmuni, tunc duæ formæ istius puncti erunt magis cõsimiles. Remotiones enim istius puncti à duobus punctis, in quibus figuntur duę formę istius puncti superficierũ duorum uisuũ (& sunt illa, quæ sunt super axes) erũt æquales: quoniam duo axes in hac dispositione erunt æquales in longitudine. Et similiter formæ cuiuslibet puncti propinqui isti puncto, cuius remotiones à duobus punctis, in quibus infiguntur formæ suæ, sunt æquales, quantùm ad sensum, erunt magis consimiles, quàm duæ formæ uisi, quod est extra cõmunem axem. Quapropter forma uisi, quod est in cõmuni axe, cum fuerit infixa in concauitate cõmunis nerui, erit magis certificata. Sed cum uisum fuerit extra cõmunem axem, & remotio non fuerit maxima: tunc suæ duę formæ, quę infiguntur in duobus uisibus, nõ maximè different. Quapropter formæ eius, quæ infiguntur in concauitate nerui cõmunis, non erunt duæ. Cum uerò uisum fuerit extra cõmunem axem, & maximè fuerit remotũ ab ipso: & axes duorũ uisuũ cõcurrerint in aliquo puncto ipsius: tũc forma eius infigetur in cõcauitate cõmunis nerui una forma: & forma pũcti eius, in quo duo axes concurrunt, infigetur in puncto cõmunis centri: sed tamen forma eius non erit uerificata, sed dubitabilis. Forma igitur puncti uisi, in quo duo axes concurrunt, infigetur in omnibus dispositionibus, in puncto centri concauitatis cõmunis nerui, siue punctũ concursus fuerit in communi axe, siue extra illum: quod aũt remanet de forma uisi, infigetur in circuitu puncti centri. Si aũt uisum fuerit minimi corporis, & propinquarũ diametrorum, & fuerit in cõmuni axe, uel prope: tũc forma eius infigetur in cõcauitate cõmunis nerui una forma, & uerificata: & positio cuiuslibet puncti eius apud duos uisus, est positio cõsimilis, ut prius declarauimus. Si uerò uisum fuerit magni corporis & remotarũ diametrorum, & etiam fuerit in cõmuni axe: tunc forma illius partis, quæ est apud locum coniunctionis duorum axium, quæ circundat punctum coniunctionis, infigetur in communi neruo una forma & uerificata, & forma residuarum partium infigetur continua cum forma istius partis. Quapropter forma totius uisi infigetur una in omnibus dispositionibus: sed tamen forma extremorum, & illorum, quæ remota sunt à puncto concursus, erit non certificata. Quoniam omnis puncti remoti à puncto concursus, figentur duæ formæ in duobus punctis consimilis positionis, in respectu amborum uisuum in fine consimilitudinis: sed forma cuiuslibet puncti remoti à puncto concursus, figetur in duobus punctis amborum uisuum, quorum positio apud duos uisus est positio consimilis in parte, & fortè cõsimilis in remotione à duobus axibus, & fortè non consimilis in remotione à duobus axibus. Formę aũt eorum, quorũ remotio non est consimilis, figentur in concauitate communis nerui, in duobus punctis obliquis à centro in una parte: & erunt duæ. Et si uisum fuerit unius coloris, tunc istud ferè nihil operabitur in ipsum, propter consimilitudinem coloris & identitatẽ formæ: Si autẽ uisum habuerit diuersos colores, aut fuerit in eo lineatio, aut pictura, aut subtiles intentiones: tũc istud operatur in ipsum. Quapropter extremorũ forma erit dubitabilis, nõ certificata. Et cum uisum fuerit magni corporis & remotarum diametrorum, & axes amborum uisuum fuerint fixi in aliquo puncto eius, & immobiles: tunc forma eius apparet una, & locus concursus eius, & illud, quod ei propinquum est, erunt certificata & indubitabilia: extrema autem, & illa, quæ uicina sunt eis, erunt non certificata propter duas caussas: quarum una est, quòd extrema comprehendantur per radios remotos ab axe: quapropter non bene erunt manifesta. Secunda est, quia non forma cuiuslibet puncti eius instituitur in concauitate communis nerui in uno puncto, sed quædam sunt, quorum forma instituitur in duobus punctis, non in uno. Cum ergo duo axes fuerint moti super omnes partes huius uisi: tunc certificabitur forma eius. Si autem uisum fuerit extra axem communem, & remotum ab ipso: tunc forma eius non erit certificata. Positio enim cuiuslibet puncti illius apud ambos uisus, non est positio consimilis propter inæqualitatem remotionum puncti huius uisi à duobus punctis superficierum duorum uisuum, in quibus instituuntur duæ formæ eius, & à duobus axibus. Cum igitur ambo uisus obliquabuntur

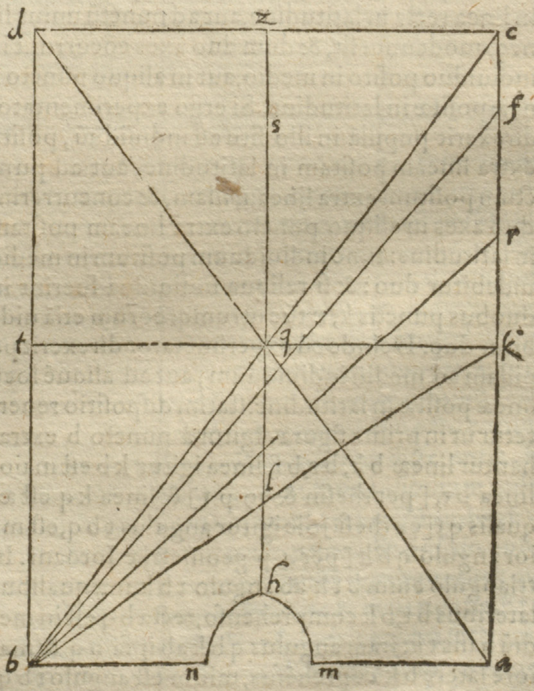
tur ad huiusmodi uisum, adeò ut axis communis ueniat ad istud uisum, aut prope, tunc certificabitur forma eius.

11. *Visibile intra axes opticos situm: uel uni uisui rectè, reliquo obliquè oppositum: uidetur geminum. 104.103 p 4.*

ET similiter cum ambo uisus comprehenderint multa uisa simul: & axes amborum uisuum simul concurrerint in aliquod unum uisorum illorum: & fuerint fixi in illo: residua autem uisa fuerint extra duos axes: & uisum, in quo concurrunt duo axes, fuerit minimi corporis: tunc forma uisi, in quo concurrunt duo axes, in concauitate nerui communis, erit una forma & certificata. Et si uisum fuerit super axem communem: tunc forma eius erit magis certificata, quàm forma uisi, quæ est extra axem communem, & si in ipso concurrunt duo axes. Visorum autem, quæ comprehenduntur à uisu in illo statu, quæ sunt propinqua uiso, in quo duo axes concurrunt, si etiam fuerint ipsa minimi corporis: forma instituitur in concauitate communis nerui una, in qua non erit dubitatio maxima: nam forma eius erit propinqua centro. Ex illis autem uisibilibus, quæ comprehenduntur à uisu in isto statu, quod fuerit remotum à uiso, in quo concurrunt duo axes: eius forma instituetur in concauitate istius nerui, dubitabilis: & tunc aut erunt duæ formæ se mutuò penetrantes, quia sunt in una parte: quapropter inæqualitas, quæ est inter suas positiones in remotione, non erit maxima: unde duæ formæ se mutuò penetrabunt: aut forma quarundam partium erit duplex, & forma quarundam erit una: & sic forma huiusmodi uisibilium erit dubitabilis in omnibus dispositionibus, propter diuersitatem positionis radiorum exeuntium ad illa, & quia radij exeuntes ad illa, erunt remoti à duobus axibus. Forma autem obliqui uisi à duobus axibus, remoti à loco concursus duorum axium, erit non certificata, dum fuerit remota à concursu duorum axium. Cum autem duo axes fuerint remoti, & concurrerint in ipso: tunc uerificabitur forma eius. Cum autem duo axes duorum uisuum concurrerint in aliquo uiso, & hi duo uisus comprehenderint aliud uisum propinquius duobus uisibus, uiso, in quo concurrunt duo axes: aut remotius: & fuerit etiam inter duos axes: tunc positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte. Nam cum fuerit inter duos axes, erit dextrum unius axis, sinistrum alterius, & radij exeuntes ad ipsum ab altero ui o, erunt dextri ab axe, & qui exeũt ad ipsum à reliquo uiso, erunt sinistri: & sic positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte. Et forma huiusmodi uisorũ instituitur in duobus uisibus, in duobus locis diuersæ positionis: & duæ formæ, quæ instituuntur in duobus uisibus peruenient ad duo loca diuersa concauitatum communis nerui, & erunt à duobus lateribus centri. Quapropter erunt duæ formę, & non superponentur sibi. Et similiter cum fuerit uisum in altero axe, & extra reliquum, forma eius instituetur in concauitate communis nerui, in duobus locis, una scilicet in centro, & alia obliqua à centro, & non superponentur sibi. Secundum ergo hos modos instituetur forma uisibilium in duobus uisibus, & in concauitate communis nerui.

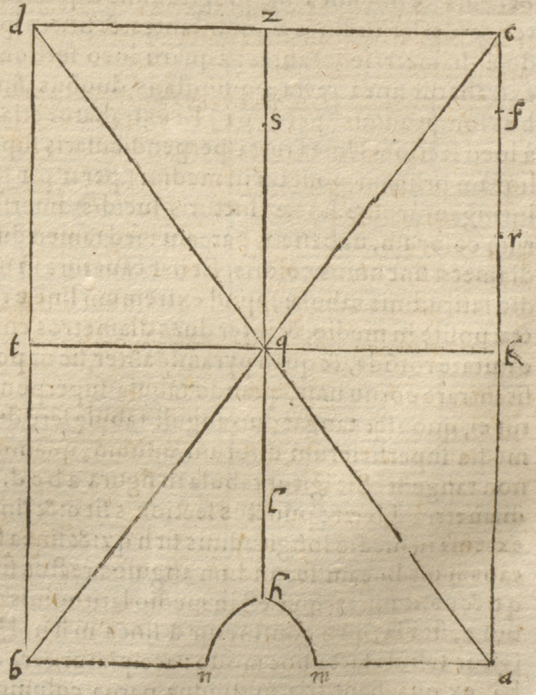
12. *Visibile aliâs unum: aliâs geminum uideri organo ostenditur. 108 p 4.*

OMnia autẽ, quę diximus, sic possunt experimentari experimẽto: cum quo ueniet certificatio. Accipiatur tabula leuis ligni: cuius longitudo sit unius cubiti: & cuius latitudo sit quatuor digitorũ: & sit bene plana & æqualis & læuis: & sint lineæ suæ longitudinis æquidistantes, & suæ latitudines æquidistantes: & sint in ipsa duæ diametri se secantes: à quarũ loco sectionis extrahatur linea recta æquidistans duobus finibus longitudinis [per 31 p 1] Et extrahatur etiam à loco sectionis linea recta perpendicularis super lineam primam positam in medio: [per 11 p 1] & intingantur istæ lineæ tincturis lucidis diuersorum colorum, ut bene appareant: sed tamen duæ diametri sint unius coloris. Et fiat cauatura in medio latitudinis tabulæ, apud extremum lineæ rectæ positę in medio, & inter duas diametros concauitate rotũda, & quasi pyramidaliter, sic ut possit intrare cornu nasi, quando tabula superponetur ei, quousq; tangât duo anguli tabulę ferè duo media superficierum duorum uisuum, quamuis non tangent. Sit igitur tabula in figura a b c d: & diametri a d, b c: & punctus sectionis sit q: & linea extensa in medio longitudinis sit h q z: & linea secans hanc lineam secundum angulos rectos sit k q t: & concauitas, quæ est in medio latitudinis tabulæ, sit illa, quæ continetur à linea m h n. Hac igitur tabula facta hoc modo: accipiatur cera alba, ex qua fiant tria indiuidua parua columna-



ta: &

ta: & intingantur diuersis coloribus, & erigatur unum indiuiduorum in medio tabulæ in puncto q, & applicetur tabulæ adeò, ut non posit auferri à suo loco: & sit stans super tabulam statu æquali: duo aût indiuidua reliqua erigantur super extrema lineæ latę in duobus punctis k, t: & sic tria indiuidua erunt in una uerticatione. Et hoc quidem facto: eleuet experimentator hanc tabulam, & superponat concauitatê, quæ est in medio longitudinis, cornu nasi, & inter oculos adeò, ut cornu nasi intret concauitatê, & applicetur cum tabula, & fient duo anguli tabulę apud duo media superficierû duorum uisuum, & propinqui, ut tangât ipsa ferè. Deinde experimentator debet inspicere indiuiduum positum in medio tabulę, & pupillam super ipsum tenere fortiter. Cum igitur experimêtator inspexerit indiuiduum positum in medio hoc modo: axes duorum uisuum concurrent in hoc indiuiduo, & superponentur duabus diametris, aut erût æquidistantes illis: & erit axis cômunis, quem prius determinauimus, superpositus lineæ extêsę in medio lôgitudinis tabulę, quę est linea h z. Deinde experimêtator in hac dispositione debet intueri omnia, quę sunt in superficie tabulę: tunc aût inueniet unumquodq; triû indiuiduorû, quę sunt in punctis k, q, t unum: & inueniet lineâ k q t etiâ unam: linea aût h z extensa in longitudine tabulę, inuenientur duę, se secantes apud indiuiduû positum in medio. Et similiter duæ diametri etiâ, cum experimentator intuetur eas in hoc statu, apparebunt quatuor: utraq; earû scilicet duplex. Deinde experimentator debet ponere pupillâ circa alterum indiuiduorû, quæ sunt in duobus punctis k, t, ut duo axes concurrât in indiuiduo posito in extremo: deinde intueatur etiâ in hac dispositione: & inueniet triû indiuiduorû unumquodq; unum: & lineam positâ in latitudine etiâ unam: & inueniet lineâ mediam extensam in longitudine tabulæ duas: & utrâq; diametrorû duas. Cum igitur experimentator côprehenderit has lineas & indiuidua posita super tabulâ: auferat duo indiuidua, quę sunt in duob. punctis k, t: & ponat ea super lineâ h z, extêsam in lôgitudine, unû scilicet in puncto l, quod sequitur uisum, & reliquû in puncto s, quod est ultra indiuiduû positum in medio: deinde uertat tabulam ad suam primâ positionem, & dirigat pupillam ad indiuiduû positû in medio: tunc aût inueniet duo indiuidua, quatuor, & obliqua à medio, duo scilicet in dextro, & duo in sinistro: & inueniet ea super duas lineas, quæ in rei ueritate sunt una linea in medio, sed apparent duę: & inueniet quælibet duo horû quatuor super alterâ duarû linearû. Et similiter si abstulerit duo indiuidua ab hac linea, & posuerit ea super alterâ diametrorû duarû, unum in parte uisus, & reliquû ultra indiuiduû positû in medio: inueniet illa quatuor: nam utraq; diametrorû apparebit duplex. Quaproter apparebunt super utrâq; linearû, quæ sunt unius diametri, in rei ueritate duo indiuidua, unum in parte uisus, & aliud ultra indiuiduû positum in medio. Et similiter si posuerit duo indiuidua super ambas diametros, utrumq; super alterâ diametrum, & posuerit in ea parte uisus: inueniet illa quatuor: duo propinqua, & duo remota. Deinde experimentator debet auferre duo indiuidua à tabula, & ponere alterum eorum super marginê tabulæ, ultra punctum k, & prope ipsum ualde, ut super punctum r, & reuertatur tabula ad suam primam positionem, & dirigat pupillam ad indiuiduû positû in medio: tunc inueniet indiuiduû positum in puncto r, unum. Deinde auferat indiuiduû à puncto r, & ponat ipsum in margine tabulæ etiam ultra punctum k, super punctum remotum à puncto k, ut super punctû f, & dirigat pupillam ad indiuiduum positum in medio: quoniâ tunc inueniet indiuiduum positum in puncto f, duo. Experimentator aût inueniet omnia, quæ diximus, cum direxerit pupillam ad indiuiduû positû in medio, aut ad indiuiduû positû in linea recta in latitudine, aut ad punctû unius lineę, quodcunq; sit, & dum duo axes côcurrunt in indiuiduo posito in medio, aut in aliquo puncto lineæ positæ in latitudine. Si ergo experimentator direxerit pupillâ in illo situ ad indiuiduû, positû extra lineam positam in latitudine, aut ad punctum positum extra lineam illam, & concurrerint duo axes in aliquo puncto extra lineam positam in latitudine: tunc indiuiduum positum in medio uidebitur duo: & si reliqua indiuidua fuerint in duobus punctis k, t: tûc utrumq; eorum etiâ uidebitur duo. Deinde cû experimêtator direxerit pupillam ad mediû indiuiduum, aut ad aliquê locû lineæ positæ in latitudine: statim dispositio reuertetur ut in prima figura. Igitur à puncto b extrahantur lineæ b k, b r, b f, linea igitur k b est maior linea b t, [per thesin & 19 p 1] & linea k q est æqualis q t [ex thesi.] Sic igitur angulus t b q, est maior angulo q b k [per 4 p geometriæ Iordani. In triangulo enim b t k ab angulo t b k, inæqualibus lateribus b t, b k comprehenso, recta b q est in mediû basis t k: itaq; angulus q b k ab ipsa b q & maiore latere b k côprehêsus, minor est angulo t b q, ab eadê b q & minore latere b t comprehenso] & angulus t b q est æqualis angulo k a q [per 8 p 1]



ergo

ergo angulus k a q est maior angulo k b q. Ergo remotio lineę a k ab axe a q, est maior quā remotio lineæ b k ab axe b q: sed differētia inter has duas remotiones est modica: differētia enim inter duos angulos k a q, k b q est parua, & indiuiduum, quod est apud punctum k, uidetur ambobus uisibus unum, quando axes concurrerint in indiuiduo, quod est apud punctum q. Et duæ lineæ a k, b k, sunt æquidistantes duobus radijs exeuntibus ad indiuiduū, quod est apud punctū k, cum duo axes concurrerint in indiuiduo, quod est apud q. Similiter dispositio indiuidui, quod est apud punctum r, scitur: quoniam radij exeuntes ad ipsum, erūt in uerticatione duarum linearum a r, b r, & uidebitur unum: & duo anguli r a q, r b q non maximè differunt: & angulus k b r non habet sensibilem quantitatem, quando punctum r fuerit ualde propinquū puncto k. Declarabitur igitur ex hac dispositione: quòd uisum, cuius dispositio apud duos axes est una positio in parte, & remotio radiorum exeuntium ad ipsum à duobus uisibus, non est maximè differens: illud uisum uidebitur duobus uisibus unum. Anguli autem f a q, f b q sunt diuersi diuersitate maxima: & indiuiduum, quod est apud punctum f, uidebitur duo: quoniā duo axes concurrent in indiuiduo, quod est apud punctum q. Declarabitur igitur ex hac dispositione, quòd uisum, ad quod positio radiorum exeuntium à duobus uisibus est diuersa in remotione à duobus axibus maxima diuersitate, uidetur duo: licet positio eius in respectu duorum axium eadem est positio in parte. Positio autem lineæ h q z in respectu axium duorum uisuum, est positio diuersa in parte: radij etenim exeuntes ad partem h q à dextro uisu, sunt sinistri ab axe a q: radij autem exeuntes ad hanc partem à sinistro uisu, sunt dextri ab axe b q: radij uerò exeuntes ad partem q z à dextro uisu, sunt dextri ab axe a q: & radij exeuntes ad ipsam à sinistro uisu, sunt sinistri ab axe b q: & radij qui exeunt ad ipsum, sunt diuersæ positionis in parte: & remotio duorum radiorum exeuntium ad quodlibet punctum illius lineæ à duobus uisibus, à duobus axibus est æqualis: & ista linea, & omnia posita super ipsam, pręter indiuiduum positum in medio, semper uidentur duo, cum duo axes concurrerint in indiuiduo posito in medio. Declaratum igitur est ex hac dispositione, quòd uisum, cuius positio in respectu duorum axium est diuersa in parte, semper uidetur duo: quamuis remotiones radiorum exeuntium ad ipsum à duobus uisibus, à duobus axibus sint æquales. Remotiones enim quorumlibet duorum radiorum exeuntium à duobus uisibus ad aliquod punctum eius, erunt in duabus partibus diuersis. Quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius instituentur in duobus punctis concauitatis communis nerui à duobus lateribus centri. Et similiter etiam est dispositio utriusque diametrorum. Quoniam radij exeuntes ad utramlibet earum à uisu sequente ipsam, erunt à medio uisus, & propinqui axi, & sub axe, & supra axem: & radij exeuntes ad ipsam à reliquo uisu, erunt declinantes à reliquo axe: qui uerò à dextro uisu ad sinistram diametrum, erunt sinistri ab axe: qui autem exeunt à sinistro uisu ad dextram, erunt dextri ab axe. Et formæ diametrorum istarum, & omnia puncta, & omnia posita super ipsas, uidentur duo, præter indiuiduum positum in medio, quando duo axes concurrerint in medio indiuiduo.

13. *Visibile medio unius uisus rectè, reliquo obliquè oppositum, uidetur geminum. 103 p 4. Idem 11 n.*

Declarabitur igitur ex hoc, quòd uisum, quod in respectu alterius uisus est oppositum medio eius, in respectu autem reliqui est obliquum à medio, uidetur duo. Nam formæ puncti, quæ instituitur in medio alterius uisi, ueniet ad centrum: forma uerò puncti obliqui à medio reliqui uisus, ueniet ad punctum aliud à centro, & obliquum à centro, secundum obliquationem puncti superficiei uisus.

14. *Visibile, in quo concurrunt axes optici, aut radij his propinqui: uidetur unum. 46 p 3.*

Ex hac igitur experimentatione & expositione declaratur bene, quòd uisum, in quo concurrunt duo axes, semper uidetur unum: & quòd unumquodque uisorum, etiam in quibus concurrunt radij, qui sunt consimilis positionis in parte, inter quos non est maxima diuersitas in remotione à duobus axibus, uidetur etiam unum: & quòd uisum, in quo concurrunt radij consimilis positionis in parte, & diuersæ positionis in remotione à duobus axibus maxima diuersitate, uidetur duo: & quòd uisum, quod comprehenditur per radios diuersæ positionis in parte, uidetur duo: quamuis remotiones radiorum exeuntium ad ipsum à duobus axibus, sunt ęquales: & quòd omnia ista erunt sic: dum duo axes concurrent in uno uiso. Et omnia uisa assueta sunt opposita ambobus uisibus, & ambo uisus inspiciunt ad quodlibet eorum. Ergo duo axes duorum uisuum semper concurrunt in eis, & positio radiorum residuorum, qui concurrūt in communi puncto eorum, est positio consimilis in parte, & non differt in remotione à duobus axibus maxima differentia. Et ideo quodlibet uisibilium assuetorum uidetur ambobus uisibus unum: & nullum uisibilium uidetur duo, nisi rarò. Nullum enim uisibiliū uidetur duo, nisi cum cōpositio eius in respectu amborū uisuū fuerit diuersa maxima diuersitate, aut in parte, aut in remotione, aut in utroq;. Et positio unius uisi apud duos uisus non diuersatur quidē maxima diuersitate, nisi rarò. Caussa igitur propter quā unūquodq; uisorū assuetorū uidetur unū ambobus uisibus, declarata est ratiōe & experientia. Et etiā cū experimētator abstulerit indiuiduū, quod est in medio tabulę, & inspexerit mediū sectionis, quę est in medio tabulę: & intuitus fuerit tūc lineas scriptas in tabula: inueniet duas diametros quatuor: & inueniet simul duas illarū quatuor ꝓpinquas sibi, & duas à se remotas: & etiā oēs se secātes super punctū mediū, qđ est punctū sectiōis duarū diametrorū, qđ est super axē cōmunē: & inueniet utramq;

utramque illarum remotarum, magis remotam à medio, quàm ſit in rei ueritate. Deinde cum experimentator cooperuerit alterum uiſum: uidebit duas diametros, & uidebit ſpatium inter eas maius, quàm in rei ueritate ſecundum ſuam pyramidationem: quod autem eſt magis amplum de ipſo, eſt latitudo tabulæ: & apparebit, quòd diameter remota à medio, eſt diameter, quæ ſequitur uiſum coopertum. Ex quo declaratur, quòd duæ diametri, quæ uidentur propinquæ, cum uiſio fuerit in utroque uiſu: ſunt illæ, quarum utraque uidetur uiſu ſequente: & quòd duæ diametri remotæ ſunt illæ, quarum utraque uidetur uiſu obliquo. Propinquitas autem duarum è quatuor eſt: quia cum duo axes concurrerint in indiuiduo poſito in medio: tunc utraque diametrorum comprehendetur à uiſu ſequente per radios ualde propinquos axi. Quapropter formæ eorum propter hoc erunt in concauitate communis nerui ualde propinquæ centro, & erit punctus ſectionis eorum in ipſo centro: unde uidentur propinquæ ſibi, & medio. Remotio autem duarum è quatuor eſt: quia utraque diametrorum comprehenditur etiam alio uiſu obliquo ab ipſo. Quapropter comprehenditur per radios remotos ab axe: & altera comprehenditur per radios dextros ab axe, & reliqua per radios ſiniſtros ab axe alio. Quapropter formæ earum inſtituentur in concauitate communis nerui remotæ. Inſigentur enim in duabus partibus contrarijs in reſpectu centri, & etiam remotis à centro: unde duę diametri habent duas formas propinquas ſibi, & duas formas remotas à ſe. Quare uerò comprehendatur remotio utriuſq; remotarũ à medio, maior quàm ſit ſua remotio uera: eſt: quia remotio, quę eſt inter duas diametros, cõprehenditur ab utroq; uiſu maior, quàm ſit in rei ueritate: & hoc apparet, quando experimentator cooperuerit alterũ uiſum, & inſpexerit per reliquũ. Quare uerò, quando experimentator cooperuerit alterum uiſum, & inſpexerit per reliquum tantùm: inueniat ſpatium inter duas diametros magis amplum, quàm in rei ueritate: eſt: quia ſpatium, quod eſt inter duas diametros, comprehenditur ab utroq; uiſu ualde propinquũ uiſui: & omne, quod eſt ualde propinquum uiſui, uidetur maius, quàm ſit in rei ueritate. Et cauſa huius declarabitur pòſt, cum loquemur de deceptionibus uiſus. Ex conſideratione igitur diſpoſitionum diametrorum, quæ ſunt in tabula, & indiuiduorum poſitorum ſuper eas, non in medio: apparet, quòd omne uiſum poſitum ſuper axem communem, & comprehenſum à uiſu per axem radialem, comprehenditur in ſuo loco, ſiue comprehendatur uno uiſu, & per unũ axem axiũ duorũ uiſuum, ſiue cõprehendatur per duos uiſus & ambos axes. Et declaratur, quòd omne uiſum comprehenſum per unum uiſum & per axem radialem, quod uiſum non eſt ſuper axem cõmunem, comprehenditur in loco propinquiore cõmuni axi quàm ſuo loco uero: & hoc etiá ſequitur in eis, quæ cõprehenduntur per reſiduos radios, præter axem. Quoniá cũ uiſus comprehenderit rem uiſam ſecundũ quod eſt: & inſtituta fuerit forma in cõcauitate cõmunis nerui in uno loco: & continua ſibi inuicem ſecundum continuationẽ rei uiſæ: & punctũ uiſi, quod eſt ſuper axem radialem, cum nõ fuerit ſuper axem cõmunem, uideatur in loco propinquiore cõmuni axi, quàm ſuo loco uero: tunc puncta ſua reſidua etiam uidentur in loco propinquiore cõmuni axi, ſuo loco uero, quia ſunt continuata cum parte, quæ eſt apud extremum axis. Et ſi axes duorũ uiſuum concurrerẽt in aliquo uiſo extra axem cõmunem, ſequeretur etiá iſta diſpoſitio: ſcilicet quòd uideretur in loco propinquiore cõmuni axi, quàm ſuo loco uero. Sed iſta poſitio rarò accidit. Cum enim illi axes duorũ uiſuum cõcurrerint in aliquo uiſo: tunc in pluribus diſpoſitionibus axis cõmunis tranſibit per illud uiſum, & nunquá axes duorum uiſuũ concurrent in aliquo uiſo extra axem cõmunem, niſi per laborem aut per impedimentũ cogens uiſum ad hoc. Et hæc diſpoſitio nõ apparet in uiſis aſſuetis. Nam cum acciderit hoc in aliquo uiſo aſſueto: continget in omnibus uiſis continuis cum illo uiſo: unde poſitio uiſorum inter ſe inuicem nõ tranſmutabitur propter hoc. Et cum poſitio illius uiſi in reſpectu uiſorũ uicinantium non fuerit tranſmutata: tunc non apparebit tranſmutatio ſui loci, cum acciderit in uiſis aſſuetis. Quando igitur conſideratur hæc uia prædicta: declarabitur ex illa experientia, quòd hoc ſequitur in omnibus uiſis, in quibus cõcurrunt axes duorũ uiſuum, quæ ſunt extra axem cõmunem. Et etiam oportet experimentatorẽ accipere tres ſchedulas pergameni, paruas, æquales: & ſcribat in una uerbum aliquod ſcriptura manifeſta: & in reſiduis ſcribat illam eandem partem: & in illa quantitate & in illa figura: & ponat indiuiduum unum in medio tabulæ, ut prius: & ponat etiam alterum indiuiduum ſuper punctum k. Deinde applicet unam ſchedulam cum indiuiduo, quod eſt in medio tabulæ, & aliá in puncto k: & obſeruet, ut poſitio eius ſit, ſicut poſitio primæ ſchedulæ: & ponat tabulam, ut prius fecit: & dirigat pupillam ad ſchedulam, quę eſt in medio in diuiduo: & intueatur illam: tunc cõprehendet partẽ ſcriptam ſuper illam certa comprehenſione: & comprehendet ſimul in illa diſpoſitione aliam ſchedulá, & partem ſcriptá in ea, ſed non bene declaratá, ſicut eſt pars ſimilis illi, quæ eſt ſcripta in media ſchedula, licet ſint cõſimiles in figura, forma & quátitate. Deinde in hac diſpoſitiõe oportet experimentatorẽ accipere tertiam ſchedulam manu ſequente punctum k: & ponat illam in uerticatione duarum ſchedularum, quę ſunt in tabula, & in rectitudine extenſionis lineæ, quę eſt in latitudine tabulæ, quæ eſt in ſuperficie tabulæ, quantũ ad ſenſum: ſed tamen ſit remota à tabula: Et huius uerticatio uocetur uerticatio facialis. Et obſeruet experimentator, ut poſitio tertiæ ſchedulæ, & poſitio partis, quæ eſt in illa, quando ponit ſchedulá, ſit ſimilis poſitioni duarũ ſchedularũ, quæ ſunt in tabula: & tunc figat ambos uiſus in ſchedulam poſitá in medio, & dirigat pupillam ad ipſam: & tunc quidẽ cõprehendet tertiá ſchedulam, ſi non fuerit multũ remota à tabula: ſed comprehendet formá partis, quæ eſt in ea, dubitabilẽ, non intelligibilẽ, & nõ inueniet eam, ſicut inuenit formá partis ſimilis illi, quæ eſt in medio tabulę: nec ſicut inuenit formá partis, quę eſt apud punctũ k, dum ambo uiſus direxerint pupillá ad ſche-

ad schedulam, quæ est in medio. Deinde auferat experimẽtator indiuiduum, quod est apud punctũ k, & schedulam, quæ est in illo: & appropinquet schedulam, quam tenet in manu, quousq; applicet eam ad latus schedulæ, applicatæ cũ indiuiduo posito in medio: & præseruet se, ut schedula sit perpendicularis super lineam positam in latitudine: & dirigat pupillam, sicut prius, ad schedulam positam in medio: tunc quidem in medio comprehendet ambas partes, quæ sunt in duabus schedulis comprehensione manifesta & certificata, & non erit inter duas formas duarum partium in declaratione & certificatione differentia sensibilis. Deinde experimẽtator moueat schedulam, quam tenet in manu motu subtili super lineam positam in latitudine: & præseruet se, ut situs eius sit, sicut erat prius: & intendat certificare schedulam, quæ est in medio, & intueatur bene duas schedulas in hoc statu: tunc quidem uidebit, quòd quantò magis schedula mota remouetur à medio, tantò magis diminuitur declaratio partis, quæ est in ea. Cum igitur uenerit apud punctum k: tunc inueniet formam partis intelligibilem, sed non tantùm, quantùm, cum esset apud suam applicationem cum schedula, quæ est in medio. Deinde experimẽtator moueat schedulam etiam: & extrahat illam à tabula: & remoueat illã paulatim & paulatim in uerticatione lineæ positæ in latitudine: & intueatur cõsiderans optimè: & dirigat pupillam ad schedulã positam in medio: quoniã tunc inueniet, quòd schedula mota, quantò magis remouetur à medio, tantò minus apparebit pars scripta in ea, adeò quòd erit nõ intelligibilis omnino. Deinde cum mouerit illam post hoc: uidebit, quòd quantò magis illa remouetur à medio, tantò magis latebit forma illius partis scriptæ in ea. Et etiam cooperiat experimentator uisum, qui sequitur punctum t: & figat tabulam in eadẽ dispositione: & dirigat pupillam unius uisus, qui sequitur punctum k, ad schedulam positam in medio: & applicet aliam schedulam ad latus schedulæ positæ in medio, sicut fecit prius: tũc quidem inueniet partem, quæ est in alia schedula, manifestam, inter quam & schedulam positam in medio, non est differentia sensibilis. Deinde moueat secundam schedulam, ut primò fecit: & intendat schedulam positam in medio: & dirigat pupillam ad ipsam: tunc quidem inueniet partem, quæ est in secunda schedula apud motũ latere. Et cum peruenerit ad punctum k: tunc erit inter suam certificationem in hoc statu, & suam certificationem apud applicationem suam cum ea, quæ est in medio: differentia sensibilis. Deinde moueat hãc schedulam, & extrahat illam à tabula, ut primò fecit: & intueatur schedulam in medio positam: tunc quidem inueniet, quòd schedula mota, quantò minus remouetur à medio, tantò minus diminuitur declaratio, quæ est in ea: adeò quòd forma eius omnino erit intelligibilis: & quantò magis remouetur à medio, tantò magis latebit.

15. Visibile in axium opticorum concursu certißimè uidetur: extra tantò certius, quantò concursui fuerit propinquius. 45 p 3.

Apparet ergo ex hac consideratione, quòd manifestißimum uisibilium facialium uisui, quæ comprehenduntur ambobus uisibus: est illud, quod est apud concursum duorum axium: & quòd est propinquius concursui duorum axium, est manifestius remotiore: & quòd forma remoti uisi ad concursum duorum axium est non certificata, licet comprehendatur utroque uisu. Amplius apparet ex hac consideratione, quòd manifestißimum uisibilium facialium, quę comprehenduntur uno uisu: est illud, quod uidetur per axem radialem: & illud, quod est propinquius illi, est manifestius, quàm illud, quod est remotius: & quod remotum uisum à radiali axe habet formã dubitabilem, non certificatam.

16. Visibile magnum simul totum æquabiliter non uidetur. 48 p 3.

Amplius apparet, quòd uisus non comprehendit rem uisam, quæ est remotarum diametrorũ, uera comprehensione, nisi moueat radialem axem super omnes eius diametros, & super omnes eius partes, siue comprehensio sit ambobus uisibus, siue uno. Visus enim cum fuerit fixus in oppositione uisi, quod est maximarum diametrorum, non comprehendet totum uera comprehensione: sed solùm illud, quod est super axem & prope, certificata scilicet cõprehensione: residuæ uerò partes eius, & illud, quod remotum est ab axe scilicet, comprehendetur, sed non certè, licet uisum sit faciale, & indifferenter, siue comprehensio sit utroq; uisu, siue uno tantùm. Postea oportet experimentatorem accipere pergamenum quatuor digitorũ in omni diuisione, in quo scribat lineas scriptura subtili, tamen manifesta & intelligibili. Deinde auferat indiuiduum positum super tabulam: & superponat tabulam prope uisum, ut prius fecit: & erigat pergamenum super lineam positam in latitudine, quæ est in medio tabulæ: & dirigat pupillam utroque uisu ad medium pergameni, & intueatur ipsum: quoniam tunc inueniet scripturam, quæ est in pergameno, apertã & intelligibilem: Sed tamen scriptura, quæ est in medio pergameni, est manifestior, quàm quæ est in extremis: quando uisus direxerit pupillam ad medium pergameni, & non fuerit motus super omnes eius diametros. Deinde obliquet pergamenum adeò, ut secet lineam positam in latitudine, in puncto posito in medio tabulæ, quod est punctum sectionis (obliquatio autem pergameni super lineam positam in latitudine sit parua) & inspiciat ambobus uisibus medium pergameni: quoniam tunc inueniet scripturam legibilem, sed non tantùm, quantùm cum pergamenum erat faciale. Deinde experimentator debet obliquare pergamenum obliquatione maiore prima, ita ut medium eius sit super punctum sectionis: & dirigat pupillam utroq; uisu ad medium eius: tunc quidẽ

uidebit ſcripturam latentiorem prima. Deinde etiam obliquet pergamenum paulatim, ita ut medium eius ſemper ſit in puncto ſectionis, & intueatur ſucceſsiuè : & tunc inueniet ſcripturam latére apud obliquationes pergameni : & quantò magis pergamenum fuerit obliquum, tantò magis latebit ſcriptura, adeò ut pergamenum appropinquet lineæ extenſæ in medio longitudinis tabulę: & tunc ſcriptura, quæ eſt in pergameno : uidebitur multum dubitabilis, & ferè non intelligibilis, & non certificata. Deinde oportet experimentatorem uertere pergamenum ad primam poſitionem : & erigere ipſum ſuper lineam poſitam in latitudine: & cooperire alterum uiſum : & inſpicere pergamenum reliquo uiſu: & tunc inueniet ſcripturam manifeſtam, & legibilem. Deinde obliquet pergamenum, ut prius fecit: & inſpiciat ipſum uno uiſu : & tunc inueniet ſcripturam latentiorem, quàm cum erat apud oppoſitionem facialem. Deinde obliquet pergamenum plus paulatim & paulatim : & intueatur ipſum multoties : & tunc inueniet, quòd quanto magis obliquatur, tantò magis latet pars ſcripta, adeò ut pergamenum appropinquet diametro, quæ ſequitur uiſum apertum. Declarabitur ergo ex hac conſideratione, quòd manifeſtiſsimum uiſibilium, quæ ſunt ſuper axem radialem: eſt illud, quod eſt faciale uiſui: & quòd illud, cuius poſitio eſt magis facialis, eſt manifeſtius illo, cuius poſitio eſt minus facialis: & quòd illud, quod eſt obliquum ab axe radiali obliquatione maxima, eſt dubitabile, non intelligibile, ſiue uiſio ſit utroque uiſu, ſiue uno. Deinde oportet experimentatorem uertere indiuiduum, quod erat ſuper tabulam: & ponere ipſum in medio tabulæ: & applicare ipſum ad punctum ſectionis, ut in prima conſideratione. Deinde erigat pergamenum ſuper alteram partem lineæ poſitæ in latitudine ſuper uerticationem facialem : & dirigat pupillam utroq; uiſu ad indiuiduum poſitum in medio : In hac quidem diſpoſitione comprehendet pergamenum, & ſcripturam, quæ eſt in ipſo : ſed illud, quod propinquum eſt indiuiduo poſito in medio : erit manifeſtum, & quod remotum eſt ab illo, eſt dubitabile & latens : & quantò magis remouetur ab indiuiduo, tantò magis latet. Et iterum oportet experimentatorem obliquare pergamenum in hoc ſtatu, ita ut ſecet lineam poſitam in latitudine ſuper aliquod punctum alterius eius partis : & ſit parua obliquatio : & dirigat pupillam ad indiuiduum poſitum in medio: tunc quidem uidebit ſcripturam, quæ eſt in pergameno latentiorem, quàm cum erat facialis. Deinde obliquet plus pergamenum : & dirigat pupillam ad indiuiduum poſitum in medio : tunc quidem uidebit ſcripturam dubitabilem, non manifeſtam, nec legibilem. Deinde oportet experimentatorem cooperire alterum uiſum, & inſpicere uno uiſu. & uertat pergamenum in ſua prima poſitione: & erigat ipſum ſuper partem lineæ poſitæ in latitudine, quæ ſequitur uiſum inſpicientem : & dirigat pupillam unius uiſus ad indiuiduum poſitum in medio : tunc quidem comprehendet etiam ſcripturam, quæ eſt in pergameno, & uidebit illam, quæ eſt prope indiuiduum, manifeſtiorem remota, & uidebit illam, quæ eſt remotiſsima ab indiuiduo, dubitabilem, & non legibilem. Deinde obliquet pergamenum ita, ut ſecet lineam poſitam in latitudine ſuper punctum partis, ſuper quam erat erectũ, & inſpiciat indiuiduum poſitum in medio, illo eodem uiſu : tunc quidem uidebit ſcripturam, quæ eſt in pergameno, dubitabilem, & illegibilem magis, quàm cum pergamenum erat faciale. Deinde obliquet pergamenum magis paulatim ac paulatim, & uidebit, quòd quantò magis obliquatur pergamenum, tantò magis latebit ſcriptura. Apparet ergo ex hac conſideratione, quòd uiſum, quod eſt faciale, eſt manifeſtius uiſo obliquo : quamuis uiſum non fuerit ſuper axem radialem, ſed extra ipſum. Viſum enim quando multùm eſt obliquum, latet multùm, licet non ſit ſuper axem radialem, ſiue uiſio ſit utroque uiſu, ſiue uno tantùm. Et iterum oportet experimentatorem auferre indiuiduum à tabula: & erigere pergamenum ſuper extremum tabulæ: & ſuperponere finem eius fini latitudinis tabulæ, qui eſt c d: & dirigat pupillam utroq; uiſu ad medium pergameni: quoniam tunc inueniet ſcripturam manifeſtam & legibilem. Deinde obliquet pergamenum ita, ut ſecet latitudinem tabulę ſuper punctum z, quod eſt in medio latitudinis tabulę, & dirigat pupillam utroque uiſu ad medium pergameni: tunc quidem uidebit ſcripturam latentiorem, quàm prius. Deinde addat in obliquatione pergameni paulatim & paulatim : & uidebit ſcripturam latére paulatim & paulatim, adeò, ut ſi obliquatio pergameni fuerit maxima : uideat ſcripturam ualde latentem in eadem diſpoſitione, in qua erat, quando conſiderabatur in medio tabulæ. Et ſimiliter ſi conſiderauerit ipſum in hoc loco uno uiſu. Deinde oportet experimentatorem ponere indiuiduum ſuper punctum z, & erigere pergamenum ſuper alteram partem latitudinis, apud extremum tabulæ, ſicut fecit in medio tabulæ : & dirigat pupillam ad indiuiduum poſitum in medio, & intueatur pergamenum, & conſideret ſcripturam : tunc enim uidebit diſpoſitionem, ſicut uidebat eam, quando erat in medio tabulæ, ſiue conſideretur utroque uiſu, ſiue uno. Deinde oportet experimentatorem etiam experiri ſchedulas paruas, quas prædiximus, apud extremum tabulæ, & uidebit diſpoſitionem in eis, ſicut cum erant in medio, ſcilicet, quòd pars, quæ eſt in media ſchedula, eſt manifeſtior parte, quæ eſt in ſchedula remota à medio : & quantò ſchedula magis eſt remota à medio, tantò magis latebit pars. Sed tamen uidebit, quòd remotio à medio, apud quam latet pars poſita in extremo, quando conſideratio fuerit apud extremum tabulæ, eſt proportionalis ad remotionem à medio, apud quam latet pars poſita in extremo, quando conſideratio fuerit in medio tabulæ: eſt enim ſecundum remotionem radiorum exeuntium ad extremum ab axe. Proportio igitur remotionis, apud quam latet forma poſita in extremo, à forma poſita in medio, ad remotionem formæ poſitæ in medio, eſt eadẽ proportio in conſideratione apud mediũ tabulæ, & in conſideratiõe apud extremũ eius. Et ſimiliter etiã ſi experimẽtator abſtulerit tabulã: & poſuerit pergamenũ

in quo

in quo est scriptura in maiore distantia, quàm longitudo tabulæ sit, & ubi posit legere scripturam: & fuerit faciale uisui: & intueatur ipsum: deinde obliquauerit ipsum in suo loco: inueniet scripturam latêre: & si magis obliquauerit, magis latebit, ita quòd si multùm obliquauerit ipsum, adeò ut positio eius sit propinqua positioni radiorum exeuntium ad medium eius: tunc uidebit scripturã in pergameno latentem ualde, adeò, ut non posit legi: & hoc uidebit, siue consideretur utroque uisu, siue uno tantùm. Et similiter cum fixerit aliquam schedularum paruarum in loco opposito ui sui remotiore, quàm sit longitudo tabulæ: & posuerit ipsam facialem uisui: & direxerit pupillam ad ipsam utroque uisu: & posuerit aliam schedulam obliquam super illam, aut dextrorsum aut sinistrorsum: & erexerit eam ita, ut sit facialis: inueniet eam latentiorem. Deinde si aliquis mouerit secundam schedulam, & remouerit eam paulatim & paulatim à schedula, ad quam dirigit pupillam: inueniet, quòd forma partis, quæ est in schedula, quæ est in extremo, quantò magis illa remotior est à secunda schedula, tantò magis latet, adeò ut fiat illegibilis omnino. Et similiter si considerauerit has duas schedulas, uno uisu: inueniet talem dispositionem.

17. *Visibile uisui directũ, certißimè uidetur: obliquũ tantò minus, quantò obliquius. 33 p 4.*

DEclaratur ergo ex istis considerationibus omnibus, quòd manifestissimum uisibilium in omnibus remotionibus est illud, quod est super axem radialem: & quòd illud, quod est propinquius axi, est manifestius remotiore ab ipso: & quòd uisum remotum ab axe maxima re motione, est dubitabilis formę, nõ certificabilis, & indifferenter, siue uisio sit uno uisu, siue utroq;. Amplius etiam quòd uisum faciale est in omnibus remotionibus manifestius uiso obliquo: & quòd quantò magis positio uisi appropinquat positioni faciali, tantò erit manifestius: & quòd uisum obliquum super lineas radiales obliquatione maxima, habet formam multùm dubitabilem, & nõ certificatam à uisu, siue uisio sit uno uisu, siue utroq;, & siue uisum sit super axem, siue extra axẽ. Quare uerò uisum multùm obliquum sit dubitabilis formę, licet remotio eius sit mediocris, & licet magnitudo sit comprehensa, secundum quod est: & quare uisum faciale sit manifestius obliquo, hæc est: quia forma uisi multùm obliqui instituitur in superficie uisus cõgregata propter suam obliquationem. Quoniam cum uisus fuerit multùm obliquus, tunc angulus, quem subtendit uisum super centrum uisus, erit paruus, & pars uisus, in qua instituitur forma illius uisi, erit minor multò parte, in qua instituitur forma illius, si fuerit faciale uisui, & partes eius paruæ sustentantur apud ui sum angulis insensibilibus, propter maximã obliquationem. Pars enim parua cum multùm fuerit obliqua: tunc duæ lineæ exeuntes à centro uisus ad extrema illius partis, fient quasi una linea. Quapropter sentiens non comprehendit angulum contentum inter eas, neque partem, quam distinguit ex superficie uisus. Et uisum multùm obliquum erit dubitabile, quia forma eius, quæ infigitur in uisu, erit congregata maxima congregatione, & partes eius paruæ erunt insensibiles, & ideo forma eius erit dubitabilis. Et ideo si in huiusmodi uiso fuerint subtiles intentiones, non comprehendentur à uisu propter latentiam suarum partium paruarum, & propter congregationem formæ. Visum autem faciale est è contrario. Nam forma eius, quæ instituitur in uisu, erit ordinata secundum quod est in superficie uisi, & partes eius paruæ, quæ possunt comprehendi à uisu, erunt manifestæ & ordinatæ in superficie uisus secundum suam ordinationem in superficie uisi: & tunc forma erit manifesta, & non dubitabilis. Et uniuersaliter intentiones subtiles, & partes subtiles, & ordinatio partium uisi non comprehenduntur à uisu uera comprehensione, nisi cum forma imprimitur in superficie membri sentientis, & instituitur quælibet pars eius in parte sensibili superficiei membri sentientis. Et cum uisum fuerit multùm obliquum: tunc forma eius non imprimetur in uisu, neque formæ aliquarum partium paruarum infigentur in parte sensibili uisus. Hoc enim non fit, nisi quando uisum fuerit faciale, aut quando obliquatio eius fuerit parua, & fuerit remotio eius simul ex remotionibus mediocribus, in respectu remotionum, quæ sunt in illo uiso. Comprehensio uerò magnitudinis uisi obliqui multùm, secundum quod est, cum fuerit in remotione mediocri, licet obliquatio eius sit maxima: non est ex ipsa forma uisi, quæ instituitur in uisu, tantùm, sed ex ratione extra formam, scilicet ex hoc, quòd comprehendens comprehendit diuersitatem duarum remotionum extremorum eius, cum hoc, quòd comprehendit mensuram formæ. Et cum uisus comprehenderit diuersitatem remotionis duorum extremorum uisi multùm obliqui, & comprehenderit differentiam maximam inter eas: statim uirtus distinctiua imaginabitur positionem illius uisi, & comprehendet mensuram eius secundum diuersitatem remotionum duorum extremorum eius: & secundum mensuram partis, in qua instituitur forma: & secundum mensuram anguli, quem subtendit illa pars apud centrũ uisus, non solummodò ex ipsa forma. Et cũ uirtus distinctiua cõprehenderit diuersitatẽ duorũ extremorũ uisi multũ obliqui, & cõprehẽderit obliquationẽ eius: statim percipiet congregationẽ formę. Cõprehendit ergo mensurã eius, cũ senserit quantitatẽ obliquationis eius non secundum mensurã formæ, sed secundũ positionẽ eius. Et partes paruæ & subtiles intentiones, quæ sunt in uiso, non possunt comprehendi ratione, si uisus non senserit illas partes, aut illas intentiones. Latentia igitur formæ uisi accidit ex congregatione formæ eius in uisu, & ex latẽtia partiũ eius paruarũ. Et apparẽtia formæ uisi cũ fuerit in remotione mediocri, est propter impresiionẽ formę in uisu, secũdũ qđ est, & propter hoc, quòd sentit uisus partes eius paruas. Quare igitur forma uisi maximè obliqui sit dubitabilis, forma aũt uisi facialis sit manifesta, declaratum est. His aũt declaratis, incipiẽdũ est à sermõe de deceptiõe uisus, & declarãdę caussę & species earũ.

DE CAVSSIS, QVIBVS VISVI ACCIDIT DEceptio. Cap. III.

18. Ad uisionem perficiendam octo necessaria sunt: quorum quodlibet ad uitandum allucinationes, uisibili symmetrum esse oportet. 1.2.13.14.15.16.19.56 p 3.1 p 4. Vide 36 n 1.

DEclaratum est in libro primo [36 n] quòd ad hoc, ut formas corporis uisi directè uisus comprehendat; necessaria est quorundam aggregatio, quæ sunt Longitudo: Oppositio: Lux non multùm debilis: Soliditas corporis: Magnitudo eiusdem: Raritas intermedij aeris: si enim adfuerit alicuius horum defectus, non erit uisus. Planum est etiam ex libro secundo [12. 13. 20 n] quòd nihil potest uisus comprehendere ex corporibus, nisi in tempore. Tēpus igitur est unum eorum, quæ necessaria sunt ad hoc, ut fiat uisus. Similiter infirmitas oculi impedit uisum: quare sanitas erit unum necessariorum. Amplius iam explanatum est in parte præcedente [15. 17 n] quòd corpus multùm elongatum ab axe, occultatur uisui: & si multùm tunc fuerit declinatum, non plenè comprehendetur. Necessarius ergo est situs ad complementum uisus, cum non plena fiat comprehensio, nisi in situ determinato. Sunt ergo octo necessaria ad operationem uisus, Longitudo: Situs: Lux: Magnitudo corporis: Soliditas: Raritas aeris: Tēpus: Sanitas uisus. Et quodlibet istorum latitudinem habet proportionatam ad rem uisam. Verbi gratia, corpus aliquod ab aliqua distantia plenè comprehenditur, ab alia non plenè: & inter illas distantias est latitudo magna, in qua fit plena comprehensio illius corporis, quæ est latitudo longitudinis, respectu tanti corporis, & secundum quod maius fuerit corpus, maior erit latitudo distantiæ eius. Pari modo cùm magna fuerit corporis alicuius declinatio: non comprehendentur notæ, uel particulæ, quæ sunt in eo: si autē in eadem declinatione uideatur corpus, in quo maioris quantitatis notæ, uel partes minus minutę fuerint: comprehendentur: in minore autem declinatione corporis primi, uidebuntur eius minutiæ: & est inter has declinationes latitudo. Similiter corpus paruum circa axem situm uidetur: multùm elongatum, occultatur: & in eadem elongatione corpus maius uidebitur. Palàm ergo, quòd situs habet latitudinem proportionatam ad corporis magnitudinem & minutias eius. Lucem planum est habere latitudinem: fortitudo enim lucis cum magna fuerit, obfuscat apparentiam corporis: & similiter etiam eiusdem debilitas: sed erit corporum apparentia in lucibus intermedijs. Præterea in luce aliqua quædā partes corporis cōprehenduntur, & in eadē luce aliæ minutissimæ absconduntur, quæ in luce maiore uiderētur. Est ergo latitudo lucis proportionata ad magnitudinē corporis. Magnitudo corporis habet latitudinē: Si enim partes rei uisæ nō fuerint proportionales totali: occultabūtur uisui: si uerò fuerint ꝓportionales, & corpus totale fuerit modicū, adhuc abscondentur. Vnde in auibus & animalibus minutis particulas aliquas nō percipimus, licet sint proportionales eis: Si aūt magnū fuerit corpus uisum, & partes eius ꝓportionales: nō latebūt usqueadeò. Est igitur latitudo magnitudinis rei uisæ proportionata ad totale corpus, cuius pars fuerit. Soliditas aūt habet latitudinē ꝓportionatā ad rem uisam. Si enim in corpore aliquo color acutus fuerit: licet paucæ soliditatis: uideri poterit, quòd eadē soliditate manēte nō accideret, si color esset obtusus. Raritas aeris habet latitudinē. Si enim uisui & scripturæ interponatur aer parū solidus, ut flāma uel fumus, scriptura nō discernetur, pergamenū tamē uidebitur: & sic in huiusmodi alijs. Est ergo proportionata hæc latitudo secūdū uisa. Tempus habet latitudinē. Si quis enim per foramen inspiciat corpus, quod statim transeat, non percipietur. Similiter motus trochi (quia uelocissimus) in tempore multùm paruo non attenditur. Similiter accidit in motu multùm paruo. Sanitas habet latitudinem. In quadam enim infirmitate minutiæ corporis uisi absconduntur, in minore percipiuntur. Et generaliter quilibet situs, in quo non uerificatur forma rei uisæ, sicut est in ueritate, est situs egressus à temperantia ad rem uisam illam proportionata. Egreditur autem situs rei uisæ à temperamento in longitudine: uel propter maximum longitudinis excrementum: uel maximam eius diminutionem. In situ fit egressio à temperantia per maximam ab axe elongationem: per situs corporis respectu duorum uisuum diuersitatem: per maximam eius declinationem. In luce egressum à temperantia efficit fortitudo maxima eius, uel debilitas nimia. In magnitudine diminutio quantitatis rei uisæ. In soliditate raritatis intensio. In aere nimia eius spissitudo. In tempore minima eius duratio. In sanitate debilitas uisus maxima, uel eius immutatio secundum ægritudinem. Habet autem temperamentum latitudinem, quæ sic patebit. Viso aliquo corpore, & paululum à uisu elongato uel adducto: dum uidetur distans à ueritate insensibili proportione, adhuc est de temperamento: & ita donec proportionalis sit, & sensibilis apparentiæ mutatio. Mensuratur etiam temperamenti latitudo in quolibet istorum secundum proportionem eius ad alia septē: & secundum colorem & partium corporis paruitatem. Igitur latitudo temperamenti longitudinis attenditur, & secundum colorem & secundum minutias, quæ in corpore fuerint, & secundum lucem, & sex alia, quæ dicta sunt. Secundum coloris uarietatem: quoniam corpus fortis & acuti coloris, à maiore longitudine percipitur, quàm obscuri & debilis. Vnde latitudo temperamenti longitudinis maior, est proportionata magis ad colorem fortem, quâm ad debilem. Similiter si fuerint in corpore uiso notæ notabiles, à maiore longitudine comprehendentur, quàm si multùm paruæ. Vnde maior longitudinis temperantia, respectu partium corporis notabilium, quàm respectu minutarum. Pari modo maius est temperamētum longitudinis ad rectam corporis oppositionem pro-

nem proportionatum, quàm ad eius declinationem. Similiter erit maius secundum propinquitatem corporis ab axe, quàm elongationem. Eodem modo maior est temperamenti longitudinis latitudo in forti luce, quàm in debili. Et maior, si corpus uisum fuerit magnum, quàm si paruum. Similiter corpus multùm solidum à maiore longitudine percipitur, quàm minus solidum. Vnde soliditati corporis proportionatur longitudinis temperamentum. Ad qualitatem aeris proportionatur temperamentum longitudinis: quoniam spissitudo aeris ab aliqua longitudine corpora uisui abscondit, quæ ab eadem, uel à maiore longitudine, claritas exponit. Temporis quantitati proportionatur temperamentum longitudinis. Quoniam in tempore aliquo motus corporis percipitur ab aliqua longitudine, & à maiore percipietur in maiore tempore. Pari modo in aliquo statu sanitatis uisus, in maiore longitudine uidebitur corpus, quàm in minore. Similiter mensuratur temperamentum situs, secundum proportionem factam ad longitudinem, ad colorem, ad minutias corporis, ad lucem, & ad alia, quæ enumerauimus. Et tu considera, & singulis adapta, & uidere poteris facile: & eodem modo proportionabis temperamentum cuiuslibet istorum ad omnia alia, & uidebis, quod dictum est per singula. Quando ergo singula eorum, quæ enumerata sunt, fuerint in latitudine temperamenti sui: apparebit ueritas formæ rei uisæ, sicut est in re: quando autem non apparet forma, sicut est in ueritate, egressum est uel aliquod prædictorum à temperamento, aut plura eorum. Igitur caussa, quare erret uisus in comprehensione formarum, nõ est, nisi egressus alicuius prædictorum à temperamento, aut plurium. Et hæc dicenda in hac erant parte.

DE DISTINGVENDIS ERRORIBVS VISVS. Cap. IIII.

19. In uisione erratur aut solo uisu: aut anticipata notione: aut syllogismo.

PLanum est ex libro secundo [10 n] quòd comprehensio rerum fit per sensum, scientiam, syllogismum. Cum autem accidit error in his, quorum fit comprehensio per solum sensum: scimus quòd est error sensus tantùm. Cum uerò in ijs, quæ per scientiam comprehendit, quis errauerit: in scientia tantùm erit error. Si uerò in his, quæ per syllogismum comprehenduntur, erret quis: erit error in syllogismo tantùm. Sensus acquirit lucem & colorem tantùm, sicut dictum est [17 n 2.] Scientia uero prætendit ea, quæ prius sunt uisa & in uisu habita, ut lux solis cognoscitur, quòd plurimùm uisa sit, & inter lucem solis & lunæ discernitur: & licet, fiat comprehensio lucis per sensum tantùm: tamen per scientiam accidit distinctio lucis. Similiter accidit per scientiam notitia figurarum, ut trianguli, quadrati, circuli, & aliarum similium. Similiter notitia asperitatis, læuitatis, umbræ, decoris, & similium. Per syllogismum fit comprehensio eorum, quæ suprà explanauimus, licet ea non plurimùm nouerit sensus. Omnis autem comprehensio rerum continetur sub aliquo horum trium modorum: & cum error accidit in comprehensione formarum, non accidit, nisi in aliquo istorum. Accidit error sensui, si corpus, in quo sit multa colorum particularium diuersitas, occurrat uisui sub luce multùm debili, ut uestis aliqua diuersis coloribus & minutis picturata, apparebit unius coloris. Et erit error in sensu propter lucem à temperamento suo egressam, cæteris à temperantia non egresis. In scientia error accidit, cum in magna longitudine uidetur aliquando homo notus, æstimatur esse alius, similiter cognitus: unde ab aliqua longitudine uidens fratrem, putat se uidere patrem, uel aliquem in hunc modum. Et est error in scientia, propter egressum solius longitudinis à temperamento. In syllogismo accidit error, ut quando motis nubibus, æstimatur esse lunæ motus. Et accidit error iste ex intemperata longitudine. Quoniam quando uisi longitudinis est temperantia, non euenit ita: ut baculum fundo aquæ infixum, & aquam supereminentem, in motu etiam immotum uidemus, & motum transeuntis aquæ percipimus. Accidit autem error prædictus in motu lunæ, cum nubes fuerint multæ & continuæ. Et caussa eius est: quoniam sicut patuit superius, [49 n 2] non comprehenditur motus, nisi per accessum alicuius ad aliquid, uel recessum consideratum. Cum ergo paucitas fuerit nubium: possumus discernere motus earum propter uniuscuiusq; ad stellam aliquam accessum apparentem, aut recessum: cum uerò cœlum nubibus fuerit coopertum, propter continuitatem earum non discernimus motum, ueruntamen lunam modò in una parte uidemus, modò in alia: unde ipsam motu celerrimo moueri concludimus. Eodem modo erit error per situm à temperamento egressum, & per unumquodque octo suprà dictorum in comprehensione per sensum, per scientiam, & per syllogismum.

DE QVALITATIBVS DECEPTIONVM VISVS, QVAE fiunt solo sensu. Cap. V.

20. Erratur solo uisu in luce & colore, propter singulorum uisionem perficientium asymmetriam. 156 p 4.

EX prædictis palàm, quòd non fit comprehensio per sensum, nisi lucis & coloris tantùm. Non ergo error accidit sensui, nisi in luce & colore tãtùm. Nec accidit per lucem aut colorem, nisi propter intemperatam debilitatẽ eius aut fortitudinem: uel propter colorum minutorũ &

debilium diuersitatem. Et hæc colorum diuersitas in luce debili uenit ad oculum, tanquam aliquid obscurum aut tenebrosum: & etiam in luce forti, quando substantia colorum fuerit ualde parua. Longitudo inducit errorem sensus, cum temperata fuerit elongatio corporis à uisu, & fuerint in corpore partes minutę in coloribus diuersę, ad quas prop ortionata partiũ elongatio fit intempera ta: apparebit enim corpus illud unius coloris tantùm: quoniam extra temperantiam est longitudo, respectu particularium, licet omnia alia conueniant in temperantia. Et est error iste sensualis, cum sensus sit comprehensiuus coloris. Situs sensum errare facit, cum maxima fuerit corporis uisi declinatio: occultabuntur uisui minutæ eius particulæ. Et si in partibus minutis fuerit colorum diuersitas: apparebit in totali corpore colorum unitas. Et accidit error propter sitũ tantùm. Quia opposito corpore uisui, in situ recto, alijs (sicut sunt) immotis, percipientur etiam partes corporis & coloris, cum solus situs egressus sit à temperamento. Idem error accidit ex situs intemperantia, cum elongatio partium minutarum ab axe fuerit magna. Lux multùm debilis errorem facit, abscondit enim uisui particulas corporis, & prætendit unitatẽ tenebrosi coloris: & si lux ad temperantiam reduceretur: diuersitas colorum aut diminutio partium non occultaretur: quoniam lux sola extra temperantiam est sita. Magnitudo errorem inuehit. Cum enim partes corporis minutissimæ dissimiles fuerint in totali colore: latebunt uisum partes illæ propter suam paruitatem, & similiter eorum colores: & apparebit color unicus in corpore, magnitudine sola extra temperantiam sita: quod nõ appareret, si paruitas partiũ extra tẽperamentũ non exiret. Soliditas caussa est erroris sensualis, si remissa fuerit soliditas, ut in crystallo: unde cum ei supponitur corpus coloratum, uidetur crystallus colore illo affecta, propter soliditatis paruitatem à temperamento egressam: quod non accideret, si crystallus magis solida esset. Ex raritate aeris procedit error sensualis: cum intercidit inter uisum & corpus oppositum, flamma, licet fortis coloris sit corpus uisum: uidebitur tenebrosum. Et sola raritas aeris egressa est temperamentum. Tempus est caussa erroris: quoniam si subitò super corpus diuersorum colorum fiat uisus directio: apparebit color singularis, donec prolongetur inspectionis duratio: luce dico, sub qua comprehenditur corpus, non forti. In luce enim debili non statim immutatur uisus secundum quemlibet colorum particularium: quod accideret in luce forti. Visus aliquando errorem prætendit: Luce enim forti in uisum cadente: læditur uisus, & statim ad colorem alicuius corporis conuersus, ipsum tenebrosum recipit, donec paulu lum steterit, & læsio recesserit. Pari modo cum aderit oculi infirmitas: occultabitur uisui colorum ueritas. Vnde error est ex sola uisus qualitate à temperamento recedente. Patet ergo, quòd accidant errores uisui secundum quodlibet prædictorum consideratì. Et accidunt in sensu tantùm: cum ex solo sensu fiat comprehensio colorum.

DE QVALITATIBVS DECEPTIONVM VISVS, QVAE fiunt in scientia & cognitione. Cap. VI.

21. Erratur anticipata notione: cum forma anticipata, obiecto uisibili perperam assimilatur, propter singulorum uisionem perficientium asymmetriam. 155 p 4.

Dictum est in secundo libro, [14. 67 n] quòd non nisi per scientiam fit definitionis rei acquisitio. Peruenit enim definitio ex similitudine uel dissimilitudine alicuius rei cũ alia, in communi forma. Et proprium est scientiæ communicare rem uisui præsentem cum re prius uisa in forma recepta: & ex hac communicatione acquiritur definitio rei cuiuscunque. Diuersificatur autem scientia in scientiam ideæ uniuersalis, aut singularis, aut utriusque. Et omnis error scientiæ erit error in aliquo istorum, aut in utroque. Cum ergo res aliqua, aut alia, aut alterius speciei apparet, quàm sit in rei ueritate: erit error in definitionis assignatione. Nec accidit error iste, nisi aliquod prædictorum fuerit extra temperamentum. Error scientiæ in longitudine erit: si à longitudine magna uideatur homo notus: apparebit forsitan esse alius uidenti notus. Vnde aliquando uidens Petrum, uisum dicit esse Martinum, cum constet utrumq; ei esse notum. In forma communi erit error: si quis ab aliqua longitudine uideat equum, & putet se uidere asinum. In utraque formarum, scilicet singularis & cõmunis, est error: ut si quis à longitudine maxima uideat equum sibi notum, & æstimet se uidere asinum sibi cognitum. Pari modo accidit error in arboribus triplex: in indiuiduis: in communibus formis: in utrisque. Vnde aliquando una amygdalus æstimatur alia: aliquando à longitudine magna pyrus æstimatur amygdalus: aliquando pyrus Petri, creditur amygdalus Martini. Eadem triplicitas erroris ex longitudine accidit plurimum in uestibus, lapidibus, & alijs. Aliquando uidetur res ignota, & contingit error in scientia: sicut si aliquis uiderit ignem longè remotum in aere, æstimat forsitan se stellam uidere. Planum autem, quemlibet errorem prædictum cadere in scientiam, cum in eo fiat assignatio definitionis rei uisæ, quæ non est in ea, in ueritate. Palàm etiam, quòd accidit error præfatus ex longitudine extra temperamentum exeunte. Ea enim ad temperamentum reducta, alijs erroris caussis (sicut sunt,) manentibus, non accidit error in scientia prædictus. Situs errorem infert scientiæ, cum corpus aliquod multùm fuerit elongatũ ab axe: non erit certa formæ cõprehensio. Vnde aliquando in hoc situ Petrus æstimabitur Martinus, aliquãdo equus æstimabitur esse asinus. Et in hac incertitudine forsan eligetur ueritas, forsan falsitas. Cum enim in hoc statu incertum sit iudiciũ: casualis electio erit. Accidit au-

cidit autem error ex intemperamento situs: quoniam ipso ad tẽperantiam reducto, non errabit iudicium ex scientia sumptum. Pari modo in magna corporis declinatione non uerificantur particulæ minutæ. Vnde accidit in hoc situ error figuræ, coloris, magnitudinis. Forsan enim quadratum uidetur circulare: & ita error in quantitate & colore. Egresio lucis à temperamẽto errorẽ inducit scientiæ. Debilitas enim lucis nimia errorem infert formę. Vnde accidit error in crepusculis, in animalibus, uestib. arboribus, scilicet triplex, uel in indiuiduo, uel in specie, uel in utroq;: quod non accideret in temperata luce. Amplius si fuerit egresio lucis à temperamento proportionato uiso, opposito uisui: accidet error prædictus, licet non sit intemperata in se lux: sicut euenit in quadam aue arabicè aluerach dicta: non enim uideri poteſt, nisi de nocte: egreditur enim lux à temperamẽto, respectu illius: percipitur aũt de nocte, sicut ignis: de die uerò cũ nõ plenè discernatur, forsan papilio (cui est similis) putabitur. Et accidit error in definitione rei ex intemperata luce. Quantitas extra temperantiam sita errare facit scientiam. Vnde aliquando formica præ sui paruitate æstimatur musca tritico innata: & aliquando eadẽ de caussa sinapis granũ reputatur nasturtium. Soliditas à tẽperamento egressa errorẽ efficit, ut cũ crystallo cõtinuatur corpus rubeum, alia crystalli facie uisui opposita: æstimabit uidens colorẽ crystalli, esse rubedinẽ: unde error est scientiæ, quia in coloris definitione. Raritas aeris nimis diminuta, erroris est caussa: unde in eius spissitudine fit error in rei definitione. Similiter si oculo & corpori uiso interponatur corpus, cuius raritas extra temperantiam est, respectu aeris tẽperatæ raritatis, sicut est uitrum: æstimabitur color corporis oppositi mixtus ex colore proprio & colore uitri. Et ita est error in coloris definitiõe. Pari modo si anteponatur oculo pãnus multũ rarus, & post illũ uideatur corpus: apparebit color corporis mixtus. Sed oritur quæstio, quomodo post pãni oppositionẽ appareat coloris corporis mixtura, cũ partiales corporis colores accedãt ad oculũ non nisi per pãni foramina: & ex pãno nõ accedat ad oculũ color, nisi ex filis eius, per quę non transeunt colores corporis. Et huius rei ueritas est. Quòd licet partiales corporis colores sigillatim ueniant, & in sua loca cadãt, nec commisceantur filorum coloribus, sed filorum colores sint ab eis separati intra uisum & extra, nec sit ibi aliqua confusio: tñ quia ualde propinqua sunt puncta, in quæ incidunt color corporis superficialis & color fili (cum non sit distantia sensibilis inter ea) uidentur quasi punctum: unde colores ibi apparent unus ex eis mixtus. Si uerò magna fuerint panni foramina, discernetur & panni & coloris corporis ueritas sine mixtura. Et quantò compressior fuerit foraminum strictura, tantò uerior apparebit mixtura. Vnde uiso corpore post pannum lanæ, uidebitur mixtura colorum plurimùm consonans colori filorum. Foramina enim panni lanei in se sunt stricta, & quoniam pilis teguntur, efficiuntur strictiora. Similiter cum aliquis ioculator facit imagines ligneas moueri, umbræ earum inspicienti per pannum, (sicut solet fieri) lineum subtilem, apparebunt aues, aut animalia formis imaginum consona. Nec accidit error iste in definitionis assignatione, nisi ex raritatis aeris diminutione. Temporis distantia extra temperamentum erroris scientiæ est caussa. Si quis enim per foramen inspiciat corpus transiens ueloci motu, non plenè acquirit formam corporis. Vnde accidit error in indiuiduo, in specie, in utroque, ut in equis, hominibus & arboribus. Similiter etiã accidit sine foramine, ut si quis subitò aliquid uideat, quod statim à uisu recedat, errabit in comprehensione illius formæ: unde forsan erit error in specie, in indiuiduo, uel in utroque. Et erit error iste ex solo tempore. Visus solus errorem facit: si lux solis fortiter descendat super colorem uiridem fortem, uel intensam rubedinem, adhibito uisu læditur: & cum aliquid deinde inspexerit: aliud ei, quàm sit in ueritate, apparebit, aut alterius coloris, propter præsentiam læsionis. Et modo simili accidunt errores plurimi. Pari modo in oculorum ægritudine aliquando equus apparet asinus. Et accidit error triplex prædictus & in pluribus. Et planũ est, errorẽ esse in scientia, ex sola immoderatione uisus. Plani ergo sunt errores, qui in uisu scientię accidunt secundum singulas erroris uisus caussas.

DE QVALITATIBVS DECEPTIONVM VISVS, QVAE ACcidunt in syllogismo & ratione. Cap. VII.

22. Erratur syllogismo propter singulorum uisionem perficientium asymmetriam.

PLurima eorum, quorum in uisu fit comprehensio, acquiruntur ex syllogismo, sicut patuit ex præcedente libro: & præcessit explanatio eorum, quorum per syllogismum fit comprehensio: & quòd ex eis occurrat sensui compositio in singulis formis. Cum ergo acciderit error in aliquo illorum: erit error in comprehensione facta per syllogismum. Bipertita est autem partitio erroris in syllogismo: aut enim erit in propositionibus: aut in earum congregatione. In propositionibus triplex: aut enim falsa loco ueræ sumitur: aut particularis loco uniuersalis: aut in comparatione propositionum erratur. Verbi gratia. Si fuerint in re uisa partes, quæ appareant, & partes, quæ lateant, quæ tamen comprehensibiles sint uisui: Si in illam figatur uisus intentio, cum uidentem partes illæ præcedant: ex eis tantùm, quæ in re uisa acquirit, concludit. Cum etiam conclusiones aliquas, quas rei illi accidentes considerat: æstimat eas accidere ei ex partibus eius apparentibus: quoniam non nisi eas computat. Cum uerò intuitus diligentiam in re uisa figit, partes prius latentes percipit, & errorem cognoscit. Enumerabo igitur errores eorum, quæ comprehendit uisus per syllogismum, quæ numero sunt uiginti duo, ut sic pateant errores in syllogismo.

Et hæc erit enumeratio ſecundum unamquamque octo cauſſarum prius dictarum,& primò ſecundum longitudinem.

23. Diſtantia immoderata creat errores in ſingulis uiſibilibus ſpeciebus. In remotione. 16 p 4.

DIco ergo, quòd longitudo egreſſa à temperamento errare facit uidentem in longitudine: ſicut accidit, cum quis arbores ualde remotas inſpexerit, licet plurimùm diſtent inter ſe, uidebuntur tamen quaſi coniunctæ, aut ſaltem æſtimabuntur ſibi propinquæ. Ob eandem cauſſam euenit, ut ſtellæ aliquando reputentur quaſi coniunctæ, licet plurimùm diſtent in ueritate. Ob hoc ſtellæ erraticæ æſtimantur ab hominib. in eadem ſuperficie cum fixis, licet plurimùm elongatę ſint ab eis. Eſt ergo error in longitudine propter egreſſum longitudinis à temperantia. Et eſt error iſte in ſyllogiſmo, cum longitudinis tantùm per ſyllogiſmum fiat comprehenſio.

24. In ſitu. 44. 59. 61. 62. 97 p 4.

LOngitudo extra temperantiam, ſitus errorem inducit: quoniam à tali longitudine corpus declinatum apparebit rectum: & ob hoc corpus quadratũ in hac lõgitudine declinatũ, uidebitur oblongum. Eodẽ modo oblõga apparebit circularis forma in hac longitudine declinata. Nec accidit error iſte, niſi ex declinationis occultatione, quę latet in tanta lõgitudine. Si enim appareret declinatio, nõ eſſet aſsignare, quare occultaretur ueritas corporalis formę. Eſt igitur error in ſolo ſitu ex lõgitudinis immoderatione. Et quare ignoretur ſitus, eſt hęc ratio. Exceſſus unius radiorũ in latus quadrati cadentium ſuper longitudinem alterius, nõ eſt proportionalis, reſpectu totalis remotionis corporis à uiſu: proportione dico ſenſibili: unde propter inſenſibilitatẽ exceſſus nõ ęſtimatur maior aliquo aliquis radius. Reputatur uerò oblõga quadrati forma, quia unũ eius latus nõ declinatũ, reſpectu uiſus, cadit in partem oculi, & in minorem incidit forma lateris declinati, quoniã ſub minore angulo. Et erit huiuſmodi minoritatis perceptio, ſecundum quod fuerit quadrati declinatio. Et quoniã non attenditur declinatio, æſtimabitur unũ latus maius alio: quoniã ſub maiore angulo. Proinde forma apparebit oblonga. Pari ratione in circulari forma, una diameter maior apparet alia: unde reputatur oblõga. Et eſt error iſte ex intẽperantia longitudinis: quod nõ accideret, ſi tẽperata eſſet. Si uerò lõgitudo, licet intẽperata, non fuerit multũ magna, ſed ualida ſit illius corporis declinatio: perpendet fortaſſe uidens declinationem, ſed non declinationis ueritatẽ: imò minorem æſtimabit quàm ſit, & conferet declinationẽ lateris cum angulo, ſub quo cõprehenditur: unde minor apparebit quantitas talis quã ſit: unde & ſic reputabitur quadrati forma oblõga, ſed minus quàm prius.

25. In ſoliditate & figura. 98. 97. 95. 50. 65 p 4.

SVperfluitas longitudinis errorem generat corporeitatis. Corporeitas aũt eſt ex diſpoſitione ſpeciei, & cõprehenditur notitia corporeitatis ex notitia huiuſmodi diſpoſitionis. Cum ergo error accidit in corporeitate, erit in ſpeciei uel ſpecierum diſpoſitione: uelut ſi ſpecies corporis incuruata ex aliqua lõgitudine uideatur plana, aut plana æſtimetur curua. Et hęc apparentia erit in figura. Eſt igitur figura ſpecierũ corporis diſpoſitio. Recipit etiã ſitũ ſpecierũ diſpoſitio: unde corporeitas includitur ſub figura & ſitu: unde errorem corporeitatis gerit in ſe error ſitus & figuræ. Accidit aũt error figuræ abſque ſitus errore ex longitudinis immoderatione. Verbi gratia, figura multorum laterum ęqualium, directè oppoſita uiſui in longitudine intemperata, circularis apparet: nõ ob aliud quidẽ, niſi quia anguli figuræ ſunt imperceptibiles uiſui. Longitudo enim illa abſcondit uiſui etiam proportionalia toti, quamuis nõ totum. Eodem erroris tenore ab hac longitudine linea curua æſtimatur recta. Non enim perceptibilis eſt maioritas acceſſus unius lineæ partis incuruatæ ad uiſum, ſuper partis eiuſdem remotioris acceſſum: quia occultatur incuruatio partiũ, licet error non accidit in ſitu lineę illius. Similiter uiſa ſphæra ab hac longitudine æſtimabitur ſpecies plana. Quoniam propinquitas tumoris eius imperceptibiliter propinquitatẽ extremitatũ ab hac longitudine excedit: unde ęſtimatur æqualis partium propinquitas: unde ſpeciei planitudo. Inde eſt, quòd ſol & luna ſuperficiales uidentibus reputantur: quę erronea excluderetur figuræ reputatio, ſi temperata eſſet longitudo.

26. In magnitudine. 28 p 4.

IN magnitudine corporis erit error ex intemperata lõgitudine: quoniã uidebitur multò minus, quàm ſit in ueritate. Et huius rei ratio eſt. Quoniã, ut diximus, longitudo intẽperata eſt, quæ partes proportionales toti proportione etiam ſenſibili abſcondit uiſui. Et cum fuerit occultatio partium ſenſui perceptibilium: anguli, in quos cadunt, non ſentientur, licet totali angulo proportionales ſint. Vnde cum diſcurrit axis rem uiſam, abſconduntur ei lineæ multę ex ea, & partes multæ. Vnde minor efficitur totalis apparentia. Amplius magnitudo partis alicuius corporis non conſideratur, niſi ſecundum magnitudinem anguli, in quẽ cadit: & magnitudo anguli attenditur ſecundũ partem in uiſu ſectam: & partis ſectę quantitas æſtimatur ſecundũ duo puncta illius partis terminalia: & puncta illa ſenſibilia ſunt, & parti ſectæ proportionalia. Quoniã à lõgitudine tanta æſtimatur res uiſa ſecundũ fines toti uiſo proportionales: aliter enim non eſſent fines illi ſenſibiles: & fines partis ſectę directè opponuntur finib. partis uiſę proportionalib. Puncta ergo illa partis ſectæ terminalia abſcondunt ex re uiſa partes ſenſibiles. Cum ergo incedit axis ſuper ſingulas rei partes: ex ſingulis partib. abſconduntur partes ſenſibiles: & ita minor apparet tota rei quantitas. Cum aũt uidetur corpus à tẽperata longitudine, puncta terminalia partis ſectę ualde ſunt parua, & quaſi inſenſibilia ad ipſam

ipſam collata. Fines enim rebus uiſis inſenſibiles eligit in longitudine tẽperata exiſtimatio uidentis: unde non abſconduntur partes toti proportionales. Quarè corpus nõ apparet minus, quàm habeat ueritas eius. Amplius, ſicut dictũ eſt in ſuperioribus, [38 n 2] magnitudo nõ acquiritur in corpore, niſi ex lõgitudinis & anguli collatione: & iã dictũ eſt, quòd ex immoderata lõgitudine apparet minor angulus: quia minor eſt in ueritate. Sed remotionis nõ fit diſcretio. Iã enim ſuprà patuit [39 n 2] quòd remotio moderata cõprehenditur per corpora interpoſita: immoderata uerò minimè. Cũ ergo remotio rei uiſæ ſit ignota: fiet fortaſsis collatio ipſius ad longitudinẽ notã, & æſtimabit eã minorem. Quare putabitur minor & in angulo minoritas, & in longitudine, quã ſit in ueritate: unde error in corporis quãtitate. Et quãtò augmẽtabitur longitudo, tantò inualeſcet error. Et adeò poterit augmentari lõgitudo, ut æſtimetur quãtitas corporis quaſi punctualis. Et ſi ultrà creuerit lõgitudo, occultabitur uiſui corpus illud. Simili modo accidit corporis occultatio in lõgitudine tẽperata, nõ ex ipſa remotione, ſed ex coloris corporis debilitate. Et patet occultationem fieri ex debili colore. Quoniã ſi loco huius corporis in eadem longitudine ſtatuatur corpus eiuſdẽ quantitatis, in quo ſit fortitudo coloris, nõ latebit uiſum, ſicut corpus, in quo fuerat coloris debilitas. Quare aliquãdo occultat corpus uiſui, non elongatio, nõ diminuta quãtitas, ſed ſola coloris debilitas. Amplius, aliquãdo euenit corporis occultatio ex coloris eius ſimilitudine, cũ interpoſitorum ipſi & uiſui corporũ colore: & hoc in tẽperata longitudine. Vnde corpus albũ à longè poſitũ, effuſa niue ſuper ſuperficiem interiacẽtis terrę, non diſcernitur: niue uerò remota percipitur. Et palã, quòd erat occultatio ex hac colorũ identitate. Quoniã ſi loco illius corporis opponatur uiſui ab eadem remotione corpus ęquale alterius coloris, non occultabitur. Cũ igitur aliqua res oppoſita uiſui nõ pcipitur, poterit eſſe cauſa abſconſionis ſuperfluitas elõgationis, ad partem uiſus inſenſibilẽ formã dirigentis, uel quaſi punctualẽ. Quòd ſi in partẽ uiſus ſenſibilẽ forma inciderit: poterit iterũ prєterire uiſum, uel propter coloris remiſsionẽ, uel colorũ rei uiſę & corporũ interiacentiũ conformitatẽ. Amplius accidit error in rei uiſę quantitate, etiã in longitudine tẽperata. Quoniã corpore aliquo ſecundũ moderationẽ elongato & uiſo: occultabuntur uiſui partes eius minutę: quę quidẽ in minore elongatione apparent, licet fortaſsis non plenè: & paululũ amplius elongatæ iterum, minus plenè. Et minuetur cõprehẽſionis plenitudo, inualeſcente remotionis augmento: donec occurrat partiũ occultatio: licet nõ egrediatur tẽperantiam illa elongatio. Iterũ immoderata remotione pars aliqua plenè cõprehenditur, aliqua minimarum eius partium occultatur. Quoniã elongatio rei egreſſa eſt à temperamento proportionato ad partes illas, licet non reſpectu totius corporis, aut cõprehenſę partis. Et licet nota ſit homini hęc longitudo: tñ accidit error in cõprehenſione quãtitatis partium: & hoc propter angulũ, ſub quo pars cõprehenditur, cuius capacitas minor æſtimatur, q̃ habeat ueritas. Et cauſſa apparentiæ minoritatis eius, eſt ex punctis terminalib. ſectę partis, in uiſu partẽ occultantib. & anguli capacitatem conſtringentib. Igitur cũ immoderata fuerit rei uiſæ ab aliquo diſtantia: proueniet error in eius quantitate dupliciter: & ex anguli minoritate: & ex lõgitudinis incertitudine. In moderata uerò longitudine erit error in quantitate minutarũ partium ex errore anguli tantùm. Et hæ ſunt cauſſæ, quare corpus æſtimetur minus, quàm ſit in longitudine temperata. Immoderatio longitudinis aliquando errorem inducit maioritatis. Vnde in longitudine immoderata, minima ſcilicet, qñ corpus uiſum fuerit multùm uicinum uiſui, uidebitur corpus maioris quantitatis, quàm in longitudine temperata, uel quàm ſit reuera: & hoc duplici de cauſſa. Quoniã, ut dictũ eſt [38 n 2] intellectus longitudinem & angulum conſiderat, & inde quantitatem corporis ſyllogizat. Et in hac elongatione angulus pyramidis eſt ualde magnus: & elongatio corporis nõ æſtimatur, niſi à uiſus ſuperficie ad ſuperficiem corporis. Non enim poteſt cadere in uiſus æſtimationẽ lõgitudo, ad interiora uiſus penetrans à corpore uiſo: cũ pars eius interior radijs non ſubiaceat, nec menſurari à uiſu queat. Syllogizat igitur uiſus ex anguli capacitate & tota longitudine. Vera aũt remotio corporis attenditur ſecundum lineam à centro oculi ad corpus procedentem: cum reſpectu centri fiat conſideratio anguli. Et in temperata corporis diſtantia ſemidiameter oculi, qua uera corporis elongatio excedit apparentem, inſenſibilis eſt, reſpectu totalis diſtantiæ corporis. Vnde non facit errorem in longitudinis æſtimatione: ſed corpore circa oculum exiſtente, erit magnitudo ſemidiametri proportionalis diſtantiæ corporis proportione ſenſibili. Erit enim aliquando maior, aliquando ęqualis, aliquando minor, ſed proportione modica, uelut ſubdupla, uel huiuſmodi. Vnde in propinquitate rei uiſæ excrementum anguli pyramidalis, & ſenſibilis minoritas longitudinis æſtimatæ, reſpectu ueræ, inducunt apparentiam maioritatis in corpore.

27. In diuiſione, & continuatione & numero. 109 p 4.

IMmoderata extenſio remotionis errorẽ inuehit diſtinctionis. Pariete enim aliquo à lõgè uiſo, ſi in parte eius fuerit color tenebroſus: fiet uidenti fides, colorẽ illũ eſſe diſtinctionem partiũ: unde continuum ex hoc errore reputabitur diſcretum. Similiter ſi prope parietem illum creſcat altitudo herbarum, uidebitur forſan diſtinctio partium, inter quas fuerit pars occulta ab omni oppoſitione herbarum: Vnde non reputabitur paries aliquid continuum. Pari modo luce ſolis in parietem deſcendente non multùm forti: ſi corpus aliquod umbram iaciat, quæ umbra in parietem cadat: accidet error idem in partium, ſine intermedio, ſeparatione. Palàm ergo, quòd error diſtinctionis in ſyllogiſmo eſt ex immoderatione remotionis. Longitudo à moderatione egreſſa erroris continuitatis eſt cauſſa. Corpora enim à longè uiſa in colore ſimilia ſibi, propinqua credũtur cõtinua.

Hinc

Hinc accidit quòd tabulę parietis uel scamni apparent aliquádo cōtinuæ: licet abinuicē sint diuisæ, modica, dico, distinctione. Et accidet hoc etiā in intēperata remotione rei uisæ, scilicet immoderata, quantū ad comprehensionē remotionis distinctionis tam paruæ. Et ita ex hoc remotionis errore discretum creditur continuum. Et quoniam secundum considerationem continuitatis & discretionis attenditur numeri comprehensio: acciditerror in numero, cum in rebus discretis apparebit unitas, aut in re una prætendetur pluralitas.

28. In motu & quiete. 138 p 4.

EGressus remotionis à moderamine errorem efficit motus. Si quis ad partem, in qua lunā, aut solem, aut stellam aliquam uiderit, moueatur, cum plurimùm motus, lunam ante se uiderit elongatā, non minus, quàm in principio motus: concludit ipsam in eandem partem moueri, & ab eo recedere: & ob hoc elōgationes durare. Et accidit hoc, luna etiā ad partem contrariam properante. Et huius erroris ratio est: Quia notum est uidenti, quòd in his inferiorib. naturis, statutis duobus corporib. quorum unū moueatur in partem aliquā, si permanserit idētitas situs unius respectu alterius: necesse est aliud moueri in eandem partē, & motu æquali. Verū hoc nō oportet existimare in luna & stellis. Cum enim in his non percipiatur situs motus mouentis ad stellā motam: occultè ex propositionib. iamdudum animo notis infertur syllogisticè motio, & occultatur immutatio situs mouentis ad stellā. Quoniam uia, quā quis peragit motu suo, nō est proportionalis ipsius stellę magnitudini: multò magis igitur excessus postremę propinquitatis eius ad stellā super primam propinquitatē, nō est sensibilis respectu totalis remotionis. Idem error accidit in motu nubiū: creditur enim uelocissimus esse lunę motus, licet non sit, ut nos suprà [19 n] explanauimus. Euagatio remotionis à tēperamento, errorē infert quietis. Si quis à longè uisus motu non ueloci moueatur: putabitur quiescere: unde stellas errantes credimus immotas: licet insit eis motus uelocitas. Et est hęc quetis stellarum æstimatio. Quoniā uiæ, quas incedunt etiā in tēpore magno, nō sunt perceptibiles uisui à tanta remotione. Vnde durante situ earū, respectu uidentis, identitate æstimātur quiescere. Pari modo si corpus aliquod à lōgitudine moueatur super radios uisus: & accedat ad ipsum uisum, uel recedat ab eo: putabitur immotū, nisi motus eius fuerit ualde fortis. Et accidit iste error, quoniā, ut suprà [49 n 2] patuit, motus non cōprehenditur in corpore, nisi quia modò uidetur cū aliquo corpore, modò cum alio. Hic autem excluditur hæc perceptio: quoniam uia, quam incedit mouens super radios, imperceptibilis est à tanta longitudine.

29. In asperitate & lenitate. 141 p 4.

SVperflua longitudo errorē ingerit asperitatis. Vnde in capillis alicuius pictę imaginis à lōgitudine intēperata æstimatur asperitas, cū expressa fuerit pictura. Quia enim notum est asperitatem esse in ueris capillis: concludit eā animus illis similiter inesse propter expressionē formæ. Idem error accidit in uestib. depictis, & animalium pilis expressè depictorum. In his aūt omnib. nō est asperitas, sed immensa læuitas. Et licet à corporib. læuibus fiat reflexio lucis, nō ab asperis: tn̄ in pictura aliquando uidetur reflexio lucis, nec ob hoc excluditur opinio asperitatis. Quoniam opināti est certū aliquando in eodē corpore asperitatis & reflexionis fieri concursum, sicut accidit in capillis hominis nigerrimis & benè lotis: reflectitur enim lux in eis, licet asperis. Vnde ex hac similitudine accidit error in æstimatione asperitatis picturæ per immoderatā remotionē, ad corpus pictum proportionatum. Non enim poterit cōprehendi lęuitas in pictura, nisi cum multùm fuerit certa. Vnde distantia respectu aliarū rerū extra temperantiā, est ad acquisitionē læuitatis comparata. Ex euagata remotione accidit error in læuitate. Si enim à magna longitudine opponatur uisui corpus, in quo modica est asperitas, putabitur læue. Asperitas enim nō acquiritur in corpore, nisi ex diuersitate situs partiū inter se, uel luce eminētiū, uel umbra depressarū, sicut explanatū est superius [53 n 2:] & à tali longitudine non percipitur diuersitas situs partium eminentium super depressas, aut proiectio umbræ. Vnde iudicatur in eo læuitas.

30. In raritate & densitate. 144 p 4.

EX immoderatione elongationis oritur error raritatis. Cum enim circa oculū erigitur acus, aut aliquid subtile multùm: licet appareat uisui maius, quàm sit: tn̄ nihil occultat ei de opposito pariete, aut alio opposito corpore. Vnde cum fiat raritatis comprehensio in corpore, ex eo, quòd post ipsum possumus aliquid uidere: in acu erecta, aut in aliquo cōsimili, raritas æstimabitur, cum post ipsam totus paries uideatur. Quare aūt acus prope uisum sita maior appareat, patet ex superioribus. Quare autem in tanta propinquitate nihil abscondat uisui ex pariete opposito: est: quia remotio tam modica, respectu occultationis acus, immoderata est. Si enim paululū elongetur ab oculo acus illa: occultabitur pars parietis maior acu ipsa. Et huius rei caussa plenius explanabitur. Ex superabundantia longitudinis accidit error soliditatis. Si quis enim à lōgè intueatur corpus rarum, & statuatur post ipsum corpus coloratum, aut quid tenebrosum: non reputabitur corpus illud rarum, sed solidum. Et est error: quoniā post corpus illud non percipit aliud, cū natura rari sit, ut post ipsum possit uideri solidum: concludetur corpus illud non esse rarum, sed solidum.

31. In umbra & tenebris. 147 p 4.

EX superfluitate remotionis oritur error in umbra. Si enim à tali lōgitudine opponatur uisui corpus albū, in quo sit pars tenebrosa, luce solis super corpus illud descēdente: apparebit umbra in

parte

parte corporis tenebrosa:& si circa corpus illud uideatur aliud:fiet conclusio,quòd umbra apparẽs proijciatur ab illo alio.Et palàm,quòd accidit error iste ex nimia remotione. Propter distantiæ excessum se ingerit error tenebrarum. Si enim procul uideatur corpus album, in quo pars nigra multùm sit:æstimabuntur fortasis in parte illa tenebræ: unde fiet conclusio,quòd in directo illius partis sit foramen corporis,per quod appareat tenebrarum egressio post corpus illud existentium.

32. In pulchritudine & deformitate.150 p 4.

Remotio excedens modum caussa est erroris pulchritudinis & deformitatis. Cũ enim procul inspicitur res aliqua,si fuerint in ea maculæ paruę,eã deformantes, quia occultantur ex lõgitudine,iudicatur formosa:quoniam ex solis apparentib.fit conclusio, & latent maculæ, apparent uerò partes formosę.Similiter si à tanta lõgitudine uideatur res, in qua sunt picturę,sed minutæ,rei totali decorem conferentes: cum lateant uisum caussæ decoris:iudicabitur res illa deformis, cum ex apparentibus tantùm sumat iudex iudicium.

33. In similitudine & dissimilitudine.153 p 4.

Ex superflua elõgatione accidit error in similitudine corporum & dissimilitudine.Si enim dirigantur uisus in corpora lõgè remota in colore similia, & si fuerint in eis notæ uel protractiones minutæ sibi dissimiles & diuersę,quę cũ uisus prætereant : iudicabuntur corpora ex toto similia.E contrario si diuersitas fuerit in totalibus corporum coloribus,sed in eis sint notæ minutę, inter quas sit similitudo:iudicabuntur dissimilia ex toto.Et accidet error:quoniam ex solùm apparentibus fiet conclusio.

34. Situs immoderatus creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distantia.16 p 4.

Situs egreditur à temperamento,& errorem inducit in quolibet eorum , quorum fit cõprehensio per syllogismum.In longitudine,ut si uideãtur duo corpora,quorũ unum sit post aliud directè,ita ut unũ cooperiat partẽ alterius,& pars posterioris emineat: & hoc in lõgitudine tẽperata,non tñ multùm certa,nec inter ea fuerint alia corpora : nõ plenè æstimabitur longitudinis unius ad aliud mensura.Et forsitã iudicabit uidens ea ualde sibi esse propinqua.Et est error in syllogismo, cum per syllogismũ tantùm comprehendatur longitudo:per situm uerò,quoniam,si unũ nõ occultaret alterius partem,sed utrunq; totum exponeretur uisui, ut uia inter ipsa in diuersos, nõ in eundem incideret radios:discerneretur distantia unius ab alio Et est error ex sola situs intẽperãtia:quoniam situ ad temperantiam reducto (cæteris partibus non mutatis) non accidit error talis.

35. In situ.44 p 4.

Situs extra temperantiam,in situ errorem inuehit : cadente enim axe uisuali in corpus à temperata longitudine oppositum uisui,sumpto alio corpore multũ elõgato ab axe, & declinato modicũ super lineam intellectualẽ,super quã cadit axis perpendiculariter: nõ cõprehendet uidẽs corporis illius declinationẽ propter situm à temperamento egressum : quoniã non plena fit cõprehensio corporum ab axe longè positorũ [per 15 n.] Et in hoc errore declinatũ iudicabit uisus rectũ.

36. In figura.97.96.61.62 p 4.

In figura autem error est per situm.Si enim corpus circulare,ut schyphus uel scutella ab axe elõgetur,& modicum super lineã intellectualẽ,quã diximus,declinetur: occultabitur eius declinatio,& una eius diameter sub maiore angulo comprehendetur,quàm alia. Quæ enim apparet recta,maiorẽ respicit angulũ,quã declinata.Et quia notabilis est unius anguli ad aliũ excessus:iudicatur diameter recta maior declinata:unde circularis figura corporis,iudicabitur oblonga.Pari errore figura quadrãgula æstimabitur oblonga,cũ latus eius directè oppositũ oculo,maius appareat latere declinato.Et est error in syllogismo.Præmittit enim proposiones,in quibus est falsitas,scilicet: neutrum laterum esse declinatum : & uisa ab eadem longitudine sub eodem & inæqualib. angulis, esse inæqualia : & oblongam esse formam, cuius unum latus est inæquale alij. Inde concluditur error, non ueritas figuræ.

37. In magnitudine.28 p 4.

Ex eadem caussa palàm,errorem esse in quantitate,cũ diameter circularis corporis maior uideatur alia eiusdem diametro,cui est æqualis . Amplius alio modo accidit error in magnitudine, ex situ intẽperato & solo:cũ aliquis in alto positus intuetur sub altitudine illa incedẽtes & inter se æquales,eis in ordine uno post aliũ dispositis , radius cadens super primũ absq; dubio demissior erit radio cadente super secundũ:& secundum,quod augmentabitur elõgatio alicuius eorum à primo,secundum illud maior erit radij super ipsum cadentis altitudo. Vnde altior erit radius cadẽs in postremũ,quàm in aliquẽ aliũ.Iudicabitur ergo à uidente postremus maior omnib.Ita dico,si terræ spatium inter quoslibet duos situm lateat uisum,ne in collatione ad terram apparẽtem facta,cõprehendi possit altitudinis hominũ mensura:erit error in syllogismo:quoniã errat in antecedentib. quorum unum est: Quæcunq; apparent altiora,sunt maiora: & hoc non inuenitur in omnibus , sed in pluribus.Et est error ex situs immoderatione,respectu cõprehẽsionis magnitudinis rei sic dispositæ.Si enim radius cadens in primum sit æquidistans terræ,& idẽ radius cadat in quemlibet alium processu suo:non habebit locum error iste.

38. In

38. In diuisione, continuatione, & numero. 109 p 4.

IN distinctione prouenit error ex excessu situs: si enim magna fuerit corporis alicuius super radios declinatio, & fuerint in eo puncta sensibilia nigra, uel ualde tenebrosa: putabūtur forsitā esse foramina: & ita inter partes huic tenebricositati affines iudicabitur diuisio, licet ibi sit cōtinuitatis unio. Si uerò in hoc corpore fuerint lineæ sensibiles tenebrosæ: iudicabuntur contermin ales diuisę, cū sint continuę. Et ita error accidit ex corporis declinatione. In cōtinuitate erit error ex situ: si opponatur uisui plurium parietum dispositio, quorum unus sit ordinatim post aliū, modicū distans ab eo, & omnes cadant super eundem radium: occultabitur forsitā uidenti spatium, quod inter eos fuerit: unde putabuntur cōtinui, cum sint diuisi: quod non accidet, situ parietū immutato, ut non cōprehendantur sub eodem radio. Error inducitur in numero ex situ immoderato, quando corpus aliquod uidetur duo: & hoc accidit, cum respectu duorum uisuum, corporis diuersus fuerit situs. Pari modo & in corpore uno iudicatur pluralitas, cū inter duos axes corpus uisum ceciderit, sicut suprà patuit [11 n.] Et est error in syllogismo: præmittit enim uidens esse diuersa corpora exterius uisa, cū forma interius in diuersa uisus ceciderit loca: Inde diuersitatem, ubi identitas est, concludit.

39. In motu & quiete. 138 p 4.

IN motu oritur error ex situ, ut nauim currentē in flumine, aliquo inspiciente, si fuerint in littore fluminis arbores ab axe multùm elongatę, putabuntur moueri: & si fiat directio axium super eas, uidebuntur immotæ. In quiete error ex situ se ingerit: uisa re aliqua, ut rota, quæ motu citissimo uoluatur ab axe elongata: apparebit immota. Et planum est per situm esse errorem: quoniā situ mutato percipietur eius motio: unde error est ex situ solo intemperato.

40. In asperitate & lenitate. 141 p 4.

IN asperitate situs errorem facit. Si enim à capillis expresſè depictis, fiat reflexio lucis, nec fuerit uisus in loco reflexionis: fiet in eis comprehensio asperitatis, cum sola sit in eis læuitas. Et ex situ solo est error: quoniam uisu sub luce reflexa fixo, non cōprehenditur asperitas in corpore uiso. In læuitate erit error ex situ: cū aliquid fuerit elongatum ab axe, & modica fuerit in eo asperitas: apparebit lęue: cuius quidē asperitatē (situ ad temperantiam reducto) posset uidens comprehendere.

41. In raritate & densitate. 144 p 4.

IN raritate & soliditate fiet error ex situs immoderamine. Si enim descenderit lux declinata in uitrū uino plenum, & lateat uisum transitus lucis per uitrū, & magna sit declinatio illius lucis à radijs incidentibus, & uidentem lateat uinum esse in uase uitreo: æstimabitur à uidente uinum solidum corpus unum cum uase. Et non accidit error iste transitu luci per uas uitreum patente. Vnde error in situ ex raritate & soliditate.

42. In umbra & tenebris. 147 p 4.

IN umbra & tenebris. Corpore enim aliquo ab axe elongato, si fuerit in eo pars tenebrosa: putabitur fortasſis umbra: & corpore aliquo circumposito: ęstimabitur procedere ab illo. Si aūt in corpore illo fuerit pars multum nigra: æstimabitur forsitan in loco nigredinis perforatio, per quam egrediantur tenebrę. Quod non accideret in corpore statuto in situs temperantia.

43. In pulchritudine & deformitate. 150 p 4.

IN specie & deformitate aūt error accidit ex situ: cum corpus aliquod remotum fuerit ab axe, & fuerint in eo multæ minutæ maculæ, ipsum deturpantes: occultabuntur, & iudicabitur in corpore species. Vnde facies lentiginosa in hoc situ uidetur speciosa. Similiter in hoc situ obliquo latēt uidentē lunę adhęrentes maculæ: unde adscribitur decor lunæ sic inspectæ. Si autē in corpore uiso fuerint picturę, ei speciem reddentes, nec sit corpus decorum, nisi ex prætentu earum, cum ipsæ in hoc statu lateant uisum: iudicabitur corpus deforme. Et est error in syllogismo: quia per apparentiam tantùm fiet deformitatis uel decoris conclusio.

44. In similitudine & dissimilitudine. 153 p 4.

IN similitudine & disſimilitudine ex situ error oritur. Si enim longē ab axe statuātur duo cōcordantia in figura, specie & colore, sed in eis sint modicæ & disſimiles notę: iudicabitur in eis similitudo omnimoda: cum notæ illæ uidenti sint ignotę. Si aūt fuerit diuersitas inter ea, in specie, figura & colore, sed in eis sint notę similes: putabuntur ex toto disſimilia, cū aliqua disſimilitudo sit inter ea. Et ita est error in similitudine & disſimilitudine, propter conclusionē ex apparentib. tantū factam. Et in omnib. prædictis procreatur error ex solo situ intēperato: quoniam eo intra temperamentum sito, alijs (sicut sunt) manentibus, non accidit erronea æstimatio.

45. Lux immoderata creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distantia. 16 p 4.

LVx à temperantiæ finibus egreditur, & ob hoc solùm in omnib. quorum fit acquisitio per syllogismum, error procreatur in longitudine ex lucis paruitate. Si enim in longitudine tēperata non multū certa, fiat hominū dispositio, ut sit unus post aliū, & uisu huic dispositioni de nocte adhibito: uidebuntur sibi cohęrere, & incōprehensa inter eos distantia, propter debilitatē lucis,

quæ

quæ pateret,si lux esset fortis: qui homines,si in eandem partem moueantur,æquali motu simul sem per moueri putabuntur.

46. In situ. 44 p 4.

IN situ. Vt si in nocte non obscura aliquid modicè à uisu declinatum,opponatur uisui: ęstimabitur in eo situs rectitudo,propter debilitatem lucis egressæ à temperamento.

47. In figura & magnitudine. 97. 28 p 4.

SImiliter figura multorum laterum æqualium,circularis apparebit de nocte aspecta: quoniã occultat angulos lux nimium debilis. Pari modo sphæra sic uisa reputatur superficies plana: quia occultatur uisui partium eminentia. In magnitudine. Vt nocte inspecto homine & uiso nemore,aut remoto ab eo,pariete,uidebitur propinquitas hominis ad nemus uel parietem,cum lateat uisum distantia eorum,licet sit plurima. Et forsan exibit idem radius super caput hominis & altitudinem nemoris,secundum quantitatem distantiæ à nemore: & in hoc situ uidebuntur esse eiusdem altitudinis: aut forsitan homo uidebitur esse maioris: quod non accideret, si lux in temperamento esset: quoniam distantia hominis ad nemus discerneretur, & altitudo uniuscuiusque secundum terram apparentem mensuraretur.

48. In diuisione, continuatione & numero. 109 p 4.

IN distinctione,numero,continuitate erit error ex lucis debilitate. Vt si de nocte uideatur tabula,in qua sit linearum obscurarum protractio: putabit forsan uidẽs diuisiones esse uel fissuras. Et ita error est in distinctione,quia continuũ apparet diuisum. Et in numero,quia pluralitas in uno. Similiter existente uisu in lucis fortis reflexione: si adhibeantur corpora modicũ distantia: apparebunt continua. Et ita error est in cõtinuitate,propter lucem nimiùm aut fortem aut debilem.

49. In motu & quiete. 138 p 4.

IN motu & quiete accidit error ex luce. Si enim nocte cõprehenderit uisus hominem,& remotũ ab eo nemus: occultabitur distantia hominis ad nemus: & si moueatur uidens ad hominem illũ, quantò magis ad illum accesserit, tantò distantiam illam certius uidebit. Vnde cum prius simul cum nemore appareret ei homo uisus,quando ad eum accedit, plus uidetur à nemore remotus: & cum certum sit ei,nemus immotum manere: syllogizabit hominem uisum à parte nemoris incedere,licet ueritas habeat ipsum immotum esse: qui error nõ accideret in temperata luce. In quiete. Vt homo de nocte uisus non plenè comprehenditur: unde si modicum uideatur,nõ discernitur,& motus putabitur quiescere.

50. In asperitate & lenitate: raritate & densitate: umbra & tenebris. 141. 144 p 4.

IN asperitate & læuitate erit error. De nocte enim uisa asperitas iudicatur forsan læuitas: aut è cõtrario,secundum quod fuerit rei uisæ qualitas. In raritate & densitate. De nocte enim remissa iudicabitur in corpore multũ raro raritas: quia cũ post ipsum non plena fiat comprehensio solidi: æstimabitur remissio raritatis eius uiam negare uisui: Corpus uerò modicè rarũ uidebitur solidũ. In umbra & tenebris. Si enim in pariete albo fuerint partes obscurę,& cadat super parietẽ illum lux candelæ: iudicabit forsitan uidens obscuritatẽ illam esse umbrã: & uidebitur ei forsitan,quòd procedat apparens umbra à uicino pariete: & ita error est in umbrę æstimatione. Similiter si fuerit in parte parietis nigredo multùm: æstimabitur forsitan uacuitas foraminis iter prębens egredientib. tenebris. Et si tota parietis superficies afficiatur intensa nigredine: totus forsitan putabitur tenebrę,ut accidit in pariete cooperto ignis fuligine,& uiso in debili luce.

51. In pulchritudine & deformitate: similitudine & dissimilitudine. 150. 153 p 4.

IN specie & deformitate. Palàm enim,quòd de nocte uidetur facies formosa,licet in ea sint maculæ,sicut in lentiginosa. Et si fuerint in re uisa picturę subtiles, totalis speciei caussæ, cum in nocte uisum lateant: uidebitur res deformis. In similitudine & dissimilitudine. In corporib. enim eiusdem speciei,coloris,& figurę, in quibus est partialis diuersitas per latẽtes notas: in debili luce omnimoda similitudo iudicabitur. Et si diuersa fuerint corpora,in specie,colore,& figura, sed ex aliquib. notis conformitas est partialis: propter occultationem notarum ex remissione lucis,iudicabitur omnimoda diuersitas corporum. Et palàm, in omnibus prædictis errorem accidere ex sola debilitate lucis,cum ipsa intra terminos temperantiæ sita,error non accidat,alijs immotis.

52. Magnitudo immoderata creat errores in singulis uisibilib. speciebus. In distantia. 16 p 4.

QVantitas egreditur à temperantia, & ille egressus caussa est erroris in omnibus, quibus fidẽ facit syllogismus. Error erit in longitudine ex caussa prædicta: ut si uideantur duo homines à longitudine temperata,& in suo genere maxima,& unus paululum fuerit ante alium: non discernetur uia inter eos sita: unde unus eorum apparebit circa alium. Et accidit error: quoniam distantia eorum cum multùm sit parua,non est proportionalis totali eorũ à uisu elongationi,licet elõgatio sit temperata. Est aũt error in longitudine, quoniam homines illi iudicabuntur ab oculo ęquè remoti: & ita quantitas unius longitudinis maior,quàm sit in ueritate. Vnde error in longitudine.

53. In situ. 44 p 4.

IN situ propter quantitatis paruitatem est error. Quoniam granum sinapis si fuerit ab oculo declinatum, tamen uidetur rectum: quoniam pro paruitate nimia non potest deprehendi declinatio huius grani super lineam intellectualem, in quam axis communis cadit orthogonaliter: quoniam non plenè discernitur longitudo inter hanc lineam & extremitates grani, cum sit minima. Et secundum hanc longitudinem consideratur declinatio eius super lineam illam. Et secundum hanc lineam consideratur semper declinatio rei uisæ, respectu uisus utriusque. Et ita error est in situ, ex quantitate immoderata.

54. In figura & magnitudine. 97. 28 p 4.

IN figura. Cum enim res uisa fuerit multùm parua, & fuerint in ea anguli: anguli occultabuntur uisui: unde fortasse eius forma, cum non sit, æstimabitur rotunda aut longa: & si fuerit in ea incuruatio modica, latebit uisum, & æstimabitur superficies eius plana: unde palàm, quòd error est in figura. In quantitate. Quantitas intemperata errorem inuehit: Propositis enim uisui duobus corporibus, quorum unum modicè excedat aliud in longitudine sola, aut in latitudine: forsitā iudicabuntur æqualia omni dimensione. Et est error iste: quoniam excrementum unius dimensionis super aliam, euasit fines temperantiæ, respectu uisus, cum sit ei insensibile præ nimia sua diminutione: Ob hoc necessariæ sunt mensuræ, ut uerificentur quantitates corporum: cum non acquiratur certitudo per uisum.

55. In diuisione, continuatione, & numero: motu & quiete. 109. 138 p 4.

IN diuisione error accidit. Capillo enim adhęrente uitro: apparebit diuisio esse in uitro & fissura, cum ibi sit continuitas uera: & prouenit hoc ex capilli tenuitate, quoniam si adhęserit uitro quantitas corpulenta: non ęstimabitur in eo fissura. In continuitate. Si enim prætendantur uisui folia pergameni tenuia, æqualis latitudinis bene compressa, & ignoret uidēs esse folia: iudicabit ipsa esse cōtinua, & unū corpus efficere. Et est erroris caussa quātitas uię interiacētis inter folia, quę præ sua paruitate non percipitur à uidente. Et eadē erit caussa erroris numeri, quæ cōtinuitatis. In motu. Si enim moueantur duo, quorum unum moueatur paulò uelocius alio: putabit uidēs æqualē esse motum eorum: quia insensibile est unius super aliud excrementum uidenti. Similiter quantitas excessus uiæ, quā incedit unus super eā, quā incedit alius, imperceptibilis est uisui. Vnde iudicatur ęqualitas uiarum & motuū. In quiete. Cū enim offertur uisui aliquid multū paruum, forsitan mouebitur pars eius aliqua, & ipsum iudicabitur immotum, cum motus partis lateat uisum.

56. In asperitate & lenitate: raritate & densitate: umbra & tenebris. 141. 144. 147 p 4.

IN asperitate & læuitate. Cū enim occurrerit uisui res multū parua: iudicabitur forsan lęuitas, ubi fuerit asperitas, & è cōtrario. Quoniā, ut dictū est, [53 n 2] asperitas nō cōprehēditur in corpore, nisi ex umbra quarundam partiū super alias, uel eminentia earum, & depresione aliarū: quod totum occultabitur iudicio uidentis, præ nimia paruitate corporis. In raritate & soliditate. Si quis enim intueatur corpus ualde paruum politū, ut ab eo lux posit reflecti, sicut est margaritæ simile: rarum esse iudicabitur, cum non sit. Similiter uiso corpore raro multū paruo, quòd post ipsum non sit corporis solidi comprehensio: existimatur esse solidum. In umbra & tenebris. Si enim in pariete albo uisui opposito fuerit punctorum ualde nigrorum distinctio, adhibita solis luce, sed directè in parietem cadente uel prope: æstimabuntur à uidente singula puncta singula esse foramina, post quę erumpant tenebræ, unde error cum tenebrarum æstimatione ex sola punctorum paruitate: qui non accideret, si nigredo quantumcunq; intensa magnam partem parietis inficeret. Si aūt fuerit in punctis illis nigredo non adeò intensa: reputabūtur quidem puncta illa, foramina, in quibus sit umbra: cum lux nō penetret ea, sicut solet accidere luce super multorum foraminum speciem cadente. Vnde error umbræ ex sola punctorum diminutione.

57. In pulchritudine & deformitate: similitudine & dissimilitudine. 150. 153 p 4.

IN specie & deformitate: Cum præ sua paruitate occultantur uisui deturpantes corpus uisum maculę, accidit erroneum de specie iudicium: quia sumitur ex apparentibus tantùm: Sicut est error in deformitate, cum propter paruitatem lateant picturæ decorem ingerentes rei uisæ. In similitudine & dissimilitudine. Cum enim notæ minutissimæ inter aliqua corpora, similitudinis aut dissimilitudinis fuerint caussæ: quia prætereunt uisum præ paruitate sua, iudicabitur similitudo aut dissimilitudo omnimoda: & sumetur iudicium ex apparentibus tātùm. In omnibus prędictis est error in syllogismo ex paruitate corporis: cum ea existente tēperata non accidat error, alijs immotis.

58. Soliditas immoderata creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distantia & situ. 16. 44 p 4.

SOliditas aliquando egreditur temperamentum, & errorem inducit in quolibet eorum, quæ cō prehenduntur per syllogismum. In lōgitudine. Si enim minima fuerit corporis soliditas: & est: ut sit ualde rarum, sicut est crystallus pura, & sit post ipsam corpus lucidū luce forti: non cōprehendetur crystallus, sed quasi nullum esset intermedium, cōprehēdetur corpus per ipsam: unde, cū quasi non sit, fiat rari acquisitio: non plena erit longitudinis eius ab eo comprehēsio. Vnde error in longitudine. Quare si corporis rari situs fuerit declinatus, occultabitur uidēti declinatio, & iudicabitur for-

bitur forsitan rectitudo. Vnde error in situ,& etiam error in longitudine: quoniam una eius extremitas eiusdem longitudinis reputabitur cum alia,cum sint diuersæ.

59. In magnitudine & figura: diuisione, continuatione & numero. 28.97.109 p 4.

DEinde quoniam quantitas corporis comprehenditur ex longitudine, & anguli, sub quo uidetur, capacitate: ignorata longitudine: accidit error in quãtitate. Modo consimili erit error in figura. Si enim in corpore fuerint anguli: occultabũtur uidenti: unde sexangula forma putabitur sphærica. Si uerò modica fuerit incuruatio in corpore, latebit, & iudicabitur corpus planũ esse. In distinctione erit error. Si enim fuerit per corpus magnæ raritatis linea nigra, apparebit corpus diuisum in loco, in quẽ cadit linea. Si uerò fuerint duo corpora talia modicũ à se distãtia: reputabuntur continua. Vnde error in continuitate. Et palàm, quòd ex his erit error in numeri comprehensione: cum uel unum plura, uel plura unum apparebunt.

60. In motu & quiete. 138 p 4.

IN motu erit error ex immoderatione raritatis: si opponatur foramini corpus ualde rarum, ut erystallus: & huius corporis extremitates lateant uisum: & post corpus hoc moueatur aliud: putabit uidens corpus rarum moueri, cum sit immotum: quod non accideret ipso temperatè solido. In quiete accidit error ex eadem intemperantia. Si enim corpus ualde rarum includatur in manu, coniunctum manui, & ab ea recedat, & moueatur intra manum reuolutionis motu, immota manu: ita tamen, ut appareat diuisio aliqua inter ipsum & manum: iudicabitur corpus illud immotũ: quoniã non potest in eo cõprehendi motus, nisi mutatione situs partiũ partis alicuius, respectu manus, uel partis eius. Et quia omnimoda est similitudo in partibus, uel prætenditur: propter raritatẽ non potest discerni alicuius partium situs: quare nec motus.

61. In asperitate & lenitate: raritate & densitate. 141.144 p 4.

IN asperitate & lęuitate. Si enim in corpore multùm raro fuerit asperitas non magna, putabitur forsitan læue. Si uerò fuerit læue, & statuatur post ipsum corpus asperum, aut corpus diuersorũ colorum, æstimabitur hoc corpus rarum & lęue, asperũ. Vnde error in læuitate. In raritate. Si enim post corpus ualde rarũ sit aliud corpus rarũ non multũ, & colore forti coloratũ: apparebit primum non multũ rarum, sed æstimabitur eius raritas secundum raritatem postpositi. Vnde uitrum alij uitro superpositum non apparet ita rarum, sicut appareret eo solo uisui adhibito. Vnde error in raritate. Si aũt post post primũ rarum statuatur corpus solidum: iudicabitur primũ solidũ: unde error in soliditate. Pari modo si uas ualde rarum contineat uinũ, cum post illud nõ percipiatur lux aut corpus aliud: iudicabitur forsan totum cum uino uitrum esse unum corpus solidum.

62. In umbra & tenebris. 147 p 4.67 p 10.

IN umbra erit error ex raritate. Luce enim solis in domũ aliquam per foramen aliquod descendẽte, & super fenestram uitream cadente, cum domus illa sit umbrosa: apparebit super fenestram illam umbra, licet in ueritate lux in ipsam incidat: quæ quidem lux comprehenderetur, si solidum esset fenestræ corpus: quoniam non transiret, & ita super solidum appareret. Vnde error in umbra. In tenebris. Luce enim solis in aquam fluminis nõ descendente, aut in mare, sicut accidit hora matutina & uespertina: & si fuerit claritas in aqua: apparebit tenebrosa: & quantò fuerit clarior, tantò putabitur tenebrosior. Et accidit hoc: quoniam pars aquæ superior umbrã iacit super proximã partem inferiorem, & illa proxima super aliam inferiorem propinquam: & ita per singulas usq; ad fundum. Et licet singularum partium umbra in se sit modica: tamen coniunctæ unam efficiunt maximam, sicut palàm est in colore uini accidere: In modica enim quantitate uini color est debilis: & in multa, licet eiusdem modi, fortis. Caussa autem quare in mari umbram iaciente uideantur esse tenebræ in maris claritate, est: quoniam intensa claritas intensam reddit raritatem: unde uisui maiorem reddit penetrationem: Vnde fit acquisitio plurium maris partium umbram facientium: quoniã umbrarum aggregatarum perceptio inducit fidem tenebrarum. Si uerò mare fuerit turbulentum, propter diminutam raritatem penetrabit uisus paululum, & comprehendet modicam aquæ partem: & licet faciat umbram, cum ipsa sit remissa, color illius partis uincit umbram. In turbida enim aqua color apparet, in clara nullus: unde & propter turbidæ aquæ colorem & propter umbræ partis apparentis remissionem non comprehenduntur in aqua tenebrę: unde ipsa turbida, apparebit colorata, & clara tenebrosa. Solis autem radio cadente super faciem maris, cum ei per raritatem ipsius pateat transitus: abijcietur omnis tenebrarum & umbræ apparentia.

63. In pulchritudine & deformitate: similitudine & dissimilitudine. 150.153 p 4.

IN decore & deformitate. Si enim in uase multùm raro sint particulæ uel incisuræ ipsi decorem afferentes: & imponatur uasi illi uinum turbidum & turpe: occultabuntur decoris caussæ: & iudicabitur uas deforme, ut aliquando accidit in uitreo uase. E contrariò si uas tale deforment eius aliquæ particulæ, & imponatur ei uinum clarum lucidum, & in colore formosum: occultabũtur deformitatis caussæ, & reputabitur uas speciosum, cum sit deforme. In similitudine & dissimilitudine. Si duo uasa multũ rara conueniant in forma, specie, raritate: sed discrepent in aliquarum partiũ

 dispositione,

dispositione, & uino eiusdem coloris, eiusdē claritatis impleantur: latebunt causſę diuersitatis, & reputabuntur omnino similia. Si uerò inter ea fuerit diuersitas in specie & forma: sed in aliquibus partialibus conuenientia, & uino simili impleantur: putabuntur omnino dissimilia. Vnde error in similitudine & dissimilitudine: quia sumitur iudicium ex apparētib. tantùm. Et in omnib. prædictis accidit error ex sola soliditatis intemperantia: quoniā alijs in suo esse manentibus, non accidit error, ea ad temperantiam reuocata.

64. Perspicuitas medij immoderata creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distātia: situ: figura: magnitudine: diuisione: continuatione & numero. 16. 44. 97. 28. 109 p 4.

RAritas aeris inter uisum & rem uisam intercidentis egreditur temperamenti proprij metas, & errorem generat in omnibus, quorum fidem uisus efficit per syllogismum. In longitudine. Si enim fuerit aer pruinosus & obscurus, sicut in horis matutinis solet accidere: turri aliqua uisui opposita in longitudine temperata: æstimabitur plus à uisu elongata, quàm habeat ueritas. Vnde error in longitudine est. Et causſa est: quoniā non comprehenditur longitudo inferioris terræ, super quā elongationis turris sumitur mensura: & occultatur terra ex raritate aeris diminuta. Vnde raritas est causſa erroris. Si aūt in hoc aere declinetur modicè corpus uisum: occultabitur declinatio, quæ pateret in aere claro. Vnde error in situ. Et si fuerit in corpore gibbositas modica: apparebit planum in tali aere: & si fuerint in corpore anguli, latebunt. Vnde erroneum erit figuræ iudiciū. In quantitate erit error ex tali aere: quoniā uisum maius apparebit, quā in temperato aere: Sicut accidit in corporib post aquę raritatem cōprehensis. Et si fuerit in corpore quasi linea nigra: putabitur esse partium diuisio. Vnde error in diuisione. Et si fuerint duo corpora modicū à se disiuncta: apparebunt in hoc aere cōtinua. Vnde error in cōtinuitate. Et ex his palā, quòd error est in numero.

65. In motu: quiete: asperitate: lenitate: raritate: densitate: umbra: tenebris: pulchritudine: deformitate: similitudine & dissimilitudine. 138. 141. 144. 147. 150. 153 p 4.

IN motu. Si enim in aere duo uideantur, quorum unum alio paulò uelocius moueatur: iudicabū tur fortasse æquales esse eorum motus: cū in temperato aere discerni posset unius ad alium excessus. Et est error propter latēs excremētū uię unius super uiā alterius. In quiete. Si quis enim per talem aerem à longitudine tēperata non tñ parua uideat aquā fluentem: aut iudicabit eam immotam: aut si fuerit fortis eius fluxus: minus, ꝗ̄ moueatur, mōtam. In asperitate & lænitate. Quia in hoc aere uidebitur asperum læue, propter latentes asperitatis causſas. Et uisa re polita, cū nō discernatur in ea reflexio: æstimabitur aspera. In umbra. Si enim post hunc aerem uideatur corpus album, in quo sint particulæ rotundæ nigræ, luce ignis in corpus illud cadente, ita tñ, ut sit interpositio huius aeris: apparebit in locis illis umbra, aut forsitan reputabuntur foramina uiā tenebris erūpentib. pręstantia. Vnde error in umbra & tenebris. Quare post hunc aerem corpus rarū apparebit minus rarū: & forsan putabitur solidum. Et ita error in soliditate & raritate. In specie & deformitate, ꝓpter causſas particulares corpus decorantes, uel deformantes, in hoc aere latentes. In similitudine & dissimilitudine propter particulares diuersitatis, aut conuenientiæ causſas, inter duo corpora non apparentes. Et in his omnibus prouenit error ex raritate aeris sola immoderata, cum alijs immotis, in aere temperato non accideret.

66. Tempus immoderatum creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distantia: situ: figura: magnitudine. 16. 44. 97. 28 p 4.

TEmpus extra temperamenti sui fines locatū causſa est erroris per singula, quorū fides in uisu sumitur ex syllogismo. In lōgitudine. Si enim subitò intueatur quis aliquod remotum à turri, quod statim uisui surripiatur: nō poterit plenè discernere lōgitudinē inter illud & turrim: & iudicabitur forsan aut minus remotū à turri, ꝗ̄ sit in ueritate, aut magis. Et est causſa: quoniā in illa tēporis instantia nō percipitur à uidente terra intermedia inter turrim & rem uisam, secundū quā sumitur distantiæ mensura: aut quoniā in breui tēpore, nō poterit axis uiā intermediā discernere. Vnde nec plenè cōprehendere. Et ita error in lōgitudine. In situ. Cū aliquid subitò occurrit uisui, & statim recedit: reputabitur forsitan rectum, declinatum, aut econtrariò. In figura. Si fuerit modica gibbositas in re subitò uisa: latebit, & putabitur res plana, aut latebunt anguli, si fuerint in ea. In quātitate. Si quis enim titionem ardentem moueat motu citissimo, & intra uiam modicam, ut sæpe uadat & reuertatur per eam: apparebit uia motus ignea: quoniam motus titionis ab uno uiæ termino ad alium fit quasi in instanti. Vnde propter breuitatem temporis non potest discerni uel quantitas uel motus titionis. Vnde & hic error in motu.

67. In diuisione: continuatione: numero: quiete & motu. 109. 138 p 4.

IN diuisione. Si quid enim subitò uisum à uisu diuertatur, & fuerit in eo linea nigra: putabitur esse diuisio partiū, illa nigredo. Et si corpora contigua uel ualde propinqua subitò uideantur: ęstimabuntur continua: sicut accidit in scamnorum tabulis subitò inspectis. Vnde error in cōtinuitate. In motu. Cum duorū unum paulò uelocius alio mouetur: motus in tēpore modico cōprehensi æquales iudicabuntur, cum non tam subitò cōprehensibilis sit ęxcessus. In quiete. Si enim aliquid modicè moueatur: subitò uisum moueri nō uidebitur: quoniā uia, quā percurrit in tēpore suę perceptionis, imperceptibilis est uisui ꝑ sui paruitate. Superius aūt explanatū est, [51 n 2] quòd non comprehenditur

prehenditur motus in corpore,nisi in tempore sensibili. Similis error accidit in rota modica: cum citissimè uoluitur,apparet immota:cum non possit fieri comprehensio reuolutionis eius in tempore tam paruo, quàm paruum est,in quo fit una eius reuolutio.Idem error accidit in trocho. Vnde error in quiete:quoniam non potest discerni mutatio situs partium trochi:quare nec motus eius.Et si unius coloris fuerit trochus:palàm,quòd non comprehenditur motus.Si uerò plurium & diuersorum colorum:nec sic etiam apparebit motus:cum lateat colorum diuersitas, & prætendatur ex nimia festinatione,confusa quædam colorum unitas.

68. In asperitate:lenitate: raritate:densitate: umbra:tenebris:pulchritudine: deformitate: similitudine:dissimilitudine.141.144.147.150.153 p 4.

IN asperitate.Cum enim subitò uidetur asperum: putabitur forsitan læue: & si hoc modo uideatur,non poterit in eo discerni læuitas aut asperitas. Vnde dubitatio & error. In raritate. Luce enim declinata super corpus remissè rarũ descendente,subitò uisum,cũ non percipiatur declinatio lucis: putabitur forsitan,quod in fine raritatis sit apparẽs raritas corporis.Quòd si in tẽpore paulo maiore adhibeatur uisus:percipietur declinatio caussa apparentiæ raritatis remissę.In soliditate. Si quis enim instanter uideat corpus rarũ,& post ipsum nõ discernat lucis transitũ,putabit illud esse solidũ.In umbra.Si in albo pariete sint partes subnigrę, descendẽte super ipsum ignis luce,subitò uisæ putabuntur esse umbræ.Si uerò nigredo earum uisa fuerit intensa: æstimabuntur foramina tenebris plena.In specie & deformitate.Quia in tã paruo tẽpore non sunt cõprehensibiles minutę decoris & deformitatis caussæ:sicut accidit cũ aliquis inspiciens per foramen intuetur faciem,iudicat aliquando fœdam:formosam:uel econtrariò.Et idẽ error accidit mota re uisa,oculo immoto. In similitudine & dissimilitudine:Quoniam latent particulares similitudinis & dissimilitudinis caussę. Et in his omnibus ex solo tempore non moderato accidit error: cum in prædictis nullus accideret, eo ad temperantiam reducto.

69. Imbecillitas uisus creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distantia:situ:magnitudine:figura:diuisione: continuatione:numero.16.44.28.97.109 p 4.

VIsus debilitas & immoderatio errorẽ inuehit singulis per syllogismũ in uisu comprehẽsis. In lõgitudine.Si enim opponãtur uisui duo corpora,quorum unũ sit coloris fortis,& remotius; aliud coloris debilis,& oculo propinquius:cũ nõ fiat cõprehensio longitudinis, nisi facta collatione ad aliqua corpora interiecta: [per 25.39 n 2] faciet incertã collationẽ debilitas uisus.Et quia certum est homini,quòd ex locis propinquiorib.certior sit fides uisui,q̃ ex remotiorib.concludit illud,quod apparet ei certius ex his corporib.esse propinquius. Et planum, quòd uisui debili certior sit fides coloris fortis,quàm debilis: licet paulò plus elongati. Idem error accidit etiã in tẽperantia uisus:quoniã à longitudine magna propinquius iudicatur corpus,cuius color fortis, quã cuius color debilis:licet nõ sit multò remotius.In situ errat uisus debilitas.Si enim ab aliquãta longitudine, licet temperata declinetur corpus,& sit modica declinatio:ignorabitur, cũ plenè comprehenditur lõgitudo.Et incertitudo longitudinis quãtitatis,errorẽ etiã situs ingerit.In figura. Quia gibbus modicus,& multiplex angulus latent debilitatẽ uisus.Et si in corpore linea nigra fuerit:æstimabitur di uisio uel fissura:& æstimabuntur corpora contigua,unũ continuum.Vnde error in diuisione:continuitate: numero.Eadem erroris caussa strabo unum iudicat duo:si fuerit deformitas in uno tantùm oculo.Quoniam habet res uisa diuersitatem situs, respectu duorum oculorum eius. Si aũt in duobus oculis eius sit deformatio:cum accidit eos moueri:forsitan accidet eis diuersitas situs,respectu rei uisæ:& ita in uno pluralitas.

70. In motu & quiete. 138 p 4.

IN motu.Si quis enim sæpius in circuitũ uoluitur,cũ quiescit:putat,quòd parietes moueãtur. Et est,quoniam moto uidente,mouetur intrinsecus uis uisibilis: & licet uidẽs steterit,nõ statim uis uisibilis stabit:sed motus eius in uidentis quiete durabit: & ob hoc motus uisarum rerũ æstimatio insurgit. Et huius motus exemplum in trocho uidemus: quoniã diu post manus mouentis quiete uoluitur trochus.Est etiam infirmitas,in qua uidentur patienti omnia uolui. In quiete. Quando corpus similium partium,ut sunt quædã rotæ horologiorum, reuoluitur reuolutione pauca:uisus debilis non percipit eius motum,quẽ quidem perciperet uisus temperatus.Si aũt multa sit reuolutio,non percipitur etiam à temperato.Si uerò sit dissimiliũ partium corpus motũ, ut in rota moletrinæ:tunc uisus debilis comprehendet motum:Si autem festina fuerit rotæ reuolutio: occultabitur uisui debili motus.Quoniã partes rotæ multũ dissimiles sunt:non plenè comprehendetur dissimilitudo in festinatione:& per dissimilitudinem partium fit comprehensio motus earum.

71. In asperitate:lenitate:raritate:densitate: umbra: tenebris: pulchritudine:deformitate: similitudine:dissimilitudine.141.144.147.150.153 p 4.

IN asperitate & læuitate.Quia forsan reputabit modicè leue, asperũ:uel ecõtrariò,si inter formas asperi & leuis fuerit dissimilitudo.In raritate.Cũ fuerit in corpore raro soliditas pauca:æstimabitur à uisu debili maior uera. In soliditate. Si fuerit in corpore raro color fortis, aut post ipsum,& raritas nõ maxima:putabit illud esse solidũ.In umbra.Notæ parietis subnigræ,descẽdẽte sup ipsum luce,apparẽt huic uisui umbrę:& si fuerint multũ nigrę:apparebũt foramina, in quibus tenebrę.In

deformitate & decore: similitudine & dissimilitudine, ꝑpter particulares decoris uel fœditatis, similitudinis & dissimilitudinis caussas uisũ latẽtes. Et est error in pdictis omnib. ex sola debilitate uisus.

72. In uisione errores creantur aliàs quidem à singulis uisionẽ perficientibus: aliàs uerò à pluribus simul, quorum nullum per se errorem crearet. 154 p 4.

IAm diximus, quomodo accidat error in syllogismo, secundum unamquãq; caussarum erroris uisus in qualibet partium, quæ acquiruntur per syllogismum, & incessimus super quemlibet erroris modum, & cuiuslibet supposuimus exemplum. Et licet in errorib. uisus sit copiosa multitudo: tñ omniũ ad modos dictos fiet reductio, & ad exẽpla ordinatim proposita: assignauimus quoq; errores, secundum quod singuli eorum accidunt ab unica tantũ caussa. Et aliquando error infertur non ab una tantùm, sed à duabus caussis uel plurib. Verbi gratia. Si moueatur aliquid à longitudine magna motu lento: subitò uisum uidebitur immotũ: & percipi posset motus ille in distantia temperata etiam celeri uisu, uel etiã in illa longitudine intemperata non occultaretur motus: si tẽperatum esset inspectionis tẽpus. Prouenit igitur error ex duabus intemperantijs, quarum neutra per se sufficit: triũ aggregatio errorem efficit. Si à magna lõgitudine, sub debili luce, in modico tẽpore, opponatur uisui corporis diuersorum colorũ reuolutio non cita: æstimabitur corpus stare: Et si ab eadem longitudine, sub eadem luce, tempore temperato, adhibeatur intuitus: comprehendetur motus: qui similiter non latebit in tẽperata longitudine, sub eadem luce & modico tẽpore: & etiã percipi poterit in eadẽ longitudine sub forti luce. Et generaliter ex omnib. errorib. uisui accidentib. nec unus nec plures congregati euadũt caussas, quas diximus. Quælibet aũt forma rei uisæ, ex ijs, quæ enumerauimus, est cõposita. Et cum uisus non acquirat ex rebus uisis, nisi aliquas istarũ: non accidit error in uisu, nisi in aliqua istarũ. Et omnis error, qui accidit in scientia, est, quoniam intellectus similia efficit, quæ percipit, cũ ijs, quę percepit in modo aliquo, aut dissimilia. Et omnis error in partialibus erit, aut in sensu, aut in scientia, aut in syllogismo: & non potest esse, quin sit in aliquo istorũ, aut duobus, aut ipsis tribus. Et quicunque error accidit in huiusmodi tribus, non erit, nisi per errorem uisus in partibus. Et iam patuit, quòd error uisus in partialib. non erit, nisi propter caussas, quas assignauimus, aut ex una earum tantùm, aut ex pluribus.

ALHAZEN FILII ALHAYZEN OPTICAE LIBER QVARTVS.

LIBER *iste diuiditur in quinque partes. Pars prima est procemium libri. Secunda est in declaratione, quòd luci accidat reflexio à politis corporib. Tertia est in modo reflexionis formæ. Quarta in ostensione, quòd comprehensio formæ ex corporibus politis non est, nisi ex reflexione. Quinta est in modo comprehensionis formarum per reflexionem.*

PROOEMIVM LIBRI. CAP. I.

1. Visio fit trifariam: rectè: reflexè: & refractè. In præf. 1.3.10 Libr.

IAm explanauimus in libris tribus modũ comprehensionis formarũ in uisu, cum fuerit directus: & enumerauimus singula, quæ in rebus uisis cõprehendit uisus. Sed diuersificatur acquisitio uisus tripliciter: Aut enim directè, sicut diximus: aut per reflexionem in politis corporibus: aut per penetrationem, ut in raris, quorum non est raritas, sicut raritas aeris. Et non potest diuersificari uisus, nisi in his modis tribus. Et his duobus modis posterioribus comprehendit uisus in rebus uisis, quæ suprà exposuimus, & quorum acquisitionẽ in uisu directo patefecimus. Et forsitan uisus in his incurrit in errorem, aut consequitur ueritatem. Et nos assignabimus in hoc libro, quando per reflexionem fiat formarum acquisitio: & quomodo erit reflexio: & quis linearũ reflexarum situs: Et præponemus quædam accidentia præponenda.

QVOD LVCI ACCIDAT REFLEXIO A' POLITIS corporibus. Cap. II.

2. Lux & color reflectuntur à quolibet politæ superficiei puncto, lineis rectis. 1 p 5.

PLanum est ex libro primo [1.2.3.14.18.19 n] quòd lux à corpore lucido luce propria uel accidẽtali dirigatur in omne corpus ei oppositum: & eodem modo color, cũ in eo lux fuerit, mittitur. Itaq; corpore polito opposito corpori lucido, mittitur ad ipsum lux mixtim cũ colore, & reflectitur lux cũ colore, siue fuerit fortis, siue debilis, siue prima, siue secundaria. Et quòd fiat in luce forti reflexio, potest patẽre: opposito luci forti speculo ferreo, si oppositus fuerit paries speculo, & descẽderit sup ipsum lux declinata, nõ recta: uidebitur in pariete lux fortis reflexa: quę qdẽ nõ uidebitur super eundem locum, si speculũ auferatur uel moueatur: imò secũdum motum speculi mutabitur lo-

tur locus lucis reflexæ in pariete. Quare palàm, reflexionem fieri in luce forti. In luce debili patére poteſt facile. Si intra domũ aliquá, per foramen únicũ à terra elongatũ, ſed non multùm, deſcendat lux diei, non ſolis, ſuper aliquod corpus: & circa corpus ſtatuatur ſpeculũ ferreum: & circa ſpeculũ corpus aliquod albũ: apparebit in ſecundo corpore albo lux maior quàm ſine ſpeculo: & augmentũ illius nõ eſt, niſi ex ſpeculi reflexione, quoniá ablato ſpeculo ſola lux ſecundaria debilis apparebit in corpore albo. Amplius: ſi diligens figatur intuitus in lineis, per quas à corpore primo lux in ſpeculũ mittitur: perpendetur quidẽ linearũ illarũ declinatio ſuper ſpeculũ, & ſuper idẽ linearum punctũ, reflexionis declinatio eadẽ. Et eſt propriũ reflexionis, ut ſit eadẽ declinatio, & idẽ angulus linearũ uenientiũ & reflexarũ. Quòd ſi moueatur corpus albũ à loco reflexionis in aliũ locũ: tamẽ circa ſpeculũ: nõ uidebitur in eo lucis augmentũ: nec uideri poterit, niſi in illo ſitu tantùm. Quare planũ eſt propriũ eſſe reflexionis hunc ſitũ. Hoc idẽ poterit uideri in ſecundaria luce: ſi prædictum ſpeculũ ſit argenteum, & corpus tertiũ albũ ſit ex alia parte ſpeculi: apparebit quidẽ ſuper corpus tertium lux ſecundaria, & ſuper corpus ſecundũ lux maior illa: Et palàm, huius maioritatis cauſſam ſolá eſſe reflexionẽ. Patebit aũt in omni loco lucis reflexio: ubi ſuper corpus deſcendit per foramẽ aliquod lux fortis, adhibito luci ſpeculo, & ei corpore albo oppoſito, modo ſuprà dicto. Verùm locũ reflexionis & linearũ ſitũ explanabimus. Iá patuit in libro primo, [1.2.3.14.18.19 n] quòd lux reflexa ſequitur rectitudinem linearum: quare ex corporibus politis fit reflexio ſecũdum proceſſum rectitudinis in ſitu proprio.

3. Lux & color à quolibet ſuperficiei coloratæ puncto ad quodlibet ſuperficiei politæ oppoſitæ punctum permixti confluunt. 2 p 5.

AMplius: Planum eſt ex ſuperioribus, quòd lux ſecunda à corpore illuminato, accidentali luce procedẽs, ſecũ fert colorẽ corporis. Ab omni igitur corpore illuminato ſeu lucido color mixtim cũ luce ad corpora oppoſita polita mittitur, & mixtim in partẽ debitá reflectitur. Et huic rei fides poterit fieri, ſi intra domũ unius foraminis tãtùm, deſcendat lux ſuper corpus forti & ſpecioſo colore: & ſtatuatur circa ipſum ſpeculũ ferreũ, & circa ſpeculũ corpus concauũ ad ſcyphi modũ, intra quod ſit corpus albũ, & aptetur hoc uas in loco reflexionis, ut lux reflexa incidat in corpus albũ: apparebit quidẽ ſuper faciẽ albi corporis color illius, in qđ fit primò deſcenſus lucis: qđ quidẽ nõ accidet, ſi extra propriũ ſitũ reflexiõis ſtatuatur corpus albũ. Et ſecundũ diuerſas colorũ ſpecies hoc ꝓbatũ inuenies, uelut in colore cœleſti, rubore, uiriditate, & huiuſmodi. Quare planũ, colorẽ mixtũ cũ luce remitti, & certiorẽ eſſe coloris reflexi apparẽtiá, ſi ſpeculũ fuerit argenteum.

4. Reflexio debilitat lucem & colorem: & omnino totam uiſibilis ſpeciem. 3 p 5.

QVare autẽ nõ appareat hæc probatio, ſcilicet, quòd cõprehẽdatur color reflexus, cuicunq; corpori opponatur ſpeculũ, ſed ei adhibeatur albũ, hæc eſt ratio: ſicut ſuprà dictũ eſt: colores debiles (licet ſimul cũ luce mittãtur) nõ ſentiuntur. Formæ enim, quæ reflectũtur, debiliores ſunt formis, à quibus reflexio oritur. Et hoc in hac luce poteſt patére. Quoniá luce forti in ſpeculum cadẽte, & reflexa in pariete: debilior uidebitur lux parietis, quàm ſpeculi, & notabilis eſt inter eas proportio. Idẽ patebit in luce debili pari modo, ut in domo in prima diſpoſitiõe: ſi corpus terſum tertiũ albũ ponamus loco ſpeculi ferrei, uel circa ipſum: maior apparebit lux ſuper hoc corpus, quàm ſuper ſecũdũ: quod nõ accideret, niſi reflexio lucẽ debilitaret. Sed dicet aliquis, cauſſam huius rei eſſe nigredinẽ ſpeculi ferrei, quæ admixta luci, in ſpeculũ cadenti, ipſam obumbrat, & reflexa in corpus ſecũdũ debilis & fuſca apparet: ſed in corpus tertiũ loco ſpeculi poſitũ nõ deſcẽdit lux, niſi à corpore primo nulli admixta nigredini. Verùm quòd hoc nõ ſit in cauſſa, palàm ex eo eſt: quòd loco ſpeculi ferrei, argenteo poſito, eadẽ accidit probatio. Pari modo reflexus color debilior erit colore, à quo fit reflexio: quod in domo & uaſe, ut antea, patére poteſt: ſi corpus albũ loco ſpeculi ponatur, uel circa: fortior apparebit in ipſo color, quá in corpore albo intra uas poſito. Et idem patebit, ſi loco ferrei ſpeculi argenteũ ponatur ſpeculũ. Igitur reflexio debilitat & luces & colores: ſed colores amplius, quàm luces, ſecundum utrumq; ſpeculum. Et eſt: quoniam colores accedunt debiliores, quàm luces: unde facile efficiũtur in reflexione debiliores. Amplius: color debilis cum peruenerit ad ſpeculũ, miſcetur colori eius: quare reflexus apparebit debilis & tenebroſus. Et formæ debiliores ſunt reflexæ, quàm in loco reflexionis: & reflexio cauſa eſt debilitatis.

5. Lux & color reflexi ſunt debiliores luce & colore primis: fortiores autem ſecundis, cum quibus ab eodem ortu æquabiliter diſtant. 4 p 5.

POterit aliquis dicere, nõ eſſe debilitatẽ formarũ in reflexione, niſi ex elongatione earũ à ſua origine. Sed explanabitur, quòd licet ab ortu æqualiter elongentur lux directa & lux reflexa: tamen debilior erit reflexa. Intret radius ſolis in domum aliquá per foramen: & opponatur foramini in aere ſpeculũ ferreũ minus foramine: & lux foraminis reſidua cadat in terrá ſuper corpus albũ: & lux à ſpeculo reflexa cadat in corpus albũ eleuatum: hoc obſeruato: ut eadẽ ſit eleuati & iacentis à foramine longitudo: uidebitur quidẽ ſuper eleuatum lux minor, quàm ſuper iacens. Et huius minoritatis nõ poteſt aſsignari cauſſa, niſi reflexio ſola. Idẽ accidit, ſi ſpeculum ſit argenteũ. Idẽ in colore poteſt patére: lux enim ſolis in domũ aliquã per foramẽ deſcẽdat ſuper corpus coloris fortis, cui adhibeatur ſpeculũ, & aliud corpus concauũ: intra quod ſit corpus albũ, in quod cadit reflexio: & ſtatuatur in domo aliud corpus albũ eiuſdẽ modi, cũ eo, quod eſt in cõcauo: & ſit elongatio

huius albi à corpore colorato, in quod cadit lux foraminis, eadem cum elongatione albi, quod est in concauo ab eodem, & cum elongatione speculi ab eodem: tunc comprehendetur color debilior in albo, quod est intra concauum, quàm in eo, quod est extra: licet æquidistent ab ortu suo, id est à corpore colorato. Et in caussa est reflexio colorem debilitans. Amplius; lux reflexa fortior est luce secundaria: licet eiusdem sint elongationis ab origine sua. Luce enim reflexa cadente in corpus aliquod: si aliud eiusmodi corpus ponatur extra locum reflexionis; & sit cum eo eiusdem elongationis à speculo: uidebitur super ipsum lux minor, quàm in illo. Idem etiam planum erit in domo: si deponatur in terram, in directo foraminis speculum, quod accipiat totam foraminis lucem: erit lux fortior super corpus in loco reflexionis positum, quàm super aliud eiusdem modi extra hunc locum, tantundem elongatum à speculo. Eodem modo si excedat lux foraminis quantitatem speculi: & cadat circa speculum lux in terram, aut corpus album, à quo aliud corpus tantùm elongatur, quantùm corpus reflexionis à speculo: debilior apparebit in eo lux, quàm super reflexionis corpus. Similiter accidit in colore, si corpus aliquod tantùm distet à speculo extra situm reflexionis, quantùm aliud ei simile, quod est in situ reflexionis: apparebit quidem super corpus, quod est in situ reflexionis, color reflexus: super aliud forsitan nullus. Si enim ferreum fuerit speculum: aut modicus uidebitur, aut omnino nullus. Si uerò argenteum fuerit speculum: apparebit super ipsum color aliquis, sed ualde debilis, & longè debilior, quàm in corpore, quod est in situ reflexionis. Et iã igitur planũ, quòd formæ luciũ & colorũ ex corporibus politis reflectuntur, & in reflexione debilitantur: & erit forma directa fortior reflexa, cũ eadẽ fuerit earũ origo, & æqualis ab ea origine elongatio: & reflexa fortior secũdaria, cũ est idẽ uel æqualis ortus, & par elõgatio.

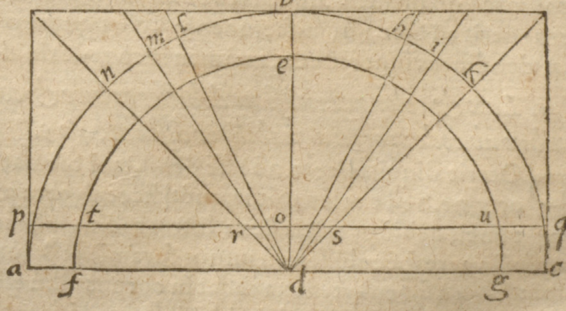
DE MODO REFLEXIONIS FORMARVM A' POLITIS corporibus. Cap. III.

6. Lenitatis: politæ superficiei: & perpendicularis incidentiæ definitiones. In def. 5 libr.

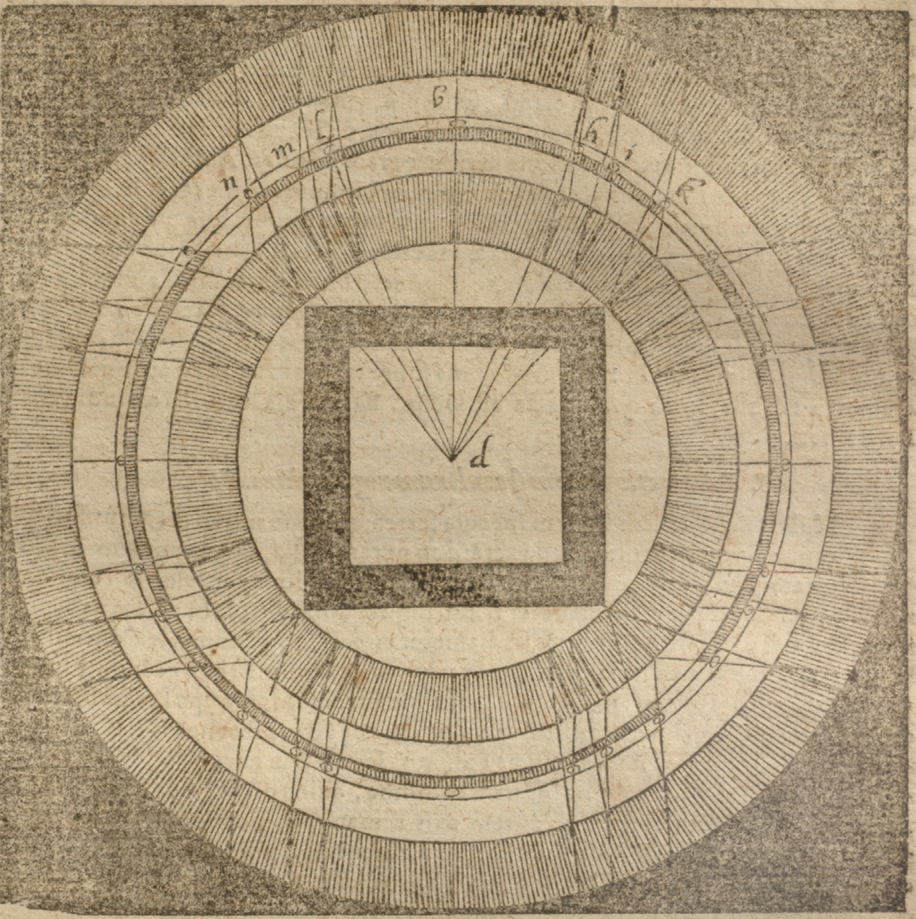
POlitum est læue multùm in superficie: Et læuitas est, ut sint partes superficiei continuæ, sine pororum multitudine. Læuitas intensa est, ubi est multa partium superficiei continuitas, & pororum paruitas & paucitas: & finis læuitatis est priuatio pororũ, & priuatio diuisionis partium. Itaq; politio est politiua cõtinuitas partium superficiei, cum poris raris & exiguis: & finis politionis est uera continuitas partium, & priuatio pororum. In omnibus politis superficiebus, licet diuersis subiaceant figuris, accidet reflexio: & idem reflexionis modus & eadem proprietas est. Et est, quòd ab omni politi superficie & quolibet eius puncto fit reflexio. Et sumpto quocunq; pũcto in superficie, à qua fit reflexio: linea accessus formæ ad illud punctum, & linea reflexionis in eadẽ superficie erunt cum linea perpendiculari super illud punctum erecta: & tenebunt hę lineæ eundẽ situm respectu perpendicularis, & æqualitatem angulorum. Et uolo dicere perpendicularem: quæ sit perpendicularis super superficiẽ, tangentem corpus politum in illo puncto. Et duę lineę cũ perpendiculari sunt in eadem superficie orthogonaliter cadente super superficiem, corpus politum in puncto, à quo fit reflexio, tangentem. Si autem linea, per quam accedit ad speculũ forma, cadat perpendiculariter super illud: fiet reflexio formæ per ipsam, non per aliam. Et hoc est propriũ in omni reflexione, in omni polito corpore. Si igitur corpus politum fuerit planum: superficies tangẽs punctũ reflexionis, erit una & eadem cũ superficie corporis. Si uerò fuerit columnare speculũ interius aut exterius politũ: erunt contactus superficiei speculi & superficiei contingentis linea tantùm, secundum longitudinem speculi intellecta. Idẽ in speculo pyramidali intus uel extrà polito. In sphærico siue interius siue exterius polito, contingens superficies tangit in solo puncto.

7. Fabricatio & usus organi reflexionis. 9 p 5.

QVomodo autem etiam ad oculum pateat hic modus reflexionis in speculis omnibus, explanabimus. Accipe tabulam æneam spissam, ut firmior sit: eius longitudo sit non minor duodecim digitis: sitq; latitudo sex digitorum, & fiat linea æquidistans extremitati longitudinis: & circa illam extremitatẽ, & super pũctũ huius lineæ mediũ ponatur pes circini, & fiat semicirculus, cuius semidiameter sit latitudo tabulæ: & [per 11 p 1] extrahatur à puncto, quod est centrũ, linea orthogonaliter super diametrũ iã factã: & erit linea illa semidiameter diuidens semicirculum per æqualia [per 33 p 6.] Et in hac semidiametro sumatur mensura unius digiti, & posito pede circini super centrũ, fiat semicirculus secundũ quantitatẽ partis residuæ semidiametri, secundum semidiametrũ quinq; digitorũ. Et diuidiantur semicirculi primi medietates, in quot libuerit, partes, ita ut sibi respondeant in æqualitate, prima scilicet primæ, secũda secundæ, & sic de alijs: & protrahantur lineę à centro ad pũcta diuisionum. Deinceps in semidiametro mensura digiti signetur: & ex parte centri & super punctum signatum protrahatur linea, æquidistans diametro semicirculi, siue tabulæ extremitati [per 31 p 1:] & secetur è tabula, quod interiacet hanc lineam & semidiametrũ, usq; ad centrum & lineas primas, ad diuisiones semi-



nes ſemicirculi protractas, id eſt ad lineas tales ſemidiametro propinquiores. Pòſt ſecetur tabula circa ſemicirculum maiorem, ut ſolum remaneat ſemicirculus: & ſecetur tabula ſub centro, ut centri locus acuatur quaſi punctum: hoc tamen modo, ut in eadem ſuperficie remaneat cum ſemicirculo & alijs lineis. Pòſt ſumatur tabula lignea plana excedens æneam in longitudine duobus digitis: & ſit quadrata: & eius altitudo ſiue ſpiſsitudo ſeptem digitorum. Signetur ergo in hac tabula punctum medium: & ſuper ipſum fiat circulus excedens maiorem circulum tabulę æneæ, quantitate digiti magni: & fiat ſuper idem centrum circulus, æqualis circulo minori tabulę æneę: & diuidatur circulus maior in partes, in æqualitate reſpondentes partibus ſemicirculi tabulæ æneę: ut ſcilicet prima reſpondeat primæ, ſecunda ſecundæ, & ſic de alijs: & circumquaque ſecetur tabula lignea, ut ſolum remaneat maior circulus: & fiet hæc ſectio uſitato ſecandi modo. Secetur etiam pars tabulæ minore circulo contenta: & modus ſectionis erit: ut huic tabulæ aſſocietur alia tabula, ita ut linea à centro huius ad centrum illius tranſiens, ſit perpendicularis ſuper illam: & adhibito tornatili inſtrumento centris earum, fiat ſectio partis circularis iam dictæ: (eſt autem alterius tabulæ aſſociatio, ut fixa ſtet in ſectione) igitur reſtabit tabula quaſi annulus circularis, cuius latitudo erit duorum digitorum: longitudo quatuordecim: altitudo ſeptem. Et ſit hæc altitudo optimè circulata ad modum columnę: remanēt autē in latitudine huius annuli lineę diuidentes circulū eius ſecundum diuiſionē ſemicirculi tabulæ æneę. A capitibus autem linearum harū producantur lineæ in ſuperficie altitudinis exterioris, perpēdiculares ſuper ſuperficiem latitudinis: & poterit hoc modo fieri. Quæratur regula bene acuta, cuius capiti lineæ adhibeantur, & regula moueatur, donec tranſeat ſuperficiē altitudinis, in qualibet parte acuminis: Signa eius capita, & fac

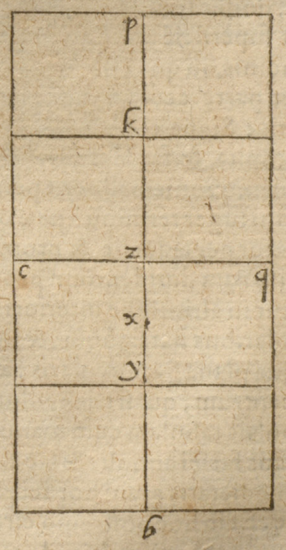


lineam, quoniam illa erit perpendicularis, quam quæris. Aliter poterit hoc idem fieri. Ponatur pes circini ſuper terminū lineæ diuidentis circulū, & fiat ſemicirculus ſecūdū altitudinē annuli, qui diuidatur per æqualia, & protrahatur à puncto in punctū linea, & ita de ſingulis. Pari modo à terminis illarum diuidentium protrahantur perpēdiculares ex parte interioris altitudinis. Amplius: ſumatur in altitudine interiori ex parte faciei non diuiſę, altitudo duorum digitorum: & in perpendicularibus fiat ſignum, & in ſignis illis fiat circulus, æquidiſtans faciei annuli hoc modo. Tabula aliqua plana fiat circularis, æqualis circulo minori tabulę æneę: & ſecetur ex ea pars aliqua uſque ad centrum, quaſi triangulum ex duabus ſemidiametris & arcu circuli, ſecundum quod libuerit, ut poſsis tabulam cum manu imponere, & locis aſsignatis aptare. Apta ergo locis illis, ut ſit æquidiſtans faciei annuli, & fac circulum ſecundum ipſam. Sumatur etiam infra hunc circulum altitudo medietatis grani hordei, & fiant ſigna, & in punctis aſsignatis fiat circulus per aptationem tabulę. Et in hoc poſtremo circulo fiat circularis concauitas, & ſit unius digiti eius profunditas, & altitudo tanquam altitudo tabulę æneę: & ſit hęc altitudo intra altitudinem duorum digitorum, ut eadem ſit poſtremi circuli & cōcauitatis ſpecies. Aptetur autem huic concauitati tabula ęnea, quę quidem intret concauitatem uſq; ad circulum minorem. Et cum diſtantia minoris à maiori ſit unius digiti, & concauitas ſimiliter: igitur circulo poſtremo & tabulę ęneę communis erit ſuperficies: & lineæ perpendiculares in altitudine annuli, tangent lineas diuiſionis tabulæ æneæ, & cadent perpendiculariter ſuper tabulam ęneam. Sit autem ſuperficies tabulę ęneę diuiſa ex parte faciei annuli

annuli diuiſæ. Amplius: in exteriore planitudine annuli ſignetur punctus, à longitudine duorum digitorum: & poſito pede circini ſuper punctum ſignatum, fiat circulus, ſecundum quantitatem unius grani hordei, & inſtrumento ferreo, cuius ſimiliter latitudo ſit quantitas unius grani hordei, perforetur foramine columnari: & baculus ligneus foramini aptetur: qui quidem cum tranſierit ad interiorem concauitatem, tanget tabulæ æneę ſuperficiem. Pari modo ſuper ſingulas exterioris altitudinis perpendiculares ſimilia & æqualia efficiantur foramina, in quantitate & altitudine. Deinde ſumatur tabula lignea quadrata, cuius latus ſit æquale diametro annuli, & protrahatur in eius ſuperficie linea diuidens per medium quadratum, æquidiſtans lateribus. Et ab una parte ſumatur longitudo duorum digitorum, & fiat ſignum: & pòſt ſumatur longitudo ſemidiametri minoris circuli tabulæ æneæ, & poſito pede circini, fiat circulus tranſiens per ſignum: qui quidem circulus erit æqualis minori circulo tabulæ æneæ & concauitati annuli. Deinde ſupra centrum huius circuli ſumatur longitudo duorum digitorum, & infra centrum ſimiliter: & ſignentur puncta ab utroque in utranque partem: & protrahatur linea æquidiſtans lateribus quadrati: & in utraq; harum linearum ſignetur longitudo duorum digitorum, ex utraq; parte puncti ſignati: & à punctis unius lineæ ſignatis protrahantur lineę æquidiſtantes ad puncta alterius lineę ſignata: & fiat quadratum quatuor digitorum. Cauetur poſtea hoc quadratum, ſecundum altitudinem unius digiti, & concauationis latera efficiantur plana, & orthogonalia, & fundus ſimiliter planus. Deinde aptetur hæc tabula faciei annuli, ita ut circulus minor applicetur foramini eius, & extremitas eius extremitati: & firmetur hæc applicatio cum clauis, ut immota maneat tabula. Notandum uerò, quòd in omnibus prædictis, dictorum digitorum menſura certa debet eſſe & determinata: & ob hoc in linea aliqua fiat immutabili, ne ex mutatione menſurę error accidat. Amplius: fiat columna ferrea concaua, plana, aliquantulum ſpiſſa, ut ſtatim intret, nec immutari queat: & ſit quantitas diametri circuli eius unius grani hordei: & ponatur columna in foraminibus: quę quidem cum ad interiora annuli peruenerit: continget lineas in tabula ænea factas. Et erit operis eius complementum, ſi linea tabulę æneę contingat circulum columnę in puncto lineæ altitudinis annuli, perpendicularis ſuper tabulam æneam, & tranſeuntis per centrum circuli columnę. Fiat autem in capite columnæ annulus aut repagulum, quod non permittat columnam intrare, niſi ad locum determinatum. Sit autem huius longitudinis columna, ut procedens ſuper tabulam æneam, attingat lineam æquidiſtantem diametro tabulæ, intra quam facta eſt ſectio. Et hæc eſt linea illa æquidiſtans baſi trianguli tabulæ æneæ.

8. Fabricatio ſeptem ſpeculorum regularium. 8 p 5.

Amplius: fabricentur ſeptem ſpecula ferrea, quorum unum planum: duo ſphærica, unum concauum intrà politum, aliud extrà: duo pyramidalia, unum politum in facie, aliud in concauitate: duo columnaria, unum concauum, aliud in ſuperficie politum. Speculum autem planum ſit circulare: & ſit eius diameter trium digitorum. Speculum columnare politum in ſuperficie ſit lucidum, & perfectè politum: & ſit diameter circuli longitudinis ſex digitorum, qui circulus eſt baſis eius. Longitudo autem columnę ſit trium digitorum. In baſi columnę ſumatur chorda longitudinis trium digitorum: ſimiliter in baſi eiuſdem columnę oppoſita ſumatur huic æqualis chorda, & ei oppoſita, ut lineę à capitibus unius chordę ad capita alterius productę, ſint rectę. Et ſecetur hæc columna ſecundum harum linearum proceſſum, ut reſtet nobis pars columnę, cuius capita ſint portiones chordarum: altitudo autem axis remanentis portionis minor, quàm altitudo dimidij digiti. Axem autem dico lineá à medio puncto arcus, ad mediũ chordę punctũ productá. Columnę aũt cõcauę longitudo ſit triũ digitorũ, & diameter baſis eius ſex digitorum: & in ea ſumatur chorda trium digitorum, & fiat ſectio, ſicut in prima: & erit altitudo axis partis remanentis minor, quàm altitudo dimidij digiti. Sit autem in his omnibus politura exquiſita, & æqualitas omnimoda. In ſpeculo pyramidali quęratur diameter baſis: cuius quantitas ſit ſex digitorũ, & chorda trium: & longitudo quatuor digitorum & dimidij: & fiat ſectio ſecũdum lineas rectas: & axis portionis altitudo ſit minor quàm altitudo dimidij digiti. Et hæc in utraque pyramidali intellige. Speculum ſphęricum ſit portio ſphęrę, cuius diameter ſit ſex digitorum, & diameter baſis huius ſpeculi trium digitorum: & erit axis altitudo minor quàm altitudo dimidij digiti. Idem operare in ſpeculo ſphęrico concauo. Deinde facias ſeptem regulas ligneas planas, quarum latera ſint æquidiſtantia & orthogonalia, ſuper capita æquidiſtantia in fine poſsibilitatis: & ſit longitudo regularum ſex digitorum, latitudo quatuor. Poſtea quadrato adaptetur aliqua regularum, ita ut orthogonaliter cadat ſuper inferiorem concaui quadrati ſuperficiem, & uide, ut facile intret quadratum: ne compreſſa immutetur. Cadat igitur ſuper faciem lateris regulę acumen tabulę ęneę, & ubi continuabitur ei, fiat ſignum: & à puncto aſsignato producatur in extremitates regulę, linea æquidiſtans lateribus regulæ, ut ſit linea illa, linea longitudinis regulæ.



regulæ. Deinceps in longiore parte illius lineæ circa punctum ſumptum, ſumatur altitudo medij grani hordei, & fiat punctum. Dico quòd illud eſt punctum medium regulæ, quod etiam centris foraminum opponitur rectè. Quoniam enim centra foraminum elongantur ſuper ſuperficiem tabulæ æneæ, in medij grani quantitate, & diſtant à ſuperficie annuli per duos digitos: Igitur punctum illud diſtat ab eadem per duos digitos, & in quadrato concauo per digitum unum. Quare ab extremitatibus regulæ ad punctũ ſunt tres digiti. Quare punctũ illud erit mediũ. Super hoc mediũ punctum producatur in utrãq; partẽ linea, ſecundũ latitudinẽ æquidiſtans extremitatibus: & medietates lineæ longitudinis (ſuper quam eſt hæc perpendicularis) diuidãtur per æqualia, per lineas latitudinis perpendiculares extremitatibus æquidiſtantes. Et ita diuiſa erit regula in quatuor æquales partes. Similis fiat in alijs regulis operatio.

9. Situs & collocatio ſpeculorum regulariũ in reflexionis organo. 10. 12. 13. 14. 15. 16. 17 p 5.

HIs completis, adaptetur ſpeculum planũ uni regularum: & eſt: ut ſit regula cauata ſecundũ altitudinem ſpeculi, ita ut ſuperficies ſpeculi ſit in eadem ſuperficie cũ ſuperficie regulæ: & ita, ut medium ſuperficiei ſpeculi punctũ, directè ſupponatur medio ſuperficiei regulæ puncto: & ita, ut linea diuidens ſuperficiẽ regulę in duo æqualia: diuidat etiã ſuperficiem ſpeculi per ęqualia, & ut cõtinuentur partes ſpeculi cũ linea diuidente: & hoc obſeruetur in poſsibilitatis fine. Deinde ſpeculum columnare politũ in facie applicetur alicui regulæ ita, ut mediũ punctũ eius cadat ſuper mediũ regulæ punctũ, & ita, ut linea in longitudine ſpeculi ſumpta, diuidens ipſum per æqualia, cõtinuetur cũ partibus lineæ lõgitudinis ſuperficiei regulæ æquè diuidenti, & ut media longitudinis ſpeculi linea ſit in ſuperficie regulę. Et hoc ſic fieri poterit. Vtriuſq; baſis ſpeculi arcus per æqualia diuidantur, & à puncto diuiſionis ſignato ad oppoſitũ ſignatum punctũ linea producatur, & lineę mediæ longitudinis aptetur & cõtinuetur. Speculũ columnare concauũ aptetur regulæ, ut media lõgitudinis eius linea ſecundũ æqualẽ baſium arcuum diuiſionẽ ſumpta, æquidiſtãs ſit lineæ mediæ longitudinis regulæ: & etiã ut utriuſq; arcus chordę cũ lineæ lõgitudinis extremis ſint in ſuperficie regulæ. Pyramidale ſpeculũ extrà politũ applicetur regulæ, ut acumen eius ſit in termino lineæ mediæ lõgitudinis regulæ, & linea diuidens portionẽ pyramidalis per æqua, quę ſcilicet à uertice ad medium arcus baſis punctũ producitur, ſit in ſuperficie continuata cum parte reſtante lineę mediæ, longitudinis regulæ. Speculum pyramidale concauum applicetur regulę ita, ut acumen eius ſit in directo mediæ lineæ longitudinis regulæ, chorda uerò arcus baſis ſit in ſuperficie regulæ, & linea à uertice ad medium arcus baſis punctum ducta, ſit æquidiſtans mediæ lineæ longitudinis regulæ. Cum autem longitudo pyramidis ſit quatuor digitorum & dimidij: reſtabũt ex longitudine regulæ digitus & dimidius. Ad aptandum regulæ ſpeculum ſphæricum extrà politum: fiat in regula circulus ſecundum quantitatem trium digitorum: eius centrum ſit medium regulæ punctum: & aptetur ſpeculum, ut medium ſuperficiei eius punctum ſit in ſuperficie regulæ, & in medio puncto mediæ lineæ longitudinis regulæ: quod quidẽ ſciri poterit per applicationem alterius regulæ acutæ, æqualis huic in longitudine, & diuiſæ per æqualitatem, & applicatę mediæ lineæ longitudinis regulæ, ita ut medium huius regulæ acutæ punctum, tangat medium ſpeculi ſphærici punctum. Sphęricum concauum aptatur: facto in regula circulo ſecundum quantitatem trium digitorum, cuius centrum medium regulæ punctum: Cauato circulo imponatur ita, ut circulus baſis ſpeculi ſit in ſuperficie regulæ, & punctum medium concauitatis ſpeculi, ſit directè oppoſitũ medio regulæ puncto, & diameter baſis ſpeculi continuetur mediæ lineæ regulę: Quæ ita perpendetur. In regula acuta punctũ ſignetur: & ab illo puncto lõgitudo ſemidiametri baſis ſpeculi notetur ex utraque parte, & ita hæc acuta regula mediæ lineæ regulæ applicetur, ut punctum ſignatũ in ea, directè opponatur medio cõcauitatis ſpeculi puncto, & diameter in ea facta ſimul ſit cum baſis diametro. His peractis in ſemidiametro tabulæ æneæ triangulum per æqualia diuidente: ſignetur ab acumine eius longitudo, æqualis axi huius ſpeculi concaui, & fiat punctum. Axis autem ſic dignoſcitur. Regula acuta ſuperficiei ſpeculi applicetur, ut acuitas directè ſit ſuper mediam longitudinis lineam, puncto eius ſuper medium concaui ſpeculi punctum directè ſtatuto: deinde acus recta & ſubtilis ſuper illud regulæ acutæ punctum perpendiculariter cadat in ſpeculum: deſcendet quidem ſuper medium concaui punctum: ſignetur autem in acu punctum, quod poſt ſuum deſcẽſum tangat concauitas regulæ: & ſit modicum declinata regula, ut certius poſsit fieri in acu ſignum. Poſtea ſecundum longitudinem acus à puncto ſignato in ea, metire ab acumine tabulæ æneæ in linea triangulum diuidente, & fac punctum. Deinceps hanc regulam facias intrare quadratum concauum, ita ut acumen tabulæ æneæ deſcendat ſupra ſpeculum, & adhibeatur regula acuta, ut ſignetur punctum in linea diuidente triangulum, quod tetigerit ex ea regula acuta, cum acumen trianguli deſcenderit uſque ad ſuperficiem concaui: Signa igitur punctum: hoc uerò ſecundum punctum minus diſtabit ab acumine quàm primum. Superficies enim tabulæ æneæ diſtat à ſuperficie annuli ſiue tabulæ, in qua eſt quadratum concauum, per duos digitos minus medietate grani hordei: punctum autem medium regulæ directè eſt oppoſitum medio ſpeculi concaui puncto: quod quidem diſtat ab eadem ſuperficie tabulæ per duos digitos. Cum ergo acumen tabulę orthogonaliter deſcendat: nõ cadet ſuper mediũ cõcaui punctũ, quod eſt terminus axis, ſed in punctũ altius. Quare patet propoſitũ. Signetur uerò in ſpeculo cõcauo pũctũ, in quod incidit acumẽ tabulæ æneæ, & extracto in pũcto illo foramine, orthogonaliter deſcẽdẽte & modico, ad hãc quidẽ menſuram,

mensuram, ut in eo descendat acumen: donec acuitas lineæ adhibitæ, cōtingat punctū lineæ diuidentis triangulum primò signatū: quod cum fuerit: erit quidem acumen tabulæ æneæ in eadem superficie cū termino axis speculi: quæ superficies est æquidistās superficiei regulę: & erit linea à termino axis ad acumen ducta, perpendicularis super superficiē tabulæ æneæ. Axis aūt speculi in eadem erit superficie cū centris foraminū: quoniam distantia eorū à superficie annuli duorum est digitorum, & terminus axis similiter. His cum diligentia præparatis, poterit uideri, quod præmisimus.

10. Radius speculo plano obliquus, in oppositam partem reflectitur: & æquat angulos incidentiæ & reflexionis. 10 p 5.

IMmittatur annulo regula, super quā est speculum planū, donec acumen tabulæ æneæ cadat super speculū, & sit infixa regula quadrato concauo: & in eo subtus regulā aliquid apponatur, quod ei cōferat firmitatē, ne uacillet: deinde opponatur pergamenū foraminibus, & cū digito fiat impresio, ut obturentur, & impresionē percipere posis, & signum foraminis fiat in pergameno cū incausto uel aliquo alio: Vnum autem foraminum relinquatur apertum, declinatū non super mediam regulam, & adhibeatur radio solis foramen apertum: certior autem erit huius rei comprehensio, si adhibeatur radio solis per foramen domus intranti. Cum igitur radius foramē intrans ad speculum peruenerit, uidebis ipsum reflecti ad foramen illud, respiciens super lineam tabulæ æneę æqualem angulum continentem cum linea triangulum per æqua diuidente, ei angulo, quem tenet linea à foramine discooperto cum eadem tabulæ semidiametro. Si uerò foramē, in quod fit reflexio, discoopertum opponas radio, priore cooperto: uidebis radium reflecti in coopertum. Si uerò foramini imponatur columna ferrea concaua, quam ad quantitatem foraminum fieri pręcepimus: quę ut firmius stet, modicum ceræ circa eam apponatur: descendet lux per columnæ concauitatem, sicut descendit per foramen, & reflectetur in foramen sibi respondens, & super lineas tabulæ æneæ erit descensus & reflexio pari modo, ut prius. Et si ad secundum foramen columnā transtulerimus: in primum lucem reflexam uidebimus. Erit autem debilior lux per columnam descendens, quàm sine columna per foramen. Erit autem uidere eundem reflectendi modum in debiliore luce. Obturetur foramen cum cera, ut modicum circa centrum ei restet uacuum: & uidebitur lucis reflexio in foramine simili circa centrum. Pari modo, si concauitatem columnæ cum cera obturaueris, ut remaneat quasi terminus solius axis: descendet lux super axem columnæ, & reflectetur ad centrum foraminis similis. Eodem modo altera columna imposita, cū descenderit lux super axem unius foraminis: reflectetur super axem similis. Centrum enim foraminis directè axi opponitur: & cū lucis reflexio cadat in centrū, nec moueatur, nisi per lineam rectā, oportet, ut procedat secundum axem.

11. Radius speculo perpendicularis, reflectitur in seipsum. 11. 12 p 5.

OBturatis autem foraminibus singulis, præter medium, quod directè super tabulam æneam incidit: fiat baculus columnaris ad quantitatē foraminis, & extremitas eius acuatur, ut remaneat solus terminus axis eius, & descēdat per foramen ad speculū, & signetur punctum, in quod ceciderit: deinde descendat radius solis per foramen illud: cadet quidē super punctū signatum, & circa ipsum efficiet circulum. Signetur igitur in fine huius lucis circularis punctū, & secundum quantitatē lineæ interiacentis puncta signata, fiat circulus: erit quidē circulus iste maior circulo foraminis: quoniam processus lucis per foramen ingredientis, est per modum pyramidis. Vnde palàm, quòd lux descendens per axem, reflectitur super eundem. Veruntamen apparebit lux circularis circa basim interiorem foraminis, maioris quidem capacitatis luce incidente uel radio, & maioris etiā lucis, interioris lucis circulo: & palā est, hāc lucē esse per reflexionē: uerùm nō per reflexionem lucis super axem descendentis: quod ex hoc poterit patere. Obturata utraq; foraminis basi, ut quasi sola remaneat axis uia, & radio solis per uiam axis descendente: nō apparebit lux illa circularis, circa interiorē basim foraminis. Quare nō procedebat ex reflexa lucis axe. Amplius: ut suprà quidē supposuimus, ut regula orthogonaliter caderet in quadratū concauū: si aliquantulū inde auferatur, ut regula declinetur, ita, ut extremitas à quadrato remotior, sit demisior radio descendente super foramen mediū: non cadet perpendiculariter super speculū: & apparebit lux reflexa à foramine medio remota: & quantò maior erit declinatio, tantò maior erit lucis reflexæ à foramine remotio. Si uerò ad rectitudinē regula reducatur, lux reflexa circa interiorē foraminis basim, ut prius, uidebitur. Palā igitur, quòd luce super speculū perpendiculariter cadēte, regreditur ad foramē, per quod ingressa est. Cū uerò lux axis declinata ceciderit, nō reflectetur ad foramen, per quod ingressa est, sed tamē apparebit centrum lucis semper super lineam superficiei concauæ annuli, perpendicularem super tabulam æneam, & descendentem per centrum foraminis medij. Quæcunque autem dicta sunt in duobus foraminibus primis declinatis: intellige in singulis: & quod dictū est in speculo plano, de luce per foramen seu declinatum seu medium descendente: regula seu recta seu declinata: in alijs speculis intellige.

12. In speculis, conuexis, cauis: sphærico, conico cylindraceo, anguli incidentiæ & reflexionis æquantur. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 20 p 5.

SI autē regula, in qua fuerit speculū columnare extrà politū, declinetur in quadrato, ita ut non orthogonaliter cadat super quadratum, sed declinetur super partem dextram uel sinistram: apparebit

apparebit tamen lux reflecti super foramen, simile eius descensui, & medium lucis super medium foraminis, sicut uisum est in regula non declinata. Regulam, in qua situm est columnare concauum, impones, ut descendat acumen tabulæ æneæ, donec tangat superficiem speculi: & declinabis hoc speculum secundum latus suum, sicut declinasti extrà politum. Idem in speculis pyramidalibus con cauis operaberis. Sphæricum concauũ aptetur, donec descendat acumen tabulæ æneæ in foramen speculi, factum secundum acuminis descensum. Sphæricum extrà politum sic imponatur, ut acumen tabulæ æneæ sit in superficie regulæ, & in eadem superficie cum medio speculi puncto: quod sic fieri poterit. Adhibeatur regula acuta regulę, & puncto speculi medio, & descendat acumen tabulæ æneæ, quousq; sit in directo acuitatis regulæ: & tunc cogatur sistere. In speculis columnaribus ui debis reflexionem hoc modo. Aptetur speculum, sicut dictum est: & per foramen medium descendat baculus columnaris, sicut factũ est in speculis planis: Cadet quidem baculus super mediam longitudinis speculi lineam, & erit eius terminus in superficie regulę. Super mediam igitur lineã signetur punctum, in quod cadit: & ab hoc puncto in superficie regulæ sumatur longitudo semidiametri circuli facti in regula, ad discernendum circularem lucis casum: & ex alia parte puncti sumatur longitudo eadem, & habebitur linea æqualis diametro prædicti circuli. Videbitur autem lux cadens, extendi super prædictam lineam tantùm, & reflectetur ad foramen medium: & circa eius basim interiorem uidebitur lux circularis maior circulo interiori, sicut in speculis planis uisum est. Idem in speculis pyramidalibus uidere poteris. Pari modo in speculis sphæricis, luce per foramen mediũ descendente: fiat circulus in superficie regulæ ad quantitatem circuli iam dicti: & uidebitur lux extendi super hunc circulum, & reflecti ad foramen medium modo iam dicto. Et apparebit in his omnibus rectis reflexionibus, linea perpendicularis in interiore superficie annuli secare lucẽ circularem reflexam, & diuidere circulum eius per medium. Quod autem dictum est de luce naturali: uideri poterit in luce accidentali. Domus unici foraminis opponatur parieti, in quem descendit radius solis, & applicetur instrumentum foramini. Cum ergo intrauerit lux accidentalis per foramen non medium, uidebitur reflecti per eius oppositum: & si aptetur instrumentum, ut intret per duo foramina, reflectetur per duo similia. Verùm ut possis perpendere lucem, cum intrauerit directè: appone superius pergamenum album, & inclina instrumentum, donec uideas lucem cadentem super pergamenum: in speculis enim non plenè comprehenditur lucis accidentalis casus, propter debilitatẽ eius. Idem autem in hac luce patebit, quod in naturali patuit: non enim est diuersitas in earum natura, nisi quòd una fortis est, & alia debilis. Palàm ergo, quòd luces per diuersas lineas ad specula accedentes, per diuersas reflectuntur lineas: & quòd secundum rectam perpendicularem incidentes, secundum eandem regrediuntur: & quòd declinatio linearũ reflexionis, est æqualis declinationi linearum accessus.

13. *Superficies reflexionis est perpendicularis plano speculum in reflexionis puncto tangenti. 25 p 5.*

ET planũ, quòd lineæ lucis reflexæ & aduenientis, sunt in eadem superficie orthogonali super superficiem politi, aut superficiem contingentem punctum politi, à quo fit reflexio: & si lux super perpendicularem uenerit, reflectitur super perpendicularem: & in quodcunq; punctum ceciderit, reflectitur in superficie perpendiculari, super superficiem tangentem illud punctum: & semper linea reflexa cum perpendiculari super illud punctum, æqualem tenet angulum, angulo, quem includit linea ueniens cum eadem perpendiculari. Et huius rei probatio est. Quia palàm [per 10.11.12.n] quòd si descendat lux quæcunq; per foramen aliquod: reflectitur per aliud ipsum respiciens: & si constringatur foramen, ut restet quasi solus axis: reflectitur per axem respicientis: & si fiat alteratio descensus lucis: reflectitur per lineas, per quas prius descenderat. Et palàm [ex instrumenti reflexionis cõstructione] quòd foramina se respicientia eundem habent situm, respectu medij. Et cum non procedat lux, nisi per rectas lineas: palam, quòd reflectitur per lineas eiusdem situs, respectu medij foraminis, cum lineis descensus: Vnde cũ accedit per orthogonalẽ, per eam reflectitur solam. Quare semper lineæ reflexionis eundem seruant situm cum lineis descensus, respectu superficiei contingentis punctum reflexionis. Et hoc uerum est siue in substantiali siue in accidentali luce, siue forti siue debili: & generaliter in omni. Et nos ostendemus identitatẽ situs. Iam scimus, quòd superficies regulæ cadit super tabulam, in qua quadratum fecimus, orthogonaliter. Igitur linea media tabulæ quadrati orthogonalis est super lineam communem sectioni ipsius & regulæ, & super lineam latitudinis regulæ: Et tabula quadrati æquidistat æneæ tabulæ, & linea eius, id est, tabulæ quadratæ concauæ media, æquidistat lineæ mediæ tabulæ æneæ, quę est linea à centro tabulæ æneæ producta, & diuidens semicirculum per æqualia. Linea autem cõmunis superficiei tabulę æneæ & superficiei regulæ, in qua est linea latitudinis, est æquidistãs lineæ communi concauę tabulæ & regulæ [per 28 p 1: linea enim longitudinis regulæ rectè secat latitudinis lineas.] Quare linea media tabulæ æneæ cadet perpendiculariter super lineam cõmunem regulæ & tabulę æneæ. Et regula perpendicularis est super superficiem quadrati, & superficies quadrati æquidistans superficiei tabulæ ænec. Quare superficies tabulę ænec orthogonalis est super superficiem regulę: & linea media latitudinis regulę, est perpendicularis super mediam longitudinis regulæ lineam: & similiter linea media tabulę ænec, est perpendicularis super eandẽ. Et ita media linea tabulę æneæ est perpendicularis super superficiem regulæ, & super mediam longitudinis eius lineam: Est ergo perpendicu

laris ſuper ſuperficiẽ ſpeculi plani, & ſuper mediá longitudinis eius lineá. Amplius: ſuperficies tabulæ æneę eſt æquidiſtans ſuperficiei deſcendenti per centra foraminũ. Nam longitudo centrorũ à ſuperficie tabulę æneę eſt eadem, id eſt medietatis unius grani hordei, & diameter foraminis eſt unius grani hordei: ſimiliter latitudo ſuperficiei columnæ eſt unius grani: & ſuperficies deſcendens per centra foraminum, ſecat columná per medium: & ita axis columnæ eſt in ſuperficie illa. Et columna deſcenſu ſuo tangit lineá in tabula ænea, cui quidẽ æquidiſtat axis: quoniá axis eſt æquidiſtans cuilibet lineę ſuperficiei columnæ. Et axis colũnæ cadit in punctũ ſuperficiei regulæ, à quo puncto linea ducta ad centrum tabulę æneę, eſt perpendicularis ſuper tabulam æneam: quoniam per quodcunq; foramen deſcendat columna: axis eius cadit ſuper mediá longitudinis regulæ lineam: & linea protracta à puncto regulæ, in quod cadit axis per centra foraminum, eſt æquidiſtans lineę protractæ à centro tabulę æneę ad terminum diametri foraminis: [per 33 p 1] quoniam linea inter punctum illud & centrum eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem tabulę æneę, cum ſit pars lineę medię longitudinis regulę: & huic lineę interiacenti centrum tabulę æneę & punctum, eſt æquidiſtans linea annuli, tranſiẽs per centra foraminũ, & perpendiculariter cadẽs ſuper ſuperficiem tabulę æneę [per 6 p 11: Vtraq; enim linea ad perpendiculum eſt tabulę æneę.] Quare æquidiſtantes erunt lineę cadentes à puncto regulę ad centra foraminũ, lineis à tabulæ æneę centro, ad terminos diametrorũ eorundem foraminũ in ſuperficie tabulę ductis. Pari modo in ſingulis foraminibus. Quare lineę à puncto regulæ, in quod cadit axis, productę ad centrũ duorum foraminũ ſe reſpicientiũ, æquidiſtantes duabus lineis, à centro tabulę æneę ad extremitates diametrorũ eorundem foraminũ protractis, æqualem cum his lineis tenent angulũ [per 10 p 11.] Et ſi à termino axis erigatur linea ad centrũ foraminis: erit in ſuperficie per centrum deſcendente, & erit æquidiſtans medię lineę tabulę æneę: [per 6 p 11] quoniá linea inferior interiacens capita earũ, eſt perpendicularis ſuper tabulam æneam, & æqualis ſuperiori eadẽ capita interiacenti, & ſuper tabulá æneá perpendiculari: & eſt æquidiſtans ei. Et ſimiliter linea à centro foraminis medij ad terminũ axis colũnę, eſt æquidiſtás medię lineę tabulę æneę: & eſt illa perpendicularis ſuper regulá: quare & iſta [per 8 p 11.] Igitur hęc linea & altera angulũ cõtinentes, æquidiſtant medię lineę tabulę æneę, & alteri lineæ in tabula ænea reliquũ angulũ cõtinenti. Quare anguli partiales ſibi oppoſiti ſunt æquales [per 10 p 11.] Igitur linea tabulæ æneę media diuidit angulum ſuum per æqualia. Quare linea à centro foraminis medij, diuidit angulum ſuum per æqualia. Et cum certum ſit, quòd lux foramen declinatum intrans per illas lineas angulũ continentes moueatur: planũ, quòd lux omnis reflectitur per lineas, quę cum lineis deſcenſus ſunt in ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem reflexionis, & angulum æqualem facientes cum linea perpendiculari, angulo, quẽ continet perpendicularis cum lineis deſcẽſus: & quòd lux perpendiculariter deſcendens: reflectitur per perpendicularem. Et hoc generale eſt in omni luce. Si aũt declinetur regula, non in latus ſuũ, ſed in caput, ut axis foraminis medij non ſit perpendicularis ſuper regulá: reflectetur lux, & uidebitur ſuper lineam altitudinis annuli perpendicularẽ, & per centrum foraminis tranſeuntẽ: & quantò maior fuerit declinatio, tantò maior erit lucis reflexæ à foramine uel axe elongatio: & ſi diminuatur declinatio, diminuetur elongatio: & ita, donec ſitus regulæ ad rectitudinẽ regrediatur, & ſuper perpendicularẽ illá reflectatur lux. Quòd aũt in hac declinatione axis foraminis medij & linea reflexionis, ſint in eadem ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem reflexionis, planũ per hoc. Quoniá enim axis foraminis medij eſt perpendicularis ſuper latitudinẽ regulæ, id eſt ſuper lineá communẽ ſuperficiei regulę, & ſuperficiei per centra foraminũ deſcendentis, & media linea tabulę, ſcilicet annuli, eſt æquidiſtás huic axi, & æquidiſtans medię lineæ tabulæ æneę, & media linea tabulę æneę eſt perpendicularis ſuper latitudinẽ regulę, & ſuper lineá cõmunem ſuperficiei regulę, & ſuperficiei tabulę æneę. Quare ſuperficies, in qua ſunt, media linea tabulę æneę, & axis foraminis medij, etiá orthogonalis eſt ſuper ſuperficiem regulę: & in hac ſuperficie eſt linea perpendicularis in altitudine annuli: [per 7 p 11] quoniá tranſit per terminos æquidiſtantium, ſcilicet medię tabulę æneę & axis foraminis medij. Palàm igitur, quòd lux reflexa, quę apparet in perpendiculari altitudinis annuli, reflectitur per lineam, quę cum axe, per quem fit deſcenſus, eſt in ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem regulę. Luce ergo deſcendente in ſpeculum planum, fit reflexio ſecundũ lineas, quarũ eadem declinatio ſuper ſuperficiem ſpeculi: & ipſę ſunt cum perpendiculari in ſuperficie orthogonali ſuper ſpeculi ſuperficiem. In ſpeculo columnari exteriori eadẽ penitus probatio, quę eſt in plano: ſcilicet quòd acumẽ tabulę æneę cadat ſuper lineam longitudinis ſpeculi orthogonaliter: & ſimiliter colũna deſcendẽs ſuper eandẽ: & pars illius lineę inter hos caſus eſt orthogonalis ſuper tabulá æneam. Et ſemper, ſiue per foramẽ mediũ, ſiue per declinatũ deſcenderit lux: reflexio eius cũ deſcenſu erit in eadem ſuperficie, orthogonali ſuper ſuperficiem contingentẽ lineam longitudinis ſpeculi. In pyramidali uerò exteriori, cum ſuperficies regulæ ſit in eadem ſuperficie cum linea longitudinis pyramidis, ſicut in columnari: erit idem ſitus linearũ ſuperficiei, & idem reflexionis modus, ſicut in plano ſpeculo, & eadem penitus probatio. In ſpeculo columnari concauo deſcẽdit acumen tabulæ æneę uſq; ad lineam longitudinis eius mediam, & ſuper eandẽ cadit axis cuiuſq; foraminis: & pars illius lineę inter hos caſus eſt orthogonalis ſuper ſuperficiẽ tabulę æneę: & axis foraminis, & media linea tabulę æneæ, ſunt orthogonales ſuper ſuperficiem, tangentẽ ſpeculum illud in linea longitudinis (quę eſt locus reflexionis) & æquidiſtantẽ ſuperficiei regulę. Et ita idẽ modus probandi, qui prius: quòd ſcilicet reflexio & deſcenſus ſint in eadẽ ſuperficie, orthogonali ſuper ſuperficiẽ loci reflexionis: & quòd eiuſdẽ ſint declinationis: & quòd deſcenſus per mediũ, efficit reflexionem

per

per ipsum: & declinato capite regulæ: erit reflexio super perpendicularē annuli, sicut dictū est in plano. In speculo pyramidali concauo eadē in omnibus probatio. In speculo sphærico exteriori palàm, quòd mediū eius punctū est in superficie regulæ, & axis cadit in punctū illud: & erit in eo idē situs linearum & aliorū penitus, qui in plano: & eadem demonstratio. In speculo sphærico cōcauo iam declaratum est, [9 n] quòd axis foraminis descendat ad punctum eius mediū, & acumen tabulæ æneę transeat per foramē in speculo iam factū, usq; dum sit in eadem superficie cum puncto illo medio: & linea à puncto illo ad acumen protracta, est æquidistans mediæ lineę longitudinis regulæ. Et ita descensus & reflexio sunt in eadē superficie, orthogonali super superficiem contingentē speculū in illo puncto medio, & æquidistantē superficiei regulę. Et eadem probatio penitus, quę in alijs. Planū ergo, quòd omnis lux, in quodcunq; horum speculorū ceciderit, reflexio & descensus sunt in eadē superficie orthogonali. Hic aūt modus reflexionis non accidit ex proprietate axis uel puncti, in quod cadit: uel foraminis, per quod intrat: uel ꝓprietate speculi. Accidit enim in quolibet foramine, quæcunq; sit lux, & per quamcunq; lineā descendat, & in quodcunq; speculi punctū cadat. Quoniā quocunq; puncto speculi sumpto, si lux in ipsum descendat, cū idem sit ei situs, respectu longitudinis speculi, & cuicunq; alij: erunt similiter ijdem respectu linearū ab eo protractarū, quæ eiusdē sunt declinationis cū lineis à puncto priore intellectis, sicut puncto priori uel cuicunq; alij. Et generaliter idē est situs cuilibet puncto, in quod cadit lux, qui & in priore sumpto, & respectu axis & respectu acuminis tabulæ æneę: & eadem in omnibus probatio, & similis demonstratio. Vnde est certū, non esse hoc ex proprietate lucis uel figura alicuius speculi, sed ex proprietate quadam communi rei politæ & cuilibet luci. Si autem per diuersa in quodcunq; punctum descenderit lux foramina, uidebitur reflexio diuersa, & angulorum diuersitas suo descensui consona: & sic in omnibus.

14. Inter uisibile & speculū innumerabiles pyramides fiūt alternis basib. & uerticibus. 22 p 5.

MAnifestū aūt ex superioribus [2.3 n] quòd si corpus politum opponatur corpori luminoso: cadet in quodlibet punctū eius lux à quolibet puncto luminosi: unde super quodlibet politi punctū cadit pyramis, cuius acumē in eo, & superficies luminosi est basis: & à quolibet puncto luminosi procedit pyramis, cuius acumē in eo, & basis superficies politi. Si aūt inter luminosum & politū intelligatur punctū aliquod: ueniet quidē ad illud punctū lux luminosi, in modum pyramidis, cuius acumen in puncto, & latera huius pyramidis procedentia, usq; dum cadant in superficiem politi, pyramidē efficiunt. Vnde in puncto intellecto erunt acumina duarū pyramidū, quarū bases sunt superficies luminosi & politi. Et si ad punctū quodcūq; intermediū intelligatur pyramis, cuius basis superficies politi, & procedant huius pyramidis lineę: illud, quod occupabunt ex superficie luminosi, hoc est, à quo procedebat lux ad politū: erit secundū duas pyramides, quarū acumina sunt in puncto intellecto: & quicquid procedit lucis in his duabus pyramidibus, procedit & includitur in duabus primis pyramidibus. Et à luminoso secundū lineas æquidistantes procedit lux ad speculū: sed hæ lineę includuntur in duabus primis pyramidibus: & per quascūq; lineas mouetur lux ad speculū: obseruant lineę reflexionis eundē penitus situm, quē habebant lineæ motus lucis. Vnde si mouetur lux per æquidistantes, reflectitur per æquidistantes: & lux cadēs in politū, ad modū pyramidis reflectitur, obseruās modū eiusdem pyramidis. Et cū descendit lux à corpore luminoso per foramen aliquod ad corpus politū: si in superficie foraminis ex parte luminosi intelligatur pūctū, à quo puncto intelligatur duę pyramides, basis unius in luminoso, alterius in polito: à sola basi pyramidis, cuius luminosum basis: uenit lux ad politū super illud punctū. Similiter si in superficie foraminis ex parte politi intelligatur punctū, in quo acumina duarū pyramidum, unius ad speculū, alterius ad luminosum: à sola basi pyramidis, quę basis est in luminoso, accedit lux ad speculum super hoc punctum: & à parte luminosi his duabus pyramidibus cōmunis, accedit lux ad partē speculi communē duabus pyramidibus. Venit etiā lux à luminoso ad speculū per lineas ęquidistātes: sed per quascūq; accedat: fit reflexio modo prædicto: & quælibet lineę reflexionis obseruant situm linearum descensus lucis eas respicientium: & in omni reflexione obseruatur identitas formę lucis, quę fuerit in polito corpore: & hæc deinceps explanabimus explanatione euidenti.

15. Lux à superficie polita longinquiore reflexa, trifariam debilitatur.

AMplius: Patuit [4.5 n] quòd lux quantò plus ab ortu suo elongatur, tantò plus debilitatur: patuit etiā, quòd lux cōtinua fortior est disgregata. Cū igitur ab aliquo puncto luminosi procedit lux ad superficiē speculi in modū pyramidis, quātò magis elongatur ab illo puncto: tantò maior erit eius debilitas duplici de caussa: & propter elongationē ab ortu suo, & propter disgregationē. Cum aūt ab aliquo speculi puncto reflectitur lux ista, fit debilior tripliciter: & propter reflexionē, quæ debilitat, & propter elongationē à loco reflexionis, & propter disgregationē. Si uerò lux reflexa à speculo aggregetur in punctū aliquod: fiet quidē fortior propter aggregationē, sed debilitabitur propter reflexionē & elongationē. Si igitur aggregatio lucis tantū reddit ei fortitudinis, quantum subtrahunt reflexio & elongatio: erit lux reflexa aggregata eiusdē fortitudinis, cuius est in superficie speculi: si uerò aggregatio minus addat fortitudinis, quàm diminuūt illa duo: erit debilior: & si plus addat, erit fortior. Similiter si à superficie luminosi procedat pyramis ad aliquod punctum speculi: erit lux procedēs secundum hanc pyramidalitatē debilior propter elongationē, sed fortior propter aggregationē. Si aūt aggregatio potest super elongationē: erit lux in pūcto speculi aggregata fortior luce unicā à luminoso ueniente per lineā unā: unica dico: quia ad quodlibet punctū lineæ

ex illis sumptæ uenit etiã pyramis à luminoso, quæ quidẽ pyramis cum similibus excluditur in hac consideratione. Si uerò elongatio ponderet super aggregationem: erit lux puncti politi minor luce sola unius lineæ sumpta: & si aggregatio plus ponderet elongatione: erit fortior. Luces aũt, quę à luminoso ad speculũ accedunt super lineas æquidistantes: erunt debiliores, quàm modo alio accedentes: quoniã debilitatę propter elongationẽ non aggregantur in speculũ, sed in reflexione per lineas æquidistantes mouentur: unde per reflexionẽ & elongationẽ debilitantur. Et si aggregentur in reflexione: conferetur eis fortitudo comparata ad fortitudinem, quam habuerunt in speculo, secundum posse aggregans super reflexionem & elongationem.

16. Lux & color reflectuntur per lineas physicas, latitudine quadam præditas. 3 p 2. 6 p 5.

AMplius. Omnis linea, per quã mouetur lux à corpore luminoso ad corpus oppositũ, est linea sensualis, non sine latitudine. Lux enim nõ procedit, nisi à corpore, quoniã non est, nisi in corpore: sed in minore luce, quæ sumi potest, est latitudo, & in linea processus eius est latitudo: & in medio illius lineæ sensualis, est linea intellectualis, & aliæ eius lineæ sunt æquidistantes illi. Et si diuidatur minor ex lucibus: neutra eius pars erit lux, sed utraq; extinguetur, nec apparebit. Si aũt lux minima duplicetur, aut amplius multiplicetur, & cõpacta per æqualia diuidatur: erit lux utraq; pars eius: Si uerò per inæqualia fiat diuisio: erit altera pars eius lux, altera minimè. Lux aũt minima procedit in minimã corporis partem, quã lux occupare possit, & processus eius est secundum lineã intellectualem, lineæ sensualis mediam, & extremitates ei æquidistantes. Et cadit lux minima non in punctũ corporis intelligibile, sed sensibile, & reflectitur per lineam sensibilem, cuius latitudo est æqualis latitudini lineę sensibilis uenientis. Et si intelligatur in linea sinsibili, linea reflexa intellectualis media: eundẽ habebit sitũ super reflexiõis locũ, quẽ habet linea intelligibilis media, lineę sensibilis uenientis. Et quęlibet linea intellectualis in linea reflexa sensibili eundẽ penitus obseruat sitũ cũ linea intelligibili alterius lineę sensibilis, ipsã respiciẽte. Obseruatur ergo in omni luce ratio linearũ & punctorũ intellectorũ, licet ab eis aut per ipsas nõ procedat lux: & in hũc modũ erit reflexio lucis.

17. Reflexio lucis & coloris à superficie aspera facta, plerunq; fugit uisum. 1 p 5.

AMplius: quare ex politis corporibus, non ex asperis fiat reflexio: est: Quoniã lux, ut diximus, non accedit ad corpus, nisi per motum citissimũ, & cum peruenerit ad politũ: eijcit eam politum à se: corpus uerò asperum non potest eam eijcere: quoniã in corpore aspero sunt pori, quos lux subintrat: in politis aũt non inuenit poros, nec accidit eiectio hæc, propter corporis fortitudinẽ uel duriciem, quia uidemus in aqua reflexionẽ: sed est hæc repulsio propria politurę: sicut de natura accidit, quòd aliquid porosum cadens ab alto super lapidẽ durum, reuertitur in altũ: & quantò minor fuerit duricies lapidis, in quẽ ceciderit, tantò regressio cadentis debilior erit: & semper regreditur cadens uersus partẽ, à qua processit: Verũ in arena propter eius mollitiẽ non fit regressio, quæ accidit in corpore duro. Si aũt in poris asperi corporis sit politio: tamen lux intrans poros nõ reflectitur: & si eam reflecti acciderit, dispergitur, & propter dispersionem à uisu nõ percipitur. Pari modo si in aspero corpore partes elatiores fuerint politæ: fiet reflexa dispersio: & ob hoc occultabitur uisui. Si uerò eminentia partiũ adeò sit modica, ut eius quasi sit idem situs cũ depressis: comprehendetur eius reflexio tanquam in polito, non aspero, licet minus perfectè.

18. Radij incidentiæ & reflexionis, situs similitudine conueniunt. Itaq; anguli incidentiæ & reflexionis æquantur. 20 p 5.

QVare aũt fiat reflexio lucis secundum lineam eiusdem situs cum linea, per quã accedit ad speculũ ipsa lux: est: Quoniã lux motu citissimo mouetur: & quando cadit in speculũ, nõ recipitur: sed ei fixio in corpore illo negatur: & cũ in ea perseueret adhuc prioris motus uis & natura, reflectitur ad partẽ, à qua processit, & secundũ lineas eundẽ sitũ cũ prioribus habentes Huius aũt rei simile in naturalibus motibus uidere possumus, & etiã in accidentalibus. Si corpus sphæricũ ponderosum ab aliqua altitudine descendere permittamus perpendiculariter super politũ corpus: uidebimus ipsum super perpendicularẽ reflecti, per quã descenderat. In accidentali motu. Si eleuetur aliquod speculum secundum aliquã altitudinẽ hominis, & firmiter in pariete figatur: & in acumine sagittæ cõsolidetur corpus sphæricũ: & proijciatur sagitta per arcum in speculũ. hoc modo, ut eleuatio sagittę sit æqualis eleuationi speculi, & sit sagitta æquidistans horizonti: planũ, quòd super perpendicularẽ accedit sagitta ad speculũ, & uidebitur super eandẽ perpendicularẽ eius regressus. Si uerò motus sagittæ fuerit super lineam declinatã in ipsum, uidebitur reflecti non per lineam, per quam uenerat, sed per lineam æquidistantẽ horizonti, sicut & alia erat, & eiusdẽ situs, respectu speculi cum ea, & respectu perpendicularis in speculo. Quod aũt ex prohibitione corporis politi accidat luci motus reflexionis, palàm: quia cum fortior fuerit repulsio uel prohibitio, fortior erit lucis reflexio. Quare aũt accidat idem motus reflexionis & eius accessus, hæc est ratio. Cum descendit corpus ponderosum super perpendicularẽ: repulsio corporis politi, & motus descendentis ponderosi directè sibi sunt oppositi, nec est ibi motus, nisi perpendicularis: & prohibitio fit per perpendicularem: quare repellitur corpus secundum perpendicularẽ. Vnde perpendiculariter regreditur. Cum uerò descenderit corpus super lineam declinatã: cadit quidem linea descensus inter perpendicularem superficiei politi, per ipsum politum transeuntẽ, & lineam superficiei eius orthogonalem super

hanc perpendiculare: & si penetraret motus ultra punctum, in quod cadit, ut liberũ inueniret transitum: caderet quidem hæc linea inter perpendicularem, transeuntem per politum, & lineam superficiei orthogonalem super perpendicularem, & obseruaret mensuram situs, respectu perpendicularis transeuntis, & respectu lineæ alterius, quæ orthogonalis est super perpendicularem illam. Compacta est enim mensura situs huius motus ex situ ad perpendicularem & situ ad orthogonalem. Repulsio uerò per perpendicularem incedens, cum nõ posit repellere motum secundum mensuram, quam habet ad perpendicularem transeuntem per politum: quia nec modicum intrat: repellit ergo secundum mensuram situs ad perpendicularem, quam habet ad orthogonalem. Et quando motus regresio eadem fuerit mensura situs ad orthogonalem, quæ fuit prius ad eandem ex alia parte: erit similiter ei eadem mensura situs ad perpendicularem transeuntem, quę fuit prius. Sed ponderosum corpus in regressu, cum finitur repulsionis motus, ex natura sua descendit, & ad centrũ tendit. Lux autem eandem habens reflectendi naturam, cum ei naturale non sit ascendere aut descendere, mouetur in reflexione secundum lineam incœptam usq; ad obstaculum, quod sistere faciat motum. Et hæc est caussa reflexionis.

19. Colorem luci permistum reflecti, reflexionis organo ostenditur. 3 p 5.

PAtet etiam ex superioribus, quòd colores simul mouentur cum lucibus: unde erit reflexio coloris, sicut & lucis. Et si probationẽ eius uidere uolueris secundum modum in parte secunda asignatũ, poteris: Verùm per instrumentũ ad hanc denotandam reflexionẽ factum, nõ plenè uidebis propter debilitatẽ coloris. Debilitatur enim color per elongationẽ: per reflexionẽ: per foramen, per quod intrat. Quòd aũt foramen debilitet, planũ per hoc: Quia lux apparet maior post foramen magnũ, quàm post paruũ. Pari modo cũ foramina stricta sunt: color post reflexionẽ aut nullus apparebit, aut ualde modicus. Tamen si in prædicto instrumento uidere uolueris: facias speculũ argenteum: in ferreo enim speculo color apparet debilior: quoniã in reflexione miscetur cum luce reflexa, mixta ex luce descendente & luce speculi ferrei modica, & color ferreus colori reflexo mixtus debilitat ipsum. Verùm in domo unici foraminis tantùm, habeatur instrumentũ prædictum, cui domui paries opponatur albus, & instrumentũ foramini domus aptetur: cuius foraminis latitudo sit, ut duo instrumenti foramina occupare posit, per quorũ alterũ inspiciatur paries albus, domui oppositus, & parti comprehensæ parietis apponatur corpus coloris fortis, & per aliud instrumenti foramen uideatur pars parietis. Cum ergo lux intrauerit per foramina instrumẽti: uidebitur color reflecti per foramen illud respiciẽs, quod oppositum est colorato corpori, per aliud minimè: & ita accidet quocunq; opposito corpori foramine. Et quæ dicta sunt in reflexione lucis, considerari poterunt in reflexione coloris. Occupauit autem latitudo foraminis parietis duo instrumenti foramina ei adhibita, ut maior descendat in speculum lux, & melius appareat color reflexus. Et quoniã color debilitatur per foramen directus, & similiter reflexus, cum in corpus ceciderit uisui oppositũ, percipietur secundus: unde si post reflexionem cadat in corpus album foramini colorationis adhibitum: forsan propter debilitatem non comprehendet eum uisus: adhibito autem secundo uisu foramini colorationis, forsan comprehendetur: quoniam primus, non secundus uidebitur.

QVÒD COMPREHENSIO FORMARVM È CORPORIBVS politis fiat reflexione. Cap. IIII.

20. Falsa est utraq; opinio: & radios à uisu ad speculum missos, indeq; ad uisibile reflexos, imaginem percipere: & imaginẽ in speculo iam antè impressam inde ad uisum manare. 23. 24 p 5.

SVper modum cõprehensionis formæ in politis corporibus dissentiunt plurimi. Vnde quidam eorum radios à uisu exire ad speculũ, & à speculo redire, & formã rei in reditu comprehendere existimant: alij affirmant formã corporis speculo ei opposito imprimi: & proinde in eo uideri, sicut in corporibus fit cõprehensio formarũ naturalium eius. Verùm quòd aliter sit, palàm per hoc. Quoniã si quis se uiderit in aliqua speculi parte, motus in partẽ aliam, non uidebit se in parte prima, sed in secunda: quod non accideret, si in parte prima infixa esset eius forma: pari modo si ad tertiam mutetur partem, mutabitur locus apparentiæ formæ, nec apparebit in prima uel in secunda parte. Amplius: uiso corpore aliquo, & uidente ab eo situ remoto: poterit accidere, ut non uideat corpus illud in speculo illo, licet uideat totam speculi superficiem: quod quidem non esset, si imprimeretur forma in speculo, cum uideatur speculum, & non mutet locum, & corpus similiter sit immotum, & forma eius inficiat speculum, sicut & prius. Et ut planè appareat, non accidere hoc ex comprehensione formæ: obturetur medietas foraminum instrumenti, & in aliquo obturatorum sit scriptura aliqua, si inspiciatur speculum regulæ per foramen scripturã respiciens: comprehendetur in speculo scriptura: per quodcũq; aliud minimè: quòd si scripturæ forma speculo esset impressa, per quodcunq; foramẽ instrumẽti posset percipi. Simili modo in speculis columnaribus per foramen, respiciens tantùm foramẽ obturatũ, in quo est scriptura, cõprehendetur scripturę situs. Verùm in speculis pyramidalibus & sphæricis situs & magnitudo scripturæ mutabitur. Amplius: speculo columnari extracto, regula super bases suas directè sita apparebit facies hominis in eo directa. Si uerò erigatur regula, aut multum inclinetur, uidebitur distorta. Palàm ergo, quòd non accidit comprehensio ex forma fixa in speculo, cum non comprehendatur res uisa in speculis, nisi fuerit uisus in situ re-

flexionis. Palàm etiá, quòd distortio faciei apparentis non est ex forma rei, sed dispositione speculi. Amplius: uiso corpore in speculo, & pòst elongato: comprehendetur corpus magis intra speculum, quàm prius: quod non esset, si forma corporis in superficie speculi esset, & ibi comprehenderetur. Comprehensionem igitur formæ in speculo efficit reflexio.

DE MODO COMPREHENSIONIS FORMARVM E` CORporibus politis. Cap. V.

21. Imago uisibilis percipitur è reflexione formæ uisibilis à speculo ad uisum facta. 24 p 5.

IAm patuit in parte superiori, [3 n] quòd si opponatur speculo corpus coloratũ lucidum: à quolibet eius puncto procedit lux cum colore ad totam speculi superficiem, & reflectitur per lineas reflexionis proprias. Igitur à puncto sumpto in corpore, opposito speculo procedit lux cum colore ad speculum, in modum pyramidis continuæ, cuius basis est superficies speculi. Et forma illa reflectitur per lineas eiusdem situs cum lineis accessus, & erit post reflexionem continuitas, sicut in accessu. Et si lineis reflexis occurrat superficies corporis, propter continuitatem earum tota occupabitur, ut nihil intersit uacuum. Si ergo forma illius corporis moueatur ad speculum per lineas illas reflexas, & ad basim pyramidis peruenerit: quoniá lineę pyramidis eiusdẽ sunt situs cũ lineis reflexis: reflectetur forma per lineas pyramidis, & aggregabitur tota in puncto sumpto. Quoties ergo forma alicuius corporis ad speculũ uenerit per aliquas lineas: si lineæ istæ eiusdẽ sint situs cũ lineis pyramidis à puncto sumpto ad speculum (intellige tamẽ) eas respicientibus: mouebitur forma per pyramidem illam ad punctum sumptum: & si in puncto sumpto fuerit uisus: uidebit corpus, cuius est forma illa. Et superius declaratum est [2.17.18 n] quòd in situ determinato fiat acquisitio formæ in speculo. Situs igitur proprius & naturalis acquisitionis uisus per reflexionem hic est: ut lineę accessus formæ ad speculum, eundem habeant situm cum lineis pyramidis à centro uisus ad capita illarum linearum, scilicet unaquæq; cum sua respiciente: neç accidit formę reflexę comprehensio, nisi in isto situ. Palàm ergo, quòd secundum hanc dispositionem linearum tantùm fiat comprehensio formarum. Et palàm, quòd ex corpore colorato luminoso procedat lux cum colore ad speculum, & reflectatur, nec procedat aliquid ex corpore, præter lucem & colorẽ. Patet ergo, quòd ex luce & colore tantùm huiusmodi forma comprehenditur. Et cum moueatur forma ex colore & luce compacta secundum prædictam situs obseruationem: superfluum est dicere, quòd ab oculo exeant radij ad speculum, & reflectantur secundum situm prædictum, sicut à pluribus dictum est. Hic est igitur reflexionis modus geometrarum doctrinæ non aduersus, sed consonus: cum in eo geometricè radiorum exeuntiũ opinione obseruetur situs. Et hic modus mihi soli usq; nunc patuit. Verùm cum à corpore luminoso procedat forma ad speculum secundum uarietatẽ situum, propter lineas à quolibet puncto corporis ad totam speculi superficiem intellectas: erit formæ eiusdem reflexio per diuersas pyramides, quarum capita sunt diuersa puncta, & bases speculi superficies, situm linearũ motus formæ obseruantes. Ob hoc accidit, ut eadem hora fixo speculo, eadem percipiatur corporis forma à diuersis, super quorũ intuitus cadunt capita pyramidum reflexarũ. Similiter si idem uisus moueatur super illa pyramidum capita: apparebit ei, speculo immoto, à locis diuersis eadẽ forma. Sed diuersis in speculo eandem formá comprehendentibus, in diuersa speculi loca cadunt eorũ intuitus. Quoniá ab eodem speculi puncto diuersorũ punctorum formas comprehendere easdẽ nõ possunt. Et iam dictũ est [3 n] quòd à quolibet puncto corporis procedit lux ad quodlibet punctum speculi. Vnde super quodlibet corporis punctũ est acumen pyramidis, cuius superficies speculi est basis: & quodlibet superficiei speculi punctũ, est acumẽ pyramidis, cuius basis superficies corporis tota. Ergo forma corporis erit in quolibet puncto speculi, per lineas procedẽtes in partes diuersas, nec concurrere posibiles. Et forma à corpore ad quodcunq; speculi punctum accedens per pyramidem: reflectetur per pyramidem.

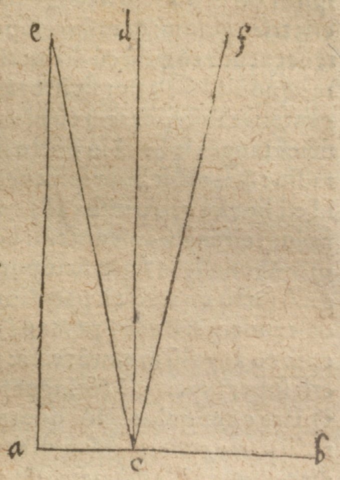
22. Si uisibile & speculum figuræ situsq́; similitudine conueniant: uera & distincta imago uidetur. 35 p 5.

ET licet in speculi superficie super numerũ multiplicetur eadẽ iteratio formæ, cũ concurrat forma totalis cũ qualibet parte & in quolibet puncto, & non sit in formis illis discretio, sed continuitas inseparabilis in reflexione: tamẽ, quia forma totalis nõ cadit in diuersas speculi partes, secundũ identitatẽ situs dirigitur ad loca diuersa, in quibus eam cõprehẽdit uisus. Cũ igitur similis fuerit forma speculi formę corporis: erit in speculo complementũ formę corporis & figurę: quoniá in speculo eiusdẽ figurę cũ corpore, forma primi puncti dirigitur ad primũ punctũ speculi, secundi ad secundum, & sic in omnibus se respicientibus: & ita erit in speculi superficie figura totalis figurę: quod nõ accidit in speculo alterius figurę. Similiter sumpta quacunq; speculi parte, cui eadẽ cũ corpore figura, erit complementũ figurę corporis in ea. Et cũ infinitę sint tales speculi partes, infinitæ erũt formę corporis reflexionis, sed ad puncta diuersa procedentes, à quibus formá cõprehendit uisus. Cũ igitur secundũ hanc linearũ dispositionẽ fiat formæ cõprehensio, non erit formę procedentis à corpore in speculi superficie fixio. Et in hũc modũ accidit in omnibus speculis, sed in planis certius: in alijs aũt accidit quædá diuersitas ex errore uisus, secundũ modum prædictũ. Et quilibet uisus secundum modum prędictum ab uno speculi puncto non percipit, nisi unũ corporis punctum: nec à uisibus duobus percipitur in eodem speculi puncto idem corporis punctum.

23. Super-

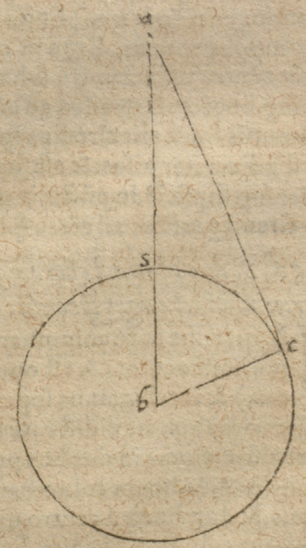
23. Superficies reflexionis quatuor habet puncta: uisibilis: reflexionis: uisus: & terminũ perpendicularis ductæ à puncto reflexionis super planum in eodem puncto speculum tangens. Itaq; perpendicularis hæc cõmunis est omnibus reflexionis superficiebus. 27 p 5. 6 p 6. 24 p 7. 3 p 8. 3 p 9.

AMplius: si opponatur speculum uisui: & intelligatur à cẽtro uisus ad superficiem speculi pyramis & basis illius pyramidis: & sumatur punctum: & intelligatur linea pyramidis à centro uisus ad illud punctum: cum à puncto illo infinitæ posśint produci lineæ: si aliqua earũ cum latere pyramidis eundem habeat situm, & æqualem cum perpendiculari teneat angulum, & ita accidat quolibet puncto speculi sumpto: planũ, quòd à quolibet puncto speculi potest fieri reflexio. Dico igitur, quòd inter lineas à puncto sumpto productas, est linea, quæ eundẽ habet situm cum latere pyramidis, & æqualem tenet angulum cum perpẽdiculari super illud punctum: & illa linea est latus pyramidis intellectæ à puncto illo superficiei rei occurrẽtis: & quod super terminum illius lineæ ceciderit, cum per eam ad punctũ sumptum uenerit: reflectetur ad uisum, per latus pyramidis iam dictũ. Et huius pyramidis latus cum linea à puncto illo producta erit in eadẽ superficie, orthogonali super superficiẽ tãgentẽ speculũ in illo pũcto. Et hoc dico, cũ lateris pyramidis super punctũ sumptũ fuerit declinatio. Si enim orthogonaliter cadat super superficiẽ tangentẽ speculũ in pũcto sumpto, latus pyramidis productum à cẽtro uisus reflectetur in se, & redibit in uisum ad originem sui motus [per 11 n.] In speculo plano planũ est: quod diximus. Quoniã in quodcunq; punctũ superficiei planæ ceciderit radius: à pũcto illo potest erigi linea orthogonalis super superficiẽ illã: & à cẽtro uisus potest intelligi linea perpendiculariter cadẽs in superficiẽ planã prædictæ continuam, aut in eandẽ: & [per 35 d 1] hæ duæ perpendiculares erũt in eadẽ superficie: quoniã sunt æquidistãtes [per 6 p 11] & linea à termino unius usq; ad terminũ alterius protracta in superficie plana tenebit angulũ cum utraq; : & erit in eadẽ superficie cum utraq; [per 2 p 11] & radius, qui à linea illa eleuatur: tenebit acutum angulum cũ perpendiculari speculi, & similiter cum perpendiculari uisus [angulus enim d c e acutus est: quia pars recti d c a: & huic æquatur a e c per 29 p 1: quia a e, d c sunt parallelæ.] Et si intelligatur in partem alteram produci linea superficiei planæ, transiens orthogonaliter super terminos perpendicularium: tenebit ex parte altera cum perpendiculari speculi angulum rectum [per 29 p 1:] unde ex illo recto poterit abscindi angulus acutus, æqualis angulo acuto, quem cum eadem perpendiculari tenet radius. Et hi duo anguli sunt in eadem superficie. Quare radius exiens & reflexus in eadem sunt superficie, & in superficie perpendicularium dictarum. Inspecto autem alio puncto, idem situs accidet radiorum cum perpendicularibus: quarum una à centro uisus: alia à puncto uiso. In omni ergo superficie reflexionis accidit quatuor punctorũ concursus, quæ sunt: centrũ uisus: & punctũ apprehensum: & terminus perpendicularis à cẽtro uisus ductæ: & punctũ reflexionis. Et oẽs reflexionis supficies secãt se in ppẽdiculari, à pũcto reflexionis intellecta: & est ipsa cõmunis omnib. superficieb. reflexionis. Et cũ idẽ accidat, quolibet pũcto supficiei planæ inspecto: erit ex omnib. pũctis similis reflexio & eodẽ modo.



24. Si uisus sit extra superficiem speculi sphærici conuexi, uel ipsi continuam: communis sectio basis pyramidis opticæ & superficiei speculi, erit peripheria minimi in sphæra circuli. 3 p 6.

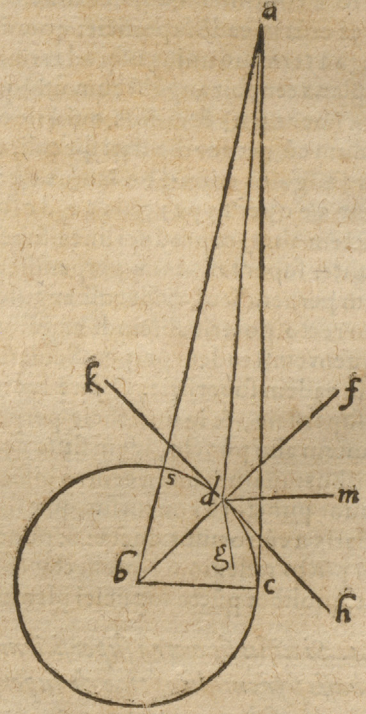
IN speculis autem sphæricis palàm erit, quod diximus: opposito uisui speculo sphærico: (& est oppositio, ut uisus nõ sit in superficie illius speculi: aut in superficie ei continua) & inspecto hoc speculo: pars eius à uisu comprehensa, erit pars sphæræ circulo minore inclusa, quem efficit motu suo radius, tangẽs superficiẽ sphæræ, si per gyrum moueatur contingendo sphæram, donec redeat ad punctum primum, à quo sumpsit motus principium: quia si intelligantur superficies se secantes super diametrum sphæræ, à polo circuli prædicti intellectam: quilibet arcuum superficiei sphęræ, & his superficiebus communium, à polo circuli ad ipsum circulum intellectorum, erit minor quarta circuli magni. Quoniam linea à centro sphæræ ad terminum radij, sphæram contingentis protracta (quæ est ad circulum prædictum) tenet cum radio angulum rectum ratione contingentiæ [per 18 p 3.] Tenet ergo angulum acutum cum semidiametro à polo circuli producta [per 17 p 1] & hunc angulum respicit arcus interiacens polum circuli & circulum [Quare per 33 p 6 peripheria c s minor est quadrãte peripheriæ maximi in sphæra circuli. Itaq; cum per 16 th. 1 sphęr. Theodosij peripheria maximi



circuli distet à suo polo quadrante peripheriæ maximi circuli: erit peripheria, conuersione radij ab uno uisu sphæram tangentis, in sphærica superficie descripta, minor maximi circuli peripheria.]

25. Si duarum rectarum linearum à uisu, altera speculum sphæricum conuexum tangat, reliqua per centrum secet: tangens circa secantem fixam cõuersa, definiet segmentum superficiei speculi: à cuius puncto quolibet potest ad uisum fieri reflexio. Et centra uisus & speculi, puncta reflexionis & uisibilis sunt in reflexionis superficie. 2.5.6 p 6.

DIco igitur, quòd à quolibet puncto huius portionis poterit fieri reflexio. Quoniã sumpto aliquo eius puncto: diameter sphæræ ab illo puncto intellecta, erit perpẽdicularis super superficiem planam tangentem sphæram in puncto illo [per 4 th. 1 sphæ.] Et huius rei probatio est. Intellectis duabus superficiebus sphæram super diametrum à puncto sumptam, intellectam secantibus: lineæ communes superficiei sphæræ & his superficiebus sunt circuli sphæræ transeuntes per punctum sumptum [per 1 th. 1 sphæ:] & intellectis duabus lineis, tangentibus hos circulos in puncto sumpto: erit diameter perpendicularis super utramq; lineam [per 18 p 3.] Quare super superficiem, in qua sunt illæ lineæ [per 4 p 11.] Et cum descenderit radius super punctum sumptum: erit in eadem superficie cũ diametro sphæræ, cuius terminus punctum est sumptum [per 2 p 11] & linea à centro uisus ad centrũ sphæræ intellecta: quæ quidẽ transit per polum circuli (& est radius orthogonaliter cadens super superficiem sphęræ) [quia per 4 th. 1 sphær. est perpendicularis plano sphæram in puncto d tangenti] est similiter in eadem superficie [per 2 p 11:] & ex his tribus lineis erit triangulum: & radius super punctũ sumptũ incidẽs, tenet acutũ angulũ cũ diametro sphæræ ab exteriori parte: quoniã cũ elatior sit iste radius radio sphæram cõtingente: secabit sphęram cũ producta intelligitur: & superficies tangẽs sphærã in pũcto sumpto demissior erit hoc radio: & secabit inter sphærã & uisum, uisam diametrũ, id est lineã à cẽtro uisus ad centrũ sphæræ intellectã, per polum circuli transeuntem: unde cũ diameter sphęræ sit orthogonalis in superficie punctũ tangente: tenebit angulũ recto maiorẽ ex parte interiori cũ radio in punctũ descendente: unde [per 13 p 1] in exteriori parte tenebit cum eo angulũ minorẽ recto: & producta, orthogonalis erit super superficiẽ cõtingentẽ exterius [p 4 th. 1 sphæ.] Quare ex angulo recto, quẽ tenebit cũ superficie ex alia radij parte, poterit abscindi acutus æqualis ei, quẽ includit radius cũ illa diametro: & erũt lineę tres hos angulos duos includẽtes in eadẽ superficie [per 6 13 n.] Quare à puncto portionis sumpto potest produci linea in eadem superficie cum radio, in punctũ illud cadẽte, & linea orthogonali in superficie punctũ contingẽte, & ad paritatem angulorum cũ perpẽdiculari illa: & illi lineæ occurret forma puncti mota ad superficiẽ speculi per radium illum. Igitur eiusdem est situs cum linea, quæ poterit reflecti [per 12 uel 18 n.] Et erit superficies, in qua sunt hæ lineæ, orthogonalis super superficiem, sphærã in puncto contingentẽ [per 13 n.] Et ita in quolibet portionis puncto intelligendum. Ergo in omni superficie reflexionis



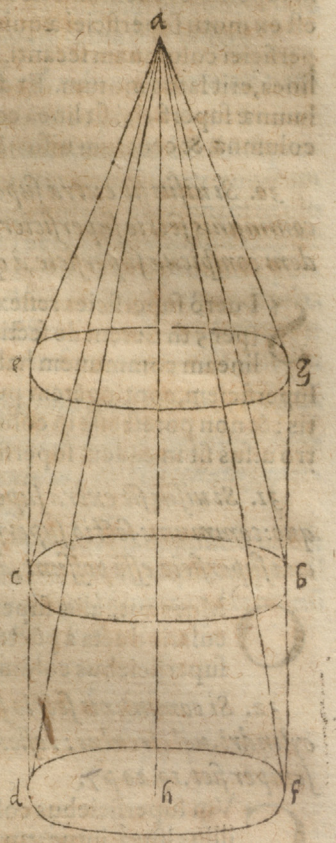
erũt centrũ uisus: centrũ sphæræ: punctũ reflexionis: & punctũ reflexũ. Et oẽs hæ supficies secabũt se sup lineã à cẽtro uisus ad cẽtrũ sphęræ ꝑtractã: & cuilibet reflexiõis supficiei & supficiei sphæræ, cõmunis linea erit circulus sphęræ [p 1 th. 1 sphæ:] & oẽs circuli secabũt se sup pũctũ sphęræ, in qđ cadit diameter uisus: & est sup circuli portiõis polũ. Cũ aũt radius ceciderit in speculũ orthogonaliter sup supficiẽ, in pũcto, in qđ radius cadit, sphærã tãgentẽ (& est radius ille, diameter uisus p polũ circuli portiõis ad cẽtrũ sphęræ) fiet reflexio ad uisum p eũdẽ radiũ ad motus radij ortũ [p 11 n.]

26 Si duo plana à cẽtro uisus, ducãtur p latera cõspicuam speculi cylindracei cõuexi superficiẽ terminãtia: tangẽt speculũ: & facient in uisu cõmunem sectionẽ parallelã axi speculi. 2.3 p 7.

IN speculis autẽ columnaribus patebit, quod diximus. Opponatur speculũ columnare exterius politum oculo: (& est oppositio, ut non sit uisus in superficie columnæ, aut superficie ei continua) & intelligamus superficiem à centro uisus ad columnæ superficiem, secantem columnam super circulum æquidistantẽ basibus columnæ: & in hac superficie sumantur duæ lineæ, tangentes circulũ sectionis in duobus punctis oppositis: ab utroq; illorũ punctorum producatur linea secundũm longitudinem columnæ: & intelligãtur duæ superficies, in quibus sint hæ duæ lineæ longitudinis, & duæ lineæ à centro uisus ductæ, contingentes circulũ sectionis. Dico, quòd hæ superficies tangent columnã. Si enim dicatur, quòd altera secat illã: planũ est, quòd sectio est super lineã longitudinis colũnæ, in quã superficies cadit: [per 21 def. 11] & similiter erit sectio super lineã lõgitudinis

columnæ

columnæ huic oppositam: & circulus sectionis trāsit per has duas lineas longitudinis: & linea contingens circulum sectionis: cum sit in superficie aliqua: secat columnam super aliquas longitudinis lineas, sibi inuicem æquidistantes: & si transit per unam earum, transibit per alteram, & ad paritatem angulorum. Cum ergo transeat per punctum, in quo circulus sectionis secat primā longitudinis lineam: transibit etiam per punctū, in quo alia longitudinis linea tangit hunc circulum: & ita secat circulum. Quare non contingit, quod est contra hypothesin. Palàm ergo, quod duæ illæ superficies cōtingunt speculum, & quod inter illas cadit ex superficie speculi, est, quod apparet uisui. Cum autem duarum illarum superficierum sit concursus in centro uisus, secabunt se, & linea sectionis communis transibit per centrum uisus: & erit æquidistans axi columnæ. Quoniam enim axis columnæ orthogonalis est super circulum sectionis [per conuersam 14 p 11] & lineæ longitudinis columnæ orthogonales super eundē circulum [per 8 p 11: latera enim cylindri parallela sunt axi, perpendiculari ad circulum sectionis per 21 d 11] etiam superficies tangētes columnam secūdum lineas has: orthogonales erunt super circulū eundem [per 18 p 11:] ergo & super superficiem secantē columnam in illo circulo. Quare linea communis harum superficierum est orthogonalis super eandem superficiem [per 19 p 11] quare æquidistans axi columnæ [per 6 p 11.]



27. Si linea recta à cētro uisus, ducta ad punctū cōspicuæ superficiei speculi cylindracei cōuexi, cōtinuetur: secabit speculū. 4.5 p 7.

Dico ergo, quòd quocunq; puncto in sectione speculi apparente sumpto: linea à centro uisus ad punctum producta, secabit speculum. Quoniam intellecta linea longitudinis columnæ à puncto sumpto, transibit per circulum sectionis, & tanget ipsum in puncto: ad quod punctum si ducatur linea à centro uisus: secabit speculum: quia cadit inter lineas contingētes hunc circulum: ergo & superficies à centro uisus procedens, in qua fuerit hæc linea, secabit speculum. Cum ergo in eadem superficie sit linea à centro uisus, ad punctum sumptum ducta: secabit linea illa speculum: & ita quælibet linea à centro uisus, ad portionem speculi intellecta, secat speculum. Eodē modo quælibet linea à linea cōmuni, per centrum uisus intellecta, ad hāc portionē ducta, secat speculū. Vnde quælibet superficies tangens speculū in aliqua portionis apparentis linea, secat superficies, quę contingūt portionis extremitates: & nulla omniū superficierum portionē tangentiū, peruenit ad uisus centrū, sed inter uisum extēditur & speculum.

28. In speculo cylindraceo conuexo, à quolibet conspicuæ superficiei puncto potest ad uisum reflexio fieri. 25 p 7.

Dico ergo, quòd à quolibet puncto portionis huius potest fieri reflexio lucis. Dato enim puncto, fiat super ipsum circulus æquidistans columnæ basibus: si ergo superficies à cētro uisus procedens, & columnę superficiem æquidistanter basi secans, secet eam super hunc circulū: & linea à centro uisus ad circuli centrū ducta, transeat per punctum datū: fiet reflexio formæ illius puncti per eandem lineam ad lineæ ortum [per 11 n] quia linea illa est axis uisus super axem columnæ perpendicularis [per 21 d 11, 29 p 1.] Sumpto autem puncto quocunq; per quod transeat axis, perpendicularis super axem columnæ: fiet reflexio illius puncti per eundē axem [per 11 n.] Si uerò prætereat axem punctum sumptum, quæcunq; sit linea à centro circuli, æquidistantis basibus per ipsum punctum ducti, ad superficiem in linea longitudinis columnæ per punctū illud transeuntis, contingentem: erit super axem orthogonalis [per 21 d 11, & conuersam 14 p 11.] Quare super lineam longitudinis per punctum illud trāseuntem [per 29 p 1.] Et quoniā uisus est altior superficie punctum contingēte: linea à cētro uisus ad punctum sumptū ducta, tenebit acutum angulū cū perpendiculari illa, à pūcto ad centrū circuli ducta: & hic est ex parte exteriore, quia obtusum habet ex interiore: & ex angulo recto, quem illa perpendicularis tenet cum linea superficiei contingentis circulum [per 18 p 3] poterit abscindi acutus huic æqualis: & perpendicularis illa cum cētro uisus est in eadem superficie: quare etiam cum linea à cētro ad punctum ducta: & erit linea reflexa in eadem superficie: quare cum linea à centro ad punctum ducta. Et erit hæc superficies orthogonalis super superficiem, contingentem speculum in puncto illo: quoniam perpendicularis orthogonaliter cadit super hanc superficiem: & huiusmodi erit reflexionis superficies.

29. Si uisus sit extra superficiem speculi cylindracei conuexi, in plano uisibilis per axem ducto: cōmunis sectio superficierum reflexionis & speculi, erit latus cylindri: & unicum tantùm est in eadem conspicua superficie planum, à quo ad eundem uisum reflexio fieri potest. 7.16 p 7.

Est autē diuersitas inter lineas superficiebus reflexionis & superficiei columnæ cōmunes. Cū enim reflexio erit per eundē radium: cadet idē radius ille orthogonaliter super axem, & linea commu-

cômunis superficiei columnæ & superficiei reflexionis, erit linea recta, scilicet latus columnæ: cum in superficie reflexionis sit diameter columnæ. Et planum hoc est, quoniam columnæ compositio est ex motu superficiei æquidistantium laterum super unum latus immotum [per 21 d 11.] Vnde superficiei columnam secanti, in qua sit axis, id est latus immotum, & superficiei columnę communis linea, erit latus motum. Et dico, quòd ex omnibus reflexionis superficiebus una sola est, cui & columnæ superficiei sit linea communis recta. Quoniã unica potest intelligi superficies, in qua sit axis columnæ & centrum uisus: & non plures.

30. Si uisus sit extra superficiem speculi cylindracei côuexi, in plano uisibilis ad axem recto: communis sectio superficierum reflexionis & speculi, erit circulus: & unicus tantùm est in eadem conspicua superficie, à quo ad uisum reflexio fieri potest. 9.17 p 7.

SI uerò superficies reflexionis sit æquidistans basibus columnæ: erit linea communis circulus [per 5 th Sereni de sectione cylindri] & hæc sola est superficies, quæ cum columnæ superficie lineam communem habeat circularem. Quoniam in omni reflexione, perpendicularis super superficiem, contingêtem punctum reflexionis, est diameter circuli, basibus columnæ æquidistantis: & non potest esse in columnæ superficie, nisi unus circulus æquidistans basibus, qui cum centro uisus sit in eadem superficie.

31. Si uisus sit extra superficiem speculi cylindracei conuexi, in plano uisibilis ad axem obliquo: communis sectio superficierum reflexionis & speculi erit ellipsis: & plures in eadem conspicua superficie esse possunt, à quibus ad eundem uisum reflexio fiat. 10.18 p 7.

OMnes autê aliæ superficies reflexionis, secant columnã & axê columnæ: quoniã perpendicularis ducta à pûcto reflexionis secat axê columnæ: & lineæ cômunes his superficiebus & superficiebus columnę, sunt sectiones, quas in colûnis & pyramidibus assignât geometræ.

32. Si communis sectio superficierum reflexionis & speculi cylindracei conuexi, fuerit latus cylindri, uel circulus: reflexio à quocunq; communis sectionis puncto facta, in eadem superficie semper fiet. 19.20 p 7.

CVm superficiebus columnæ & reflexionis linea recta fuerit cômunis, quodcunq; punctum illius lineæ intueatur uisus: fiet reflexio in superficie eadem, in qua est axis. Quoniam est superficies unica, contingens columnam in linea illa longitudinis: & quocunq; puncto huius lineæ sumpto: perpendicularis ab eo ad axem ducta, erit in eadem superficie cum axe: & hæc linea erit orthogonalis super superficiem, contingentem superficiem columnæ [Nam quia per 21 d 11 latus cylindri est parallelum axi: erit recta linea perpendicularis axi: perpendicularis tum lateri per 29 p 1, tum rectæ circulum per idem lateris punctum descriptum, tangenti, per 18 p 3. Quare per 4 p 11 erit perpendicularis plano speculum tangenti.] Sed centrum uisus est in superficie orthogonali super eandem superficiem: quia in una superficie est centrum uisus & linea communis & axis columnæ [per 6. 13 n] & una sola est superficies orthogonalis super illam superficiem [per 13 p 11.] Quare omnes reflexiones à punctis huius lineæ factæ, sunt in eadem reflexionis superficie. Verùm cum linea cômunis superficiei reflexionis & columnæ fuerit circulus, quocunq; puncto illius circuli uiso: fiet in una & eadem superficie reflexio. Quoniam quæcunq; perpendicularis à puncto reflexionis ducta: erit diameter huius circuli: quare in superficie huius circuli est: & punctum uisus similiter: & superficies hæc orthogonalis est super superficiê, quodcunq; punctû huius circuli sumptum contingentem. Quare in hac sola superficie erit cuiuslibet puncti, prædicti circuli reflexio.

33. Ab uno cômunis sectionis superficierum reflexionis & speculi cylindracei conuexi puncto, unum uisibilis punctum ad unum uisum in eadem superficie reflectitur. 22 p 7.

QVacunq; uerò alia linea communi sumpta: nô fiet in eadem reflexionis superficie reflexio, nisi ex uno tantùm huius lineæ puncto. Quoniam perpêdicularis ducta à puncto reflexionis, orthogonalis est super lineam longitudinis columnæ per punctû illud transeuntis [per 3 d 11] quare & super axem [per 29 p 1] & perpendicularis illa, est diameter circuli, æquidistantis basibus columnæ: & superficies reflexionis & circulus ille secant se: & linea ijs communis, est diameter illius circuli: & est illa diameter perpendicularis super superficiem, columnam in illo puncto contingentem, & superficies reflexionis secat illam lineam longitudinis columnæ, super quam fit contingentia, & est declinata super ipsam: ergo & super axem erit illa superficies reflexionis declinata: & in superficie plana super lineam aliquam declinata nô potest intelligi, nisi una linea orthogonaliter cadens in illam. Sed si à duobus superficiei reflexionis punctis fieret reflexio in eadem superficie: essent duæ lineæ illius superficiei orthogonales super axem: quod esse non potest, cum superficies illa sit declinata super eum. Nam perpendicularis à puncto reflexionis cadit in circulum, æquidistantem basibus columnæ, & in punctum axis, & est sectio cômunis superficiei circuli & superficiei reflexionis. Si ergo ab alio lineæ communis puncto, in eadem superficie fieret reflexio: alia perpendicularis ab alio puncto ducta: esset diameter alterius circuli columnæ, huic æquidistãtis, & caderet in punctû axis, in quod nô cadit superficies reflexionis. Et ita in omnibus superficiebus reflexionis est intelligendû: quòd ab uno puncto tantùm lineæ communis fiat reflexio in

eadem

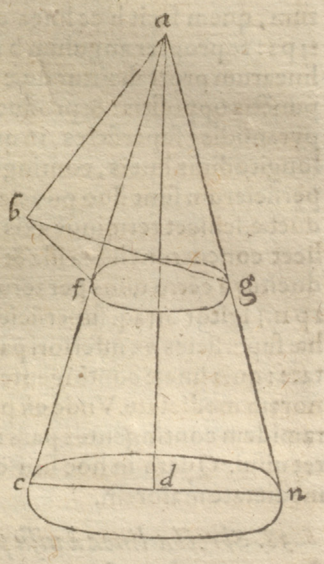
eadem ſuperficie , reſpectu eiuſdem uiſus: quoniam reſpectu duorum uiſuum poteſt reflexio fieri à duobus pũctis ſuperficiei ſpeculi, ut circuli diametri terminis, quæ eſt perpendicularis ſuper ipſam ſectionem: reſpectu uerò unius uiſus non accidit: quoniam illa duo puncta nõ ſimul ab eodem uiſu poſſunt comprehendi: ſemper enim neceſſe eſt partem columnæ medietate minorem uideri.

34. Si recta line à reflexionis puncto, ſit perpendicularis ſpeculo cylindraceo conuexo: intus continuata, tranſibit per centrum circuli baſibus paralleli: & contrà. 21 p 7.

PAlàm ex prædictis, perpendicularẽ ſuper punctum reflexionis intellectam extrà & intrà produci, diametrum circuli efficere. Quia ſi non: cum conſtet diametrum circuli ſuper punctum illud tranſeuntem, perpendicularem eſſe ſuper ſuperficiem contingentem columnam in illo puncto [ut oſtenſum eſt 32 n] & perpendicularem extrà ſimiliter: erit [per 14 p 1] cõtinuitas inter has perpendiculares, & unam efficient lineam. Quia ſi non eſt, quòd diameter extrà producta, perpendicularis ſit ſuper illã ſuperficiem: accidet ex eodẽ ſuperficiei puncto duas erigi perpendiculares [cõtra 13 p 11] In omni ergo ſuperficie reflexionis patet quatuor punctorũ cõcurſus: cẽtri uiſus: pũcti axis, in qđ cadit ꝑpẽdicularis: pũcti reflexiõis in ſpeculo: pũcti, à quo forma corporis ꝓcedit.

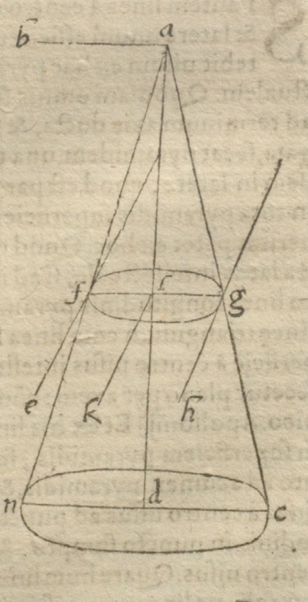
35. Si à uiſu extra ſpeculi conici conuexi recti ſuperficiem, uel ipſi continuam ſito, recta linea cum uertice axis acutum angulũ faciat: duo plana educta per rectas à uiſu, ſpeculum tangentes & conica latera, per tactus puncta tranſeuntia, tangent ſpeculum, & cõſpicuam ſuperficiem dimidiata minorem, à qua ad uiſum reflexio fiat, terminabunt. 1. 2 p 7.

IN ſpeculis pyramidalibus ſuper baſes ſuas orthogonalibus politis exterius eſt oppoſitio uiſus: ut non ſit uiſus in ſuperficie ſpeculi, aut in continua ei: & ſecũdum uiſus ſitum, reſpectu ſpeculi pyramidalis erit quantitas comprehẽſæ in eo partis. Igitur ſi radius ab oculi centro ad terminũ axis pyramidis, id eſt ad acumen intellectus, faciat cum axe angulũ acutum ex parte pyramidis: intelligemus à centro uiſus ſuperficiem ſecantem pyramidem ſuper circulũ æquidiſtantem baſi pyramidis: & intelligemus duas lineas à centro quidẽ uiſus, tangẽtes illum circulum in punctis oppoſitis, à quibus protrahemus lineas ſecundum longitudinẽ pyramidis. Superficies ergo ex una harum linearũ longitudinis & altera contingentium circulum, continget pyramidem. Si enim ſecuerit: continget aliud punctum, quàm punctum contingentiæ circuli: ſuper illud punctum producatur linea longitudinis, & illud punctum & acumen pyramidis ſimul ſunt in hac ſuperficie. Quare illa linea erit in hac ſuperficie, & tranſibit per aliquod punctũ circuli: illud igitur punctum in hac ſuperficie eſt, & in circulo: quare eſt in linea cõmuni circulo & ſuperficiei: ſed illa contingit circulum: quare cõtingens tranſit per duo puncta circuli, quẽ contingit, quod eſt impoſsibile [& contra 2 d 3.] Reſtat igitur, ut illa ſuperficies tangat pyramidem. Et generaliter omnis ſuperficies, in qua cõcurrunt linea, tangẽs aliquod punctum pyramidis, & longitudinis linea, per punctum illud tranſiens, tangit pyramidem ſuper lineam longitudinis. Habemus ergo duas ſuperficies ab oculi centro procedẽtes, pyramidem contingentes, inter quas eſt portio pyramidis apparentis uiſui in hoc ſitu: & eſt minor medietate pyramidis: quoniam lineæ tangentes circulum, includunt eius partem medietate minorem.



36. Si à uiſu recta linea, ſit perpendicularis uertici axis ſpeculi conici cõuexi recti: duo plana educta per rectas ſpeculum in terminis diametri circuli, ad baſim paralleli tangentes, & latera conica per tactus puncta tranſeuntia: tangent ſpeculum: & dimidiatam ſuperficiem conſpicuam, à qua ad uiſum reflexio fiat, terminabunt. 89 p 4.

SI uerò linea à centro uiſus ad acumen pyramidis ducta, teneat angulum rectum cum axe, & intelligatur circulus ſecans pyramidem æquidiſtanter baſi: linea communis huic circulo, & ſuperficiei, in qua ſunt axis pyramidis, & centrũ uiſus: erit orthogonalis ſuper axem pyramidis: quoniã axis eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem circuli [per cõuerſam 14 p 11: itaq; per 3 d 11 axis coni eſt ad perpendiculum omnibus lineis, à quibus in plano circuli tangitur.] Et ſuper lineam communem protrahatur per cẽtrum circuli diameter orthogonalis ſuper hãc lineam: & à terminis huius diametri orthogonalis protrahãtur duæ cõtingentes circulum: & etiam duæ lineæ uſq; ad acumen pyramidis. Duæ ſuperficies, in quibus erũt hæ duæ lineæ cũ contingẽtibus, cõtingẽt pyramidẽ ſecũdũ modũ prædictũ.

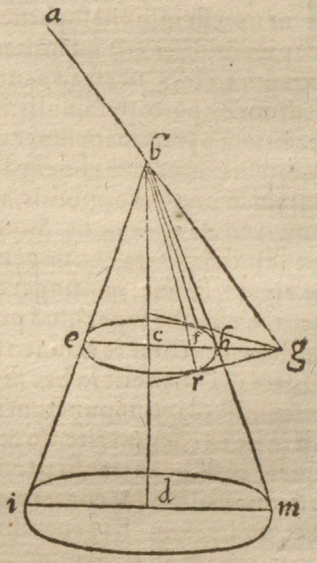


Et quo-

Et quoniam linea communis circulo & superficiei, in qua sunt centrum uisus, & axis pyramidis: est æquidistans lineæ, à centro illius uisus ad terminum axis productæ [per 28 p 1: quia axis ad perpendiculum est utriq;] & huic lineæ communi sunt æquidistantes lineæ, circulum in prædictis punctis contingentes [per 28 p 1: quia per 18 p 3 diameter ipsis ad perpendiculum est] erunt illæ lineæ æquidistantes lineæ à centro uisus ad terminum axis ductæ [per 9 p 11.] Quare erunt in eadem superficie cum illa [per 35 d 1.] Igitur utraq; superficierum circulum contingentium, transit per centra uisus: & communis illarum superficierum sectio, est linea à cētro uisus ad terminum axis ducta: & quod inter illas superficies cadit ex pyramide, apparet uisui: & est medietas pyramidis: quoniam lineas has contingentes circulum interiacet medietas circuli. Et ita palàm, quòd in hoc situ apparet medietas pyramidalis speculi.

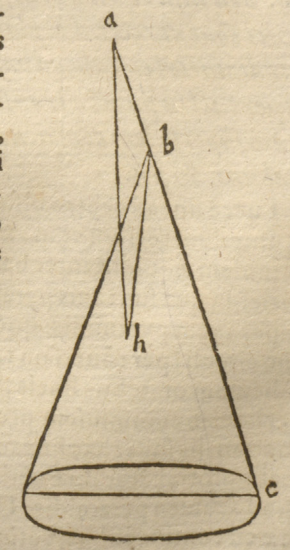
37. Si recta linea à centro uisus, cum uertice speculi conici conuexi recti angulum obtusum faciens, continuata concurrat extra speculum, cum diametro circuli ad basim paralleli continuata: duo plana educta per rectas à concursu speculum in dicto circulo tangentes, & latera conica per tactus puncta transeuntia, tangent speculum: & superficiem conspicuam dimidiata maiorem, à qua ad uisum reflexio fiat: terminabunt. 90 p 4.

VErùm si linea à centro uisus ducta ad terminum axis pyramidis, teneat cũ axe angulum obtusum ex parte superiori apparente: & fiat circulus secans pyramidem æquidistanter basi: linea communis huic circulo & superficiei, in qua est centrum uisus & axis, est perpendicularis super axem pyramidis [per demonstrata numero præcedente] Et hæc linea communis extra producta, concurret cum linea à centro uisus ad terminum axis ducta [per 11 ax] propter angulum acutum, quem facit hæc linea cum axe ex inferiori parte [per thesin & 13 p 1: & propter angulum b c g rectum.] A puncto igitur concursus linearum protrahantur duæ lineæ, contingẽtes circulum in duobus punctis oppositis: & producantur lineæ ab his punctis ad acumen pyramidis: superficies, in quibus sunt lineæ contingentes cum his longitudinis lineis, contingunt pyramidem: & in utraq; harum superficierum sunt duo puncta lineæ à centro uisus ad terminum axis ductæ, scilicet terminus axis & terminus perpendicularis, in quo scilicet concurrunt linea illa & perpendicularis. Quare linea illa, quæ ducitur à cētro uisus per terminum axis, est in utraq; superficie [per 1 p 11.] Igitur utraq; superficies transit per cētrum uisus. Et includunt hæ superficies ex inferiori parte minorē partem pyramidis medietate: quia lineæ contingentes circulum, includunt partem eius minorem medietate. Vnde ex parte superiori interiacet superficies pyramidem contingentes pars medietate maior: & illa est, quæ apparet uisui. Quare in hoc situ comprehendit uisus partem pyramidis medietate maiorem.



38. Si recta linea à uisu per uerticem speculi conici conuexi recti, continuetur cum conico latere: tota superficies, præter dictum latus, uidebitur. 91 p 4.

SI autem linea à centro uisus ad terminum axis producta, cadit super latus pyramidis, ut ex ea & latere unum efficiatur continuum latus: Dico quòd non latebit uisum ex hac pyramide, præter lineam quandam intellectualem. Quoniam omnis superficies, in qua est linea à centro uisus ad terminum axis ducta, & secundum lateris longitudinem prolongata, secat pyramidem, una tantùm excepta, quæ contingit pyramidem in latere, quod est pars lineæ: & hoc solùm latus intellectuale, in tota pyramidis superficie sub hoc situ uisum præterit. Et huius rei ueritas patet ex hoc. Quòd quocunq; pyramidis puncto sumpto extra latus intellectuale, si ad ipsum ducatur linea à centro uisus, & ab eo linea longitudinis pyramidis ad terminum axis, efficient hæ duæ lineę triangulum cum linea lateri applicata: & erit triangulum in superficie à centro uisus intellecta, pyramidem secante. [Nam si conus secetur plano per axem: cõmunis sectio est triangulum per 3 th 1 conico. Apollonij] Et ex his lineis huius superficiei nõ nisi duæ cadunt in superficiem pyramidis, scilicet linea longitudinis, à puncto sumpto ad acumen pyramidis, & linea opposita huic ex altera parte. Et linea à centro uisus ad punctum sumptum ducta, secat lineam longitudinis in puncto sumpto, & lineam lateris continuati cum uisu in centro uisus. Quare huic lineæ à centro uisus non accidet concursus cum aliqua linearum, nisi in ipso centro uisus. Cum igitur non possit

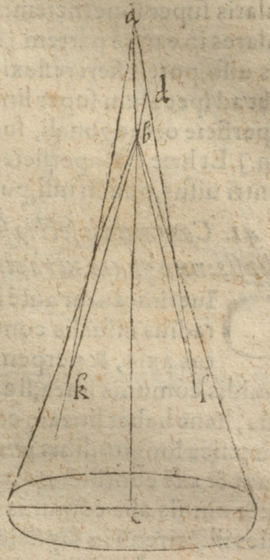


sumi

ſumi punctum aliud, ad quod linea à centro uiſus accedat, & in hoc punctum tranſeat: nõ occultatur punctum iſtud ab alio puncto, quòd non perueniat ad centrum uiſus: quare apparet uiſui, cum inter ipſum & uiſum non intercidat corporis ſolidi obiectio. Et eadem probatio eſt de quolibet ſuperficiei pyramidis puncto.

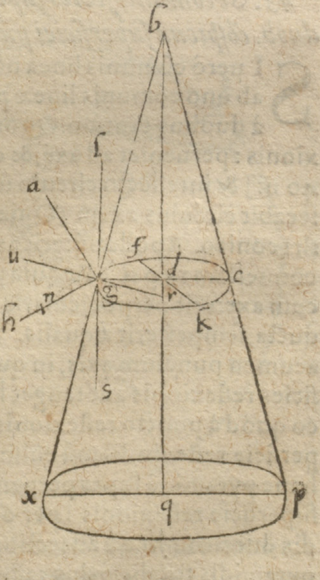
39. Si recta linea à uiſu in uerticem ſpeculi conici conuexi recti, continuetur cum axe: tota ſuperficies conica uidebitur. 92 p 4.

ET ſi linea à centro uiſus in terminum axis cadens, intret pyramidem: dico quòd nullũ occultatur uiſui punctũ in tota pyramidis ſuperficie. Sumpto enim quocunq; pũcto in pyramidis ſuperficie: intelligatur ad ipſum linea à centro uiſus, & alia ab eo uſq; ad acumen pyramidis: hæ duæ lineæ includunt ſuperficiem triangularem cũ linea à centro uiſus ad terminũ axis ducta, pyramidem intrãte: & eſt iſtud triangulũ in ſuperficie pyramidem ſecante: cum omnis ſuperficies, in qua fuerit linea intrans pyramidem, ſecet eam. Linea uerò à centro uiſus ad punctũ ſumptũ ducta, ſecat in illo puncto lineã longitudinis ab eo ad acumẽ pyramidis ductã. Et ex lineis ſuperficiei, in qua ſunt hæ duæ lineæ, non ſunt, niſi duæ lineæ in ſuperficie pyramidis, ſcilicet hæc linea longitudinis, à pũcto ad acumen ducta, & alia oppoſita, ſecans angulũ, quem includit hæc cũ linea pyramidẽ intrante. Igitur linea illa oppoſita, extra pyramidẽ producta, ſecat lineam à centro ad punctũ ſumptum ductã. Quare linea hæc ſecat duas lineas, quę ſolæ ex lineis huius ſuperficiei ſunt in pyramidis ſuperficie: unam extra pyramidem, aliã in puncto ſumpto. Quare producta in infinitum nõ concurret cũ aliqua illarum linearum: unde nõ occultatur uiſui ſumptum punctum, ſecundũ modum ſuprà dictum. In hoc ſitu ergo nulla ſuperficierũ pyramidem tangentium tranſibit per centrũ uiſus, ſed quęlibet ſecabit lineam à uiſu ſuper terminum axis pyramidem intrãtis, inter uiſum & pyramidem: & eſt in termino axis. Cum uerò linea uiſus lineæ longitudinis pyramidis applicatur: nulla ſuperficierum pyramidem tangentium pertinet ad centrum uiſus præter illam, quæ in prædicta linea contingit pyramidem: & omnes ſuperficies contingẽtes, ſecabunt lineã illam inter uiſum & uerticem pyramidis. Similiter in ſitu, in quo duæ ſuperficies contingentes pyramidẽ per centrũ uiſus tranſeunt: quælibet ſuperficies tangens pyramidẽ in portione pyramidis apparẽte, quę duas contingẽtes interiacet, à centro uiſus diuertit: & ſuper quodcunq; punctũ illius portionis cadat linea uiſualis: ſecabit pyramidẽ, cũ intercidat inter duas cõtingẽtes uiſuales: & ſuperficies, in qua fuerit linea hæc uiſualis, & linea longitudinis pyramidis, ſecabit pyramidẽ: & erit hæc uiſualis ſuperficies cuicunq; ſuperficiei pyramidis in hac portione, continua: quare & uiſus.



40. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi conici conuexi fuerit latus conicum: à quolibet conſpicuæ ſuperficiei puncto ad uiſum reflexio fieri poteſt. 31 p 7.

DIco ergo, quòd in quolibet ſitu, à quolibet puncto poteſt fieri reflexio. Sumatur enim punctum, & intelligatur circulus per punctum tranſiens, baſi pyramidi æquidiſtãs: diameter igitur huius circuli ab hoc puncto incipiens, erit perpendicularis ſuper axem [per 3 d 11] cũ axis ſit perpendicularis ſuper circuli ſuperficiẽ [per 18 d 11, & conuerſam 14 p 11.] Quare linea longitudinis à puncto ad acumẽ pyramidis ducta, tenet angulum acutum cum diametro, & acutum cum axis termino in eadem ſuperficie [per 32 p 1, quia angulus ab axe & ſemidiametro g d comprehenſus, eſt rectus.] Sit linea uiſualis ſuper punctũ cadens in ſuperficie, in qua eſt linea lõgitudinis & axis, in qua ſuperficie deducatur perpendicularis ſuper lineã longitudinis in puncto illo: concurret hæc quidem perpendicularis cum axe: [per 11 ax] & ex ea, & axe, & linea longitudinis efficietur triangulum. Super punctũ illud intelligatur linea contingens, & ſuper diametrum circuli, quem fecimus, intelligatur diameter alia orthogonalis ſuper ipſam: quæ erit orthogonalis ſuper ipſum axem: & ſuper ſuperficiem, in qua eſt axis, & diameter prima [per 4 p 11] & hæc diameter ſecunda eſt æquidiſtans contingenti [per 28 p 1] quoniam contingens perpendicularis eſt ſuper diametrum primam [per 18 p 3] & ita linea contingens orthogonalis eſt ſuper ſuperficiem, in qua ſunt axis & diameter prima [per 8 p 11.] Quare erit perpendicularis ſuper perpendicularẽ, quam primò fecimus [per 3 d 11] & ita illa prima perpendicularis orthogonaliter cadit ſuper ſuperficiem, contingẽtem pyramidem, in qua punctum eſt ſumptum. Igitur ſi linea uiſualis, cadens in punctum ſumptum, trãſeat ſecundũ proceſſum perpendicularis: erit quidẽ orthogonalis ſuper ſuperficiem,



pyramidem illã in puncto contingentẽ, & fiet reflexio formæ per eandẽ lineam [per 11 n.] Si autem deuiet à processu perpẽdicularis: faciet quidẽ angulum cum perpendiculari acutũ in puncto sumpto: & poterit produci in superficie eius lineæ uisualis, alia linea à puncto illo, quæ æqualẽ angulũ huic teneat cum perpendiculari: cum perpendicularis orthogonalis sit super superficiẽ contingentem. Linea autẽ quæcunq; super superficiem, contingentem in puncto sumpto orthogonaliter cadens, transit ad axem [per 11 a x: est enim perpẽdicularis conico lateri: quia, cum ex thesi sit perpendicularis plano conum tangenti in latere per 6 uel 35 n: erit per 3 d 11 ipsi lateri perpendicularis] & si ab axe ducatur orthogonalis ad hanc superficiem, efficient perpendiculares, interior & exterior, lineã unam [per 14 p 1:] quòd si non: cũ perpendicularis interior, extrà producta, sit etiã perpendicularis super superficiem: accidet ab eodẽ puncto super aliquam superficiem, erigi duas perpendiculares in eandẽ partem [contra 13 p 11.] Palàm igitur, quòd à quocunq; puncto superficiei pyramidis uiso, potest fieri reflexio ad paritatem angulorum. Et cum linea declinata occurrerit: forma ueniet ad speculum super lineam hanc, & reflectetur ad uisum super aliam: & sunt hæ lineæ in eadem superficie orthogonali, super superficiem contingentem pyramidem in puncto reflexionis [per 6. 13 n.] Et hæc est superficies reflexionis, in qua semper fit comprehensio quatuor punctorũ, scilicet, centri uisus, puncti uisi, puncti reflexionis, termini perpendicularis.

41. Communis sectio superficierum reflexionis & speculi conici cõuexi est latus conicum uel ellipsis: nunquam uerò circulus. 12 p 7.

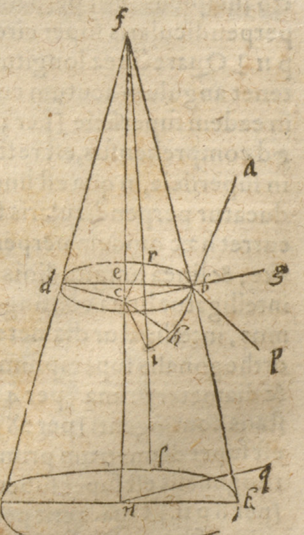
Diuersificantur autẽ lineæ cõmunes superficiei reflexionis, & superficiei pyramidis. Cũ enim radius uisualis continuus fuerit axi pyramidis, scilicet, cũ in superficie reflexionis fuerit totus axis, & perpendicularis ad axem transiens: erit superficiei reflexionis & superficiei pyramidis cõmunis linea, linea longitudinis in hoc situ. Quoniã quælibet superficies, in qua est totus axis, hanc habet lineam communem cum superficie pyramidis [ut patet è 18 d 11.] Et in omni alio situ unica longitudinis pyramidis linea erit communis, illa scilicet, quę fuerit in superficie uisus cẽtrum & axẽ continẽte. Et quãdo centrũ uisus nõ erit in directo axis, una tantùm erit superficies talis: & omnis alia cõmunis linea, erit sectio pyramidalis, nõ circulus. Si enim fuerit circulus: erit superficies illius circuli in superficie reflexiõis. Et quia axis orthogonalis est super illũ circulũ [per 18 d 11, & cõuersam 14 p 11] cũ quilibet circulus pyramidis sit æquidistãs basi [per 4 th. 1 conicorũ Apollonij] erũt latera pyramidis declinata super circulũ: & ita super superficiẽ reflexiõis. Quare in superficie illa nõ potest duci perpẽdicularis super lineã lõgitudinis pyramidis: sed [per 6. 13 n] perpendicularis ducta super superficiẽ, cõtingẽtẽ locũ reflexiõis, est in superficie reflexiõis, & perpẽdicularis super lineã lõgitudinis [ut ostẽsum est proximo numero] cũ quælibet superficies tãgẽs tãgat in linea lõgitudinis [per 6. 35 n.] Accidit igitur impossibile [cõtra 13 n.] Quare restat oẽs alias cõmunes reflexiõis lineas, sectiões pyramidales esse.

42. Si communis sectio superficierum reflexionis & speculi conici conuexi, fuerit latus conicum: reflexio à quocunq; ipsius puncto facta, in eadem superficie semper fiet. 19 p 7.

Et cũ fuerit linea cõmunis, linea lõgitudinis, ex quocũq; pũcto illius lineæ fiat reflexio: erit in eadẽ superficie cũ cuiuscunq; alterius pũcti reflexione. Quoniã à quolibet huius lineæ pũcto ducta perpẽdicularis cõtinget axẽ [ut ostẽsum est 40 n:] & erũt in superficie reflexiõis cẽtrum uisus: & punctũ reflexionis: & punctũ axis. Quare in hac superficie fit reflexio à quocunq; puncto.

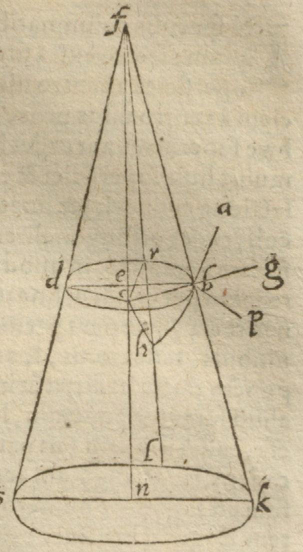
43. Si cõmunis sectio superficierũ, reflexionis & speculi conici cõuexi fuerit ellipsis: ab uno uel duob. cõspicuæ superficiei pũctis quibuslibet, in eadẽ superficie ad uisum reflexio fieri potest. 34 p 7.

Si uerò cõmunis linea nõ fuerit linea lõgitudinis: dico quòd uel ab uno cõmunis lineæ pũcto, in eadẽ superficie fiat reflexio, uel à duobus tantùm. Quoniã ducta perpendiculari à puncto reflexionis: perueniet ad axẽ, & cadet in aliquod punctũ eius [ut patuit 40 n:] & intellecto circulo super punctũ reflexionis, orthogonaliter secabit circulus axem [Quia enim circulus parallelus est basi per 4 th 1 conico. Apollonij: erit axis ad ipsum perpendicularis per 18 d, & conuersam 14 p 11.] Et quia perpendicularis tenet angulum acutum cum axe: erit perpẽdicularis declinata super circulũ, & circumquaq; ducta, semper erit æqualis. Vnde fiet pyramis, cuius basis circulus, acumen punctum axis, in quod cadit perpendicularis. Igitur superficies reflexionis aut tanget hanc pyramidẽ, aut secabit. Si tangat: dico quòd à puncto reflexionis sumpto possit tantùm fieri in eadẽ superficie reflexio. Planũ enim, quòd superficies reflexionis continget hanc pyramidẽ super perpendicularẽ, quæ est linea orthogonalis in superficie reflexionis [per 6. 35 n.] Et si ab acumine totalis pyramidis ducantur lineæ ad sectionem communẽ superficiei reflexionis & pyramidis totalis, prius cadent in circulũ, qui est basis pyramidis intellectæ, quàm in sectionẽ: præter unã, quæ in punctũ reflexionis cadit. Si ergo ab alio puncto cõmunis sectionis fieret reflexio: linea ab illo puncto ad acumen intellectæ pyramidis ducta: erit perpendicularis super lineam longitudinis



pyrami-

pyramidis,per punctum illud transeuntem [ut antè patuit:] sed linea ab acumine pyramidis intellectæ ad punctū circuli,per quod transit illa linea longitudinis, absq; dubio est perpendicularis super eam. Quare alia angulum tenet acutum cum hac linea,non rectum. [secus tres anguli trianguli rectilinei maiores essent duobus rectis cōtra 32 p 1: quod tamen absurdum ex angulis c r i, c i r rectis conclusis sequitur.] Si uerò superficies reflexionis secet intellectualem pyramidem: secabit circulum,qui est basis,in duobus punctis. [Quia enim cōmunis sectio ellipsis (quæ ex thesi est reflexionis superficies) & circuli (qui est fictæ pyramidis basis) est linea recta per 3 p 11, duobus punctis terminata: ellipsis igitur secat circulū in duobus punctis, nempe lineæ rectæ terminis.] Dico,quòd hæc sola sunt puncta in tota sectione communi,à quibus fieri possit reflexio in eadē superficie. Quoniā ab utroq; istorum punctorū linea ducta ad acumen intellectæ pyramidis,est perpendicularis super lineam longitudinis super punctum suū transeuntem. A' quocunq; enim sectionis puncto alio ducatur linea ad acumen illius pyramidis: tenebit angulum acutum cum linea longitudinis per ipsum transeunte, cū perpendicularis cum eadē longitudinis linea angulum rectum teneat in circulo. Et lineæ ductæ ab acumine pyramidis intellectæ ad puncta sectionis,quæ intercidunt inter speculi acumen & circulum: facient angulos obtusos cum lineis longitudinis uersus partem acuminis pyramidis totalis: & quæ ducuntur ad puncta inter circulum & basim speculi interiacentia, faciēt cum linea longitudinis angulos acutos ex parte acuminis speculi, obtusos ex parte basis. Ergo à nullo istorū punctorum potest fieri reflexio.

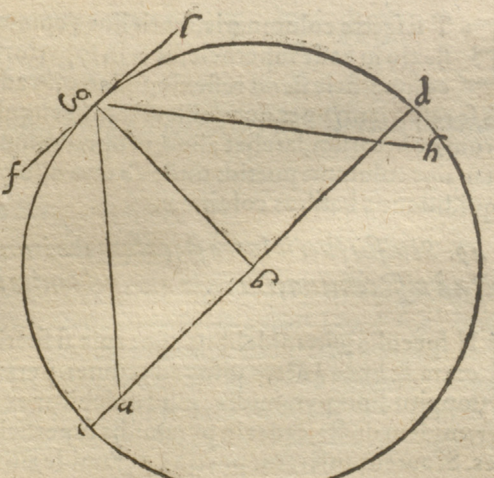


44. Si uisus fuerit in caua speculi sphærici superficie: uidebit totam: si intra uel extra: aliàs hemisphærium, aliàs plus, aliàs minus: si in centro: se ipsum tantum uidebit. 71. 72 p 4. 4 p 8.

IN speculis sphæricis concauis si uisus fuerit intra concauitatem speculi: tota speculi superficies apparebit ei: quod si extra fuerit: poterit comprehendere portionem eius maiorem medietate, quam scilicet fecit circulus sphæræ,quem contingunt duo radij à centro uisus ducti: uisu autem in centro huius speculi existente,non fiet ab aliquo puncto speculi reflexio,nisi in se. Quoniā enim quælibet linea à centro sphæræ ad sphæram ducta perpendicularis est super superficiem, sphæram in puncto illo tangentem [per 25 n uel 4 th. 1 sphæricorum:] ergò in hoc situ non comprehendet uisus per reflexionem,nisi se tantùm [per 11 n.]

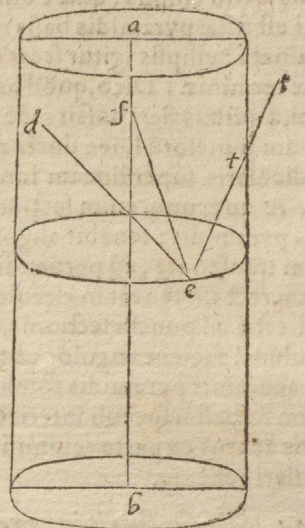
45. Si uisus sit extra centrum speculi sphærici caui: uisibile à quolibet eius puncto ad uisum reflecti potest: excepto eo, in quod recta à uisu per centrum speculi ducta, cadit. 6. 3 p 8.

SI uerò statuatur uisus extra centrum sphæræ: poterit fieri reflexio alterius rei uisibilis à quocunq; speculi puncto: præterquam ab eo,in quod cadit diameter, à centro uisus ad sphæram per centrum sphæræ ducta: quoniam diameter cadit super superficiem contingentem sphæram,orthogonaliter [per 25 n,ideoq; reflectitur in seipsam per 11 n.] Sumpto autē alio puncto, ducatur ad ipsum diameter à centro sphæræ, & linea à centro uisus. Ex his ergo lineis acutus includetur angulus: quoniam linea uisualis cadit inter diametrum & superficiem contingentem punctum, quæ scilicet est extra sphæram: & siue sit oculus intra speculum, siue extra, cadit uisualis linea intra speculum: quia cadit inter lineas uisuales contingentes circulum portionis sphæræ. [Itaq; si diameter g b & linea reflexionis g a in peripheriam cōtinuatæ,connectantur: erit angulus a g b acutus per 31 p 3. 32 p 1.] Cum igitur diameter angulum rectum teneat cum contingēte [per 18 p 3:] secetur ex eo acutus,æqualis prædicto in eadem superficie: dico ergo,quòd linea reflexionis cadit intra speculum: quoniam communis linea speculi & superficiei reflexionis,est circulus, tenens cum diametro angulum acutum maiorem omni rectilineo acuto [per 31 p 3.] Et in singulis punctis erit hic modus reflexionis. Palàm ex his,quòd in omni superficie reflexionis erunt centrum uisus: centrum speculi: punctum reflexionis: punctum uisum: terminus diametri à centro uisus per centrum sphæræ ductæ: & quòd communis omnium superficierum reflexionis linea cum superficie speculi,est circulus: & quòd à quolibet lineæ communis puncto potest fieri in eadem superficie reflexio.



46. In speculo cylindraceo cauo superficies reflexionis quatuor habet puncta: uisus, uisibilis, reflexionis, & axis, in quod perpendicularis à reflexionis puncto ducta, cadit. 3 p 9. 83 p 4.

IN speculis columnaribus concauis poteſt comprehendi totum ſpeculum: ſi fuerit uiſus intra ipſum: ſed eo extrà ſito, uidebitur maior medietate ſpeculi portio, quæ ſcilicet interiacet duas ſuperficies à centro uiſus procedentes, columnam contingentes. Intelligemus autem ſuperficiem à centro uiſus procedẽtem, baſibus columnæ æquidiſtantem: hæc ſuperficies aut cadet in columnã, aut nõ: ſi ceciderit, linea communis huic ſuperficiei & columnæ erit circulus [per 5 th. Sereni de ſectione cylindri:] & linea uiſualis, tranſiens per centrum huius circuli, cadet orthogonaliter ſuper ſuperficiem, contingentem columnam in puncto, in quod cadit linea [ut demõſtratũ eſt 32 n] & fiet reflexio per eandem lineam ad eius originem [per 11 n. Itaq; cum linea recta (quæ per 1 p 11 in uno eſt plano) tranſeat per puncta uiſus, uiſibilis, reflexionis, & axis, in quod perpendicularis à reflexionis puncto ducta, cadit: erũt ipſa in uno reflexionis plano.] Quodcunq; aliud ſumatur punctum, linea perpendiculariter ab hoc puncto ducta, cadet in axem [ut patuit 40 n:] & linea uiſualis in punctũ illud cadens, faciet angulum acutum cum linea perpendiculari [ut oſtenſum eſt ſuperiore numero] cũ ſit inter perpendicularẽ & contingentem. Et quòd hęc linea cadat intra ſpeculũ, planum eſt ex hoc: quòd cadit inter ſuperficies portionem contingentes. Poterimus igitur in eadem reflexionis ſuperficie ex angulo, quem facit perpendicularis cum contingente, excipere angulum acutum, æqualem angulo acuto prædicto: & cadet linea reflexionis, hunc angulum continens, intra columnam: quoniam cadet inter perpendicularem & lineam lõgitudinis, per terminum perpendicularis tranſeuntem. Erunt igitur in ſuperficie reflexionis centrum uiſus, punctum reflexionis, punctum uiſum, punctum axis, in quod cadit perpendicularis.



47. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei caui, fuerit latus cylindraceum, aut circulus: reflexio à quocunq; ſectionis puncto facta, in eadem ſuperficie fiet.

ET ſi hoc modo ſtatuatur uiſus, ut communis linea ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei columnæ ſit linea longitudinis: à quocunq; puncto cõmunis lineæ fiat reflexio: in una determinata erit ſuperficie, omnibus his reflexionibus communi, ea ſcilicet, in qua centrum uiſus, & axis columnæ totus, ſicut dictum eſt ſuperius in columnari ſpeculo non concauo [32 n.] Similiter ſi linea communis fuerit circulus, omnes reflexiones à punctis illius circuli factæ, procedent in eadem ſuperficie, ſicut in alijs circulis patuit.

48. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei caui fuerit ellipſis: à pluribus eius punctis idem uiſibile ad eundem uiſum, in eadem ſuperficie reflecti poteſt. 9 p 9.

ET ſi ſectio columnaris, fuerit linea communis: à duobus quidem eius punctis tantùm fiet reflexio in eadẽ ſuperficie, licet in ſuperioribus columnis [33 n] tantùm ab uno puncto in unica ſuperficie fieret reflexio, unico uiſu adhibito: quoniam illic latebant uiſum puncta ſectionis ſe reſpicientia, per quæ ſcilicet tranſit circulus columnæ baſibus æquidiſtans: uiſo enim uno illorum punctorum, latebat aliud, propter minoris columnæ portionis apparentiam: ſed in his apparet maior columnæ portio: unde ab uno uiſu percipiuntur puncta terminantia diametrum circuli, æquidiſtantis baſibus columnæ.

49. Si uiſus fuerit intra ſpeculum conicum cauum: tota eius ſuperficies uidebitur: ſi extra & recta à uiſu continuetur cum axe, uel conico latere: tota occultabitur. 5. 2. 9. 3 p 9.

IN ſpeculis pyramidalibus concauis, ſi fuerit uiſus intra ſpeculum: uidebit ipſum totum: ſi uerò extra, & linea à cẽtro uiſus ad acumen pyramidis ducta, intret pyramidem, aut applicetur lineæ longitudinis pyramidis, nihil uidebitur ex ſpeculo. Quoniam quæcunq; alia linea ab oculo ad pyramidem ducta, cadet in pyramidis ſuperficiem exteriorem: unde occultabitur interior ſuperficies. Si autem auferatur portio à pyramide, poterit uideri pars pyramidis, cadens inter contingentes ſuperficies à centro ductas, ſcilicet maior. Et ſi linea à centro uiſus, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem, & continuetur axi: erunt lineæ communes (ſicut dictum eſt in alijs pyramidalibus) aut lineæ longitudinis pyramidum, aut ſectiones. Et in his à duobus punctis ſectionis poterit fieri reflexio, in eadem ſuperficie, reſpectu eiuſdem uiſus. Et in ſuperficie reflexionis erunt, centrum uiſus, punctum uiſum, punctum reflexionis, punctum axis, in quod cadit perpendicularis.

50. Si uisus opponatur basi speculi conici caui: uisibile intra speculum positum, tantùm uidebitur. 6 p 9.

SEd speculum pyramidale integrum si opponatur uisui, & sit uisus ex parte basis, non percipiet nisi hoc, quod fuerit intra speculum: quoniam perpendicularis tenet angulum acutum cum linea ab oculo ad ipsam ducta, ex parte basis: unde fit reflexio ex parte acuminis [radius enim reflexus declinat ad partem oppositam radio, obliquè speculo incidẽti per 10 n:] & cadent omnes lineæ reflexæ intra pyramidem, & uideri poterit, quod intra pyramidem positum est. Si autem auferatur ex eo portio secundum longitudinem: poterunt quidem comprehendi exteriora, cum pateat exitus lineis reflexionis. Similiter si secetur pyramis ad modum annuli, ut auferatur uertex: liberum habebunt lineæ ingressum, & exteriora apparebũt: & si fuerit uisus ex parte superficiei concauitatis speculi: plura poterit comprehendere exteriora, quàm ex parte basis: quia latior incidentibus datur lineis uia.

51. Ab uno cuiuslibet speculi puncto, unum uisibilis punctum ad unum uisum reflectitur. 29.30.31 p 5. Item 37 p 5: item in præfat. 1.5. & 10 librorum.

AMplius: sumpto uniuscuiusq; speculi puncto, nõ est possibile in eo percipi formam, nisi formam unius puncti ab eodem uisu. Quoniam enim per perpendicularem & centrum uisus unica transit superficies: & una sola est linea à centro uisus ad punctum: & unicus angulus ex linea perpendiculari acutus, & unicus angulus in eadem superficie acutus æqualis huic [secus pars æquaretur toti contra 9 ax.] ergo est unica linea, quæ angulum æqualem huic cum perpendiculari facit: & cum linea peruenerit ad partem corporis, nõ potest forma alterius puncti per ipsam uehi, cum punctum præcedens occultet postpositum. Sed duobus uisibus possunt in eodem speculi puncto comprehendi duæ punctuales formæ: quoniam infinitæ possunt sumi superficies, super perpendicularem se secantes, in quarum qualibet circa perpendicularem sumi poterunt duo anguli æquales acuti. Iam ergo proprietatem reflexionis declarauimus, & similiter cuiuslibet speculi proprium. Visus autem cum per reflexionem formas comprehendit, non animaduertit quòd hæc acquisitio per reflexionem fit. Non enim accidit ex proprietate uisus reflexio: quoniam uisu remoto, procedit non minus forma à corpore ad speculum, & reflectitur secundum modum prędictum: & si accidat uisum esse in loco, in quem linearum reflexarum fit aggregatio: comprehendet uisus formam illam in capitibus harum linearum: & est in speculo tanquam non adueniens, sed naturalis esset forma speculo. Amplius: aliquando acquirit uisus formas in speculis in sola superficie, aliquando intra speculum, aliquando ultra. Et erit apparens locus formæ secundum figuram speculi & situm rei uisæ: & semper comprehendetur forma in loco proprio, mutato situ uisus & speculi: & erit diuersitas elongationis loci formæ ad speculi superficiem, secundum diuersitatem figuræ speculi. Et locus formæ dicitur locus imaginis. Et forma dicitur imago. Visus autem comprehendit rem uisam in loco imaginis. Et nos dicemus illum locum, & eius proprium in quolibet speculorum, quæ enumerauimus: & assignabimus causas, propter quas comprehendantur res uisæ in loco illo: & hoc in sequente libro, si deus uoluerit.

ALHAZEN FILII
ALHAYZEN OPTICAE
LIBER QVINTVS.

LIBER *iste in duas partes diuisus est. Prima pars est procemium libri. Secunda de imaginibus.*

PROOEMIVM LIBRI. CAP. I.

1. Imago est forma uisibilis, à polita superficie reflexa. In def. 5 libri.

LIquet ex quarto libro [2 n] quòd formæ rerum uisarum reflectuntur ex corporibus politis, & uisus comprehendit eas in corporibus politis propter reflexionem: & patuit [20. 21 n 4] quomodo fieret acquisitio rerum ex reflexione formarum. Et uisus comprehendit rem uisam in loco determinato: & primò, cum non fuerit situs rei uisæ ad uisum mutatio. Et forma comprehensa in corpore polito nominatur imago. Et nos explanabimus in hoc libro loca imaginũ ex corporibus politis: & dicemus quomodo acquiratur horũ locorũ scientia, & quomodo inueniatur syllogisticè.

DE LOCIS IMAGINVM. CAP. II.

2. In speculo plano imago uidetur in concursu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 37 p 5.

IMaginis cuiuscunq; puncti locus, est punctum in quo linea reflexionis secat perpendicularem à puncto rei uisæ intellectam super lineam contingentem lineam cõmunem superficiei speculi,

uel ſuperficiei ſpeculo continuæ,& ſuperficiei reflexionis.Et nos hæc declarabimus. Sumatur ſpeculum planum,& ſtatuatur æquidiſtans horizonti: & lignum directũ & politum erigatur ſuper ſpeculum:& ſit ſpeculi quantitas,ut totũ poſsit uideri lignum : niſi enim totum appareat,error inerit: & ſignetur in ligno punctum aliquod nigrum: apparebit quidem uiſui lignũ æquale huic ultra ſpeculum,huic ligno continuum,& orthogonale ſupra ſpeculum , & in ligno apparẽte apparebit punctum ſignatum,tantùm diſtans à ſuperficie ſpeculi, quantùm ab eadem diſtat in ligno ſuperiore. Et ſi declinetur lignum ſupra ſpeculum:apparebit apparens eadem declinatione declinatum ; & punctum ſignatum in apparente apparebit æquè remotum à ſuperficie ſpeculi. Et ſi à puncto ſignato lignum aliquod erigatur orthogonaliter ſupra ſpeculum:uidebitur etiam hoc lignum à puncto apparente orthogonaliter ſupra ſpeculum , & huic orthogonali continuum. Idem accidet pluribus punctis in ligno ſignatis. Idemque penitus accidet eleuato aut depreſſo ſpeculo. Planum ergo per hoc,quòd imago puncti uiſi apparet in perpendiculari , ducta à puncto uiſo ad ſuperficiem ſpeculi. Et in hoc ſpeculo , quæ perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem ſpeculi , eſt perpendicularis ſuper lineam communem ſuperficiei ſpeculi & ſuperficiei reflexionis. Idem patere poteſt in pyramide ſuper baſim orthogonali,cuius baſis plana ſpeculo plano ſit orthogonaliter adhibita:apparebit enim huic pyramis alia continua,& harum pyramidum baſis eadem, & acumina ipſarum æqualiter à ſpeculo diſtantia. Et planum,quòd ſi ab acumine ad acumen ducatur linea recta, erit perpendicularis ſuper baſim : & ita ſuper ſpeculum , cum eadem ſit ſuperficies ſpeculi & baſis. Quare uertex pyramidis in perpendiculari uidebitur ab eo ad ſpeculum ducta. Similiter à quocunq; puncto pyramidis ducatur linea æquidiſtans axi , cadet ad punctum reſpiciens ipſum in apparente pyramide : & erit linea illa perpendicularis ſuper baſim & ſuper ſpeculi ſuperficiem [per 8 p 11.] Quare imago cuiuſq; puncti pyramidis cadit in perpẽdicularem, intellectam à puncto illo in ſpeculi ſuperficiem. Sed quodcunq; punctum opponatur ſpeculo plano, eſt intelligere pyramidem , cuius punctum illud uertex: [per 14 n 4] quæ quidem pyramis ſuper baſim orthogonalis eſt , & etiam ſuper ſpeculi ſuperficiem, aut ei continuam : & eſt intelligere aliam huic pyramidi oppoſitam , quarum baſis eadem,& perpendicularis à uertice ad uerticẽ orthogonalis erit ſuper ſpeculum.Quare imago cuiuſcunq; puncti ſpeculo oppoſiti , cadit in perpendicularem ductam à puncto ad ſpeculi ſuperficiem, aut ei continuam. Sed [per 21 n 4] planum eſt,quòd in ſpeculis non accidit comprehenſio formarum, niſi per lineas reflexionum. Quare imago puncti uiſi cadit in lineam reflexionis : & quælibet talis linea eſt recta. Quare imago cuiuſcunq; puncti cadit in punctum ſectionis perpẽdicularis, ductæ ab illo puncto ad ſuperficiem ſpeculi,& lineæ reflexionis.Et in ſpeculis planis linea communis ſuperficiei ſpeculi & ſuperficiei reflexionis eſt una linea cum linea contingente locum reflexionis. Quare planum,quòd in ſpeculis planis imaginis locus,eſt punctũ ſectionis perpendicularis à puncto uiſo ſuper lineam, contingentem communem lineam ſuperficiei ſpeculi & ſuperficiei reflexionis,& lineæ reflexionis.

3. In ſpeculo ſphærico conuexo , imago uidetur in concurſu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 11 p 6.

IN ſpeculis ſphæricis extrà politis patebit quod diximus. Quæratur ſuperficies ſpeculi talis magna,in qua appareat forma baculi gracilis,perpendiculariter erecti ſuper ipſum : apparebit quidem forma baculi baculo continua : & apparebit in forma baculi punctum ſignatum, diſtans à ſuperficie ſpeculi ſecundum diſtantiam eius ab eodem , in baculo : & ſi fuerit baculus gracilior ex parte unius capitis , quàm ex parte alterius : apparebit quidem in hoc ſpeculo forma eius pyramidalis: & eſt error uiſus,quem poſtea aſsignabimus. Amplius: fiat pyramis orthogonalis ſuper baſim circularem circulatione perfecta: & applicetur etiam huic ſpeculo:uidebitur quidem pyramis huic cõtinua ſuper eandem baſim erecta,ſed minor iſta. Quòd autem appareat pyramis, planum eſt per hoc,quòd omnes lineæ ab apparente imagine uerticis ad circulum baſis , uideantur æquales. Et ſi declinetur pyramis modicùm ſupra ſpeculum à ſitu,in quo tota uidetur,ut ſcilicet aliquid ex ea abſcondatur , dum tamen locus reflexionis in ſpeculo uiſui exponatur : apparebit etiam inde imago pyramidis. Et ſi elongetur uiſus à ſpeculo,aut accedat,dum tamẽ ſuper lineam à loco ad ipſum protractam cadat: comprehendetur imago pyramidis. Sed acceſſus uel receſſus ſecundum hanc lineam erit , ut notetur locus reflexionis , & à nota ad locum uiſus ducatur linea , ſecundum quam fiat proceſſus. Verùm quoniam imago pyramidis orthogonalis eſt ſuper baſim pyramidis , & baſis eſt circulus ex circulis in ſphæra : erit linea à uertice pyramidis ad uerticem imaginis ducta, orthogonalis ſuper circulum illum,& tranſibit per centrum eius [per 6.8 d 1 conicorum] & erit orthogonalis ſuper ſphæram , & tranſibit per centrum ſphæræ , & erit perpendicularis ſuper ſuperficiem , ſphæram contingentem in puncto , per quod tranſit hæc linea [per 4 th. 1 ſphær. uel 25 n 4] & erit ſimiliter orthogonalis ſuper lineam , contingentem circulum ſphæræ per punctum illud tranſeuntem [per 3 d 11.] Et hæc contingens eſt linea, communis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei contingenti ſphæram in puncto illo : & hæc linea contingit circulum ſphæræ , communem ſuperficiei ſphæræ & ſuperficiei reflexionis. Linea ergo à uertice pyramidis ad uerticem imaginis ducta , eſt perpendicularis ſuper lineam contingentem , lineam communem ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi : quæ quidem eſt circulus. In hac igitur perpendiculari uidetur imago uerticis. Et planum [per 21 n 4] quòd imago uerticis eſt in linea reflexionis. Quare compre-

comprehendetur imago uerticis in cõcurſu lineæ reflexionis,& perpendicularis à uertice ad ſphæram ductæ,ſiue ad contingentem , circulum communem ſuperficiei ſphæræ & ſuperficiei reflexionis. Sumpto autem quocunque puncto huic ſpeculo oppoſito, eſt intelligere pyramidem ſuper ſuperficiem ſpeculi orthogonalem,aut ſuper continuam ei,cuius uertex ſit punctũ ſumptum:[per 14 n 4] & linea ab illo puncto ad imaginẽ puncti illius, erit in ſuperficie reflexionis, & perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi,uel ei continuam modo prædicto: quoniam punctum uiſum & imago ſemper ſunt ſimul in ſuperficie reflexionis [per 23 n 4.] Quare & linea à puncto uiſo ad eius imaginem ducta.

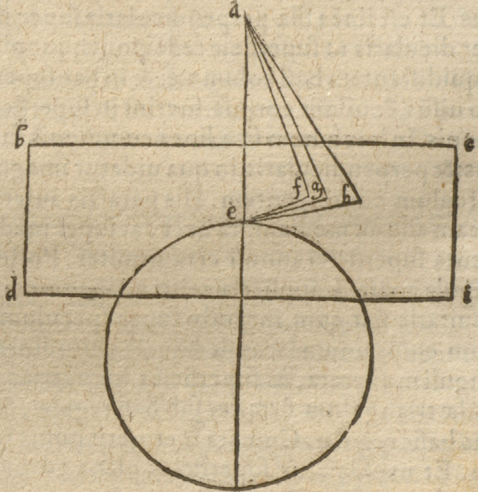
4. In ſpeculis conuexis cylindraceo,conico,imago uidetur in concurſu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 37 p 5.

IN ſpeculis columnaribus exterius politis nõn apparent, quæ in ligno & pyramide diximus: quoniam recta in his ſpeculis uidetur non recta: & eſt error uiſus communis,cuius poſtea cauſſam aſsignabimus . Accidit tamen in ſolo corporis puncto uidere locum imaginis prædictum, hoc modo. Adhibito præcedentis libri inſtrumento , immittatur regula , cui ſit infixum columnare ſpeculum,ut media portionis ſpeculi linea ſit in ſuperficie regulæ,& non tranſeat hæc regula tabulam æneam,ſed ſuper ipſam cadat orthogonaliter, ita ut altitudo regulæ ſit ſuper lineam, diuidentẽ triangulum tabulæ æneæ. Erectione facta in hac tabula, impleatur cera,& inducatur ei planities,ut ſit in eadem ſuperficie cum tabula:& eſt,ut certior fiat orthogonalis regulę directio ſuper tabulam. Deinde quæratur regula acuta,& acuatur extremitas, & applicetur huius regulæ acuitas mediæ ſuperficiei annuli lineæ, & deſcendat ſecundum lineam hanc , & ubi ceciderit ſuper regulam , fiat ſignum . Poſtea acus deſcendat, in qua infixum ſit modicũ corpus album : & hoc in termino , ne deſcendat acus uſq; ad regulam. Adhibeatur autem uiſus,ut ſit in ſuperficie regulæ,& claudatur unus uiſuum : uidebitur quidem imago corporis ſuper lineam, à puncto ſignato ad acumen acus protractam: quæ quidem linea perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem regulæ, quæ ſuperficies tangit columnam in linea longitudinis:& eſt perpendicularis ſuper lineam longitudinis columnæ , quæ eſt in ſuperficie regulæ: & eſt linea cõmunis ſuperficiei regulæ & ſuperficiei reflexionis: & in ſuperficie reflexionis ſunt linea longitudinis & linea perpendicularis. Et ſi ſitus uiſus mutetur,& circa annuli ſuperficiem uiſus uoluatur : apparebunt ſicut prius,& in eadem linea corpus,& imago corporis,& acus. Et eſt linea illa perpendicularis ſuper mediam longitudinis columnæ lineam : & hæc eſt perpendicularis in ſuperficie reflexionis:quoniam ſuperficies annuli ſecat columnam ſuper circulum, æquidiſtantem baſi columnæ: & in hac ſuperficie eſt uiſus. Et nos probabimus poſtea, quòd quando uiſus,& uiſum corpus fuerint in ſuperficie, æquidiſtante baſi columnæ,illa eſt ſuperficies reflexionis. In hoc autem ſitu,linea communis ſuperficiei columnæ, & ſuperficiei reflexionis , eſt circulus:& perpendicularis, in qua uidetur imago & corpus, orthogonaliter cadunt ſuper lineam , hunc circulum contingentem . His peractis auferatur acus à loco ſuo , & ponatur regula acuta ſuper lineam annuli mediam,ita ut cadat ſuper mediam longitudinis regulæ lineam , & adhibeatur regula acuta ſuperficiei annuli cera firmiter . Poſtea auferatur regula , in qua eſt ſpeculum , & accipiatur regula acuta,& applicetur eius acuitas mediæ longitudinis regulæ lineæ , & ſecundum proceſſum acuitatis fiat cum incauſto ſuper ſpeculum protractio . Pòſt ſumatur triangulum cereum modicum,cuius unum latus ſit æquale altitudini regulæ , in quà eſt ſpeculum , & ſit ſpiſsitudo huius trianguli moderata, & ſuperficies huius trianguli ſint planæ pro poſſe: & adhibeatur columnæ regulæ triangulum firmiter ſub baſi regulæ, & latus eius æquale altitudini regulæ ponatur ſuper latus baſis regulæ . Cum ita fuerit,erit huius trianguli altitudo ſuper baſim columnæ æqualem regulæ. Et ut efficiatur ſuperficies plana ad modum ſuperficiei regulæ, includatur triangulum inter regulam & ſuperficiem planam , & comprimatur , donec ſit bene complanatum , & ſuper ſuperficiem huius trianguli ponatur regula acuta , & ſecetur finis huius trianguli cum acuitate regulæ, & erit finis eius linea recta , & erit linea hæc baſis regulæ, in qua eſt ſpeculum . Poſtea ponatur regula ſuper ſuperficiem tabulæ, quæ eſt in inſtrumento , & ponatur finis eius baſis, quæ eſt in longitudine,quæ eſt latus trianguli cerei,ſuper lineam,quę eſt in longitudine tabulę,ſicut factum eſt prius: & erit ſuperficies regulæ, in qua eſt ſpeculum , orthogonalis ſuper tabulam æneam: & hæc ſuperficies ſecat tabulam æneam ſuper lineam , quæ eſt in longitudine eius : & hæc ſuperficies tangit ſuperficiem ſpeculi ſuper lineam,quæ eſt in ſuperficie ſpeculi: & hæc eſt ſuperficies regulæ , in qua eſt ſpeculum : & erit angulus regulæ acutæ,adhærentis in media linea ſuperficiei annuli,in qua ſuperficie erit ſpeculum , declinatus in partem , in qua eſt caput trianguli : quia regula exaltauit unam partem eius cum corpore trianguli, & alia pars,quæ eſt poſt caput trianguli , eſt ſuperficies tabulæ æneæ: & erit linea,quæ eſt in medietate ſpeculi,declinata. Et quando fuerit latus trianguli cerei ſuper lineam , quæ eſt in longitudine æneæ tabulæ : mouebitur regula , in qua eſt ſpeculum : & latus trianguli in hoc motu, ſi ſit ſuper lineam longitudinis tabulę æneæ, & procedat uel retrocedat, donec concurrat angulus regulæ acutę cum puncto aliquo lineę ſuperficiei ſpeculi, donec firmetur regula acuta , & auferatur linea in ſpeculo cum incauſto facta : & fiat punctum in ſuperficie ſpeculi in directo capitis regulæ acutę, & auferatur regula acuta , & apponatur acus , & ſit acus ſuper lineam mediam ſuperficiei annuli , & adhærere cogatur cum cera : erit linea intellectualis ab acu in punctum ſignatum in ſuperficie ſpeculi, perpendicularis ſuper ſuperficiem regulæ, quæ tangit ſu-

perficiem ſpeculi ſuper punctum ſignatum,& perpendicularis ſuper quamlibet lineam ab illo puncto protractam,in ſuperficiem contingentem ſpeculum.Erit ergo perpendicularis ſuper lineam rectam, contingentem lineam communem ſuperficiei altæ annuli & ſuperficiei ſpeculi. Ponatur autem uiſus in ſuperficie annuli, in capite eius, & uidebit in ſpeculo, donec comprehendat formam corporis parui, quod eſt in acu: & tunc percipiet corpus illud, & punctum in ſpeculo ſignatum,& imaginem illius corporis.Et linea tranſiens per corpus paruum,& per punctum in ſuperficie ſignatum,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem ſpeculi ſuperficiem ſuper punctũ ſignatum: & hæc ſuperficies annuli, eſt ex ſuperficiebus reflexionis:& corpus paruum, & centrum uiſus ſunt in hac ſuperficie, & punctus reflexionis eſt in hac ſuperficie: & hæc deinceps probabimus. Et imago corporis parui in hoc ſitu,erit ſuper lineam rectam, à corpore paruo protractam ſuper ſuperficiem,contingentem ſuperficiem ſpeculi:& eſt hæc linea perpendicularis ſuper lineam rectam, contingentem lineam communem ſuperficiei ſpeculi, & ſuperficiei reflexionis, quæ eſt ſuperficies annuli.Et ſuperficies reflexionis eſt ex ſuperficiebus declinantibus, ſecantibus columnam inter lineas longitudinis columnæ, & circulos eius æquidiſtantes baſibus: quia regula & ſpeculum,quod eſt in ea, ſunt declinata. Linea ergo communis huic ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi, eſt ex ſectionibus columnaribus. Et ita explanabimus locum imaginis, ut mutetur ſitus regulæ, in qua eſt ſpeculum & declinetur ſuper ſuperficiem eius aliqua declinatione maiore uel minore. Palàm ergo ex his,quòd imago percipitur,ubi perpendicularis à uiſo puncto ad ſpeculi ſuperficiem ducta, concurrit cum linea reflexionis.Et hic eſt ſitus prædictus. Eadem poterit adhiberi operatio in ſpeculo pyramidali exteriore:& idem patebit ſiue ſint imagines rerum uiſarum in ſectionibus pyramidalibus, ſiue in ijs,quæ fiunt ſecundum lineas longitudinis.

5. Rectarum linearum ab eodem uiſibilis puncto in ſpecula planum uel conuexum cadentium: minima eſt perpendicularis.21 p 1.

SI à puncto uiſo ad ſpeculi ſuperficiem ducantur lineę: quæ perpendicularis eſt, minor eſt qualibet alia. Quoniã quælibet alia prius ſecat communẽ lineã ſuperficiei cõtingentis ſpeculum, in quam orthogonaliter cadit perpendicularis, & ſuperficiei reflexionis, antequã ueniat ad ſpeculum:& quælibet lineã à puncto uiſo in hac ſuperficie, ad hanc lineã cõmunẽ ducta, eſt maior perpendiculari [per 19 p 1] quia maiorẽ reſpicit angulũ [rectũ nẽpe a e f in triangulo a e f.] Quare patet propoſitũ.



6. In ſpeculo ſphærico cauo, imago uidetur in concurſu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis 37 p 5.

IN ſpeculis ſphæricis concauis comprehenduntur imagines quædam ultra ſpeculum: quædam in ſuperficie: quædam citra ſuperficiem. Et harũ quædam comprehenduntur in ueritate, quædam præter ueritatem. Omnes,quarum comprehenditur ueritas, apparent in loco ſectionis perpendicularis & lineæ reflexionis: quod ſic patebit. Fiat pyramis, & eius axis ſit orthogonalis ſuper baſim: & diameter baſis ſit minor medietate diametri ſphæræ: & linea longitudinis pyramidis, ſit maior eadẽ ſemidiametro:& ſecetur ex parte baſis, ad quantitatẽ eius, ſcilicet ſemidiametri: & fiat ſuper ſectionẽ circulus: & ſecetur pyramis ſuper hũc circulũ. Poſtea in medio ſpeculi fiat circulus ad quantitatẽ baſis pyramidis remanentis: & aptetur huic circulo pyramis, & firmetur cum cera. Deinde ſtatuatur uiſus in ſitu, in quo imaginem pyramidis poſsit comprehendere: & adhibeatur lux, ut certior fiat comprehenſio: non uidebis quidem pyramidem huic coniunctam,ſed comprehendes hanc ultra ſpeculum extenſam: unde apparebit pyramis quædam continua, cuius baſis ultra ſpeculum eſt, & pars eius pyramis cerea. Et ſi in hac pyramide ſignetur linea longitudinis cum incauſto: uidebitur hæc linea protendi ſuper ſuperficiẽ pyramidis apparentis. Et quoniã uertex pyramidis eſt centrũ ſphæræ: linea à uertice ſecundum longitudinem pyramidis ducta, erit perpendicularis ſuper lineam, contingentem quemlibet circulum ſphæræ, per caput lineæ tranſeuntem [quodlibet enim coni latus æquatur ſemidiametro ſphæræ per fabricam: uertex igitur coni eſt centrum maximi in ſphæra circuli: cuius ſemidiameter eſt latus: itaque per 18 p 3 ad lineam tangentem eſt perpendiculare.] Quare quælibet linea longitudinis pyramidis apparentis, eſt perpendicularis ſuper lineam, contingentem lineam cõmunem ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſphæræ: quę quidem linea cõmunis eſt circulus [per 1 th 1 ſphæ.] & quodlibet punctum pyramidis in hac uidetur perpendiculari: & quælibet perpendicularis eſt in ſuperficie reflexionis [per 23 n 4:] quoniam punctum uiſum & imago eius ſunt in perpendiculari, & in hac ſuperficie: & omnis imago comprehenditur in linea reflexionis [per 21 n 4.] Quare imago cuiuſcũq; puncti pyramidis, erit in puncto ſectionis perpendicularis

cularis & lineæ reflexionis. Puncta autem, quorum imagines citra speculum comprehenduntur, hoc est inter uisum & speculum, sunt, cum à quolibet eorum linea ducta ad centrum speculi, secat latitudinem uiæ inter uisum & speculum interiacentis. Et ut uideatur hoc: auferatur pyramis à medio speculi: & collocetur in parte, erit uertex centrum speculi: & remotio uisus sit maior semidiametro sphæræ. Deinde sumatur lignum gracile album, & statuatur in speculo, ut sit centrum speculi directè medium inter caput ligni & centrum uisus, & dirigatur intuitus in punctum speculi, à quo linea ad uerticem pyramidis ducta, sit inter caput ligni & uisum: & apparebit forma capitis ligni citra speculum, & propinquior uisui uertice pyramidis: & erunt in eadem linea recta, uertex pyramidis, & caput ligni, & imago capitis. Et hæc linea est perpendicularis super lineam, contingentem lineam communem superficiei speculi & superficiei reflexionis [per 25 n 4:] quoniam superficies reflexionis transit per centrum & punctum uisus. Et linea transiens per hæc duo puncta, est in superficie reflexionis. Et linea cōmunis est circulus: & hæc linea huic circulo erit diameter: quoniā centrum illius circuli, est centrum sphæræ. Quare erit hæc linea perpendicularis super lineam, contingentem circulum in capite huius lineæ [per 18 p 3:] & hæc linea transit per punctum uisum, & eius imaginem. Et ita quodlibet punctum citra speculum uisum, comprehenditur in eadem linea cum centro & cum imagine eius: & quodlibet punctum uidetur in linea reflexionis [per 21 n 4.] Quare in loco sectionis perpendicularis & lineæ reflexionis. Et ea, quorum ueritas in his speculis comprehenditur, sunt, quorum imagines apparent ultra speculum uel citra superficiem eius: & præter hæc, nulla sunt, quæ in hoc speculo in ueritate comprehendat uisus, ipsa enim prohibent imagines suas ueras apparere. Imagines, quæ apparent in superficie huius speculi, sunt ex ultima partitione: & hæc explanabimus, cum erit sermo de erroribus uisus. Quodlibet ergo punctum in ueritate in hoc speculo comprehensum, apparet in concursu perpendicularis & lineæ reflexionis: quæ quidem perpendicularis transit à puncto uiso ad centrum sphæræ, & cadit orthogonaliter in contingentem, lineam communem.

7. In speculis cauis cylindraceo, conico, imago uidetur in concursu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 37 p 5.

IN speculis columnaribus concauis diuersificatur imago: aliquando enim erit locus eius in superficie speculi: aliquando ultra: & in his omnibus aliquando in ueritate comprehendetur: aliquando non. Cum uolueris in his locum imaginis percipere: facias, sicut fecisti in columnaribus exterioribus. Adhibeatur enim regula, in qua sit columna concaua, sicut adhibita est superius, & acus similiter, & corpus modicum, in summitate acus: & ponatur uisus oppositus in medio circuli, & in medio superficiei annuli: & subleuetur uisus modicum à superficie annuli: & inspiciat, donec imaginem corporis uideat, & comprehendat formam corporis, & corpus, & punctum in speculo, signatum in eadem linea perpendiculari, super superficiem speculi: & hoc per syllogismum sensualem. Et erit imago ultra speculum, & erit reflexio ex puncto lineæ rectæ, quæ est in medio speculi. Deinde statuatur uisus in superficie annuli, sed extra medium, donec uideat imaginem corporis parui: uidebit quidem eam citra speculum: & uidebit corpus, & eius imaginem, & punctum in speculo signatum, in una linea recta perpendiculari, super lineam rectam contingentem circulum æquidistantem basi speculi, super punctum signatum in speculi superficie: & superficies huius, est superficies reflexionis in hoc situ: & est superficies faciei annuli: & punctum reflexionis est punctum illius circuli. Postea adhibeatur cum manu alia acus, in cuius summitate sit corpus modicum: & statuatur in superficiem & axem, hoc modo, ut corpus, & punctum signatum sint in eadem linea, secundum sensualem syllogismum: & sit uisus in superficie annuli, inter caput eius & medium: uidebit quidem imaginem corporis, & uidebit hanc imaginem & corpus eius, & punctum signatum in superficie speculi, in eadem linea recta. Si autem declinetur linea recta cum triangulo paruo, quod fecimus, & sit uisus in medio annuli: uidebit imaginem citra speculum, sed in eadem linea recta cum corpore, & puncto signato. Et hæc reflexio erit ex columnaribus sectionibus: quoniam speculum est declinatum: & scimus [è 21 n 4] quòd non percipitur imago, nisi in linea reflexionis. Palàm ergo, quòd locus imaginis est, ubi secat perpendicularis prædictam lineam reflexionis, cum comprehenditur ueritas. Et licet non comprehendatur certitudo imaginis, tamen erit modus harum imaginum cum ueritatis imaginibus. Pari modo uidere poteris imaginem in pyramidalibus concauis in concursu perpendicularis cum linea reflexionis. Palàm ergo, quòd in omnibus speculis comprehenduntur imagines in loco prædicto: qui quidem locus similiter dicitur imaginis locus.

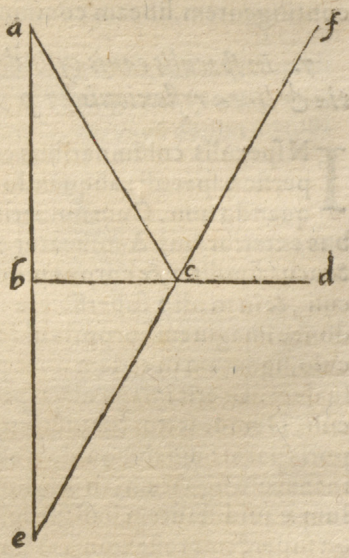
8. Imago in quocunque speculo, uidetur in concursu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 37 p 5.

QVare autem comprehendantur res uisæ per reflexionem in locis imaginum: & quare imago sit super perpendicularem à re uisa in speculi superficiem, declarabimus caussam. Visus cum acquirit formam per reflexionē, acquirit eam statim sine certitudine, & acquirit longitudinē per æstimationē, & hanc longitudinē cōprehendet forsitan in ueritate, per diligentiā intuitus adhibitā, forsitan nō. Et istud explanauimus in libro secūdo [24.25.38.39 n:] & ibi dictū est, quòd uisus

uisus acquirit longitudinem per syllogismum ex magnitudine corporis, & angulo aliquo, sub quo comprehenditur magnitudo. Et acquisitio rei uisæ notæ manifesta est in hunc modum. Res etiam ignotæ comprehenduntur in hunc modum: conferuntur enim rebus cognitis & magnitudinibus uel longitudinibus notis. Cum uisus comprehendit rem aliquam per reflexionem: non comprehendit longitudinem imaginis, nisi per æstimationem: deinde adhibita diligentia, acquirit longitudinem, & uerificat per syllogismum ex magnitudine rei uisæ & angulo pyramidis, super quam forma reflectitur ad uisum. Cum ergo res uisa ex rebus notis fuerit, uisus acquirit eius longitudinem per iam notam longitudinem angulum æqualem huic tenentem, & huic longitudini similem. Similiter res uisa cum fuerit ignota, confertur magnitudo eius alij magnitudini rerum uisarum notarum, & acquiritur longitudo eius imaginis per syllogismum mensuræ anguli, quem tenet imago in centro uisus, in hora reflexionis. Et à loco, in quo est forma rei uisæ comprehensa per reflexionem, forma directè ueniens ad angulum circa oculum, accedit super pyramidem ipsam, per quam forma reflectitur ad uisum: & eadem pyramis occupabit totam formam, quæ fuerit in loco imaginis. Visus ergo cum acquirit rem uisam per reflexionem: acquirit eam in loco imaginis: quoniam forma comprehensa est in loco imaginis per reflexionem. Quare similis est formæ directè comprehensæ, occupatæ ab illa pyramide. Et hæc est causa, quare comprehendatur in loco imaginis.

9. Imago in speculo plano uidetur in perpendiculari incidentiæ. 36 p 5.

QVare autem comprehendatur imago in perpendiculari, dicemus. Scimus [per 16 n 4] quòd punctum uisui perceptibile, non est intellectuale, sed sensuale, & forma eius sensualis. Dico igitur in speculis planis, quòd cum imago non appareat in superficie speculi, sed ultra: competentius est, & rationabilius, ut appareat supra perpendicularem, quàm extra eam. Cum enim in loco perpendicularis assignata fuerit distantia eius à puncto reflexionis speculi, quæ scilicet est pars lineæ reflexionis, à loco imaginis ad punctum reflexionis ductæ: erit æqualis distantiæ puncti uisi à puncto reflexionis. Quia enim superficies speculi est orthogonalis super perpendicularem, [per thesin] & linea à puncto reflexionis ad perpendicularem ducta est latus duobus triangulis commune, & angulus lineæ accessus est æqualis angulo reflexionis [per 10 n 4, & angulus f c d æquatur angulo e c b per 15 p 1: ideoq; angulo a c b] quare duo anguli unius trianguli sunt æquales duobus angulis alterius trianguli [anguli enim ad b recti sunt per thesin & 3 d 11] & unum latus commune est: quare [per 26 p 1] reliqua latera æqualia sunt reliquis lateribus. Si ergo imago in perpendiculari apparuerit: æqualiter à speculo distabit cum corpore, à quo procedit: & erit imagini idem situs, respectu puncti reflexionis, qui est in puncto uiso, respectu puncti eiusdẽ: & idem est situs, respectu uisus. Vnde in hoc situ apparebit ueritas & puncti uisi, & imaginis. Si uerò imago fuerit extra perpendicularem, cum fuerit necesse eam in linea reflexionis esse, [per 2 n 4] aut erit ultra perpendicularem, aut citra, respectu uisus. Si fuerit ultra: erit quidem remotior à puncto reflexionis, & à uisu, quàm punctum uisum, unde tenebit minorem angulum in oculo, quàm punctum uisum, & minorem occupabit uisus partem: unde cum sit æqualis, uidebitur minor eo. Si autem fuerit citra perpendicularem, uidebitur maior, cum sit propinquior.



10. Imago in speculis conuexis, cauis: sphærico, cylindraceo, conico uidetur in perpendiculari incidentiæ. 36 p 5.

IN speculo sphærico extrà polito uidetur imago super perpendicularem. Aut enim uidetur imago centri uisus: aut alterius puncti. Si imago centri uisus: dico, quòd dignior est perpendicularis ab oculo ad centrum sphæræ ducta, ut super eam appareat imago centri uisus, quàm alia. Si enim forma directè procedat secundum hanc perpendicularem usque ad centrum sphæræ, eundem semper seruabit situm, respectu uisus: & ita cuicunque puncto sphæræ opponatur forma: perpendicularis ad centrum mota, identitatem situs tenebit, respectu uisus: & idem erit situs formæ in una perpendiculari, quæ & in alia: quoniam centrum sphæræ eundem habet situm, respectu cuiuslibet puncti sphæræ, & omnes huiusmodi perpendiculares eiusdem sunt situs. Si autem extra perpendicularem imago moueatur, ad quodcunque punctum sphæræ mutabitur situs eius, respectu uisus: quoniam alium habebit situm extra perpendicularem, quàm in perpendiculari, & extra speculum mouebitur perpendicularis, & non intra: & si extra speculum appareat, non seruabit situm. Et conuenientius fuit, ut seruaret situm imago, quàm ut mutaret, ut uisus rem uisam certius comprehenderet. Ob hoc imago centri uisus super perpendicularem apparet. Et huic imagini non possumus certum assignare in perpendiculari punctum: quoniam non inuenitur dignitas in uno perpendicularis puncto maior, quàm in alio, ut hæc imago determinatè appareat in eo: sed scimus, quòd in quocunque puncto huius perpendicularis appareat, semper apparet con-

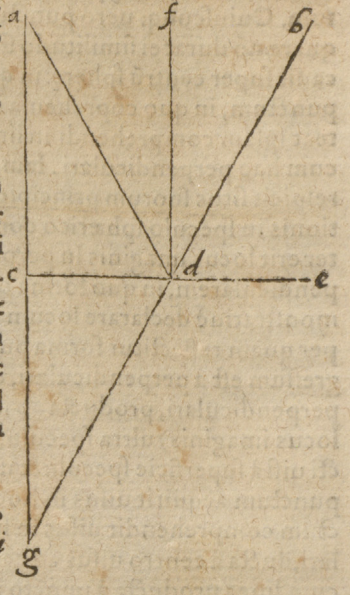
ret continua cum apparente oculo: & ſemper in totali forma apparente eundem tenet locum & ſitum. Cuiuſcunq; uerò puncti imago, præter centrũ uiſus, ad ſpeculum accedit, mouetur declinatè: quare nõ durat ei ſimilitudo ſitus, reſpectu uiſus: & perpendicularis à puncto uiſo ad ſpeculũ ducta, cadit ſuper centrũ ſphęrę: in qua quidẽ perpẽdiculari obſeruat imago ſimilitudinẽ ſitus. Nõ eſt ergo punctum, in quo cõprehenſa imago ſeruet ſimilitudinẽ ſitus, niſi in perpendiculari illa. Et cũ oporteat ipſam comprehendi in linea reflexionis, [per 21 n 4] comprehendetur in concurſu huius lineæ cum hac perpendiculari. Iam ergo aſsignauimus cauſſam huius rei. Verùm rerum naturaliũ ſtatus reſpicit ſitus ſuorum principiorũ, & principia rerum naturaliũ ſunt occulta. Idem erit modus probationis in ſpeculo ſphærico concauo. Similiter in pyramidali concauo, uel extrà polito. Et uniuerſaliter erit locus imaginis in perpendiculari in quocunq; ſpeculo: quoniam non eſt locus extra perpendicularem, in quo forma obſeruet ſimilitudinem ſitus & identitatem. His explanatis reſtat demonſtratiuè declarare locum imaginis, in qualibet ſpeculorum ſpecie. Dicimus ergo, quòd linea, per quam reflectitur forma puncti cuiuslibet comprehenſi à uiſu in ſpeculo plano, quando ipſum egreſſum eſt à perpendiculari, quæ à centro uiſus cadit in ſuperficiem ſpeculi plani: concurret cum perpendiculari, producta ab illo puncto ad ſuperficiem ſpeculi: & erit punctum concurſus (qui eſt locus imaginis) ultra ſpeculum: & erit longitudo illius à ſuperficie ſpeculi, æqualis longitudini puncti uiſi à ſuperficie ſpeculi: & uiſus non acquirit imaginem puncti uiſi, niſi in loco illo. Et quodcunq; punctum acquirit uiſus in hoc ſpeculo: non apparebit ex eo, niſi unica imago. Quodcunq; autẽ punctum comprehendit uiſus in ſpeculo ſphærico extrà polito, quando egreditur forma à perpendiculari, ducta à centro uiſus ad centrum ſpeculi: linea, per quã reflectitur imago ad oculum, concurret cum linea producta à puncto illo ad centrum ſpeculi: quæ linea eſt perpendicularis, ducta à puncto illo orthogonaliter ſuper lineã, contingentẽ lineam cõmunem ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi. Et ſitus puncti concurſus, qui eſt locus imaginis, à ſuperficie ſpeculi erit ſecundũ ſitum uiſus à ſuperficie ſpeculi. Et forſitan erit punctum concurſus ultra ſpeculum, forſitan in ſuperficie ſpeculi, forſitan intra ſpeculum. Et uiſus comprehendit imagines omnes ultra ſpeculum, licet diuerſa ſint earum loca: & non comprehendit locum cuiuslibet imaginis, niſi ſyllogiſticè in ſuperficie ſpeculi. Et quodlibet punctum comprehenſum in hoc ſpeculo, non prætendit, niſi unam imaginem. In ſpeculo columnari extrà polito, & pyramidali extrà polito, quodcunq; punctum comprehendit uiſus, cum fuerit extra perpendicularem, ductam à centro uiſus, orthogonalem ſuper ſuperficiem contingentem ſuperficiem ſpeculi: linea, per quam reflectitur forma ad uiſum, concurret cum perpendiculari, ducta ab illo puncto ſuper rectam lineam, contingentem lineam communem ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi. Et loca imaginum horum ſpeculorum quædam ſunt ultra ſuperficiem ſpeculi: quædam in ſuperficie: quædam citra. Et uiſus acquirit omnes imagines horum ſpeculorum ultra ſuperficiem ſpeculi. Et quodcunq; punctum comprehendit uiſus in his ſpeculis, non efficit, niſi unam imaginem tantùm. In ſpeculo ſphærico concauo lineæ, per quas reflectuntur formæ punctorũ uiſorum: quædam concurrunt cum perpendicularibus, ductis à punctis illis ſuper lineas, contingentes lineas communes ſuperficiei ſpeculi & ſuperficiei reflexionis: quædam ſunt æquidiſtantes his perpendicularibus. Et earum, quæ concurrunt cum perpendicularibus, quædam habent locum concurſus (qui eſt locus imaginis) ultra ſpeculum: quædam citra ſpeculum. Et quæ citra ſpeculum habent: quædam inter uiſum & ſpeculum: quædam ſuper ipſum centrũ uiſus: quædam ultra centrum uiſus. Et uiſus quaſdam formarum rerum uiſarum, quas acquirit in his ſpeculis, comprehendit in loco imaginis, qui eſt punctum concurſus: & hæ ſunt, quas uiſus certò comprehendit: quaſdam comprehendit extra locum concurſus: & eſt comprehenſio ſine certitudine. Et res uiſæ, quas acquirit uiſus in hoc ſpeculo, quædam unam præ ſe ferunt imaginem tantùm: quædam duas: quædam tres: quædã quatuor. Nec poteſt eſſe, quòd una res prætendat plures. In ſpeculo pyramidali cõcauo & columnari concauo lineæ, per quas reflectuntur formæ ad uiſum: quædam concurrunt cum perpendicularibus, ductis à punctis uiſis ſuper lineas, contingentes lineas communes: & quædam ſunt æquidiſtantes perpendicularibus. Quæ concurrunt cum perpendicularibus: quædam habent concurſum ultra ſpeculum: quædam citra. Quæ autem citra: quædam inter ſpeculum & uiſum: quædam ſuper centrum uiſus: quædam ultra centrum uiſus. Et comprehenſio rerum uiſarum in hoc ſpeculo per uiſum, quædam fit in loco imaginis (qui eſt locus concurſus) quædam extra locum concurſus. Et eorum, quæ comprehenduntur, aliud prætendit unam imaginem tantùm: aliud duas: aliud tres: aliud quatuor. Nec aliquod eſt, quod poſsit prætendere plures, quàm quatuor. Et nos declarabimus hæc omnia demonſtratiuè.

11. *Viſibile & imago à ſpeculi plani ſuperficie in oppoſitas partes æquabiliter diſtant. 49 p 5.*

Sit a punctum uiſum: b centrum uiſus: c d e ſpeculum planum: & ſit d punctum reflexionis: c d e linea communis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi. A puncto d ducatur d f perpendicularis ſuper lineã cõmunẽ: [per 11 p 1] & à puncto a ducatur perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiẽ, [per 11 p 11] quæ ſit a c, & producatur ultra ſpeculũ: & a d ſit linea, per quã forma accedit ad ſpeculũ: b d, per quã reflectitur ad uiſum. Igitur b d, f d, a d, ſunt in ſuperficie reflexionis [per 23 n 4.] Et cũ f d ſit æquidiſtãs a c [per 28 p 1: quia cũ a c ſit pꝑpẽdicularis ſuperficiei ſpeculi per fabricatiõem: erit perpẽdicularis lineę c d e per 3 d 11] & [per 13 p 11] d b declinata ſit ſuper f d, cõcurret [per lemma Procli ad 29 p 1] b d cũ a c. Cõcurrat ergo in puncto g. Dico, quòd g c eſt æqualis c a. Quoniã enim

angulus

angulus b d e æqualis est angulo a d c [per 10 n 4,& per 15 p 1 angulus b d e æqualis angulo g d c: ergo per 1 ax: angulus a d c æquatur angulo g d c] & angulus a c d æqualis angulo g c d [per 10 ax:] & latus c d commune. Quare [per 26 p 1] triangulum æquale triangulo. Quare g c æqualis a c.

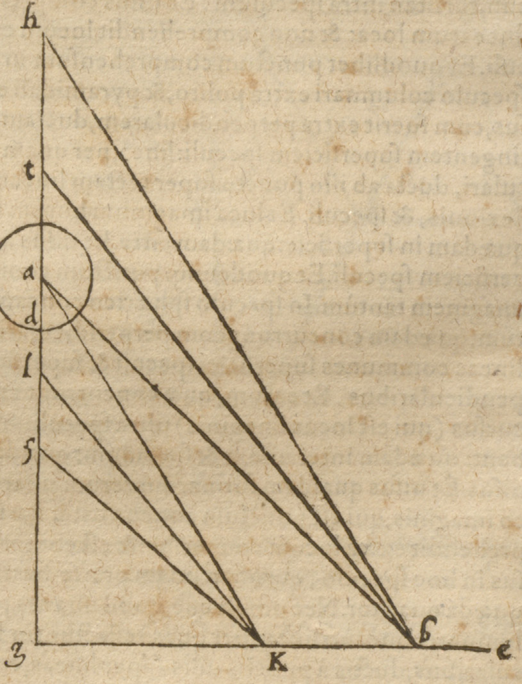


12. *Visu & uisibili datis, in speculo plano punctum reflexionis inuenire. 46 p 5.*

ET si uoluerimus per perpendicularem inuenire locum reflexionis: secetur ex perpendiculari ultra speculum pars, æqualis parti eius usq; ad speculum: & est, ut sit g c æqualis a c: & ducatur linea à centro uisus ad punctum g, quæ sit b d g. Dico, quòd d, est punctum reflexionis. Quoniam enim [per fabricationem & 2 ax:] a c & c d sunt æqualia c g & c d, & angulus angulo [a c d ipsi g c d per thesin & 10 ax.] Ergo [per 4 p 1] triangulum triangulo. Igitur angulus g d c est æqualis angulo a d c: Sed g d c est æqualis angulo b d e [per 15 p 1] restat ergo [per 1 ax] ut angulus b d e sit æqualis angulo a d c. Et ita [per 10 n 4] d est punctum reflexionis: & ita patet propositum.

13. *Si recta linea ab uno uisu sit perpendicularis speculo plano, unum ipsius punctũ, in quo uisus superficiem secat, ab uno speculi puncto, in quod cadit, ad eundem uisum reflectetur. 32 p 5.*

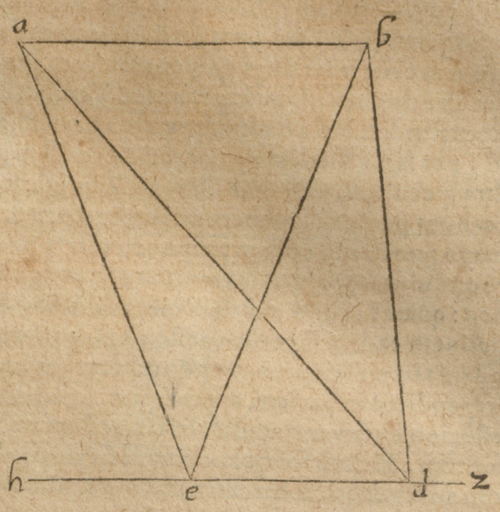
SIt a centrum uisus: & a g perpendicularis super speculũ planũ: & d secet hanc perpendicularẽ in superficie oculi. Dico, quòd in hac perpendiculari non est punctũ, quod reflectatur ab hoc speculo ad uisum, præter d. Sin autem: sumatur ultra uisum punctum in hac perpendiculari: & sit h: Non iam perueniet forma eius ad speculũ super perpendicularẽ a h, propter solidi corporis interpositionem: & ita nõ reflectetur forma eius super perpendicularẽ. Et si dicatur, quòd ab alio puncto speculi posit reflecti: sit illud b. Mouebitur quidẽ forma eius ad punctũ b per lineã h b: & reflectetur per lineam b a. Diuidatur angulus h b a [per 9 p 1] per æqualia, per lineã t b. Igitur erit perpẽdicularis super superficiẽ speculi. [Quia enim angulus h b c æquatur angulo a b g p thesin & 10 n 4, & h b t ipsi a b t per fabricationẽ: totus t b c æquabitur toti t b g. quare per 10 d 1 t b est perpendicularis ipsi g c cõmuni sectioni superficierũ reflexionis & speculi. Itaq; cũ reflexiõis superficies, in qua est t b, sit perpendicularis superficiei speculi per 13 n 4: erit t b ppẽdicularis superficiei speculi per cõuersam 4 d 11] sed [per hypothesin] t g est perpẽdicularis super eandẽ. Quare ab eodẽ puncto est ducere duas perpendiculares ad superficiem speculi, quod est impossibile: [sic enim tres interiores anguli trianguli essent maiores duobus rectis, cõtra 32 p 1.] Eadẽ erit probatio, quòd forma puncti d nõ potest reflecti ab alio speculi puncto, quàm à puncto g. Quare non reflectitur, nisi super perpendicularẽ d g. Punctum aũt in hac perpendiculari sumptum inter g & d: si dicatur formã per reflexionẽ ad uisum mittere: improbo. Quoniã aut erit corpus solidum, aut rarũ. Si solidum, procedet secundum perpendicularem forma eius ad speculum, & regredietur secundũ eandem usq; ad ipsum, [per 11 n 4] & propter soliditatẽ non poterit transire, & ad uisum peruenire. Si aũt punctum illud fuerit rarum: forma eius regrediẽs à speculo super perpendicularẽ miscebitur ei, & adhærebit, nec reflectetur ad uisum. Quòd autem forma cuiuscunq; puncti in hac perpendiculari inter g & d sumpti non possit ab alio puncto speculi ad uisum reflecti, modo suprà dicto potest probari. Similiter forma puncti inter a & d sumpti non reflectitur ad uisum per perpendicularem, nec per aliam. Quoniã puncta inter centrũ uisus & superficiem eius interposita sunt ualde rara. Vnde nec mittitur eorum forma, nec reflectitur, ut sentiatur. Et quoniam quodlibet punctum, præter d in superficie uisus sumptum: opponitur speculo, non ad rectum angulum, uidebitur quodlibet super perpendicularem ab eo ad speculum ductam, & imago eius ultra speculum æquè distans à superficie, sicut ipsum punctum [per 11 n.] Et quoniam d uidetur continuum cum alijs superficiei uisus punctis, & imago eius cõtinua cum alijs imaginibus: uidebitur imago d tantùm distans à superficiei speculi, quantum distat d ab eadem. Palàm ergo, quòd cuiuscunq; puncti in speculo uisi imago uidebitur super perpendicularem: & elongatio imaginis, & uisi corporis à superficie speculi est eadem.



14. Ab

14. *Ab uno speculi plani puncto, unum uisibilis punctũ ad unũ uisum reflectitur. 45 p 5.*

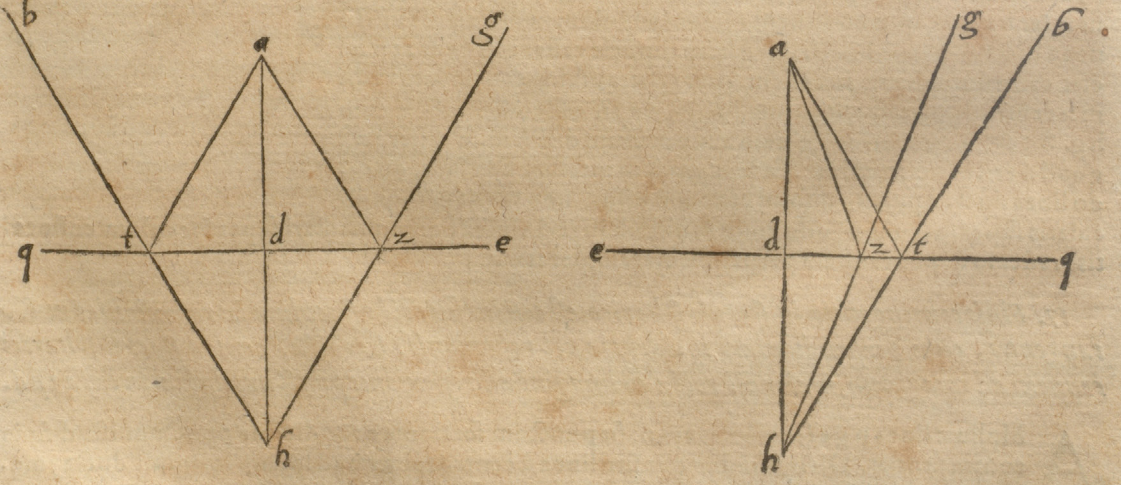
AMplius: forma puncti uisi in speculo plano non reflectitur ad eundẽ uisum, nisi ab uno puncto tantùm. Sit enim a centrum uisus: b punctum uisum: z h speculum. Si ergo dicatur, quod à duobus punctis speculi reflectatur forma b ad uisum a: sit unum punctũ d, aliud e: & ducatur linea à puncto uiso ad uisum, scilicet b a: quæ quidẽ linea aut erit perpendicularis supra speculũ: aut nõ. [Siquidẽ cum speculi superficie concurrit. Nã cum sit in plano lineæ h z per 23 n 4: h necessariò uel ad ipsam parallela est, uel concurrit.] Si non fuerit perpendicularis, scimus, quòd illa linea est in superficie reflexionis orthogonali super superficiem speculi [quia cõnectit duo pũcta a & b, quæ per 23 n 4 sunt in reflexionis superficie, perpẽdiculari ad speculi superficiẽ, per 13 n 4:] & in una sola tali. Quoniam si in duabus: erit communis duabus superficiebus orthogonalibus: & sumpto in ea puncto, & ducta ab illo linea in alteram superficierum, super lineam, communem huic superficiei & superficiei speculi, erit



[per 19 p 11] hæc linea orthogonalis super speculum. Similiter ab eodem puncto ducatur linea in alia superficie super lineam, communem huic superficiei & superficiei speculi: erit hęc linea orthogonalis super speculum. Quare ab eodem puncto erit ducere duas perpendiculares ad superficiem speculi [& sic connexis per rectam lineam perpendicularium duarũ terminis: erunt ipsæ ad connectentem perpendiculares, per 3 d 11: itaque in triangulo rectilineo erunt duo anguli recti, contra 32 p 1.] Cum ergo b a sit in una sola superficie orthogonali: & tria puncta a, b, e sint in eadem superficie orthogonali [per 23 n 4] erunt a e, e b in illa superficie orthogonali: similiter [per 2 p 11] e d, d b, d a. Quare e a, e b sunt in eadem superficie cum d a, d b: sed angulus a e h est æqualis angulo b e d, [per 10 n 4] & angulus a e h maior angulo a d e, [per 16 p 1] quia exterior. Quare b e d maior a d e. Sed b d z æqualis a d e [per 10 n 4, & per 16 p 1 b d z maior b e d.] Quare a d e maior b e d: & dictum est, quod minor. Restat ergo, ut à solo puncto fiat reflexio. Si uerò a b sit perpendicularis super speculum: iam dictum est, [13 n] quòd unicum est punctum in linea, à centro uisus ad speculum orthogonaliter ducta, cuius forma reflectitur à speculo ad uisum. Et iam probatum est, quòd imago illius puncti ab uno solo reflectitur puncto. Quare patet propositum.

15. *In speculo plano, imago unius puncti, una, & uno eodemq; in loco ab utroque uisu uidetur. 51 p 5.*

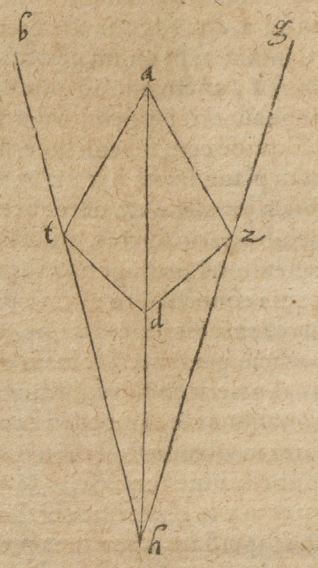
AMplius: inspecto aliquo puncto ab utroque uisu: una tantùm & eadem imago apparet utrique uisui & in loco prædicto. Vnde planum est, quòd forma puncti non reflectitur ad utrumque uisum ab eodem puncto speculi. Quia enim linea reflexionis ad unum uisum procedens, angulum tenet cum perpendiculari erecta super superficiem speculi, æqualem angulo, quẽ tenet linea accessus formæ ad speculum cum eadem perpendiculari [per 10 n 4:] non poterit in eadem superficie sumi alia linea, quæ æqualem angulum huic efficiat cum perpendiculari [secus



pars æquaretur toti, contra 9 ax:] Vnde ab hoc puncto non reflectetur linea aliqua ad alterũ uisum. Oportet ergo ut à diuersis punctis speculi fiat reflexio. Sint illa puncta t, z: & sit speculũ planum q e: punctum uisum a: duo uisus b, g: perpendicularis a d. Palàm ergo [per 23 n 4] quòd b t,

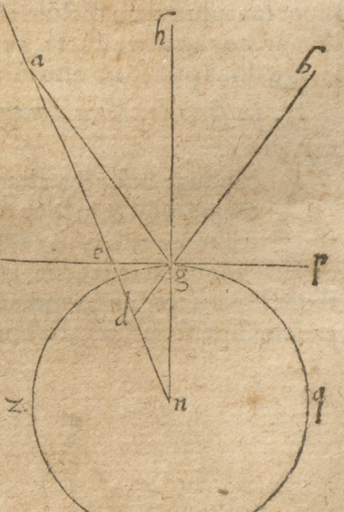
m at, ad

a t, a d ſunt in eadem ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem ſpeculi. Similiter g z, a z, a d ſunt in eadem ſuperficie orthogonali: & linea d t communis ſuperficiei a d t b & ſuperficiei ſpeculi: & d z linea communis ſuperficiei a d z g & ſuperficiei ſpeculi. Si iam b t, g z fuerint in eadem ſuperficie orthogonali, erit [per 3 p 11] t d z linea una recta: & perpendicularis a d aut erit inter duas perpendiculares productas ad ſuperficiem ſpeculi à duobus uiſibus: aut extra. Vtrumlibet ſit: linea b t ſecabit ex perpendiculari a d ultra ſpeculum partem, æqualem parti, quæ eſt a d [per 11 n.] Similiter g z ſecabit ex eadem perpendiculari partem ultra ſpeculum, æqualem illi parti. Illæ igitur duæ lineæ reflexionis ſecabunt perpendicularem ultra ſpeculum in eodem puncto. Ergo imago puncti a in eodem perpendicularis puncto percipietur ab utroque uiſu. Quare unica tantùm erit imago & eadem: & in eodem loco: quæ eſſet uno tantùm uiſu adhibito. Si uerò puncta t, z non fuerint in eadem ſuperficie reflexionis orthogonali ſuper ſpeculum: eadem tamen erit probatio: quòd utraque linea reflexionis ſecet ex perpendiculari partem, æqualẽ parti ſuperiori: & erit ſectio linearũ reflexionis cum perpendiculari in eodem puncto. Quare patet propoſitum. Si uerò fuerit punctum a in perpendiculari ducta ab uno uiſu ad ſuperficiem ſpeculi tantùm, ſecundum eundem uiſum comprehendetur [per 11 n 4] ultra ſpeculum in puncto perpẽdicularis, tãtùm elõgato à ſuperficie ſpeculi, quantũ diſtat a ab eadẽ [per 11 n.] Quia forma a uidetur continua cum formis aliorum punctorũ, quæ quidem uidentur in locis ſimilibus: & ab alio uiſu comprehendetur imago a in eodem perpendicularis puncto. Quare & ſic utriq; uiſui unica tantùm apparet imago puncti a, & in eodem eiuſdem perpendicularis puncto. Quod eſt propoſitum.



16. In ſpeculo ſphærico conuexo linea reflexionis & perpendicularis incidentiæ concurrunt: & imago uidetur in ipſarum concurſu. 9. 11 p 6. Idem 3 n.

IN ſpeculis ſphæricis extrà politis patebit, quod diximus. Sit a punctum uiſum: b cẽtrum uiſus: g punctũ reflexionis. Palàm [per 23. 13 n 4] quòd b g, a g ſunt in eadem ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem ſphæram contingentẽ in puncto g: linea communis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſphæræ eſt circumferentia [per 1 th 1 ſphær: uel 25. uel 45 n 4] & ſit z g q. Linea contingẽs hunc circulum in puncto reflexionis ſit p g e: perpendicularis ſuper hanc lineam ſit h g: planum, quòd h g perueniet ad centrum ſphæræ. Quod ſi non: cum linea à centro ſphæræ ducta ad punctum g, ſit etiam perpendicularis ſuper lineam p g e [per 25 n 4 & 3 d 11:] erit ab eodem puncto in eandem partem ducere duas lineas perpendiculares ſuper unam lineam [& ſic pars æquaretur toti, contra 9 ax.] Sit autem centrum ſphæræ n: & ducatur linea à puncto uiſo ad centrum ſphæræ, ſcilicet a n: quæ quidem erit perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem ſphæram in puncto ſphæræ, per quod tranſit [per 25 n 4.] Et quoniam planum eſt, quòd b g ſecat ſpheram: cum ſit inter h g, g p, quæ continent rectum angulum: concurret cum linea a n: Et cũ perpẽdicularis h g ſit in ſupficie reflexiõis [per 23 n 4] erit centrum ſphæræ in eadem [per 1 p 11: quia h g continuata cadit in n centrum ſphæræ, ut patuit] & ita a n in eadem ſuperficie cum h g. Sit ergo concurſus b g cum a n, punctum d. Planum [per 3 n] quòd d erit locus imaginis. Et hæc quidem intelligenda ſunt, quando linea ducta à puncto uiſo ad centrum uiſus, non fuerit perpendicularis ſuper ſpeculum [uiſu enim & uiſibili in recta linea perpendiculari ſuper ſpeculum collocatis, reflexio fit per eandem perpendicularem, per 11 n 4.]

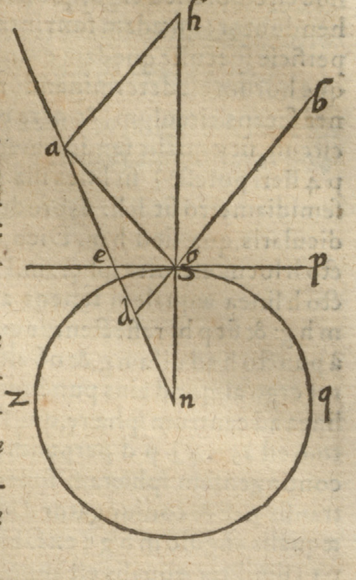


17. Finis contingentiæ in ſpeculo ſphærico, eſt concurſus rectæ ſpeculum in reflexionis puncto tangentis, cum perpendiculari incidentiæ uel reflexionis. Et recta à centro ſpeculi ſphærici conuexi ad imaginem, maior eſt recta ab imagine ad reflexionis punctum ducta. In def. 13 p 6.

AMplius: linea p g e ſecat lineam a n: ſit punctum ſectionis e: & dicitur punctum iſtud finis contingentiæ. Dico, quòd in hoc ſitu linea à centro ſphæræ ad locum imaginis ducta, maior eſt linea, à loco imaginis ducta ad locum reflexionis, id eſt d n maior d g. Quoniam enim angulus b g h eſt æqualis angulo h g a [ut demonſtratum eſt 13 n] ſed [per 15 p 1] angulus b g h æqualis eſt angulo n g d: ergo [per 1 ax] angulus h g a æqualis eſt eidem: & e g perpendicularis ſuper h g n [per fabricationem.] Quare [per 3 ax] angulus a g æqualis eſt angulo e g d. Igitur [per 3 p 6] proportio a g ad g d, ſicut a e ad e d. Protrahatur à puncto a æquidiſtans ipſi d g

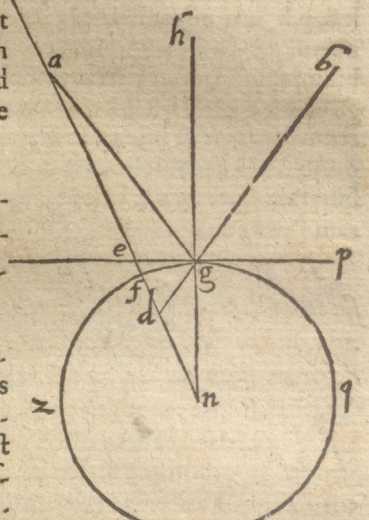
[per

[per 31 p 1] & concurrat cum linea h n in puncto h [cōcurret autem per lemma Procli ad 29 p 1.] Erit igitur [per 29 p 1] angulus n g d æqualis angulo g h a: ſed angulus n g d æqualis eſt angulo a g h [ergo per 1 ax angulus g h a æqualis eſt angulo a g h.] Quare [per 6 p 1] duo latera a g, h a ſunt æqualia. Igitur [per 7 p 5] proportio a h ad g d, ſicut a g ad eandem. Sed proportio a h ad g d, ſicut a n ad d n [per 4 p 6: ſunt enim triangula a h n, d g n æquiangula per 29 p 1, & quia angulus ad n communis eſt utrique triangulo.] Quare [per 11 p 5] a n ad d n, ſicut a g ad g d: Igitur [per 16 p 5] proportio a n ad a g: ſicut d n ad d g: Sed a n eſt maior a g: [per 19 p 1] quia reſpicit angulum maiorem recto in triangulo a g n [rectus enim eſt, ut patuit, e g n.] Igitur d n maior d g: quod eſt propoſitum.



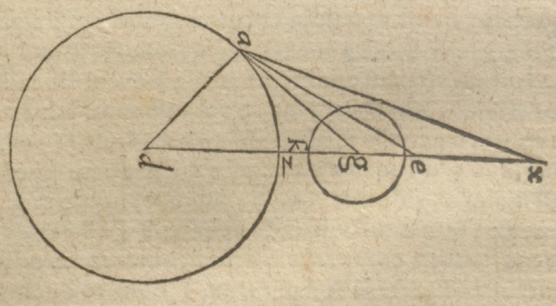
18. Si in ſpeculo ſphærico conuexo perpendicularis incidentiæ ſecetur à lineis reflexionis: & ſpeculum in reflexionis puncto tangente: erit, ut tota perpendicularis ad inferum ſegmentum: ſic ſuperum ad intermedium. Et pars perpendicularis inter punctum contingentiæ, & peripheriam, communem ſectionem ſuperficierum reflexionis, & ſpeculi, erit minor eiuſdem peripheriæ ſemidiametro. 12. 14 p 6.

AMplius: dico quòd linea ducta à fine contingentiæ, qui eſt e, uſque ad ſphæram perpendiculariter, id eſt e f, pars lineæ e n minor eſt ſemidiametro. Sit f punctum, in quo a n ſecat ſuperficiem ſphæræ. Dico ergo, quòd e f minor eſt n f. Quoniam ut dictum eſt [proximo numero] proportio a g ad g d, ſicut a e ad e d: ſed a n ad d n, ſicut a g ad g d: Igitur [per 11 p 5] a n ad d n, ſicut a e ad e d: Igitur [per 16 p 5] a n ad a e, ſicut d n ad d e: ſed [per 9 ax] a n maior a e. Quare d n maior d e: quare d n maior d f: quare n f maior e f: quod eſt propoſitum.



19. Si recta linea ab uno uiſu ſit perpendicularis ſpeculo ſphærico conuexo: unum ipſius punctum, in quo uiſus ſuperficiem ſecat, ab uno ſpeculi puncto, in quod cadit, ad eundem uiſum reflectetur. 10 p 6.

AMplius: ſit g centrum uiſus: d centrum ſphæræ: d z g perpendicularis à centro uiſus ad ſphæram. Dico, quòd nullius puncti forma reflectitur per hāc perpendicularem, niſi puncti eius, quod eſt in ſuperficie uiſus. Punctorum enim formæ poſt centrum uiſus ſumptorum non reflectuntur per eam, propter cauſſam ſupradictam [13 n.] Similiter nec puncta inter ſuperficiem uiſus & ſpeculum ſumpta. Dico etiam, quòd nullum punctum huius perpendicularis reflectitur ab alio puncto ſpeculi. Si enim dicatur, quòd ab alio puncto: ſit illud punctum a: erit linea g a linea reflexionis: & à puncto illo intelligamus lineam ad a, quæ eſt linea, per quā mouetur forma: & includunt hæ duæ lineæ angulum ſuper a: quem quidem angulum neceſſariò diuidet per æqualia diameter d a, cum ſit perpēdicularis ſuper punctum a. Quia perpendicularis diuidit angulum ex linea motus formę & linea reflexiōis, per ęqua [per 13 n 4.] Et ita diameter d a concurret cum perpendiculari g d, inter punctum ſumptum & g. Et ita duæ lineæ rectæ in duobus punctis concurrent, & ſuperficiem includent [contra 12 ax:] Reſtat ergo, ut ſolius puncti, quod eſt in ſuperficie uiſus, forma reflectatur à ſpeculo per perpendicularem, & uideatur in proprio imaginis loco, propter eius cum alijs punctis continuitatem.

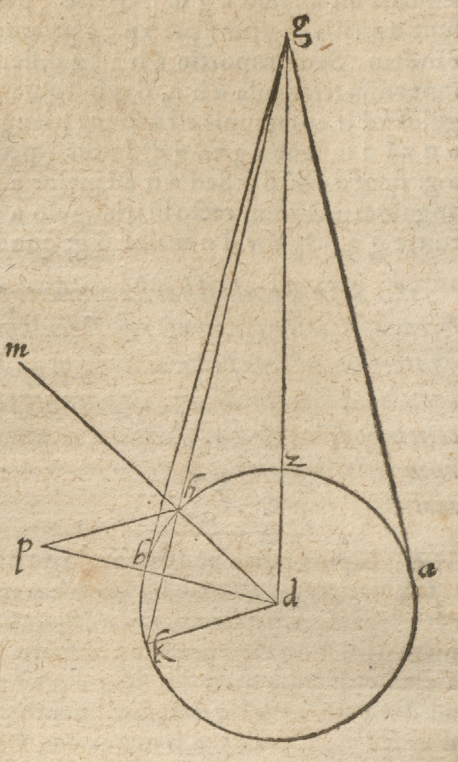


20. Si pars lineæ reflexionis, intra peripheriam circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi) continuatæ, æquetur ſemidiametro eiuſdem peripheriæ: imago intra ſpeculum uidebitur. 24 p 6.

AMplius: g a, g b ſint lineæ à centro uiſus ductæ, contingentes ſphæram: & ſignetur circulus, ſu

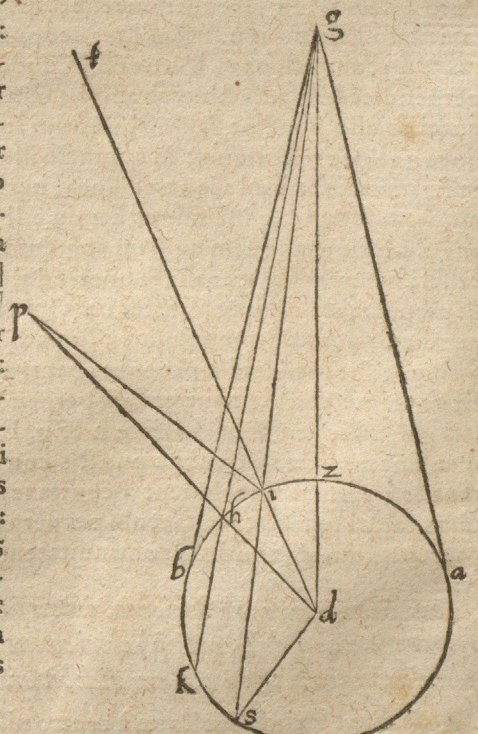
 per quem

per quem superficies his lineis inclusa secat sphæram: erit [per 25 n 4] a b portio apparens ex hoc circulo. Dico ergo, quòd loca imaginum, quæ per reflexiones ab hac portione factas comprehenduntur: quædam sunt intra speculum: quędam in superficie speculi: quędam extra speculũ. Et unumquodque horum est determinandum. Ducatur à puncto g linea secans circulum, & pars eius, quæ est chorda arcus circuli, sit æqualis semidiametro circuli [id quod per 1 p 4 fieri potest:] sit linea illa g h k: & chorda æqualis semidiametro sit h k: & producatur à puncto h perpendicularis, quæ sit d h m. Dico, quòd formæ reflexę à puncto h locus est intra sphæram. Ducatur [per 23 p 1] à puncto h linea æqualem tenens angulum cum m h, angulo m h g: & sit p h: reflectentur quidem puncta huius lineæ à puncto h ad uisum g, & nõ alterius [per 12 n 4.] Sumatur ergo aliquod eius punctum: & sit p: & ducatur ab eo linea ad centrum sphærę, quę sit p d: erit [ut demonstratum est 25 n 4] p d perpendicularis super superficiem, contingentem sphæram super punctum eius, per quod transit p d: & coniungatur d k. Verùm angulus p h m est æqualis angulo m h g [ex fabricatione.] Quare [per 15 p 1] similiter æqualis est angulo contraposito k h d: sed [per hypothesim & 5 p 1] k h d est æqualis k d h: quoniam respiciunt æqualia latera: Igitur [per 1 ax.] angulus p h m æqualis est angulo k d m. Quare [per 28 p 1] lineę k d, p h sunt ęquidistantes: ergo [per 35 def 1] in infinitum productę nunquam concurrent: & linea p d secabit lineam, interiacentem inter k d, & p h [quia secat angulum h d k ipsi h k subtensum.] Et ita quodcunq; punctum sumatur in linea p h: linea ducta ab illo puncto, ad punctum d, secabit lineam reflexionis intra sphęram: quę quidem linea perpendicularis erit super sphęram [per 25 n 4] sicut est p d. Quare imago cuiuscunque puncti lineę p h apparebit intra sphęram [per 3 n.]



21. Si reflexio fiat à peripheria circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphærici conuexi) inter rectam à uisu ad speculi centrum ductam, & lineam reflexionis, æquantem partem suam intra peripheriam, eiusdem semidiametro: imago intra speculum uidebitur. 25 p 6.

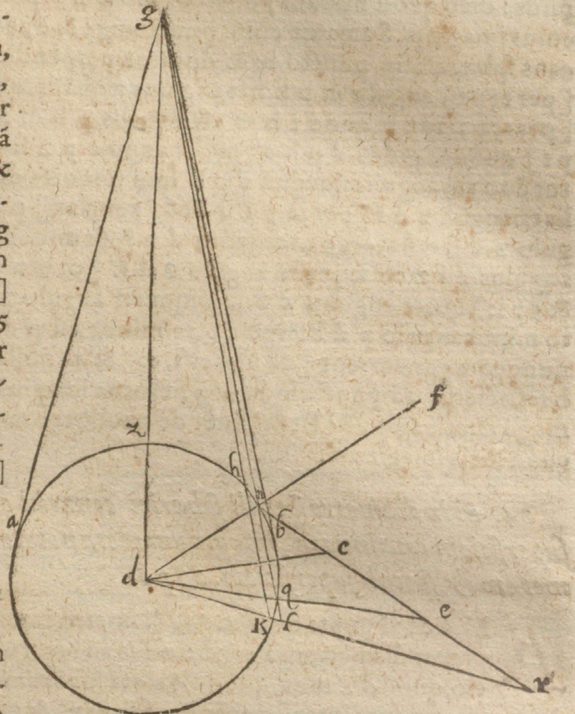
Amplius: arcus circuli interiacens inter punctum h, & punctum, per quod transit perpendicularis à centro uisus ducta: esto h z. Dico, quod à quocunq; puncto huius arcus fiat reflexio: locus imaginis erit intra sphæram. Sit i punctum sumptũ: & ducatur linea à centro uisus secans circulũ super punctum illud, quę sit g i s: & ducatur perpendicularis per punctum hoc, quę sit d i t: & [per 23 p 1] fiat linea p i, æqualem tenens angulum cum i t angulo t i g. Palàm [per 12 n 4] quòd sola puncta lineę p i reflectuntur à puncto i ad uisum. Palàm etiam [per 15 p 3] quòd linea i s maior est linea k h. Quare maior s d [est enim h k ex prima hypothesi ęqualis semidiametro s d.] Igitur [per 18 p 1] angulus s d i maior est angulo s i d: quare [per 15 p 1] est maior angulo g i t: quare est maior angulo t i p. Igitur lineę p i & s d nunquam concurrent [ad partes p & s: secus spatium comprehenderent contra 12 ax. quia concurrunt ad partes i & d per 11 ax.] Et linea ducta à puncto quocunque p i lineę, ad punctum d, secat lineam s i intra sphęram: quę s i est linea reflexionis: & omnis linea ducta à quocunq; puncto p i lineę, ad punctum d: erit perpendicularis super sphęram [ut ostensum est 25 n 4,] sicut est p d. Et cum locus imaginis sit in concursu perpendicularis à puncto uiso & lineę reflexionis: [per 3 n] erit imago cuiuslibet puncti lineę p i intra sphęram. Palàm ergo, quòd omnium imaginum arcus h z, locus proprius erit intra speculum: Quod est propositum.



22. Si re-

22. Si reflexio fiat à peripheria circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphærici conuexi) inter rectam à uisu speculum tangentem, reflexionis puncto proximam, & lineam reflexionis æquatem partem suam intra peripheriam eiusdem semidiametro: imago aliàs intra speculum: aliàs in superficie: aliàs extra uidebitur. 26 p 6. Item 27. 7 p 6.

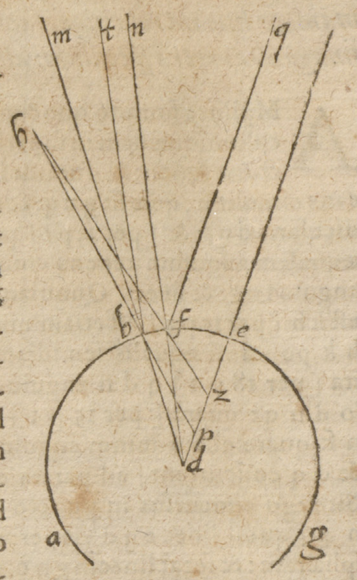
AMplius : sumpto quocunque puncto arcus h b: dico, quòd quędam eius imago erit intra speculum: quædam in superficie speculi: quædam extra speculum. Sumatur aliquod eius punctum: & sit n: & ducatur linea à pũcto g secans circulum, quæ sit g n q: & ducatur perpendicularis d n f: & [per 23 p 1] protrahatur linea, æqualem angulum tenens cum perpendiculari, angulo f n g: & sit e n. Quoniam linea n q minor est k h [per 15 p 3] est etiam minor linea q d [nã h k posita est æqualis semidiametro sphæræ] & ita [per 18 p 1] q d n angulus minor est angulo d n q: quare [per 15 p 1] minor angulo g n f: quare etiam minor angulo e n f: Igitur e n & d q concurrent [ad partes e & q per 11 ax.] Sit ergo concursus in puncto e. Palàm [per 25 n 4] quòd linea e q d est perpendicularis super sphæram : & secat lineam g n q, quæ est linea reflexionis, in puncto q, quod est punctum sphæræ. Quare imago puncti e, cum fuerit reflexio super punctum n, apparebit in puncto q: [per 3 n] & est in superficie sphæræ. Si uerò in linea n e sumatur punctum ultra e, utpote r: perpẽdicularis ducta ab eo ad centrum sphæræ, quæ sit r d, secabit lineam g n q reflexionis, ultra punctum q: & est extra sphæram. Quare imago cuiuslibet puncti lineæ e n ultra e sumpti, erit extra superficiem speculi. Si uerò in linea e n, citra punctum e sumatur aliquod punctum : perpendicularis ab eo ducta ad speculum, secabit lineam g n q intra sphæram : quoniam in puncto, quod est inter n & q. Quare imago cuiuslibet puncti lineæ e n inter e & n sumpti, apparebit intra sphæram. Eadem penitus erit probatio, sumpto quocunque alio arcus b h puncto : & ita imago cuiuslibet puncti arcus b h una sola est imago in superficie speculi : aliarum quædam in speculo : quædam extra. Et quod demonstratum est in arcu z b, eodem modo potest patére in arcu z a: & eadem penitus erit demonstratio, cuiuscunque circuli sphæræ sumatur portio, uisui opposita, à perpendiculari g d æqualiter diuisa. Vnde uisu immoto, & perpendiculari g z d manente, si moueatur æquidistanter perpendiculari uisus linea g h, secabit ex sphæra motu suo portionem circularem : & cuiuslibet puncti huius portionis imago apparebit intra sphæram. Si uerò linea g b contingens, moueatur æquidistanter perpendiculari uisus, secabit ex sphæra portionem prædicta maiorem : & à quolibet puncto excrementi unius portionis super aliam reflectitur imago, cuius locus erit in superficie sphæræ: & aliarum quædam intra sphæram : quædam extra. Scimus ex his, quòd in hoc speculo quælibet imago apparet in diametro sphæræ: aut intra sphærã: aut extra: aut in superficie. Et omnis diameter, in qua apparet imago aliqua in superficie sphæræ, aut extra, demissior est puncto sphæræ, quod tangit linea contingens à centro uisus, ducta in ultimum punctum portionis apparentis. Scimus etiam, quòd quælibet linea reflexionis secat sphæram in duobus punctis, in puncto reflexionis, & in alio. Restat iam, ut loca imaginum certius determinemus.



23. Si linea reflexionis secans diametrum speculi sphærici conuexi: æquet segmentum suum inter speculi superficiem & dictam diametrum, segmento eiusdem diametri contermino centro speculi: erit hoc segmentum imaginum expers. 28 p 6.

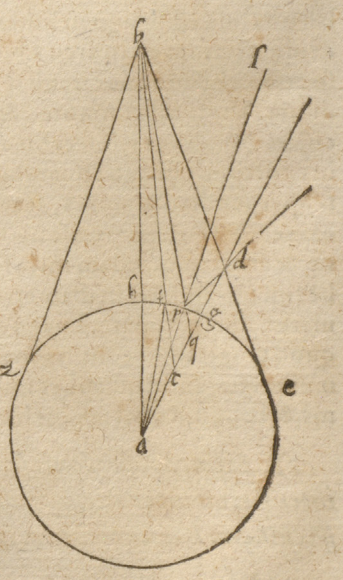
DIco, quòd sumpta diametro, si ad ipsam ducatur linea secans sphæram à centro uisus, cuius pars interiacens punctum sectionis sphæræ & punctum diametri, quam attingit, est æqualis parti diametri, interiacenti inter punctum illud & centrum: punctum illud non est locus alicuius imaginis. Verbi gratia: sit a g circulus sphæræ: h uisus: e d semidiameter sphæræ, siue perpendicularis: & h z sit linea secans sphæram super punctum f, & concurrens cum e d in puncto z: & sit z f æqualis z d. Dico, quòd z non est locus alicuius imaginis. Palàm enim, quòd nõ est locus imaginis alterius, quàm alicuius puncti lineæ e d: quoniam imago cuiuslibet puncti est super diametrum, ab eo ad centrum sphæræ ductam [per 10 n.] Et quòd locus imaginis alicuius puncti e d non sit in z: sic constabit. Ducatur perpendicularis à puncto d super punctum f: & sit d f n: & [per 23 p 1] super punctum f fiat angulus æqualis angulo n f h: & sit q f n. Palàm ergo [per 15 p 1. 1 ax]

quòd angulus q f n æqualis eſt angulo z f d: ſed [per hypotheſim, & 5 p 1] z f d eſt æqualis angulo z d f: Igitur [per 1 ax] q f n eſt æqualis angulo z d n. Quare [per 28 p 1] linea f q eſt æquidiſtans lineę e d. Igitur [per 35 d 1] in infinitum productæ nunquam concurrent. Igitur nullius puncti e d forma mouebitur ad punctum f per q f: non poteſt autem eſſe locus imaginis alicuiu puncti in puncto z, niſi forma eius moueatur ad f per lineam q f [quia h ex theſi eſt uiſus, & h f linea reflexionis.] Eadem erit probatio ſumpta quacunque diametro. Quare patet propoſitum. Amplius: dico quòd nullum punctum lineæ z d poteſt eſſe locus alicuius imaginis. Sumatur enim punctum p: & ducatur linea h p, ſecans ſphæram in puncto b: & ducatur perpendicularis d b m: & [per 23 p 1] angulo m b h fiat angulus æqualis, qui ſit t b m. Palàm [per 15 p 1. 1 ax] quòd t b m eſt æqualis p b d: & palàm [per 16 p 1] quòd angulus d p h eſt maior angulo p z f: quia exterior. Igitur duo alij anguli trianguli d p b ſunt minores duobus alijs angulis trianguli z d f [per 32 p 1.] Sed [per 9 ax] p d b eſt maior angulo z d f: reſtat ergo ut angulus d p b ſit minor angulo d f z: ſed angulus d f z eſt æqualis angulo z d f: [ut iam patuit per theſin & 5 p 1:] quare angulus d b p minor eſt angulo z d f: Igitur multo minor angulo p d b: ergo t b m minor eſt p d b. Ergo t b, e d nunquam concurrent [ad partes t, e: & ita nulla forma à puncto b reflectetur ad punctum h, ut p ſit locus imaginis. ſimiliter nec imago alterius puncti. Et ſimiliter de quolibet puncto lineæ z d. Reſtat ergo, ut tota linea z d ſit uacua à locis imaginum.



24. *Si in diametro ſpeculi ſphærici conuexi extra uiſus centrum ducta, inq; apparentem ſuperficiem continuata, imaginum meta notetur: Imagines dictæ diametri uidebuntur inter metam & ſpeculi ſuperficiem. 29 p 6.*

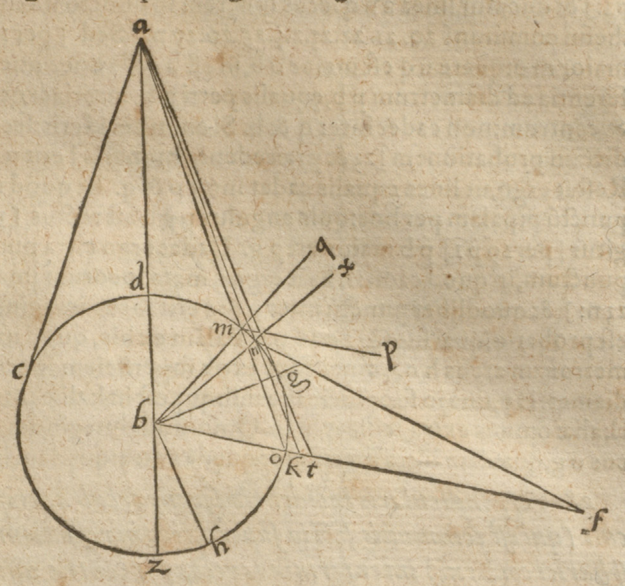
AMplius: ſumpta quacunque diametro inter lineas contingentiæ à uiſu ad ſphæram ductas, præter diametrum à centro uiſus ad centrum ſphæræ intellectam, & determinato in ea puncto, quod diximus, quod eſt meta locorum imaginum. Dico, quòd in punctis tantùm illius diametri, quæ ſunt inter ſuperficiem ſphæræ, & metam prædictam, ſunt loca imaginum, punctorum illius diametri. Verbi gratia, ſint b z, b e lineæ contingentes: b centrum uiſus: a centrum ſphæræ: b h a diameter uiſualis: d a diameter ſumpta, cuius meta ſit t: g punctum ſphærę, in quo diameter ſecat ſphæram. Dico, quòd in ſola puncta inter g, t interiacentia, cadunt imagines punctorum rectæ d a. Quòd enim non cadant in punctum g, uel extra ſuperficiem ſphæræ: palàm per hoc, quod ſuprà dictum eſt [22 n,] diametrum, in qua eſt locus imaginis in ſuperficie ſphæræ aut extra, demiſsiorem eſſe puncto contingentiæ: & cum diameter d a ſit inter lineas contingentes: non erit in ea locus imaginis, aut in ſuperficie ſphæræ, aut extra. Quòd autem in quodlibet punctum inter g & t ſumptum, cadat imago: ſic conſtabit. Sumatur punctum: & ſit q: & ducatur linea b q, ſecans ſphæram in puncto p: & ducatur perpendicularis a p l: & [per 23 p 1] angulo l p b fiat æqualis angulus d p l: & educatur linea b t, ſecans ſphæram in puncto f: & ducatur perpendicularis a f. Igitur triangulum a p b continet triangulum a f b: quare [per 21 p 1] angulus a f b maior eſt angulo a p b: reſtat ergo [per 13 p 1] ut angulus a f t ſit minor a p q: ſed angulus a f t eſt æqualis angulo f a t, quia æqualia latera reſpiciunt: [per hypotheſin & pręcedentem numerum.] Igitur a p q erit maior angulo f a t: ergo & angulo p a q, [per 9 ax.] Quare [per 15 p 1. 1 ax.] l p b maior eſt p a q. Vnde d p l maior p a q: Igitur p d, a q concurrent [per 11 ax.] ſit d concurſus. Forma igitur puncti d reflectetur à puncto p per lineam p b: & locus imaginis eius eſt q [per 3 n.] Et eadem eſt probatio, ſumpto quocunque puncto inter g & t. Reſtat, ut aſsignemus loca imaginum in ſectione ſphæræ occulta uiſui.



25. *Si linea reflexionis ſecans ſpeculum ſphæricum conuexum, æquet ſegmentum intra ipſius ſuperficiem, eiuſdem ſemidiametro: & ſemidiameter per terminum lineæ reflexionis concurrat cum recta à uiſu ſpeculum tangente: Imagines concurrentis ſemidiametri, inter concurſum & ſpeculi ſuperficiem uidebuntur. 30 p 6.*

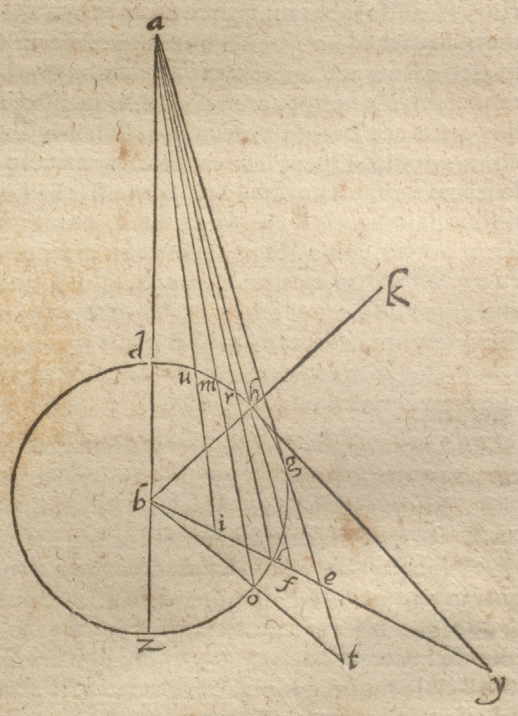
SInt ergo a c, a g lineæ contingentes portionem apparentem: a centrum uiſus: b centrum ſphæræ: a d b z

ræ: a d b z diameter uisualis: z c g circulus sphæræ in superficie linearũ contingẽtiæ: & protrahatur à centro ad punctũ contingentiæ diameter b g. Palàm, quòd angulus z b g est maior recto. Cũ enim in triãgulo b a g angulus b g a [per 18 p 3] sit rectus, erit [per 17 p 1] angulus g b a minor recto: quare [per 13 p 1] z b g maior. Sit ergo [per 23 p 1] h b g rectus: erit ergo [per 28 p 1] h b æquidistans lineę cõtingẽtię a g: Igitur [per 35 d 1] productæ nunq̃ concurrent: & quęlibet diameter inter h & g concurret cũ linea a g [per lẽma Procli ad 29 p 1.] Ducatur à pũcto a linea secans sphęrã: quæ sit a m o: ita quod chorda, quę est m o, sit ęqualis semidiametro o b: & cõcurrat semidiameter b o cum linea a g, in puncto t. Dico, quòd in quolibet pũcto t o est locus imaginis: & in nullo alio puncto diametri t b est locus imaginis: & sunt o, t termini locorũ imaginũ [per 23 n.] Sumatur enim punctũ: & sit k: & a n k ducatur secans sphærã in puncto n: & ducatur perpendicularis b n x: & [p 23 p 1] angulo x n a fiat angulus ęqualis per lineam f n. Palàm, quòd n f nõ cadet inter b, g. Quoniã sic aut secaret sphæram, aut secaret contingentẽ a g in duobus punctis [& sic duę lineę rectę spatiũ cõprehenderent contra 12 ax.] Igitur forma puncti f mouebitur per f n ad punctum n, & reflectetur ad a per lineam a n: & apparebit imago eius in puncto k [per 3 n.] Et eadem probatio est, sumpto quocunque alio puncto.



26. Si linea reflexionis æquans sua parte inscripta semidiametrum circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphærici conuexi) terminetur in peripheria non apparente: perpẽdicularis incidẽtiæ, secãs peripheriã inter lineã reflexionis, & rectã à uisu speculũ tangentẽ: habebit quasdam imagines intra, quasdam extra speculũ: unam in superficie. 31 p 6.

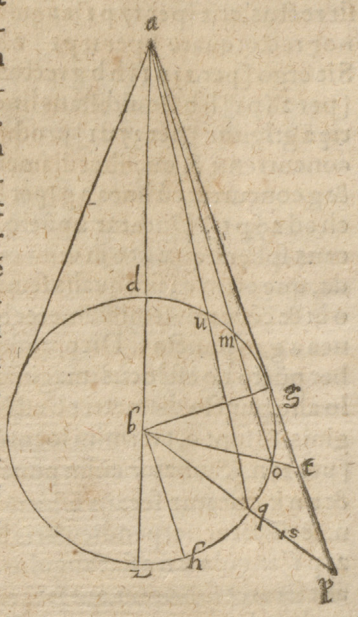
AMplius: dico, quòd in arcu o g, quęcunque sumatur diameter, continebit loca imaginum: & intra speculum quasdã: & unã in superficie: & alias extra speculũ. Sumatur ergo punctum l: & protrahatur diameter b l, quousq; secet a t in puncto e: & producatur linea a l, secans sphæram in puncto r. Palàm, quòd r l minor est t b: quia [per 15 p 3] est minor m o: quæ est ęqualis semidiametro [ex thesi.] Si ergo ab a ducatur linea ad diametrum b l: cuius pars interiacens inter circulũ & diametrum, sit æqualis parti diametri à puncto, in quod cadit, usq; ad centrũ: cadet inter l & b. Si enim inter l & e ceciderit: erit r l maior l b: oĩs enim linea interiacens inter centrũ, & illam partẽ lineæ reflexionis, illi parti diametri ęqualem: erit maior parte diametri, qua terminatur, secundum probationem assignatam in explanatione metæ imaginum [23 & proximo numeris.] Sit ergo punctum, in quod linea æqualis cadit: i. Dico, quòd in quolibet puncto lineę e i est locus imaginis: & erit eadem demonstratio, quę fuit in t o [præcedente numero.] Igitur quędã imagines in diametro e b sortiuntur loca intra speculũ: quędam extra speculũ: una sola in superficie: scilicet in puncto l. Et ita poteris demonstrare in qualibet diametro per puncta arcus o g transeunte.



27. Si linea reflexionis, æquans sua parte inscripta semidiametrum circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphærici conuexi) terminetur in peripheria nõ apparente: perpendicularis incidentiæ secans peripheriam inter terminos lineæ reflexionis & quadrantis peripheriæ, à puncto tactus, rectæ à uisu speculum tangentis, inchoati, habebit imagines extra speculum. 32 p 6.

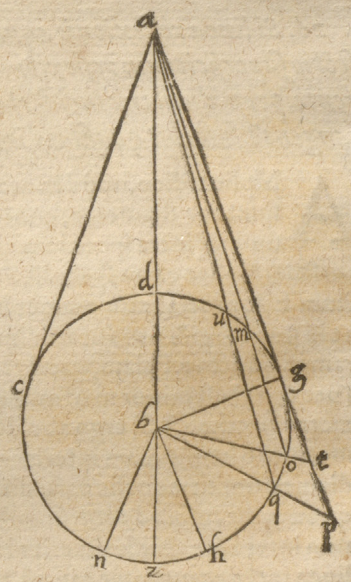
AMplius: sumpta quacunq; diametro in arcu o h: locus imaginis in eo erit extra speculũ. Sumatur dia-

tur diameter b q: & concurrat cum cõtingente in puncto p [concurrit enim per lemma Procli ad 29 p 1:] & ducatur linea a u q secãs sphęram in puncto u. Iam dictum est, quòd m o est æqualis o b [per thesin communẽ 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27 n.] Sed [per 15 p 3] u q est maior m o: quare u q est maior o b, id est b q. Et linea ducta à circumferentia ad diametrum p b, ęqualis parti p b, interiacenti inter ipsam & centrum: non cadet inter q & b. Si enim ceciderit: secundũ supradictam probationem [23 & præcedente numeris] erit u q minor q b. Restat ergo, ut linea ęqualis cadat inter p & q. Et quòd non cadat in punctũ p: palàm per hoc: quia angulus p g b est rectus [per 18 p 3.] Igitur [per 19 p 1] p b maius est p g. Cadet ergo citra punctum p: Sit punctum, in quod cadit: s. Erit ergo s meta locorum imaginum [per 23 n:] & quodlibet punctũ inter p & s erit locus imaginum. Et eadẽ est probatio, quæ suprà [25. 26 n.] Palàm ex his, quòd imagines diametrorum arcus h o, omnes sunt extra superficiem speculi: imaginũ diametri f y, una in superficie speculi: quę est in l: aliæ intra, scilicet in i l: aliæ omnes extra, scilicet in l e. Omniũ aũt imaginum diametri arcus o g, quædam intra speculum: quędã extra: quędam in superficie.



28. Perpendicularis incidentiæ secans occultã peripheriam circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphærici conuexi) inter terminos rectæ per centra uisus ac speculi ductæ, & quadrantis peripheriæ, à puncto tactus rectæ à uisu speculum tangentis, inchoati: imaginem nullam habet. 33 p 6.

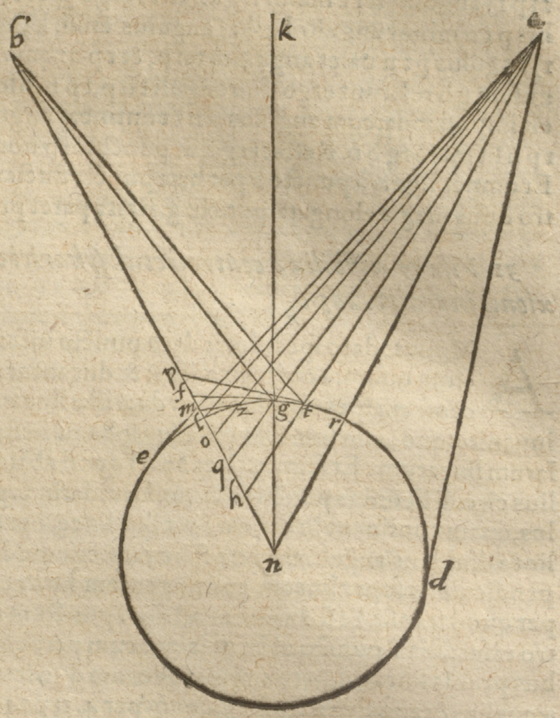
Amplius: in arcu h z non potest sumi diameter, in qua est locus imaginis. Quoniam nulla diameter ibi sumpta concurrit cũ contingente a p. [Quia enim g h est quadrans totius peripheriæ ex thesi: rectus est angulus h b g per 33 p 6: & similiter b g p per 18 p 3. Quare perpẽdicularis incidentię, cadens in peripheriã h z, facit cum b g angulũ obtusum: ideoq; cũ tangente a g p non cõcurret ad partes h & p: secus duæ rectæ spatium cõprehenderẽt cõtra 12 ax.] Et à quocunq; puncto illius talis diametri ducatur linea ad sphærã: cadet quidem in portionẽ g z c, & nulla in portionẽ g d c, nisi secando sphęram. Quare nulla forma alicuius puncti talis diametri ueniet ad portionem uisui apparentem. Quòd aũt dictum est in arcu g h z: potest eodem modo demonstrari in parte arcus c z eã respiciente. Et sumpto arcu citra z, æquali h z: in nulla diametro illius arcus erit imaginis locus. Idẽ est demonstrandi modus in quocunq; circulo. Quare si linea h b moueatur, eodem manente angulo h b z: signabit motu suo portionem sphæræ, in cuius diametris nullus sit imaginis locus. Si uerò h b immota, moueatur o h: describetur portio, cuius oẽs imagines extra speculum sunt. Moto aũt arcu o g: fiet portio, cuius quędam imagines sunt in superficie: quędã extra speculum: quędam intra. Verũ uisus nõ comprehendit, quæ imagines sint in superficie sphęræ, aut quę extra: nec certificatur in comprehensione earum: nisi quòd sint ultra portionem apparentẽ. Iam ergo determinata sunt in his speculis imaginum loca.



29. Ab uno speculi sphærici conuexi puncto, unum uisibilis punctum ad unũ uisum reflectitur. Itaq; unius puncti una uidetur imago. 16 p 6.

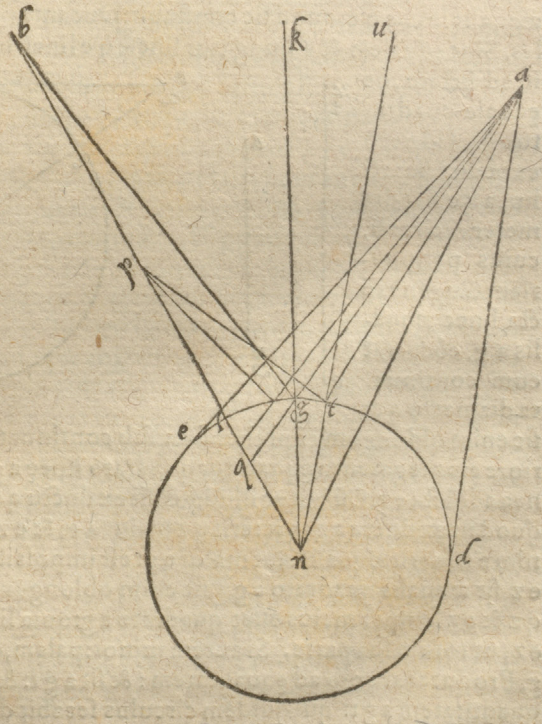
Amplius: Puncti uisi forma nõ potest in hoc speculo ad unũ uisum reflecti, nisi ab uno solo pũcto speculi. Sit enim punctũ uisum b: a centrũ uisus: & nõ sit a in perpẽdiculari ducta ad cẽtrũ sphęrę. Dico, quòd b reflectitur ad a ab uno solo speculi puncto: & unã solã ostendit uisui imaginẽ in hoc speculo. Palàm [per 25 n 4] quòd ab aliquo puncto potest reflecti forma eius: sit illud g: & ducantur b g, a g: & sit n centrum sphęrę: & ducatur diameter b n, secans superficiem sphæræ in puncto l: & termini portionis uisui oppositæ sint d, e: & secet linea a g perpẽdicularem in puncto q: quod est locus imaginum [per 3 uel 16 n.] Palàm, quòd a, n, b sint in eadẽ superficie orthogonali sup sphæram [per 13. 23 n 4.] Et cum omnes superficies orthogonales super sphærã, in quibus fuerint b, n, secent se super b n: & nõ possit superficies, in qua b n linea, extendi ad punctũ a, nisi una tantũ: [qa punctum a indiuiduũ est.] Palàm, quòd a, & b, & n sunt in una superficie tantùm, orthogonali super sphęrã, non in plurib. & cũ necesse sit, [per 13. 23 n 4] ut omne punctũ uisum, & a sint in eadẽ superficie orthogonali super punctũ reflexionis: palàm, quòd non fiet reflexio puncti b ad uisum, nisi in circulo sphęrę, qui est in superficie a n b. Sit ergo circulus d g e. Dico igitur, quòd à nullo puncto huius circuli pręterq; à g, fiet reflexio. Si enim dicatur, quòd à pũcto l: cum b n sit sup supficiẽ speculi perpendicularis: [ut ostẽsum est 25 n 4] & a l nõ sit perpẽdicularis: [qa nõ transit per centrũ:] & forma per perpẽdicularẽ ueniens, necessariò p perpendicularẽ reflectatur: [p 11 n 4:] palã, quòd non reflectetur b ad a à puncto l. Planum etiam est, quòd non reflectetur ab alio puncto arcus l e: quia ad quodcunq;

quodcunq; punctum illius arcus ducatur linea à puncto b: tenebit cũ contingente illius puncti angulum obtusum ex parte e: [Nam semidiameter circuli ad rectam lineam per punctum illud, speculum tangẽtem educta, declinat à puncto b uersus e, & facit cum tangente angulum rectum per 18 p 3. Itaq; angulus tangentis & lineæ rectę à puncto b ad pũctum tactus ductę, maior est recto: ideoq; per 11 d 1 obtusus:] & linea ducta à puncto a ad illud punctum, tenebit cũ contingente illa angulũ acutum ex parte l: [quia angulus semidiametri & tangentis rectus est per 18 p 3: & recta à puncto a ad illud punctũ ducta secat circulũ d e g.] Quare si ab illo puncto fieret reflexio: esset angulus acutus æqualis obtuso [per 12 n 4.] Iterũ à nullo puncto arcus g l potest fieri reflexio. Sumatur enim punctum quodcunq;: & sit z: & ducatur linea a z o, secans perpendicularẽ in puncto o: & ducatur linea contingens circulum in puncto z: [per 17 p 3] quæ cadit necessariò inter b g, & b l: [quia punctũ z est inter puncta g & l] & sit m z: & f g circulũ cõtingat in puncto g. Palã ex superioríb. [18 n] quòd proportio b n ad n q, sicut b f ad f q. Eodem modo proportio b n ad n o, sicut proportio b m ad m o: Sed [per 9 ax. 8 p 5] maior est proportio b n ad n q, quã b n ad n o. Igitur [per 11 p 5] maior est proportio b f ad f q, quàm b m ad m o. Quod planè impossibile: cum [per 9 ax] b f sit minor b m, & f q maior m o. [ideoq; ratio b f ad f q minor est ratione b m ad m o, ut patet ex 8 p 5.] Restat ergo, ut à puncto z non fiat reflexio. Verùm quòd ab aliquo puncto arcus g d non fiat reflexio: sic constabit. Sumatur quodcunq; punctum: & sit t: & ducatur linea b t: & linea a t h, secans b n in pũcto h: & [per 17 p 3] ducatur cõtingens circulũ in pũcto t: quę sit p t. Erit ergo ex superiorib. [18 n] ꝓportio b n ad n h, sicut b p ad p h: & b n ad n q, sicut b f ad f q: Sed [per 9 ax. 8 p 5] b n ad n h maior est, quã b n ad n q: ergo [per 11 p 5] maior est proportio b p ad p h, quã b f ad f q: quod planè falsum: cum [per 9 ax] b f sit maior b p, & p h maior f q. [ideoq; ratio b p ad p h minor est ratione b f ad f q, ut constat ex 8 p 5.] Restat ergo, ut à nullo puncto arcus g d fiat reflexio puncti b. Quare quodlibet punctum ab uno solo puncto speculi reflectitur ad uisum. Ergo una sola erit linea reflexionis cuiuslibet puncti uisi. Quare unica unius puncti imago. Si aũt punctum b fuerit in perpendiculari uisuali: palàm [per 11 n 4] quòd reflectetur ab uno solo puncto, per quod perpendicularis, tantũ: & unica erit eius imago: & erit propter continuitatem aliorum punctorum, in loco imaginis proprio.



30. *Si duo perpendicularis incidentiæ puncta, à speculo sphærico conuexo ad unum uisum reflectantur: locus tum imaginis tum reflexionis, puncti centro speculi propinquioris erit remotior: imaginis ab eodem centro: reflexionis à uisu. 17 p 6.*

AMplius: si in aliqua diametro sumãtur duo puncta ex parte centri eadem: locus imaginis centro propinquioris, erit remotior à centro sphęrę, loco imaginis puncti remotioris à cẽtro sphęrę. Verbi gratia dico, quòd locus imaginis puncti p, remotior est à centro, loco imaginis puncti b: & punctum reflexionis puncti p remotius ab a puncto uisus, puncto reflexionis puncti b, quod est punctum g. Dico, quòd punctum p non reflectitur, nisi ab aliquo puncto arcus g l. Palàm enim, quòd non reflectitur ab aliquo puncto arcus l e, nisi à puncto l: [sicq; per 11 n 4 reflectetur per perpendicularem b l n, nõ ad uisum, in a positum] nec à puncto g: cũ b reflectatur ab eo, [ad uisum scilicet a ex thesi: ideoque nullum aliud punctum, ut p, ab eodem puncto g reflectetur ad eundẽ uisum a ꝑ pręcedẽtẽ numerũ.] Et si dicatur, quòd ab aliquo pũcto arcus g d: sit illud pũctũ t:

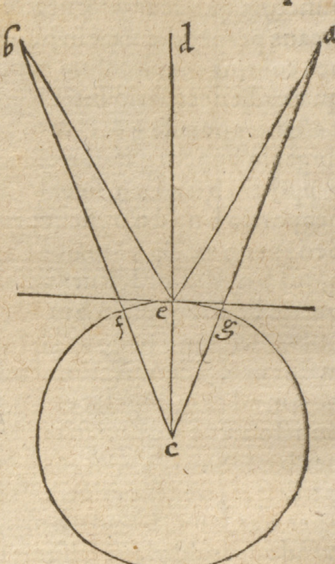


& sit t p

& sit t p linea, per quam forma mouetur ad speculũ: & ducatur perpendicularis n t u: quę necessariò diuidet angulum p t a per æqualia: [ut ostensum est 13 n 4] & ducatur perpendicularis n g k: erit [p 21 p 1] angulus n t a maior n g a: restat ergo [per 13 p 1] angulus u t a minor angulo k g a. Quare angulus p t u minor angulo b g k: [angulus enim k g a æquatur angulo b g k, per 12 n 4.] Sed [per 32 p 1] angulus p t u ualet angulum t n p, & t p n: quia exterior: & angulus b g k ualet angulũ g n b, & angulum g b n. Erunt ergo duo anguli t n p, t p n minores duobus angulis g b n, g n b: quod [per 9 ax] est impossibile: cum angulus p n t contineat angulum g n b tanquam partem: & [per 16 p 1] angulus t p n sit maior g b n. Restat ergo, ut punctum p non reflectatur, nisi à punctis inter g & l intermedijs. Et omnes lineæ à puncto a per hæc puncta ductæ ad diametrum b n, cadunt in puncta sphęræ à centro uisus magis elongata, puncto g. Et ita patet propositum.

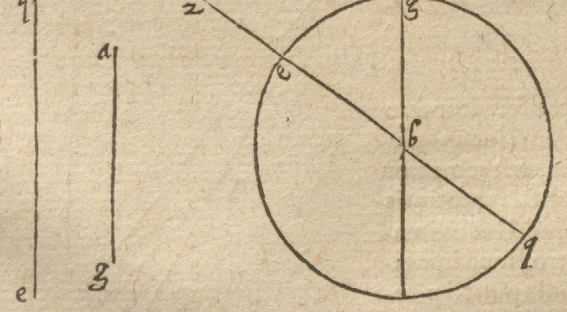
31. Visa & uisibilia à centro speculi sphærici conuexi æquabiliter distantibus: punctum reflexionis inuenire. 20 p 6.

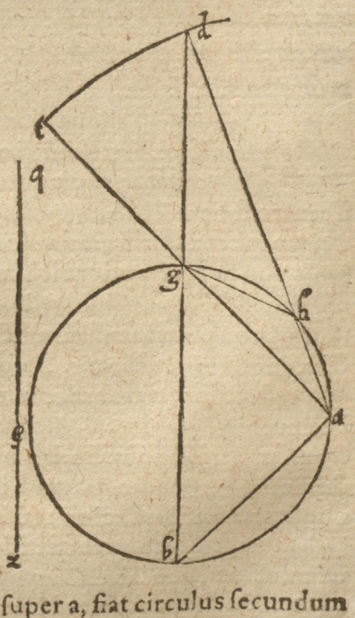
AMplius: dato speculo, & dato puncto uiso: est inuenire punctum reflexionis. Sit enim b punctum uisum: a centrum uisus: & ducantur ab eis duæ lineæ ad centrum speculi. Si fuerint duæ illæ lineæ æquales: erit facile inuenire: quoniam sumetur circulus sphæræ in superficie duarum illarum linearum. Et scimus [per 29 n] quòd ab unico solo puncto illius circuli fit unius puncti reflexio. Diuidatur ergo [per 9 p 1] angulus, quem continent in centro duæ illæ lineę, per æqualia: & ducatur linea diuidens angulum, extra sphæram: erit quidem [per 18 p 3] perpendicularis super lineam contingentem hunc circulum in puncto, per quod transit. Et si ducantur ad illud punctum duę lineę: una à centro uisus: alia à punctu uiso: efficient cum perpendiculari illa & duabus primis lineis, duo triangula: quorum duo latera duobus laterib. æqualia, & angulus angulo [ideoq; per 4. 13 p 1. 3 ax angulus a e d æquatur angulo b e d.] Et ita punctum circuli, per quod perpendicularis illa transit: est punctum reflexionis: [quia c e d bifariam secat angulum ab incidentię & reflexionis lineis comprehensum, ut patuit 13 n 4.] Si uerò linea à puncto uiso ad centrum sphærę ducta, fuerit inęqualis lineę à centro uisus ad idem centrum ductę: oportet nos quędam antecedentia præponere: quorum unum est.



32. A puncto dimidiatæ peripheriæ medio, ducere lineam rectam, ut segmentum eius conterminum continuatæ diametro, æquetur datæ lineæ rectæ. 128 p 1.

SVmpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto: est ducere ab eo ad diametrũ extra productam, lineam, quę à puncto, in quo secat circulum, usq; ad cõcursum cum diametro, sit æqualis lineæ datæ Verbi gratia, sit q e data linea: g b diameter circuli a b g: a punctũ datum. Dico, quòd à puncto a ducam lineam, quæ à pũcto, in quo secuerit circulum, usq; ad diametrum g b, sit æqualis lineæ q e: quod sic constabit. Ducantur duę lineæ a b, a g: quę aut erunt æquales: aut inęquales. Sint ęquales: & adiungatur lineæ q e linea talis, ut illud, quod fit ex ductu totius cum adiuncta in adiũctam, sit ęquale quadrato a g. [id uerò expeditè fiet: si linea q e fiat diameter circuli, cuius peripheriam tangens recta linea æqualis a g, cõcurrat cum continuata diametro q e:





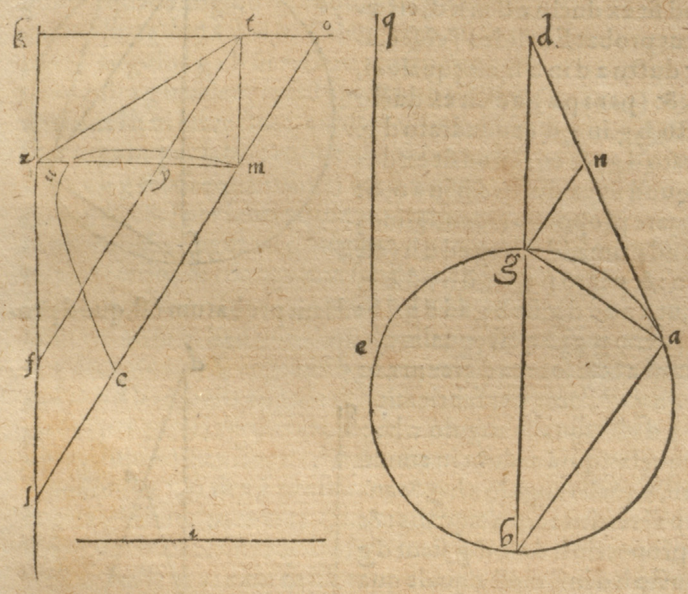
sic enim oblongum cõprehensum sub continuata diametro & exteriore eius segmento ęquabitur quadrato lineę a g per 36 p 3.] Et sit linea adiũcta e z. Cũ igitur illud, qđ fit ex ductu q z in e z sit ęquale ei, quod fit ex ductu a g in se: erit q z maior a g, & e z minor eadem. Si enim e z fuerit æqualis, aut maior a g: est impossibile, ut ductus q z in e z sit æqualis quadrato a g [sic enim oblongum comprehẽsum sub q z & e z semper maius esset quadrato a g: quia linea q z esset maior e z, ut totum sua parte.] Si autem minor: palàm, quòd q z est maior a g. Producatur ergo ad ęqualitatem: & sit a g t: & posito pede circini super a, fiat circulus secundum quantitatem a g t: qui quidem circulus secabit diametrum b g: [infinitè uersus t continuatam] &

secet

secet in puncto d: & ducatur linea a d: quæ secabit necessariò circulum. Si enim contingeret in puncto a: esset æquidistans b g, & nunquam concurreret cum ea. [Nam ex thesi g a, b a æquantur. Itaque semidiameter à centro ad a ducta, efficiet per 8 p, 10 d 1 angulos cum b g rectos. Similiter angulus lineæ d a tágentis & semidiametri rectus est per 18 p 3: ergo per 28 p 1 b d, a d essent parallelæ: quæ tamen concurrunt in puncto d, è fabricatione.] Secet ergo in puncto h: & ducatur linea g h. Palàm [per 22 p 3] cum a b g h sit quadrangulum intra circulum: a b g, a h g angulos oppositos ualere duos rectos: sed [per 5 p 1] a g b est æqualis angulo a b g, cum respiciant æqualia latera ex hypothesi. Erit igitur angulus a h g æqualis angulo d g a: [per 13 p 1] & angulus h a g communis triangulo totali a d g, & partiali a h g: restat ergo [per 32 p 1] ut angulus h d g sit æqualis angulo h g a: & triangulum simile triangulo [per 4 p. 1 d 6.] Quare proportio d a ad a g, sicut a g ad a h: ergo [per 17 p 6] quod fit ex ductu d a in a h, est æquale quadrato a g: Sed [per 15 d 1] d a est æqualis t a: igitur [per 1 ax] est æqualis q z: & erit a h æqualis e z: [quia è prima fabricatione oblongum comprehensum sub q z & e z æquatur quadrato a g: cui æquale ostensum est oblongum comprehensum sub d a & a h: & d a æquatur ipsi q z] & [per 3 ax] d h æqualis q e: quæ est data linea. Et ita est propositum.

33. A puncto dimidiatæ peripheriæ non medio, ducere lineam rectam: ut segmentum eius conterminum continuatæ diametro, æquetur datæ lineæ rectæ. 130 p 1.

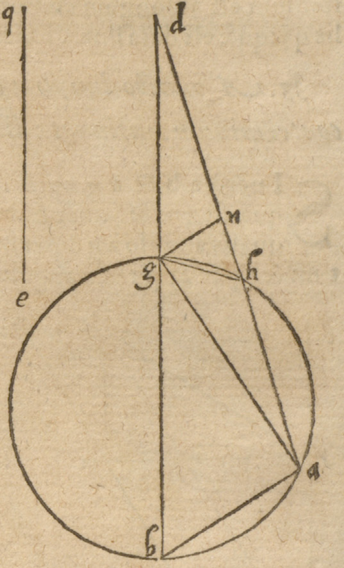
SI uerò a b & a g non sint æquales: protrahatur [per 31 p 1] à puncto g linea æquidistans a b: quæ sit g n: & sumatur linea, quæcunque sit: z t: & [per 23 p 1] super punctum z fiat angulus æqualis angulo a g d per lineam z f: & [per 31 p 1] ducatur à puncto t linea æquidistans z f: & sit t m: & [per 23 p 1] ex angulo t z f secetur angulus æqualis angulo d g n per lineam z m. Hæc igitur linea necessariò cócurrit cum t m: [per lemma Procli ad 29 p 1] cum sit inter æquidistantes. Sit punctum concursus m: restat ergo [per 3 ax] angulus m z f æqualis angulo a g n. Et à puncto t ducatur linea æquidistans lineæ z m: [per 31 p 1] quæ sit t o: quæ quidem necessariò concurret cum f z: [per lemma Procli ad 29 p 1] & sit concursus in puncto k: & sumatur [per 12 p 6] linea, cuius proportio ad lineam z t, sicut b g ad q e lineam datam: & sit i. Deinde fiat super punctum m sectio pyramidalis, quemadmodũ docet Apollonius in libro secundo de pyramidalibus, propositióe quarta: & sit u c m: quæ quidem sectio non secat lineas k o, k f: & in hac sectione ducatur linea æqualis lineę i: scilicet



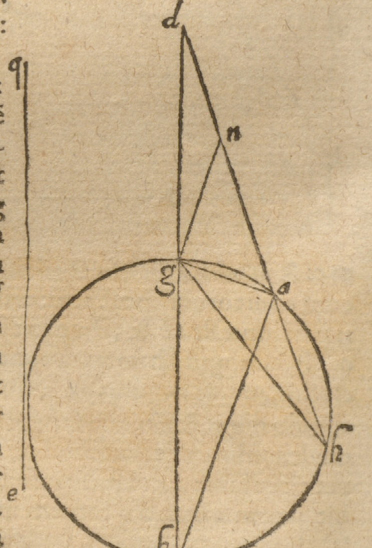
m c: & producatur usque ad lineas k t, k f: & sint puncta sectionum o, l. Igitur, sicut ibidem [8 th 2 coni conicorum] probatur: erit o m æqualis c l: & à puncto t ducatur linea æquidistans c m: [per 31 p 1,] quæ sit t f: & [per 23 p 1] super punctum a fiat angulus æqualis angulo z f t per lineam a n d. Palàm, quòd hæc linea concurret cum g d: cum angulus a g n sit ęqualis f z m angulo: [per conclusionem] & angulus g a n angulo z f t [per fabricationem: & totus angulus f z t æquatus sit toti angulo d g a: & per 32 p 1 anguli ad z & f sint minores duobus rectis. Ergo anguli ad g & a ipsis æquales, minores erunt duobus rectis. Itaque per 11 ax. g d, a d concurrent.] Igitur a d linea aut tanget circulum: aut secabit ipsum. Quoniam si non tetigerit, & arcus a b fuerit maior arcu a g: secabit arcum a b: & si a b fuerit minor: secabit arcum a g Tangat igitur in puncto a. Cum igitur [per fabricationem] angulus g a n sit æqualis angulo z f t, & angulus a g n angulo f z y: erit [per 32 p 1] tertius tertio æqualis: & erit triangulum a g n simile triangulo z f y. Similiter cum [per fabricationem] a g d sit æqualis angulo f z t: erit [per 32 p 1. 4 p. 1 d 6] triangulum a g d simile triangulo f z t. Igitur quæ est proportio a n ad a g, ea est proportio f y ad f z: & quæ est proportio a g ad g d, ea est f z ad z t. Quare [per 22 p 5] quæ est proportio a n ad g d, ea est f y ad z t. Verùm cum [per fabricationem] t m sit æquidistans f l, & f t sit æquidistans l m: est [per 34 p 1] f t æqualis l m. Quare [per 2 ax] erit æqualis c o: cum [per 8 th 2 conicorum Apollonij] m o sit æqualis l c: sed [per 34 p 1] m o est æqualis y t: cum [per fabricationem] sit ipsi æquidistans, & y m æquidistans t o. Restat ergo [per 3 ax] f y æqualis c m: sed [per fabricationem] c m est æqualis i. Quare [per 1 ax] f y est æqualis i: sed [per fabricationem] proportio i [id est, per 7 p 5 f y] ad z t, sicut b g ad e q. Igitur [per 11 p 5] proportio a n ad g d, sicut b g ad e q. Verùm angulus g a n est æqualis angulo g b a: sicut probat Euclides in ter-

tio [32

tio [32 propositione] sed [per 29 p 1] angulus n g d est æqualis angulo a b g: cum [per fabricationem] n g sit æquidistans a b. Igitur [per 1 ax] angulus n g d æqualis est angulo n a g, & angulus n d g communis. Quare [per 32 p 1] tertius tertio est æqualis. Quare [per 4 p. 1 d 6] triangulum n d g simile triangulo a d g. Igitur proportio a d ad d g, sicut g d ad d n. Quare [per 17 p 6] quod fit ex ductu a d in d n est æquale quadrato d g. Verùm quadratum a d est æquale ei, quod fit ex ductu b d in d g: sicut probat Euclides 36 propositione [libri tertij,] & quadratum a d est æquale ei, quod fit ex ductu a d in d n, & ei quod fit ex ductu a d in n a [per 2 p 2:] & illud, quod fit ex ductu b d in d g, est æquale quadrato d g, & ei quod fit ex ductu b g in g d: sicut probat Euclides [3 p 2.] Ablatis ergo æqualibus [quadrato nempe d g & rectangulo a d n] restat [per 3 ax,] ut, quòd fit ex ductu a d in a n, sit æquale ei, quod fit ex b g in g d. Igitur [per 16 p 6] proportio primæ lineæ ad secundam, est sicut tertiæ ad quartam [nempe ut a d ad g d, sic b g ad a n: & alternè [per 16 p 5] ut a d ad b g, sic g d ad a n.] Quare [per consectarium 4 p 5] proportio a n ad g d, sicut b g ad a d. Sed iam dictum est, quòd proportio a n ad g d est, sicut b g ad e q. Igitur [per 9 p 5] e q est æqualis a d. Quod est propositum. Quòd si a d non tetigerit circulum, sed secuerit, & fuerit a g maior a b: secabit quidem arcũ a g. Secet ergo in puncto h: & ducatur linea h g. Palàm [per 22 p 3] quòd duo anguli a h g, a b g ualent duos rectos: sed angulus n g d æqualis est a b g [per 29 p 1: quia n g parallela ducta est ipsi a b.] Igitur angulus a h g & angulus n g d sunt ęquales duobus rectis. Quare [per 13 p 1. 3 ax] angulus n g d est ęqualis angulo n h g: & angulus n d g communis. Quare [per 32 p 1] tertius angulus tertio angulo est æqualis: & triangulum h g d simile triangulo n d g [per 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio h d ad d g est, sicut proportio d g ad d n. Quare [per 17 p 6] illud, quod fit ex ductu h d in d n, est ęquale quadrato d g: sed quod fit ex ductu a d in h d, est æquale ei, quod fit ex ductu b d in d g, sicut probat Euclides [cõsectario 36 p 3] & [per 1 p 2] illud, quod fit ex ductu a d in d h, est ęquale ei, quod fit ex ductu d h in d n, & d h in a n: & [per 3 p 2] quod fit ex ductu b d in d g, est æquale ei, quod fit ex ductu b g in g d & quadrato d g. Ablatis igitur æqualibus, scilicet quadrato d g, & eo, quod fit ex ductu d h in d n: restat [per 3 ax] ut illud, quod fit ex ductu d h in a n, sit ęquale ei, quod fit ex ductu b g in d g. Quare proportio secundę lineę ad quartam, id est a n ad g d, sicut tertiæ ad primã, id est b g ad d h [est enim per 16 p 6 ut d h ad d g, sic b g ad a n: & per 16 p 5, ut d h ad b g, sic d g ad a n, & per consectarium 4 p 5, ut a n ad d g, sic b g ad d h.] Sed iam probatum est, quòd proportio a n ad d g, sicut b g ad e q. Igitur [per 9 p 5] e q est ęqualis d h. Et ita est propositum.



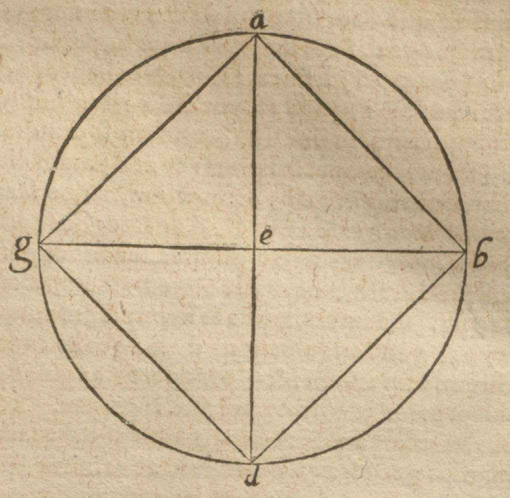
Si uerò a g sit minor a b: & secet a d arcum a b: sit sectionis punctum h: & ducatur linea h g. Palàm [per fabricationem primam & 29 p 1] quòd angulus n g d est æqualis angulo a b g: sed [per 27 p 3] anguli a b g, a h g sunt æquales: quia cadunt in eundẽ arcum. Igitur [per 1 ax] angulus n g d est æqualis angulo a h g, & angulus n d g communis. Quare [per 32 p 1] tertius tertio æqualis: & triangula similia [per 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio h d ad d g, sicut d g ad d n. Quare [per 17 p 6] quod fit ex ductu h d in d n, est æquale quadrato d g: sed quod fit ex ductu h d in d a, est æquale ei, quod fit ex ductu b d in d g [per consectarium Campani ad 36 p 3] & [per 1 p 2] quod fit ex ductu h d in d a, est æquale ei, quod fit ex ductu d n in h d & a n in h d: & [per 3 p 2] ductus b d in d g ualet quadratum d g, & ductum b g in d g. Igitur remotis æqualibus: [rectangulo nimirum h d n, & quadrato d g] erit [per 3 ax] ductus h d in a n, sicut b g in d g. Igitur [per 16 p 6. 16 p. 13 d 5] proportio a n ad d g, sicut b g ad h d. Sed iam dictum est, quòd proportio a n ad d g est, sicut b g ad e q. Igitur [per 9 p 5] e q est æqualis h d. Quod est propositum. Quare à puncto a dato, duximus lineam, secantem circulum, & à puncto sectionis ad diametrum est æqualis lineæ datæ.

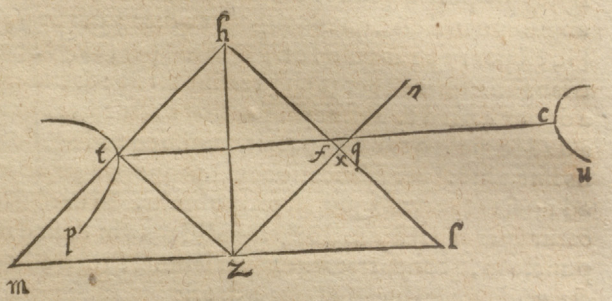


34. A puncto peripheriæ circuli extra datam diametrum dato, ducere lineam rectam, ita sectam data diametro, ut segmentum inter diametrum & punctum peripheriæ dato puncto oppositum, æquetur datæ rectæ, minori circuli diametro. 133 p 1.

Amplius à puncto dato in circulo, extra diametrum eius, est ducere lineam per diametrum ad circulum, ut pars eius à diametro ad circulum, sit æqualis lineę datæ. Verbi gratia: a b g sit datus circulus: b g diameter: a punctum datum: h z linea data. Dico, quòd à puncto a est ducere lineam, transeuntem per diametrum b g, cuius pars à diametro ad circulum sit æqualis lineæ h z. Ducantur lineæ a b, a g: & [per 23 p 1] super punctum h fiat angulus ęqualis angulo a g b per lineam m h: & super idem punctum fiat angulus ęqualis angulo a b g per lineam h l: & [per 31 p 1] à puncto a ducatur

ducatur æquidistans lineæ h m: quæ sit z n: quæ quidem secabit h l [per lemma Procli ad 29 p 1] & à puncto z ducatur æquidistans h l: quæ sit z t: & secet h m in puncto t: & à puncto t ducatur sectio pyramidis t p, quam assignauit Apollonius in libro pyramidum [4 th 2:] quæ quidem sectio non continget aliquam linearum z n, h l, inter quas iacet. Similiter fiat sectio pyramidis ei opposita inter easdem lineas: quæ sit c u. Cum igitur linea minima ex lineis à puncto t ad sectionem c u ductis, fuerit æqualis diametro b g: circulus factus secundum hanc minimam lineam, posito pede circini super punctum t: continget sectionem c u. Si uerò minima ex lineis à puncto t ad sectionem c u ductis, fuerit minor diametro b g: circulus factus modo prædicto secundum quãtitatem b g, secabit sectionem in duobus punctis. Sit ergo t c minima, & æqualis diametro b g: quæ quidem secabit z n & h l: cum ducatur ad sectionem, quæ inter eas interiacet: & [per 31 p 1] ducatur à puncto z æquidistans huic: quæ quidem secabit h m, h l [per lemma Procli ad 29 p 1] sicut sua ęqui distans t c. Secet ergo in punctis m l: & sit m z l: & punctum sectionis, in quo t c secat z n, sit q: & [per 23 p 1] super diametrum g b fiat angulus ęqualis angulo h l m: qui sit d g b, & ducantur lineę duę a d, d b. Palàm ergo, cũ [per 31 p 3] angulus g a b sit rectus: alij duo anguli trianguli a g b ualent rectũ [per 32 p 1.] Quare angulus l h m est rectus: [constat enim è duobus angulis per fabricationẽ ęqualib. angulis a g b, a b g rectũ ęquantibus] & est æqualis angulo g d b: & [per fabricationem] angulus h l m est æqualis angulo d g b: Igitur [per 32 p 1] tertius tertio: & triangulum simile triangulo [per 4 p. 1 d 6.] Quare ꝓportio b g ad b d est, sicut l m ad m h. Sed quoniam [per 27 p 3] angulus a d b æqualis est angulo b g a: quia caduntin eundem arcum: & angulus b g a æqualis angulo m h z: [per fabricationem] est ergo [per 1 ax.] angulus a d b æqualis angulo m h z. Et iam habemus, quòd angulus d b g est æqualis angulo h m z. Igitur [per 32 p 1] tertius tertio: & triangulum d e b simile triangulo m h z. [per 4 p. 1 d 6] Sit autem e punctum, in quo linea a d secat diametrum b g. Igitur proportio b d ad d e, sicut m h ad h z. Verùm Apollonius [16 th 2] probat: quòd cum fuerint duæ sectiones oppositæ, & producatur linea à sectione ad aliam: pars eius, quæ interiacet inter unam sectionẽ, & unam ex lineis, est ęqualis alij parti, quæ interiacet inter aliam sectionem, & aliam lineam. Quare q t æqualis est c f. Sed [per 34 p 1] t q est æqualis m z: cum sit illi æquidistans, inter duas æquidistantes. Igitur [per 1 ax.] m z æqualis f c: & [per 34 p 1] z l æqualis t f. Igitur [per 2 ax.] m l æqualis t c. Quare proportio t c ad h z, sicut m l ad h z. [per 7 p 5] Quare proportio g b ad e d, sicut t c ad h z. [demõstratũ enim est, ut g b ad b d, sic l m ad m h: item ut b d ad d e, sic m h ad h z: ergo per 22 p 5, ut g b ad d e, sic l m ad h z: sed ut l m ad h z, sic t c ad h z: quare per 11 p 5 ut g b ad d e, sic t c ad h z.] Et cum t c sit æqualis b g [ex thesi] erit [per 14 p 5] e d æqualis h z. Quod est propositum. Si autem linea t c ad sectionem c u ducta, & minima: fuerit minor diametro b g: producatur ultra sectionem, donec sit æqualis, & secundum quantitatẽ eius fiat circulus: qui quidem circulus secabit sectionem in duobus punctis: à quibus lineæ ductæ ad t, erunt æquales b g: [per 15 d 1] & à puncto z ducatur ęquidistãs utriq;. Et tunc erit ducere à puncto a modo prædicto duas lineas, æquales lineæ datæ: eritq; idem penitus probandi modus.

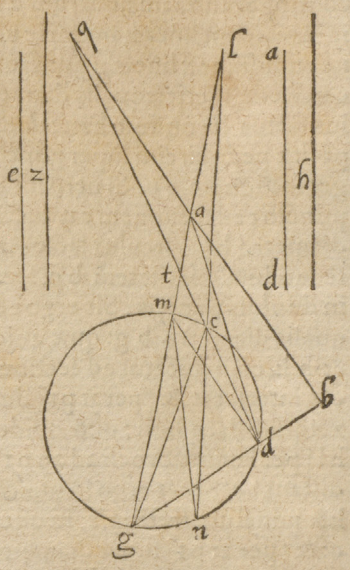


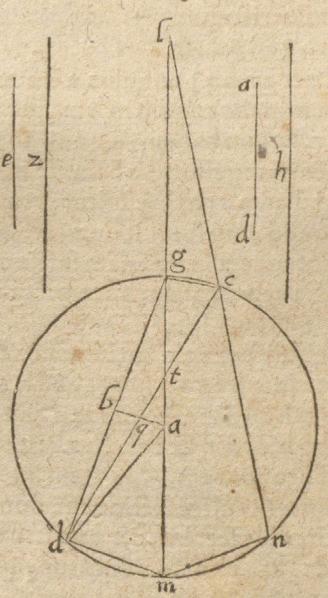


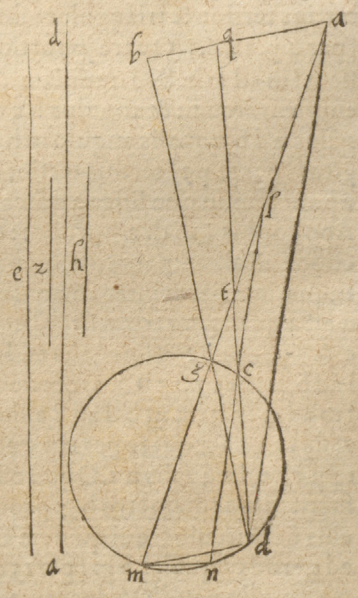
35. *A puncto dato in altero laterum trianguli rectanguli angulum rectum continẽtium, ducere per latus angulo recto oppositum, rectam, cuius segmentum conterminum reliquo lateri infinito, habeat ad segmentum lateris angulo recto oppositi, conterminum primo lateri, rationem in duabus rectis datam. 134 p 1.*

Amplius: dato triangulo orthogonio, & dato puncto in uno laterum angulum rectum continentium, est ducere à puncto illo lineam, ad aliud laterum continentium rectum, secantem tertium oppositum recto, ita ut pars huius lineę interiacens inter punctum sectionis & latus, in quo non est punctum datum, se habeat ad partem lateris oppositi recto, quæ est de sectione ad latus, in quo est punctum datum, sicut data linea ad datam lineam. Verbi gratia: est triangulum datũ a b g, cuius angulus a b g rectus: & in latere g b est punctum datum d, extra triangulum, aut intra. Dico, quòd à puncto d est ducere lineam, secantem latus a g, & concurrentem cum latere a b: ita ut

pars eius interiacens inter latera a b, a g, sit eius proportionis ad partem lateris a g, quæ est ab illa linea usq; ad punctum g, sicut se habet e ad z, quæ sunt datę lineæ. Sit punctum d in ipso triangulo a b g: & [per 31 p 1] ducatur ab eo linea æquidistans a b: quæ sit d m: & [per 5 p 4] super tria puncta g, m, d fiat circulus: & protrahatur linea a d. Quoniam [per 29 p 1] planum est, quòd angulus g m d est æqualis angulo g a b: erit [per 9 ax.] maior g a d. Secetur ex eo æqualis per lineam m n: & sit d n m: & sit [per 12 p 6] h linea, ad quam se habeat a d, sicut se habet e ad z: & à puncto n, quod est punctum circuli, ducatur linea ad diametrum g m æqualis lineæ h, secundum suprà dicta [32 uel 33 n] & sit n l: [ita ut segmentum l c inter continuatam diametrum & peripheriam æquetur lineæ h] & punctum, in quo secat circulum, sit c: & ducatur linea g c: & à puncto d ducatur linea ad punctum c: quę, cum cadat inter duas æquidistantes, tenens angulum acutum cum altera, si producatur, necessariò concurret cum alia [per lēma Procli ad 29 p 1.] Cócurrat igitur: & sit punctum concursus q. Planum [per 27 p 3] quòd angulus g m d est æqualis angulo g c d: quia cadunt in eundem arcum: & [per 29 p 1] angulus g m d est æqualis angulo g a b: restat igitur [per 1 ax. 13 p 1. 3 ax.] ut angulus g c q sit æqualis angulo g a q. Sit t punctum, in quo d q secat a g: & [per 15 p 1] angulus g t c est æqualis angulo a t q: igitur [per 32 p 1] tertius tertio. Quare triangulum a t q simile triangulo t c g [per 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio q t ad t g, sicut a t ad t c. Verùm [per fabricationē] angulus n m d est æqualis angulo t a d: & [per 27 p 3] angulo n c d [id est per 15 p 1 angulo l c t.] Quare [per 1 ax.] l c t æqualis t a d: & angulus c t l communis duobus triangulis: quare [per 32 p 1] tertius tertio: & triangulum simile triangulo, scilicet t l c triangulo t a d [per 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio t a ad t c, sicut proportio a d ad l c. Quare [per 11 p 5] proportio a d ad l c, sicut q t ad t g [patuit enim, ut q t ad t g, sic a t ad t c.] Sed [per fabricationem] l c est æqualis lineæ h: & [per fabricationem] proportio a d ad h, sicut e ad z. Ergo [per 7. 11 p 5] proportio q t ad t g, sicut e ad z. Quod est propositum. Si uerò d sumatur in illo latere extra triangulum: producatur [per 31 p 1] à puncto d, æquidistans a b: & sit d m: & ducatur a g, donec concurrat cum d m in puncto m, [concurrat autem per lemma Procli ad 29 p 1.] Et fiat circulus transiens per tria puncta g, d, m: & ducatur linea a d: erit quidem [per 16 p 1] angulus g a d maior angulo g m d: fiat [per 23 p 1] ei æqualis: & sit n m d: & à pűcto n, quod est punctum circuli, ducatur linea æqualis h lineæ [id uerò fiet per 33 uel 34 n: ita ut non tota linea à puncto n ducta, sed pars eius contermina diametro extrà continuatæ, æquetur ipsi h] ad quam lineā h se habeat a d, sicut e ad z, & sit n c l [tota nimirum linea, cuius pars c l æquetur lineæ h] super diametrum m g: & concursus sit l. Cũ igitur [per 22 p 3] angulus n m d & angulus n c d ualeant duos rectos: & [per fabricationem] angulus n m d sit ęqualis angulo t a d: erũt duo triangula t c l, t a d similia. [Quia enim anguli n c d & l c d æquantur duobus rectis per 13 p 1, quibus item ex concluso æquantur n c d & t a d: communi igitur n c d subducto, æquabitur reliquus l c d reliquo t a d: & anguli ad uerticem t æquantur per 15 p 1, & per 32 p 1, tertius tertio. Quare triangula t c l, t a d sunt similia per 4 p. 1 d 6.] Et cum [per 27 p 3] duo anguli g c d, g m d sint æquales: erunt duo triangula g t c, t a q similia: [Nam cum angulus g m d æquetur angulo t a q per 29 p 1 (parallelæ enim sunt d m b a per fabricationem) æquabitur per 1 ax. angulus t a q angulo t c g, & ad uerticem t æquantur per 15 p 1: ideoq; per 32 p 1 triangula g t c, t a q sunt æquiangula, & per 4 p. 1 d 6 similia] & erit proportio a d ad c l (quæ est æqualis h) sicut q t ad t g: & ita est e ad z, sicut q t ad t g. [Quia enim triangula t a d, t c l sunt æquiangula: erit per 4 p 6, ut a d ad c l, sic a t ad t c. Rursus quia triangula a t q, t c g sunt æquiangula: erit per 4 p 6, a t ad t c, sicut q t ad t g. Quare per 11 p 5 ut a d ad c l (id est e ad z) sic q t ad t g.] Quod est propositum.



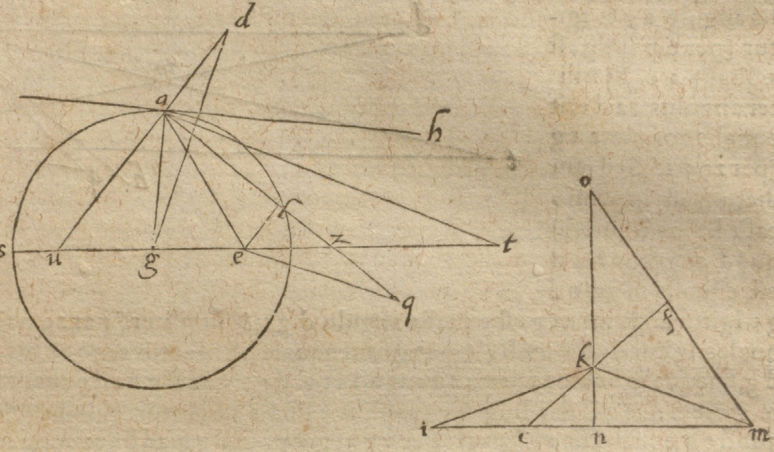




36. Duobus punctis extra circuli peripheriam, uel uno extra, reliquo intra datis: inuenire in peripheria punctum, in quo recta linea ipsam tangēs, bifariam secet angulum comprehensum duabus

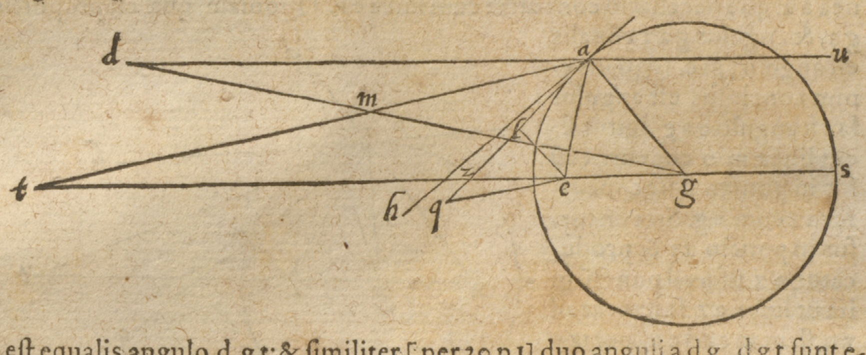
duabus rectis, à dictis punctis ad punctum tactus ductis. 135 p 1.

AMplius: duobus punctis datis, ſcilicet e, d, & dato circulo: eſt inuenire punctum in eo, ut angulum contentum à lineis, à punctis prædictis ad illud punctum ductis, diuidat per æqualia, linea circulum contingens in illo puncto. Verbi gratia: ducatur à puncto e ad centrum circuli dati, linea e g: & producatur uſq; ad circumferentiam: & ſit e s: deinde ducatur linea g d. Et ſit [per 10 p 6] m i linea diuiſa in puncto c, ut ſit proportio i c ad e m, ſicut e g ad g d: & [per 10 p 1] diuidatur m i per æqualia in puncto n: & [per 11 p 1] ducatur perpendicularis n o: & ſuper punctum m fiat angulus ęqualis medietati anguli d g s [per 9 & 23 p 1] per lineã m o. Palàm, quòd erit minor recto. [Nã anguli ad g deinceps æquantur duobus rectis per 13 p 1: itaq; d g s iiſdem eſt minor: quare d g s dimidiatus minor eſt recto] & o n m rectus: igitur [per 11 ax.] cõcurret cum n o: concurrat aũt in puncto o: & ducatur à puncto c [per præcedentem numerum] linea ad triangulũ: quę ſit c k f: ita ut proportio k f ad m f ſit, ſicut proportio e g ad g s: & [per 23 p 1] ſuper punctum g [terminum lineæ e g] fiat angulus æqualis angulo m f k, per lineam uſq; ad circulum ductam: quæ ſit a g: & ſit angulus a g e: & ducantur lineæ a g, a d. Dico, quòd a eſt punctum, quod quęrimus. Ducatur linea e a. Cum igitur angulus m f k [per fabricationem] ſit æqualis angulo a g e: & [per fabricationem] proportio k f ad m f, ſicut g e ad g a: cum [per 15 d 1] g a ſit æqualis g s: erit triangulum a g e ſimile triangulo m f k [per 6.4 p. 1 d 6.] Igitur angulus f m k eſt ęqualis angulo e a g, & angulus a e g æqualis angulo m k f. Iam [per 23 p 1] à puncto a ducatur linea, tenens cum linea a e angulum æqualem angulo n m k: & ſit linea a z: quę neceſſariò concurret cum linea e g. Quoniam, quæ eſt proportio k f ad m f, ea eſt e g ad g a, & angulus g a z ęqualis eſt angulo f m c. [ęqualis enim concluſus eſt angulus f m k angulo e a g] Igitur ſicut linea m o concurrit cũ f k in puncto f: ſic concurret a z cum e g. Sit concurſus in puncto z: & producatur a z uſq; ad punctũ q: ita ut linea a z ſe habeat ad z q, ſicut m c ad c i: [per 12 p 6] & ducatur linea e q. Deinde [per 31 p 1] à puncto a ducatur æquidiſtans e q: quę ſit a t: erit quidem [per 29 p 1] angulus a q e æqualis angulo q a t.



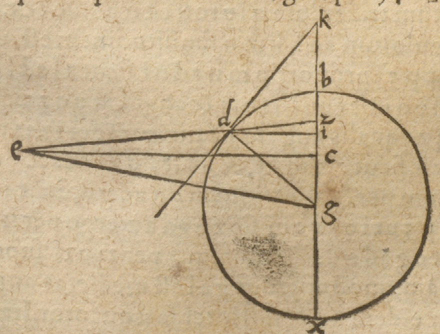
Et quoniam duo anguli z e a, e a t ſunt minores duobus rectis [quia per 29 p 1 anguli q e a, e a t æquantur duobus rectis] concurret a t neceſſariò cum e z [per 11 ax.] Sit concurſus punctum t. Palàm [ex prius demonſtratis] quòd angulus a e g eſt æqualis angulo m k f. Ducta autem à puncto e linea perpẽdiculari ſuper a z: quæ ſit e l: erit [per 32 p 1] angulus a e l æqualis angulo m k n: cum [per fabricationem] angulus e a l ſit æqualis angulo k m n, & angulus a l e ęqualis m n k: quia uterq; rectus: reſtat ergo [per 13 p 1.3 ax.] l e z æqualis angulo n k c: & angulus e l z rectus, ęqualis angulo k n c: reſtat [per 32 p 1] ut angulus e z l ſit ęqualis k c n: igitur [per 13 p 1.3 ax.] e z q æqualis angulo k c i. Palàm ergo [per 4 p. 1 d 6] quòd triangulum e a g ſimile eſt triangulo f m k: & triangulũ e a l ſimile triangulo k m n: & triangulũ e l z ſimile k n c: & triangulũ e a z triangulo k m c [Nam ꝑ fabricationem angulus e a l æquatur angulo k m n, & angulus e z l ęqualis oſtenſus eſt angulo k c n: ergo per 32 p 1 reliquus reliquo: ideoq; per 4 p. 1 d 6 triangula e a z, k m c ſunt ſimilia] Ergo proportio a z ad z e, ſicut m c ad c k, & [per fabricationem] proportio a z ad z q, ſicut m c ad c i: Igitur [per 22 p 5] proportio q z ad e z, ſicut i c ad c k. Quare [per 6.4 p. 1 d 6] triangulum q z e ſimile triangulo i c k: & triangulũ q l e ſimile triangulo i n k [quia iam patuit triangulum e l z ſimile eſſe triangulo k n c: itaq; cum partes partibus ſimiles ſint: totum triãgulum q l e toti i k n ſimile erit. Quare per 1 d 6, ut q l ad l e, ſic i n ad n k: & ſimiliter ob triangulorum a e l, k m n ſimilitudinem eſt, ut e l ad a l, ſic k n ad m n] erit ergo [per 22 p & conſectarium 4 p 5] proportio m n ad n i, ſicut a l ad l q: & ita a l æqualis l q [q̃a m n æquata eſt ipſi n i] & [per 4 p 1] e q erit ęqualis e a: & angulus e q z æqualis angulo l a e: & [per fabricationem & 29 p 1] angulus e q z ęqualis angulo z a t: igitur [per 15.32 p 1] tertius tertio ęqualis. Quare [per 4 p 6] proportio q z ad z a, ſicut e z ad z t, & ſicut e q ad a t: & [per 7 p 5] ſicut a e ad a t. Sed q z ad z a, ſicut e g ad d g [fuit enim per fabricationem e g ad g d, ſicut i c ad c m: item ut c m ad i c, ſic a z ad z q, & per cõſectarium 4 p 5 ut i c ad c m, ſic z q ad a z: ergo per 11 p 5, ut e g ad g d, ſic z q ad a z.] Igitur [per 11 p 5] a e ad a t, ſicut e g ad g d. Fiat autem [per 23 p 1] ſuper punctum a angulus æqualis angulo g a e: qui ſit u a g. Palàm, quòd angulus g a l eſt medietas anguli u a t: [Quia enim ex concluſo anguli z a t, z a e æquantur eidem z q e: ipſi inter ſe æquantur. Itaq; ſi æqualib. æqualia addantur, æquabitur angulus g a l duobus angulis u a g, z a t. Quare totus u a t duplus erit anguli g a l] Sed eſt medietas d g u: [quia angulus g a l ęqualis concluſus eſt angulo f m c: qui per fabricationem eſt dimidius anguli d g u.] Quare angulus u a t eſt ęqualis angulo d g u: [per 6 ax.] ſed anguli u a t,

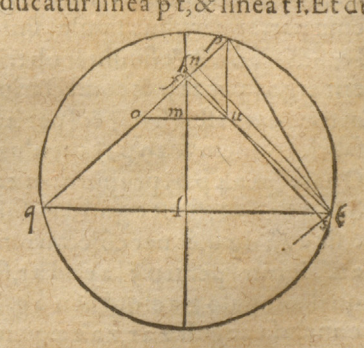
& t u a sunt minores duobus rectis [per 17 p 1] cum a t & t u concurrant. Quare duo anguli t u a & d g u sunt minores duobus rectis: igitur [per 11 ax.] a u concurret cum d g. Dico, quòd concurret in puncto d: quoniam efficiet cum lineis u g, g d triangulum simile triãgulo a u t: habebunt enim angulum a u g communem: & angulus t a u est æqualis angulo d g u [per conclusionẽ.] Igitur [per 4 p 6] proportio a u ad a t, sicut u g ad lineam, quã secat a u ex d g: & [per 3 p 6] proportio e a ad a u, sicut e g ad g u: cũ sit angulus u a g ęqualis angulo g a e [per fabricationem.] Cum ergo eadem sit proportio e a ad a t, sicut e g ad g d [ex concluso] & proportio e a ad a t, sit composita ex proportione e a ad a u & a u ad a t [ratio enim extremorum cõponitur ex omnib. rationibus intermedijs, ut demonstrauit Theon ad 5 d 6] erit proportio e g ad g d cõposita ex ijsdem. Quare erit cõpacta ex proportione e g ad g u & g u ad lineã, quã secat a u ex d g. Sed [ratio e g ad g d] est cõpacta ex proportionib. e g ad g u & g u ad g d. Igitur linea, quã secat a u ex g d, est linea g d: igitur a u secat d g in puncto d. Producatur ergo [per 17 p 3] à puncto a cõtingens: quę sit h a: erit ergo [per 18 p 3] g a h rectus: sed g a l est medietas anguli d g u: igitur angulus l a h est medietas anguli d g e: cũ illi duo [d g u, d g e] ualeãt duos rectos [per 13 p 1.] Sed cũ angulus t a u sit æqualis angulo d g u: erit angulus t a d ęqualis d g e [per 13 p 1. 3 ax.] Igitur angulus l a h est medietas anguli t a d: & angulus e a l medietas anguli e a t [quia, ut patuit, e a l æquatur ipsi l a t:] igitur angulus e a h medietas anguli e a d. Quare a h diuidit angulum e a d per ęqualia. Quod est propositũ. Si uerò a u (cum sit angulus super punctum a ęqualis angulo g a e) non cadit super lineam e s extra circulum, uel intra: sit ergo æquidistans. Igitur [p 29 p 1] angulus u a g ęqualis est angulo a g e: sed idem est æqualis angulo g a e [ex thesi.] Quare [per 1 ax.] angulus g a e est æqualis angulo a g e: igitur [per 6 p 1] e g est æqualis a e. Similiter angulus t a d erit ęqualis angulo a t g [per 29 p 1.] Sed iam dictum est [in primo casu huius numeri] quòd angulus t a d est ęqualis angulo d g t. Igitur angulus a t g est ęqualis angulo d g t: & similiter [per 29 p 1] duo anguli a d g, d g t sunt ęquales: igitur duo anguli a d g, a t g sunt ęquales. Sequetur ergo ex his, quòd linea, quam secat a u ex d g, sit ęqualis lineæ a t [nam cũ anguli a t g, d g t: itẽ a d g, t a d ęquentur: ęquabitur per 6 p 1 t m ipsi m g: item m d ipsi m a. Itaq; si ęqualibus ęqualia addantur: ęquabitur d g ipsi a t.] Et iam dictum est, quòd e g ęqualis sit a e. Igitur [per 7 p 5] proportio e g ad lineam, quã secat a u ex d g, est sicut a e ad a t. Sed iam dictum est ut a e ad a t, sic e g ad g d: igitur linea, quã secat a u ex d g, est d g. Et cum t a d sit æqualis d g t: erit l a h medietas anguli t a d, sicut dictum est suprà, & e a l medietas e a t. Erit ergo e a h medietas anguli e a d. Quod est propositum.



37. *A dato extra circulum puncto, ducere ad datam diametrũ, lineã rectã: cuius pars inter peripheriam & datam diametrum æquetur parti diametri centro circuli conterminæ. 136 p 1.*

Amplius: dato circulo, cuius centrum g: & data in eo diametro b g: & dato e puncto extra circulum: est ducere à puncto e ad diametrum b g, lineã secãtem circulum, ita ut pars eius à circulo usq; ad diametrũ sit ęqualis parti diametri, interiacenti inter ipsam & centrum. Verbi gratia: ducatur à puncto e perpendicularis super diametrum: & sit e c: & ducatur linea e g: & sumatur linea q t æqualis e c: & [per 33 p 3] fiat super q t portio circuli, ut quilibet angulus cadens in hanc portionem, sit ęqualis angulo e g b: & compleatur circulus [per 25 p 3] & à medio puncto q t ducatur ex utraq; parte perpẽdicularis usq; ad circulũ: erit quidẽ [per cõsectarium 1 p 3] diameter huius circuli: & à puncto q ducatur linea ad hanc diametrũ, secans eam in puncto f, & producatur usq; ad punctum p circuli, ita ut f p sit æqualis medietati g b [per 34 n] & ducatur linea p t, & linea t f. Et ducatur à puncto p linea ęquidistans diametro: quæ sit p u: cõcurratq; cũ t f in puncto u: [concurret autem per lemma Procli ad 29 p 1] & à puncto u ducatur æquidistãs t q: quæ sit u o: & à pũcto t ducatur perpendicularis super p q: quæ sit t n: & à puncto t ducatur æquidistans p q: quæ sit t s: & à puncto u perpendicularis super p q: quæ sit u h. Deinde [per 23 p 1] ex angulo b g e secetur angulus æqualis angulo q p u: [id aũt fieri potest, cum totus angulus q p t ęquetur p thesin angulo b g e: ideoq; pars illius ab hoc toto detrahi potest] q sit b g d:



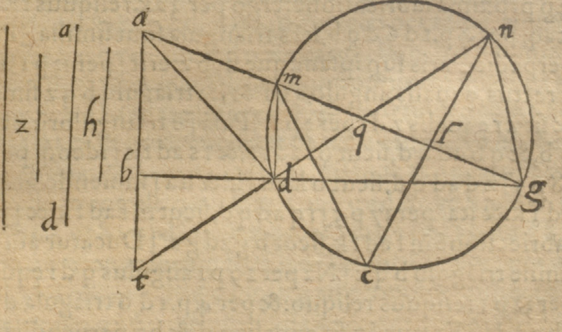


& duca-

& ducatur lineæ e d z. Dico, quòd d z est ęqualis z g: & ducatur à puncto d perpendicularis super b
g: quæ sit d i. & ducatur [per 17 p 3] à puncto d contingens: quę sit d k. Palàm, cũ diameter f l sit per-
pendicularis super q t [per fabricationem] & super o u [per 29 p 1] & p u sit ęquidistans ei: erit [per
29 p 1] angulus o u p rectus: & cum o u diuidatur à diametro per æqualia & orthogonaliter: [Nam
per fabricationẽ, 29 . 32 p 1 triangula f q l, f o m: itẽ f l t, f m u sunt ęquiangula. Itaq; per 4 p 6 ut q l ad
l f, sic o m ad m f: & ut f l ad l t, sic f m ad m u: ergo per 22 p 5 ut q l ad l t, sic o m ad m u: atqui per fabri-
cationem q l ęquatur ipsi l t: ergo o m ęquatur ipsi m u] erit [per 4 p 1] f o ęqualis f u, & angulus f o u
ęqualis angulo f u o. Sed cũ duo anguli p o u, o p u ualeant rectum [per 32 p 1: quia angulus ad u re-
ctus ostensus est] erit angulus f u p ęqualis angulo f p u. [angulus enim f o u ęquatur angulo f u o ex
concluso, & anguli p o u & o p u ęquantur uni recto. Quare anguli f u o f p u æquantur uni recto: &
angulus o u p rectus est: subducto igitur cõmuni angulo f u o: reliquus f u p æquabitur reliquo f p u
per 3 ax.] Quare [per 6 p 1] f p ęqualis est f u: & ita [per 1 ax.] æqualis f o: & ita p o ęqualis b g: [quia
f p æquatur per fabricationem dimidię g b, & ex concluso ipsi f o: tota igitur p o ęquatur toti b g] &
æqualis g d: [per 15 d 1] & ita [per 7 p 5] e c ad g d, sicut t q ad p o. Sed cũ angulus k d g sit rectus [per
18 p 3] æqualis angulo g i d: & angulus i g d cõmunis: erit triangulum i g d simile triangulo k d g: [p
32 p 1. 4 p. 1 d 6] & proportio g d ad d i, sicut g k ad k d. Sed [per fabricationẽ] angulus k g d est ęqua-
lis angulo o p u, & angulus k d g rectus, æqualis o u p: & ita triangulum k g d simile triangulo o u p:
& [per 1 d 6] proportio g k ad k d, sicut o p ad o u. Igitur [per 11 p 5] d g ad d i, sicut o p ad o u. Igitur
proportio e c ad d i, sicut t q ad o u [demõstratum enim est, ut e c ad g d, sic t q ad p o: & ut g d ad d i,
sic p o ad o u: ergo per 22 p 5, ut e c ad d i, sic t q ad o u.] Sed proportio q t ad o u, sicut t f, ad f u: cũ triã
gulum t f q sit simile triangulo o f u [per 29 p 1. 4 p. 1 d 6.] Verũ [per fabricationem & 29 p 1] angulus
u t s æqualis angulo h f u: quia coalternus ei: & angulus u s t rectus, æqualis angulo f h u: erit trian-
gulum u s t simile triangulo h u f: & ita proportio t u ad u f, sicut s u ad u h: [quare per 18 p 5 t f ad u f,
sicut s h ad u h.] Sed [per 34 p 1] t n æqualis s h: cum sit ei ęquidistans [per 28 p 1: quia anguli ad h &
n interiores sunt recti per fabricationẽ] & sint inter duas æquidistãtes. Igitur [per 7 p 5] proportio
t f ad u f, sicut t n ad u h. Quare proportio q t ad o u, sicut t n ad u h: & e c ad d i, sicut t n ad u h [Nã o-
stensum est, ut e c ad d i, sic t q ad o u: itẽ ut t q ad o u, sic t f ad u f: & ut t f ad u f, sic s h, id est, t n ad u h:
ergo per 11 p 5 ut e c ad d i, sic t n ad u h.] Sed cum [per fabricationem] angulus g i d sit rectus, æqua-
lis angulo p h u, & angulus i g d ęqualis angulo h p u: est triangulũ i g d simile h p u triangulo: & [per
1 d 6] proportio i d ad g d, sicut h u ad u p: quare proportio e c ad g d, sicut t n ad u p [ostensum enim
est proximè ut e c ad d i, sic t n ad u h: & ut d i ad g d, sic u h ad u p: ergo ex æquo ut e c ad d g, sic t n ad
u p.] Sed cum [per fabricationem] c g e sit ęqualis angulo n p t, & angulus g c e rectus, ęqualis p n t:
erit [p 32 p 1. 4 p 6] g e ad e c, sicut p t ad t n. Igitur g e ad g d, sicut p t ad u p: [patuit enim, ut g e ad e c,
sic p t ad t n: & ut e c ad d g, sic t n ad u p: ergo p 22 p 5, ut g e ad d g, sic p t ad u p.] Sed [p fabricationẽ,
3 ax.] angulus d g e est ęqualis angulo u p t. Igitur triangulũ d g e simile triangulo u p t: [p 6. 4 p. 1 d
6] ergo angulus g d e ęqualis angulo p u t: restat ergo [per 13 p 1. 3 ax.] angulus g d z ęqualis angulo
f u p: [& per fabricationẽ angulus f p u æquatur angulo z g d] quare tertius tertio [per 32 p 1: ideoq;
triangula z g d, f p u erunt æquiangula] & [per 4 p 6] proportio d z ad z g, sicut u f ad f p: sed u f ęqua
lis est f p. Ergo d z ęqualis z g. Quod est propositum.

38. A puncto dato in altero laterũ trianguli rect anguli, angulũ rectũ continentiũ, ducere ad latus angulo recto oppositũ, rectã cõcurrẽtẽ cũ reliquo latere infinito: ita, ut tota ad segmẽtũ lateris angulo recto oppositi, cõterminũ primo lateri, habeat rationẽ in duab. rectis datã. 137 p 1.

AMplius: dato triangulo orthogonio a b g: cuius angulus a b g rectus: & dato in b g, uel a b pũ
cto d: est ducere lineã à puncto d ad latus a g, concurrentẽ in puncto, quod sit q: & ex alia par
te cõcurrentẽ cũ alio latere: ut ipsa totalis se habeat ad g q, sicut est e ad z. Verbi gratia: duca-
tur à puncto d ęquidistãs a b: quæ sit d m: & [p
5 p 4] fiat circulus, trãsiens per tria puncta d,
m, g: erit m g diameter [per consectariũ 5 p 4]
& ducatur linea a d: & sit [per 12 p 6] h linea, ad
quã se habet a d, sicut e ad z. Et cũ [per 29 p 1]
angulus d m g sit ęqualis b a g: secetur ex eo ę-
qualis angulo d a g: & sit c m d: & ducatur m c,
quousq; contingat circulũ in puncto c: à quo
ducatur [per 34 n] linea ad diametrũ m g usq;
ad circulum: ita quòd l n sit æqualis lineæ h: &
ducatur linea n g, & linea d n cõcurrens cũ a g
in puncto q, & cũ a b in puncto t. Cũ igitur [p

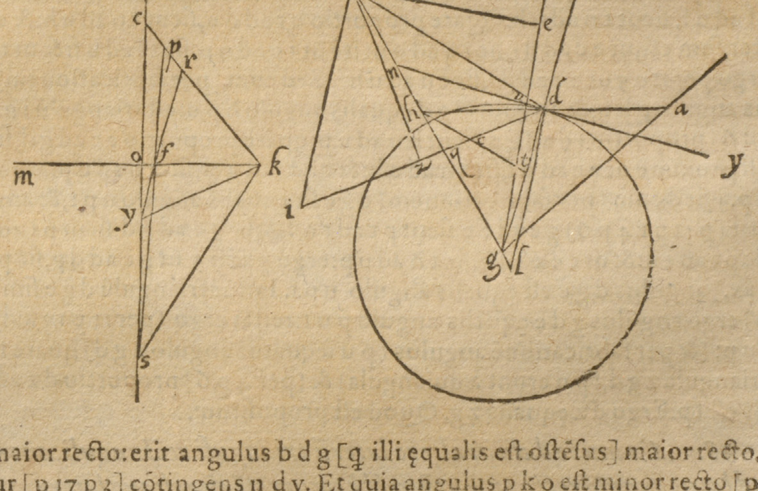


27 p 3] angulus d m c sit æqualis angulo d n c: quia super eundẽ arcũ: erit [per 1 ax.] angulus q n l æ-
qualis angulo d a q, & [per 15 p 1] n q l æqualis angulo d q a. Quare [per 32 p 1. 4 p. 1 d 6] triangulum
n q l simile triangulo d q a: ergo a q ad q n, sicut a d ad n l. Verũ cũ angulus d m g sit ęqualis angulo d
n g [per 27 p 3] erit [per 1 ax.] q n g ęqualis t a q. Sit t punctũ, in quo d n concurrit cũ a b: & [p 15 p 1]
angulus t q a ęqualis angulo n q g: erit triangulũ t q a simile triãgulo n q g: & [per 1 d 6. 16 p 5] erit p-
portio a q ad q n, sicut t q ad q g. Igitur [per 11 p 5] proportio t q ad q g, sicut a d ad n l: sed [per fabri-

catione] n l equalis h: & a d ad h, sicut e ad z. Igitur [p 11 p 5] t q ad q g, sicut e ad z. Qđ est ꝓpositum. Pôt aũt cõtigere: quòd à pũcto c erit ducere lineas duas, similes c l n: & tũc erit ducere duas lineas à puncto d, similes t q, ut utriusq; ad partẽ, ꝙ secat ex a g, sit ꝓportio, sicut e ad z: & erit eadẽ probatio.

39. Visu & uisibili à centro speculi sphærici conuexi inæquabiliter distantibus, punctum reflexionis inuenire. 22 p 6.

PRedictis habitis, dato speculo sphærico: erit inuenire punctũ reflexionis. Verbi gratia: sit a cẽtrũ uisus: b punctũ uisum: g centrũ sphærę: & ducantur lineę a g, b g: & sumatur superficies, in quà sunt hę duę lineæ [sunt enim in eadẽ sup̃ficie p 23 n 4] & sumatur circulus, cõmunis huic superficiei & speculo. Inuenietur ergo punctũ reflexionis in hoc circulo. Et sumatur linea alia m k: & [p 10 p 6] diuidatur in pũcto f, ut m f se habeat ad f k, sicut b g ad g a: & [per 10 p 1] diuidatur m k p æqualia in puncto o: & [per 11 p 1] ducatur à puncto o perpẽdicularis: quę sit c o: & ducatur à pũcto k linea ad c o, tenens cũ ea angulũ æqualẽ medietati anguli b g a: [hoc aũt fiet: si linea e g bifariã secans angulũ b g a, & o c infinitę intelligãtur, educta à puncto b perpendiculari super e g, fiat angulus o k c ęqualis angulo e b g: tũc enim (quia anguli ad o & e sunt recti) ęquabitur angulus o c k angulo e g b per 32 p 1] quę sit k c: & à pũcto f ducatur linea ad c k: quę sit f p: & cõcurrat cũ c o in pũcto s, ita ut proportio s p ad p k sit, sicut b g ad semidiametrũ g d [per pręcedentẽ numerũ.] Et [p 23 p 1] ex angulo b g a secetur ęqualis angulo f p k: [Id aũt fieri posse hinc cõstat. Quia enim angulus s c p, maior angulo c s p per 18 p 1 (cũ latus p s maius sit latere c p: secus propositũ problema per lineã m k expediri nõ posset) ęquetur per fabricationẽ dimidiato angulo b g a: ergo c s p eodẽ dimidiato minor est. Quare duo anguli s c p, c s p minores sunt angulo b g a: at per 32 p 1 duob. angulis s c p, c s p ęquatur angulus s p k: idcirco s p k minor est angulo b g a. Itaq; ab hoc ęqualis illi detrahi potest] scilicet d g b: & ducãtur lineę s k, b d: erit igitur [p fabricationẽ] ꝓportio b g ad g d, sicut s p ad p k: & ita [per 6.4 p.1 d 6] triangulũ s p k simile triãgulo b g d: & erit angulus s k p ęqualis angulo b d g. Sed forsan secundũ prędicta [34.38 n] poterimus à puncto f ducere aliã lineã ad c k, similẽ s p: ut sit ꝓportio eius ad partẽ, ꝙ secabit ex c k, sicut s p ad p k: & tũc à pũcto k ad o s ducetur alia linea ꝙ s k, aliũ cũ c k angulũ tenẽs maiorẽ uel minorem angulo c k s. Si maior ex his angulis non fuerit maior recto: nõ licebit inuenire pũctũ reflexionis [ut mox ostẽdetur.]

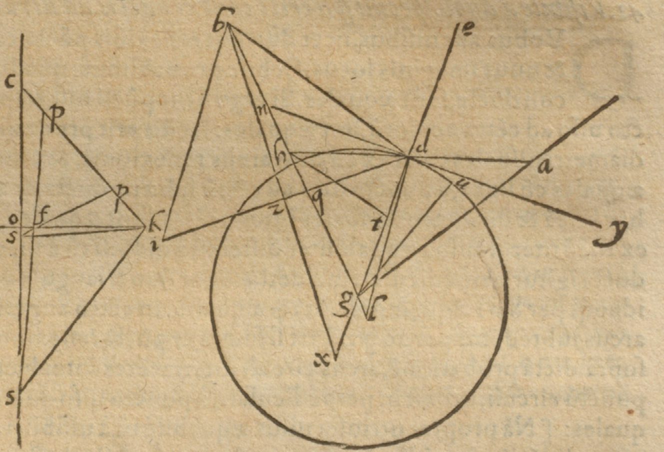


Sit ergo angulus c k s maior recto: erit angulus b d g [q illi ęqualis est ostẽsus] maior recto, & inuenitur punctũ sic. Ducatur [p 17 p 3] cõtingens n d y. Et quia angulus p k o est minor recto [p 32 p 1: q a c o k rectus est p fabricationẽ] secetur [per 23 p 1] ex angulo b d g [q recto maior est ex conclusione] æqualis ei: qui sit q d g: est igitur triangulũ f p k simile triãgulo q g d [ęquatus.n. est angulus s p k angulo b g d, & q d g angulo p k f: reliquus igitur ad f ęquatur reliquo ad q p 32 p 1, & p 4 p.1 d 6 triãgula f p k, q d g sunt similia] & erit angulus d q b ęqualis angulo k f s [p 13 p 1.3 ax.] & triãgulũ d q b simile triangulo k f s. [totus.n. angulus p k s ęquatur toti b d g, ut patuit: & p k f ęquatur ipsi q d g p proximã fabricationẽ: ergo per 3 ax. reliquus f k s ęquatur reliquo q d b: & p 32 p 1 tertius tertio. Itaq; per 4 p.1 d 6 d q b, k f s triangula sunt similia.] Producatur d q, & [per 12 p 1] ducatur à puncto b perpẽdicularis sup ipsam: quę sit b z: erit [per 13 p 1] angulus b q z ęqualis angulo s f o, & angulus b z q rectus, ęqualis angulo s o f: & ita triãgulũ b q z simile triangulo s f o. Ducatur d z usq; ad punctũ i: & sit z i ęqualis z d [per 3 p 1.] Palã [è triangulorũ z q b, s o f: itẽ q d b, k f s similitudine] quòd z q ad q b, & q b ad q d, sicut o f ad f s, & f s ad f k [ideoq; per 22 p 5, ut z q ad q d, sic o f ad f k] & ex hoc [per 18 p 5] z d ad q d, sicut o k ad f k: & ita [sumendo antecedentiũ dupla per 15 p 5] i d ad q d, sicut m k ad f k: & ita [per 17 p 5] i q ad q d, sicut m f ad f k: & [per 11 p 5] i q ad q d, sicut b g ad g a [est enim per fabricationẽ m f ad f k, sicut b g ad g a.] Ducatur aũt linea b i: & ei æquidistãs d l: erit triangulũ l d q simile triãgulo b q i: [Nã per 29 p 1 angulus q d l ęquatur angulo b i q, & per 15 p 1 d q l ipsi b q i: itaq; per 32 p 1 reliquus reliquo: & per 4 p.1 d 6 triãgula d q l, b q i erunt similia] & ꝓportio i q ad q d, sicut i b ad d l. Et cum i z sit ęqualis z d, & b z perpendicularis: erit [per 4 p 1] b d æqualis b i. Quare erit [per 7.11 p 5] b d ad d l, sicut b g ad g a. Ducatur à puncto d linea: quę sit d h, æqualem tenens angulum cũ linea l d, angulo b g a: & cũ h l & d l concurrant: erunt [per 17 p 1] l h d, l d h minores duobus rectis: & ita duo anguli a g h, d h g, eis ęquales, sunt minores duobus rectis: quare [p 11 ax.] h d cõcurret cũ g a. Dico quòd cõcurret in pũcto a. Palã [per 18 p 3] quòd angulus g d n rectus, est ęqualis duobus angulis o c k & o k c: [quia ęqualis est angulo m o c recto, ęquali eisdẽ angulis per 32 p 1] & angulus o k c ęqualis angulo g d q: [per fabricationem] restat [per 3 ax.] angulus q d n ęqualis angulo o c k:

lo o c k:& ita q d n medietas anguli b g a,& ita medietas anguli h d l [æquati angulo b g a.] Sed [p 3 p 6] angulus q d b est medietas anguli b d l:quoniã ꝓportio b q ad q l,ſicut b d ad d l:cũ triangulũ d l q ſit ſimile triangulo b q i [ex cõcluſo] & b d æqualis b i, [ut patuit.] Reſtat ergo,ut angulus n d b ſit medietas anguli h d b:& ita b d n æqualis n d h.Producatur g d ultra d ad punctũ f.Quia igitur [per 18 p 3] anguli f d n,g d n ſunt recti:ergo [p 3 ax.] reſtat b d f æqualis angulo h d g:Sed angulus h d g æqualis angulo f d a contrà poſito [per 15 p 1.] Quare b d f æqualis f d a. Et ita d eſt punctũ reflexionis [per 12 n 4.] Ita dico:ſi a d cõcurrat cũ a g in pũcto a:quod quidẽ ſic patebit.Ducatur [per 31 p 1] linea h t æquidiſtãs b d. Palàm [è proximè demõſtratis] quòd angulus b d f æqualis eſt angulo h d g:ſed [per 29 p 1] b d f eſt æqualis angulo h t d [ergo per 1 ax.h d g,h t d æquãtur.] Quare [per 6 p 1] h t erit æqualis h d.Sed proportio b d ad h t,ſicut b g ad g h.[ſunt enim triangula b d g,h t g æquiangula:quãdoquidẽ angulus ad g cõmunis eſt, & g h t æquatur g b d per 29 p 1: ideoq; per 32 p 1 tertius tertio.Quare per 4 p 6 habẽt latera æqualib.angulis oppoſita homologa.] Igitur [per 7 p 5] proportio b d ad d h,ſicut b g ad g h.Sed h d producta cõcurret cũ g a [ut mõſtratũ eſt]& fiet triangulũ ſimile triangulo h d l:cũ habeant angulũ l h d cõmunẽ,& angulus h d l ſit æqualis angulo h g a [per fabricationẽ:& per 32 p 1 reliquus reliquo.] Igitur [per 4 p 6] proportio h d ad d l,ſicut h g ad lineã,q̃ ſecat h d ex g a:& ꝓportio b d ad d l cõſtat ex ꝓportiõe b d ad d h,& d h ad d l [ratio.n. extremorũ cõponitur ex omnib.ratiõib.intermedijs,ut oſtẽdit Theon ad 5 d 6.] Igitur cõſtat ex b g ad g h,& g h ad lineã,q̃ ſecat h d ex g a:ſed b d ad d l, ſicut b g ad g a [ut patuit.] Igitur ꝓportio b g ad g a cõſtat ex ꝓportionib.b g ad g h & g h ad lineã, q̃ ſecat h d ex g a:ſed cõſtat ex ꝓportionib.b g ad g h,& g h ad g a.Igitur g a eſt linea q̃ ſecat h d ex g a: & ita cõcurret cũ ea in pũcto a. Qđ eſt ꝓpoſitũ.

40. Si radius à uiſibili ſpeculo ſphærico cõuexo obliquè incidens, cum ſemidiametro eiuſdem angulũ nõ maiorẽ recto cõprehendat: non reflectetur ad uiſum ab illo incidẽtiæ puncto. 21.22 p 6.

Si uerò angulus c k s nõ fuerit maior recto. Dico, qđ nõ fiet reflexio ab aliquo pũcto ſpeculi ad uiſum. Si enim dicatur,quòd poteſt: Sit d punctũ reflexionis: & producatur linea a d uſq; ad h punctũ in diametro b g. Et [per 23 p 1] fiat angulus l d h æqualis angulo a g b: & producatur cõtingens n d y: & fiat angulus q d n æqualis medietati anguli a g b. Palàm, quòd triangulũ h d l ſimile eſt triangulo h g a [quia enim angulus h d l æquatus eſt angulo h g a: & d h g eſt communis: æquabitur per 32 p 1 tertius tertio: & per 4 p. 1 d 6 triangula erunt ſimilia.] Quare proportio d h ad d l, ſicut h g ad g a: ſed b d ad d h, ſicut b g ad g h: qđ patebit per æquidiſtantẽ h t ipſi b d. [ſic enim triangula b g d,h g t fient æquiangula. Et

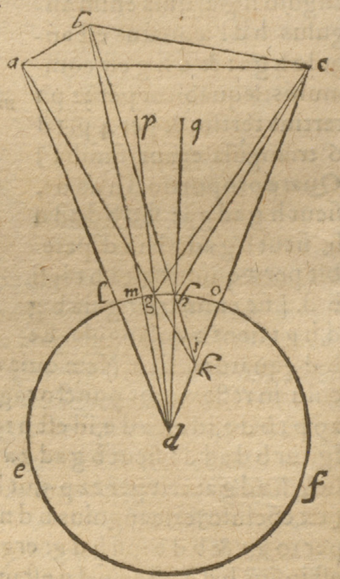


h d ęquatur ipſi h t. Nam quia d per theſin eſt punctum reflexionis,& e g perpendicularis plano ſpeculũ in reflexionis puncto tãgenti per 25 n 4: ęquabitur angulus b d e angulo a d e per 12 n 4: & per 29 p 1 b d e,id eſt a d e,id eſt p 15 p 1 h d t ęquatur ipſi h t d: Itaq; per 6 p 1 latus h d æquatur lateri h t.] Igitur b d ad d l,ſicut b g ad g a [quia enim ex cõcluſo eſt, ut b d ad d h,ſic b g ad g h: itẽ ut d h ad d l, ſic g h ad g a: erit per 22 p 5,ut b d ad d l,ſic b g ad g a.] Sed cũ angulus b d e ſit æqualis angulo h d g: [ex cõcluſo]erit angulus b d n medietas anguli b d h [nã anguli n d e, n d g recti per 18 p 3, æquãtur per 10 ax:& b d e ipſi h d g: ergo per 3 ax. reliquus b d n reliquo h d n æquatur. Itaq; b d n dimidius eſt ipſius b d h.] Sed n d q eſt medietas anguli h d l [eſt enim per fabricationẽ dimidius anguli a g b, cui æquatus eſt h d l.] Igitur b d q medietas anguli b d l. Quare [per 3 p 6] proportio b q ad q l, ſicut b d ad d l.Ducatur [p 31 p 1] à pũcto b ęquidiſtãs d l:& ſit b i:& cõcurrat d q cũ e a in pũcto i:[cõcurret aũt per lẽma Procli ad 29 p 1] & [p 10 p 1] diuidatur d i in æqualia in pũcto z: & ducatur b z: erit [p 29.15.32 p 1. 4 p. 1 d 6] triangulũ b q i ſimile triangulo q d l. Igitur ut b q ad q l,ſic b i ad d l [at oſtẽſum eſt,ut b q ad q l,ſic b d ad d l:ergo per 11 p 5 ut b i ad d l,ſic b d ad d l] & ita [per 9 p 5] b i ęqualis b d:& i q ad q d, ſicut m f ad f k:[eſt enim ob triangulorum b q i,q d l ſimilitudinem, ut i q ad q d,ſic b q ad q l:& ut b q ad q l,ſic b i,id eſt,b d ad d l:& ut b d ad d l,ſic b g ad g a ex cõcluſo:& ut b g ad g a,ſic m f ad f k per fabricationẽ:ergo per 11 p 5,ut i q ad q d,ſic m f ad f k] & ita [per 18 p 5] i d ad q d,ſicut m k ad f k:& ita [ſumendo antecedentiũ dimidia per 15 p 5] d z ad q d, ſicut o k ad f k:& ita [per 17 p 5] z q ad q d, ſicut o f ad f k. Palàm,quòd b z eſt perpendicularis: [quia enim b i æquatur b d ex concluſo,& i z ipſi z d per fabricationem,& b z communis eſt:erũt triangula i b z,d b z æquiangula p 8 p 1:& angulus b z i æquabitur angulo b z d: ſuntq; deinceps:Quare per 10 d 1 b z perpẽdicularis eſt i d] ꝓducatur, donec cõcurrat cũ d g in pũcto x:qđ quidẽ poſſibile eſt [per 11 ax.] cũ angulus d z x ſit rectus,z d x minor recto.Et palã,qđ ꝓportio b g ad g d,ſicut s p ad p k: [p fabricationẽ.] Cũ ergo angulus c k s dicatur nõ eſſe maior recto:dico,qđ ſup pũctũ k fiet maior recto, p lineã

cōcurrentē cū c o in pūcto, à quo ducetur linea ad c k, trāsiens p pūctū f, retinēs proportionē ad partē p k, sicut b g ad g d. Quòd aūt hoc possibile, planum est: cū angulus q d n sit æqualis angulo k c o: [est enim uterq; dimidius duorū æqualiū b g a, h d l, ut mōstratū est] erit angulus q d g æqualis angulo c k o. [quia enim trianguli c o k angulus ad o rectus est: reliqui o c k, o k c æquātur uni recto p 32 p 1: ideoq; p 10 ax. angulo n d g recto per 18 p 3: & o c k æquatur q d n: ergo per 3 ax. reliquus o k c ęquatur reliquo q d g.] Fiat ergo sup pūctū k angulus ęqualis b d q: & ponatur, quòd linea hūc angulū tenēs, cōcurrat cū c o in pūcto s: & ducatur s f p. Planū est, cū angulus b z d rectus, ęqualis angulo s o k: qđ erit triangulū b z d simile s o k [per proximā fabricationē. 32 p 1. 4 p. 1 d 6] & b z ad b d, sicut o s ad s k, & b z ad z d, sicut s o ad o k: sed q z ad q d, sicut o f ad f k. [ex cōclusο: & p cōsectariū 4 p 5, ut q d ad q z, sic f k ad o f: & per 18 p 5, ut z d ad q z, sic o k ad o f: est autē ut b z ad z d, sic s o ad o k: & ut z d ad q z, sic o k ad o f: ergo per 22 p 5, ut b z ad z q, sic s o ad o f. Triangula igitur b z q, s o f sunt æquiangula per 6. 4 p. 1 d 6 similia.] erit ergo angulus z b q æqualis angulo o s f: & angulus q b d æqualis angulo f s k. [per 3 ax. totus enim angulus o s k toti z b d æquatur, ob triangulorū o s k, z b d similitudinē iā demōstratā.] Quare triangulū b g d simile triangulo s p k. [Nā angulus q d g æqualis ostēsus est angulo p k f: & angulus f k s ęquatus est angulo b d q: totus igitur p k s toti b d g ęquatur. Itaq; per 32 p 1 reliquus reliquo. Sunt igitur per 4 p. 1 d 6 triangula b g d, s p k similia.] Igitur ꝓportio s p ad p k, sicut b g ad g d. [Quare si ad lineā b g, eiusq; terminū g, per semidiametrū speculi sphęrici g u angulus æquetur angulo s p k secūdo: erit u punctū reflexionis. Quia igitur angulus ad p primus, maior est angulo ad p secūdo per 16 p 1: perspicuū est è primò demōstratis, uisibile h à duobus pūctis speculi d & u ad eundē uisum reflecti, cōtra 29 n. Itaq; angulus c k s, cuius beneficio reflexionis punctū inueniendū est, necessariò est obtusus.] Quod est propositū. Amplius: impossibile est, ut duorū angulorū super m o cōstitutorum, sit uterq; maior recto. Si enim uterq; talium fuerit maior recto, cum super idē centrum fiat angulus æqualis angulo s k m: fiet super idē centrum alius angulus diuersus ab isto, quem efficit super k m alia linea similis s k: & ita à puncto d, & ab alio puncto illius circuli fiet reflexio: quod est impossibile: cum iam probatum sit [29 n] quòd unum uni uisui sit reflexionis punctum: & iam ostensum sit, quomodo inueniri possit. (p 6.

41. Visibile à duob. speculi sphærici cōuexi pūctis ad utrūq; uisū reflexū, unā habet imaginē. 34

DVobus aūt uisibus, licet duo sint reflexiōis pūcta: tamē unica erit imago sensuali syllogismo, & unus imaginis locus. Et hoc probabimus, quādo duæ lineæ à cētris oculorū ad cētrū circuli ductę, sunt æquales. Si ergo situs pūcti uisi, respectu utriusq; uisus, sit idē, ut lineæ à puncto uiso ad cētra oculorū, sint æquales: facilis erit probatio. Quoniā diametri uisuales secāt ex circulo arcus reflexionis, & tenēt angulos æquales cū linea, à puncto uiso ad cētrū sphæræ ducta, & arcus inter hāc lineā & diametros uisuales interiacētes, sunt æquales. [Cū enim ex thesi uterq; uisus æquabiliter distet tū à uisibili tū à speculi cētro: ducta igitur perpēdiculari incidētiæ: fient duo triangula æquilatera, ideoq; per 8 p 1 æquiangula. Itaq; æqualib. in cētro angulis æquales arcus subtēdētur per 26 p 3.] Et si sumātur pūcta reflexionis: secūdū suprà dictā probationē, arcus circuli interiacētes inter hæc pūcta, & punctū circuli, qđ est in perpēdiculari, à puncto uiso ducta: erunt æquales: [Nā propter utriusq; uisus æquabilē tū à uisibili tū à speculi cētro distātiā: perpēdiculares per reflexionū pūcta ductę, cōprehendunt cū perpēdiculari incidētię æquales angulos in cētro, quib. per 26 p 3 æquales arcus subtēduntur] qđ facile patebit, iterata superiore probatione: & hoc: siue pūcta reflexionis sint in eadē superficie reflexionis, siue in diuersis: erūt tamē arcus illi æquales: & lineæ ductę à cētris oculorū ad pūcta reflexionū æquales: & lineę à pūcto uiso ad eadē pūcta, æquales. [Quia enim anguli ab opticis diametris ex thesi æqualibus, & speculi semidiametris cōprehensi, æquales demōstrati sunt: æquabūtur igitur p 4 p 1 tū reflexionis tū incidētiæ lineæ inter se.] Et lineæ à cētris oculorū ad reflexionū pūcta procedētes, necessariò se secabūt [per 11 ax: anguli enim p reflexionū lineas in utroq; uisu facti, sunt minores duob. rectis.] Et euidēs est ꝓbatio, qđ super idē punctū perpēdicularis à pūcto uiso ductę, erit sectio ambarū linearū reflexionis. [Nā angulorum reflexionis ostensam æquabilitatem consequitur æquabilitas angulorum incidentiæ per 12 n 4: & anguli comprehensi à lineis incidētię & perpendiculari æquales probati sunt. Itaq; per 32 p 1 triangula comprehensa à lineis incidentię, cōtinuatione linearum reflexionis, & communi perpendiculari incidentię, sunt ęquiangula. Quare per 4 p 6, ut sunt lineę incidentię, sic sunt cōtinuationes linearum reflexionis: at illę ęquantur: igitur & hæ. Itaq; in uno perpendicularis puncto concurrunt.] Et in hoc puncto utriq; uisui apparebit imago: & una sola. Quod est propositum.



42. In speculo sphærico conuexo puncta imaginis, punctis uisibilis situ & ordine, in utroq; uisu respondent. 35 p 6.

EST aūt ordinatio imaginū, sicut ordinatio pūctorū uisorū. Si enim in re uisa sumatur linea, à cuius capitib. ducātur duæ lineæ ad cētrū sphærę: fiet triangulū, in quo cōtinebuntur imagines omniū punctorū illius lineæ. Et si sit in illa linea punctū nō eiusdē situs, respectu amborū uisuū: Imago puncti remotioris ab eo, erit in diametro remotiore ab eius diametro: & propinquiore. Et

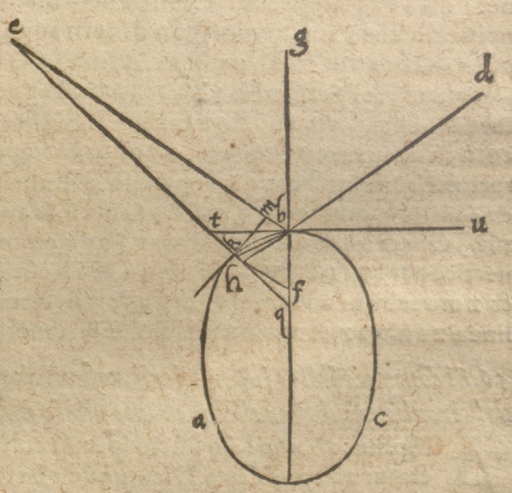
re. Et ita obſeruatur ſitus partiū in imaginibus, ſicut fuit in punctis uiſis. Sumpta aūt linea, in qua eſt punctū eiuſdē ſitus: quodlibet punctū illius lineę eiuſdē ſitus erit, reſpectu duorū oculorū ſecūdū modū prędictū: & unicá habebit imaginē, propter æqualitatē angulorū illius lineę cū lineis uiſualibus. Si aūt ſumatur linea, quæ angulū, quē cōtinent duæ lineæ à cētris oculorū ad punctum uiſum, diuidat per æqualia: ſitus cuiuslibet puncti lineæ quātumlibet productæ, erit idē utriq; uiſui, ſicut fuit uni. Et idē eſt probationis modus. Præter has duas lineas nō eſt ſumere aliā, eundem obſeruantem ſitum. Vnde, cum punctum uiſum comprehendatur in perpendiculari [per 3 n] cadet imago eius in diuerſis punctis illius perpendicularis, ſed imperceptibiliter à ſe remotis: & imago cuiuslibet puncti à quotcunq; uideatur oculis, ſemper obſeruat identitatem partis. Vnde apparet unitas imaginis, ſicut dictum eſt in uiſu directo [27 n 1] quòd formæ, licet in diuerſa cadant loca: propter tamen diſtantiā earum inſenſibilem nō diuerſificant apparentiam, niſi diuerſificent partē. Similiter hic, quando remotio puncti ab uno uiſu fuerit modicò maior, quàm ab alio: erunt loca imaginum imperceptibiliter remota. Vnde apparent ſimul, & ex eis una imago compacta: quandoquidem imaginum loca aliquando non totaliter diſtant, ſed partialiter.

43. Si cōmunis ſectio ſuperficierū reflexiōis & ſpeculi cylindracei cōuexi fuerit latus cylindri, uel circulus: loca, tum reflexionum tum imaginum eodem modo ſe habebunt, ut in ſpeculis plano & ſphærico conuexo. 42.43 p 7.

IN ſpeculis columnaribus exterioribus aliquādo linea cōmunis ſuperficiei reflexiōis & ſuperficiei ſpeculi, eſt linea recta: aliquādo circulus: aliquādo ſectio columnaris. Cū fuerit linea cōmunis, linea recta: erit locus imaginis in perpendiculari à puncto uiſo ducta ſuper ſuperficiem ſpeculi, tantum diſtans à linea communi, quantum punctum uiſum ab eadem. Et eadem eſt probatio, quæ dicta eſt in ſpeculo plano [11 n.] Cum autem communis linea fuerit circulus: erit aliquando imaginis locus intra circulum: aliquando extra: aliquando in ipſa circumferentia. Eius rei eadem penitus aſsignatio, quæ in ſpeculo exteriore ſphærico [22 n.]

44. Si perpendicularis incidentiæ ſecetur à lineis: reflexionis, intra ellipſin (quæ eſt communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi cylindracei conuexi) & tangente in reflexionis puncto: erit ut tota perpendicularis ad inferum ſegmentum, ſic ſuperum ad intermedium. Et inferum maius erit ſegmento lineæ reflexionis. 47.48 p 7.

SI uerò linea cōmunis fuerit ſectio colūnaris: dico, quòd imaginū quędā ſunt intra ſpeculū: quędā in ſupficie ſpeculi: quędā extra ſpeculū: quę in ſingulari explanabūtur. Sit a b c ſectio colūnaris: b ſit pūctū reflexionis: e pūctū uiſum: d cētrū uiſus: & [p 12 p 11] ducatur à puncto b perpendicularis ſuper ſuperficiē cōtingentē ſpeculū: quæ ſit g b q: & [p 11 p 11] ducatur à puncto e perpendicularis ſuper ſuperficiē, cōtingentē ſpeculū: quę ſit e k q: & linea cōtingēs ſpeculū in pūcto b: ſit t u: linea cōtingēs ſpeculū in pūcto k: ſit k m. Dico, quòd duę perpēdiculares g b q, e k q cōcurrēt. Ducātur lineę e b, d b: & ducatur linea k b. Palàm, qđ k m cadet in figurá e k b, & linea b t in figurá eandē [quia recta linea ſecás angulū trianguli, ſecat baſim angulo ſubtēſam: ſecus nō ſecaret angulū.] Igitur b t ſecabit e k: ſecet in pūcto t. Palàm, quòd angulus g b k eſt maior recto, & angulus e k b ſimiliter maior recto [quia g b q, e k q ſunt ppendiculares ipſis t u, k m.] Quare [per 13 p 1. 11 ax.] g b, e k cōcurrēt. Sit cōcurſus punctū q. Similiter d b k maior recto: igitur d b, e k cōcurrēt. Sit cōcurſus punctū h. Igitur h eſt locus imaginis [p 4 n.] Dico etiá, quòd proportio e q ad q h, ſicut e t ad t h: & etiá quòd q h eſt maior h b. Ducatur [p 31 p 1] h f æquidiſtás e b. Palàm, quòd angulus e b t eſt ęqualis angulo d b u [p 12 n 4:] eſt igitur [p 15 p 1 1 ax.] æqualis angulo t b h: reſtat e b g æqualis angulo h b q: cū g b t, t b q ſint recti. Cū igitur t b diuidat angulū e b h p æqualia: erit [p 3 p 6] e t ad t h, ſicut e b ad b h: Sed angulus e b g eſt æqualis angulo h f b [p 29 p 1:] quare h f, h b ſunt æqualia. [angulus enim e b g ęqualis concluſus eſt angulo h b f: itaq; anguli h f b, h b f æquantur: quare p 6 p 1 latera h f, h b ęquantur: ergo p 7 p 5, ut e t ad t h, ſic e b ad h f] Sed e b ad h f, ſicut e q ad q h [p 4 p 6: qa enim h f parallela ducta eſt ipſi e b: ſunt triangula e b q, h f q æquiágula p 29. 32 p 1.] Erit ergo [per 11 p 5] e t ad t h, ſicut e q ad q h. Qđ eſt propoſitū. Et ex hoc: cū ſit pportio e q ad q h, ſicut e b ad h f [& h f æquetur ipſi h b: erit p 7 p 5, e q ad q h, ſicut e b ad b h] & e q ſit maior e b [p 19 p 1: qa angulus e b q recto maior eſt] erit [p 14 p 5] q h maior h b. Quod eſt ppoſitū. Palàm ex hoc, quod ſi ſuper ſectionē a b c ducatur ppendicularis ſup ſuperficiē cōtingentē ſectionē: cōcurret cū g b. Et hęc quidē patēt, cū punctū uiſum nō fuerit in ppēdiculari uiſuali. Palàm enim ex ſuperioribus [19 n] quòd unius ſolius pūcti forma p perpēdicularē accedit ad ſpeculū, & ſecūdū eundē reflectitur. Et eſt pūctū ppendicularis, exiſtēs in ſupficie uiſus: punctū enim ultra uiſum ſumptū nō poteſt reflecti ſup hác ppendicularē: qa nō pōt accedere ad ſpeculū ſu

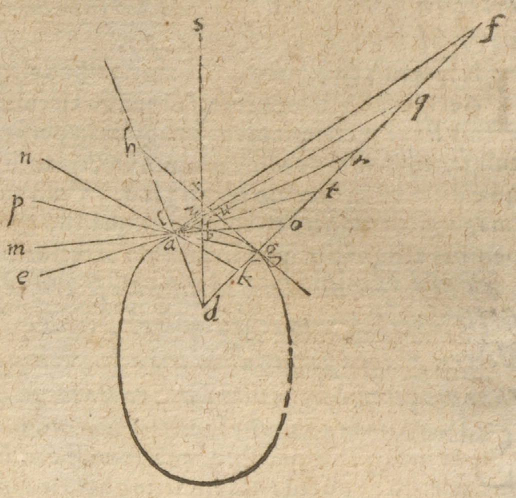


perper-

per perpendicularē, propter prædictá ibidē rationē. Et ſimiliter non poterit reflecti ab alio puncto ſpeculi, quá à puncto perpendicularis huius: quia accideret duas perpēdiculares cōcurrere, & efficere triangulum, cuius duo anguli recti, ſicut ſuprà patuit.

45. Si cōmunis ſectio ſuperficierū, reflexionis & ſpeculi cylindracei cōuexi fuerit ellipſis: imago uiſibilis obliquè reflexi, aliâs in ſupficie ſpeculi: aliâs intra: aliâs extra ſpeculū uidebitur. 49 p 7.

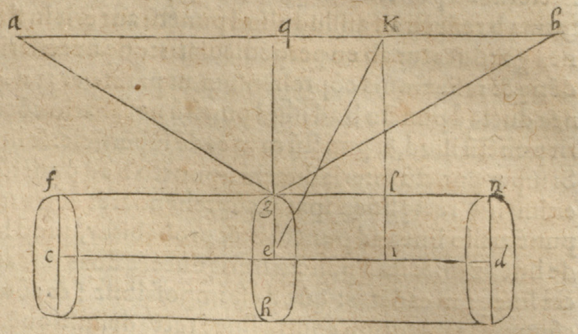
AMplius: ſumatur ſectio columnaris: & ſumatur in ea punctū a: & ducatur contingens ſectionē: quæ ſit e a t: & ſumatur perpendicularis ſuper a t intra ſpeculū: quę ſit d a. Palàm, quòd d a diuidit ſectionē in duas partes, in quarū utraq; eſt punctū unicū, cuius puncti linea cōtingens, erit æquidiſtans a d. Sit ergo aliud punctū g, cuius cōtingens cōcurrat cū linea a d in puncto h: & ducatur perpendicularis ſuper hác cōtingentē: quæ ſit q g: & hæc quidē neceſſariò cōcurret cū h d, ſicut oſtenſum eſt in præcedente figura [eſt enim angulus q g h per fabricationē rectus: ergo q g a maior eſt recto: & ob id h a g recto maior eſt. Itaq; per 13 p 1 d g a, d a g ſunt minores duobus rectis. Quare per 11 ax. q g, h a cōtinuatæ cōcurrent.] Sit concurſus in puncto d: & ducatur linea g a uſq; ad p: & ducatur linea q a. Igitur angulus q a h aut eſt æqualis angulo h a p: aut maior: aut minor. Sit ęqualis. Procedet igitur forma puncti q ad a, & reflectetur ad p [per 12 n 4] quod uiſus ſit: & locus imaginis erit punctū ſectionis columnaris, ſcilicet g [per 4 n.] Si uerò ſupra punctum q ſumatur aliquod punctū, ut punctū f: erit quidē angulus f a h minor angulo h a p [quia angulus h a p æquatur h a q, qui per 9 ax. maior eſt angulo h a f.] Fiat ei æqualis n a h: cōcurret quidē n a cū g q [per 11 ax. ut antea] intra columnā. [quia punctū n ſublimius eſt puncto p.] Sit in puncto k. Palā ergo, quòd imago puncti f erit in puncto k [per 4 n] & imagines omniū punctorū lineæ q f ultra punctū q, intra columnā. Si uerò inter q & t ſumatur punctum aliquod: ut punctū r: erit angulus r a h maior angulo h a p [quia h a p æquatur h a q, quo angulus h a r maior eſt per 9 ax.] Fiat ei ęqualis h a m. Palàm, qđ m a cadet ſupra lineā g q, & extra ſectionem [cū enim linea p a (quæ cū h a cōtinet angulū æqualem h a q) cōcurrat cū ſectione in puncto g: & punctū m ſit inferius puncto p: linea igitur m a cōtinuata cōcurret cū g q extra ſectionē.] Sit in pūcto o. Erit igitur imago r in pūcto o [per 4 n.] Et omniū punctorū inter t, q interiacentiū imagines, erūt extra ſectionē inter o & g. Si uerò angulus q a h fuerit minor angulo h a p: ſecetur ex eo æqualis: & ſit h a n. Palàm, quòd imago q erit in puncto k: & omniū punctorū ſuperiorū imagines erūt intra ſectionē. Si uerò inferius ſumatur r punctū, ut angulus r a h ſit ęqualis angulo h a p: erit imago r in ſectione: & oēs inter r & q intra: oēs inter r & t extra. Si uerò angulus q a h fuerit maior angulo h a p: fiat ei æqualis h a m. Palàm, quòd m a ſecabit ſectionē: [quia e a t tangit] & ſecet in puncto b: & ducatur cōtingēs ſuper punctū b: quę cōcurret cū d h, ut in puncto l [ducta enim recta d b: erit angulus d b l rectus, & b d l acutus: itaq; tāgens ſectionē in pūcto b cōcurret cū d h per 11 ax.] eritq; [per 17 p 1] angulus d l b acutus, & angulus h l b obtuſus: [per 13 p 1] & l b cōcurrēs cū h g faciet cū ea acutū [per 32 p 1: quia angulus h l b eſt obtuſus.] Ducatur perpēdicularis à pūcto b ſuper l b: quę ſit s b: ſecabit quidē h g, ut in pūcto x: & faciet angulū acutū cū ea [per 15 p 1] quoniá angulus cōtrapoſitus ſimiliter erit acutus [p 32 p 1: quia angulus ad b rectus eſt] & h g ſecat q a: ſit punctū ſectionis u: & facit acutū angulū cū ea ſuper punctum u [cum enim h g cōcurrat cum q a: & q a cum f d, & angulus h g q ſit rectus: erit per 32 p 1 angulus q u g acutus.] Quare s b & q u concurrunt [quia enim angulis s x h, q u g acutis cōcluſis æquātur anguli ad uerticē per 15 p 1. Ergo per 11 ax. q u & s b cōcurrūt.] Sit cōcurſus in z. Palàm ergo, quòd forma puncti z mouebitur ad ſpeculū per z a, & reflectetur per a m: & locus imaginis, b: & imagines punctorū lineæ z s ultra z, erunt intra ſectionē: & punctorū citra z, extra ſectionem. Quod fuit propoſitum.



46. Si cōmunis ſectio ſuperficierū, reflexiōis & ſpeculi cylindracei conuexi, fuerit latus cylindri, uel circulus baſib. parallel9: ab uno pūcto unū uiſibilis pūctū ad unū uiſū reflectetur. 26. 27 p 7.

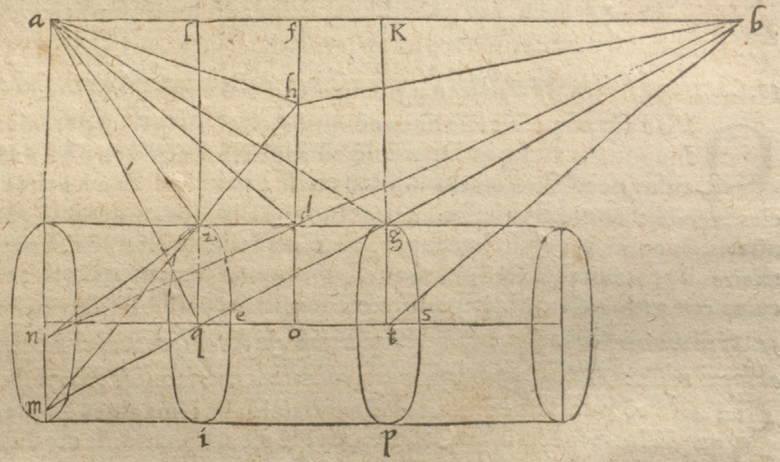
AMplius: ab uno ſolo pūcto ſpeculi colūnaris fit reflexio ad cētrū uiſus: utpote pūctū b reflectatur ad a à pūcto g. Dico, quòd nō reflectetur ad ipſum ab alio puncto ſpeculi, quá à pūcto g. Quoniá, ſi in ſuperficie reflexionis, quæ eſt a b g, ſit totus axis ſpeculi: erit linea cōmunis ſuperficiei ſpeculi & ſuperficiei reflexionis linea lōgitudinis ſpeculi [per 29 n 4.] Et cū in ſuperficie reflexionis ſit cētrū uiſus, pūctū uiſum, punctū reflexiōis, & punctū axis, in qđ cadit perpēdicularis: [per 23. 34 n 4] una ſola ſuperficies ſumi poteſt, in qua ſit linea illa longitudinis, axis, & puncta a, b, g. Quare non poteſt fieri reflexio ad a, niſi ab aliquo puncto lineę longitudinis: ſed iam probatū eſt [51 n 4 generatim de quolibet ſpeculo, & 14 n ſpeciatim de ſpeculo plano] quòd nō poteſt fieri reflexio ad a ab alio puncto, quá à puncto g. Quare in hoc ſitu ab uno ſolo pūcto ſpeculi fit ad a reflexio. Si uerò ſuperficies a b g ſit æquidiſtans baſi colūnæ: erit linea cōmunis, circulus æquidiſtans

ſtans baſi [per 5 th Sereni de ſectione cylindri.] Et iam patuit [29 n] quòd ab alio pũcto illius circuli non poteſt fieri ad a reflexio. Et ſi ab alio puncto ſpeculi fiat reflexio perpẽdicularis ducta à puncto illo, cadet orthogonaliter ſuper axẽ. [Nã cũ per 34 n 4 perpẽdicularis illa intus cõtinuata fiat diameter circuli baſibus paralleli: erit per 21 d 11. 29 p 1 ad axem perpendicularis] & ſecabit lineã a b in puncto aliquo. A` pũcto illo ducatur linea ad axem in ſuperficie, æquidiſtante baſi colũnæ: erit quidẽ orthogonalis ſuper axem [per 21 d 11. 29 p 1.] Et ita duæ perpẽdiculares efficient cũ axe triangulum, cuius duo anguli ſunt recti: quod eſt impoſsibile [& contra 32 p 1.] Palàm ergo, quòd in hoc ſitu non reflectetur b ad a, niſi à puncto g.



47. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei conuexi fuerit ellipſis: ab uno puncto unum uiſibilis punctum ad unum uiſum reflectetur. 28 p 7.

SI uerò ſuperficies a b g ſecet ſpeculũ ſectione columnari: dico, quòd à ſolo pũcto g fit reflexio. Ducatur à puncto a ſuperficies æquidiſtans baſi columnæ: [ductis nimirũ duabus perpendicularibus ſuper axem ſe interſecãtibus: una quidẽ à puncto a per 12 p 1: altera uerò ab axis puncto, in quod illa cadit per 11 p 1. Sic enim axis, qui per 21 d 11 eſt perpendicularis baſi: erit per 4 p 11 perpendicularis plano ductarũ perpendiculariũ. Itaq; per 14 p 11 baſis & hoc planũ erũt parallela] quæ ſit e z i: & à puncto g ſimiliter ſuperficies æquidiſtans baſi ſpeculi: in qua ducatur ab axe linea ad pũctũ g: quæ ſit t g: erit quidẽ perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ, cõtingẽtẽ ſpeculũ in pũcto g [per 34 n 4: quia eſt diameter circuli baſibus cylindri paralleli] & cõcurrat cũ a b in puncto k [cõcurret aũt: quia diuidit angulũ a g b] & ducatur à puncto g linea lõgitudinis ſpeculi: [educto nẽpe plano per axem & per rectã, cũ ipſo à puncto g utlibet cõcurrentẽ: erit enim huius plani & cylindraceæ ſuperficiei cõmunis ſectio latus cylindri per 21 d 11] quæ ſit g z: & ſit axis t q: & à puncto b perpẽdicularis ducatur ad ſuperficiẽ e z i: quę ſit b h: & ducãtur lineę a z, h z: & ducatur à pũcto z in ſuperficie illa ad axem linea, quæ ſit z q: erit quidẽ perpẽdicularis ſuper axem [per 3 d 11] cũ axis ſit perpẽdicularis ſuper hãc ſuperficiẽ [per 21 d 11] & erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ, cõtingentẽ ſpeculũ in puncto z [ut paulò antè oſtẽſum eſt] & cõcurrat cũ linea a k in pũcto l. [cõcurret uerò, quia ſecat angulũ a z h.] Dico, quòd forma puncti h reflectetur ad a, à puncto z. Ducatur à pũcto a æquidiſtãs lineę k g: quę ſit a m: quę quidẽ cõcurret cũ b g. [per lẽma Procli ad 29 p 1.] Sit cõcurſus in puncto m. Palàm [per 6 p 11] quòd g z eſt æquidiſtãs lineæ b h: cũ utraq; ſit orthogonalis ſuper ſuperficiẽ æquidiſtantẽ baſibus colũnæ. Quare [per 7 p 11] linea b g m eſt in ſuperficie harũ linearũ. Igitur tria pũcta m, z, h ſunt in hac ſupficie. Sed iterũ a m eſt æquidiſtans k g [per fabricationẽ] & l z æquidiſtãs k g: quoniã g z æquidiſtãs t q & inter ſuperficies æquidiſtantes. [nã per 21 d 11 latus z g & axis q t paralleli & æquales, circulis oppoſitis & parallelis terminantur, in quibus ſemidiametri t g, q z ſunt parallelę per 33 p 1: & t g continuata eſt in k.] Igitur l z æquidiſtãs a m [p 30 p 1: ſunt enim m a, z l eidẽ t g k parallelæ.] Quare ſunt in eadem ſuperficie [per 35 d 1] & in ea eſt linea a h [per 7 p 11: quia cõnectit m a, z l parallelas.] Igitur in hac ſuperficie ſunt tria puncta, m, z, h: & iã patuit, quòd ſint in ſuperficie b m h: igitur ſunt in linea cõmuni his duabus ſuperficiebus. Igitur [per 3 p 11] h z m eſt linea recta. Palàm igitur, cum g ſit punctum reflexionis: erit [per 12 n 4] angulus a g k æqualis angulo k g b: & ita [per 29 p 1. 1 ax.] ęqualis angulo a m g: ſed [per 29 p 1] eſt æqualis m a g: quia coalternus. Igitur [per 6 p 1] a g, m g ſunt æquales. Sed quoniam g z eſt orthogonalis ſuper quãlibet lineã ſuperficiei z a h: [per 3 d 11] erit quadratũ m g æquale quadratis m z, g z [per 47 p 1] erit igitur a z æqualis m z [Nam propter eandẽ cauſſam quadratum a g æquatur quadratis a z, g z: at quadrata a g, m g æquãtur: quia ipſorum latera a g, m g æquãtur: communi igitur quadrato g z ablato, reliquum quadratũ a z ęquabitur quadrato m z: quare ipſorũ latera m z, a z ęquabuntur.] Quare [per 5 p 1] angulus a m z eſt æqualis angulo m a z: ſed [per 29 p 1] angulus a m z eſt æqualis angulo l z h: & angulus z a m eſt æqualis l z a: quia coalternus. Igitur angulus a z l eſt æqualis angulo l z h. Quare forma puncti h accedẽs ad punctũ z, reflectetur



flectetur ad punctum a. [per 12 n 4.] Si ergo dicatur, quòd ab alio puncto, quàm à puncto g, potest forma b reflecti ad a: illud aliud punctũ aut erit in linea lõgitudinis, quæ est g z: aut in alia. Si est in linea g z: ducatur ab eo perpẽdicularis: quę necessariò secabit lineã a k [quia secat angulũ lineis incidẽtię & reflexionis cõprehensum, ut patet per 13 n 4] & [per 28 p 1] erit æquidistãs lineę a m: & linea ducta à puncto b ad illud punctũ necessariò cõcurret cũ a m: [per lemma Procli ad 29 p 1] & erit punctũ illud, & punctũ m in eadẽ superficie: & linea illa aut cadet super pũctũ m: aut super aliud. Si super punctũ m: erit ducere à puncto b ad punctũ m duas lineas rectas: quod est impossibile. [sic enim duę rectę lineę spatiũ cõprehenderẽt cõtra 12 ax.] Si aũt ad aliud punctũ lineę a m: ducatur à puncto illo linea ad punctũ z: & probabitur, quòd hęc linea cũ h z facit lineã rectã, sicut probatũ est de linea z m: & ita à puncto h erit ducere duas lineas rectas, per punctũ z trãseuntes in diuersa puncta lineę a m cadẽtes: quod est impossibile [& cõtra 1 p 11: hocq; modo duarũ rectarũ linearũ esset cõmune segmentum contra lineę rectę definitionẽ.] Palàm ergo, quòd à nullo puncto lineę g z, nisi à g, potest b reflecti ad a. Si dicatur, quòd à puncto extra hãc lineam sumpto: ducatur super punctũ illud linea longitudinis speculi: [per 7 th. Sereni de sectione cylindri] & à puncto circuli e z i, in quod cadit hęc linea, probabitur h reflecti ad a secundũ suprà dictã probationẽ: sed iã probatũ est, quòd h à puncto z reflectitur ad a. Et ita impossibile: [quia ita à duobus speculi punctis forma eiusdem uisibilis ad eundem uisum reflecteretur, contra 51 n 4, & 29 n.] Restat ergo ut à solo puncto speculi reflectatur b ad a. Quod est propositum.

48. Si communis sectio superficierum, reflexionis & speculi cylindracei conuexi fuerit ellipsis: uisu & uisibili datis, punctum reflexionis inuenire. 29 p 7.

AMplius: dato pũcto b, quod reflectatur ad a: erit inuenire punctũ reflexionis: & hoc patebit per reuolutionẽ prędictę probationis. Ducatur à puncto a superficies æquidistãs basi columnę: quę quidẽ secabit columnã super circulũ: [per 5 th. Sereni de sectione cylindri] qui sit e z i: & ducatur à puncto b perpẽdicularis super hãc superficiẽ: quę sit b h: & inueniatur in hac superficie punctũ, à quo fit reflexio h ad a: [ut traditũ est 31 uel 39 n] quod sit z: & à puncto z ducatur linea longitudinis: [per 7 th. Sereni de sectione cylindri] quę sit z g: & à pũcto z perpẽdicularis z l: & huic æquidistãs à pũcto a: quę sit a m: & etiã linea h z producatur, quousq; cõcurrat cũ ea: [concurret uerò per lemma Procli ad 29 p 1] & sit cõcursus in pũcto m: & à pũcto m ducatur linea ad b: quę necessariò secabit lineã z g: cũ sit in eadẽ superficie cũ ea: quoniã cũ b h sit æquidistãs g z: [per 6 p 11: est enim utraq; ipsarũ perpẽdicularis circulo e z i] erit h z m in superficie illarũ: [per 7 p 11: quia cõnectit parallelas] & ita b m in eadẽ: quę, si secuerit z g in puncto g: erit g punctum reflexionis: quod quidem, si reuoluas probationem prædictam, uidere poteris.

49. Si communis sectio superficierum, reflexionis & speculi conici conuexi fuerit latus coni: locatum reflexionum tum imaginum eodem modo se habebunt, ut in speculo plano. 42 p 7.

IN speculis exteriorib. pyramidalibus, si linea cõmunis supficiei reflexiõis & speculi, fuerit linea lõgitudinis speculi: erit locus imaginis, sicut assignatus est in speculis planis. Et eadẽ est ꝓbatio.

50. Cõmunis sectio superficierũ, reflexiõis et speculi conici cõuexi nõ est circulus. 12 p 7. Idẽ 41 n 4.

QVòd aũt nõ possit esse linea cõmunis, circulus: palàm per hoc: qđ superficies reflexionis orthogonalis est super superficiẽ, cõtingentẽ speculũ in pũcto reflexionis [per 13 n 4] & circulus necessariò est æquidistans basi. [per cõuersionẽ 4 th 1 conicorũ Apollonij] Superficies ergo hęc æquidistãs basi, nõ erit orthogonalis super superficiẽ, cõtingentẽ speculũ. [Nam planũ tangẽs conũ, tangit in latere per 35 n 4, ad basim & circulũ ipsi parallelũ obliquo: quia est latus trianguli acutanguli facti à plano conũ per uerticẽ secante, per 3 th 1 conicorũ Apollonij. Quare circulus erit extra reflexionis superficiem: neq; idcirco uisibile ab ipso ad uisum reflectetur.]

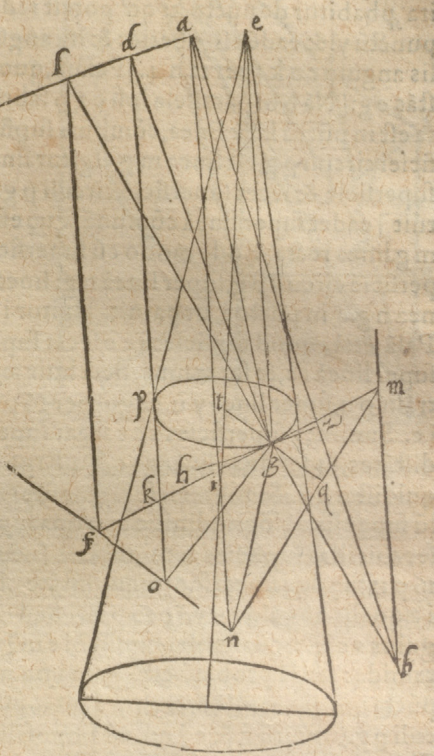
51. Si cõmunis sectio superficierũ reflexiõis & speculi conici cõuexi fuerit ellipsis: imago uisibilis obliquè reflexi, aliâs in superficie speculi: aliâs intra: aliâs extra speculũ uidebitur. 49 p 7.

SI uerò cõmunis linea fuerit sectio pyramidalis: imagines quędam erunt in superficie speculi: quędã intra speculũ: quędã extra. Et idẽ est assignationis modus, qui fuit in speculo columnari exteriore: [44 n] & eadẽ ꝓbatio. Et (sicut est in colũnari exteriore) [44 n] per perpẽdicularẽ uisualẽ nõ reflectetur forma ad oculũ, nisi pũcti superficiei oculi tãtũ: & hoc ab uno solo speculi pũcto: & locus imaginis eius erit cõtinuus locis aliarũ imaginũ, sicut patuit superius [44 n.]

52. Si à puncto in communi sectione superficierum, reflexionis & speculi conici conuexi dato, reflexio fiat: possunt uisus & uisibile sic collocari, ut ab eodem puncto, tanquam puncto circuli basi paralleli ad uisum reflexio fiat. 32 p 7.

REstat in his speculis declarare: quòd ab uno solo puncto eius fiat reflexio: quod sic patebit. Sit uisus a: b punctũ uisum: g punctũ reflexionis: & ducatur super punctũ g superficies æquidistãs basi: [ductis nimirũ duabus perpẽdicularibus super axem se intersecãtibus: una quidẽ à reflexionis puncto per 12 p 1: altera uerò ab axis puncto, in quod illa cadit, per 11 p 1. Sic enim axis, qui per 18 d 11 perpendicularis est basi: erit per 4 p 11 perpendicularis plano ductarũ perpendiculariũ. Quare per 14 p 11 basis & hoc planũ erunt parallela] quę quidẽ secabit pyramidẽ super circulum

culum [per 4 th.1 conicorũ Apollonij] q̃ sit p g: & ducãtur lineę a g, b g, a b: & à pũcto g ducatur ad cẽtrũ circuli linea: q̃ sit g t: & uertex pyramidis sit e: à quo ducatur axis: q̃ erit e t. [per 3 d 1 coni. Apol.] Et ducatur [per 12 p 11] perpẽdicularis super superficiẽ, cõtingentẽ speculũ in pũcto g: q̃ sit h g: q̃ cũ diuidat angulũ a g b per æqualia, [per 13 n 4] cadet super a b: pũctũ casus sit z. Et à uertice pyramidis ducatur linea lõgitudinis speculi ad punctũ g: [educto nẽpe plano per axem, & per rectã à puncto g, cũ ipso utlibet cõcurrentẽ: cõmunis enim sectio huius plani & conicæ superficiei erit latus coni, p 18 d 11, uel 3 th.1 coni. Apol.] quę sit e g: cui lineæ ducatur æquidistás à pũcto a: [per 31 p 1] quę necessariò secabit superficiẽ circuli g p: [si enim circulũ cũ diametro infinitè extẽsum cogites: diameter secás e g coni latus, secabit etiã rectã lateri parallelã, per lẽma Procli ad 29 p 1. Quare eadẽ parallela circulũ ipsum quoq; secabit] secet in pũcto n: & sit n a. Similiter à pũcto b ducatur æquidistás eidẽ e g, scilicet b m: quę secet superficiẽ p g in pũcto m. Et à pũcto n ducatur ęq̃distás ipsi g t: quę sit n f: & ducãtur lineæ n g, m g, n m. Palàm, quòd t g secabit m n: [per lẽma Procli ad 29 p 1] secet in pũcto q. Palàm etiã, quòd m g secabit n f: cũ secet ei æquidistãtẽ: sit pũctũ sectionis f. Et à puncto a ducatur æquidistás h z: quę sit a l. Palàm [per lẽma Procli ad 29 p 1] quòd b g cõcurret cũ a l: sit cõcursus l. Deinde ducatur linea cõmunis superficiei, cõtingẽti speculũ in puncto g, & superficiei circuli p g: q̃ sit g o. Palàm [per 18 p 3] quòd erit orthogonalis super g t: & similiter [p 29 p 1] super n f. Sumatur etiã linea cõmunis superficiei, cõtingẽti speculũ, & superficiei reflexionis: quę sit g d: q̃ quidẽ cũ secet g h, secabit a l. [per lẽma Procli ad 29 p 1.] Sit punctũ sectionis d: & erit orthogonalis super a l. [Quia enim h g perpẽdicularis est plano, tãgẽti speculũ in pũcto reflexionis g, p fabricationẽ: erit p 3 d 11 perpẽdicularis rectæ lineæ g d ipsam in puncto g tãgẽti. Et quoniã a l, h z sunt parallelę, p fabricationẽ: erit g d perpẽdicularis ipsi a l per 29 p 1.] Palàm ex prędictis, quoniã n f est æquidistás g t, & a l ęquidistás g h: igitur [p 15 p 11] superficies, in qua sunt n f, a l, est ęquidistás superficiei g t h: sed linea e g æquidistat b m [p fabricationẽ] quare sunt in eadẽ superficie [p 35 d 1] q̃ superficies secat prędictas æquidistãtes: unã super lineã e g: aliã super lineã f l. Quare [p 16 p 11] f l est æquidistás e g: sed a n æquidistat eidẽ. Igitur [p 30 p 1] f l est æquidistás a n. Verũ superficies cõtingẽs speculũ in pũcto g, secat superficies easdẽ æquidistãtes: unã in linea e g: aliã in linea o d. Igitur [p 16 p 11] o d est æquidistás e g. Igitur [p 30 p 1] est æq̃distás a n & l f. Et à pũcto f ducatur linea æquidistás l a, secás d o in k, & a n in i: ergo f k æqualis l d, & k i æqualis d a. [p 34 p 1.] Quare erit ꝓportio a d ad d l, sicut n o ad o f. [nã p 7 p 5 est, ut a d ad d l, sic i k ad k f: sed p 2 p 6, ut i k ad k f, sic n o ad o f: ergo p 11 p 5, ut a d ad d l, sic n o ad o f.]

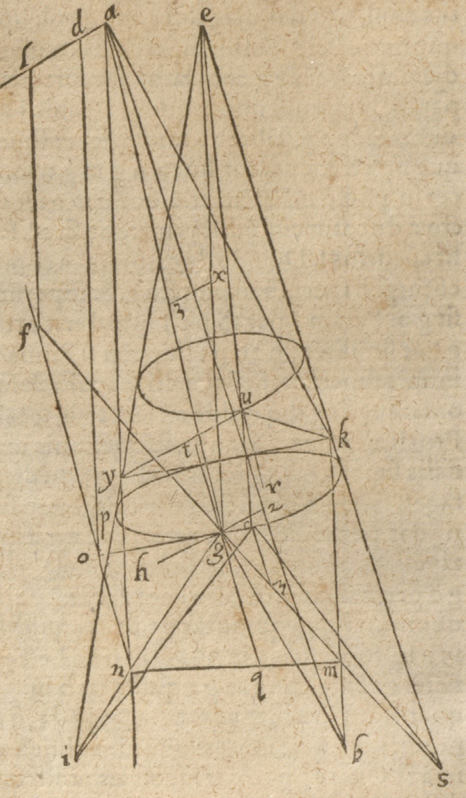


Palã etiã, quòd angulus b g z æqualis est angulo z g a: [recta enim linea g z bifariã secat angulũ a g b, ut patuit] & etiã angulo g l a: [interiori & opposito per 29 p 1] & etiã angulo g a l: [alterno p 29 p 1.] Quare [per 1 ax.] g a l, g l a sunt æquales: & [p 6 p 1] g a, g l æquales: & g d ꝑpẽdicularis super a l: [per cõclusionẽ] erit [per 26 p 1] a d æqualis d l. Erit igitur n o ęqualis o f: [demõstratũ enim est, ut a d ad d l, sic n o ad o f: & alternè, ut a d ad n o, sic d l ad o f: sed a d æquatur ipsi d l: ergo p 14 p 5 n o æquabitur ipsi o f] & g o perpẽdicularis super n f: [parallelæ enim sunt n f, g t p fabricationẽ, & g o perpẽdicularis est ipsi g t per 18 p 3: ergo per 29 p 1 g o est perpendicularis ipsi n f: ideoq; angulus ad o uterq; rectus est] erit [per 4 p 1] angulus o f g ęqualis angulo o n g. Erit igitur angulus n g q ęqualis angulo m g q. [Nã cũ t q, f n ductę sint parallelę: æquabitur p 29 p 1 angulus m g q angulo n f g: q æqualis cõclusus est ipsi f n g: æquali angulo n g q alterno per 29 p 1. Quare anguli m g q, n g q inter se ęquãtur.] Igitur [per 12 n 4] à puncto circuli p g, quod est g, potest punctum m reflecti ad n, nõ impediente pyramide. [Hęc conclusio uidetur repugnare 41 n 4 & 50 n, quibus demonstratum est communem sectionem superficierum reflexionis & speculi conici cõuexi non esse circulum. Quare punctum g circuli p g, à quo hic reflexio fieri concluditur, intelligendum est punctum circuli, qui est communis sectio sphæræ uel cylindri, quos mens intra conum fingit ac concipit.]

53. Si communis sectio superficierum, reflexionis, & speculi conici cõuexi fuerit latus conicũ: ab uno puncto unum uisibilis punctum ad unum uisum reflectetur. 33 p 7.

DIco igitur, quòd punctũ b à solo g reflectitur ad a. Si enim dicatur, quòd ab alio pũcto potest reflecti: illud aut erit in linea lõgitudinis: quę est e g: aut nõ. Sit in ea: & sit x: & ab eo ducatur perpẽdicularis super superficiẽ, cõtingẽtẽ speculũ in pũcto illo: [per 12 p 11] q̃ quidẽ perpẽdicularis, erit [p 6 p 11] ęquidistás z g: & ita [per 30 p 1] æquidistás a l. Igitur a l est in superficie reflexionis huius perpẽdicularis: [per 35 d 1] & est similiter in superficie reflexionis perpẽdicularis z g: [p 35 d 1: parallela enim ducta est a l ipsi z g] igitur illæ duæ superficies reflexiõis secãt se super lineam

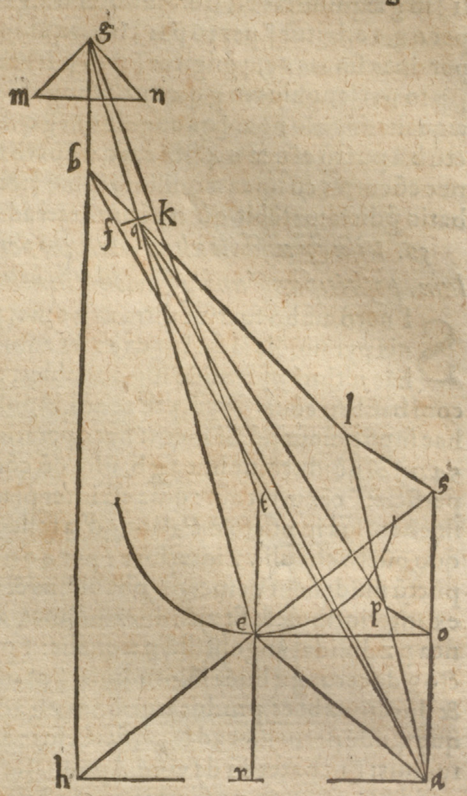
a l:ſed ſecãt ſe ſuper pũctũ b: [quia uiſibile eſt in qualibet reflexionis ſuperficie ꝑ 23 n 4] qđ eſt impoſsibile. Quoniã b nõ eſt in linea a l: qđ patet ꝑ hoc: quoniã f l æquidiſtat b m. [ut patuit proximo numero per fabricationẽ & 30 p 1.] Reſtat ergo, ut à nullo pũcto lineæ e g, pręterquã à g, poſsit reflecti b ad a. Si aũt ab aliquo pũcto extra lineã e g: ſit illud u: & ducatur linea lõgitudinis e u o: & ſumatur ſuperficies æquidiſtãs baſi, trãſiẽs ꝑ pũctũ u. [ut dictũ eſt proximo numero.] Palã, quòd a n ſecabit hãc ſuperficiẽ: [quia e g parallela ipſi a n, eandẽ ſecat] ſit punctũ ſectionis y. Similiter b m ſecabit eandẽ: ſit punctũ ſectionis k: & ducãtur lineæ k u, y u, y k. Et cũ ſuperficies illa ſecet pyramidẽ ſuper circulũ, trãſeuntẽ per u [per 4 th 1 coni. Apol.] ducatur à pũcto u linea ad cẽtrũ huius circuli, quę extra circulũ ꝓducta, ſit r u: & ducãtur lineę e k, e y: quę quidẽ ſecabũt ſuperficiẽ circuli p g: [quia ſecãt circulũ ipſi parallelũ, per u trãſeuntẽ] & ſint pũcta ſectionũ s, i: & ducãtur lineæ i c, s c. Sicut igitur probatũ eſt [proximo numero] de pũcto m: quòd, nõ impediente pyramide, poteſt reflecti ad n à pũcto g: ita ꝓbabitur de pũcto k: qđ poteſt reflecti à puncto u ad punctũ y: & eadẽ eſt ꝓbatio: & ita angulus r u y erit ęqualis angulo r u k [per 12 n 4.] Palàm, quoniã b k eſt æquidiſtãs e g: [Nã b m parallela ipſi e g ꝑ fabricationẽ, cõtinuata eſt in pũctũ k] & linea, cõmunis ſuꝑficiei b g e k, & ſuꝑficiei circuli p g, eſt linea m g. Igitur linea e k cũ ſit in hac ſuperficie, & ſecet ſuperficiẽ circuli p g: [in pũcto s, ut patuit] cadet ſuper lineã cõmunẽ, quę eſt m g. Erit igitur s m g linea recta. Eodẽ modo cũ ſuperficies n y e g ſecet ſuperficiẽ circuli p g, ſuper lineã n g: linea e y cõcurret cũ linea n g: [in pũcto i, ut patuit.] Igitur i n g linea eſt recta. Palã etiã, quòd ſuꝑficies i e c ſecat ſuperficiẽ circuli p g, ſuper lineã i c, & ſecat ſuperficiẽ huic æquidiſtãtem, quæ trãſit ꝑ u, ſuper lineã y u. Ergo [per 16 p 11] y u æquidiſtat i c. Similiter ſuperficies s e c ſecat ſuperficies illas æquidiſtãtes, ſuper duas lineas s c, k u. Ergo [per 16 p 11] s c ęquidiſtat k u. Similiter ſi ſumatur ſuperficies, ſecãs ſpeculũ ſuper lineã lõgitudinis e c, in qua ſuꝑficie ſunt r u, c M: ſecabit illas ſuꝑficies æquidiſtãtes [nẽpe circulos p u & c eductos] ſuꝑ duas lineas M c, r u. Igitur [ꝑ 16 p 11] hę duę lineæ ſunt æquidiſtãtes. Igitur angulus s c M æqualis eſt angulo k u r, & angulus M c i æqualis angulo r u y. [ꝑ 10 p 11.] Sed iã patuit, qđ angulus k u r æqualis eſt r u y. Igitur [ꝑ 1 ax.] angulus s c M æqualis eſt angulo M c i. Quare pũctũ s poteſt reflecti ad i à puncto c, nõ impediente pyramide: ſed iã probatũ eſt [proximo numero] qđ punctũ m reflecti põt ad i à pũcto g. [cadunt.n. pũcta i, n, g in eandẽ rectã lineã, ut mõſtratũ eſt.] Igitur punctũ s reflectitur ad i à duob. punctis circuli p g. [nimirũ g & c] qđ eſt impoſsibile [& cõtra 51 n 4. 29. 46 n.] Reſtat ergo, ut primũ ſit impoſsibile, ſcilicet, ut punctũ b reflectatur ad a ab aliquo puncto alio ſpeculi, q̃ à g. Quod eſt propoſitũ.



54. *Viſu & uiſibili inter baſim ſpeculi conici conuexi, & planum per uerticem ductum, baſiq́ parallelum poſitis: punctum reflexionis inuenire. 35 p 7.*

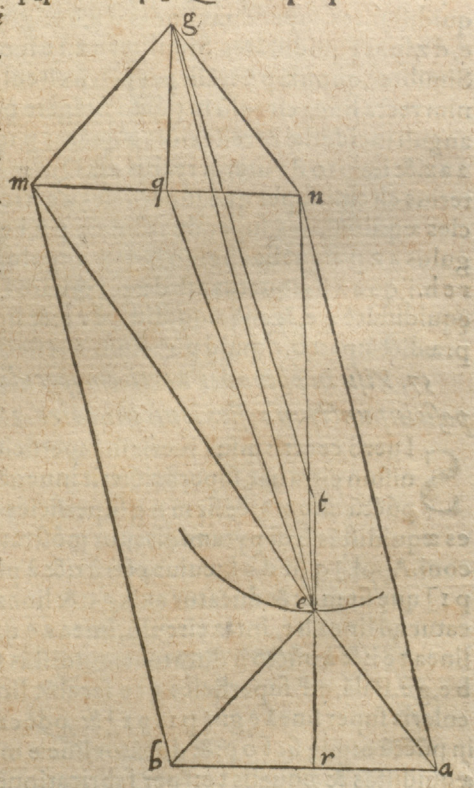
AMplius: dato ſpeculo pyramidali: eſt inuenire punctũ reflexionis. Verbi gratia: ſit g uertex pyramidalis ſpeculi: & ſuper ipſum fiat ſuperficies æquidiſtãs baſi pyramidis: [ut oſtenſum eſt 52 n] quę ſit m n g: a ſit pũctũ uiſum: b cẽtrũ uiſus. A & b aut erũt citra illã ſuperficiẽ: aut ultra: aut in ipſa ſuperficie: aut unũ citra, aliud ultra: aut unũ in ſuperficie, aliud citra uel ultra. Sint citra ſuperficiẽ: & à puncto a ducatur ſuperficies, ſecãs pyramidẽ ęquidiſtãter baſi: & ducatur à puncto g linea ad punctũ b: quę ꝓducta cadet in ſuperficiẽ ab a ductã, cũ ſit inter ſuperficies æquidiſtãtes: [quarũ una ꝑ uerticẽ, altera ꝑ uiſibile a ducitur] punctũ, in qđ cadit hęc linea, ſit h. Probatur aũt modo ſuprà dicto [52 n] qđ a reflectitur ad h ab aliquo pũcto circuli, quẽ efficit ſuperficies, ſecãs pyramidẽ, ducta à pũctis a, h: & inueniatur in circulo illo punctũ reflexionis: [ꝑ 31 uel 39 n] & ſit e: & ducatur linea a b: & linea lõgitudinis pyramidis g e: & axis pyramidis g t: & ducatur à puncto e linea ad centrũ circuli: quę quidẽ cadet ſuper axem: [ꝑ 4 th 1 coni. Apol. quia cẽtrũ circuli eſt in axe] & ſit e t: & erit [ꝑ 18 p 3] orthogonalis ſuper lineã, cõtingentẽ circulũ illũ in pũcto e: & ductis lineis a e, h e: ſecabit angulũ earũ ꝑ æqualia: [ut oſtẽſum eſt 13 n 4] & diuidet lineã a h: [q̃a ſecat angulũ ipſi ſubtẽſum: ſunt enim e h, e a, h a in eadẽ reflexionis ſuperficie ꝑ 23 n 4] ſit pũctũ diuiſionis r. Palàm, quoniã g e, e t efficiũt ſuperficiẽ, ſecantẽ lineã a b: ſit pũctũ ſectionis f: & à pũcto f ducatur perpẽdicularis ſuper lineã g e [ꝑ 12 p 1] & ſit f q: quę quidẽ erit orthogonalis ſuper ſuperficiẽ, cõtingẽtẽ pyramidẽ ſuper lineã g e. [quia enim f q perpẽdicularis eſt duab. rectis interſectis, in cõmuni ipſarũ ſectione (qđ eſt punctũ q) lateri nẽpe conico e g ꝑ fabricationẽ proximã, & rectę peripheriã circuli ꝑ punctũ q deſcripti, in extrema diametro tãgenti ꝑ 18 p 3: erit perpẽdicularis plano ꝑ ipſas ducto ꝑ 4 p 11, id eſt plano in latere conũ tãgente per 35 n 4.] Deinde à pũcto a ducatur ęquidiſtãs lineæ f q: & ſit a l: f q aũt cõcurrat cũ axe in pũcto k: [qđ enim cõcurrat, patet ꝑ 11 ax. quia per

18 d 11 & 32 p 1 angulus ab axe & latere e g cōprehēsus, eſt acutus] & à pūcto a ducatur ęquidiſtās lineæ r t: quę ſit a s: & ducatur à pūcto e linea, cōmunis ſuperficiei reflexionis a e h & ſuperficiei, contingēti pyramidē in linea g e: quæ ſit e o. Cadet quidē orthogonaliter ſuper a s: cū ſit orthogonalis ſuper e t: [quia enim e o tāgit peripheriā circuli in e: erit ꝑ 18 p 3 perpēdicularis ipſi r e t, cui a s parallela eſt ꝑ fabricationē. Quare ꝑ 29 p 1 e o perpendicularis eſt ipſi a s] & ducatur linea b q: quæ ꝓducta, neceſſariò cōcurret cū linea a l: [ꝑ lēma Procli ad 29 p 1] ſit pūctū cōcurſus l: & ducatur à pūcto q linea, cōmunis ſuperficiei cōtingenti, [ſpeculū in latere conico e g] & ſuperficiei a b l: quæ ſit o p: & ducātur l s, p o. Palàm, quoniam ſuperficies a l s eſt ęquidiſtās ſuperficiei g e k: [Nā quia e t ſemidiameter circuli, eſt perpēdicularis axi ꝑ 18. 3 d 11: & angulus g q k rectus ꝑ fabricationē: ergo ꝑ 32 p 1 angulus g k q eſt acutus, & reliquus t k q obtuſus. Quare e t, f k ultra axē cōtinuatæ efficient angulos duob. rectis minores ꝑ 13 p 1, & ꝑ 11 ax. cōcurrent: His uerò parallelæ a l, a s cōcurrūt in puncto a: ſuntq́; binę in diuerſis planis. Ergo ꝑ 15 p 11 ipſarū plana ſunt parallela] & lineæ q e, p o ſunt in ſuꝑficie contingēte: quę ſuꝑficies ſecat illas ſuperficies ęquidiſtātes, ſuper duas lineas q e, p o: Igitur [ꝑ 16 p 11] q e æquidiſtat p o. Ducatur aūt linea h e, donec cōcurrat cū h s in pūcto s [cōcurret aūt ꝑ lēma Procli ad 29 p 1.] Palā [ꝑ 1 p 11] q̃d linea e s eſt in ſuperficie h e g: & in eadē eſt linea b l: [ꝑ 2 p 11] & hęc ſuperficies ſecat prædictas ſuperficies æquidiſtātes, in duabus lineis e q, l s. Igitur [ꝑ 16 p 11] e q eſt æquidiſtās l s: erit igitur [ꝑ 30 p 1] p o ęquidiſtās l s. Quare [ꝑ 2 p 6] a o ad o s, ſicut a p ad p l: ſed palā [per 12 n 4] quod angulus h e r æqualis eſt angulo r e a: erit angulus e s a ęqualis angulo e a s: [Nā cū r t ſit parallela ipſi a s per fabricationē: æquabitur tū angulus h e r exterior, angulo e s a interiori & oppoſito, tū e a s alterno r e a per 29 p 1. Quare ꝑ 1 ax. angulus e s a æquabitur angulo e a s] & e o eſt perpēdicularis ſuper a s: [ut oſtēſum eſt] erit ergo [per 26 p 1] a o æqualis o s: erit ergo a p æqualis p l [demōſtratū enim eſt, ut a o ad o s, ſic a p ad p l] & q p perpēdicularis eſt ſuper a l: cū ſit perpēdicularis ſuper f k. [Quia enim f k ꝑpēdicularis eſt plano tāgēti, ut patuit, in quo eſt q p: cū ſit illius, & plani a b l cōmunis ſectio: ergo ꝑ 3 d 11 f k eſt ꝑpēdicularis ipſi p q, & ꝑ 29 p 1 ipſi a l parallelę.] Igitur [ꝑ 4 p 1] q l ęqualis a q: & angulꝰ q l a æqualis angulo l a q. Erit ergo angulus b q f æqualis angulo a q f: [Quia enim q f parallela eſt ipſi a l: ęquabitur exterior angulus b q f interiori & oppoſito q l a: & q a l alterno a q f ꝑ 29 p 1. Quare b q f æquabitur a q f.] Igitur a reflectetur ad b à puncto q [per 12 n 4.] Quod eſt propoſitum.



55. Viſu & uiſibili in plano per uerticem ſpeculi conici conuexi ducto, baſiq́ parallelo, poſitis: punctū reflexionis inuenire. 36 p 7.

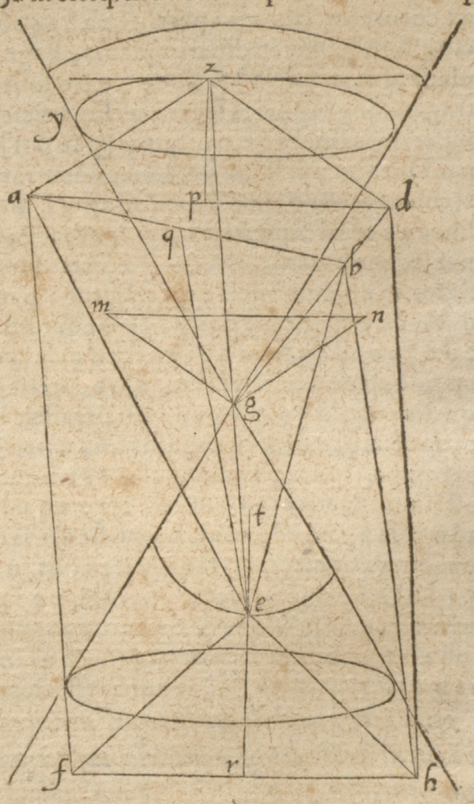
SI uerò cētrū uiſus & punctū uiſum fuerint in ſuperficie m g n: ſit unū in puncto m, aliud in pūcto n: & ducātur lineæ m g, n g, m n: & diuidatur angulus m g n per æqualia, per lineā q g [per 9 p 1.] Palā [per 12 n 4] q̃d n à puncto g reflectitur ad m. Palā etiā, quòd linea q g & axis pyramidis ſunt in ſuperficie, ſecāte pyramidē ſuper lineā longitudinis: [ſunt enim axis & latus in uno plano, ut è 18 d 11 intelligitur, & in eodē plano eſt recta linea q g per 2 p 11] à pūcto q ducatur orthogonalis ſuper hāc lineā lōgitudinis g e: quę ſit q e: & ſuper pūctū e fiat ſuperficies æquidiſtās baſi: [ut dictū eſt 52 n] quæ ſecabit pyramidē ſuper circulū [per 4 th 1 coni. Apol.] linea cōmunis ſuꝑficiei q e g, & huic circulo ſit e t. Palā, quoniā cadet ſuper axem & ſuper cētrū circuli. [Quia enim conus ſectus eſt duplici plano: uno per axem, altero ad baſim parallelo: & illius quidē & coni cōmunis ſectio eſt triāgulū, per 3 th 1 coni. Apol. huius uerò circulus per 4 th eiuſdē: ergo per cōſectariū 4 th comunis ſectio circuli & trianguli eſt diameter circuli, cuius cētrum eſt in axe] Deinde à pūcto m ducatur ęquidiſtās lineę e g: quę quidē in ſuperficie illius circuli cadat in pūctū b: [cadet aūt, q̃a eſt inter plana parallela.] Similiter à pūcto n ducatur æquidiſtans g e: quæ cadat in pūctū a: & ducatur a b: & e t ſecet eā in puncto r.



[secabit aũt: quia cũ sint in uno plano p 23 n 4: & e t secet angulũ a e b: cõtinuata secabit etiã basi in angulo subtẽsam.] Palàm, quoniã m b æquidistat g e: est in eadẽ superficie cũ ipsa: [p 35 d 1] quę superficies secat superficiẽ m g n & superficiẽ b e a ęquidistãtes, super duas lineas m g, b e: ergo [p 16 p 11] m g æquidistãs est b e. Similiter n a, g e sunt in superficie secante illas superficies æquidistãte s, super n g, a e: igitur [per 16 p 11] n g æquidistat a e. Similiter superficies q g e secat easdẽ superficies, super duas lineas r e, q g: igitur [p 16 p 11] r e, q g æquidistãt. Igitur q g & m g æquidistãt b e, r e. Quare [p 10 p 11] angulus m g q æqualis angulo b e r: & angulus q g n æqualis angulo r e a: & angulus b e r æqualis angulo r e a. [q̃a angulus m g q æquatus est angulo n g q.] Et ita pũctũ a põt reflecti ad punctũ b à pũcto e [p 12 n 4.] Si ergo à pũcto a ducatur ęq̃distãs q e, & alia ęq̃distãs r e: & ducatur b e, donec cõcurrat cũ linea æq̃distãte ipsi q e: & ducãtur lineę cõmunes, ut prius, & m e, n e: & iteretur ꝓbatio p̃dicta: patebit, qd' n põt reflecti ad m à pũcto e. Erit igitur e pũctũ reflexiõis. Qd' est ꝓpositũ.

56. Visu & uisibili ultra planum per uerticem speculi conici conuexi ductum, basiq́; parallelum, positis: punctum reflexionis inuenire. 37 p 7.

SI uerò ambo fuerint ultra m g n: fiat pyramis huic opposita: & est, ut ꝓtrahãtur lineæ lõgitudinis pyramidis iã factæ [ut è 1 d 1 coni. Apol. intelligitur] & à pũcto a ducatur superficies, secans hãc ultimã pyramidẽ sup circulũ y z: [ut ostẽsum est 52 n: eritq́; hic circulus parallelus utriusq́; coni basib. ꝑ cõuersionẽ 4 th 1 coni. Apol.] B aũt erit in hac supficie: aut nõ. Si fuerit: fiat operatio à pũcto b. [ut 54 n.] Si nõ: ducatur linea g b, usq́; dũ cõcurrat cũ hac superficie: [cõcurret aũt: quia est inter plana parallela] & sit cõcursus in pũcto d. Palàm, qd' a reflectitur ad d ab aliquo pũcto circuli y z interiore [per 40 n 4.] Inueniatur pũctũ illud: sicut deinceps ꝓbabimus & docebimus, nõ ex anterioribus: & sit z: & ducãtur lineæ a z, d z, a d: & linea p z diuidat angulũ illũ ꝑ æqualia: [p 9 p 1] & à puncto g ducatur g z linea lõgitudinis: [ut ostẽsum est 52 n] & ducatur a b: & producatur linea z g ad aliã pyramidẽ: quę quidẽ perueniet ad superficiẽ eius: & erit linea lõgitudinis: [ut patet è 1 d 1 coni. Apollo.] & sit z g e. Palàm, quòd superficies p z e secabit lineã a b: secet in puncto q: & ducatur à pũcto q perpẽdicularis super lineã g e: [p 12 p 1] & cadat in pũctũ e: & erit perpẽdicularis super superficiẽ, cõtingentẽ pyramidẽ super lineã g e: [p 3 d 11] & super pũctũ e fiat superficies, æquidistãs basi: quę sit f e h: & ducatur à pũcto d linea æquidistãs z e: quę sit d h, cõcurrẽs cũ superficie illa in pũcto h: [cõcurret aũt: quia cõcurrit cũ plano ipsi parallelo] & eidẽ lineæ sit æquidistãs a f. Palàm, quoniam d h est æquidistãs z e: quòd sunt in eadẽ superficie: [p 35 d 1] quę superficies secat superficies æquidistantes, super duas lineas d z, h e: igitur [p 16 p 11] h e, d z sunt ęquidistãtes. Similiter a z, f e sunt ęquidistãtes.



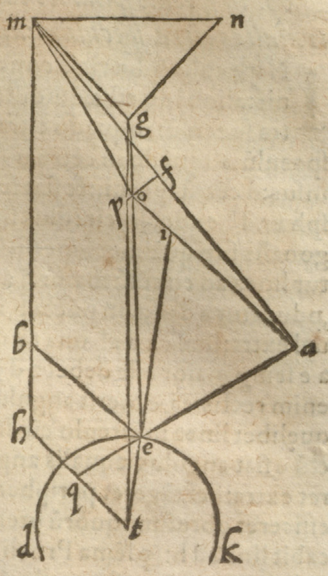
Similiter, quoniã p z trãsit per cẽtrũ circuli y z: [ducta enim recta linea circulũ in pũcto z tãgẽte p 17 p 3: quoniã angulus a z d bifariã sectus est à linea p z: & anguli incidẽtiæ & reflexiõis æquãtur p 10 n 4: anguli igitur deinceps lineę p z & tãgẽtis ęquãtur p 2 ax. & ita p 10 d 1 uterq́; rectus est. Quare p 19 p 3 p z est diameter circuli y z] similiter r e t p cẽtrũ alterius circuli, super quẽ superficies a e h secat pyramidẽ. Igitur superficies p z e r secat duas superficies æquidistãtes, super duas lineas p z, r e: igitur [p 16 p 11] p z æquidistat r e. Quare [p 10 p 11] angulus a z p æqualis angulo f e r: & angulus d z p angulo h e r: & ita erit angulus f e r æqualis angulo r e h. [q̃a a z p æquatus est d z p.] Quare f reflectetur ad h à pũcto e. Igitur si à pũcto f ꝓtraxerimus ęquidistãtẽ q e, & aliã æquidistãtẽ r e: & lineas cõmunes, sicut suprà: & iterauerimus modũ ꝓbandi prædictũ: patebit, quòd punctum a reflectetur ad b à puncto e. Quod est propositum.

57. Visu in plano per uerticem speculi conici conuexi ducto, basiq́; parallelo, uisibili citra idẽ positis: punctum reflexionis inuenire. 38 p 7.

SI uerò centrũ uisus fuerit in superficie æquidistante, quæ est supra uerticẽ, scilicet g: & punctũ uisum citra hãc superficiẽ: erit inuenire punctũ reflexionis hoc modo. Sit enim cẽtrũ uisus m: pũctũ uisum a: & sit m n g superficies æquidistãs basi pyramidis: & à pũcto a ducatur superficies æquidistãs basi pyramidis: [ut mõstratũ est 52 n] quæ secabit pyramidẽ super circulũ [per 4 th. 1 coni. Apol.] q̃ sit d e k: cuius cẽtrũ t: & à pũcto m ducatur perpẽdicularis super hãc superficiẽ: [p 12 p 1] quę sit m h: & ducatur axis g t: & linea h t: & ducatur ab m ad a linea recta m a: & à puncto a ducatur ad lineã h t, intra circulũ, linea a e q, & e q sit æqualis q t secũdũ supradicta: [37 n] & ducatur linea t e i: & à pũcto h ducatur æquidistãs t e, & æqualis: [p 31. 3 p 1] q̃ sit h b: & ducãtur lineæ m b, b e, g e. Palã, qd' superficies g t e secabit lineã a m: sit punctũ sectionis f: & ducatur à pũcto f perpẽdicularis super lineã e g: [p 12 p 1] & ꝓducatur ad axem: [cũ quo cõcurret, ut ostẽsum est 54 n] cadẽs in pũctũ o: quę sit f o p: & ducãtur lineæ m o, a o. Dico, qd' o est punctũ reflexionis. Palã, quoniã h b æquidistãs & æqualis t e: [per fabricationẽ] igitur h t æquidistãs & æqualis e b. [per 33 p 1.] Sed m h

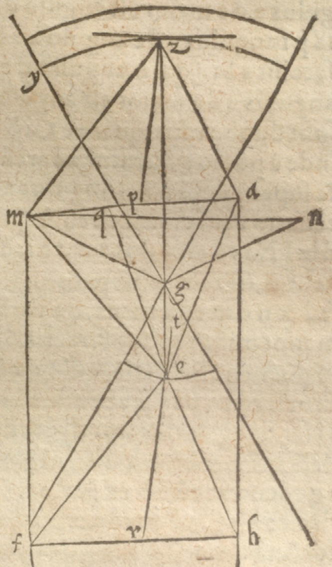
æqualis

æqualis & æquidistās g t: cū utraq; sit perpēdicularis: [duob. planis p m n g & p a ductis. Nā utraq; ppēdicularis est plano p a ducto: m h quidē p fabricationē: g t uerò p 18 d 11: q̃a est axis. Itaq; p cōuersam 14 p 11 utraq; perpēdicularis est plano m n g parallelo p fabricationē plano p a ducto: quare p 28. 33 p 1 m h, g t sunt parallelæ & æquales] igitur h t est æquidistans & æqualis m g: [p 33 p 1] igitur m g æquidistās & æqualis b e [per 30 p 1. 1 ax.] Quare m b æquidistās & æqualis g e [p 33 p 1.] Palā etiā, qđ angulus q t e æqualis est angulo q e t: [p 5 p 1: q̃a e q, q t æquatę sunt] & ita [p 15 p 1] æqualis angulo a e i: sed q t e est æqualis angulo i e b. [p 29 p 1: q̃a e b, h t sunt parallelæ.] Igitur [p 1 ax.] i e b æqualis est i e a: Quare a reflectitur ad b à pūcto e [p 12 n 4.] Et cū linea b m æquidistās sit lineæ g e: si à pūcto a ducatur æquidistās f o p, & æquidistans i t: & iteretur figura supradicta, & pbatio: [54 n] palàm, quòd a reflectetur ad m à puncto o. Et ita est propositum.



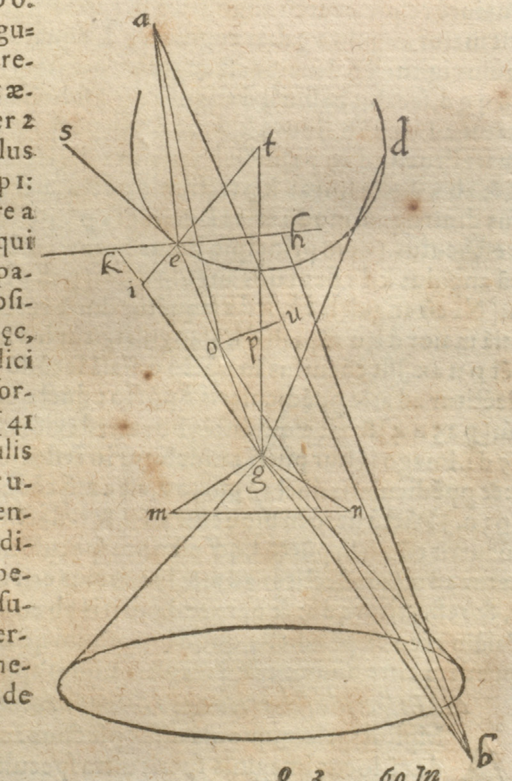
58. Visu in plano per uerticē speculi conici conuexi ducto, basiq; parallelo, uisibili ultra idē positis: pūctū reflexiōis inuenire. 39 p 7.

SI uerò m sit in superficie, & a ultra superficiem: fiet pyramis alia huic opposita: & fiat sup a supficies æquidistās basi huius pyramidis: & inueniatur in circulo huius supficiei pūctū reflexiōis ex punctis interiorib. & ducatur à pūcto illo linea ad g: & pducatur: & inuenietur pūctū secūdū supiora: [56 n] & idē est pbādi modus.



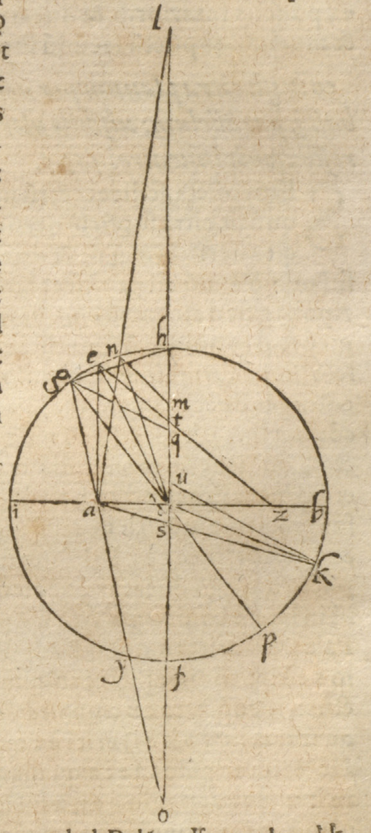
59. Visu citra planum per uerticem speculi conici cōuexi ductum, basiq; parallelum: uisibili ultra idem positis, uel contrà: punctum reflexionis inuenire. 40 p 7.

SI aūt pūcta, scilicet cētrū uisus & pūctū uisum ita disponātur, ut unū sit citra supficiē uerticis, aliud ultra: sit unū b: aliud a: supficies uerticis m g n: & ducatur à pūcto a superficies ęq̃distās basi: [ut mōstratū est 52 n] secabit pyramidē sup circulū: [p 4 th. 1 coni. Apol.] q̃ sit d e: centrū eius sit t: & ducatur axis g t: & ducatur linea b g: cōcurret quidē cū superficie a e d: [q̃a cōcurrit cū plano ipsi parallelo] sit cōcursus k, & in circulo d e inueniatur punctū, qđ sit e: ita, ut cōtingēs ducta à pūcto illo, quę sit s e, diuidat p æqualia angulū, quē cōtinēt lineæ k e, a e: [p 36 n] & ducatur linea lōgitudinis g e: & à pūcto b ducatur linea æquidistās g e: quę necessariò cōcurret cū linea k e: [p lēma Procli ad 29 p 1] sit cōcursus h. Palàm [p 1 p 11] qđ h est in superficie g e k: & b h in eadē superficie [p 35 d 1] q̃a æq̃distās est g e: & ducatur linea t e i. Palā, qđ superficies g t e secat lineā b a: secet in pūcto u: à quo ducatur ppēdicularis sup superficiē cōtingētē: [speculū in latere conico g e] q̃ sit u o p: & ducātur lineę a o, b o. Palā [è fabricatione] qđ angulus a e s ęqualis est angulo s e k: & cū [per 18 p 3] angulus i e s sit rectus, & s e t rectus: [ideoq; p 10 ax. æquales: & per 3 ax. reliquus a e t æquatur reliquo k e i] erit i e a æqualis angulo t e k: [per 2 ax.] & ita angulus a e i æqualis angulo i e h. [Nā angulus t e k æqualis angulo a e i, æquatur angulo i e h per 15 p 1: ideoq; p 1 ax. angulus a e i æquatur angulo i e h] Quare a reflectetur ad h à pūcto e. Si ergo à pūcto a ducatur ęquidistās u o, & æquidistās i t: & iteretur pbatio: [54 n] patebit, qđ reflectetur a à pūcto o ad b. Et ita patet ppositū. Palā ergo, qūo sit inuenire pūctū reflexionis. Et hęc, quę dicta sunt, de unico uisu intelligēda sunt: in duplici aūt uisu idē accidit: quoniā eadē forma, & idē locus formæ cōprehenditur ab utroq; uisu. Et (sicut dictū est [41 n] in speculo sphærico exteriore) formę à duob. oculis cōprehēsę, in his speculis propter cōtiguitatē uidētur una: & aliquādo simul sunt in loco: & aliquādo cōmiscentur earum loca in parte: aliquando separātur, sed modicùm. Forma autem, quæ per perpendicularē in his speculis descendit, secundum eandem regreditur, sicut suprà patuit: [11 n 4] & forma illa ab uno oculo super perpendicularem, percipitur ab alio oculo secundum lineam reflexionis, sed loca formarum continua sunt. Vnde eadem apparet uisui forma.



60. In speculo sphærico cauo, imago uidetur aliâs in reflexionis puncto: aliâs in uisu: aliâs ultra: aliâs citra speculum: aliâs inter uisum & speculum. 11 p 8.

IN speculis sphæricis concauis aliquãdo perpendicularis à pũcto uiso ducta secat lineã reflexionis: aliquãdo est æquidistãs ei. Quãdo secat: erit locus formæ aliquãdo in speculo: aliquãdo ultra speculũ: aliquãdo citra. Et cũ fuerit locus formæ citra speculũ: aliquando erit inter uisum & speculũ: aliquãdo in cẽtro uisus: aliquãdo citra cẽtrũ uisus. Et nos hæc demõstrabimus. Sit a cẽtrũ uisus: d cẽtrũ speculi: & fiat superficies super hæc puncta: quæ secabit speculũ sup circulũ [per 1 th. 1 sphær. Theodo.] q circulus sit h b f g: erit quidẽ supficies hęc, supficies reflexionis: quoniã est orthogonalis sup quãlibet superficiẽ, cõtingentẽ circulũ: [p 13 n 4] & ducatur linea a d: & à pũcto a ducatur lineã ad circulũ maior q̃ a d: quę sit a e: & à pũcto d ducatur ad circulũ æquidistãs a e: q̃ sit d h: & pducatur a d usq; in pũcta b, i: [qñ nimirũ uisus fuerit intra circulũ h b f g: qđ si fuerit in peripheria uel extra: linea a d ab una tãtùm parte in peripheriã cõtinuabitur: eritq; eadẽ demõstrãdi ratio: qa a e semp maior esse debet a d] & ducatur linea d e. Palã, qđ angulus a e d est minor recto: [cõnexis enim rectis e i, e b: erit angulus i e b rectus p 31 p 3, ideoq; a e d acutus] quoniã e d semidiameter: & quęlibet linea in circulo cũ diametro facit angulũ acutũ [ut patet p 31 p 3. 32 p 1 uel 9 ax.] Et sup punctũ e fiat angulus æqualis angulo a e d [p 23 p 1] q sit d e t. Palã, qđ e t cadet intra circulũ: [si. n. caderet extra: uel tãgeret peripheriã, efficeretq; cũ semidiametro d e angulũ rectũ p 18 p 3: uel secaret, & efficeret obtusum: quorũ uterq; cũ acuto a e d maior sit p 11. 12 d 1: mãdato satis factũ nõ esset] & secabit lineã d h: [p lẽma Procli ad 29 p 1: qa secat a e ipsi parallelã] sit pũctũ sectiõis t. Palã etiã, qđ angulus a d e maior est angulo d e t: [qa cũ a e maior sit a d, maior erit p 18 p 1 angulus a d e angulo a e d, cui ęquatus est angulus d e t] & ita e t secabit a b: [qa. n. anguli a d e, e d b æquãtur duob. rectis per 13 p 1: & angulus a d e maior est angulo d e t: anguli igitur e d b, d e t minores sunt duob. rectis: quare e t, d b cõcurrẽt p 11 ax.] secet in pũcto z. Deinde à pũcto a ducatur ad arcũ e h linea: q̃ sit a n: & ducatur linea d n: & super pũctũ n fiat angulus æqualis angulo d n a, p lineã m n: q̃ necessariò cadet intra circulũ: [ob caussam pximè expositã] & secabit d h: [Nã cũ angulus a n d à semidiametro d n & recta linea a n cõprehensus, sit acutus, ut patuit: erit angulus d n m ipsi æquatus, acutus: sed & n d m est acutus, qa pars est acuti e d t: anguli igitur d n m, n d m sunt minores duob. rectis. Quare n m, d h cõcurrent p 11 ax.] secet in pũcto m. Palã etiã, qđ a n cõcurret cũ d h extra circulũ: [per lẽma Procli ad 29 p 1] sit cõcursus in l. Ducatur etiã à pũcto a linea ad arcũ e i f: q̃ sit a g: & ducatur d g: & fiat angulus d g q æqualis angulo a g d. Palã, qđ q g secabit d h: [ut patuit] sit pũctũ sectionis q. Palã etiã, qđ a g cõcurret cũ d h ex parte f: [Nã qđ cõcurrat, cõstat è lẽmate Procli ad 29 p 1: qđ uerò uersus f, è paulò antè demõstratis pspicuũ est] sit cõcursus o. Qđ aũt g q cadat inter d & h, palã: cũ arcus, quẽ secat g o ex circulo, sit maior arcu g h: si. n. ducatur linea g h: angulus h g d maiorẽ respiciet arcũ angulo a g d. [ideoq; p 33 p 6 angulus h g d erit maior angulo a g d: at angulo a g d, æquatus est angulus q g d: angulus igitur h g d maior est angulo q g d: itaq; linea q g secans angulũ q g d, secabit basim h d angulo q g d subtẽsam.] Iterũ à pũcto a ducatur ad arcũ f b, linea a k, secãs d h in pũcto s: [qđ. n. secet, patet è lẽmate Procli ad 29 p 1] ut sit k s maior s d: [secta nẽpe d f bifariã p 10 p 1, & ab a ducta linea a k p sectionis pũctũ, uel p quodcũq; aliud uersus d: utroq;. n. modo erit s k maior f s p 7 p 3: & ob id maior s d] & ducatur k d. Palã, qđ angulus d k a est acutus. [ut in principio huius numeri ostẽsum est] Fiat [p 23 p 1] ei æqualis: q sit d k u. Palã, qđ, cũ angulus k d s sit maior angulo d k s: [p 18 p 1: qa s k maior est s d p fabricationẽ] k u cõcurret cũ d h: [Nã cũ anguli h d k, k d s æquẽtur duob rectis p 13 p 1: & k d s sit maior d k s è cõclusione: erit k d s etiã maior d k u æquali d k s: anguli igitur h d k, d k u sũt minores duob. rectis. Quare h d, k u cõcurrẽt p 11 ax.] sit cõcursus in pũcto u. Palã secũdũ supradicta [& 12 n 4] qđ pũctũ t mouetur ad e, & reflectitur ad a: & ppẽdicularis à pũcto t ducta, est t d: q̃ ppẽdicularis est sup supficiẽ, cõtingẽtẽ speculũ: [p 25 n 4] & est æquidistãs lineæ reflexiõis, q̃ est a e: [p fabricationẽ] unde nõ cõcurret cũ e a: [p 35 d 1. Imago igitur pũcti t uidebitur in reflexiõis pũcto e] Pũctũ aũt z mouetur ad e, & reflectitur ad a: & ppẽdicularis ducta à pũcto z, est a z: q̃ cõcurrit cũ a e in pũcto a. Vnde locus formę pũcti z erit a. [p 3 n.] Pũctũ uerò m mouetur ad n, & reflectitur ad a: & ppẽdicularis ducta à pũcto m, quę est m d, cõcurrit cũ a n in pũcto l, qđ est ultra speculũ: & locus formę pũcti m erit l. Forma uerò pũcti q mouetur ad g, & reflectitur ad a: & locus eius erit o: qui est ultra uisum. Et forma puncti u mouetur ad k, & reflectitur ad a: & perpendicularis ab eo, est k d: & locus imaginis s. [inter uisum & speculũ.] Palàm ergo ex prædictis, quòd imaginum quædam inter uisum & speculum: quædam in ipso uisu: quædam citra uisum: quædam ultra uisum apparent. Quod est propositum.

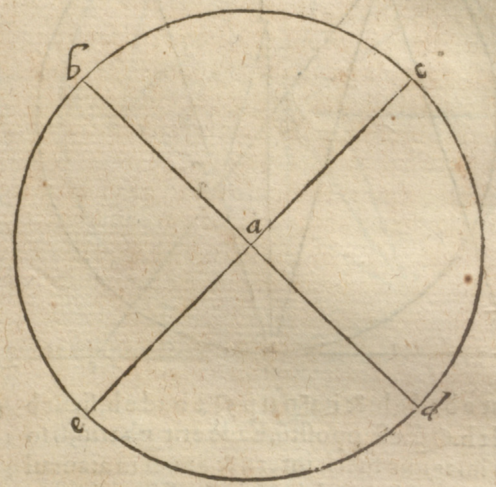


61. In speculo sphærico cauo imago pro uario eius situ atq; loco uariè uidetur. 12 p 8.

AMplius: palàm, quoniã uisus pfectius acquirit formas sibi oppositas. [per 21. 38 n 1. 17 n 3.] Vnde cũ locus imaginis fuerit ultra speculũ [ut in puncto l] aut inter uisum & speculum: [ut in puncto s]

puncto s] cõprehẽditur ueritas illius imaginis. Cũ aũt ꝑpẽdicularis à pũcto uiſo ducta, fuerit ęquidiſtãs lineæ reflexiõis: apparebit imago in pũcto reflexiõis. [ut in e.] Quoniã cũ pũctũ illud ſit ſenſuale [ut patet è 16 n 4] ſumpto pũcto eius intellectuali medio: imago cuiuſcũq; partis illius puncti ſenſualis, ultra mediũ ſumptæ, erit ultra ſpeculũ: & imago partis citra mediũ erit inter uiſum & ſpeculũ. Et cũ totalis forma ex ulteriorib. & citeriorib. partibus uideatur una & continua: neceſſariò forma illius puncti ſenſualis uidebitur in ipſo ſpeculo, in loco reflexionis. Verũ in imaginib. quarũ locus fuerit in cẽtro uiſus, non cõprehẽditur ueritas earũ: unde ſæpius error accidit in his ſpeculis. Vt aũt hoc pateat: erigatur ſuꝑ ſuꝑficiẽ ſpeculi lignũ perpẽdiculariter, minus medietate ſemidiametri ſpeculi: & circa caput huius ligni, ſit cẽtrũ uiſus: & dirigatur uiſus ad pũctũ ſpeculi, cuius lõgitudo à ligno ſit maior, q̃ lõgitudo cẽtri uiſus à diametro, ꝑ lignũ trãſeunte: uidebitur q̃dẽ imago illius ligni ultra uiſum, nec erit certa cõprehẽſio eius: imò apparebit arcuata: cũ nõ ſit. In his ergo ſpeculis nõ cõprehẽditur ueritas imaginis, niſi cuius locus fuerit ultra ſpeculũ: aut inter uiſum & ſpeculũ. Cũ aũt cẽtrũ uiſus fuerit in ꝑpẽdiculari ꝑ lignũ trãſeũte: nõ plenè cõprehẽdit formã illius ligni.

62. Viſus in centro ſpeculi ſphærici caui poſitus: ſe ipſum tantùm uidet. 4 p 8. Idem 44 n 4.

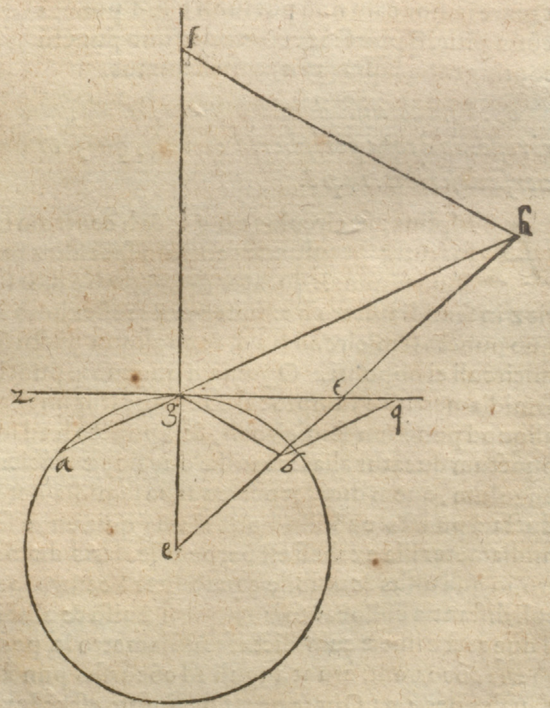


SI uerò uiſus fuerit in diametro ſphęrę, & in cẽtro eius (cũ quęlibet linea ab eo ad ſpeculum ducta ſit perpẽdicularis ſuper ſpeculũ) [quia perpẽdicularis eſt plano ſpeculum tangẽti ꝑ 4 th 1 ſphęr. uel 25 n 4: eaq; de cauſſa in ſe ipſam reflectitur per 11 n 4] nõ cõprehẽdetur forma alicuius pũcti, niſi puncti portionis oculi, interiacentis latera pyramidis uiſualis, quę à cẽtro ſpeculi intelligitur ꝓtẽdi. Quoniã forma cuiuslibet alterius pũcti cadet in ſpeculũ ſuꝑ lineã declinatã, & neceſſariò reflectetur ſuꝑ declinatã. Quare linea reflexionis nõ trãſibit per centrũ: & ita nõ cõtinget centrũ uiſus.

63. Semidiameter ſpeculi ſphærici caui, in qua eſt uiſus extra cẽtrũ: nullum ſui punctũ obliquè ſpeculo incidẽs ad uiſum reflectit: reliqua uerò ſemidiameter prædictæ cõtinua, reflectit. 5 p 8.

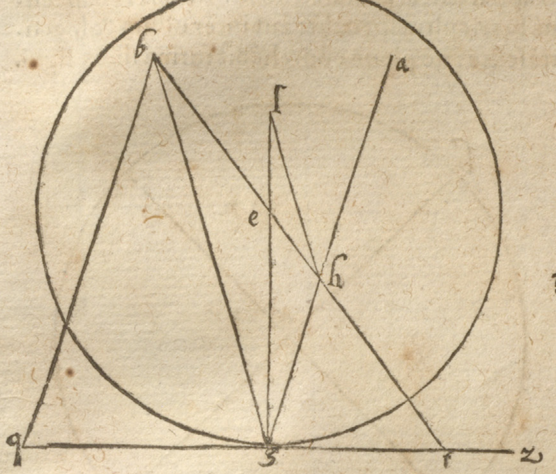
SI uero fuerit uiſus in diametro: non comprehendet formam alterius puncti ſemidiametri, in qua eſt. Quoniã angulus, quem efficient duæ lineæ à puncto ſumpto in ſemidiametro, & à centro uiſus in idẽ ſpeculi punctũ, non diuidetur per perpendicularem ab illo puncto ſpeculi ductam: cum illa perpendicularis tendat ad centrum ſpeculi: [per 4 th. 1 ſphær.] Sed formam alicuius puncti alterius ſemidiametri percipere poterit.

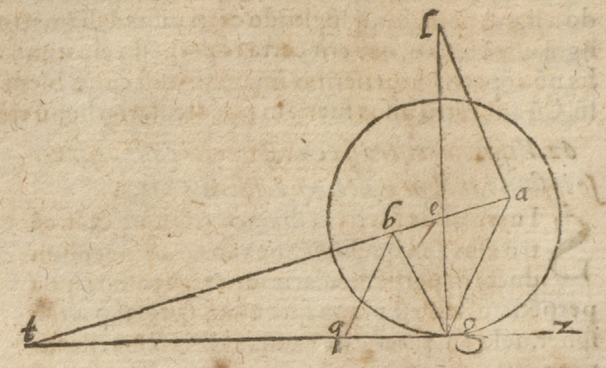
64. In ſpeculo ſphærico cauo perpendiculari incidentiæ, & linea reflexionis concurrentibus: eſt: ut perpendicularis incidentiæ ad rectam inter centrum ſpeculi & locum imaginis: ſic recta inter uiſibile & finem contingentiæ, ad rectam inter finem contingentiæ & locum imaginis. 13 p 8.

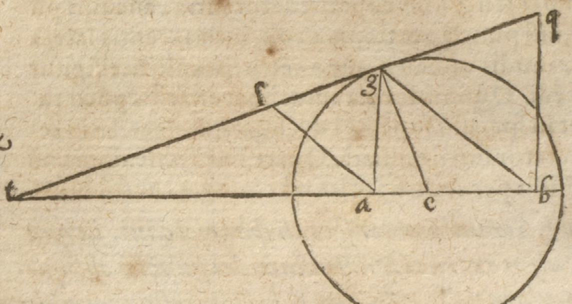


AMplius: uiſo pũcto in huiuſmodi ſpeculo, cũ non fuerit perpendicularis ęquidiſtans lineę reflexionis: linea à centro ſpeculi ad punctũ uiſum ducta, ſe habebit ad lineã ab eodem centro ad locũ imaginis ductam, ſicut linea à puncto uiſo ad punctum, (quod diximus) contingentię [17 n] ſe habet ad lineam à puncto contingentiæ, ad locum imaginis ductam. Verbigratia: ſit e centrum ſpeculi: b punctum uiſum: a centrum uiſus: g punctum reflexionis: linea contingentiæ z g. z g autẽ aut concurret cum e b: aut erit æquidiſtãs ei. Cõcurrat in puncto t. Linea uerò e b cõcurrit cũ a g [ex theſi,] ſed non in puncto g: cũ b e, a g ſint duę lineę. Igitur aut cõcurrit ultra g: aut inter g & a: aut in a: aut ultra a. Sit ultra g, & in pũcto h. Dico ergo, quòd eſt proportio e b ad e h, ſicut b t ad t h. Producatur perpẽdicularis e g: & à puncto h ducatur ęquidiſtans lineæ b g: [per 31 p 1] quę cõcurret cũ e g: [per lẽma Procli ad 29 p 1] ſit cõcurſus l: & à puncto b ducatur ęquidiſtãs g h: [quę neceſſariò cõcurret cũ z t: [per dictũ lẽma] ſit cõcurſus q. Palã [per 12 n 4] quòd angulus b g e eſt ęqualis a g e: ſed angulus b g e eſt æqualis angulo g l h: [exterior interiori & oppoſito ꝑ 29 p 1] & [ꝑ 15 p 1] angulus a g e ęqualis angulo l g h: ergo angulus g l h ęqualis eſt angulo l g h. Igitur [ꝑ 6 p 1] l h ęqualis eſt

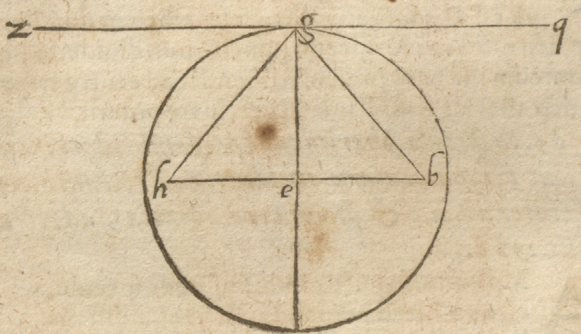
lis est g h. Similiter angulus b g q ęqualis est angulo a g z. [Nã cũ angulus e g q æquetur angulo e g z: q a p 18 p 3 uterq; rectus est, & e g b ipsi e g a, ut patuit: reliquus igitur b g q ęquatur reliquo a g z p 3 ax.] & angulus a g z ęqualis est angulo g q b [exterior interiori opposito p 29 p 1: ideoq; b g q ęquatur g q b: & ita [p 6 p 1] b q ęqualis est b g. Quare [p 7 p 5] ꝓportio b g ad h l, sicut b q ad h g. Sed quoniã angulus g h t est ęqualis angulo t b q: [per 29 p 1] erit triangulũ t b q simile triãgulo g h t. [Nã anguli ad t æquãtur p 15 p 1, & p 32 p 1 tertius tertio. Quare p 4 p. 1 d 6 triãgula t b q, g h t sunt similia.] Igitur ꝓportio q b ad h g, sicut b t ad t h: & ita [per 7 p 5] b g ad h l, sicut b t ad t h. Sed cũ triangulũ b g e sit simile triangulo h e l: [angulus enim ad e cõmunis est, & exteriores ad g & b ęquãtur interiorib. oppositis ad l & h per 29 p 1. Quare p 4 p. 1 d 6 triangula b g e, h e l sunt similia] erit ꝓportio b g ad h l,





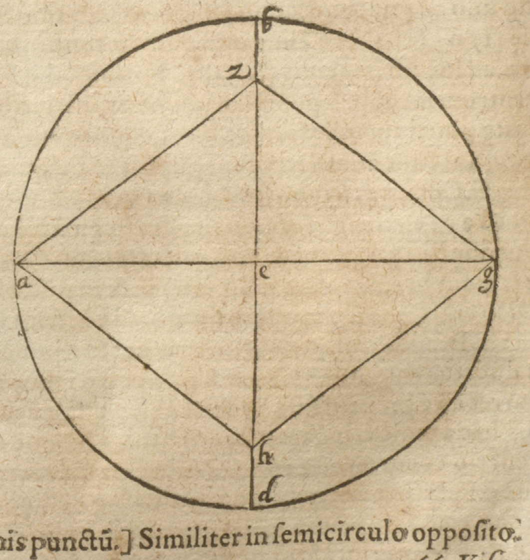


sicut e b ad e h: & ita [p 11 p 5] e b ad e h, sicut b t ad t h. Qđ est ꝓpositũ. Eadẽ erit ꝓbatio, si locus imaginis fuerit inter a & g: aut in a: aut ultra. Si uerò linea cõtingẽtiæ z g sit æquidistãs perpẽdiculari, q̃ est b e h: ducatur perpẽdicularis g e: [à pũcto g super z g] quę cũ sit ꝑpendicularis super g z: erit perpẽdicularis sup b h [per 29 p 1] & erit angulus b e g ęqualis angulo h e g: & [per 12 n 4] angulus b g e æqualis est angulo e g h: restat triãgulũ b g e simile triãgulo e g h. [ęquabitur. n. p 32 p 1 reliquus angulus ad b, reliquo ad h: itaq; p 4 p. 1 d 6 triãgula b g e, h g e erunt similia.] Igitur proportio b e ad h e, sicut b g ad g h. Qđ est propositum. Quare in hoc casu non põt sumi aliud punctũ cõtingẽtię, q̃ punctũ g, eo modo, quo punctũ contingentię suprà [17 n] appellauimus.



65. Visu & uisibili in diametro speculi sphærici caui æquabiliter à cẽtro distantibus: potest fieri reflexio à tota peripheria circuli, quẽ semidiameter perpẽdicularis ad dictã diametrum, cõuersa describit. 14 p 8.

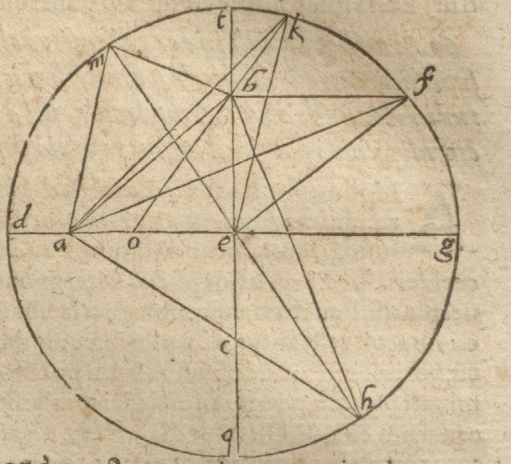
Amplius: sit circulus a b g d: & h centrum uisus intra speculum: e centrum speculi: z punctum uisum: & ducatur diameter b e d. Si fuerit z in semidiametro b e: poterit esse reflexio ab aliquo puncto semicirculi b a d, & ab aliquo pũcto semicirculi ei oppositi. Quoniam quocunq; puncto semidiametri b e sumpto: si ab eo ducatur linea ad aliquod punctum semicirculi, & à puncto h ad idẽ punctum ducatur alia linea: illæ duę lineæ efficient angulum, quem diuidet per æqualia semidiameter ducta à puncto e ad illud punctum [quia enim semidiameter illa ex thesi est perpendicularis diametro, in qua uisus & uisibile ęquabiliter à centro speculi distantia collocantur: itaque si à uisu & uisibili duę rectæ lineæ cum dicta semidiametro in peripheria cõcurrant: erunt anguli ad cõcursus punctũ ęquales per 4 p 1. Quare per 12 n 4 ipsum est reflexionis punctũ.] Similiter in semicirculo opposito.

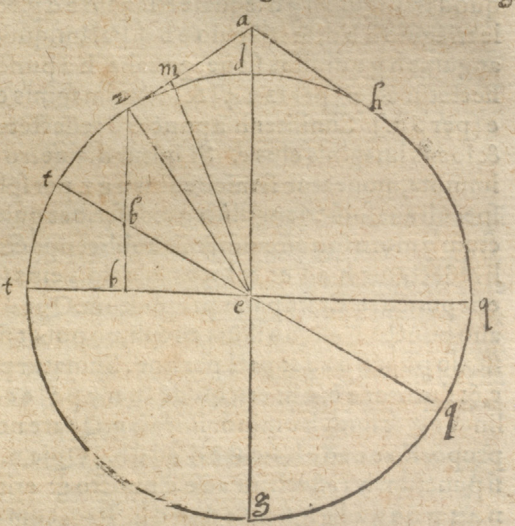


66. Visus

66. Visus & uisibile in diuersis dimetris circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphærici caui) inter se reflectuntur, tum à peripheria inter semidiametros, in quibus sunt: tum ab alia huic opposita: à reliquis uerò duabus minimè. 20 p 8.

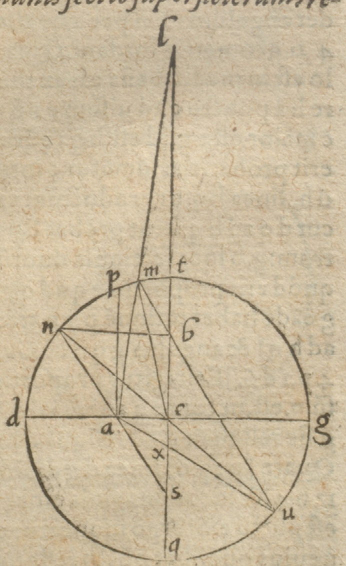
SI uerò b punctū uisum fuerit extra diametrum d a g, ducatur diameter transiens per b: quæ sit t q. Dico, quòd b potest reflecti ad uisum a per arcum interiacentē diametros, in quibus sunt a & b, & similiter per eius oppositum, id est, per arcum t d, & per arcum g q: & non poterit reflecti ab aliquo puncto arcus g t uel arcus q d. Verbi gratia: sumatur punctum in arcu g t, prope t, quod sit k: & ducantur lineæ a k, k b: donec cadat k b super diametrum d g in puncto o. Cum igitur o & a sint ex eadē parte centri circuli, quod est e: perpendicularis ducta à puncto k ad e, nō diuidet angulū o k a. Et ita b non reflectetur ad a à puncto k. Similiter sumpto alio pūcto, quod sit f: patebit, quòd perpendicularis e f non diuidet angulum a f b. Et ita nō reflectetur b ad a à puncto f. Quòd autem à puncto arcus t d, uel arcus g q possit fieri reflexio: palàm per hoc. Sit m punctum arcus t d: & ducantur lineę a m, m b: fiet quadrangulum a m b e. Igitur perpendicularis e m diuidet angulum a m b. Simili modo sit h punctum arcus g q: Linea a h secabit diametrum t q in puncto c: & linea b h eundem in puncto b. Et sunt hæc etiam duo puncta ex diuersis partibus centri. Quare linea e h diuidet illum angulum. Pari modo, si fuerit b in superficie speculi: aut extra speculum, dum a sit intra speculum: idem erit probādi modus, qui prius. Similiter si a fuerit in superficie speculi, b interius, aut exterius. Si uerò a fuerit extra speculum, b intra: patebit, quod diximus. Ducantur enim lineæ à puncto a contingentes circulum d t g [per 17 p 1] quæ sint a h, a z: & ducantur duę diametri a e g, t e q: & b in diametro t e q: reflectetur b ad a ab aliquo puncto arcus t d: [ut constat è iam demonstratis.] Sed palàm, quòd non ab aliquo puncto arcus z d. [ductis enim duabus rectis e z, b z: erit angulus e z a rectus per 18 p 3, & e z b acutus, ut ostensum est 60 n. Quare ob angulorum inæquabilitatem, à puncto z, ad uisum a nulla fiet reflexio: multò igitur minus à punctis inter z & d intermedijs: quia angulorum ad lineā z a factorū, unius quidē acuti, alterius uerò obtusi per 16 p 1, multò maior futura est inęquabilitas.] Igitur ab aliquo pūcto arcus t z: & similiter ab aliquo pūcto arcus oppositi ipsi t d, scilicet arcus g q reflexio fiet. Sed ab arcu t g, uel d q nō fiet reflexio secundū suprà dictū modū. Si uerò b fuerit extra hanc diametrū, & super aliā, quæ similiter sit t e q: fiet reflexio ab arcu t d: & à sola parte eius t z, & ab arcu opposito, qui est g q: sed ab arcu t g, uel d q non fiet reflexio.





67. Si uisu & uisibili in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphærici caui) sitis: linea à uisu parallela diametro uisibilis, secet dicti circuli peripheriam. Imago reflexa à peripheria inter parallelam & uisibilis diametrum, uidebitur extra speculum: à peripheria inter parallelam & diametrum uisus, ultra uisum: à peripheria uerò opposita, inter uisum & speculum. 21 p 8.

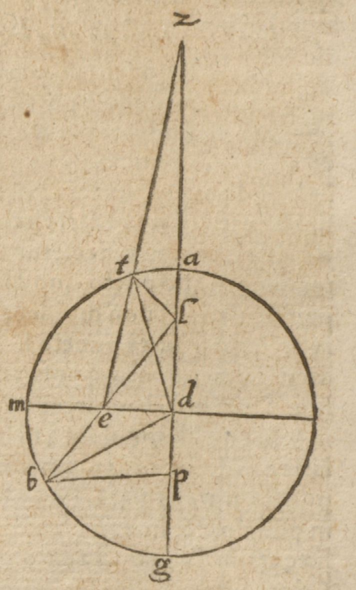
VErū si à puncto a ducatur æquidistans t e: quæ sit a p: loca imaginū reflexarū à punctis arcus t p, erunt extra speculū: loca autē imaginū arcus p d, ultra centrū uisus, quod est a: loca autem imaginum arcus q g sunt inter centrum uisus & speculum. Et quod suprà [60. 61 n] dictum est de locis imaginum: idem intelligēdum, ducta a m æquidistante lineæ t q.



68. In quolibet puncto diametri circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphærici caui) quantumlibet continuatæ, potest imago uideri. 22 p 8.

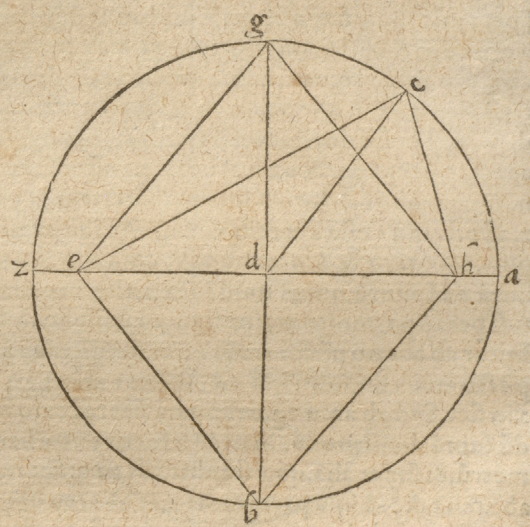
AMplius: sumpta diametro circuli in sphærico speculo cōcauo: quodlibet punctū illius diametri, quantum-

quantumcunq; productæ, potest esse locus imaginum. Verbi gratia: sit a g diameter circuli a m g: cuius d centrum. Sumatur in hac diametro punctum z: e cētrum uisus. Dico, quòd z potest esse locus imaginis. Ducatur linea e t z per t punctum circuli: & ducatur linea d t: erit angulus e t d acutus: [ut demōstratum est 60 n.] Fiat aūt ei ęqualis [p 23 p 1] q̄ sit d t l. Palā [per 12 n 4] quòd l reflectetur ad e à puncto t: & eius imago erit z [p 6 n.] Similiter sumpto l puncto: patebit quod est locus imaginis. Ducatur.n. linea l e usq; in b punctū circuli: & ducatur linea b d: erit [ut prius] angulus e b d acutus. Fiat ei ęqualis: qui sit d b p: reflectetur quidē punctum p ad e à puncto b: [per 12 n 4] & locus imaginis eius erit l: [per 6 n.] Et ita sumpto quocunq; alio puncto: erit eadem probatio.



69. Si uisu et uisibili in eadē diametro circuli (q̄ est cōmunis sectio superficierū, reflexionis & speculi sphærici caui) sitis: imago uideatur in ipso uisu: ab uno semicirculi, uel à quolibet alterius definiti circuli puncto potest ad uisum reflexio fieri. 23 p 8.

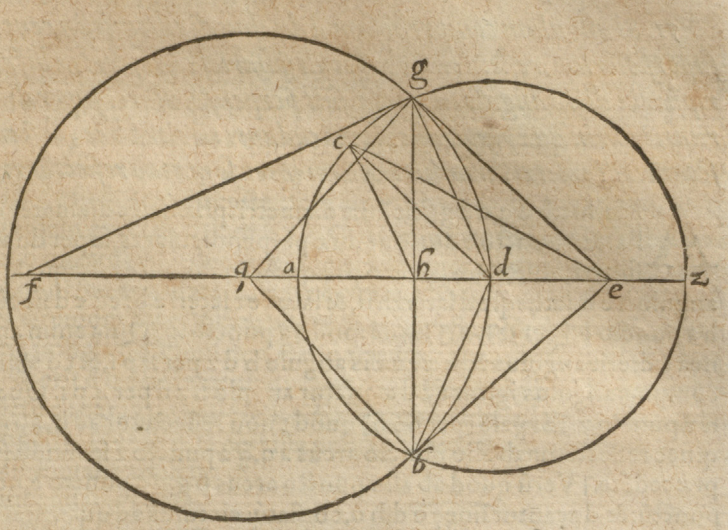
AMplius: punctorum, quæ cōprehēduntur in his speculis: quorundā imagines quatuor loca sortiuntur: quorundā tria: quorundā duo: quorundā unum. Punctū, cuius imago in quatuor ceciderit loca: à quatuor pūctis determinatis reflectitur, nō ab alijs, uel plurib. Punctum, cuius imago tria sibi usurpat loca: à tribus punctis speculi reflectitur, nō à plurib. cuius duo: à duobus. Puncti aūt, cuius imago in unicum cadit locū: poterit esse: quòd ab uno tātùm puncto sit reflexio: & poterit esse: quòd à quolibet circuli determinati puncto, non ab alio. Verbi gratia: sit e cētrum uisus: h sit punctū uisum in eadē diametro: d sit centrum circuli. Ducatur diameter z e h a: aut e d est æqualis d h: aut nō. Sit æqualis: & super e h ducatur à puncto d perpendiculariter diameter g d b: & ducātur lineę h g, g e, h b, b e. Palā [per 4 p 1] quòd triangulū h g d æquale triāgulo e d g, & ęquale triāgulo h b d, & triāgulo e b d. Palàm, quòd, cum angulus h g e diuisus sit per ęqualia, h à puncto g reflectetur ad e: [per 12 n 4] & locus imaginis eius est e [per 6 n.] Similiter h à puncto b reflectetur ad e: & locus imaginis eius e. Si igitur diametro z e h a immota, moueatur semicirculus a g z per sphæram speculi aut solū triangulū h g e: describet quidē punctum g motu suo circulū: & à quolibet puncto circuli reflectetur h ad e: & locus imaginis eius semper erit punctū e. Et ita patet propositum. Quòd aūt ab alio puncto, q̄ aliquo illius circuli, nō possit fieri reflexio puncti h ad e: palā per hoc. Sumatur punctū c, & ducatur e c, c h: erit quidē [per 7 p 3] e c maior linea e g, & linea h c minor linea h g. Quare non erit proportio e c ad c h, sicut e d ad d h. [Quia.n. ex thesi punctum h reflectitur ad e à puncto g: erit per 12 n 4. 3 p 6 e g ad g h, sicut e d ad d h. Itaq; cum e c, h c



sint inęquales ipsis e g, g h: nō erunt proportionales ipsis e d, d h.] Igitur [per 3 p 6] linea d c nō diuidet angulum e c h per æqualia. Quare h à puncto c non pōt reflecti ad e. [Idē breuius cōcludetur p 4 p. geometrię Iordani. Quia.n. triāguli e c h latera e c, h c sunt inęqualia: & recta c d ab ipsorū angulo est in mediū basis e h ex thesi: erit p allegatā 4 ppositionē angulus e c d minor angulo h c d. Quare h à puncto c ad uisum e nō reflectetur. Quòd aūt e c, h c latera sint inæqualia, patet: quia per 7 p 3 e c maior est e g, id est, h g (ęquales.n. sunt è cōclusо) & h g maior h c: erit e c multò maior h c.] Eadem erit probatio, si sumatur c inter g & z. Si uerò e d fuerit maior d h: mutetur figura: & addatur lineæ d h, linea h q, ut productum ex e q in q h, sit æquale quadrato d q. Erit igitur proportio e q ad d q, sicut d q ad h q, sicut probat Euclides [17 p 6.] Fiat circulus ad quātitatē semidiametri q d: cuius q cētrum: g, b loca sectionis duorū circulorum: & ducātur lineę e g, e b, q g, q b, d g, d b, h g, h b. Palā ergo, quòd erit proportio e q ad q g, sicut q g ad q h: [ęquales enim sunt q g, d q p 15 d 1: itaq; e q ad d q & q g eādē habet rationē p 7 p 5: & iā patuit, ut e q ad d q, sic d q ad h q: ergo per 7 p 5, ut e q ad g q, sic g q ad h q] & angulus g q h cōmunis utriq; triāgulo e q g, h q g. Igitur illa duo triāgula sunt similia. [p 6. 4 p. 1 d 6.] Erit igitur proportio e q ad q g, sicut e g ad g h. Erit igitur e d ad d h, sicut e g ad g h. [ostensū.n. est, ut tota e q ad totā d q, sic ablata d q ad ablatā h q: ergo p 19 p 5, ut tota e q ad totā d q, id est q g, sic reliqua e d ad reliquā d h: sed ut e q ad q g, sic e g ad g h: ergo p 11 p 5 ut e d ad d h, sic e g ad g h.] Quare [p 3 p 6] linea d g diuidet angulū e g h p ęqualia. Vnde punctū h à pūcto g reflectetur ad e: [p 12 n 4] & locus imaginis eius pūctū e [p 6 n.] Similiter h à pūcto b reflectetur ad e: & locus imaginis est pūctū e. Si ergo moueatur triāgulū e g h, pūctis e, h immotis: pūctū g describet in sphęra circulū, à cuius quolibet pūcto reflectetur h ad e: & semp erit locus imaginis e. Et qđ ab alio pūcto, q̄ aliquo illius circuli, nō possit h reflecti ad e: palā, ut prius. Si.n. sumatur c inter g & a: erit e c maior e g, & h c

minor

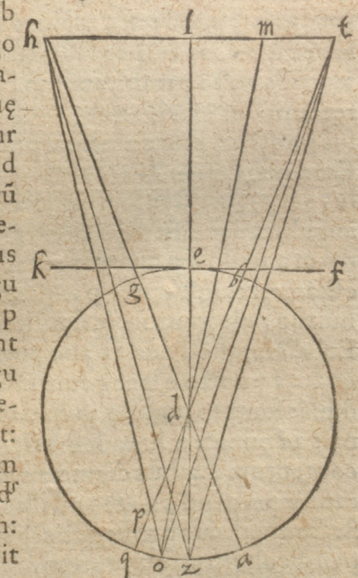
minor h g: [per 7 p 3] non ergo erit ꝓportio e c ad h c, ſicut e d ad d h: & ita [p 3 p 6] d c nõ diuidet angulũ e c h p̃ ęqualia. Similiter, ſi c ſumatur inter g & z, poterit improbari. Et ita patet ꝓpoſitũ. Notãdum tñ, quòd e eſt punctum intellectuale: & circulus ille (cuius e eſt polus) eſt circulus intellectualis: & h punctũ intellectuale. Vnde, quod dictũ eſt, ſecundũ geometricã demõſtrationẽ eſt intelligendum, nõ ſecundum uiſus ꝓbationẽ: cũ intellectualia uiſum lateant. Sed quoniã forma h continua uidetur formis aliorũ punctorũ: uidebitur quidẽ à uiſu forma, cuius punctũ medium h: & locus puncti medij illius formæ erit e: & reflectetur h forma à loco ſpeculi circulari, cuius mediũ erit circulus p̃dictus, & e polus eius. Cum aũt e d fuerit maior d h: in tãtum poterit eſſe maior, ut nõ reflectatur h ad e à puncto g. Sciendum, quòd, niſi fuerit proportio e a ad a h maior, quã e d ad d h: nõ poterit h reflecti ad e.



Si enim poteſt reflecti: reflectatur à puncto: quod ſit g: erit quidem g d h minor recto, cũ reſpiciat ſectionem minorẽ quarta. [quadrans enim peripherię ab angulo recto in cẽtro ſubtẽditur per 33 p 6. Vel angulus g d h minor eſt recto, quia ſemidiametro q d & recta g d cõprehenditur, ut demõſtratũ eſt 60 n.] Ducatur à puncto g cõtingens [per 17 p 3] quę neceſſariò cõcurret cũ e a: [per 11 ax: quia anguli interiores ad g & d ſunt minores duobus rectis: cum angulus ad g ſit rectus per 18 p 3, ad d uerò acutus] ſit cõcurſus f. Erit quidẽ proportio e f ad f h, ſicut e d ad d h: [eſt enim per 64 n d h ad d e, ſicut h f ad e f: & per cõſectariũ 4 p 5, ut e f ad f h, ſic e d ad d h] ſed maior eſt proportio e a ad a h, quã e f ad f h. [Quia enim a h minor eſt h f: erit ratio e h ad a h maior, quã ad h f per 8 p 5: & per 18 p 5, e a ad a h maior, quã e f ad h f.] Igitur maior eſt e a ad a h, q̃ e d ad d h: & ita neceſſariò: ſi h reflectitur ad e: erit proportio e a ad a h maior, quàm e d ad d h. Patent ergo, quæ dicta ſunt: cum centrum uiſus & punctum uiſum fuerint in eadem diametro.

70. Viſu & uiſibili extra circulum (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficierũ, reflexionis & ſpeculi ſphærici caui) ſitis in diuerſis diametris: ab uno puncto fit reflexio, et una uidetur imago. 24 p 8.

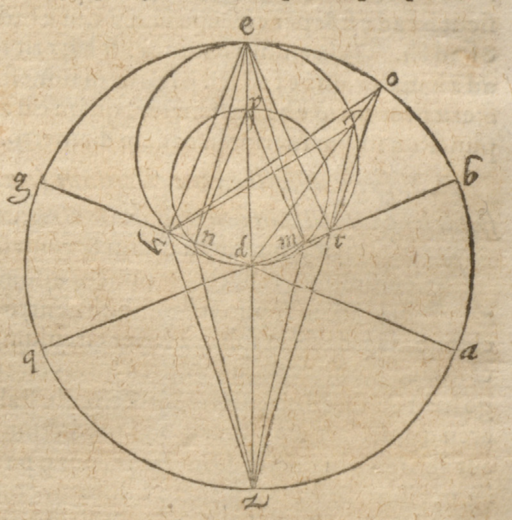
Amplius: cum punctũ uiſum & centrũ uiſus non fuerint in eadẽ diametro, & fuerint extra ſpeculum: non reflectetur punctũ uiſum ad centrũ uiſus, niſi ab uno tantùm ſpeculi puncto. Verbi gratia: ſit t punctũ uiſum: h centrũ uiſus: d centrũ ſphæræ: & ducãtur lineę h d, d t, h t. Superficies quidẽ h d t ſecat ſphærã ſuper circulum: [per 1 th. 1 ſphær.] qui ſit e b q g. Palàm, quòd t non reflectetur ad h, niſi ab aliquo puncto huius circuli: [quia ipſe eſt reflexionis ſuperficies.] Producãtur ergo h d, t d uſq; ad circumferentiã circuli. Palã, quòd nõ reflectetur ab arcu q g, uel b a ſecundum modũ prędictum [66 n.] Reflectetur ergo aut ab arcu g b: aut a q. Diuidatur [per 9 p 1] angulus t d h per ęqualia, per lineã l e d z: & à puncto e ducatur contingens: [per 17 p 3] quę ſit k e f. Si puncta t, h fuerint ſuper illam contingentẽ: nõ reflectetur t ad h ab aliquo pũcto arcus b g. Cũ enim à puncto t ducetur linea ad aliquod interius punctũ huius arcus: linea à puncto h ad idẽ punctũ ducta, cadet ſuper ipſum exterius, interius nõ. Et ideo non erit reflexio [à caua ſpeculi ſuperficie.] Et quòd ab uno puncto tãtùm arcus a q fiat reflexio: palã erit ex hoc. Ducãtur enim lineæ t z, h z. Cũ angulus t d h diuiſus ſit per ęqualia: erit t d z ęqualis angulo h d z. [per 13 p 1.] Lineæ igitur t d, h d aut ſunt æquales: aut nõ ſunt æquales. Si ſunt æquales, & d z cõmunis: erit [per 4 p 1] triãgulũ t z d æquale triangulo h z d: & angulus t z h diuiſus per ęqualia, per lineã d z. Et ita t reflectetur ad h à puncto z. [per 12 n.] Quòd aũt ab alio puncto nõ poſsit: ſic cõſtabit. Sumatur punctũ o: & ducãtur lineæ t o, h o: & linea o d m per cẽtrum d diuidat angulum illum per ęqualia. Planũ [per 8 p 3] q̃d t z minor eſt t o, & h o minor h z: & proportio t z ad h z, ſicut t l ad l h: [per 3 p 6: eſt enim angulus t z h bifariã ſectus à recta linea z l] & erit [per eandẽ] proportio t o ad h o, ſicut t m ad m h: ſed minor eſt ꝓportio h o ad t o, quã h z ad t z. [quia enim è quatuor lineis h o, t o, h z, t z prima minor eſt quã tertia, ſecunda maior q̃ quarta: erit ratio primæ ad ſecundã minor, q̃ tertię ad quartã, ut patet ex 8 p 5] Ergo [per 11 p 5] minor eſt proportio h m ad m t, q̃ h l ad l t: quod eſt impoſsibile. [Nã cum è quatuor lineis h m, m t, h l, l t prima h m maior ſit, q̃ tertia h l: ſecũda uerò m t minor, q̃ quarta l t: erit ratio h m ad m t maior



maior, q̃ h l ad l t, ut cõstat ex 8 p 5.] Palá igitur, quòd si t & h ęqualiter distẽt à cẽtro, & fuerint super contingentẽ: non reflectetur t ad h, nisi ab uno speculi puncto tãtùm: & unicus erit eius imaginis locus. Si uerò t d, h d sunt inæquales: secentur ad æqualitatẽ [per 3 p 1] & fiat demonstratio, ut antea.

71. Si angulum comprehẽsum à duabus diametris, in centro circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphærici caui) tertia bifariã secet: & ab eius termino in peripheria dicto angulo subtensa, sint perpendiculares super dictas diametros: puncta diametrorum, tum in quæ perpendiculares cadunt: tũ citra hæc, à speculi centro æquabiliter distãtia, à secantis diametri terminis tantùm inter se mutuò reflectẽtur: duasq́; habebũt imagines. 25 p 8.

AMplius: b d q, a d g sint duæ diametri sphæræ: & diameter e d z diuidat angulũ b d g per ęqualia: & à puncto e ducãtur duæ perpendiculares, super duas diametros b d, d g: [per 12 p 1] quę sint e t, e h. Palàm [per 26 p 1] quòd triangulũ e t d æquale est triangulo e h d, & angulus t e d angulo h e d, latusq́; t d lateri h d, & latus e t lateri e h: cũ e d sit cõmunis utriq;. t igitur reflectetur ad h à puncto e. [per 12 n 4.] Eodẽ modo à puncto z. [Quia enim angulus b d g bifariã sectus est per lineã e d: erit angulus t d z æqualis angulo h d z per 13 p 1, & t d æquatur ex cõcluso ipsi h d, latusq́; d z cõmune: angulus igitur t z d æquatur angulo h z d per 4 p 1. Quare per 12 n 4 t & h reflectẽtur inter se à puncto z.] Et palã [per 66 n] quòd t non reflectetur ad h, ab aliquo puncto arcus a b, uel arcus g q: nec reflectetur ab alio puncto arcus a q, q̃ à puncto z secundũ supradictam probationẽ: [numero præcedẽte.] Verũ quòd ab alio puncto arcus b g, q̃ à puncto e, nõ possit reflecti: patebit sic. Detur o punctũ: & ducantur lineę o d, h o, t o: fiatq́; circulus ad quantitatẽ lineæ d e, trãsiens per tria puncta, t, d, h: [transibit aũt per conuersionẽ 31 p 3 demonstratã à Theone in cõmentarijs in 3 librũ magnę cõstructionis Ptolemęi, & à Cãpano ad 31 p 13:] cuius quidẽ circuli linea d e erit diameter: cũ angulus e t d, quẽ respicit, sit rectus. Igitur circulus ille transibit per punctũ e. Cum igitur e sit cõmunis utriq; circulo, & sit super eandẽ diametrum: continget circulus minor maiorem in puncto e: sicut probat Euclidis [13 p 3.] Igitur circulus iste secabit lineam d o, [secus tangeret maiorem circulũ in puncto o: sicq́; in duobus punctis e & o tangeret contra 13 p 3] secet in puncto l: & ducantur lineæ t l, h l. Iam patet [è superioribus] quod t d est ęqualis h d [ergo per 28 p 3 peripheria t d æquatur peripheriæ h d.] Igitur angulus t l d æqualis angulo d l h [per 27 p 3] quia super æquales arcus. Restat [per 13 p 1] t l o æqualis angulo h l o: & angulus l o t ęqualis angulo l o h ex hypothesi: [quia sunt anguli incidentiæ & reflexionis] & l o commune latus: erit [per 26 p 1] triangulum t l o æquale triangulo h l o: & erit t o ęqualis h o: quod est impossibile: quoniam [per 7 p 3] h o maior h e, & t o minor t e: & t e, sicut prius probatum est, æqualis est h e: [linea igitur h o maior est linea t o.] Restat ergo, ut t nõ reflectatur ad h, ab alio puncto, quã ab e uel à z. Item à puncto e ducatur linea super diametrum t d: quæ sit e m: & secetur à linea h d pars, æqualis m d: quæ sit n d: & ducantur e m, e n. Palàm [per 16 p 1] quòd e m d maior est recto: [quia angulus e t d rectus est per fabricationem] secetur ex eo æqualis recto per lineam p m [per 23 p 1] quæ cõcurret cum d e: [per lemma Procli ad 29 p 1] sit concursus punctum p: & ducatur n p: & fiat circulus ad quantitatem p d, transiens per tria puncta m, d, n. Cum p m d sit rectus [ex fabricatione] erit p d diameter [per consectarium 5 p 4] & transibit circulus per p, [ut ostensum est.] Palàm ergo, quòd m reflectetur ad n à puncto e: [cum enim per 4 p 1 triangulum d m p sit æquilaterum & æquiangulum triangulo d n p: æquabitur m p ipsi n p, & angulus d p m angulo d p n: ergo per 13 p 1. 3 ax. angulus m p e æquatur angulo n p e, latusque p e commune ęst: angulus igitur m e p æquatur angulo n e p per 4 p 1. Quare per 12 n 4 m & n à puncto e inter se mutuò reflectuntur] & similiter à puncto z: & non ab aliquo puncto arcus a b, uel g q: [per 66 n.] Et palàm, quòd non ab alio puncto arcus a q, quã à puncto z: & quòd non ab alio puncto arcus b g, quàm à puncto e secundum modum prædictum. Sumpto enim puncto, & ductis lineis à punctis t, d, h: & sumpto puncto, in quo circulus ultimus secabit diametrum: & à punctis sectionis ductis lineis ad puncta t, h: eadem erit improbatio, quæ prius. Palàm ergo ex prædictis: quòd si angulum contentum duabus diametris, per æqualia diuidat tertia diameter: & à termino illius diametri ducantur perpendiculares ad illas diametros: puncta diametrorum, in quæ cadunt, ad se inuicem reflectuntur à duobus punctis speculi tantùm. Punctorum aũt diametrorum citra hos terminos perpendicularium sumptorum, id est uersus centrum: reflectitur quodlibet à duobus punctis tantùm: & unũ reflectitur ad illud, quod æqualiter distat à cẽtro: & omniũ talium duplex est imaginis locus.

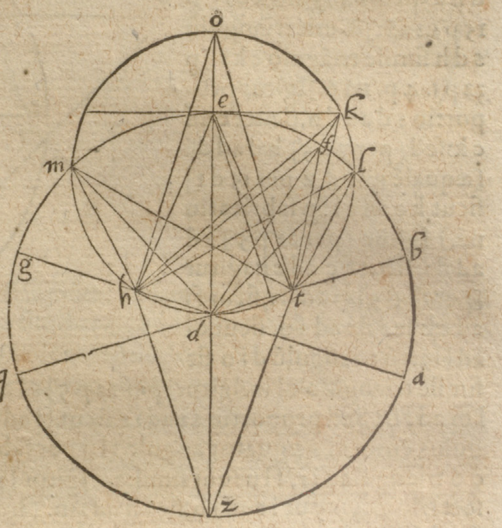


72. Si angulũ cõprehensum à duabus diametris in cẽtro circuli (qui est cõmunis sectio superficierũ, reflexionis & speculi sphærici caui) tertia bifariã secet: et ab eius termino in peripheria dicto angulo subtẽsa, sint ꝑpẽdiculares suꝑ dictas diametros: pũcta diametrorũ inter ꝑipheriã et

perpendi-

perpendicularium terminos à centro speculi æquabiliter distantia, à quatuor peripheriæ pũctis inter se mutuo reflectentur, & quatuor habebunt imagines. 26 p 8.

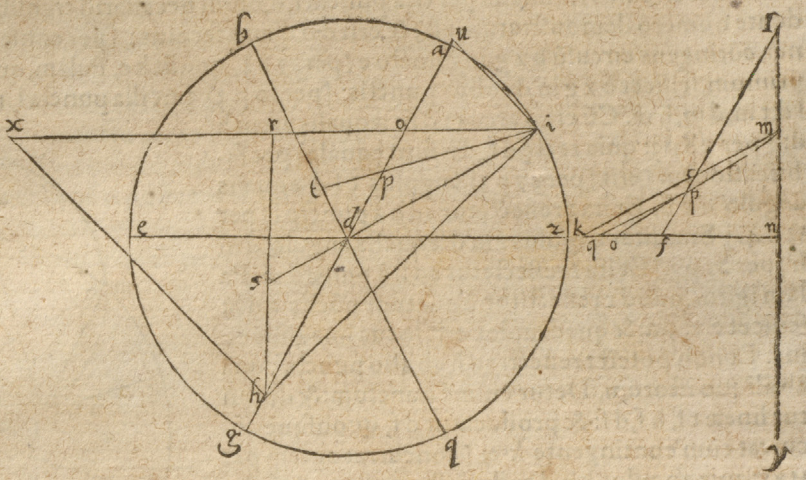
AMplius: sumptis duabus diametris b q, a g: & e z diuidente angulum earum per æqualia: sumatur in b d punctum t supra punctum, in quod cadit perpendicularis, ducta à puncto e: & in d g sumatur d h æqualis d t: [per 3 p 1] & ducantur t e, h e. Reflectetur quidem t ad h à puncto e, & similiter à puncto z, non ab alio puncto arcus a q: nec ab aliquo puncto arcus a b uel g q [per 66 n.] Deinde à puncto t ducatur perpẽdicularis super t d: [per 11 p 1] quæ quidem concurret cũ d e extra circulum sphærę, cũ angulus b d e sit acutus [ut ostensum est 36 n: quare d e & perpẽdicularis super t d per 11 ax: concurrent: & quidem extra circulum b z g. Quia cum hæc perpẽdicularis, & ea, quæ à puncto e super eandem semidiametrum d b ducitur, sint parallelę per 28 p 1: nunquã cõcurrẽt per 35 d 1. Quare perpendicularis à puncto t continuata, cadet extra circulũ ultra punctũ e. Itaq; cõcurret cum semidiametro e d extra circulum b z g.] Cõcurrat ergo in puncto o: & ducãtur lineę t o, h o. Et fiat circulus transiens per tria puncta t, d, h: qui necessariò transibit per punctum o [ut pręcedente numero demonstratum est] & erit d o diameter eius: [per consectarium 5 p 4] & ducatur linea cõtingens circulũ b z g, in puncto e [per 17 p 3] quę sit k e. Palàm, quòd ultimus circulus secabit primum, scilicet b z g in duobus punctis: [per 10 p 3] sint illa puncta l, m: & ducantur lineæ t l, h l, l d, t m, d m, h m. Cũ ergo arcus t d sit æqualis arcui h d: [per 28 p 3: quia rectę d t, d h sunt ęquales per fabricationem] erit [per 27 p 3] angulus t l d æqualis angulo d l h. Et ita t reflectetur ad h à puncto l [per 12 n 4.] Similiter angulus t m d æqualis angulo d m h [per 27 p 3.] Et ita t reflectetur ad h à puncto m. Palàm igitur, quòd t reflectitur à quatuor pũctis a d h: scilicet e, z, l, m: & quadruplex erit locus imaginis eius. Et non potest t reflecti ad h ab alio puncto, quã ab aliquo istorum. Detur enim f punctum: & ducantur lineæ t f, h f, d f: & producatur d f, quousque cõcurrat cum contingente k e: [concurret autem per 11 ax: quia angulus k e d rectus est per 18 p 3, & f d e acutus, quia pars acuti b d e] & sit concursus k: & ducantur lineæ t k, h k. Igitur angulus t f d æqualis angulo d f h ex hypothesi: [& 12 n 4] restat [per 13 p 1] angulus t f k æqualis angulo k f h. Sed angulus t k f est æqualis angulo f k h [per 27 p 3] quia super ęquales arcus: & f k communis: erit [per 26 p 1] triangulum æquale triangulo: & ita t k æqualis k h: quod est impossibile: quoniam h k maior h o, & t k minor t o [per 7 p 3] & t o ęqualis h o. [Nam quia recta d t æquatur ipsi d h per fabricationem, & angulus t d o ipsi h d o per thesim, & latus o d commune: ergo per 4 p 1 latus t o æquatur lateri h o: ideoq; t k minor est h k.] Palàm igitur, quòd non est reflexio ab aliquo puncto, quàm à punctis quatuor. Igitur si in diuersis diametris sumantur duo puncta, scilicet t, h, ęqualiter à centro distantia: si fuerint super punctis diametrorum, in quę cadunt perpendiculares, ductę à termino diametri diuidentis per æqualia angulum duarum diametrorũ: aut fuerint inter centrum & puncta illa, id est citra perpendiculares, dum æqualiter distent à centro: reflectetur quidem t ad h à duobus punctis tantùm. Si uerò fuerint t & h à locis perpendicularium usq; ad circulum: reflectetur quidem t ad h à quatuor punctis. Si uerò fuerint in circulo, uel extra: tamẽ citra contingentem k e: reflectetur quidem t ad h à duobus punctis tantùm. Si uerò supra contingẽtem fuerint: reflectetur quidem t ad h ab uno puncto tantùm. Et hæc quidem accidunt, dum t ęqualiter distat à centro cum puncto h.



73. Visu & uisibili in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphærici caui) à centro inæquabiliter distantibus: ab uno puncto peripheriæ inter semidiametros, extra quas sunt uisus & uisibile, reflexio fieri potest. 27 p 8. 120 p 1.

AMplius: t, h si fuerint in diuersis diametris: & longitudo eorum à centro fuerit inęqualis: reflexio fiet ab uno puncto. Verbi gratia: ducantur diametri a d g, b d q: & e z diuidat angulum eorum per æqualia: & t propinquius sit centro d, quàm h. Et sumatur linea l y: & [per 10 p 6] diuidatur in puncto m, ut sit proportio y m ad m l, sicut h d ad d t: & diuidatur l y in æqualia in puncto n [per 10 p 1] & à puncto n ducatur perpendicularis n k: [per 11 p 1] & super punctum l fiat angulus ęqualis medietati a d t per lineã f l: erit quidẽ angulus f l y acutus: [quia æquatus est dimidiato angulo a d t acuto, ut ostensum est 36 n.] Quare [per 11 ax] f l cõcurret cum n k: [quia l n k rectus est per fabricationem] concurrant in puncto f: & [per 35 n] à puncto m ducatur linea ad latus f l, cõcurrens cum latere n k in puncto, quod sit k: & secet linea illa latus f l in puncto c, ut sit proportio k c ad c l, sicut h d ad d z. Deinde super pũctum d fiat angulus æqualis angulo l c m: [per 23 p 1] qui sit i d a: & sit i punctum circuli supra z, aut infra: & super i punctũ fiat angulus ęqualis c l m: qui sit o i d: & super hanc lineam o i [continuatã] ducatur perpendicularis à puncto h [per 12 p 1] quæ sit h r: & pro-

ducatur r x æqualis lineę r i: & ducantur lineę h x, h i. Palàm secundum prædicta, quòd à puncto m non potest linea duci ad latus f l, diuidens ipsum eo modo, quo diuidit lineam m c k, præter hanc solam lineam m c k. Si enim posit: sit m p o. Palàm, quòd p o minor erit c k: quod quidẽ patebit ducta linea p q æquidistante c k: quę erit minor ç k: [cũ enim triangula k c f, q p f sint æquiangula per 29. 32 p 1: erit per 4 p 6 ut k f ad q f, sic k c ad q p: sed k f maior est q f per 9 ax. ergo k c maior est q p] & maior p o: [quia maior est q p, quæ per 19 p 1 maior est o p, cũ angulus p o q sit obtusus per 32. 13 p 1] & p l maior c l [per 9 ax:] Igitur non erit proportio p o ad p l, sicut k c ad c l. [Si enim sit ut k c ad c l, sic o p ad p l: erit per 14 p 5 c l maior l p, contra 9 ax: quia k c maior est o p.] Quare non erit proportio p o ad p l, sicut h d ad d t [per 11 p 5.] Restat ergò ut à puncto m non ducatur alia, quàm m c k, similis ei. Verùm cũ o d i sit ęqualis angulo l c m, & angulus o i d ęqualis angulo c l m: [per fabricationẽ] erit triãgulum c l m simile triangulo i o d [per 32 p 1. 4 p. 1 d 6.] Igitur angulus i o d erit æqualis angulo l m c: restat [per 13 p 1] angulus r o h æqualis angulo k m n: & angulus h r o rectus ęqualis erit angulo k n m: restat [per 32 p 1] angulus n k m æqualis angulo r h o. Ducta autem linea d i, donec concurrat cum h r in puncto s: [concurret aũt per 11 ax: qa angulus ad r rectus est, ad i uerò acutus] erit angulus s d h æqualis angulo k c f [p 15 p 1. 1 ax:] & erit triangulũ s d h simile triãgulo c k f [p 32 p 1. 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio s d ad d h, sicut f c ad c k: sed [per 7 p 5] h d ad d i [æqualẽ ipsi d z per 15 d 1] sicut k c ad c l [p fabricationẽ.] Igitur [per 22 p 5] s d ad d i, sicut f c ad c l: igitur [per 18 p 5] s i ad d i, sicut f l ad c l: sed d i ad i o, sicut c l ad l m: cũ triangulũ d i o sit

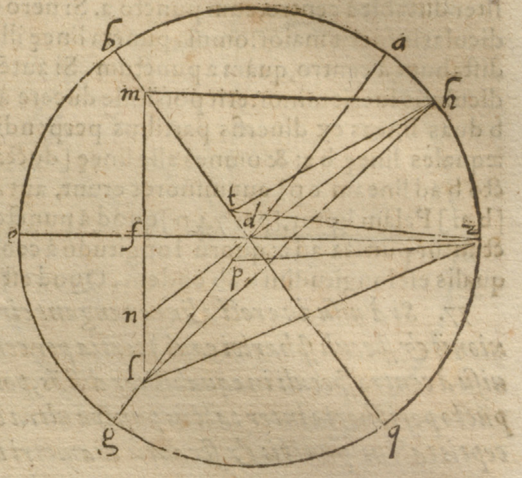


simile triangulo c l m. Igitur [per 22 p 5] s i ad i o, sicut f l ad l m [& p consectariũ 4 p 5, ut i o ad s i, sic l m ad f l.] Sed proportio s i ad i r, sicut f l ad l n: quoniam triangulũ s i r simile est triangulo f l n [angulus enim r i s æquatur angulo f l n per fabricationem, & s r i rectus f n l recto: ergo per 32 p 1. 4 p. 1 d 6 triangula s i r, f l n sunt similia.] Igitur [per 22 p 5] proportio i o ad i r, sicut l m ad l n. [& per consectarium 4 p 5 ut i r ad i o, sic l n ad l m.] Igitur proportio y m ad l m, sicut x o ad i o. [Quia enim x i dupla est ipsius i r, & y l dupla ipsius l n: erit igitur per 15 p 5 ut x i ad i o, sic y l ad l m, & p 17 p 5 ut x o ad i o, sic y m ad l m.] Ducta autem à puncto i ęquidistante linea u i, lineę h x, & producta linea d a, donec concurrat cum u i [concurret autem per lemma Procli ad 29 p 1] concurrat in puncto u: erit triangulum o u i triangulo h o x simile [per 15. 29. 32 p 1. 4 p. 1 d 6.] Igitur erit proportio h o ad o u, sicut y m ad m l: [Quia ob triãgulorum o u i, h o x ostensam similitudinẽ est, ut h o ad o u, sic x o ad i o, & ut x o ad i o, sic y m ad m l ex cõcluso: ergo per 11 p 5, ut h o ad o u, sic y m ad m l] & ita h o ad o u, sicut h d ad d t. [Fuit enim per fabricationẽ h d ad d t, sicut y m ad m l.] Sed quoniã [per 4 p 1] triãgulũ h r i æquale est triangulo h r x: cũ h r sit perpendicularis [per fabricationẽ: & x r æquetur ipsi r i, latusq; r h cõmune sit.] Igitur angulus h x r æqualis est angulo r i h: & ita r i h æqualis est angulo u i o [quia u i o æquatur ipsi h x o propter similitudinem triangulorum u i o, h o x.] Quarę [per 3 p 6] proportio h o ad o u, sicut h i ad i u: & ita [per 11 p 5] h i ad i u, sicut h d ad d t. Verùm angulus u i d maior est angulo d i h: [quia æqualis conclusus est angulo o i h] secetur ab eo æqualis: & sit p i d: & ducatur linea p t: & p sit punctum diametri d a. Palàm, quòd proportio h i ad u i cõstat ex proportione h i ad i p, & p i ad u i: [quia ratio extremorum componitur ex omnibus rationibus intermedijs, ut Theon demonstrauit ad 5 d 6.] & [per 3 p 6] proportio h i ad i p, sicut d h ad d p: quoniam d i diuidit angulum p i h per ęqualia. Igitur proportio h i ad u i (quæ est h d ad d t) constat ex proportione h d ad d p, & d p ad d t. Igitur proportio d p ad d t, sicut p i ad u i. Verùm angulus o i h est medietas anguli u i h: [ex concluso] sed angulus d i h medietas est anguli p i h: restat angulus d i o medietas anguli p i u. Sed angulus d i o est medietas anguli t d p: quia est æqualis angulo f l m [qui ęquatus est dimidiato angulo a d t seu p d t.] Igitur angulus p i u est ęqualis angulo t d p: & proportio d p ad d t, sicut p i ad u i. Igitur triangulũ u i p simile triangulo t p d: [per 6. 4 p. 1 d 6] & angulus u p i æqualis t p d: erit igitur [per 14 p 1] t p i linea recta: quia angulus d p t cum angulo t p o ualet duos rectos: & ita angulus o p i cum angulo o p t ualet duos rectos. [Idem uerò patet per conuersionem 15 p 1 à Proclo demonstratã.] Et ita [per 12 n 4] t reflectetur ad h à puncto i. [quia linea t p i est linea incidentię, & anguli t i d, h i d sunt æquales per fabricationem.] Et eadem erit probatio, siue sit t extra circulum, siue intra. Et similiter sumpto puncto h extra uel intra: dum inęqualiter distent à centro.

74. Si angulum comprehensum à duabus diametris in centro circuli (qui est cõmunis sectio superficierum reflexionis & speculi sphærici caui) tertia bifariam secet: puncta in dictis diametris

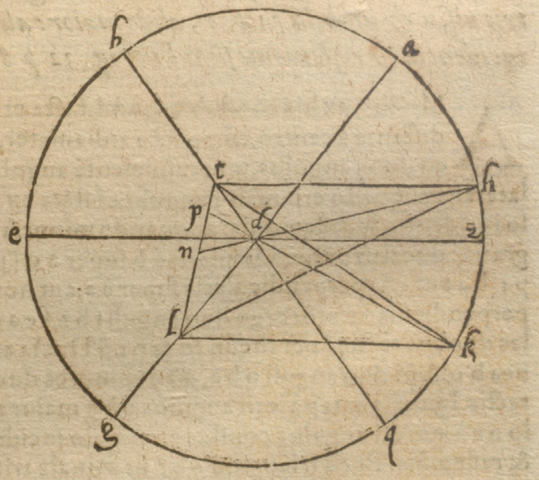
metris à centro inæquabiliter distantia, reflectuntur à quolibet puncto peripheriæ inter semidiametros, extra quas sunt, comprehensæ: excepto eo, in quo secans diameter terminatur. 28 p 8.

AMplius: ductis diametris b q, a g: & diametro e z diuidente angulum b d g per æqualia. Dico, quòd quodcũq; punctũ sumatur in arcu a q, pręter punctũ z: [à pũcto enim z reflectũtur tantùm pũcta diametrorũ à centro æquabiliter distania, ut constat è superioribus numeris] ab illo poterunt reflecti infinita paria punctorũ, inæqualiter à centro distantiũ. Verbi gratia: sumatur h punctum: & sumatur in semidiametro g d punctũ l: & à semidiametro b d secetur m d, æqualis l d: [per 3 p 1] & ducantur lineę l m, l h, m h, d h. Punctũ, in quo e z diuidit l m, sit f: erit [per 4 p 1] f l æqualis f m: & ducatur h d, quousq; cadat super l m in puncto n: erit igitur l n minor m n. Verùm cum angulus m d f sit æqualis f d l [ex thesi] & angulo q d z: [per 15 p 1] & angulus m d a æqualis angulo l d q: [per eandem] & angulus a d h æqualis angulo n d l: erit angulus l d h maior angulo m d h: [Quia enim m d n, id est per 15 p 1 h d q maior est n d l, id est a d h, & m d a æquatur ipsi l d q: angulus igitur l d h maior est angulo m d h] igitur [per 24 p 1] l h erit maior m h: cum m d, d h æqualia sint l d, d h. Erit ergo angulus d h l minor angulo d h m. Si enim esset æqualis: esset proportio l h ad h m, sicut l n ad n m: [per 3 p 6] qđ est impossibile. [Sic enim maior l h ad minorẽ h m eandẽ haberet rationẽ, quam minor l n ad maiorẽ n m.] Si autẽ fuerit maior: secetur ex eo æqualis: & improbabitur eodẽ modo. Igitur est minor. Secetur igitur ab angulo m h d ęqualis illi [d h l:] qui sit t h d. Igitur t reflectetur ad l à puncto h [per 12 n 4.] Et linea t d est minor l d. [quia minor est d m, per thesin æquali ipsi d l.] Similiter si sumãtur in semidiametris b d, g d alia puncta, quàm l, m, æqualiter à puncto d distantia: probabitur similiter, quòd à puncto h sit reflexio punctorum ad inuicem, inæqualiter distantium à centro: & ita de infinitis punctis in his diametris sumptis similis erit probatio: & à quocunq; puncto arcus a q sumpto, præter quàm à puncto z.



75. Si uisus & uisibile in diuersis diametris circuli (qui est cõmunis sectio superficierũ reflexiõis, et speculi sphærici caui) à cẽtro inæquabiliter distãtia, à pũcto aliquo peripheriæ inter semidiametros, extra quas sunt, inter se mutuò reflectãtur: ab uno tãtùm puncto reflectẽtur. 29 p 8.

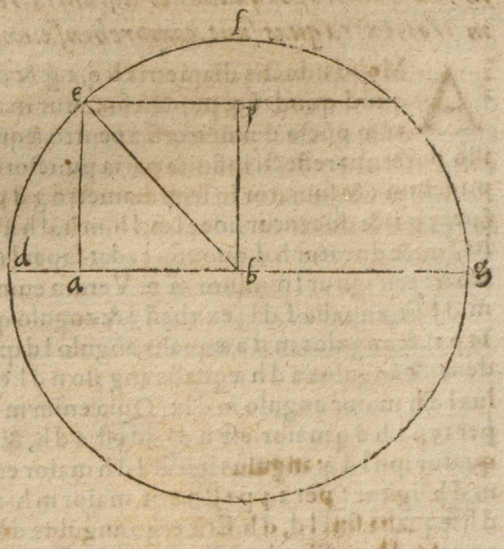
AMplius: sumptis punctis t, l in diametris: quorũ inæqualis sit lõgitudo à centro: reflectantur ipsa ad inuicẽ à puncto h: nõ poterit reflecti t ad l ab alio puncto arcus a q, quàm à puncto h. Si enim ab alio: sit illud k: & ducantur, t k, l k, d k, l t, t h, l h, n d h: & producatur d k, quousq; concurrat cum l t in puncto p [concurret autem, quia secat angulũ t k l à basi t l subtensum.] Palàm, quòd proportio l h ad h t, sicut l n ad n t. [per 3 p 6: quia enim t ex thesi est reflexionis punctũ: æquabitur per 12 n 4 angulus l h n angulo t h n.] Et similiter cũ angulus t p k sit æqualis l k p, ex hypothesi: erit [per 3 p 6] proportio l k ad k t, sicut l p ad p t: Sed [per 7 p 3] l h maior l k, & t h minor t k: igitur maior est proportio l h ad t h, quàm l k ad t k. [ut patet per 8 p 5.] Quare maior erit proportio l n ad n t, quàm l p ad p t: quod planè impossibile. [Quia enim l n minor est l p per 9 ax: & n t maior p t: erit ratio l n ad n t minor, quàm ratio l p ad p t, ut constat ex 8 p 5.] Restat, ut ab alio puncto arcus a q, quàm à puncto h non possit t reflecti ad l. Palàm igitur, quæ accidunt in arcu a q.



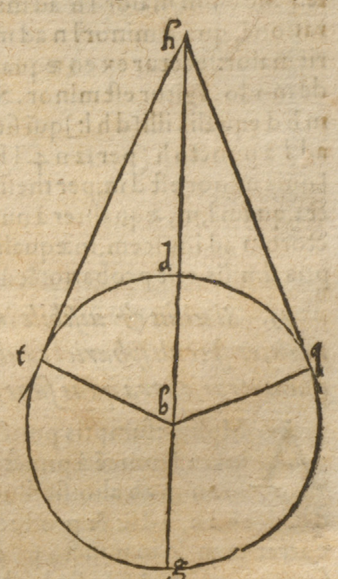
76. Visu in diametro circuli (qui est communis sectio superficierũ, reflexionis & speculi sphærici caui) intra peripheriam posito: uisibile cum uisu à centro utlibet distans: à quolibet semicirculi puncto ad ipsum reflecti potest. 30 p 8.

AMplius: sit a centrũ uisus: b centrum speculi: & ducatur diameter d a b g: & sumatur superficies, in qua sit a b quocunq; modo: quæ secabit sphærã super circulum: [per 1 th. 1 sphær.] qui sit d l g. Dico, quòd à quolibet puncto semicirculi d l g reflectuntur puncta ad a, inæqualis longitudinis à centro, cum eo. Verbi gratia: sumatur punctũ e: & ducantur lineę e a, e b. Palàm, quòd angulus a e b erit acutus: quia cadet in minorem arcum semicirculo. [Nam angulus insistens in peripheriam semicirculi rectus est per 31 p 3. Vel etiã angulus a e b acutus est per ea, quæ 60 n demon-

ſtrata ſunt.] Fiat ei æqualis [per 23 p 1] & ſit p e b: & producatur linea b e quantumlibet. Palàm, quòd quodlibet punctum illius lineę reflectetur ad a à puncto e: [per 12 n 4.] Ducta autem à puncto b ad lineam p e perpendiculari: [per 12 p 1] aut erit perpendicularis illa æqualis b a: aut maior: aut minor. Si fuerit æqualis: lineæ omnes ductę à puncto b ad lineam p e, præter illam perpendicularem, erunt maiores linea b a: [quia per 19 p 1 maiores ſunt perpendiculari, æquali b a] & ita quodlibet punctum lineæ p e, uno excepto [puncto nimirum perpendicularis] inæqualiter diſtabit à centro, cum puncto a. Si uerò perpendicularis fuerit maior: omnia puncta lineę illius plus diſtabunt à centro, quàm a punctum. Si autē perpendicularis fuerit minor: erit poſsibile ducere à puncto b duas lineas ex diuerſis partibus perpendicularis, æquales lineę b a: & omnes alię lineę [ductæ à puncto b ad lineam e p] aut minores erunt, aut maiores [b a.] Palàm igitur, [per 74 n] quòd à puncto e reflectuntur puncta ad a: quorū longitudo à centro inæqualis eſt longitudini a ab eodem. Quod eſt propoſitum.



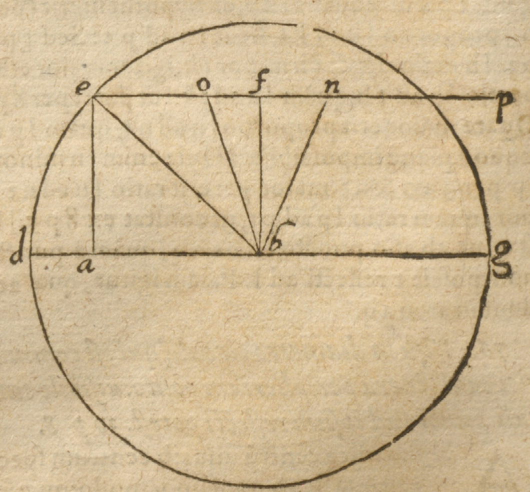
77. *Si à uiſu duæ rectæ lineæ tangant circulum (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſphærici caui) tertia per centrū ſecet: uiſibile cū uiſu à centro ſpeculi inæquabiliter diſtās, poteſt reflecti à quolibet pūcto peripheriæ inter tactus puncta ultra centrū interiectæ: exceptis tactus punctis & ſecantis diametri termino. 31 p 8.*



Conſtat ex his: quòd ſi ſumatur uiſus extra circulū: & ſit h: & ducatur diameter h b d g: & duę cōtingentes h t, h q: [per 17 p 3] à quolibet pūcto arcus t g q, pręterquā à punctis t, g, q poteſt fieri reflexio ad h punctorum, inæqualiter diſtantium à centro cum puncto h. [nam à peripheria t d q & punctis t, g, q nullam ad uiſum h reflexionem fieri conſtat tum per 70 n: tum quia angulus tactus indiuiduus eſt: tum ex ijs, quę 45 n 4 demonſtrata ſunt.] Et eadem erit probatio [quæ fuit 70 n.]

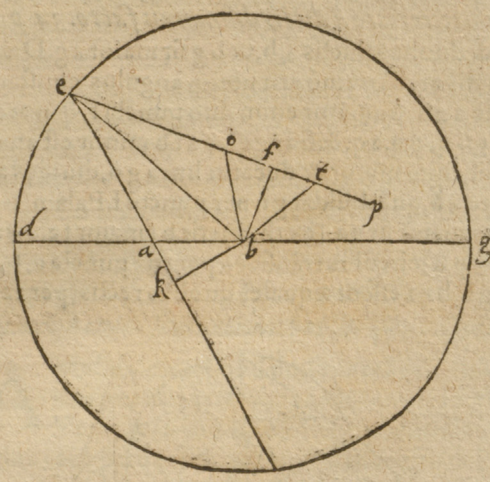
78. *Si uiſus & uiſibile intra circulum (qui eſt communis ſectio ſuperficierū, reflexionis & ſpeculi ſphærici caui) à centro inæquabiliter diſtantia, inter ſe reflectantur: angulus exterior à diametris uiſus & uiſibilis factus, aliâs maior: aliâs minor eſt angulo incidentiæ & reflexionis ſimul utroq;. 32 p 8.*

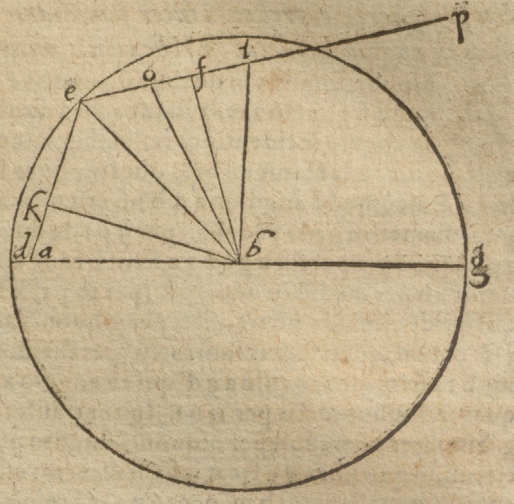
Amplius: ex his conſtabit, quòd, facta reflexione ad a à puncto e, uel alio puncto inæqualiter diſtante à centro, cū puncto a: diameter, in qua fuerit punctū reflexū, cum diametro a b g facit duos angulos, unū reſpicientē angulum reflexionis, alium ei collateralem: qui quidē collateralis aliquādo erit maior angulo, cōſtāte ex angulo incidentię & reflexionis: aliquando minor. Verbi gratia: ducatur perpendicularis f b ſuper e o [per 12 p 1] b a aut erit perpendicularis ſuper e a, aut non. Sit perpendicularis: erūt ergo duo anguli f b a, f e a ęquales duobus rectis [per theſin & 32 p 1.] Ducta aūt linea b o: erūt duo anguli o b a, o e a minores duobus rectis. Igitur [per 13 p 1] erit angulus o b g maior angulo o e a, qui eſt angulus conſtās ex angulo incidentię & reflexiōis. Et cū triangulū e b f ſit æquale triangulo e b a: [quia enim anguli ad a & f recti ſunt per theſin & fabricationē: & per 12 n 4 anguli f e b, a e b æquātur, & cōmune latus eſt e b: erūt triangula e b f, e b a æquilatera & ęqualia per 26 p 1] & erit b f æqualis b a: & ita o b maior b a [quia maior eſt f b per 19 p 1, cū ſubtēdat angulū rectū in triangulo o f b.] Ducta aūt linea b n: erunt duo anguli n b a, n e a maiores duob. rectis: [quia f b a, f e a æquātur duobus rectis, ut patuit] erit ergo angulus n b g minor angulo n e a: [Nam cū anguli n b a, n b g æquētur duobus rectis per 13 p 1, & n b a, n e a maiores duobus rectis per concluſionē: erit angulus n b g minor angulo n e a] & n b maior b a [quia maior b f p 19 p 1.] Et ita n



& o refle-

& o reflectũtur ad a à puncto e, & inæqualiter distant à centro cũ puncto a: & diameter o b cũ diametro a b g ex parte g facit angulũ maiorẽ angulo reflexionis & incidentiæ: & diameter n b minorẽ. Et ita patet ꝓpositũ. Si uerò b a nõ fuerit perpẽdicularis sup e a: ducatur [per 12 p 1] perpẽdicularis: quę sit b k: quę quidẽ siue cadat supra a b, aut sub: eadẽ erit ꝓbatio. Et b f sit perpendicularis super e o: & ducatur f t æqualis a k: & ducatur b t. Palàm, quòd in triangulo k e b angulus e k b rectus, ęqualis est angulo e f b, & [per 12 n 4] angulus k e b ęqualis angulo reflexiõis f e b: restat [per 32 p 1] tertius tertio ęqualis: & cũ latus e b sit cõmune utriq; triãgulo: erũt [per 26 p 1] triãgula æqualia: & erit f b æqualis k b: sed [ꝑ fabricationẽ] a k est æqualis f t: erit ergo [per 4 p 1] a b æqualis b t, & angulus a b k æqualis angulo f b t: addito igitur cõmuni angulo f b a: erit k b f æqualis t b a: Sed k b f & f e a ualent duos re-

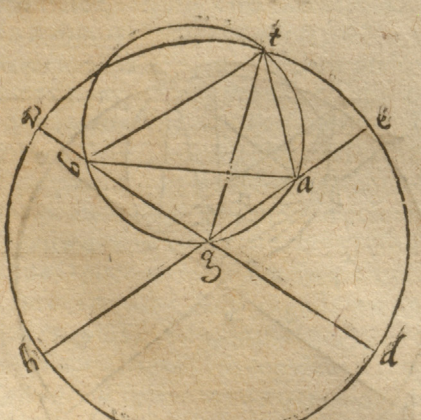


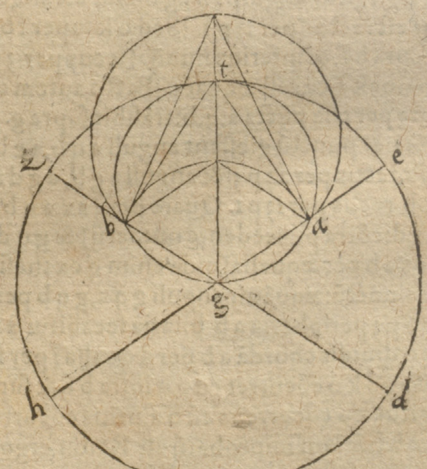


ctos: [per 32 p 1: quia in quadrilatero e b anguli ad f & k recti sunt.] Quare t b a, t e a ualent duos rectos: & ita t b g æqualis est angulo t e a: [quia t b g & t b a æquantur duobus rectis per 13 p 1] qui est angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis. Si igitur à puncto b ad lineam e t, ducatur linea ultra t: faciet cum b g ex parte g, angulum minorẽ angulo constante ex angulo incidentiæ & reflexionis: & erit linea illa maior a b: quoniã t b [qua illa per 19 p 1 maior est] æqualis est a b. Et quælibet linea à puncto b ad e t ducta citra t: faciet angulũ t b g ex parte g, maiorẽ angulo cõstante ex angulo incidẽtiæ & reflexionis: & erit minor a b [quia minor æquali b t per 19 p 1.] Et ita est propositũ.

79. *Si uisus & uisibile in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphærici caui) à centro inæquabiliter distantia, inter se reflectantur: angulus exterior à diametris uisus & uisibilis factus, est inæqualis angulo incidentiæ & reflexionis simul utriq;. 33 p 8.*

Amplius: sit b centrum uisus: g centrum sphæræ: ducatur diameter z b g d: & sumatur superficies, in qua sit diameter secans sphęram super circulũ [per 1 th 1 sphæ.] qui sit e z h. Dico, quòd si punctum a reflectitur ad b ab aliquo puncto circuli: & inæqualis est distantia puncti a à cen-



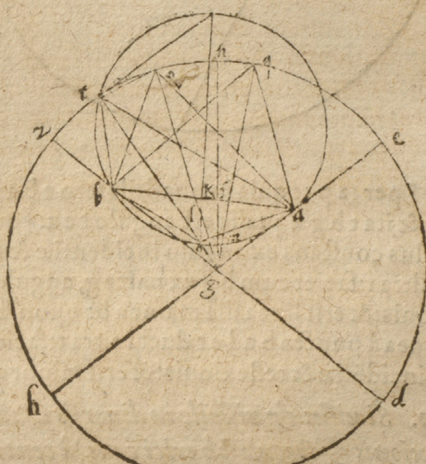


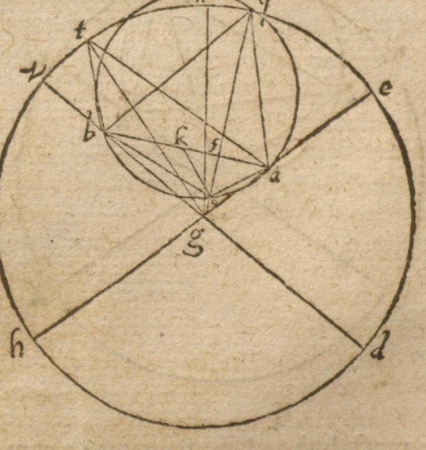
tro, & puncti b ab eodem: diameter a g cum diametro g d, ex parte d faciet angulũ, quem impossibile est esse æqualẽ angulo constanti ex angulo incidentiæ & reflexionis. Sit enim æqualis: & t sit punctum reflexionis: & sit a g inæqualis b g: & ducantur lineæ t a, t g, t b: & fiat circulus transiẽs per tria puncta a, g, b: [per 5 p 4] qui necessariò transibit per punctũ t. Si enim cadit extra: ductis lineis à pun

ctis a,b ad idẽ pũctũ illius circuli extrà: fiet [per 21 p 1] angulus minor angulo a t b: & probabitur esse æqualis. Quoniã [per 22 p 3] cũ angulo a g b ualebit duos rectos, & anguli a g b & a g d ualent duos rectos: [per 13 p 1] & angulus a t b est æqualis angulo a g d ex hypothesi: ergo angulus a t b cum angulo a g b ualet duos rectos. Et ita impossibile [cõtra 21 p 1.] Similiter si circulus citra t ceciderit, eadẽ erit improbatio. Restat ergo, ut transeat per punctum t. Cum igitur [per 12 n 4] angulus a t g sit æqualis angulo b t g: erit [per 26 p 3] arcus a g æqualis arcui b g: & ita [per 29 p 3] a g erit æqualis b g: & positum est esse eas inæquales. Et ita est propositum.

80. Si uisus & uisibile in diuersis diametris circuli (qui est cõmunis sectio superficierũ, reflexionis & speculi sphærici caui) à centro inæquabiliter distantia inter se reflectãtur à duobus punctis peripheriæ, cõprehensæ inter semidiametros, in quibus ipsa sunt: nõ erit uterq; angulus cõpositus ex angulo incidẽtiæ & reflexionis, minor angulo exteriore à dictis diametris facto. 34 p 8.

Amplius: sumptis in duabus diametris e g h, z g d, duobus pũctis a, b, ut b g sit maior a g. Dico, quòd si punctũ a reflectatur ad b à duobus punctis arcus e z: nõ erit uterq; angulus constans ex angulo incidentię & reflexiõis, minor angulo a g d. Sumãtur enim duo puncta t, q in arcu e z, à quib. a reflectatur ad b: & ducãtur lineę b t, g t, a t, b q, g q, a q: & si angulus a t b minor est angulo a g d: dico, quòd angulus a q b nõ erit minor a g d. Sit enim minor: & ducatur linea g n, diuidẽs angulũ diametrorũ per ęqualia: [per 9 p 1] & ducatur linea a b, quã diuidat g n per punctũ f. Palàm [per 3 p 6] quòd proportio b g ad g a, sicut b f ad f a: sed cũ b g maior sit g a: [ex thesi] erit b f maior f a. Diuidatur a b per mediũ in puncto k: [per 10 p 1] & fiat [per 5 p 4] circulus transiens per tria puncta a, b, t: qui quidẽ circulus nõ transibit per g: quoniã anguli a g b, b t a essent æquales duobus rectis [per 22 p 3] & palàm, quòd sunt minores: cũ [per thesin] angulus b t a sit minor angulo a g d [qui cũ angulo a g b ęquatur duobus rectis per 13 p 1.] Igitur trãsibit supra g. Similiter nõ trãsibit per q: quoniã sumpto puncto circuli, in quo linea g q secat ipsũ, scilicet m: esset arcus a m æqualis arcui b m [per 26 p 3] cũ respiciãt æquales angulos super q: [per thesin & 12 n 4: quia q est reflexiõis punctũ] quod manet impossibile. Quoniam sumpto puncto o, in quo linea g t secat hũc circulũ: erit arcus a o ęqualis arcui o b: [per 26 p 3] quia respiciũt ęquales angulos sup t [per thesin & 12 n 4: & sic peripheria b o maior esset peripheria b m, pars suo toto cõtra 9 ax:] Restat, ut hic circulus transeat supra q: si enim infra: eadẽ erit improbatio. Ducatur aũt linea à puncto o ad punctũ k: quæ quidẽ cum diuidat chordã a b per ęqualia: [per fabricationẽ] & similiter arcũ a b: [quia peripheria a o æqualis ostensa est ipsi b o] erit perpendicularis super a b. [rectæ enim lineæ subtendentes peripherias a o, b o, æquales sunt per 29 p 3, & b k æquatur ipsi k a, & cõmune latus est k o. Quare per 8 p. 10 d 1, o k perpendicularis est ipsi a b.] Verùm angulus b a g maior angulo a b g: [per 18 p 1] cũ b g sit maior g a: [ex thesi] & angulus b f g ualet duos angulos f a g, f g a [per 32 p 1] & angulus a f g ualet duos angulos f b g, f g b: sed a g f ęqualis est f g b: [per fabricationẽ] & f a g maior f b g. Igitur angulus b f g maior est angulo a f g: igitur b f g maior est recto: [per 13 p 1] quare n f b minor est recto. [per 13 p 1.] Sed o k super f b facit angulũ rectũ: ergo producta cõcurret cũ g n [per 11 ax:] supra b f, & inferius nunq̃. [secus per 3 p 6 b k fieret maior k a, cui est æquata.] Facto autem circulo trãseunte per tria pũcta a, q, b: trãsibit supra g. [Quia si trãsiret per punctũ g: essent anguli a q b, a g b æquales duob. rectis per 22 p 3: & anguli a g b, a g d æquantur duob. rectis per 13 p 1. Quare per 3 ax. a q b æquaretur a g d: cõtra præcedentẽ numerũ] & g q diuidet arcũ eius a b per æqualia [quia enim q ex thesi est reflexiõis punctũ: æquãtur anguli g q a, g q b per 12 n 4 & per 26 p 3 peripheria a b bifariã secabitur à recta g q] sed k o diuidit chordã a b per æqualia [per fabricationẽ] Ergo k o cõcurret cũ g n infra b f, & supra pũctũ g. Igitur k o cõcurrens cũ b a, prius cõcurret cum g n infra b f: & iam improbatũ est. Restat ergo, ut angulus a q b nõ sit minor angulo a g d: aut quòd a nõ reflectetur ad b à pũcto q [cõtra thesin.] Similis erit improbatio, sumpto quolibet puncto arcus e n. Sũpto aũt puncto in arcu n z: qui sit p: fiat reflexio puncti a ad b à puncto p, ut angulus cõstans ex angulo incidẽtię & reflexiõis supra p, sit minor angulo a g d, sicut angulus cõstãs ex angulo incidẽtię & reflexionis supra t, minor est eodẽ. Improbabitur aũt hoc modo. Ducãtur a p, b p, g p: oportet ergo necessariò

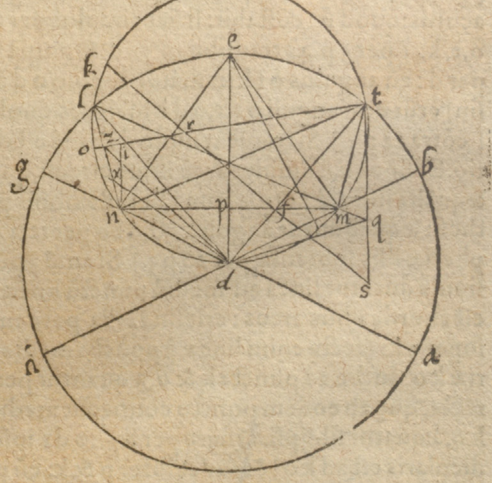




ceſſariò,ut g p diuidat k o propter arcum a b,quẽ diuidit ex circulo a b t linea g t per æqualia: [peripheria enim b o æquatur peripheriæ c a ex concluſo:] & ſimiliter linea k o. Sit ergo punctum concurſus lineæ g p cum k o,punctum l:& ducatur linea t p. Cum igitur duæ lineæ g p,g t ſint æquales: [per 15 d 1] erũt [per 5 p 1] duo anguli g p t,g t p æquales:& [per 32 p 1] uterq; acutus. Ducta igitur perpendiculari ſuper g t à puncto t: [per 11 p 1] cõtinget circulum ſpeculi [per conſectarium 16 p 3] & producta,cadet ſuper terminum diametri minoris circuli: cum angulus,quem efficit cum g t,reſpiciat arcum ſemicirculi minoris circuli: [per 31 p 3] & cũ t o cadat ſupra k o, & k o producta tranſeat per cẽtrum minoris circuli: [per conſectarium 1 p 3,quia recta linea o k biſariam, & ad angulos rectos ſecat rectam a b] neceſſariò illa perpendicularis cadet ſuper terminum k o producta: [per 31 p 3] & p t eſt inferior illa perpẽdiculari,habito reſpectu ad n. Igitur quæcunq; linea ducatur à puncto g ad lineam t p,ſecans diametrum illius circuli,quæ eſt o k: cadet in punctum aliquod lineæ t p, citra illam perpendicularem. Cum igitur g p cadat in p,& ſecet o k: erit p citra perpendicularem,& infra arcum illius perpendicularis. Facto igitur circulo tranſeunte per tria puncta a, b, p: tranſibit quidem per l,& ſecabit circulum a b t in duobus punctis a,b: & cum exeat à puncto b,& iterum redeat in punctum p,inferius puncto t, cum p ſit citra illum circulum: neceſſariò ſecabit illum in tertio puncto:quod eſt impoſsibile [& contra 10 p 3.] Reſtat ergo,ut punctum a non reflectatur ad b à duobus punctis arcus,interiacentis eorum diametros, id eſt arcus e z, ut uterq; angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis ſit minor angulo a g d.

81. Duo puncta in diuerſis diametris circuli (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficierum, reflexionis,& ſpeculi ſphærici caui) à centro inæquabiliter diſtantia: à duobus punctis peripheriæ comprehenſæ inter ſemidiametros,in quibus ipſa ſunt,inter ſe mutuò reflecti poſſunt. 35 p 8.

AMplius: dico quòd poſſunt reflecti duo puncta ad ſe,inæqualis longitudinis à centro,à duobus punctis arcus ipſa reſpicientis,id eſt diametros, in quibus ſunt pũcta illa, interiacẽtis. Verbi gratia: ſumptis duabus ſemidiametris in circulo ſphæræ,ſcilicet b d,g d: diuidatur angulus earũ p æqualia, per ſemidiametrũ e d: [per 9 p 1] & in b d ſumatur punctũ m, ſupra punctũ, in quod cadet perpendicularis ducta à puncto e ſuper b d: & ſumatur [per 3 p 1] n d æqualis m d: & [per 5 p 4] fiat circulus tranſiens per tria puncta d,m,n: neceſſariò circulus ille tranſibit extra e. Si enim per e: fieret quadrangulũ à quatuor punctis d,n,e,m: & duo anguli illius quadranguli ſibi oppoſiti ſunt æquales duobus rectis: [per 22 p 3] quod quidẽ non eſſet: cum linea e m ſit ſupra perpendicularem: & ideo angulus e m d acutus: [per 16 p 12 d 1] & ſimiliter ei oppoſitus ſuper n, acutus: quia e n ſupra perpendicularem eſt. [Quare in quadrilatero circulo inſcripto oppoſiti anguli eſſent minores duobus rectis contra 22 p 3.] Similis erit improbatio: ſi tranſeat circulus citra e. Tranſibit ergo extra, & [per 10 p 3] ſecabit circulũ ſphæræ in duobus punctis,ſicut t,l: & ducantur lineæ m t, d t,n t,m l, d l,n l: & ducatur linea m n ſecans t d in puncto f, lineam e d in puncto p. Palàm,cum m d ſit æqualis n d [per fabricationem] & p d cõmunis,& angulus n d p æqualis angulo m d p: [per fabricationem] erit [per 4 p 1] triangulum æquale triangulo: & erit angulus f p d rectus: [per 10 d 1] igitur angulus p f d acutus [per 32 p 1.] Ducatur [per 11 p 1] à pũcto f perpendicularis ſuper t d: quæ ſit k f. Palàm,quòd aliquod punctũ lineę n l,erit inferius pũcto k,ſumpta inferioritate reſpectu n: ſit illud punctũ z: & ducatur t z linea uſq; ad circulũ,cadẽs in punctũ circuli: quod ſit o. Arcus n o aut minor eſt arcu t l: aut nõ. Si nõ fuerit minor: ſumatur ex eo arcus minor: & ad terminũ illius arcus ducatur linea à puncto t: & erit idẽ,ac ſi arcus n o eſſet minor arcu t l. Sit igitur n o minor t l. Palàm [per 33 p 6] angulus t n l erit maior angulo o t n, quia reſpicit maiorẽ arcum. Secetur ex eo æqualis: & ſit i n z: & ſuper punctum t lineæ t m,fiat angulus, æqualis angulo o t n [p 23 p 1] qui ſit q t m. Cum igitur angulus t m l ſit maior angulo m t q: [p 33 p 6: quia peripheria t l ſubtenſa angulo t m l,maior eſt ex theſi, peripheria n o, ſubtẽſa angulo n t o,cui æquatus eſt angulus m t q] cõcurret linea t q cũ linea l m: cõcurrat in puncto q. Cum igitur angulus l m t ſit æqualis duob. angulis m q t,m t q [per

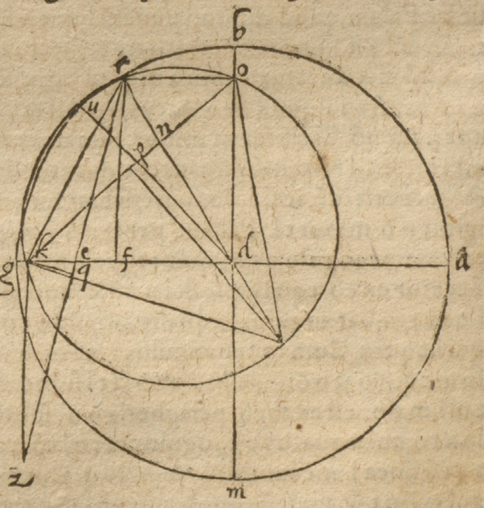


32 p 1] & angulus l n t ſit ęqualis l m t [p 27 p 3] q̃a ſunt ſup eũdẽ arcũ: [l t] & angulus i n z ſit ęqualis m t q: [p fabricationẽ] erit angulus i n t æqualis angulo m q t: & ita triangulũ m q t ſimile triangulo i n t [eſt enim angulus m t q æquatus angulo o t n: itaq; p 32 p 1 triãgula m t q,i t n ſunt æquiangula: & p 4 p. 1 d 6 ſimilia.] Et ſimiliter triangulũ i n z eſt ſimile triãgulo t n z: [cõmunis enim eſt angulus n z t: & z n i æquatus eſt ipſi o t n: ergo p 32 p 1. 4 p. 1 d 6 triãgula ſunt ſimilia] & ita ꝓportio n t ad t q, ſicut n i ad m q: & ſimiliter ꝓportio t n ad t z,ſicut i n ad n z. Sed t z maior t q: q̃d ſic patet. Sit r punctũ,in quo t z ſecat k f. Angulus t f r eſt rectus: [nã k f ꝑpẽdicularis ducta eſt ſup t d] quare [p 32 p 1] angul9 f t r acutus. Igitur angul9 q t f ei ęqualis. [Quia enim ex theſi recta d m æquatur ipſi d n: æquabitur peripheria d m peripheriæ d n p 28 p 3: & angulus d t m angulo d t n: & m t q æquatus eſt o t n.

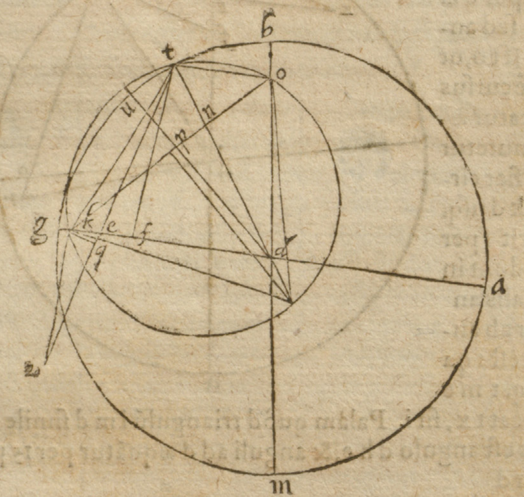
Totus igitur f t r æquatur toti f t q] est acutus: & k f perpendicularis super t d. Quare [per 11 ax.] k f producta concurret cum t q: sit concursus s: & linea t s ducta à puncto t ad punctum concursus, cuius lineæ pars est t q: erit æqualis lineæ t r: [quia anguli ad f sunt recti, & f t r, f t s æquantur, latusq; t f commune: æquabitur r t ipsi t s per 26 p 1] & ita t q minor t z [quia minor est ipsa t r, quæ pars est ipsius t z.] Quare [per 8 p 5] maior est proportio n t ad t q, quàm n t ad t z. Igitur maior est proportio i n ad m q, quàm i n ad n z. Quare [per 10 p 5] m q minor est n z. Secetur igitur ex n z æqualis ei [per 3 p 1] quæ sit n x. Quoniam [per 22 p 3] angulus l n d cum angulo l m d ualet duos rectos: erit [per 13 p 1. 3 ax] angulus l n d æqualis q m d: & x n, n d, æqualia q m, m d. Igitur [per 4 p 1] q d æqualis x d. Sed z d maior x d: quoniam angulus l n d cum angulo l m d ualet duos rectos: [per 22 p 3] sed angulus l m d acutus: cum angulus e m d sit acutus [per 16 p. 12 d 1.] Igitur angulus l n d maior est recto: igitur z d maior x d [quia enim angulus l n d est obtusus: erit per 32 p 1 n x d acutus, & per 13. 32 p 1 z x d obtusus, x z d acutus: quare per 19 p 1 z d maior est x d.] Quare z d maior q d. Igitur q reflectitur ad z à duobus punctis t, l: & q & z sunt inæqualis longitudinis à centro, & in diuersis diametris. Et quòd non sint in eadem diametro, palàm: quoniam angulus x d n æqualis est angulo q d m: addito ergo communi angulo x d m, erit angulus n d m æqualis angulo x d q: & minor duobus rectis. Quare magis angulus z d q [pars anguli x d q] minor duobus rectis. Quare q & z non sunt in eadem diametro, sed in diuersis.

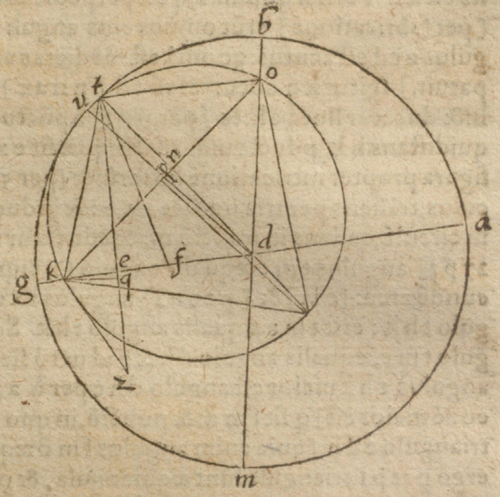
82. Si duo puncta in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphærici caui) à centro inæquabiliter distantia, à duobus punctis peripheriæ comprehensæ inter semidiametros, in quibus ipsa sunt, inter se mutuò reflectantur: à nullo alio eiusdem peripheriæ puncto reflecti possunt. 36 p 8.

Amplius: sumptis duobus punctis, quæ sint o, k, & inæqualiter distantibus à cẽtro: reflectetur quidẽ unum ad aliud à duob. pũctis arcus, respiciẽtis semidiametros, in quib. sunt: sed nõ ab alio pũcto illius arcus, quàm ab illis duob. Verbi gratia: d sit centrũ: k remotius à d quàm o à d: g d, b d semidiametri: t punctũ unũ reflexionis. Palàm ex superioribus, quòd uterq; angulus constans ex angulo incidẽtiæ & reflexionis, nõ erit minor angulo o d a: [p 80 n] nec æqualis [per 79 n] alter ergo erit maior. Sit angulus cõstans ex angulo incidẽtiæ & reflexionis, qui est sup t, maior angulo o d a: & ducatur lineæ o t, d t, k t: & ex angulo illo secetur angulus æqualis angulo o d a: [p 23 p 1] qui sit o t f: & diuidatur angulus f t k per æqualia per lineã t e [per 9 p 1] & à puncto k ducatur æquidistãs t f: [per 31 p 1] quæ quidẽ cõcurret cũ t e: [per lemma Procli ad 29 p 1] cõcurrat in pũcto z: & ducatur linea o k: & diuidatur angulus o d k per æqualia, per lineã d u, secantẽ lineã o k in puncto p: & est k d maior o d [ex thesi.] Cũ igitur [per 3 p 6] sit ꝓportio k d ad d o, sicut k p ad p o: erit k p maior p o. Itẽ linea d t secet lineã o k in puncto n. Dico, quòd p cadit inter n & k, nõ inter n & o, quod sic patebit. Angulus k p d ualet duos angulos p d o, p o d: & angulus o p d ualet duos angulos p k d & p d k [per 32 p 1.] Sed angulus p d o æqualis est angulo p d k: [per fabricationem] & [per thesim & 18 p 1] angulus k o d maior angulo o k d: igitur angulus k p d maior angulo o p d: igitur [p 13 p 1] angulus k p d maior recto: & angulus k n d acutus: quod sic cõstabit: si fiat circulus per tria pũcta o, t, k: [per 5 p 4] transibit infra d. Quoniã si transeat per d: cũ angulus o t k sit maior angulo o d a: [p thesin] erũt duo anguli o t k, o d k maiores duobus rectis [cõtra 22 p 3.] Si transeat supra d: eadẽ est demõstratio. Et linea n d diuidet arcũ illius circuli, qui est o k, ꝑ æqualia infra d. [Quia cum t sit reflexionis punctũ ex thesi: æquabuntur anguli k t d, d t o per 12 n 4, & peripheriæ illis subtensæ per 26 p 3.] Si autẽ à pũcto diuisionis ducatur linea ad mediũ punctũ lineæ o k: quæ est chorda illius arcus: erit linea illa perpendicularis super o k: [rectę enim lineæ à puncto medio peripheriæ k o, ductæ ad puncta k & o, æquantur per 29 p 3: & recta, quę ab eodem puncto connectit medium rectæ k o, æquatur sibijpsi. Quare per 8 p. 10 d 1 ipsa perpendicularis est ad k o] & cadet inter p & k: cũ p k sit maior p o: [ex cõclusõ] & angulus super n à parte illius perpẽdicularis & ex parte p erit acutus: [per 32 p 1] & angulus super p ex parte o est acutus [per 13 p 1: ostensum enim est angulum k p d esse obtusum.] Si ergo p cadit inter n & o: impossibile erit perpẽdicularem illam cadere inter n & p: quia secaret d p, & fieret triangulũ, cuius unus angulus rectus, alius obtusus [contra 32 p 1.] Cadet ergo inter n & k: & erit angulus n ex parte perpendicularis acutus: igitur ex parte o obtusus [per 13 p 1:] ergo p non cadit inter n & o: quia ita erit triangulum, cuius duo anguli obtusi [est enim angulus k p d obtusus conclusus.] Palàm, quòd angulus k t d est medietas anguli k t o: [per thesin & 12 n 4: quia t est punctũ reflexionis: & d t perpendicularis est plano speculum in puncto t tangenti per 25 n 4] sed k t e est medietas anguli k t f [per fabricationem.] Restat e t d medietas anguli f t o: sed f t o æqualis

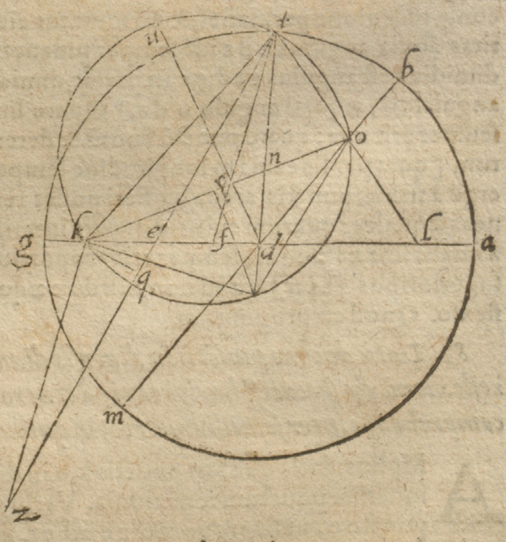


æqualis est angulo o d a [per fabricationem:] igitur e t d medietas anguli o d a: sed angulus o d a cũ angulo o d f ualet duos rectos [per 13 p 1] & [per 32 p 1] tres anguli trianguli e t d duos rectos: ablato e d t cõmuni: restat angulus t e d æqualis medietati anguli o d a, & angulo o d n [nam post subductionem communis anguli t d e, relinquũtur anguli d t e, t e d æquales angulis o d t, o d a: sed d t e æquatur dimidiato angulo o d a, ut patuit: reliquus igitur t e d æquatur dimidiato angulo o d a & angulo o d n simul utriq;.] Sed angulus o d p cũ medietate anguli o d a est rectus: [qa enim anguli o d k, o d a æquãtur duobus rectis per 13 p 1: & angulus o d u est dimidius anguli o d k per fabricationẽ: duo igitur dimidiati anguli duorũ rectorũ æquãtur uni recto] igitur angulus t e d est acutus: [quia enim angulus o d p cum dimidiato angulo o d a æquatur uni recto ex concluso: & maior est angulo o d n: quia, ut patuit, n cadit inter p & o: ergo angulus t e d æqualis angulo o d n, & dimidiato o d a, erit minor recto: ideoq; acutus] quare ei contrapositus est acutus [per 15 p 1.] Igitur si à puncto k ducatur perpendicularis ad t z: [per 12 p 1] cadet inter e & z. Si enim supra e ceciderit, cum angulus t e k sit obtusus: [per 13 p 1: acutus enim conclusus est t e d] accidet triangulũ habere duos angulos rectum & obtusum [contra 32 p 1.] Sit ergo perpendicularis k q. Dico, quòd k t se habet ad t f, sicut k d ad d o, t o enim aut est æquidistans k d: aut concurrit cum ea. Sit æquidistans: erit ergo [per 29



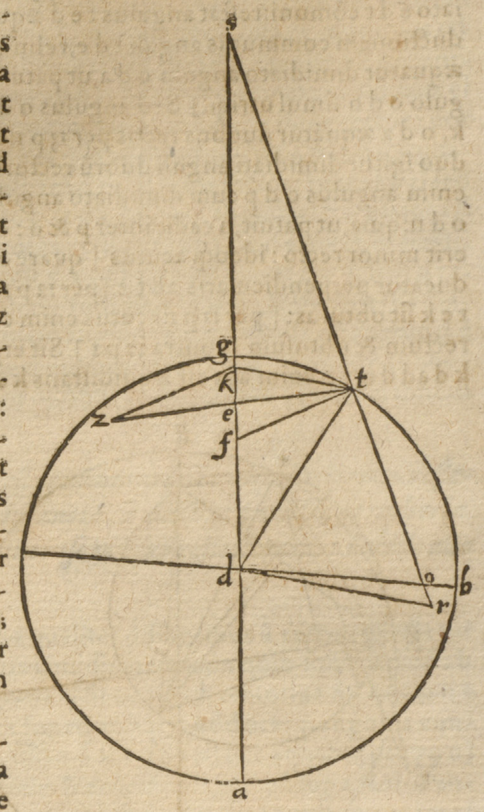


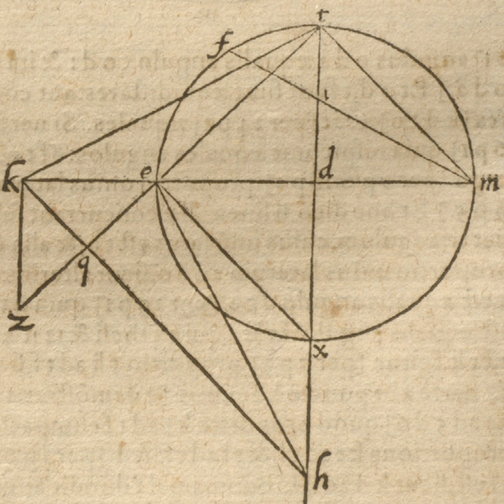
p 1] angulus o d a æqualis angulo t o d: & ità t o d æqualis angulo o t f [æquatus enim est o t f ipsi o d a.] Et o d, t f aut sunt æquidistãtes: aut cõcurrunt. Si æquidistantes, cũ cadant inter æquidistantes [k d, t o] erũt [per 34 p 1] æquales. Si uerò cõcurrunt: faciẽt triangulũ, cuius latera æqualia [per 6 p 1] quia respiciunt æquales angulos: [f t o, & d o t] & f d secat illa latera æquidistanter basi. Erit ergo [per 2 p 6. 18 p 5] proportio unius laterum ad d o, sicut alterius ad f t: & ita t f æqualis d o [per 9 p 5.] Et hoc dico, si lineæ illæ concurrant sub k d. Et si cõcurrant sub t o: eadem erit probatio: quia fiet triangulum, cuius unũ latus est t o, & alia duo latera æqualia: [per 6 p 1] & erit [per 2 p 6. 18 p 5] proportio unius laterum ad d o, sicut alterius ad t f: & ita [per 9 p 5] t f æqualis d o. Item angulus t d k est æqualis angulo d t o [per 29 p 1] quia d t inter æquidistantes: [ex thesi: nempe k d, t o] igitur est æqualis angulo d t k: [qui ex thesi & 12 n 4 æquatur angulo d t o] quare [per 6 p 1] d k æqualis est t k. Igitur [per 7 p 5] proportio t k ad t f, sicut k d ad d o. Si uerò t o concurrit cum k d: concurrat ex parte a in puncto l. Scimus [è demõstratis à Theone ad 5 d 6] quòd proportio k t ad t f compacta est ex proportione k t ad t l, & t l ad t f: sed [per 3 p 6] k t ad t l est, sicut k d ad d l: quoniam d t diuidit angulum k t o per æqualia: & proportio t l ad t f, sicut d l ad d o: quoniã angulus o d l est æqualis angulo l t f [per fabricationem] & angulus super l communis: [triangulis l t f, o d l] erit partiale triangulum simile totali [per 32 p 1. 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio k t ad t f cõstat ex proportione k d ad d l, & proportione d l ad d o: sed proportio k d ad d o constat ex ijsdem [assumpta d l media inter k d & d o.] Quare proportio k t ad t f, sicut k d ad d o. Si uerò t o concurrat cum k d ex parte g: sit concursus s. Et à puncto d ducatur æquidistans lineæ k t: [per 31 p 1] quæ sit d r, cõcurrens cum t o in puncto r: igitur [per 29 p 1] angulus k t d est æqualis angulo t d r: sed idẽ est æqualis angulo d t o [per thesin & 12 n 4.] Quare [p 6 p 1] d r est æqualis



t r. Sed quia triangulũ s t k simile est triangulo s r d: [per 29. 32 p 1. 4 p. 1 d 6] erit proportio d r ad s r, sicut k t ad t s: & ita r t ad r s, sicut k t ad t s: [p 7 p 5: æqualis enim cõclusa est t r ipsi d r] sed r t ad r s, sicut

ſicut d k ad d s [eſt enim per 2 p 6, ut s t ad t r, ſic s k ad k d: & per 18 p 5, ut s r ad r t, ſic s d ad d k, & per conſectarium 4 p 5, ut r t ad r s, ſic d k ad d s.] Igitur [per 11 p 5] k t ad t s, ſicut d k ad d s. Sed quoniam angulus f t o æqualis eſt angulo o d a: [per fabricationem] erit [per 13 p 1] angulus o d s æqualis angulo f t s [& angulus ad s æquatur ſibiipſi: itaq; per 32 p 1 triangula s t f, d s o ſunt æquiangula.] Igitur [p 4 p 6] s t ad t f, ſicut d s ad d o: & eſt k t ad t s, ſicut d k ad d s: & t s ad t f, ſicut d s ad d o: quare [p 22 p 5] k t ad t f, ſicut k d ad d o. Quod eſt propoſitũ. Sed quoniã k z æquidiſtat t f: [per fabricationem] erit [per 29 p 1] angulus k z e æqualis angulo e t f: & ita triangulũ k z e ſimile triangulo e t f. [Nam anguli ad e æquãtur per 15 p 1: itaq; per 32 p 1. 4 p. 1 d 6 triangula k z e, e t f ſunt ſimilia.] Quare ꝓportio k e ad e f, ſicut k z ad t f: ſed [per 3 p 6] k e ad e f, ſicut k t ad t f, propter angulum ſuper t diuiſum ꝑ æqualia. Igitur [ꝑ 9 p 5] k z æqualis eſt k t. Verùm quoniã k q eſt perpẽdicularis ſuper e z: [per fabricationẽ] erũt omnes eius anguli recti: ſed angulus e t d eſt acutus: quoniã eſt medietas anguli [f t o, ut patuit.] Igitur k q cõcurret cũ t d [ꝑ 11 ax.] Sit cõcurſus h: & ducatur linea e h: & [per 31 p 1] à pũcto e ducatur æquidiſtans h k, ꝓducta uſq; ad d h: quæ ſit e x: & mutetur figura propter intricationẽ linearũ: & [per 5 p 4] fiat circulus, tráſiens per tria puncta x, t, e: & ꝓducatur k d uſq; in circulũ, cadens in punctũ m: & educatur m t: erit [per 27 p 3] angulus t m e æqualis angulo t x e: quia cadunt in eundẽ arcũ: [e f t] & [ꝑ 29 p 1] angulus t x e æqualis angulo t h k: erit t m e æqualis angulo t h k. Secetur ab angulo t m e, æqualis angulo d h e: [id uerò fieri poteſt: q̃a angulus t h k maior eſt angulo d h e per 9 ax: itaq; t m e eodẽ maior eſt] q̃ ſit f m d: & punctũ, in quo f m ſecat t x, ſit i. Palàm quòd triangulũ i m d ſimile eſt triangulo e d h [quia enim angulus f m d æquatus eſt angulo d h e, & anguli ad d æquãtur per 15 p 1: ergo ꝑ 32 p 1 triangula ſunt æquiangula, & ꝑ 4 p. 1 d 6 ſimilia.] Quare proportio h d ad d m, ſicut e h ad i m. Et ſimiliter triangulũ t m d ſimile triangulo k h d: [Nã angulus t m d æqualis cõcluſus eſt angulo t h k: & anguli ad d æquãtur p 15 p 1. Quare ut prius triangula ſunt ſimilia] & ꝓportio k d ad d t, ſicut h d ad d m: & ita [ꝑ 11 p 5] k d ad d t, ſicut e h ad i m. Sed proportio k d ad d t nota: quoniã ſemp una & eadẽ permanet, quodcũq; punctũ reflexionis ſit t in arcu b g: quia ſemper linea t d eſt una: [quia eſt ſemidiameter circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficierũ reflexionis & ſpeculi] & k d ſimiliter [quia eſt diſtãtia pũcti reflexi à cẽtro ſpeculi.] Linea etiam e h unà in quacunq; reflexione permanet, & nõ mutatur eius quãtitas [quia angulus o d a idẽ ſemper ꝑmanet: eiusq; dimidius eſt angulus e t d: q̃a, ut patuit, dimidius eſt anguli f t o, æquati angulo o d a.] Quare linea i m ſemper erit una: quare punctũ f notũ & determinatum [quia per lineam i m longitudine ſemper eandẽ, continuatam in peripheriam oſtenditur.] Si ergo à tribus punctis arcus b g fieri poſſet reflexio: eſſet ducere à puncto f ad circulum x t e tres lineas æquales: quarum cuiuslibet pars interiacens diametrum t x & circumferentiam circuli eſſet æqualis lineæ i m: quia ſemper erit proportio k d ad d t, ſicut e h ad quamlibet illarum. Et patet ex ſuperioribus [34 n] quòd non, niſi duæ æquales poſſunt. Quare à duobus tantùm punctis fiet reflexio. Quod eſt propoſitum.

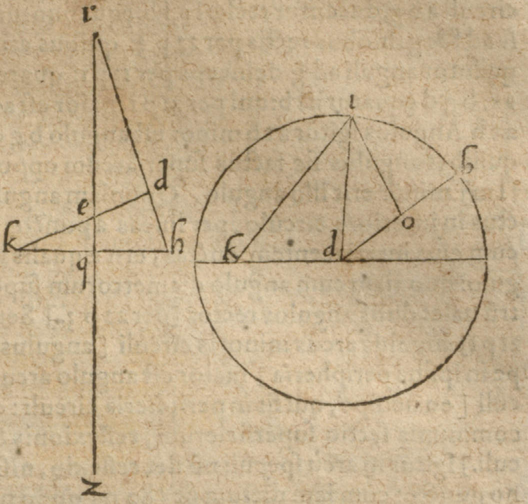




83. Datis duobus punctis in diuerſis diametris circuli (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſphærici caui) à centro inæquabiliter diſtantibus: inuenire in peripheria comprehenſa inter ſemidiametros, in quibus ipſa ſunt, duo reflexionis puncta. 37 p 8.

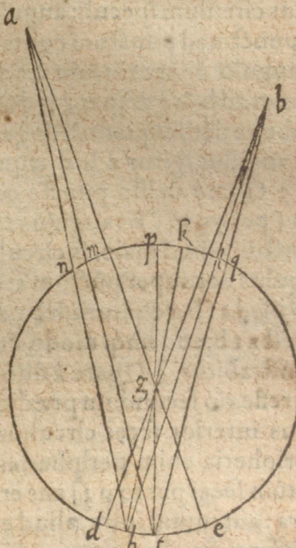
Amplius: datis duobus punctis k, o in diuerſis diametris, inæqualiter diſtantibus à centro: eſt inuenire punctum reflexionis. Verbi gratia: ſumatur linea z t: & [per 10 p 6] diuidatur in puncto e, ut ſit proportio z e ad e t, ſicut k d ad d o [in primo diagrammate præcedentis numeri.] Quoniam k d maior d o [ex theſi præcedẽtis numeri] erit z e maior e t: diuidatur z t per æqualia in puncto q: [per 10 p 1] & à puncto q ducatur perpendicularis ſuper z t: [per 11 p 1] & fiat angulus

angulus e t d æqualis medietati anguli o d a: erit quidem acutus: [quia æquatur angulo rectilineo dimidiato, ut ostensum est 36 n] igitur t d concurret cum perpendiculari [per 11 ax.] Sit concursus in puncto h: & [per 38 n] ducatur linea d e k, ut sit proportio k d ad d t, sicut k d ad semidiametrum sphæræ [erit igitur semidiameter sphæræ æqualis d t per 9 p 5.] Et angulo, quem habemus k d t fiat [per 23 p 1] in speculo angulus æqualis, scilicet k d t. Dico, quòd t est punctum reflexionis. Et si prædictam probationẽ replicaueris, manifestè uidebis.



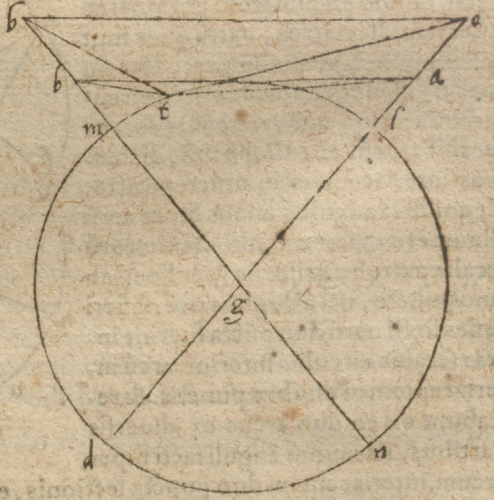
84. Si duo puncta extra circulum (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphærici caui) uel alterum intra, reliquum extra, in diuersis diametris, à centro inæquabiliter distantia, reflectantur à peripheria comprehensa inter semidiametros, extra quas ipsa sunt: ab uno puncto tantùm reflectentur. 38 p 8.

Amplius: sumptis duobus punctis in diuersis diametris, quæ puncta inæqualis sint longitudinis à centro: si fuerint extra circulum, & reflectantur ab aliquo puncto arcus oppositi diametris: non reflectentur ab alio eiusdem arcus. Verbi gratia: sint a, b puncta in diuersis diametris, extra circulum: g centrum: t punctum reflexionis: & ducantur b t, a t, t g: b t secabit arcum circuli: sit punctum sectionis q: a t secabit similiter arcum circuli: sit punctum sectionis m. Quoniam angulus b t g æqualis est angulo a t g: [per 12 n 4: quia t est reflexionis punctum ex thesi] cadent in arcus circuli æquales: [per 26 p 3] quod patebit producta semidiametro t g in p. Erit ergo arcus q p æqualis arcui m p. Si igitur b reflectitur ab alio puncto: sit illud h: & ducantur lineæ b h, a h, g h. Secet b h circulum in puncto l: a h in puncto n: & producatur h g in k. Secundum igitur prædictam probationem erit l k æqualis n k: sed iam habemus, quòd q p æqualis p m: quod est impossibile [& contra 9 ax.] Restat ut b non reflectatur ad a, à puncto h, uel ab alio puncto arcus oppositi diametris, præterquam à t. Similiter si fuerit alterum punctorum in circulo, alterum extra: ab uno tantùm puncto arcus poterit reflecti ad aliud.



85. Si recta linea connectens duo puncta in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphærici caui) à centro inæquabiliter distantia, tangat peripheriam dicti circuli, uel sit extra ipsam: ab uno tantùm puncto reflexio fiet. 39 p 8.

Amplius: si linea ducta ab uno duorũ punctorum, cõtingat circulũ, aut tota sit extra: sumpto quocũq; puncto in arcu opposito diametris: [in quibus sunt data puncta] altera linearum à punctorum duorum altero, ad illud punctum ductarum, tota erit extra circulum: & sic neutrum punctorum ad aliud reflectetur ab aliquo puncto illius arcus: [m l] & ab uno solo puncto speculi [in peripheria d n sumpto per 73 & præcedentem numeros.]

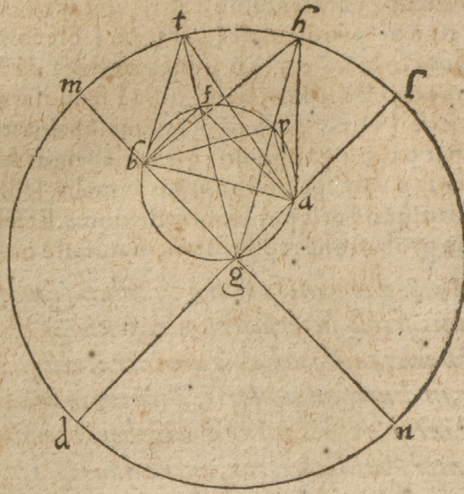


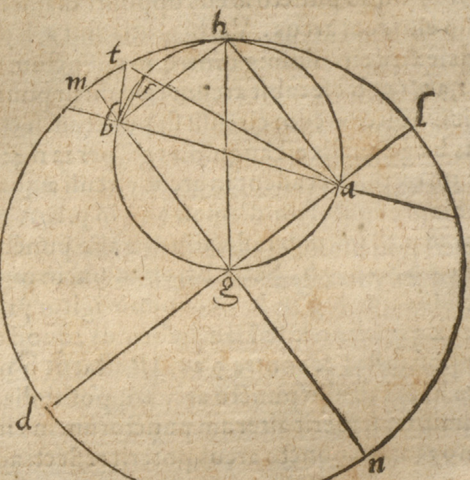
86. Si recta linea connectens duo puncta in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierũ reflexiõis & speculi sphærici caui) à cẽtro inæquabiliter distantia, continuata eundem secet: possunt dicta puncta ab uno, duobus, tribus, aut quatuor punctis speculi inter se reflecti. 40 p 8.

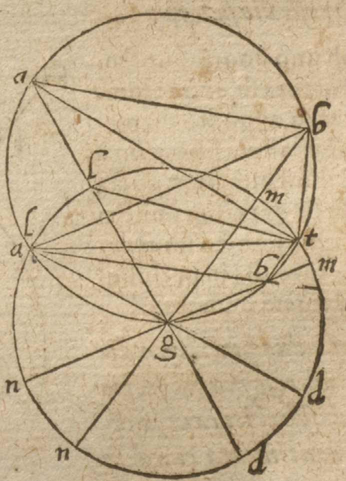
Si uerò linea ducta ab uno pũcto ad aliud, secet circulũ: fiat circulus p centrũ speculi & illa duo pũcta [p 5 p 4.] circulus ille aut tot⁹ erit intra circulũ: aut cõtinget ipsum intrinsecus: aut secabit. Sit tot⁹ intra: & ducãtur duę lineę à duob. pũctis ad aliquod pũctũ arcus oppositi: angul⁹,

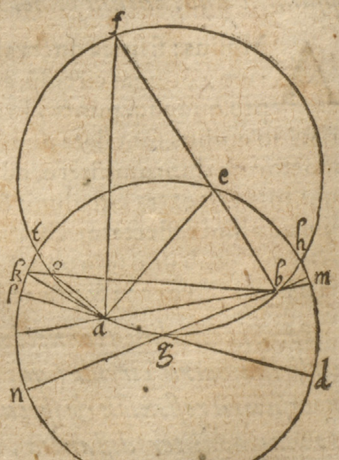
quem

quem facient [qui fit a t b] erit minor angulo [b g d] quem una diameter facit cum alia, ex parte cẽtri: [Nam si à puncto f, in quo g t secat peripheriam circuli a b g, ducantur rectæ f a, f b: ęquabuntur anguli ad f & g duobus rectis per 22 p 3: quibus etiam æquantur anguli ad g deinceps per 13 p 1: quare per 3 ax. b g d ęquatur a f b: qui per 21 p 1 maior est angulo a t b. Angulus igitur a t b minor est angulo b g d.] Et quilibet angulus sic factus super arcum oppositum [l m] minor erit illo angulo. Quoniam angulus factus in interiore circulo, per lineas à punctis ad arcum eius interiacentem ductas, erit æqualis illi angulo: quoniam cum angulo diametrorum super centrũ ualet duos angulos rectos [per 22 p 3.] Sed [per 21 p 1] angulus arcus minoris circuli [angulus nempe in ipsius peripheria] maior est angulo arcus speculi [eo nempe, qui fit in peripheria circuli: qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi.] Igitur in arcu speculi nõ fiet reflexio, nisi ab uno puncto: cum iam dictum sit [80 n] quòd non est possibile reflexionem à duobus punctis fieri, ut sit uterque angulus, constans ex angulo incidentiæ & reflexionis, minor angulo diametrorum ex alia parte centri. Si uerò circulus ille contingat intrinsecus circulum speculi: angulus factus à lineis, ab illis punctis ad punctum contactus ductis, erit æqualis angulo diametrorum ex alia parte centri [anguli enim ad h & g æquantur duobus rectis per 22 p 3: quibus etiam æquantur anguli ad g deinceps per 13 p 1: angulus igitur a h d æquatur angulo b g d per 3 ax.] Quare ab illo puncto contactus non fiet reflexio [per 79 n.] Et angulus factus super quodcunq; punctum aliud maioris circuli, erit minor illo [ut si angulus fiat super pũctum t: erit a f b maior a t b per 21 p 1: sed a f b æquatur a h b per 21 p 3: quare a h b maior est a t b: eodemq; modo de quocunq; angulo demonstrabitur.] Quare à duobus punctis arcus non fiet reflexio secundum prædicta [80 n.] Si uerò circulus interior secet circulum speculi: duo puncta [peripheria enim peripheriam in duobus punctis tantùm secat per 10 p 3] aut erunt extra circulũ: aut intra: aut unum intra, aliud extra: aut unum in circumferentia, aliud extra, uel intra. Si fuerint extra: circulus secans, non secabit arcum circuli speculi, interiacentem diametros. Et iam probatum est in præcedente figura [pręcedentis numeri] quòd hęc puncta ab uno solo puncto arcus interiacentis diametros poterunt reflecti [quod est punctum peripheriæ inter semidiametros, extra quas sunt reflexa puncta, ut patuit pręcedẽte numero.] Si uerò unum fuerit in circũferentia, aliud extra: circulus secans secabit arcum circuli speculi, diametros interiacentem in unico puncto. Et quilibet angulus factus super arcũ illum: erit maior angulo diametrorũ ex alia parte centri: & sic [per 80 n] ab uno puncto, uel à duobus potest fieri reflexio. Si uerò duo pũcta fuerint intra: secabit circulus interior arcũ interiacentem in duobus punctis: & restabunt ex eo duo arcus ex diuersis partibus. Et omnes anguli facti super arcum, interiacentem duo puncta sectionis, erunt maiores angulo diametrorum ex alia parte centri: [ut patet in angulo a e b per 22 p 3. 13. 21 p 1.] Et ab hoc arcu posset fieri reflexio forsitan ab uno puncto tantùm: forsitan à duobus [per 80 n.] Et si à duobus arcubus fiat reflexio, qui restant ex arcu totali, & ex diuersis partibus: omnes anguli erunt minores angulo diametrorum: [per 22 p 3. 13. 21 p 1] & tantùm ab uno eorum puncto fiet reflexio [per 80 n.] Et in hoc situ poterit fieri

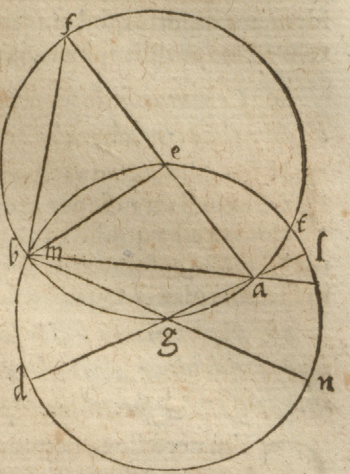






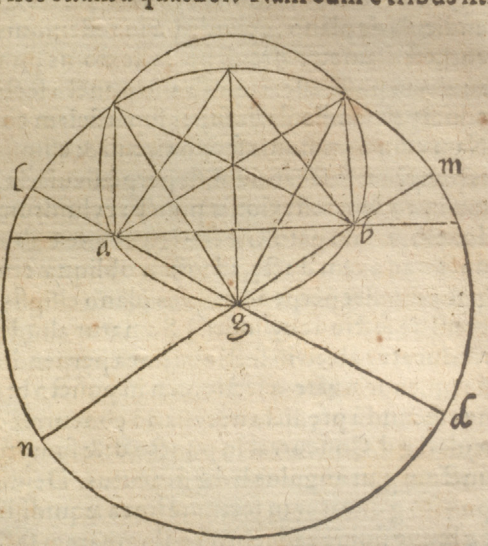


fieri reflexio à duobus punctis arcus interiacentis diametros, aut à tribus. Palàm etiam [per 73. 75 n] quòd ab uno tantùm puncto arcus oppositi [n d] fiet reflexio. Et ita in hoc situ, aliquando à tribus, aliquando à quatuor punctis fiet reflexio. Si uerò unum punctorum fuerit intra circulũ, aliud in circumferentia, uel extra: secabit circulus arcum interiacentem in unico puncto: & restabit unus arcus tantùm. Et omnes anguli facti in parte illius arcus, inclusa à secante circulo: erũt maiores angulo diametrorũ [per 22 p 3.13.21 p 1.] Et poterit fieri reflexio à duobus punctis illius partis, uel ab uno [per 80 n.] Omnes uerò anguli alterius partis interiacentis [quæ est t l] erunt minores angulo diametrorum [ut ostensum est.] Et ab uno tantùm pũcto illius partis fiet reflexio [per 80 n.] Et ita, cũ ab uno puncto arcus oppositi [n d] semper fiat reflexio in hoc situ: [per 73.75 n] aliquãdo à tribus, aliquando à quatuor: & nõ à pluribus poterit esse reflexio. Palàm ergo, quòd puncta inæqualis longitudinis à centro, aliquando ab uno puncto tantùm: aliquando à duobus: aliquando à tribus: aliquando à quatuor: nunquam à pluribus reflectuntur.



87. Si recta linea connectens duo puncta in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphærici caui) à centro æquabiliter distantia, cõtinuata eundẽ secet: possunt dicta puncta ab uno, duobus uel quatuor punctis speculi inter se reflecti: nunquam uerò à tribus tantùm. 41 p 8.

CVm autem puncta eiusdẽ longitudinis fuerint: poterit fieri reflexio aut ab uno tantùm puncto: [ut ostensum est 70 n] aut à duobus: [ut 71 n] aut à quatuor: [ut 72 n] nunquam uerò à tribus. [Quia si reflexio fiat à tribus punctis, fiet etiam à quatuor. Nam cum è tribus istis reflexionum punctis duo in eandẽ peripheriam cadant, ut in præcedentibus numeris patuit: periphẽria igitur inter duo illa reflexionũ puncta interiecta, per 30 p 3 bifariam secta, ductisq; rectis à centro, & datis punctis, in diuersis diametris æquabiliter à cẽtro distantibus, ad sectionis punctum: erunt anguli ad ipsum facti æquales per 27 p 3.4 p 1. Quare ipsum est reflexionis punctum per 12 n 4: atqui in peripheria priori l m opposita, scilicet n d, est etiam unũ reflexionis punctũ per 73.75 n. A' quatuor igitur punctis, nõ à tribus tantùm fit reflexio.] Vbi ab uno puncto fit reflexio, una apparet imago: ibi à duobus, duæ: ubi à tribus, tres: ibi à quatuor, quatuor. Si uerò punctum uisum & cẽtrum uisus fuerint in eadem diametro: fiet reflexio à circulo toto: & locus imaginis erit cẽtrum uisus [ut ostensum est 65 n.] Verùm si centrum uisus fuerit in centro speculi: nihil uidet [præter se ipsum, ut patuit 44 n 4.62 n.] Si uerò pũctum uisum fuerit in centro speculi: non uidebitur: quoniam forma eius accedet ad speculum super perpendicularem, nec reflecti poterit, nisi super perpendicularem [per 11 n 4.] Cum autem centrum uisus & punctum uisum fuerint in diuersis lineis extra centrum: lineæ illę ad centrum productæ, secabunt in diuersis partibus ex circulo sphæræ duos arcus: ab uno puncto unius tantùm fiet reflexio: ab alio forsitan à quatuor. Quòd si cẽtrum sphæræ fuerit ex una parte: centrum uisus & punctum uisum ex una: arcus, quem secant diametri, propter oppositionem capitis abscondetur. Vnde tunc à tribus tantùm punctis fiet reflexio. Et si dirigatur in hoc situ uisus ad arcum unius reflexionis tantùm: abscondetur alius trium reflexionũ, & unica apparebit imago. Item: Si integrum fuerit speculum: nõ erit ibi perceptio: oportet igitur, ut in eo sit abscisio. Et accidet nonnunquam arcum interiacẽtem diametros abscissum esse: & tunc nihil in eo uideri. Quare raro eueniet quatuor imagines in hoc speculo comprehendi. Vnde si quis hanc pluralitatem imaginum uoluerit uidere: disponat uisum intra speculum circa ipsum, ut modicam partem eius abscondat mole capitis, & totam speculi superficiem uisu discurrat.



88. In speculo sphærico cauo imago eiusdem uisibilis utroq; uisu aliàs una, aliàs gemina uidetur. 59 p 8.

CVm autem aliquid in hoc speculo percipietur duplici uisu: si linea reflexionis fuerit æquidistans perpendiculari: [incidentiæ] erit locus imaginis punctum reflexionis [per 60 n.] Et cum distant à se puncta reflexionis respectu duorum uisuum: apparebũt duobus uisibus duæ imagines eiusdem puncti: & locus cuiusq; imaginis est in puncto suæ reflexionis. Si uerò linea reflexionis non sit æquidistans perpendiculari: [incidentiæ] & punctum uisum tantùm distet ab uno

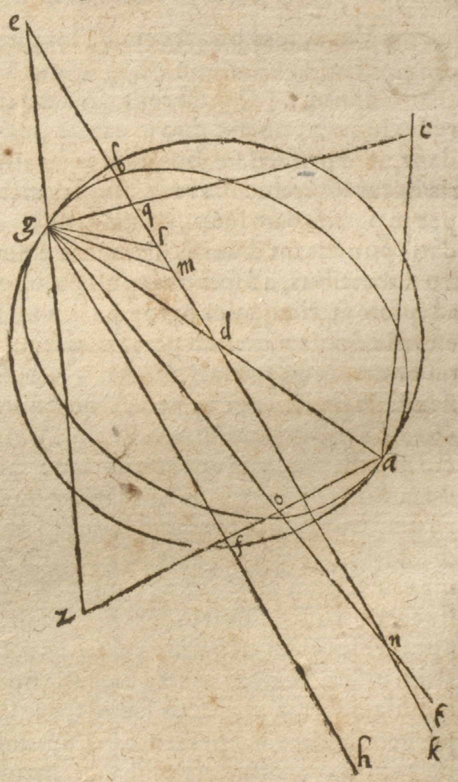
uno uiſu, quantum ab alio, uel modica ſit differentia: erit locus imaginis reſpectu utriuſque uiſus idem, aut diuerſus, ſed modicùm diſtans. Vnde aut una apparebit imago, aut ferè una: ſicut probatum eſt in ſpeculis ſphæricis exterioribus.

89. Communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei caui aliâs eſt latus cylindri: aliâs circulus: aliâs ellipſis. 1 p 9.

IN ſpeculis columnaribus concauis aliquando linea communis eſt linea recta: cum ſuperficies reflexionis tranſit per axem: [per 21 d 11] aliquando linea communis erit circulus, cum ſuperficies illa eſt æquidiſtans baſibus: [per 5 th. Sereni de ſectione cylindri] aliquando linea communis eſt ſectio columnaris. Quando fuerit linea recta: erit locus imaginis & modus reflexionis, ſicut in ſpeculis planis. Quando fuerit circulus: erit idem modus, qui in ſphæricis concauis.

90. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei caui fuerit ellipſis: imago uidebitur, aliâs ultra ſpeculum: aliâs in ſuperficie: aliâs citra uiſum: aliâs in uiſu: aliâs inter uiſum & ſpeculum. 10 p 9.

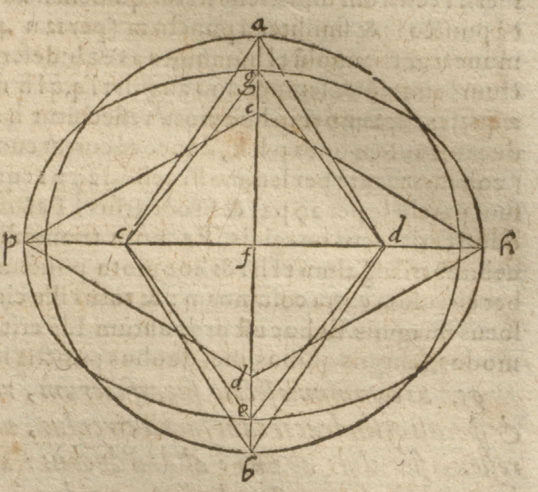
CVm uerò linea communis fuerit columnaris ſectio: aut erit locus imaginis ultra ſpeculum: aut citra uiſum: aut in centro uiſus: aut inter ſpeculum & uiſum: aut in ipſo ſpeculo: quod ſic patebit. Sit a b g ſectio: ducatur perpendicularis in hac ſectione: [ſuper planum tangens ſpeculum in reflexionis puncto] quæ ſit d g: quam ſecundum prædicta patet eſſe diametrum circuli. [Quia enim planum tangens cylindrum, tangit in latere per 26 n 4: ergo per 3 d 11 linea recta, perpendicularis plano tangenti, erit perpendicularis lateri, quod eſt parallelum axi per 21 d 11. Quare per 29 p 1 perpendicularis plano tangenti, perpendicularis eſt axi. Planum uerò baſi parallelum & per dictam perpendicularem ductum eſt circulus, cẽtrum habens in axe per 5 th Sereni de ſectione cylindri. Recta igitur linea perpendicularis plano, cylindrum in reflexionis puncto tangenti, eſt diameter circuli per reflexionis punctum ducti] & unicam poſſe eſſe: cum ab alio puncto ſectionis nõ poſſit duci perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem. [Nam cum communis ſectio circuli & ellipſis per reflexionis punctum ſe ſecantium, ſit perpẽdicularis, tum ad planum in eodem reflexionis puncto cylindrum tangẽs, tum ad axem, ut iam patuit: rectæ igitur lineæ ab alijs ſectionis punctis ad axem ductę, ad ipſum obliquæ erunt: ſecus per 4 p 11 axis eſſet perpendicularis plano ellipſis: contra 9 th Sereni de ſectione cylindri.] Sumatur aliud punctũ, & ſit b: & ducatur ab eo in ſectione linea perpendicularis ſuper lineam, contingẽtem ſectionem in puncto b: quæ quidem linea ſecundũ prędicta neceſſariò concurret cum perpendiculari g d. Concurrat in puncto d: & ſumptum ſit b circa punctum g, ut angulus b d g ſit acutus. Deinde [per 31 p 1] à puncto g ducatur in ſectione linea æquidiſtans b d: quæ ſit g h: quę quidẽ cadet intra columnarem ſectionem: quia angulus h g d erit acutus, cum ſit æqualis g d b: [per 29 p 1] & à puncto g inter d & h ducatur linea: quæ neceſſariò cõcurret cum b d: [per lemma Procli ad 29 p 1] concurrat in puncto n: & inter n & g ſumatur punctũ quodcunq;: quod ſit o: ultra punctum n ſumatur punctum t. Item à puncto g ducatur ſupra g h, alia linea g z, tamen intra ſectionem: quæ neceſſariò concurret cũ b d ex alia parte: [per lemma Procli ad 29 p 1] ſit concurſus e. Ducatur g q linea, ut angulus q g d ſit æqualis z g d [per 23 p 1] & fiat angulus l g d æqualis angulo h g d: & angulus m g d æqualis angulo n g d. Palàm, [per 12 n 4] quòd ſi fuerit uiſus in puncto z: reflectetur punctũ q ad ipſum, à puncto g: & punctum imaginis eſt e: [per 6 n] & ſi uiſus fuerit in puncto h: reflectetur ad ipſum l à puncto g: & erit locus imaginis g: ſi uerò fuerit uiſus in puncto o: reflectetur ad ipſum, punctum m: & locus imaginis erit n: ſi autem fuerit in n: erit locus imaginis puncti m in centro uiſus, id eſt in n: ſi autem fuerit in t: erit locus imaginis tunc inter uiſum & ſpeculum: quia in n. Et ita patet propoſitum.



91. Si uiſus & uiſibile fuerint in eadẽ recta linea, perpendiculari plano ſpeculum cylindraceum cauum tangenti: aliâs ab uno: aliâs à duobus ſpeculi punctis reflexio fiet: & imago uidebitur in centro uiſus. 11 p 9.

HAec quidem iam dicta intelligenda ſunt, cum punctum uiſum nõ fuerit ſuper perpendicularem cum ipſo uiſu. Tunc enim cum infinitæ ſuperficies poſsint intelligi, quarum quælibet orthogonalis ſit ſuper ſuperficiem, contingentem ſpeculum [per 18 p 11: quia ſuperficies illæ ducuntur per rectam plano ſpeculum tangenti perpendicularem] & omnes ſecent ſe ſuper illam perpen-

perpendicularem: quædam illarum superficierum efficiet lineam cõmunem, lineam rectam: & non fiet reflexio, nisi super illam perpendicularem: [per 11 n 4] & locus imaginis erit centrum uisus: & non uidebitur punctum, nisi quod fuerit in superficie uisus [per 13 n.] Quædam auté illarũ superficierum efficiet lineam communem, circulum: & tunc puncta, inter quæ & uisum fuerit centrum circuli: poterunt reflecti ad uisum, singula à duobus punctis circuli: cum à singulis ducantur lineæ facientes angulũ cum superficie contingente, quem per æqualia diuidit perpendicularis ducta ad centrum. [Nam cum a b sit diameter circuli, & f g axis cylindri: erit per 3 d 11 e f perpẽdicularis f g: itaq; anguli ad f erunt recti: at ex thesi c e æquatur ipsi e d: & communis est e f: ergo per 4 p 1 triangula d f e, c f e sunt æquiangula. Quare perpẽdicularis f e bifariam secat angulum c e d: eodemq; modo ostẽdetur perpendicularem g f bifariam secare angulũ d g c.] Et hæc quidem dico de punctis, quę sunt in illa perpendiculari: & loca imaginũ erunt in centro circuli: alia puncta illius perpendicularis nõ reflectentur ad uisum, præter punctum, quod est in superficie uisus: & illud per illam perpendicularem [per 11 n 4.] Cum autem fuerit linea cõmunis, sectio columnaris: non poterunt puncta perpendicularis reflecti ab aliquibus alijs punctis sectionis: cum forma accedens super perpendicularem, reflectatur super perpendicularem: & in sectione una sit perpendicularis [ut proximo numero ostensum est.] Quare per hanc solam perpendicularem fiet reflexio: & solũ punctum in superficiei uisus uidebitur: & locus imaginis erit centrum uisus.

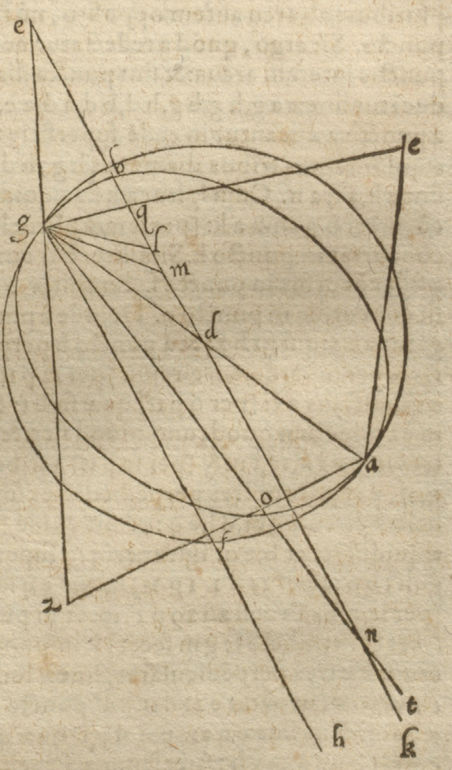


92. Si uisus fuerit in centro circuli speculi cylindracei caui: reflectetur ab eiusdẽ circuli peripheria, simili peripheriæ circuli per centrũ uisus ducti: & imago uidebitur in cẽtro uisus. 12 p 9.

Si uerò fuerit uisus in cẽtro circuli: reflectetur portio uisus, quam secant perpendiculares, ductæ à centro uisus ad circulum, [per cẽtrum uisus ductum] à portione simili circulo, [speculi] quam secant similiter eædem perpendiculares. Quia cum quælibet linea ducta à centro uisus ad circulum, sit perpendicularis: [super superficies uisus & speculi per 25 n 4: quia transit per centra uisus & speculi] fiet reflexio super perpendicularem: [per 11 n 4] & locus imaginis erit cẽtrum uisus: quod est centrum circuli.

93. Si communis sectio superficierum, reflexionis & speculi cylindracei caui fuerit ellipsis: à pluribus punctis idem uisibile ad eundem uisum reflecti potest. 9 p 9.

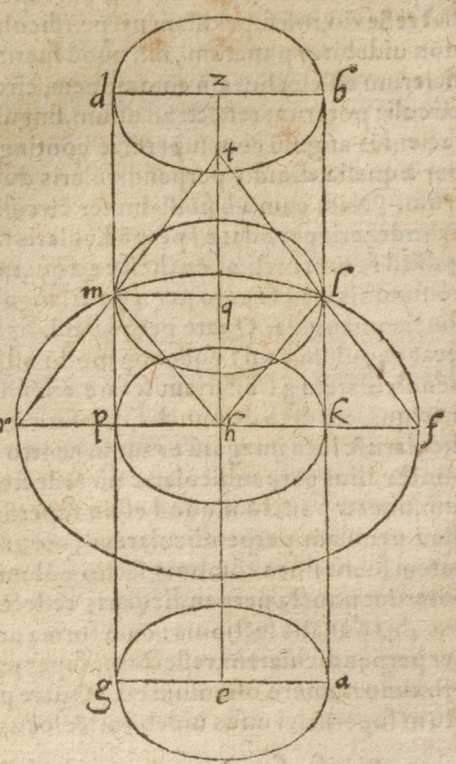
Amplius: super punctum a fiat angulus acutus quoquo modo: qui sit f a g. Palàm, quòd cõcurret f a cũ g z: [quia g z cadens intra ellipsin ex thesi 90 n efficit angulum z g d acutum: itaq; cũ anguli z g d, f a g duobus rectis sint minores: rectæ a f, g z concurrent ad partes z per 11 a x] sit concursus in puncto z: & [per 23 p 1] fiat angulus c a g æqualis angulo f a g: concurret equidẽ a c cum g q: [per 11 ax. Nam quia angulus q g d æquatus est angulo z g a acuto, ut patuit 90 n: & modo angulus c a g æquatur z a g: anguli q g d, c a g sunt minores duobus rectis] sit cõcursus in puncto c. Palàm [per 12 n 4] quòd c reflectetur ad z à puncto g: & ita reflectetur à puncto a ad z, & non ab alio puncto sectionis. Quia non poterit reflecti, nisi à termino perpendicularis: & una est in sectione illa perpendicularis [ut ostensum est 90 n] scilicet g a.



94. Si duo puncta sumantur in axe speculi cylindracei caui: possunt à tota circuli peripheria inter se mutuò reflecti: & imago uidebitur in peripheria circuli extra speculi superficiem descripti. 13 p 9.

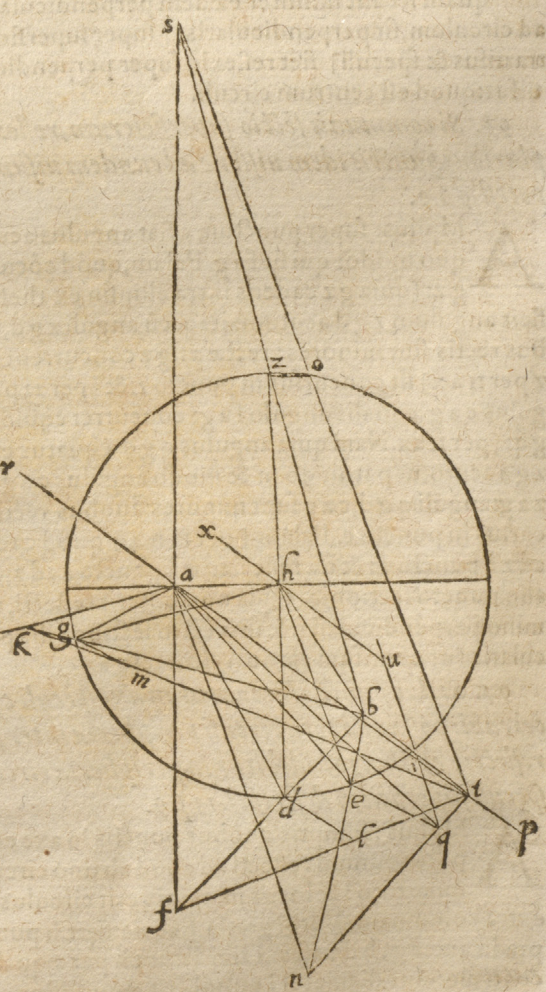
Amplius: sumptis duobus punctis in axe columnæ: poterit unum reflecti ad aliud ab uno circulo columnæ toto: & locus imaginis erit circulus quidam extra columnam. Verbi gratia: sit e z axis: t, h puncta sumpta in axe: a g, b d bases. Diuidatur t h per æqualia in puncto q [per 10 p 1] & fiat circulus, cuius q centrum: eius diameter l m: qui erit æquidistans basibus: [per 5 th. Sereni de sectione cylindri] latera columnæ b l a, d m g. Fiat etiam circulus k p, cuius h centrum, p k diameter: & ducantur lineæ

t l,t m,h l,h m. Palàm, quòd quatuor angulorum ſuper q quilibet eſt rectus [per 3 d 11: quia axis perpendicularis eſt circulo l m per 21 d 11] & t q æqualis q h [per fabricationem] & q l æqualis q m: [per 15 d 1] erũt illa triangula ſimilia [per 4 p 1. 4 p. 1 d 6] & anguli t l q, q l h æquales: ſimiliter anguli t m q, q m h æquales. Si ergo fuerit t centrum uiſus: reflectetur quidem h ad punctum t à puncto l: & ſimiliter à puncto m [per 12 n 4.] Si ergo moueatur triangulũ t l h, immoto axe t h: deſcribet punctum l circulũ: & ſemper duo anguli t l q, q l h manebunt æquales: & ſemper in hoc motu reflectetur h ad t. Producatur autem linea p h k, donec cõcurrat cum linea t l: [concurret autẽ per lemma Procli ad 29 p 1: quia m l, c k ſunt parallelę per 29 p 1] & ſit cõcurſus f. Palàm [per 7 n] quòd f erit locus imaginis. Et motu trianguli t l h, mouebitur triangulum t f h: & hoc motu punctum f deſcribet circulum extra columnam: & totus ille circulus erit locus imaginis. Et hoc eſt propoſitum. Idẽ erit probandi modus, ſumptis quibuslibet duobus punctis in axe.



95. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei caui fuerit circulus, uel ellipſis: reflexio fiet aliâs ab uno: aliâs à duobus: aliâs à tribus: aliâs à quatuor ſpeculi pũctis: totidemq́ uidebuntur imagines. 14. 15 p 9.

Amplius: punctorum extra perpẽdicularem uiſus ſumptorum quædam unicam habent imaginem: quædam duas: quædam tres: quædam quatuor: & non plures. Verbi gratia: ſit a punctum uiſum extra perpendicularem uiſus: & fiat ſuperficies tranſiens per a æquidiſtans baſibus ſpeculi: [ut oſtẽſum eſt 47 n] faciet quidem [per 5 th. Sereni de ſectione cylindri] circulum in columna. Sit centrum illius circuli h: & ſumatur in ſuperficie circuli aliud punctum, quod ſit b: & ducãtur diametri a h, b h. Palàm ex eis, quæ dicta ſunt in ſpeculis ſphæricis concauis [86 n] quòd ab uno puncto arcus, quẽ intercipiunt hæ duæ diametri, poteſt a reflecti ad b: forſitan à duobus punctis, aut tribus, ſed non à pluribus: ab arcu autem oppoſito, nõ niſi ab uno puncto. Sit ergo, quòd a reflectatur ad b à tribus punctis interciſi arcus: & ſint puncta illa g, d, e: & ducãtur lineæ a g, h g, b g, h d, b d, a d, a e, h e, b e: & à puncto a ducantur in eadẽ ſuperficie tres lineæ æquidiſtantes tribus diametris h g, h d, h e: quæ ſint a k, a f, a n. Cum igitur a k ſit æquidiſtans h g: cõcurret b g cum a k: [per lemma Procli ad 29 p 1] concurrat in puncto k. Similiter b d concurret cũ a f: ſit cõcurſus in puncto f. Similiter b e cum a n: ſit concurſus in puncto n. Deinde à puncto h erigatur axis: qui ſit h x: & à puncto b perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli: [per 12 p 11] quæ erit æquidiſtans axi [per 6 p 11] quæ ſit b t: & ſumatur in ea punctum quodcunq;: quod ſit t: & ducantur tres lineæ t k, t f, t n: & [per 12 p 11] à tribus punctis g, d, e erigantur tres perpẽdiculares ſuper ſuperficiem circuli: g m, d l, e q: erunt quidẽ [per 6 p 11] æquidiſtãtes t b, e q: igitur erũt in ſuperficie trianguli t b n: [per 35 d 1. 1 p 11] igitur e q ſecabit t n: [per lemma Procli ad 29 p 1] ſecet in puncto q: d l ſecet t f in puncto l: g m ſecet t k in puncto m. Et erunt hæ tres perpẽdiculares, lineæ longitudinis columnæ [ut patet è 21 d 11.] A' puncto q ducatur æquidiſtans lineæ n a: [per 31 p 1] quæ quidẽ concurret cum axe x h: [per lemma Procli ad 29 p 1] quoniam erit æquidiſtans e h: [per 30 p 1] ſit concurſus in puncto u: & ducatur linea t a: quam ſecabit q u: quoniam q u ducitur à latere trianguli [t b n] & linea e q ęquidiſtãte baſi [t b.] Sit punctum



ſectionis

sectionis i:& ducatur linea q a. Palàm, quòd angulus b e h æqualis est angulo e n a [per 29 p 1: quia a n, h e sunt parallelæ per fabricationem] & angulus h e a æqualis angulo e a n: & [per 12 n 4] angulus b e h æqualis angulo h e a: erit angulus e a n æqualis angulo e n a: quare [per 6 p 1] e n æqualis e a, & e q perpendicularis: [duabus rectis e a, e n per 3 d 11: quia perpendicularis est per fabricationẽ triangulo a e n] erit [per 4 p 1] triangulũ q e a æquale triangulo q e n: & erit q n æqualis q a: & erit [per 5 p 1] q n a æqualis angulo q a n: sed angulus t q i æqualis angulo q n a, & angulus i q a æqualis angulo q a n: [per 29 p 1: quia q i, a n sunt parallelæ per fabricationem] erit angulus i q t æqualis angulo i q a. Quare a reflectetur ad t à puncto columnæ, quod est q [per 12 n 4.] Eodem modo probabitur, quòd reflectetur a ad t à punctis l, m: Et ita à tribus punctis columnæ ex eadem parte: nec potest à pluribus. Detur enim aliud: ducto latere [cylindri, ut ostensum est 47 n] ab illo puncto: cadet in circulum, quem habemus: & probabitur, quòd à pũcto casus, qui est in circulo, poterit reflecti a ad t, repetita ꝓbatione: quod est impossibile [ut ostẽsum est 86 n.] Ex arcu uerò circuli opposito [arcui g d e] poterit reflecti a ad b ab uno puncto: [per 73 n] sit illud z: & ducatur diameter h z: & [per 31 p 1] ei æquidistans a s: & ducatur b z: quæ concurrat cum a s in puncto s: [cõcurret autem per lemma Procli ad 29 p 1] & erigatur perpendicularis: [super circulũ, cuius centrũ est h] quę sit o z: quæ erit latus [per 21 d 11] & [per 6 p 11] æquidistans t b: & ducatur t s: quę secabitur à linea o z: [per lemma Procli ad 29 p 1.] Sit sectio in pũcto o. Probabitur modo prędicto, quòd a reflectetur ad t à puncto o. Et si sumatur ex illa parte punctum aliud columnæ, à quo possit reflecti: per replicationem probationis probabitur, quòd ab alio puncto circuli, quàm z, potest reflecti ex parte illa: quod est impossibile [ut demonstratũ est 75 n.] Si ergo a ab uno puncto circuli reflectitur ad b ex aliqua parte: reflectetur ab uno columnæ ex eadem ad t: si à duobus, à duobus: si à tribus, à tribus: nec potest amplius ab illa parte: ab opposita uerò parte non nisi ab uno puncto circuli tantùm, & ab uno columnæ tantùm. Item t b æquidistat u h: [ut ab initio demõstratum est: itaq; per 35 d 1 sunt in eadem superficie, quæ est t b u h] nec potest sumi superficies æqualis, in qua sit t cum u h, præter superficiem t b u h. Similiter non potest superficies sumi, in qua sit a cum u h, præter superficiem a u h, quæ est perpendicularis [circulo, cuius cẽtrum h, per 18 p 11.] Igitur t non est in eadem superficie perpendiculari cum a, nec in eodem circulo, nec est in axe, quia est in linea ei æquidistante. Superficies igitur, in qua a reflectitur ad t, est sectio colũnaris [per 9 th. Sereni de sectione cylindri.] Verùm producta sit t a ultra t, & a ex utraq; parte: & sit r p. Cum quatuor sint superficies reflexionis: quia à quatuor punctis [q, l, m, o] fit reflexio, & in qualibet harum sint duo puncta t, a: erit r p communis quatuor superficiebus reflexionis: [per 1 p 11: quia uisus & uisibile, quæ sunt in linea r p, sunt in qualibet reflexionis superficie per 23 n 4] & quælibet harũ superficierum secat superficiem, contingentem speculum in puncto suæ reflexionis, super suam lineam communem, nõ super eandem [quia cum puncta reflexionis sint diuersa, etiam communes sectiones illarum superficierum (quæ sunt rectæ lineæ per 3 d 11) diuersæ erunt.] Linea ergo r p perpendicularis est super unam linearum quatuor cõmunium, non super duas: esset enim perpendicularis super superficiem contingentem: [per 3 d 11] & ita perueniret ad axem. [Quia enim per 21 d 11 latus cylindraceum ęquidistat axi: & r p perpendicularis plano tangenti ex cõcluso, simul perpendicularis est lateri per 3 d 11: ergo per lemma Procli ad 29 p 1 r p (quæ paulo antè ostẽsa est extra axẽ esse) cõtinuata secabit axẽ: quod est absurdum.] Sunt ergo diuersæ perpendiculares à puncto t ad has quatuor lineas communes: nec est nisi una perpendicularis tantùm, quę transit per a. Et perpendicularis aut est æquidistans lineæ reflexionis: aut concurrit cum ea ultra speculum, uel intra. Si fuerit æquidistans: erit locus imaginis punctum reflexionis, ut probatum est [91 n] Et cum quatuor sint reflexionis puncta: erunt quatuor imagines. Si concurrit, cum quatuor sunt perpendiculares: erunt concursus quatuor, & quatuor imagines.

96. Visu & uisibili datis, in speculo cylindraceo cauo punctum reflexionis inuenire. 16 p 9.

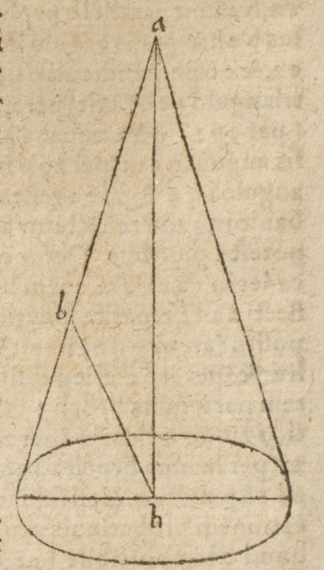
Amplius: datis puncto uiso, & puncto uisus: erit inuenire punctum reflexionis. Verbi gratia: sit a punctum uisum: b centrum uisus. Fiat superficies secans columnam æquidistanter basi [ut ostensum est 47 n] transiens per a: & [per 5 th. Sereni de sectione cylindri] faciet circulum. b aut est in superficie huius circuli: aut nõ. Si fuerit: inueniemus punctũ reflexionis in illo circulo, sicut dictum est in sphærico concauo [73 n.] Si nõ fuerit: ducatur [per 11 p 11] à puncto b perpẽdicularis super superficiem huius circuli: & replicetur suprà dicta probatio: & inuenietur pũctum reflexionis. Duplici autem uisu adhibito, una imago in ueritate, efficientur duæ, sed contiguæ uel admixtæ: unde uidebitur una.

97. Cõmunis sectio superficierũ, reflexionis & speculi conici caui est latus coni, aut ellipsis. 2 p 9.

In speculis pyramidalibus concauis linea, communis superficiei reflexionis & superficiei speculi, aut erit linea lõgitudinis speculi: aut erit sectio pyramidalis. Si fuerit linea longitudinis: erũt loca imaginum in ipso speculo. Si fuerit sectio pyramidalis: erunt loca imaginum aliquando citra uisum: aliquando in uisu: aliquando inter uisum & speculum: & aliquando ultra speculum, sicut ostensum est in speculo columnari concauo.

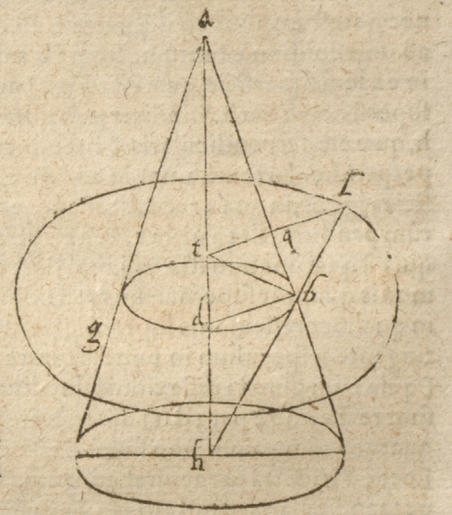
98. Si uisus sit in communi sectione axis & rectæ lineæ perpendicularis plano, speculum conicum cauum tangẽti: reflectetur à tota peripheria circuli (cuius centrum est dicta communis sectio) per lineas perpendiculares: & imago uidebitur in centro uisus. 17 p 9.

Amplius: si in perpendiculari ducta à centro uisus ad superficiem contingentem pyramidem, sumatur punctum corporeum inter uisum & speculum: non reflectetur forma eius ad uisum per perpendicularem: quoniam punctum illud occultabit terminum perpendicularis illius, & ob hoc non reflectetur ab eo. Si autem nullum fuerit punctum in perpendiculari illa: reflectetur quidem ad uisum per hanc perpendicularem punctum uisus, quod secat perpendicularis ex eo: & illud solum. Verùm uisu existente in hac perpendiculari & in axe: efficietur circulus, ad cuius quodlibet punctum linea ducta à uisu, erit perpendicularis super superficiem contingentem. Vnde à quolibet puncto illius circuli fieri poterit reflexio ad uisum, secundum perpendiculares. Et fiet reflexio partis uisus, quam secant perpendiculares duæ, maiorem angulum in eo continentes. Si uerò inter uisum & speculum fuerit axis: non fiet ad ipsum reflexio per perpendicularem, nisi puncti eius, quod secant perpendiculares.



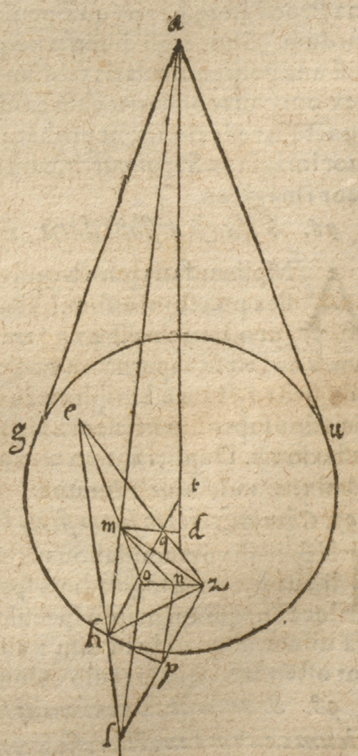
99. Si uisus & uisibile fuerint in axe speculi conici caui: possunt à tota alicuius circuli peripheria inter se reflecti: & imago uidetur in peripheria circuli, extra speculi superficiem descripti. 18 p 9.

Amplius: existente uisu & puncto uiso in axe: poterit reflecti unum ad aliud. Verbi gratia: sit h centrum uisus: t punctum uisum. Fiat superficies secans pyramidem, transiens super axis longitudinem: quæ sit a b g h: a h axis: a b, a g latera pyramidis: à puncto t ducatur perpendicularis super lineam a b [per 12 p 1] quæ sit t q: & producatur quousque q l sit æqualis q t: & à puncto h ducatur linea ad punctum l: quæ secabit lineam longitudinis, quæ est a b: secet in puncto b: & à puncto b ducatur æquidistans lineæ t q [per 31 p 1] quæ necessariò perueniet ad axem: [ut ostensum est 54 n] perueniat in puncto d: & ducatur linea t b. Palàm, cum t q sit perpendicularis super a b, & t q æqualis q l: erit [per 4 p 1] b t q triangulum æquale triangulo b q l: & erit angulus q l b æqualis angulo q t b: sed [per 29 p 1] angulus q t b æqualis est angulo t b d: & angulus d b h æqualis est angulo q l b: igitur angulus t b d æqualis est angulo d b h. Et ita [per 12 n 4] t reflectitur ad h à puncto b: & locus imaginis est l [per 7 n.] Igitur moto triangulo t l h: describet punctum b circulum in pyramide: & à quolibet puncto illius circuli reflectetur t ad h: l uerò extra speculum describet circulum, qui totus erit locus imaginis puncti t.



100. Si communis sectio superficierum, reflexionis & speculi conici caui fuerit ellipsis: uisus & uisibile extra axem in basi, aut plano ipsi parallelo, reflectentur inter se: aliàs ab uno: aliàs à duobus: aliàs à tribus: aliàs à quatuor speculi punctis: totque erunt imagines, quot reflexionum puncta. 19 p 9.

Amplius: sumptis duobus punctis & extra perpendicularem uisus, & extra axem in hoc speculo: scilicet z, e. Fiat superficies æquidistans basi super z: [ut ostensum est 52 n] faciet circulum in speculo [per 4 th. 1 coni. Apoll.] e aut erit in hoc circulo, aut in alia superficie ipsi æquidistante. Sit in superficie illius circuli: & ducatur linea e z. Palàm [per demonstrata in speculis sphæricis cauis 86 n] quòd z reflectetur ad e à circulo illo ex una parte, aut ab uno puncto: aut à duobus: aut à tribus: ex alia uerò ab uno. Sumatur igitur punctum circuli, à quo reflectitur ad ipsum: & sit h: centrum circuli t: & ducantur lineæ z h, e h: & diameter t h diuidet quidem angulum illum per æqualia: [per 13 n 4] & secabit lineam e z: [quia secat angulum ipsi e z subtensum] secet in puncto q: & sit a uertex pyramidis: a h linea longitudinis. A puncto q ducatur linea perpendicularis super lineam a h: [per 12 p 1] quæ sit q m: quæ quidem perueniet ad axem: [ut ostensum est 54 n] qui est a d: & cadat in ipsum in puncto d: & ducantur lineæ z m, e m: à puncto z ducatur in superficie circuli linea æquidistans lineæ q h: [per 31 p 1] quæ sit z l: concurret quidem [per lemma Procli ad 29 p 1] e h cum illa: sit concursus in puncto l: & à puncto h ducatur perpendicularis super l z: quæ sit h p. Deinde in superficie e m z ducatur linea æquidistans lineæ q m: quæ sit z o: & concurrat e m cum ea in puncto o: [concurret aût per lemma Procli ad 29 p 1] & ducatur

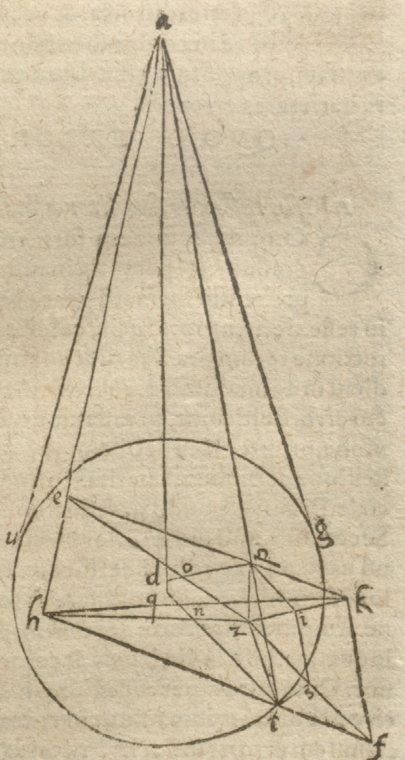


linea

linea l o: & à puncto p ducatur æquidistans l o: quæ sit p n: & ducatur linea m n. Palàm [per thesin & 12 n 4] quòd angulus e h q æqualis est angulo q h z: & [per 29 p 1] angulo h l z: & angulus q h z æqualis est angulo coalterno h z l [ideoq; angulus h l z æquatur angulo h z l.] Erit igitur [per 6 p 1] h l æqualis h z: & h p perpendicularis est super l z: [per fabricationẽ] erit triangulũ l p h æquale triangulo p h z, & erit l p æqualis p z: [per 26 p 1: quia anguli ad l & z æquantur, & ad p recti sunt per fabricationem, & h z æquatur h l] & p n æquidistans est o l: erit [per 2 p 6] proportio l p ad p z, sicut o n ad n z. Quare o n æqualis n z. Item cum o z sit æquidistans q m [per fabricationẽ] & h q æquidistans l z: erit [per 15 p 11] superficies z o l æquidistans superficiei q m h: & superficies e o l secat illas duas, super lineas cõmunes, [per 3 p 11] quę quidẽ [per 16 p 11] erunt æquidistãtes, scilicet m h, l o: quare [per 30 p 1] h m, p n sunt æquidistantes. Et quoniã h p cadit inter l z, h q æquidistantes: & est perpendicularis super l z: [angulus igitur p h t rectus est: quia per 29 p 1 æquatur alterno h p l] quare [per consectariũ 16 p 3] p h continget circulũ: quare superficies a h p est superficies contingens pyramidẽ. In hac superficie est p n & m n: [Nam cũ h m sit in plano a h p conũ tangẽte, & illi parallela sit n p, ut patuit: erit igitur n p in eodẽ plano per 35 d 1: m n uerò, quia utranq; h m & n p connectit, in eodẽ est cũ ipsis plano per 7 p 11] & super hanc superficiẽ est perpendicularis linea d m [per demõstrata 54 n.] Igitur [per 3 d 11] perpendicularis est super lineam m n: quare [per 29 p 1] m n est perpendicularis super o z, & o n æqualis n z: [ex cõcluso] erit [per 4 p 1] m o æqualis m z: & [per 7 p 5] e m ad m o, sicut e m ad m z: sed [p 2 p 6] e m ad m o, sicut e h ad h l: [nã h m ex cõcluso parallela est ipsi o l] & [per 7 p 5] e h ad h l, sicut e h ad h z: [æquales enim demõstratę sunt h l, h z] & [per 3 p 6] e h ad h z, sicut e q ad q z [angulus enim e h z bifariã sectus est à linea h q.] Igitur [per 11 p 5] e m ad m z, sicut e q ad q z. Quare [per 3 p 6] angulus e m q æqualis angulo q m z. Quare [per 12 n 4] z reflectitur ad e à puncto m. Si igitur z reflectitur ad e à puncto circuli h: reflectetur ad ipsum à puncto pyramidis m: & si à duobus circuli, à duobus pyramidis: si à tribus, à tribus: si à pluribus, à pluribus. Eodem modo ex alia parte circuli fiet probatio: quòd ab uno puncto pyramidis, sicut ab uno circuli, reflexio fiat.

101. Si cõmunis sectio superficierum, reflexionis & speculi conici caui fuerit ellipsis: uisus & uisibile intra speculum, extra tum axem tum basim uel planum ipsi parallelum: reflectentur inter se: aliâs ab uno: aliâs à duobus: aliâs à tribus: aliâs à quatuor speculi punctis: totq; erunt imagines, quot reflexionum puncta. 20 p 9.

SI uerò e nõ fuerit in circulo ęquidistãte basi, trãseũte super z: erit quidẽ suprà uel infrà. Sit suprà: quia utrobiq; eadẽ est probatio. Ducatur linea à uertice a per punctũ e, donec secet superficiẽ illius circuli: & sit punctũ sectionis h: q centrũ circuli. Palàm [per demonstrata in speculis sphæricis cauis 66 n] quòd h potest reflecti ad z ab aliquo pũcto circuli: sit illud t: & ducatur diameter q t: & linea h z secabit hãc diametrũ in puncto: quod sit n: [Nam quia per thesin t est reflexiõis punctũ: ergo per 12 n 4 semidiameter q t bifariã secat angulũ h t z: ideoq; & basim h z angulo subtẽsam] & ducatur e z: & linea longitudinis a t. Palàm, cũ punctũ z sit ex una parte diametri q t, & ex alia e: linea e z secabit superficiẽ a q t: secet in puncto o: & à puncto o ducatur perpendicularis super lineã a t: [per 12 p 1] quę sit o p: quę necessariò cadet super axem: [ut ostensum est 54 n] cadat in puncto d: & ducantur lineę e p, z p. Dico, quòd z reflectetur ad e à puncto p. Ducatur à pũcto z linea æquidistãs q t [per 31 p 1] quæ sit z f: & producatur linea h t, donec cõcurrat cũ illa: [cõcurret aũt per lemma Procli ad 29 p 1] sit cõcursus in puncto f. Similiter à puncto z ducatur æquidistãs lineę o p: quę sit z k: & producatur linea e p, donec cõcurrat cũ illa: sit cõcursus in puncto k: & ducantur lineæ k f, k h. Palàm [per 15 p 11] cũ linea z f sit æquidistãs q t, & z k ęquidistans o p: [& z f, z k cõcurrant in puncto z: & p o, t q cõtinuatæ concurrãt per 11 ax: quia angulus o p t rectus est è fabricatiõe, & q t p acutus p 18 d 11] quòd erit superficies z k f ęquidistãs o p t: quę est superficies a q t: [quia enim p o cadit in axem, ut patuit: est igitur in a q t plano per 1 p 11: in quo etiã est linea q t: planũ igitur o p q t est pars plani a q t] & superficies h k f secat has duas superficies, super lineas p t, k f. Igitur [p 16 p 11] p t, k f sunt æquidistantes. Ducatur à puncto t perpendicularis super lineã z f [per 12 p 1] quę sit t s. Palàm, cũ cadat inter duas æquidistantes [q t, z f:] erit angulus q t s rectus [per 29 p 1] & ita [per cõsectariũ 16 p 3] cõtinget circulũ: [cuius cẽtrũ est q.] Igitur superficies a t s contingit pyramidẽ super lineã a t: [per 35 n 4] & linea o p est perpendicularis super hãc superficiẽ [ut demonstratũ est 54 n.] Superficies igitur a t q erit orthogonalis super superficiem a t s: [per 18 p 11] & superficies a t s secat duas superficies a t q, z k f: quæ sunt æquidistantes: igitur [per 16 p 11] lineę cõmunes sectionũ sunt æquidistantes. Vna harũ linearũ est p t: alia sit s i. Sed iam patuit, quòd p t æquidistans est k f: igitur [per 30 p 1] s i est æquidistans k f. Sed planũ est, quòd angulus n t z ęqualis est angulo t z f, & angulus h t n ęqualis angulo t f z: [p 29 p 1: quia q t & z f sunt parallelę per fabricationẽ] & t s perpendicularis [super z f per fabricationem] erit f s æqualis s z. [Quia



enim anguli t z f, t f z æquantur angulis z t n & h t n per 12 n 4 æqualibus, cum t ex thesi sit reflexionis punctum: ipsi igitur inter se æquantur: & anguli ad s recti sunt: & t s commune latus est. Quare per 26 p 1 f s æquatur s z.] Sed [per 2 p 6] proportio f s ad s z, sicut k i ad i z: erit ergo k i ęqualis i z. Ducta autem linea p i: cum superficies a t f sit orthogonalis super superficiem z k f: erit [per 4 d 11] p i orthogonalis super z k: & erit [per 4 p 1] angulus p k z æqualis angulo k z p: sed [p 29 p 1] angulus e p o æqualis angulo p k z, & angulus o p z æqualis angulo p z k. Quare angulus e p o æqualis est angulo o p z. Et ita z reflectitur ad e à puncto p [per 12 n 4.] Quod est propositum. Si autem sumatur aliud punctũ in circulo, à quo z reflectatur ad h: probabitur, quòd ab alio puncto pyramidis, quàm p, reflectetur z ad e. Et si reflectatur z ad h à tribus punctis circuli: reflectetur z ad e à tribus pũctis pyramidis: si à quatuor, à quatuor. Si uerò dicatur, quòd à pluribus pũctis pyramidis, q̃ quatuor, posśit punctũ z reflecti ad e: per cõuersionẽ prædictæ probatiõis poterit ostendi, quòd punctũ z reflectitur ad h à pluribus punctis circuli quàm quatuor [contra 86 n.] Et ubi accidet punctũ z reflecti ad h ab aliquot punctis circuli, uel ab uno tantùm: accidet punctũ z reflecti ad e à totidem punctis pyramidis, aut ab uno tantùm, aut è contrario. Quòd si dicatur contrarium: poterit improbari prædicto modo. Palàm ergo, quòd punctorũ quædam unicã habent imaginẽ: quędam duas: quædã tres: quædã quatuor: sed nõ posśibile plures. Verùm duplici uisu adhibito, speculo: eiusdem imaginis diuersa erunt loca: quæ diuersitas propter suam imperceptibilitatem non inducit errorem.

102. Visu & uisibili datis, in speculo conico cauo punctum reflexionis inuenire. 21 p 9.

PVnctum autem reflexionis, à quo z reflectitur ad e, facile est inuenire: inuento puncto circuli, à quo punctum z reflectitur ad h. Et erit inuentio modo prædicto.

ALHAZEN FILII ALHAYZEN OPTICAE LIBER SEXTVS.

LIber sextus in nouẽ partes diuiditur. Pars prima est titulus libri. Secunda, quòd error accidat uisui propter reflexionem. Tertia de errore eueniente in speculis planis. Quarta de errore, qui oritur in speculis sphæricis exteriorib. Quinta de errore in speculis columnaribus exterioribus. Sexta de errore in pyramidalibus exterioribus. Septima de errore in sphæricis concauis. Octaua de errore in columnaribus concauis. Nona de errore in pyramidalibus concauis.

PROOEMIVM LIBRI. CAP. I.

PAtuit ex superioribus libris modus acquisitionis formarum in speculis per uisum, situs linearum reflexionis & accessus, situs imaginum: & loca ipsarũ. Verùm per reflexionẽ non semper comprehenditur formæ ueritas. In speculis enim concauis apparet imago faciei distorta, & occultatur uisui dispositio eius uera. Vnde planum est, errorẽ incidere in comprehensione formarum propter reflexionem. Huius erroris modum, & modi caussam, propositum est in libro præsente explanare, & secundum diuersitates speculorum discurrẽre uarietates errorum.

QVO'D ERROR ACCIDAT VISVI PROPTER REflexionem. Cap. II.

1. Visus reflexus similiter allucinatur, ut directus: sed uehementius & frequentius. 7 p 5.

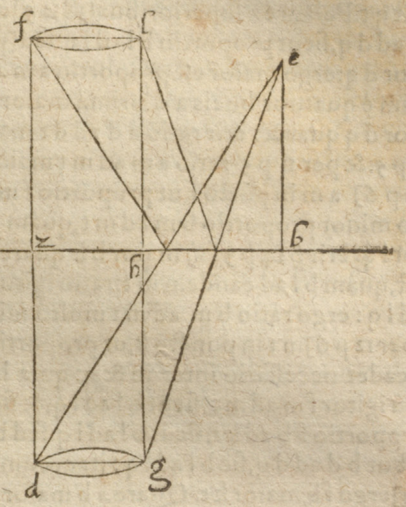
COmprehensionem formarũ in uisu directo liber secundus docuit: & singula, quę propter egressum à tẽperantia in uisu illo errorẽ inducũt, liber tertius diligẽter exposuit. Fit aũt comprehensio formarũ per reflexionẽ, sicut & directẽ: & quorũ fit acquisitio in directione, fit etiã in reflexione, utpote lucis, coloris, figurę, magnitudinis, distantiæ, & similiũ. Et quemadmodũ in directione rerum præfixarũ & cognitarũ ad alias fit collatio, & inde oritur cõiecturatio, & sumitur iudiciũ in anima: similiter accidit in reflexione. Vnde quæcunq; temperamentũ egressa, in uisu directo errorẽ efficiunt, in reflexione similiter inducunt. Et secundũ singula maior accidit error in reflexione, propter lucẽ debilem, quã debilitat ipsa reflexio. Vt aũt generaliter loquamur, nõ potest in reflexione cõprehendi ueritas formę, sicut in directione, propter triplex impedimentũ reflexioni speciale. Primũ est, quòd in reflexione apparet rei forma præ oculis uisui opposita, cum non sit reuera. Secundũ, quòd lux & color corporis uisi miscentur cum colore speculi, quã mixturã uisus percipit, nõ uerũ rei uisę colorẽ uel lucem. Tertiũ, quòd ipsa reflexio, ut in superioribus [4 n 4] est asśignatũ, lucẽ & colorẽ debilitat. Quare in reflexione latebit uisum ueritas lucis & coloris plus, q̃ in directione. Amplius: superiora docuerunt, quòd quantitas temperamenti eorũ, quę in uisu directo errorem inducunt, fortitudinẽ lucis & coloris respicit: fortiore enim luce uel colore erit maior, debiliore minor. Cum autem per reflexionem debilitentur lux & color: erit latitudo temperamenti singulorum errorẽ inducentium minor in reflexione, quàm in directione: & temperantiæ diminuta latitudo pluralitatem erroris inducit. Præterea quædam minutiæ corporum comprehendi poterunt per directionem,

ctionem, quę nullatenus sunt comprehensibiles per reflexionem. Palàm ergo, quòd directionem superat reflexio in maioritate errorum & numero.

DE ERRORE, QVI ACCIDIT IN SPECVLIS planis. Cap. III.

2. In speculo plano imago æquatur uisibili. 52 p 5.

IN singulis speculis erronea formarum accidit comprehensio, sed iuxta uarietatem speculorũ fit uarietas errorum. In speculis planis minor accidit error, quàm in alijs. In his etenim comprehenditur ueritas figuræ, & quantitatis, sicut & in directione, quod per probationẽ patebit. Proponatur speculũ planum: & sit a b linea in superficie illius speculi, cõmunis superficiei speculi & superficiei orthogonali super superficiem speculi, [id est superficiei reflexionis, quę per 13 n 4 perpendicularis est plano speculo, uel plano speculũ obliquũ in reflexionis puncto tangenti.] Sint l, f duo puncta in superficie illa orthogonali: e centrum uisus: & à puncto l ducatur perpendicularis super superficiem speculi [per 11 p 11] quæ sit l h: & producatur, ut h g sit æqualis l h. Similiter producatur perpendicularis f z, ut d f sit æqualis z f. Palàm ex superioribus [2.3 n 4] quòd l reflectitur ad e ab aliquo puncto speculi: & locus imaginis est g [per 2 n 5] tantùm distans à superficie speculi, quantùm l [per 11 n 5.] Similiter f reflectitur ad e: & locus imaginis est d [per 2 n 5.] Ducta autẽ linea f l: & similiter g d: quodcunq; punctum lineæ f l reflectetur ad e: locus imaginis eius est tantùm distans à superficie speculi, quantũ ipsum punctũ. Et ita quodlibet punctũ lineæ f l tantùm uidetur distare, quantùm distat. Vnde si linea f l fuerit recta: erit linea d g recta: si fuerit arcus: erit d g arcus & eiusdem curuitatis. Quare linea l f apparebit eiusdem quantitatis, eiusdem figuræ, cuius fuerit. Quod est propositum.



3. Visus in reflexione præcipuè allucinatur propter lucis immoderationẽ: situs diuersitatem: uisus & uisibilis à speculo distantiam. 7 p 5.

VErùm si in punctis lineæ f l fuerit uarietas colorum minutim uariata: forsitan nõ discernetur uariatio, sed una prætendetur uisui coloris confusio. Vnde error erit in luce & colore. Et hoc in numero, propter reflexionẽ. Illa etenim colorum & lucium uarietas forsitan comprehendi posset directè, sed egressus est color à tẽperantia respectu reflexionis, nõ respectu directionis. Similiter particulæ minutæ occultantur, aut confunduntur in reflexione, quæ discerni possent in directione. Et propter debilitatẽ lucis uel coloris ex reflexione, accidit error in longitudine, qui quidẽ nõ accideret directè. In situ manifestè accidit error ex reflexionẽ sola In imagine enim, sinistra comprehendimus ea, quæ in corpore uiso (si esset in loco imaginis, dextra uideremus. Cũ enim aliquid alij opponitur, contrarius eis situs est ad inuicem: quod enim uni fuerit dextrum, alij erit sinistrum. Igitur quod rei uisæ dextrum, est imagini sinistrum: & sinistrum in imagine, dextrum est uidenti. Et generaliter in modo lucis, uel coloris, uel situs semper error accidit ex sola reflexione. Et in alijs, quæ errorem inducunt directè: inducunt similiter in reflexione: & facilius: quoniam temperamentum singulorum minus est in uisu reflexo, quàm in directo. Horum omniũ unum proponatur exemplum, & idem in cæteris intelligatur. In uisu directo cum fuerit corpus uisum, remotum ab axibus uisualibus, accidit ipsum uideri duo: [ut demonstratum est 11 n 3] idem euenit in speculis, re uisa ab axibus elongata. In speculis ab aliqua lõgitudine uidebitur corpus minus, quàm sit, quod forsan directè à tanta longitudine uideretur etiã minus, quàm esset in ueritate, sed non adeò minus. Et hoc minoritatis additamentum in speculis, prouenit propter minus in longitudine temperamentũ. In figura nonnunquam accidit error in speculis propter caussas, propter quas in uisu directo: sed maior & frequentior propter situm. Si aliquid ab aliqua longitudine opponatur speculo, & eius capita non percipiantur à uisu, ut funis, uel aliquid tale: uidebitur forsitan continuũ speculo. Idem accidit in uisu directo, si opponatur funis aliquis foramini, & non uideantur capita funis: non apparebit distantia inter funem & foramen, licet magna sit. Et est propter situm. Si autem alterum capitum uideatur, alterum uerò non: uidebitur fortassis illud caput continuum. Et in singulis ubi directè error accidit: similiter in reflexione.

DE ERRORE, QVI ACCIDIT IN SPECVLIS SPHAERICIS conuexis. Cap. IIII.

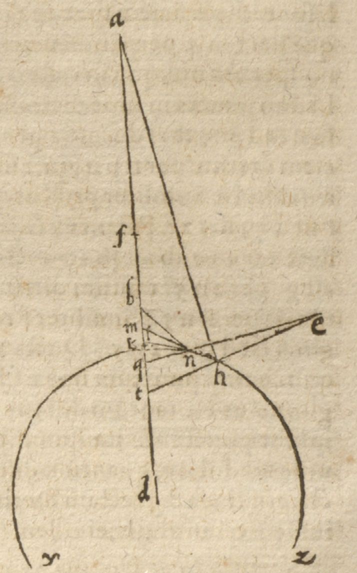
4. In speculo sphærico cõuexo idẽ est situs, eademq́; dispositio partiũ imaginis & uisibilis. 35 p 6.

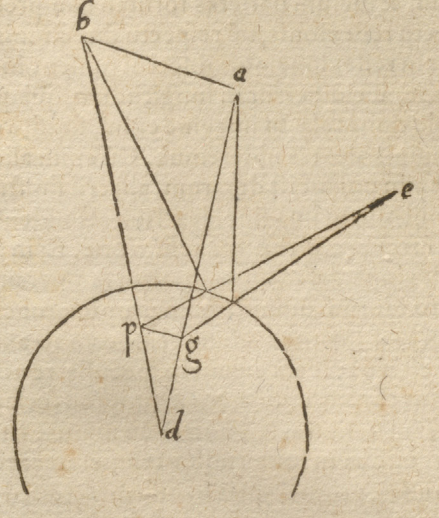
VNiuersitas errorũ in speculis planis accidentiũ, euenit similiter in sphæricis exterioribus. Et præter hoc res uisa uidetur minor q̃ sit. Et generaliter in his speculis nihil ex re uisa comprehenditur

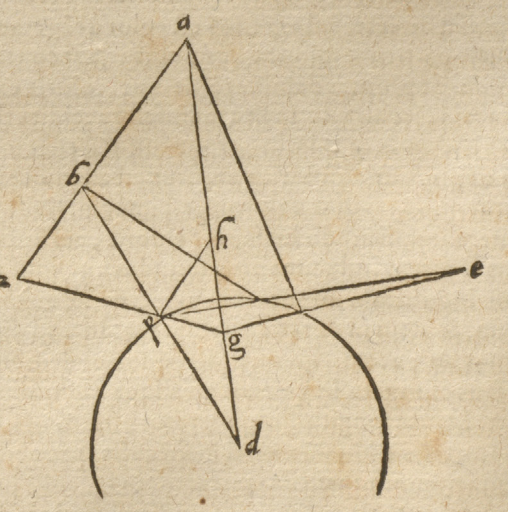
henditur in ueritate, præter ordinationē partiũ, quæ talis apparet in ſpeculo, qualis eſt in imagine.

5. In ſpeculo ſphærico conuexo, imago uiſibilis, cuius uera magnitudo uiſione directa percipi poteſt, minor eſt uiſibili. 39 p 6.

QVòd autem res ſemper uideatur minor, quàm ſit: probatur. Sit a b linea uiſa: z x ſpeculum: d centrum: e punctum uiſus. a reflectatur ad e à puncto h: b à puncto n. a b producta aut tranſibit per centrum ſpeculi, aut non. Tranſeat: & ducatur à puncto n linea contingens circulum [per 17 p 3] quæ ſit n l: à puncto h contingens circulum, h m: & ducantur lineę acceſſus & reflexionis b n, e n, a h, e h: & producãtur lineæ e h, e n, donec cadant in perpendicalarē, quæ eſt a d: & puncta caſus ſint, t, q. Palàm [p 3 n 5] quòd t eſt locus imaginis a: q eſt locus imaginis b. Dico, quòd a b maior eſt q t. Palàm ex ſuperioribus [18 n 5] quòd proportio a d ad d t, ſicut a m ad m t. Similiter proportio b d ad d q, ſicut proportio b l ad l q: ſed [per 9 ax:] a d maior d b, & d t minor d q: ergo maior eſt proportio a m ad m t: quàm b l ad l q. [Quia enim è quatuor lineis a d prima maior eſt b d tertia, & d t ſecunda minor d q quarta: erit ratio a d ad d t maior quàm b d ad d q, ut patet ex 8 p 5: & per 11 p 5 ratio a m ad m t maior quàm b l ad l q.] Secetur [per 12 p 6] a m in pũcto f, ut proportio f m ad m t ſit, ſicut b l ad l q: erit ergo minor proportio b m ad m t, quàm b l ad l q. [Nam cum m t ſit maior l q: erit p 14 p 5 f m maior b l: quare per 8 p 5 ratio f m ad m t maior eſt, quàm b l ad eandem m t: ratio igitur b l ad m t minor eſt, quàm b l ad l q: ergo ratio b m ad m t multò minor erit, q̃ b l ad l q.] Secetur [per 12 p 6] m t in puncto k, ut proportio b m ad m k ſit, ſicut b l ad l q. k cadet neceſſario inter m & q: quia l q minor m q, & b l maior b m. Cũ igitur f m ad m t, ſicut b l ad l q, & ſicut b m ad m k: erit [per 19 p 5] proportio f b ad k t, ſicut b l ad l q: ſed b l, maior l q: [concluſum enim eſt ut b d ad d q, ſic b l ad l q: itaq; cum b d ſit maior d q, erit b l maior l q] ergo f b maior k t. Quare a b maior q t. [quia a b maior eſt f b, quæ maior oſtēſa eſt k t, & k t maior eſt q t. Quare a b multò maior eſt q t.] Quod eſt propoſitum. Si uerò linea a b producta non perueniat ad centrum: ducatur à puncto a linea ad cētrum: quæ ſit a d: & ſit d centrum: & à puncto b ducatur linea b d: & locus imaginis a ſit punctum g: locus imaginis b ſit p: & ducatur linea g p: quæ quidem eſt imago lineæ a b. Dico quòd a b maior eſt g p: quoniam g p aut eſt æquidiſtans a b, aut nō. Si fuerit æquidiſtans, planum: quòd eſt minor. [Nam per 29. 32 p 1 triangula a d b, & g d p ſunt æquiangula: ideoq; per 4 p 6, ut a d ad d g, ſic a b ad





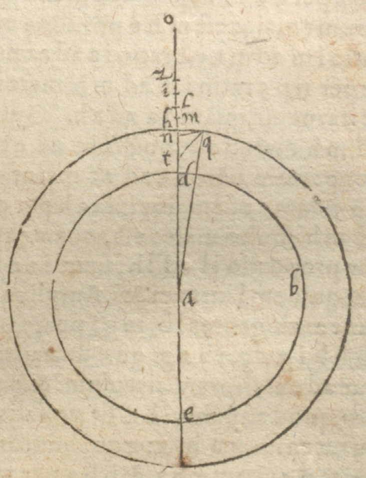


g p: ſed per 9 ax. a d maior eſt d g: ergo a b maior eſt g p.] Si non fuerit æquidiſtans, producatur, quouſque concurrat cum ea: ſit concurſus z: & [per 31 p 1] à puncto p producatur æquidiſtans a b: quæ ſit p h. Angulus p g h aut eſt acutus: aut rectus: aut maior. Sit rectus uel maior: erit [per 19 p 1] latus p h maius p g: ſed [per 29. 32 p 1. 4 p 6] p h minus a b: [ideoq; recta p g multò minor eſt a b.] Et ita eſt propoſitũ. Si fuerit acutus: poteſt accidere ut forma ſit maior ipſa re, cuius eſt forma: [quando nimirum angulus p g h minor eſt angulo p h g] quam licet, excedat: raró accidet. Et ſi acciderit, forſitan comprehendetur forma à longitudine tali, quòd minor uidebitur quàm ſit: quoniam ipſum corpus ab hac longitudine forſitan uidebitur minus.

6. In ſpeculo ſphærico conuexo, imago uiſibilis, cuius uera magnitudo uiſione directa propter immoderatam diſtantiam percipi non poteſt: aliâs eſt æquabilis uiſibili: aliâs maior. 38 p 6.

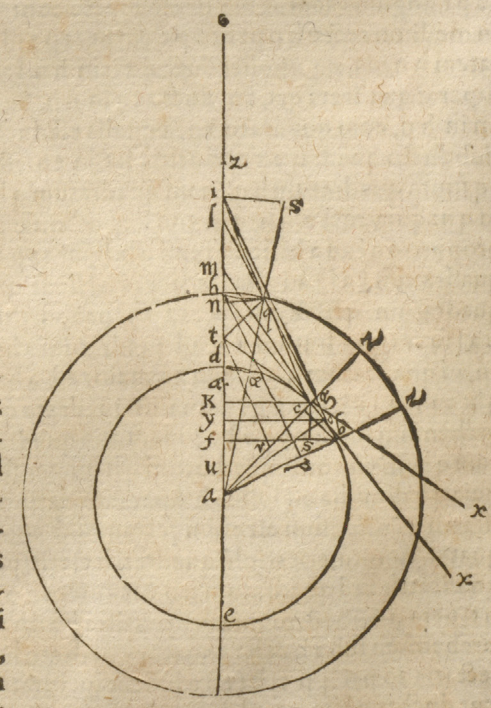
Quò

QVòd aũt forma in his ſpeculis aliquando uideatur maior re uiſa: ſcilicet cum cõprehenditur à tali longitudine, à qua eius certa quantitas nõ poſsit diſcerni: declarabitur. Sit a centrum ſpeculi: & ſuperficies ſumatur reflexionis: quæ ſecabit ſpeculum ſuper circulum: [per 1 th. 1 ſphær.] ſit circulus ille e d b: e d diameter illius circuli: & producatur diameter e d uſq; ad z, ut multiplicatio e z in z d ſit æqualis quadrato a d: quod planũ eſt, cum ſit poſsibile diametro e d talem addi lineam, ut ductus totalis in partem additam, ſit æqualis quadrato a d: [id uerò quomodo expeditè fiat, oſtenſum eſt 32 n 5] & diuidatur linea z d in partes æquales, in puncto h [per 10 p 1.] Erit igitur a h medietas e z. [Nam ſi a d, a e per 15 d 1 æquales, addantur æqualibus h d, h z: æquabitur a h ipſis z h & a e. Tota igitur e z dupla eſt ipſius a h.] Ductus ergo a h in h d erit æqualis quartæ parti quadrati a d. [Quia enim oblongum comprehenſum ſub e z & z d æquatur quadrato a d per fabricationem: ergo quod comprehenditur ſub a h dimidiata baſi & z d altitudine eadem, æquatur dimidiato quadrato a d per 1 p 6: rurſusq; oblongũ comprehenſum ſub a h baſi eadem & h d altitudine dimidiata, æquatur dimidiato oblongo ſub a h & z d. Quare æquatur quadranti quadrati a d.] Et quoniam ductus a h in h d maior eſt quadrato h d: [quia per 3 p 2 æquatur quadrato h d, & oblongo comprehenſo ſub a d, & d h] ſit ductus a h in h t, æqualis quadrato h d [fiet autem æqualis, ſi ipſis a h & h d tertiam proportionalem per 11 p 6 inueneris: tum enim per 17 p 6 oblongum extremarum æquabitur quadrato mediæ h d. Itaq; ſi de h d detraxeris æqualem inuentæ proportionali, mandatum executus fueris.] Fiat circulus ſecundum quantitatem a h: & à puncto h producatur chorda, æqualis medietati lineæ h d: [per 1 p 4] quæ ſit h q: & producantur lineæ q a, q t: & [per 23 p 1] ſuper punctũ q fiat angulus, æqualis angulo q a h: qui ſit h q n. Cum ergo in his duobus triangulis hi duo anguli ſint æquales, & unus cõmunis, ſcilicet q h a: erit [per 32 p 1] tertius tertio æqualis, ſcilicet a q h angulo h n q: & erũt triangula ſimilia: [per 4 p. 1 d 6] & erit proportio a h ad h q, ſicut h q ad h n. Igitur [per 17 p 6] qđ fit ex ductu a h in h n, æquale eſt quadrato h q: ſed, [per conſectariũ 4 p 2] quadratum h q eſt quarta pars quadrati h d: cũ h q ſit medietas h d [per fabricationẽ.] Igitur multiplicatio a h in h n, ęqualis eſt quartæ parti multiplicationis a h in h t. Quare h n eſt quarta pars h t [per 1 p 6.] Igitur n cadit inter h & t: reſtat, ut ductus h t in t n ſint tres quartæ quadrati h t. [Quia enim h n eſt quadrans ipſius h t: reliqua igitur n t eſt dodrans, ſeu tres quartæ h t. Et quoniam rectangula comprehenſa ſub tota h t & ſegmentis n t & n h æquantur quadrato h t per 2 p 2: rectangulum igitur comprehenſum ſub tota h t & ſegmento t n (quod eſt dodrans totius h t) æquatur dodranti quadrati h t.] Verùm angulus q h a acutus eſt: [ut oſtenſum eſt 60 n 5] & [per 5 p 1] æqualis angulo h q a: quia reſpiciunt æqualia latera in triangulo maiori. Igitur angulus q h n æqualis angulo h n q: [æqualis enim concluſus eſt angulus a q h angulo h n q] & ita [per 6 p 1] h q æqualis q n, & angulus h n q acutus: quare [per 13 p 1] angulus q n t obtuſus. Quadratum igitur t q ſuperat quadratum q n & quadratum t n, ductu lineæ t n in h n. Quoniam, ut dicit Euclides [12 p 2] quadratum lateris oppoſiti obtuſo ſuperat quadrata duorũ laterũ, quantũ eſt, quod fit ex ductu unius lateris bis in partẽ ei adiunctam, procedentẽ uſq; ad locũ caſus perpendicularis à capite alterius lateris ductæ. Nam ſi à pũcto q ducatur perpendicularis ſuper lineam h t: cadet in punctũ medium lineæ h n: [non enim cadit extra puncta h & n: ſecus per 16 p 1 angulus acutus maior eſſet recto contra 12 d 1: cadit igitur in medium rectæ h n per 26 p 1] & [per 1 p 2] ductus t n in medietatem h n bis, æquipollet ductui t n in h n. Igitur quadratum t q ſuperat quadrata q n, t n, ductu t n in n h. Sed [per 3 p 2] ductus t n in h n, cum quadrato t n, æqualis eſt ductui h t in t n. Igitur [ſubducto quadrato t n] ductus h t in t n eſt exceſſus quadrati t q ſupra quadratum h q. [nam quadratum q h æquatur quadrato q n: quia rectæ q h, q n æquales oſtenſæ ſunt.] Amplius: ſit proportio a i ad a h, ſicut q t ad q h: [per 12 p 6] erit [per 22 p 6] quadratum [a i] ad quadratum [a h] ſicut quadratum [q t] ad quadratum [q h] & erit [per 17 p 5] proportio exceſſus quadrati a i ſupra quadratum a h, ad quadratum a h, ſicut ductus h t in t n, ad quadratum q h. [Nam a i maior eſt a h: quia q t maior eſt q h: cum quadratum q t ſit maius quadrato q h: & oblongũ comprehenſum ſub h t, t n eſt exuperantia quadrati q t ſupra quadratum q h.] Et quoniã quadratum q h quater ſumptũ, efficit quadratum h d: [per conſectarium 4 p 2: quia q h dimidia eſt ipſius h d per fabricationẽ] & ductus h t in t n quater ſumptus, efficit triplũ quadrati h t: [oſtenſum eſt enim rectangulũ cõprehenſum ſub h t & t n, eſſe dodrantẽ quadrati h t: itaq; quater ſumptũ, erit triplũ quadrati h t] erit [per 15 p 5] ductus h t in t n ad quadratũ h q, ſicut triplum quadrati h t ad quadratum h d. Sit autem h o tripla ad h t: erit ductus h o in h t triplus ad quadratum h t [per 1 p 6.] Sed quoniã proportio a h ad h d eſt, ſicut h d ad h t: [Nam per theſin rectangulum comprehenſum ſub a h & h t ęquatur quadrato h d: ergo per 17 p 6, ut a h ad h d, ſic h d ad h t] erit [per cõſectaria 20 p 6. 4 p 5] h t ad a h, ſicut quadratũ h t ad quadratum h d. Verùm proportio o h ad a h, ſicut ductus o h in h t ad ductum a h in h t [per 1 p 6] & [per 11 p 5] proportio o h ad h a, ſicut proportio tripli quadrati h t ad quadratũ h d. Sed hæc erat ꝓportio exceſſus quadrati a i ſupra quadratũ a h ad quadratũ a h. Igitur o h ad a h, ſicut exceſſus quadrati a i ſupra quadratũ a h ad quadratum a h.



Igitur

Igitur coniunctim [per 18 p 5] proportio o a ad a h, sicut quadrati a i ad quadratū a h: excessus enim quadrati a i supra quadratū a h, cum quadrato a h efficit quadratum a i: igitur [per conuersionē cōsectarij ad 20 p 6] i a erit media in proportione inter o a & a h. Igitur proportio o a ad i a, sicut i a ad h a: & [per 19 p 5] eadem erit proportio residui ad residuum: id est o i ad i h. Amplius: ductus a d in h d minor est quarta parte quadrati a d: [demonstratum enim est rectangulum comprehensum sub a h & h d, æquari quadranti quadrati a d: & a d minor est quàm a h per 9 ax:] igitur h d est minor quarta parte lineæ a d. [nam si æqualis esset: rectangulū comprehensum sub a d & h d, æquaretur quadranti quadrati a d per 1 p 6.] Igitur h d est minor quinta parte a h. Cū ergo a h sit maior quàm quintupla ad h d, & ductus eius in h t efficiat quadratū h d: [per thesin] erit h t minor quinta parte h d: [nam per thesin & 17 p 6 est, ut a h ad h d, sic h d ad h t: sed per proximā conclusionē a h maior est, quàm quintupla ipsius h d: ergo h d maior est quàm quintupla ipsius h t: ideoq; h t minor quinta parte ipsius h d] & ita h t minor uicesima quinta parte h a. [Quia enim ratio h a ad h d, & h d ad h t maior est q̃ quintupla, ut patuit: erit per 10 d 5 ratio a h ad h t maior, q̃ uicecupla quintupla: ideoq; h t minor uicesima quinta parte ipsius a h.] Sed proportio o i ad i h, sicut i a ad a h, ut dictū est. Igitur cōiunctim [per 18 p 5] o h ad i h, sicut i a cū a h ad a h. Igitur [per 15 p 5] tertia primę ad secūdā, sicut tertia tertię ad quartā: sed h t est tertia pars lineæ o h [nam per thesin h o tripla est ipsius h t.] Igitur t h ad i h est, sicut tertia pars lineę i a, cū tertia parte a h, ad lineā a h. Igitur t h ad i a, sicut duę tertię lineę a h, cum tertia lineę i h, ad lineā a h. Sed quoniā linea o i est maior i h: [ostensum enim est, ut o a ad ia, sic o i ad i h: at per 9 ax: o a maior est i a: ergo o i maior est i h] erit i h minor medietate o h: & erit tertia i h minor sexta parte o h: & ita tertia i h erit minor medietate t h. Igitur duæ tertiæ a h, cum minore parte, quàm sit medietas h t, se habebunt ad a h, sicut t h ad i h. Igitur [per consectariū 4 p 5] i h ad h t, sicut a h ad duas sui tertias cum minore, quàm sit medietas h t: sed h t minor uicesima quinta a h: & eius medietas minor quàm medietas uicesimæ quintæ partis. Sed linea a h in uigintiquinq; partes diuisa: duæ tertiæ cum medietate uicesimæ quintæ partis non efficiunt octodecim eius partes. [Nam ex arithmeticæ regulis intelliges $\frac{2}{3}$ de 25 esse 16 integra, & superesse $\frac{2}{3}$, quæ additæ cum eo, quod minus est $\frac{1}{2}$ uel etiā cum $\frac{1}{2}$, efficiunt $1\frac{1}{6}$. Itaq; $\frac{2}{3}$ cum $\frac{1}{2}$ de 25, sunt $17\frac{1}{6}$.] Igitur proportio i h ad h t maior est, quàm sit proportio 25 ad 18. Item cum h t sit minor uicesima quinta parte a h: erit a t maior uigintiquatuor partibus, quarum a h est uigintiquinq;. Sed linea i h minor est medietate o h: & ita minor medietate h t: [quia h t & eius semissis efficiunt semissem ipsius o h: quo i h minor conclusa est] & ita minor una & dimidia uigintiquinq; partium a h: & i a ita minor $26\frac{1}{2}$, sumptis partibus secundum diuisionem a h. Ergo proportio i a ad a t, sicut minoris lineæ $26\frac{1}{2}$ ad maiorem 24. Igitur proportio i a ad a t minor est, quàm $26\frac{1}{2}$ ad 24. Sed proportio i h ad h t maior est, quàm 25 ad 18: igitur proportio i h ad h t maior est, quàm i a ad a t [ratio enim 25 ad 18 maior est, q̃ $26\frac{1}{2}$ ad 24, ut patet ex arithmethica.] Sit proportio i m ad m t, sicut i a ad a t: [id autem efficies: si rectæ ex i a & a t compositæ segmenta sumas i a, a t: i t uerò insectam similiter seces per 10 p 6] cadet quidem m inter i & h. [Quia enim ratio lineæ i h ad h t maior est, quàm i m ad m t: erit i m minor i h: itaq; punctum m cadit inter i & h: eritq; per 9 ax: m t maior m h.] Item maior erit proportio i m ad m h, quàm i a ad a t: [Quia enim linea m t maior est m h è proxima conclusione: erit per 8 p 5 ratio i m ad m h maior, quàm ad m t: at ratio i m ad m t, est ratio i a ad a t per fabricationē. Quare per 11 p 5 ratio i m ad m h maior est, quàm i a ad a t] & ita maior, quàm i a ad a h. [Quoniam enim ratio i m ad m h maior est, quàm i a ad a t è superiore conclusione: ratio uerò i a ad a t maior est, quàm ad a h per 8 p 5: cum a t sit maior ipsa a h per 9 ax. Ratio igitur i m ad m h multò maior est, quàm ratio i a ad a h.] Sit igitur proportio i l ad l h, sicut i a ad a h: [per 10 p 6] cadet quidem l inter m & i. Amplius à punctis l, m ducantur contingentes l b, m g [per 17 p 3] & ducantur lineæ i b, h b, i g, t g, a b, a g: quæ duæ ultimæ producantur usque ad exteriorem circulum: & habebitur ex quarto libro, quòd angulus i b z sit æqualis angulo h b a [continuata enim h b in x: æquabuntur anguli i b z & x b z per 12 n 4: item x b z & h b a per 15 p 1: itaq; per 1 ax. anguli i b z, h b a æquantur.] Cum igitur sit proportio i l ad l h, sicut i a ad a h [per superiorem fabricationem] erit [per 18 n 5] h locus imaginis i, dum reflectitur à puncto b. Et si dicatur cōtrarium, & sumatur alius locus imaginis i: probabis per impossibile, sumpta impossibilitate à proportione, quam non est uerum esse i a ad lineam à puncto imaginis ductam ad punctum a, sicut i l ad lineam à puncto l ad locum imaginis. Cum igitur h sit locus imaginis: & l b contingat circulum in



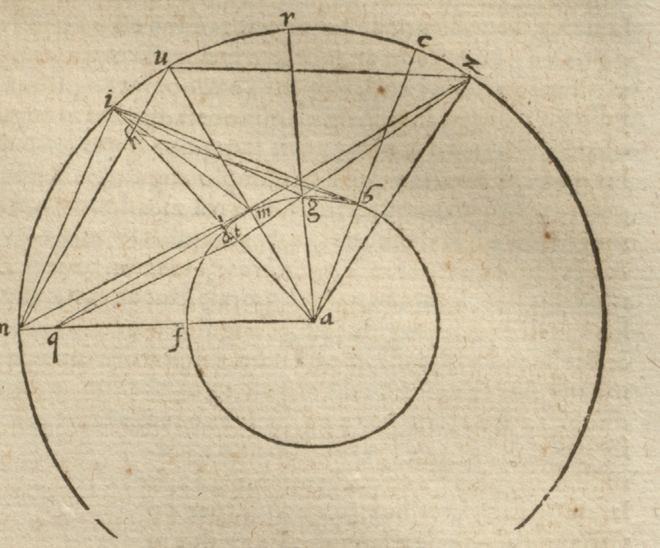
b: producta a b faciet angulum l b z æqualem suo collaterali [a b l: quia uterq; per 18 p 3 rectus est.] Et quoniā l b perpendicularis super a b z [per 18 p 3] restabit angulus i b l æqualis angulo l b h. [Nam recti

recti l b z,a b l æquantur per 10 ax:& i b z æqualis cõclusus est ipsi h b a:reliquus igitur i b l æquatur reliquo l b h.]Eodẽ modo erit angulus i g z æqualis angulo t g a.[Quia enim m g tangit,& per fabricationẽ est,ut i m ad m t,sic i a ad a t:erit per 18 n 5 t locus imaginis pũcti i, reflexi à puncto speculi g. Quare cõtinuata t g in x:æquabũtur per 12 n 4 anguli i g z,x g z:& per 15 p 1 x g z,t g a:quare i g z,t g a æquãtur.]Et cũ m g sit perpendicularis super a g z:[per 18 p 3]erit angulus i g m æqualis angulo m g t[quia enim anguli m g z,m g a per 18 p 3 recti ęquãtur per 10 ax:& i g z t g a æquales cõclusi sunt:reliqui igitur i g m,t g m ęquabũtur.]Amplius:ducatur à pũcto h ad lineã a b linea ęquidistãs i b[p 31 p 1] quę sit h p:& à pũcto t æquidistãs i g ad lineã a g:quę sit t r:erit[p 29 p 1]angulus i b z æqualis angulo h p b:Sed angulus i b z ęqualis angulo h b a,ut dictũ est:& ita duo anguli h b a,h p b sũt ęquales.Quare[p 6 p 1]duo latera h b, h p sunt ęqualia:similiter t r ęqualis t g.Verũ angulus h p b est acutus:cũ sit æqualis angulo i b z:[qui minor est recto l b z] erit igitur angulus h p a obtusus:[p 13 p 1]& erit [p 19 p 1]a h maior h p. Similiter erit t a maior t g.Amplius:quoniã h p æquidistat i b:erit[per 29 p 1.4 p 6] i a ad a h,sicut a b ad a p:erit similiter proportio i a ad a t,sicut a g ad a r:& erit[per consectariũ 4 p 5]. proportio a h ad i a, sicut a p ad a b: sed i a ad a t, sicut a b ad a r (cum a b sit æqualis a g) [per 15 d 1.] Igitur [per 22 p 5] erit proportio a h ad a t, sicut a p ad a r. Verùm cum angulus h p a sit obtusus [ut patuit] quadratum h a excedet quadratum h p & quadratum a p,multiplicatione a p in lineam ductam à puncto p usq; ad locum perpendicularis,ductæ à puncto h,bis [per 12 p 2.] Sed perpendicularis ducta à puncto h, cadet in medium lineæ p b: [non enim cadit extra puncta p,b: secus angulus acutus esset maior recto per 16 p 1: cadit igitur inter puncta p,b, & in medium lineæ p b per 26 p 1] cum h b,h p sint æquales : & ita [per 1 p 2] quadratum h a excedet quadratum h p,& quadratum a p, in multiplicatione a p in p b: & ita quadratum a h excedit quadratum h p in multiplicatione a b in a p:quoniam [per 3 p 2] ductus a p in p b cum quadrato a p, ualet ductum a b in a p. Similiter quadratum a t excedit quadratum t r, in ductu a g in a r, siue a b in a r: quod idem est. [æquales enim sunt a g,a b per 15 d 1.]Ducatur igitur linea a b in duas lineas a p & a r, & prouenient duo excessus. Igitur proportio excessus ad excessum, sicut a p ad a r. [nam eadem altitudo a b multiplicans bases a p & a r, facit duo rectangula æquantia duos excessus, proportionalia basibus per 1 p 6.] Erit ergo proportio excessus quadrati a h supra quadratum h p,ad excessum quadrati a t supra quadratum t r, sicut a h ad a t [patuit enim a p & a r proportionales esse ipsis a h & a t.] Et cum h p sit æqualis h b, & t r,t g:erit [per 7 p 5] proportio excessus quadrati a h supra quadratum h b, ad excessum quadrati a t supra quadratum t g, sicut a h ad a t. Sed multiplicatio e h in h d est æqualis quadrato lineæ, à puncto h ad circulum d b e contingenter ductæ:[per 36 p 3]& erit [tangens] minor h b.[Quia enim h b continuata secat peripheriam d b e: æquabitur oblongum comprehensum sub tota secante & exteriore segmento, quadrato rectæ ab eodem puncto h peripheriam tangentis per 36 p 3. Itaque per 17 p 6 ut exterius segmentum ad tangentem, sic tangens ad totam secantem: at per 8 p 3 exterius segmentum minus est tangente: quare tangens minor est secante] & ita multiplicatio e h in h d minor est quadrato h b. Et fiat ductus a h in h u æqualis quadrato h b [ut ostensum est 32 n 5.] Ergo h u minor est h a. [Quia enim oblongum comprehensum sub h a & & h u æquatum est quadrato h b:erit per 17 p 6,ut h a ad h b,sic h b ad h u:at h a maior est h b,ut patuit:ergo h b maior est h u:quare h a multò maior est h u]& quadratum a h est ęquale multiplicationi a h in a u & h u:[per 2 p 2.]Igitur multiplicatio a h in a u erit excessus quadrati h a,supra quadratum h b. Igitur proportio a h ad a t,sicut proportio multiplicationis a h in a u,ad excessum quadrati a t,supra quadratum t g. Et si duæ lineæ a h,a t ducantur in a u: erit proportio a h ad a t, sicut proportio multiplicationis a h in a u, ad multiplicationem a t in a u[per 1 p 6:quia eadem altitudo a u multiplicat bases a h & h t.] Igitur multiplicatio a t in a u,est excessus quadrati a t supra quadratum t g:erit ergo multiplicatio h a in h u,æqualis quadrato h b : & multiplicatio a t in t u æqualis quadrato t g. [Quia enim per 2 p 2 quadratum a t æquatur oblongis comprehensis sub a t & t u, item sub a t & a u: & oblongũ comprehensum sub a t & a u,æquatur exuperantiæ quadrati a t supra quadratum t g per proximam conclusionẽ:reliquum igitur oblongum comprehensum sub a t & t u æquatur quadrato t g.]Amplius:arcus b g diuidatur per æqualia in puncto o [per 30 p 3]& ducatur a o:& [per 12 p 1]ducantur tres perpendiculares super lineam h a:scilicet b f,o y,g k:&[per 31 p 1]à puncto g ducatur æquidistans h a:quę sit g s:& [per 11 p 1]à puncto b ducatur perpendicularis super a g:quæ sit b c:hæc quidem b c,si produceretur usq; ad circulum [id est peripheriam circuli d b e] diuideret linea a g ipsam per æqualia [per 3 p 3]& arcum,cuius esset chorda:& ita secaretur alius arcus,ęqualis arcui b g: quoniam illum arcum respiceret angulus c b g:& ita angulus c b g est medietas anguli super centrũ respicientis eundẽ arcũ,secundũ Euclidẽ[20 p 3.] Igitur angulus c b g est medietas anguli g a b,[æquatur enim angulo subtendenti peripheriã æqualem ipsi b g per 27 p 3]quẽ diuidit linea a o per ęqualia.Igitur angulus c b g est æqualis angulo o a g:Duo autem anguli b s g,b c g recti sunt.Si igitur intelligatur circulus super b g transiens per s,transibit per c[per conuersionẽ 31 p 3 demonstratam à Theone in cõmentarijs in 3 librum magnę cõstructionis Ptolemei] & fiet arcus s c,super quẽ cadent duo anguli c b s,c g s:igitur [per 27 p 3]hi duo anguli sunt æquales.Sed angulus g a y æqualis est angulo c g s[per 29 p 1]propter æquidistantiã linearũ:[g s & y a]& ita angulus g a y æqualis angulo c b s.Et,ut dictũ est,angulus g b c ęqualis angulo o a g: erit angulus o a y æqualis angulo g b s:& erit triangulũ o a y simile triangulo g b s.Igitur proportio g b ad b s,sicut o a ad a y,& proportio g b ad g s,sicut o a ad o y. Amplius:cum angulus a h b sit acutus[ut ostensum est 60 n 5]quadratũ a b minus est quadratis a h,h b, quantũ est

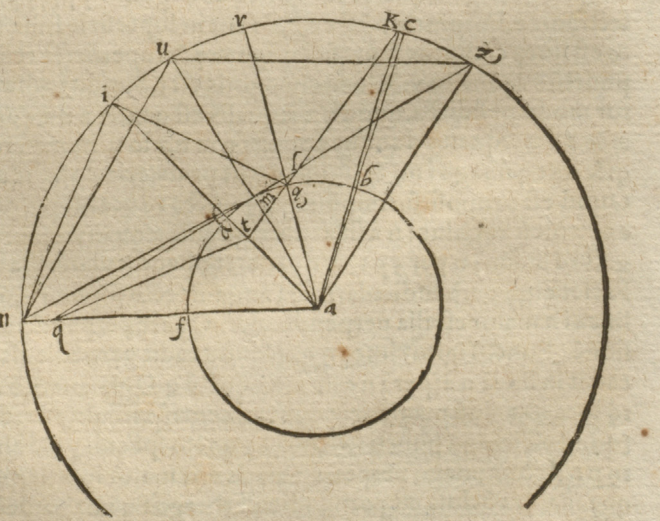
 illud,

illud, quod fit ex ductu a h in h f bis, secundũ quod dicit Euclides [13 p 2.] Igitur quadratũ a h cũ quadrato h b, superat quadratum a d (quæ est æqualis a b) in ductu a h in h f bis: & ita [per 1 p 2] in ductu a h in h d bis, & a h in d f bis: Sed [per 7 p 2] multiplicatio a h in h d bis, cum quadrato a d, est æqualis quadrato a h cum quadrato h d: & ita ablato cõmuni quadrato a d, cũ ductu a h in h d bis: restabit quadratũ h d cũ ductu a h in f d bis, æquale quadrato h b. Sed [per fabricationẽ] multiplicatio a h in h t æqualis est quadrato h d: & multiplicatio a h in h u, æqualis quadrato h b: erit ergo multiplicatio a h in h u, æqualis multiplicationi a h in h t, & multiplicationi a h in d f bis, subtractoq; ductu a h in h t (quẽ communẽ ponimus utriq; multiplicationi.) [Quia enim oblonga cõprehensa sub a h t & sub a h & t u, æquãtur oblongo cõprehenso sub a h u per 1 p 2: ergo æquãtur oblõgis cõprehensis sub a h t & sub a h & d f bis: cõmune igitur est oblongũ cõprehensum sub a h t] restabit multiplicatio a h in t u ęqualis multiplicationi a h in d f bis. Igitur t u est dupla d f: [Quia enim oblongũ comprehensum sub altitudine a h & basi t u, æquatur duplici oblongo, comprehenso sub eadem altitudine & basi d f: erit per 1 p 6 basis t u dupla basis d f.] Amplius: cũ angulus a t g sit acutus [ut ostensũ est 60 n 5] erit secundũ prædictũ modũ, quadratũ a t cum quadrato t g, æquale quadrato a d, cũ ductu a t in t k bis: & ita [per 1 p 2] cũ ductu a t in t d bis, & in d k bis. Et probabitur modo prædicto, quòd quadratũ t g æquale est quadrato t d, cũ ductu a t in d k bis: sed ductus a t in t u, æqualis est quadrato t g [ex cõcluso] & ita æqualis quadrato t d, cũ ductu a t in d k bis. Sit aũt ductus a t in t æ æqualis quadrato t d [ut ostensũ est in principio huius numeri] restat ergo, ut ductus a t in æ u, sit ęqualis ductui a t in d k bis, per ablationẽ cõmunis, qui est ductus a t in t æ [nam oblonga cõprehensa sub a t æ, itẽ sub a t & æ u, æquãtur oblongo cõprehenso sub a t u per 1 p 2: ergo æquãtur oblongis cõprehensis sub a t æ semel, & sub a t & d k bis. Cõmune igitur est a t æ, quo sublato: reliquũ oblongũ cõprehensum sub a t & æ u æquatur oblongo sub a t & d k bis cõprehenso.] Igitur æ u est dupla k d [per 1 p 6] sed iam dictũ est, quòd t u est dupla d f: restat ergo t æ dupla k f. Amplius: proportio a h ad h t est, sicut a h ad h d duplicata [per 10 d 5] h d enim media est in proportione inter illas: cũ eius quadratũ sit æquale ductui a h in h t [per fabricationẽ.] Et similiter proportio a t ad t æ, sicut a t ad t d duplicata [est enim ex fabricatione & 17 p 6 a t ad t d, sicut t d ad t æ.] Sed maior est proportio a t ad t d, quàm a h ad h d. [Quia enim h t minor est quinta parte h d, ut patuit: itaq; si a t, uerbi gratia, ipsam t d quater contineat: a h eandem t d quater continebit, & h d semel. Quare a h nõ continebit h d quater. Ratio igitur a t ad t d maior est, quàm a h ad h d.] Et cum a h sit maior a t: [per 9 ax:] erit h t maior t æ [quia enim a h maior est a t: erit p 8 p 5 ratio a h ad t æ maior, quàm a t ad t æ: sed ratio a t ad t æ maior est, quàm a h ad h t. Ergo per 11 p 5 ratio a h ad t æ maior est, quàm a h ad h t. Quare p 10 p 5 h t maior est t æ.] Sed t æ dupla ad k f: ergo h t maior est, quàm dupla ad k f. Item. Vt dictũ est, proportio b g ad g s, sicut o a ad o y, erit [per 16 p 5] b g ad o a, sicut g s ad o y: sed o a ęqualis b a [per 15 d 1] & g s ęqualis f k [per 34 p 1] propter ęquidistantiã: erit [per 7 p 5] proportio b g ad b a, sicut f k ad o y. Amplius: quia i h minor est medietate o h [ut patuit] & o h tripla t h: erit i h minor h t, & medietate ipsius: sed h t minor quinta parte h d. Igitur i h minor est t d: quare i h multò minor n d: quare m i multò minor n d [quia m i minor est i h, quæ minor est n d.] Et palàm per hoc, quòd i cadit inter h & z. Amplius: quod fit ex ductu e z in z d, est æquale quadrato a d: [per thesin] igitur quod fit ex ductu e m in m d, est minus quadrato a d. Sed quoniam m g circulum d b e cõtingit, quod fit ex ductu e m in m d, est æquale quadrato m g, secundũ quod dicit Euclides [36 p 3.] Igitur m g est minor a d: igitur minor est a g. Amplius: triangula a g m, m g k habent unum angulũ communem [a d m] & utrunq; eorum habet unũ angulum rectũ [ad g & k.] Igitur [per 32 p 1.4 p 1 d 6] sunt similia. Quare proportio m k ad k g, sicut m g ad g a: & ita m k minor est k g [est enim m g minor g a ex concluso.] Et cum [per 15 p 3] o y sit maior g k: erit h d minor o y [quia h d minor est m k, & m k minor k g, & k g minor o y.] Amplius: quia a h ad h d, sicut h d ad h t: [per thesin & 17 p 6] erit sic [per 15 p 5] medietas h d ad medietatem h t: & ita a h ad h d, sicut q h ad medietatem h t: cum q h sit medietas h d: [per fabricationem] & ita a h ad q h, sicut h d ad medietatem h t: & ita [per consectarium 4 p 5] q h ad a h, sicut medietas h t ad h d. Sed medietas h t maior est f k [demonstratũ enim est ipsam h t maiorẽ esse, quàm duplam ipsius k f] & h d minor o y. Erit igitur proportio medietatis h t ad h d maior, quàm f k ad o y [ut constat ex 8 p 5.] Quare [per 11 p 5] erit proportio q h ad a h maior, quàm f k ad o y. Amplius: linea a q secat circulum e b d: sit punctũ sectiõis œ: & ducatur linea d œ: quę erit æquidistãs q h: [Quia enim tota a h æquatur toti a q, & pars a d parti a œ per 15 d 1: reliqua igitur d h ęquatur reliquę œ q: quare per 7 p 5, ut a d ad d h, sic a œ ad œ q. Itaq; per 2 p 6 œ d parallela est ipsi q h] eritq; per 29 p 1.4 p 6 proportio q h ad h a, sicut œ ad d a: & ita proportio œ ad d a maior, quàm f k ad o y. Sed f k ad o y, sicut g b ad b a [ex concluso.] Erit igitur maior proportio œ d ad d a, quàm b g ad b a [id est ad d a: æquales enim sunt d a & b a per 15 d 1] & ita œ d maior b g: [per 10 p 5] & arcus œ d maior arcu g b [per 28 p 3.] Amplius: producatur a q usq; ad punctũ s, ut sit a s æqualis a i: [per 3 p 1] & ducatur linea s i: quę erit æquidistãs q h: [eodẽ argumẽto, quo œ d parallela cõclusa est ipsi q h] & erit [per 29 p 1.4 p 6] s i ad q h, sicut i a ad h a. Sed suprà positũ est, quòd i a ad a h, sicut t q ad q h: erit igitur [per 9 p 5] s i æqualis t q. Amplius: mutetur figura ad euitandam linearũ intricationẽ multiplicẽ, & propter defectũ literarũ ad distinctionẽ linearũ. Cum ergo i a sit æqualis lineę, quã diximus a s: fiat circulus secundũ quantitatẽ ipsarũ, & loco s ponatur litera n: & producantur a g i a b usq; ad circulũ hunc: & sint a b c, a g r: & loco literæ œ ponamus f. Dictum est, quòd arcus d f maior est arcu b g: sit arcus b m æqualis arcui d f: [fiet uerò æqualis, si ad rectam a b eiusq; punctũ a cõstituatur per 23 p 1 angulus b a m æqualis angulo d a f: sic enim per 33 p 6 periphe-

peripheriæ b m & d f æquabũtur]& ducatur linea a m u:& lineę i b,i g,i m,n m:& linea q m:quę producatur uſq; ad exteriorẽ circulũ: & cadat in punctũ z:& ducantur lineę z a,z g. Cum aũt arcus b m ſit æqualis arcui d f:addito cõmuni:[m d]erit arcus m f æqualis arcui d b:eritq; [per 27 p 3] angulus n a m æqualis angulo i a b,& latera lateribus æqualia[per 15 d 1]erit[per 4 p 1] m n æqualis i b:& an-

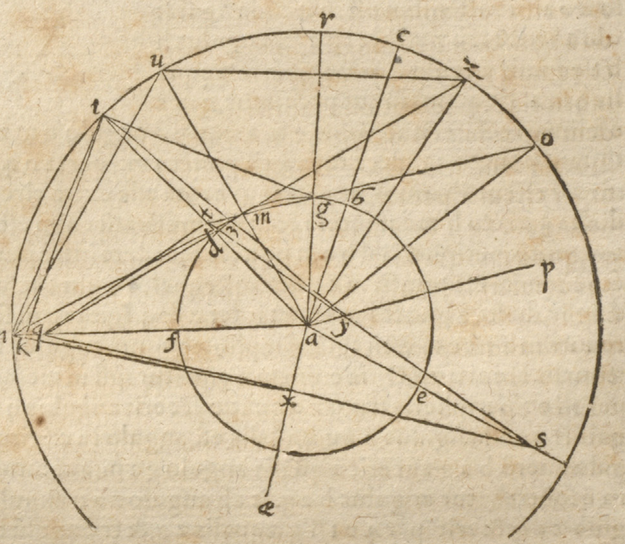


gulus n m a æqualis angulo i b a:&[per 13 p 1] angulus n m u angulo i b c. Et cũ poſita ſit ſuprà[in ſecunda figura]a q æqualis a h:erunt a q,a m latera æqualia a h,a b:& angulus [q a m] angulo [h a b per proximam cõcluſionẽ]erit[per 4 p 1]q m ęqualis h b:& erit angulus q m a æqualis h b a, & q m n æqualis angulo h b i: [per 8 p 1] quoniã duo eius latera duobus illius æqualia: [nam m n æqualis cõcluſa eſt ipſi i b,& q m ipſi h b] & baſis,quæ eſt q n, eſt æqualis baſi h i:[nam a n, a i æquâtur per 15 d 1: itẽ a q, a h per theſin: reliqua igitur q n æquatur reliquæ h i]& angulus n m u æqualis angulo i b c,& i b c æqualis angulo h b a:[ut oſtenſum eſt in ſecũda figura: ubi angulus i b z eſt hic i b c]& angulus h b a ęqualis angulo q m a:ergo n m u ęqualis q m a. Et quoniam,ut poſuimus,q m z eſt linea recta:erit angulus q m a æqualis angulo u m z[p 15 p 1:ideoq; anguli n m u,z m u æquâtur. Quare punctũ n reflectitur ad z à puncto m:[per 12 n 4] & locus imaginis ipſius q[per 3 n 5.]Hoc tamen deeſt probationi,ut pateat m z totã eſſe extra circulũ:quod ſic patebit. Palàm,quòd contingẽs ducta à pũcto b cadat inter i & h: [demõſtratũ enim eſt in prima figura punctũ l alterũ terminũ rectę tangentis peripheriã d b e in puncto b,cadere inter puncta i & h]& tanta eſt remotio puncti b à puncto h,quâta eſt puncti m à pũcto q[æquales enim cõcluſę ſunt h b,q m]& i h æqualis n q.igitur contingẽs,ducta à puncto m cadet inter n & q.Igitur q m ſecat circulũ [quia tangẽte inferior eſt.] Quare tota m z eſt extra circulũ. Amplius:quoniã angulus n m u æqualis eſt angulo u m z : erit arcus n u æqualis arcui u z.[Quia enim m n ęquatur ipſi m z:cõnexę igitur n u & u z æquâtur per 4 p 1. Quare per 28 p 3 peripherię n u,u z æquâtur]& erit angulus n a u æqualis angulo u a z [per 27 p 3.]Sed iam patuit,quòd angulus n a u æqualis eſt angulo i a c:igitur angulus i a c erit æqualis angulo u a z. Angulus uerò b a g aut erit æqualis angulo g a m:aut minor:aut maior. Sit æqualis. Si igitur ab angulo i a c ſubtrahatur angulus b a g,& ab angulo z a u angulus m a g:remanebit angulus i a g æqualis angulo z a g:& erit[per 4 p 1]i g æqualis z g,& triangulũ triangulo:& erit angulus i g a æqualis angulo z a g:reſtabit igitur[per 13 p 1]angulus i g r æqualis angulo z g r. Fiat igitur angulo i g r æqualis angulus t g a:[per 23 p 1]erit angulus t g a æqualis angulo z g r. Si igitur t g producatur:ueniet ad z [p conuerſionẽ 15 p 1 à Proclo ibidẽ demonſtratã.] Quare t g z linea recta [per 14 p 1.] Igitur i à puncto g reflectitur ad z:& locus imaginis eius eſt punctũ t. Si ergo z ſit uiſus: reflectêtur ad ipſum duo pũcta i, n à duobus punctis m, g:& loca imaginũ puncta t,q. Igitur linea t q erit imago lineæ i n. Probatũ aũt eſt ſuprà,quòd t q æqualis eſt i n. Et ita poteſt accidere in his ſpeculis imaginẽ eſſe æqualẽ rei uiſę. Si



uerò angulus b a g fuerit maior angulo g a m:erit angulus z a g maior angulo i a g[mutua angulorum ſubductione,ut prius facta.] Sit angulus k a g æqualis angulo i a g. Quoniã pũctũ k demiſsius puncto z,& punctũ m demiſsius pũcto g:linea k g ſecabit lineã z m:ſecet in pũcto l. Igitur exiſtẽte uiſu in puncto l,reflectetur n ad ipſum à pũcto m:& locus imaginis q. Similiter i reflectetur ad ipſum:& locus imaginis eſt t ſecundum priorẽ probationẽ. Et ita t q imago eſt i n. Quod eſt propoſitũ. Si uerò angulus b a g fuerit minor angulo g a m: erit angulus z a g minor angulo i a g. Sit angulus o a g æqualis angulo i a g: & ducatur linea o g. Palàm, quòd i reflectitur ad o à puncto g. Linea o g aut ſecabit lineam z m q extra circulũ ſpeculi:aut nõ. Si ſecet extra,& uiſus fuerit inpuncto ſectionis:reflectêtur ad ipſum duo puncta n,i:& loca imaginũ erunt t q. Et ita redit propoſitũ[quod erat imaginẽ æquari uiſibili.] Si forſan linea o g ſecet lineã z m q intra circulũ:nõ poterit applicari prędicta probatio. Sed

dico, quòd extra hanc totalẽ superficiem licebit inuenire punctũ, ad quod reflectãtur duo pũcta i, n à duobus speculi punctis: & imago erit t q. Verbi gratia. Palàm, quòd angulus n a z duplus est ad angulũ c a b: [ostensum enim est peripherias n u & u z ęquari: itaq; n z dupla est ipsius u z, & per 33 p 6 angulus n a z duplus ad angulũ n a u, ideoq; duplus ad æqualẽ i a b] & angulus i a o duplus ad angulum i a g, secundũ prædicta: [æquatus enim est o a g ipsi i a g: itaq; totus i a o duplus est ad i a g] & angulus n a z nõ excedit angulũ i a o in angulo maiore angulo n a i. [Quia enim anguli n a z & i a o dupli sunt angulorũ i a b & i a g: & i a b exuperat angulũ i a g, angulo g a b (qui per thesin minor est angulo g a m) ergo angulus g a b minor est dimidiato angulo b a m (qui per 33 p 6 ęquatur angulo n a i, ob peripherias f d & m b æquales) angulus igitur g a b minor est dimidiato angulo n a i. Quare angulus n a z exuperans angulũ i a o, duplo angulo g a b, nõ exuperat maiore angulo q̃ sit n a i] & duo anguli i a o, i a n maiores tertio, qui est n a z: & duo z a n, n a i maiores tertio i a o: & duo n a z, i a o maiores tertio n a i. Habemus ergo tres angulos [n a i, n a z, i a o] quorũ quilibet duo maiores sunt tertio, & oẽs simul quatuor rectis minores: [quia non totũ circa centrum a locum replent.] Igitur [per 23 p 11] ex illis licet facere angulũ corporalẽ. Fiat angulus ille super a: & sit linea s a erecta super a: & angulus i a s sit ęqualis angulo i a o: & angulus n a s ęqualis angulo n a z: angulus n a i manebit immotus: & fiat linea a s æqualis lineæ a n uel a i: quæ oẽs sunt æquales: & ꝓducãtur lineę t s, q s. Palàm, quoniá angulus t a s est æqualis angulo t a o [est enim t a pars lineæ i a [& duo latera [t a, & a o] lateribus duob. [t a & a s] erit [per 4 p 1] basis t s ęqualis basi t o, & triangulũ triágulo: & ita angulus g t a æqualis angulo s t a [q a g t pars est lineæ o t.] Similiter angulus q a s ęqualis angulo q a z, & latera [q a, a s] lateribus: [q a, a z] & [per 4 p 1] triangulũ æquale triangulo: & angulus m q a æqualis angulo s q a [est enim m q pars lineę z q.] Diuidatur angulus t a s per æqualia per lineam a y [per 9 p 1.] Sit y punctũ, in quo linea illa secabit lineá t s. Palàm, cũ angulus i a g sit medietas anguli i a o: erit angulus t a g æqualis angulo t a y, & angulus g t a æqualis y t a: & unũ latus cõmune, scilicet t a: erit [per 26 p 1] t g æqualis t y, & triangulũ [y t a] triangulo: [g t a] & erit a y æqualis a g: & ita y in superficie speculi: [cũ enim puncta g & y à centro a æquabiliter distent per conclusionẽ proximam: sitq; g ex thesi in speculi superficie: erit y in eadẽ.] Erit etiá angulus i a g æqualis angulo i a y, & latera [i a, a g] lateribus [i a, a y] & [per 4 p 1] triangulum i a g triangulo [i a y] æquale: & erit angulus a g i ęqualis angulo a y i: & linea i y ꝓducta, æqualis i g. Et producatur a y extra sphęrá usq; ad punctũ p: restabit angulus i g r æqualis angulo i y p [p 13 p 1.] Verũ cum t s sit æqualis t o, & t y æqualis t g: [per cõclusionẽ] restat g o æqualis y s. Igitur a y, y s æqualia, a g, g o: & basis a s æqualis basi a o: erit [per 8 p 1] triangulũ [a y s] ęquale triangulo: [a g o] & erit angulus a y s æqualis angulo a g o: restat [per 13 p 1] angulus s y p æqualis angulo o g r. Igitur duo anguli i g r, o g r æquales sunt duobus angulis i y p, s y p. Verùm linea a s secabit sphęrá: sit punctum sectionis e. Igitur tria pũcta e, y, d sunt in superficie sphæræ. Quare linea e y d est pars circuli sphærę: & est linea cõmunis superficiei sphærę & superficiei reflexionis t s p. Quare punctũ i reflectitur ad punctũ s à puncto y: & locus imaginis est t. Similiter diuiso angulo n a s per æqualia per a x: probabitur modo prædicto, quòd q x æqualis est q m, & a x æqualis a m, & x s æqualis m z: & duo anguli n x æ & s x æ æquales duobus angulis n m u, z m u. Et ita n reflectetur ad s à puncto x: & locus imaginis q: & ita t q imago i n: [& sic imago, ut prius, erit æqualis uisibili: cum t q æqualis conclusa sit ipsi i n.] Quod est propositũ. Amplius: si à puncto i ducatur perpendicularis super n a: cadet inter n & q, non extra n: cũ angulus i n a sit acutus: quoniá æqualis angulo n i a [ducta enim recta i n, ęquabuntur anguli ad basim i n per 5 p 1] & si caderet ꝑpendicularis illa extra n: esset acutus maior recto [per 16 p 1.] Faciet ergo perpendicularis illa angulũ rectũ super n q, quẽ angulũ respicit linea i n. Quare [p 19 p 1] linea i n maior est illa perpendiculari. Quare perpendicularis illa minor t q [ęquali ipsi i n per cõclusionẽ.] Punctũ igitur lineę n q, in quod cadit perpẽdicularis, reflectitur ad punctũ s: imago uerò eius cadet in lineá n a [per 3 n 5] supra punctũ q. Quia quantò remotiora sunt puncta, quę reflectũtur, tantò loca imaginũ magis accedunt ad centrũ circuli [per 30 n 5.] Et quæcunq; linea ducetur à puncto t [quod est imago puncti i, reflexi à puncto speculi y] ad aliquod punctũ n q supra q: erit maior t q [per 19 p 1.] Igitur imago perpendicularis erit maior ipsa perpendiculari. [Quia enim t q æquatur ipsi i n, quę maior cõclusa est perpendiculari: ergo t q imago perpendicularis eadẽ maior est.] Eodẽ modo quęcunq; linea ducetur à puncto i ad n q, inter hanc perpendicularẽ & i n: erit imago ipsius maior ipsa. Verùm determinentur hęc certius. Punctũ n quia reflectitur ad z à puncto m: & locus imaginis est q: linea z m q secat circulũ in puncto, quod est ȝ: cõtingens ergo ducta à pũcto z ad circulũ: cadet super punctũ aliquod arcus m ȝ [si enim z m tangeret: angulus z m a esset rectus per 18 p 3: quare per

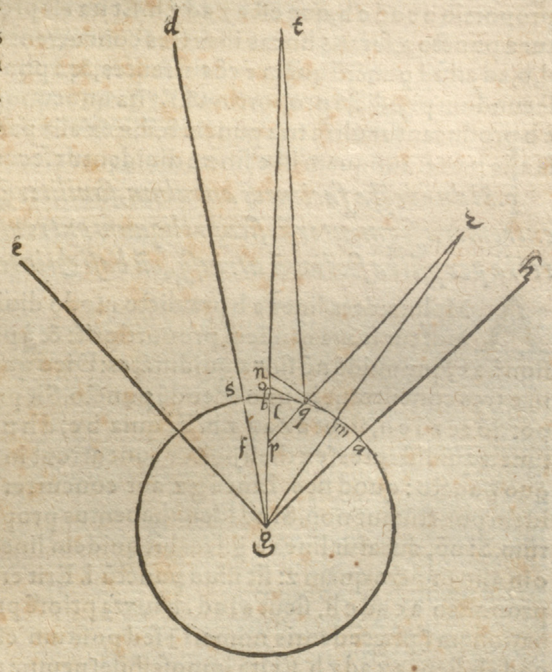


40 n

40 n 5 nulla fieret à pũcto m reflexio: multò igitur minus tangẽs à pũcto z, tanget citra punctũ m] ſi uerò caderet in punctũ ʒ, ſecaret peripheriã, nõ tangeret : cadit igitur in peripheriã m ʒ. & contingẽs illa cadet ſupra q: quoniã punctũ, in quod cadit, erit finis contingentiæ, & finis imaginũ: [per 17 n 5] & puncta ſub puncto illo, quod eſt finis cõtingentię, nõ poterũt reflecti: ſuperiora uerò poterũt. Igitur perpendicularis ducta à puncto i ſuper n q, ſi ceciderit ſupra punctũ, quod eſt finis cõtingentiæ: reflectetur punctũ, in quod cadit: & erit imago perpendicularis maior perpendiculari. Si uerò perpendicularis cadat in punctũ contingentiæ, aut infra: non reflectetur punctũ, in quod cadit. Quare nulla erit imago perpendicularis. Veruntamen quoniã finis cõtingentiæ eſt infra n: erunt inter finẽ cõtingentiæ & n infinita pũcta: quorũ quodlibet reflectetur: & erit imago cuiuslibet ſuper n q: & cuiuslibet lineę ductę à puncto i ad quodlibet illorũ punctorũ, erit imago maior linea, cuius fuerit imago. Igitur accidit in his ſpeculis imaginem aliquando æqualem rei uiſæ : aliquando maiorem eſſe. Quod erat explanandum. Huius autem rei explanationem nec ſcriptam legimus, nec aliquem, qui dixiſſet, aut intellexiſſet, audiuimus.

7. Si duo uiſibilis pũcta à centro ſpeculi ſphærici cõuexi æquabiliter, à uiſu uerò inæquabiliter diſtẽt: imago & finis cõtingẽtiæ pũcti lõginquioris à uiſu, erũt lõginquiores à cẽtro ſpeculi. 4 p 6.

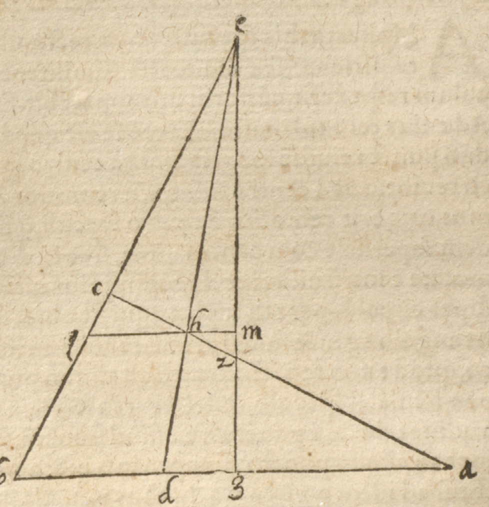
Amplius: in his ſpeculis lineæ rectæ uidentur curuæ, & in pluribus curuitate quidẽ ſpeculũ nõ reſpiciente, ſed ei aduerſa. Similiter curuæ apparebũt in his ſpeculis curuæ: & ſi curuitas ſpeculum reſpexerit, cõtrario ſitu apparebit. Et hoc quidẽ intelligendũ nõ in omnibus, ſed in pluribus. Ad cuius rei explanationẽ neceſſe eſt quędam antecedentia præmittere: quorũ unum eſt. Si fuerint duo puncta eiuſdẽ longitudinis à centro ſpeculi, & inæqualis lõgitudinis à centro uiſus: imago puncti remotioris à centro uiſus erit remotior à centro ſpeculi, q̃ propinquioris: & finis cõtingentię remotioris erit remotior à centro ſpeculi, q̃ finis cõtingentię propinquioris: ſiue puncta illa ſint in eadem ſuperficie cum centro uiſus, ſiue in diuerſis. Sint t, d duo puncta æqualiter à g cẽtro ſpeculi remota: e centrũ uiſus : & d propinquius uiſui q̃ t. Superficies cõmunis ſectionis d t g ſecabit ſpeculũ ſuper circulũ [per 1 th. 1 ſphæ.] qui ſit a b: & ſit angulus e g d æqualis angulo t g z: angulus e g t æqualis angulo t g h: & ſumatur in circulo punctũ, à quo t reflectatur ad z: [per 31. uel 39 n 5] quod ſit q. Dico, quòd t non reflectitur ad h ab aliquo puncto b q. Palàm, quòd non à puncto b [quia cũ ea ſit perpendicularis ſpeculo, reflectetur in ſeipſam, nõ ad h per 11 n 4.] Si aũt ſumatur punctũ quodcunq; in b q: linea ducta à puncto h ad illud punctũ, ſecabit lineã q z. Igitur ad illud punctũ ſectionis reflectitur t ab aliquo puncto, ſumpto in b q: & ad idẽ ſectionis punctũ reflectitur à puncto q. Igitur t reflectitur ad idem punctum à duobus punctis illius circuli: quod impoſsibile in his ſpeculis, ut in libro quinto [29 n] patuit. Reſtat ergo, ut t reflectatur ad h ab aliquo puncto q a: ſit illud m: & [per 17 p 3] à puncto m ducatur contingens circulum uſq; ad lineam g t: quæ ſit m n. Erit n finis contingentiæ t, reſpectu h: [per 17 n 5] & à puncto q ducatur cõtingens: quę ſit q o: quę quidẽ neceſſariò cadet ſub m n: [quòd enim non cadat in punctũ n, inde perſpicuum eſt: quia ductis ſemidiametris g q, g m: anguli n q g, n m g per 18 p 3 recti, eſſent inęquales per 21 p 1 contra 10 ax: Si uerò cadat ultra n: erit per 21 p 1 angulus rectus obtuſo maior cõtra 11 p 1] & producatur z q uſq; dum cadat ſuper g t in puncto p. [cadet aũt per 3 uel 16 n 5.] Erit p locus imaginis z. Erit ergo [per 18 n 5] proportio g t ad p g, ſicut t o ad o p: igitur maior erit proportio g t ad t n, quàm g t ad t o [per 8 p 5: quia t o maior eſt t n.] Ergo multò maior g t ad t n, quàm g p ad p n. [Quia enim ratio g t ad t n maior eſt, q̃ ad t o ex concluſo : eſtq; g t ad t o, ſicut p g ad p o per 16 p 5. Ratio igitur t g ad t n maior eſt, quàm p g ad p o: ſed ratio p g ad p o maior eſt, quàm ad p n per 8 p 5. Ratio igitur g t ad t n multò maior eſt, quàm p g ad p n.] Sit ergo [per 10 p 6] g t ad t n, ſicut g l ad l n. Erit g l maior g p. Et erit l locus imaginis h [per 18 n 5: eſt enim per 16 p 5 g t ad g l, ſicut t n ad n l.] Sint ergo h g, e g, z g lineę æquales: g f æqualis g p: g s æqualis g o. Cũ igitur angulus e g d ſit ęqualis angulo t g z [per fabricationẽ] & remotio d à puncto e, ſicut z à puncto t: [Quia enim rectæ e g, d g, z g, t g: itẽ anguli e g d, z g t æquantur per fabricationẽ: baſes e d, z t ęquabuntur per 4 p 1: ideoq; puncta d, z ęquabiliter diſtabũt à punctis e & t] erit imago d reſpectu e tantùm eleuata in linea g d, quantùm imago t reſpectu z in linea g t: erit igitur imago d in puncto f: & ſimiliter finis cõtingentię d, reſpectu e erit altitudinis eiuſdẽ, cuius eſt finis cõtingẽtię pũcti t, reſpectu z. Quare erit finis cõtingẽtiæ d in pũcto s. Verùm quoniã angulus e g t æqualis eſt angulo t g h, & h g æqualis e g: [per fabricationẽ] erit l imago t, reſpectu e, ſicut eſt reſpectu puncti h: & n finis cõtingentiæ reſpectu e, ſicut eſt reſpectu pũcti h.



Quare imago puncti remotioris ab e remotior est à centro, imagine propinquioris: & finis contingentiæ remotioris remotior à centro, fine propinquioris. Quod erat propositum.

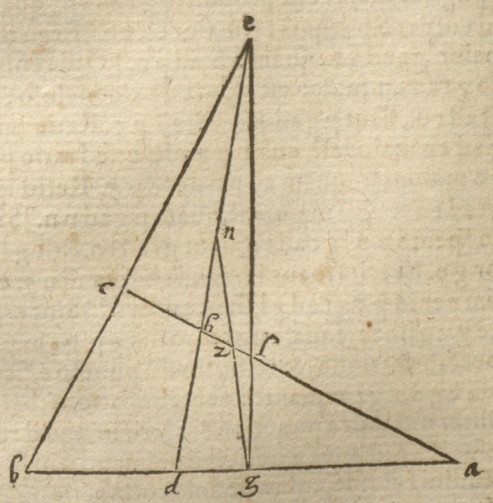
8. Si data recta in duobus punctis secta, sit ad alterũ extremorũ segmentorũ, ut reliquũ extremum ad intermediũ: & ab altero ipsius termino, sectionumq́ punctis tres rectæ in eodẽ puncto cõcurrant: recta à reliquo termino secãs cõcurrentes, secabitur proportionaliter datæ. 123 p 1.

AMplius: proposita linea a b, & diuisa in punctis g,d, ut sit proportio a b ad b d, sicut a g ad g d: si à punctis sectionũ ducantur tres lineæ concurrentes in punctum unum, scilicet g e, d e, b e: & à puncto a ducatur linea secans illas tres lineas: Dico, quòd linea illa diuisa erit secundum prædictam proportionẽ. Ducatur linea a c secans tria latera g e, d e, b e in tribus punctis z, h, c. Dico quòd proportio a c ad c h, sicut a z ad z h. Ducatur [per 31 p 1] à puncto h æquidistans a b: quæ sit h q. Palàm [è demonstratis à Theone ad 5 d 6] quòd proportio a b ad b d, constat ex proportionibus a b ad h q, & h q ad b d. Sed quoniã q h æquidistat a b: erit triangulũ c q h simile triangulo c a b: [per 29 p 1.4 p.1 d 6] & erit proportio a b ad q h, sicut a c ad c h. Similiter triangulũ q e h simile triangulo b e d: igitur erit porportio q h ad b d, sicut h e ad e d. Ergo proportio a b ad b d, cõstat ex proportionibus a c ad c h & h e ad e d. Producatur q h, usq; dum cadat super e g in puncto m. [cadet aũt per lemma Procli ad 29 p 1] Proportio igitur a g ad g d, constat ex proportionibus a g ad h m, & h m ad g d. Sed cum [per 29 p 1] angulus e m h sit æqualis angulo z g d: erit [per 13 p 1] angulus h m z æqualis angulo z g a: & erit triangulũ a z g simile triangulo h m z [quia enim anguli aduerticem z æquantur per 15 p 1: æquabitur per 32 p 1 tertius m h z tertio g a z. Quare per 4 p.1 d 6 triangula h m z, a g z sunt similia.] Et erit proportio a z ad z h sicut a g ad h m. Sed [per 29 p 1.4 p.1 d 6] triangulum h e m simile est triangulo g e d: erit igitur proportio h m ad g d, sicut h e ad e d. Igitur proportio a g ad g d, constat ex proportione a z ad z h, & h e ad e d: & eadẽ est a g ad g d, quæ a b ad b d [per thesin.] Igitur illa eadem cõstat ex proportionibus a z ad z h & h e ad e d. Igitur [subducta utrinq; ratione h e ad e d] eadẽ erit proportio a c ad c h, quę est a z ad z h. Et ita est propositũ. Eadem erit probatio, quęcunq; linea ducatur à puncto a, secans lineas illas tres concurrentes. Et si ducantur aliæ tres lineę à tribus punctis g, d, b, ad aliud punctũ quàm e cõcurrentes, & à puncto a ducatur linea quæcũq;, secans eas: diuidetur secundum prædictã proportionẽ. Et ita quocunq; modo concurrãt tres lineę. Et si tres lineę e g, e d, e b producantur ultra tria puncta b, d, g ex alia parte: & à puncto a ducantur lineæ, secantes eas ex illa alia parte: nunquam illæ lineæ diuidentur secundum prædictam proportionem.



9. Si duæ rectæ facientes angulum, similiterq́ in duobus punctis ita sectæ (ut tota sit ad alterũ extremorũ segmentorũ, sicut reliquum extremum ad intermedium) basi infinita cõnectantur: rectæ per pũcta sectionũ utriusq́, cũ basi & inter se cõcurrẽtes, in eodẽ puncto cõcurrẽt. 124 p 1.

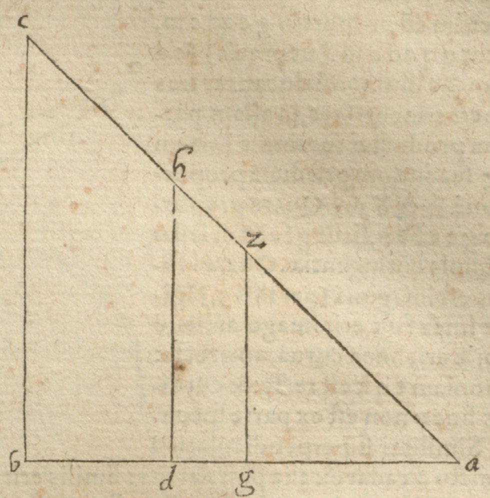
AMplius: data linea a b prædicto modo diuisa: si à puncto a ducatur alia linea, uelut a c, quæ diuidatur iuxta eandem proportionẽ: & à punctis diuisionũ a b ducantur lineę ad puncta diuisionũ a c, quę quidẽ nõ sint æquidistãtes: Dico quòd illæ tres concurrent in uno & eodẽ puncto. Sit proportio a c ad c h, sicut a z ad z h. Et quia b c, d h non sunt æquidistantes [ex thesi] igitur concurrent in aliquo puncto: quod sit e. Linea g z aut concurret ad idem punctũ: aut non. Si ad idem: habemus propositum. Si nõ, ducatur linea e g: secabit quidem lineã a c in alio puncto quàm z: sit illud punctũ l. Erit ergo proportio a c ad c h, sicut a l ad l h iuxta priorẽ probationem [præcedentis numeri] sed positum est a c ad c h, sicut a z ad z h. Et ita impossibile [nempe totum æquari suæ parti. Quia enim per præcedentem numerum est, ut a l ad l h, sic a c ad c h, & ex thesi, ut a c ad c h, sic a z ad z h: erit per 11 p 5, ut a l ad l h, sic a z ad z h & per 18 p 5, ut a h ad h l, sic a h ad h z. Quare cum a h ad duas rectas h l, h z eandem habeat rationem, æquabuntur ipsæ inter se per 9 p 5: & sic tota h l erit æqualis parti h z.] Similiter, si ponatur, quòd linea g z concurrat cum d h ad punctum e: probabitur hoc modo, quòd linea b c concurrat ad idem



Similiter,

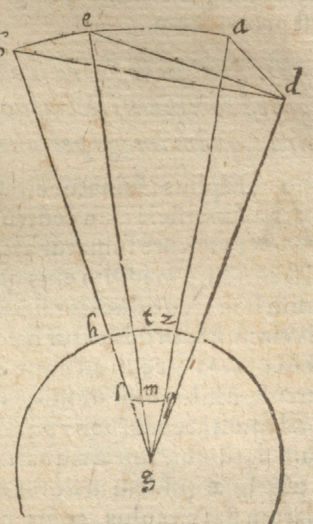
Similiter si ponatur, quòd g z, b c concurrant ad punctum e: probabitur, quòd d h concurret ad idem.

10. Si data recta in duobus punctis secta, sit ad alterum extremorum segmentorum, sicut reliquum extremum ad intermedium: & ab altero ipsius termino, sectionumq; punctis tres rectæ lineæ sint parallelæ: recta à reliquo termino secans parallelas, secabitur proportionaliter datæ. 122 p 1.



Amplius: diuisa ab secundum hanc proportionem: si fuerint lineæ g z, d h, b c æquidistãtes: & ducatur ac diuidens illas: erit ac diuisa secundum hanc proportionem. Cum d h sit æquidistans g z: erit [per 2 p 6] proportio a z ad z h, sicut a g ad g d: & cum b c sit æquidistãs d h: erit [per 2 p 6. 18 p 5] ab ad b d, sicut a c ad c h: sed [ex thesi] a b ad b d, sicut a g ad g d: erit [per 11 p 5] a c ad c h, sicut a z ad z h. Et ita patet propositum. His præmissis, accedamus ad propositum.

11. Si recta linea à uisu sit perpendicularis superficiei incidentiæ: imago peripheriæ concentricæ peripheriæ circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphærici cõuexi) uidebitur curua, & parallela ipsi peripheriæ concentricæ. 46 p 6.

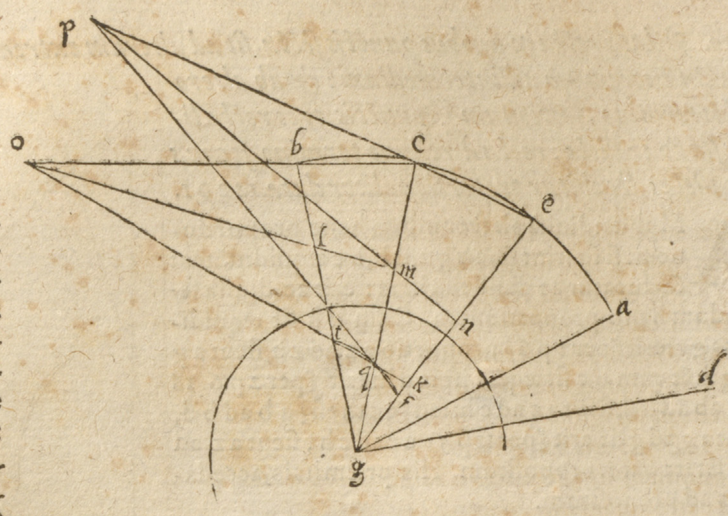


Primum de arcu declaremus, qnomodo in his speculis imago eius sit curua, curuitate quidem speculum non respiciente, sed centrũ. Verbi gratia: sit ab arcus oppositus speculo: & sit g centrum illius arcus, & similiter centrum speculi: d cẽtrum uisus: & ducantur lineæ d g, a g, b g: & sumatur e in arcu a b quocunq; modo: & ducatur linea e g. Linea uerò d g non sit in superficie a b g. Linea igitur d g aut erit orthogonalis super superficiẽ a b g: aut declinata. Sit orthogonalis: erunt anguli d g a, d g e, d g b æquales [quia per 3 d 11 recti sunt] & [per 15 d 1] latera lateribus. Quare [per 4 p 1] bases basibus. Igitur omnia puncta arcus a b eiusdem longitudinis erũt à centro uisus. Quare imagines omniũ punctorũ, eiusdẽ longitudinis sunt à cẽtro: sintq; q, m, l imagines ipsorũ a, e, b. Erit igitur g q ęqualis g m, g l. Quare q m l erit arcus: [per 9 p 3] & cõuexitas ipsius respectu centri, non respectu speculi, siue loci reflexionis. Quod est propositum.

12. Si recta linea à uisu sit obliqua superficiei incidentiæ: imago peripheriæ concentricæ peripheriæ circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphærici conuexi) uidebitur curua, non parallela peripheriæ concentricæ. 47 p 6.

Si uerò linea d g non fuerit perpẽdicularis super superficiem a b g: ducta perpendiculari à puncto d super hanc superficiem: [per 11 p 11] cum [per 5 n 5] illa perpendicularis sit minor omnibus lineis ductis à puncto d ad hanc superficiem: erit angulus, quem continet hæc perpendicularis uersus g, minor quolibet angulo uersus punctũ g intellecto, quem continet alia linea à puncto d ad hanc superficiem ducta [per 16 p 1.] Et linea ducta à puncto d ad hanc superficiem, quantò remotior erit à perpendiculari, tantò maior erit, & continebit maiorem angulum uersus g [per 21 p 1.] Si ergo hæc perpendicularis non cadat in arcum a e b, sed ex parte una: erunt omnes lineæ ductæ à puncto d ad hunc arcum, declinatæ ad partem unam: & remotiores maiores, & maiorem angulum continentes uersus g. Sit ergo: & sumantur tria puncta in arcu, scilicet e, c, b: finis contingentiæ puncti b sit l: finis contingẽtiæ puncti c, sit m. Quoniam igitur c propinquius d, quam b: erit m propinquius g quàm l: [per 7 n] & ita c m maior b l [quia g c, g b ęquantur per 15 d 1] q sit imago c: t imago b: & ducatur t q: & ducantur lineæ c b, m l: quæ quidem productæ concurrent. Si enim à puncto m duceretur æquidistans c b, secaret ex g b lineam æqualem c m [esset enim per 2 p 6. 18 p 5, ut g c ad c m, sic g b ad rectam, quam secat parallela à pũcto m ducta ex g b: itaq; cum g c, g b æquentur per 15 d 1: æquaretur c m, sectæ per parallelam ex g b: sed c m, ut patuit, maior est b l: quare c b, m l productæ concurrent.] Concurrant in puncto o. Et quoniam proportio g c ad c m, sicut g q ad q m [est enim per 18 n 5, ut c g ad g q, sic c m ad m q: ergo per 16 p 5, ut c g ad c m, sic g q ad q m.] Similiter g b ad b l, sicut g t ad t l: ergo linea q t concurret cum lineis c b, m l [per 9 n.] Sit concursus in puncto o. Finis contingentiæ puncti e sit n. Quoniam punctum n demisius est puncto m: [per 7 n] erit e n maior c m: ductis ergo lineis e c, m n, concurrent [ut antea.] Sit concursus in

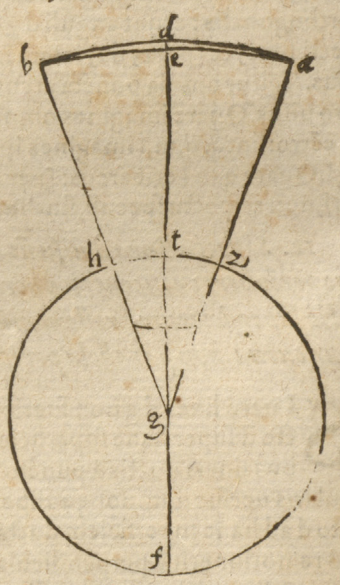
puncto p: & ducatur linea q p: & procedat, donec cadat super e g in pũcto f: & ducatur linea t q usq; ad e g: & cadat in pũctum k. Palàm, quòd k erit supra f [q a punctum n humilius est puncto m.] Verùm cũ proportio g c ad c m, sicut g q ad q m [ut patuit] & à punctis diuisionũ ducantur tres lineæ concurrẽtes, in aliam partem productæ secabunt lineam e g secundum prædictã proportionẽ [per 8 n.] Quare proportio g e ad e n, sicut g f ad f n: sed n est finis cõtingentiæ. Quare f locus est imaginis [per 18 n 5.] Igitur linea f q t erit imago arcus e c b: & erit linea curua, non recta: quoniam t q k est recta: & curuitas lineæ non est ex parte speculi. Similiter si perpendicularis à



puncto d cadat ex alia parte arcus: similis erit probatio. Si uerò cadat perpendicularis in medium arcus a b: lineæ à puncto d ex diuersis partibus ad arcum ductæ, æqualiter distantes à perpendiculari: erunt æquales, & æquales angulos continebunt uersus g: & imagines à g æqualiter distabunt: & fines contingentiæ similiter. Et licebit probare prædicto modo de utraq; parte arcus per se, secundum quod diuiditur à perpendiculari: quòd eius imago sit linea curua modo prædicto. Quod est propositum.

13. Si uisus sit extra superficiem incidentiæ: imago peripheriæ eccentricæ peripheriæ circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphærici conuexi) uidebitur magis curua, quàm imago peripheriæ concentricæ. 48 p 6.

AMplius: sumatur circulus, cuius centrum non sit centrum speculi, ueruntamen sit in eadem superficie cum centro speculi. Dico, quòd si in hoc circulo exteriore sumatur arcus ex parte cẽtri speculi, propinquior ei secundum medium eius punctum, erit imago eius curua. Dato enim hoc arcu: ducatur linea à centro speculi ad centrum exterioris circuli: & producatur hæc linea usq; ad arcum datum: linea ducta à centro speculi ad hunc arcum, quæ est pars diametri maioris circuli, erit breuior omnibus lineis ductis ab eodem centro speculi ad illum arcum [per 7 p 3.] Et à centro speculi possunt duci ad arcum datũ duæ lineæ æquales à diuersis partibus huius breuis [per 7 p 3] quæ quidem maiores erũt illa breui. Et si secundum alteram illarum fiat circulus, cuius centrum sit speculi centrum: transibit per capita harum duarum linearum arcus excedens arcum datum. Et palàm, quòd imago huius arcus excedentis, erit linea curua secundum prædicta [11. 12 n.] Et imagines punctorum huic arcui & arcui dato communium eædem: & medium punctum arcus excedentis est remotius à centro speculi, quam punctũ arcus dati, quod ipsum respicit. Quare eius imago propinquior est centro, quã imago puncti arcus dati illum respicientis. Et ita cuiuslibet puncti arcus exterioris imago propinquior est cẽtro, imagine puncti arcus



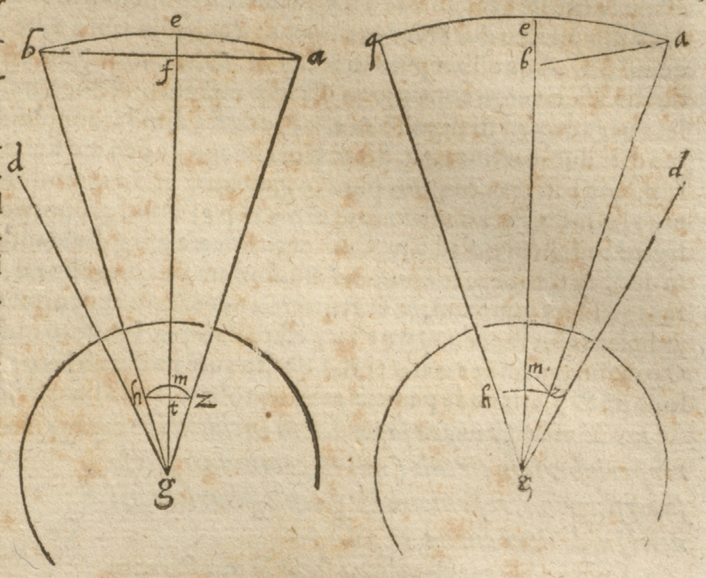
dati, quod ipsum respicit. Quare imago arcus dati curuior, quã imago arcus exterioris. Quare imago arcus dati curua est. Quod est propositum.

14. Si uisus sit extra superficiem incidentiæ: imago lineæ rectæ, parallelæ rectæ tangẽti peripheriam circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphærici conuexi) uidebitur curua. 49 p 6.

AMplius: quòd lineę rectæ imago in his speculis sit curua, probatur sic. Sit a b linea uisa: g centrum speculi: ducantur lineæ a g, b g. Hæ aut sunt æquales: aut non. Si æquales: fiat circulus, cuius g centrum, secundum quantitatem illarum: qui sit a e b: cadet quidem linea a b intra circulum. Palàm ex prædictis [11. 12 n.] quòd imago arcus à e b erit curua. Sit igitur imago eius z t h: imago a sit z: imago b sit h: imago e sit t: & ducatur g e secans a b in puncto f. Palàm, quòd e est in eadem linea cum f, remotior à centro g. Erit ergo eius imago propinquior centro, quàm f imago [per 30 n 5.] Sit ergo m. Palàm ergo, quòd linea z m h est imago lineæ a b: [imagines enim punctorum à & b communium eædem permanent] & est linea curua. Quod est propositum.

15. Si

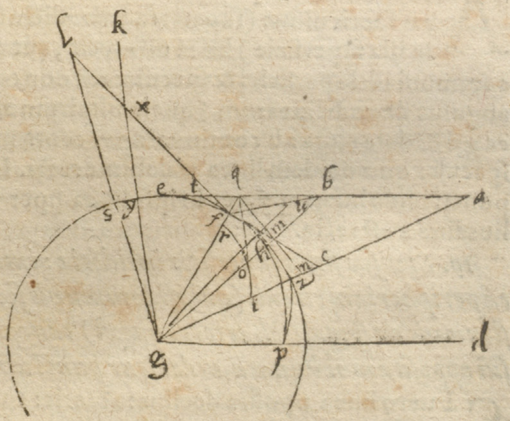
15. Si uiſus ſit extra ſuperficiem incidẽtiæ: imago lineæ rectæ infinitæ, nec parallelæ, nec tangentis, nec ſecantis peripheriam circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſphærici cõuexi) uidebitur curua. 50 p 6.



SI uerò lineæ a g, b g fuerint inæquales: linea a b protracta aut ſecabit ſpeculũ: aut non. Sit quòd nõ ſecet: & ſit a g maior g b: & fiat circulus ſuper g ad quantitatem a g: qui ſit a e q: & producatur a b, quouſq; cadat in circulũ ex parte b: cadat in punctum e. Patet ex ſuperioribus [11 uel 12 n] quòd imago arcus a e eſt curua. Punctum imaginis a ſit z: punctũ imaginis e ſit m: erit z m imago arcus a e. Et quoniam imago pũcti b remotior eſt à cẽtro, quàm imago puncti e: erit imago lineæ a b curua: quod etiã per puncta media arcus a e & lineæ a b faciliter poterit probari. Quod eſt propoſitum.

16. Si uiſus ſit extra ſuperficiem incidentiæ: imago lineæ rectæ infinitæ, tangentis peripheriam circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi) uidebitur curua. 51 p 6.

SI uerò linea a b tangit ſpeculum: aut ſecabit: aut continget. Tangat primò: & g ſit cẽtrum ſpeculi: & ducantur lineæ a g, b g. Superficies a b g ſecabit ſpeculum ſuper circulum communem [per 1 th. 1 ſphær.] qui ſit e h z. Palàm, quòd linea a b continget ſpeculum in hoc circulo [ſunt enim peripheria e h z, & recta a b in eodem incidentiæ plano: & a b continuata tangit ſpeculum ex theſi. Quare tangit in peripheria e h z.] Contingat in puncto e. Protrahatur ergo a b uſq; ad e: d ſit centrum uiſus. Superficies, in qua ſunt lineæ d g, a g ſecabit ſpeculum ſuper circulum, communem ſuperficiei reflexionis & ſpeculi [per 1 th. 1 ſphær.] Sit arcus illius circuli z p: ſimiliter linea communis ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, in qua ſunt d g, b g: & arcus illius circuli ſit h p. Palàm [è 29 n 5] quòd b reflectitur ad d ab aliquo puncto arcus h p. Si à puncto illo ducatur contingens: ſecabit lineam b g, & punctum ſectionis erit finis contingentiæ [per 17 n 5.] Sit punctum illud m. Palàm etiam, quòd ſi à puncto m ducatur contingens arcum circuli e h: cadet contingens illa citra e: quoniam a b contingit in puncto e, & punctũ b eſt altius puncto m. Cadat igitur in punctum f: quæ contingens producta ſecabit lineam a e: ſecet in puncto t: ex alia parte ſecabit lineam a g: [per 11 ax] ſecet in puncto c. Fiat [per 23 p 1] angulus b g s æqualis angulo b g d: & producatur g s uſq; ad punctum l ad æqualitatem lineæ d g: erit ergo [per 26 p 3] arcus h s æqualis arcui h p. Et ſicut reflectitur b ad d, ab aliquo puncto arcus h p: ſic reflectetur ad l, ab aliquo puncto arcus h s. Et erit reflexio à puncto f, ſicut in arcu h p eſt reflexio à puncto, à quo ducitur contingẽs ad punctũ m. Et illa duo puncta ſunt eiuſdem longitudinis à pũcto m. [Si enim duæ rectæ ab eodem puncto peripheriam tangentes, duabus ſemidiametris connectantur: recta à centro ad idẽ punctum ducta bifariam ſecabit angulum in centro per 2 conſectarium 36 p 3. 15 d. 8 p 1: & peripheriæ angulis in centro æqualibus ſubtenſæ, & rectę eaſdem peripherias ſubtendentes æquabuntur per 26. 29 p 3: quare prædicta duo reflexionũ puncta à pũcto m æquabiliter diſtabunt.] Ducantur ergo lineę b f, l f. Item a reflectatur ad d ab aliquo puncto arcus z p [per 29 n 5.] Verùm in triangulo h z p duo arcus h z, h p maiores

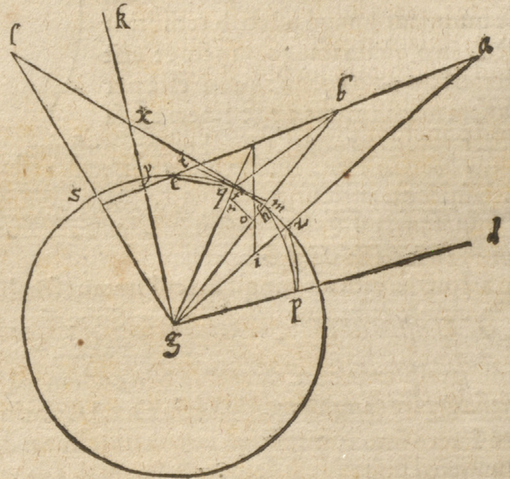


ſunt tertio z p: [p 5 th. 1 ſphæricorũ Menelai] ſed h p eſt æqualis h s [ex cõcluſo.] Igitur z p eſt minor z s. Reſcindatur z s ad æqualitatẽ in pũcto y [id uerò promptè præſtiteris, ſi latus anguli ad terminũ g rectæ g z, æquati angulo z g p, in peripheriã cõtinuaueris: ſic enim peripheria angulo æquato ſubtenſa æquabitur peripheriæ z p per 33 p 6] & ducatur linea g y, quę ꝑducta ad æqualitatẽ g d, neceſſariò ſecabit lineã f l [quia ſecat angulũ z g l.] Secet in pũcto x: & ſit g x k æqualis g d. Palàm, quòd ſicut a reflectitur ad d, ab aliquo puncto arcus z p: ſimiliter reflectitur ad k, ab aliquo puncto arcus z y. Dico, quòd non reflectetur ad ipſum, niſi à pũcto, quod eſt citra f, ex parte z. Si enim dicatur, quòd poſsit à puncto f, uel alio puncto arcus f y: linea ducta à pũcto a ad punctũ reflexionis, ſecabit lineam b f: & ad idem punctum ſectionis reflectetur punctum k, & ad idẽ punctum reflectetur

punctum

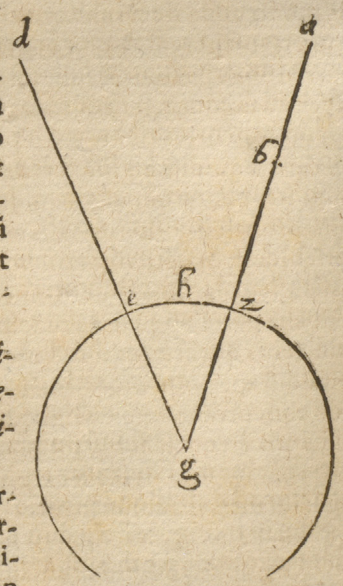
punctum b. Et ita duo puncta in his speculis reflectentur ad idem punctum ex eadem parte: quod est impossibile [& contra 29 n 5.] Restat, ut punctum a reflectatur ad k, ab aliquo puncto arcus z f. Si ab illo puncto ducatur contingens: secabit lineam a z, & cadet inter z & c: quoniam punctum f demissius est quolibet puncto arcus z f: & ita contingens à puncto f altior alijs, à punctis arcus z f ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum n: & ducatur linea m n: quę quidem linea cum transeat per acumen trianguli b m t, & producta diuidat angulum, necessariò secabit b t. Secet in puncto q: & ducatur linea g q. Sit autem i imago puncti a: o sit imago puncti b: r sit imago puncti q. Palàm, cum b sit propinquius puncto g, quàm a: erit o remotior à puncto g, quàm c [per 7 n.] Ducatur ergo linea i o. Palàm etiam [per 18 n 5. 16 p 5] quòd proportio a g ad a n, sicut g i ad i n: & proportio b g ad b m, sicut g o ad o m. Cum ergo lineæ a g, b g diuidantur secundũ hanc proportionem, utraq; in duobus punctis, & à punctis diuisionum ducantur lineæ, quarum duæ, scilicet a b, n m concurrant ad idem punctum, scilicet q: tertia necessariò concurret ad idem punctum [per 9 n.] Igitur i o ꝓducta cadet super q. Quare i o q est recta linea. Igitur i o r nõ erit recta: sed i o r est imago lineę a q. Quare imago lineę a q erit curua. Posito autẽ puncto b loco pũcti q, & aliquo pũcto lineæ a b posito loco pũcti b: erit eodẽ penitus modo probare, quòd imago lineæ a b est curua. Et hoc est propositũ.

17. Si uisus sit extra superficiem incidentiæ: imago lineæ rectæ infinitæ, secantis inæquabiliter peripheriam circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphærici conuexi) uidebitur curua. 52 p 6.



SI uerò a b secet circulum: secet in puncto e: m finis contingentiæ lineæ contingentis circulũ e h z, à puncto f productæ ad lineã b g: b igitur reflectitur ad d ab aliquo pũcto arcus h p. Arcus ab illo puncto reflexionis usq; ad h, aut est æqualis arcui h e: aut maior: aut minor. Si æqualis: palàm quòd arcus ille est æqualis arcui h f [ut patuit præcedente numero.] Sit q punctum circuli, in quod cadit contingẽs ducta à puncto m ex parte e. Igitur a e transit per punctũ q: & ita m q secat a e per punctum e [quia in hoc casu q & e coniungũtur, unũq; punctum fiũt.] Si uerò arcus ille minor est arcu h e: secabit quidem m q lineam a e ultra punctum q: secet in t, ut efficiatur triangulum e q t. Si uerò arcus ille fuerit maior arcu h e: secabit quidem linea m q lineam a e citra punctum q. Siue hoc, siue illud fuerit: iteretur probatio, & eodem penitus modo probabitur, quòd imago lineæ a b est curua. Quod est propositum.

18. Si uisus sit in superficie incidentiæ, extra rectam lineam infinitam per centrum circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphærici conuexi) trãseuntis: imago illius lineæ uidebitur recta. 53 p 6.



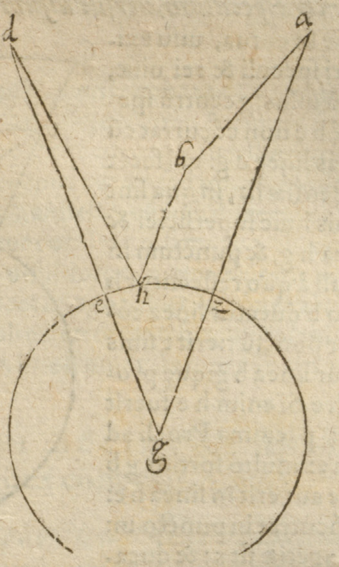
AMplius: si in superficie, in qua sunt linea uisa, & cẽtrum sphæræ, fuerit uisus: (superiora enim dicta sunt, non existente uisu in illa superficie) linea uisa recta, aut concurret cum circulo communi illi superficiei & speculo: aut non concurret. Si concurrat: angulus illarum linearum [quem nimirum efficiunt diameter optica g d & data recta a b continuata per centrum g] cadet super centrũ speculi: quæ quidem linea uidebitur recta. Imago enim cuiuslibet puncti illius lineæ apparet in ipsa linea [per 6 n 5.] Et ita imago illius lineæ est recta.

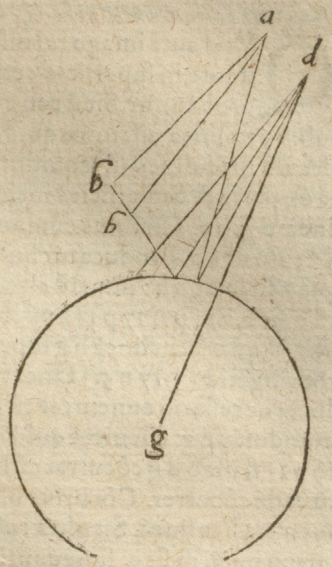
19. Si uisus sit in superficie incidẽtiæ: imago lineæ rectæ, infinitæ peripheriam circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi sphærici conuexi) tangentis, & ad partem uisui oppositam obliquatæ, uidebitur punctum. 54 p 6.

SI uerò linea ꝓposita declinata fuerit: aut erit declinatio ex parte uisus: aut ex alia parte. Si ex alia parte: sumatur punctum circuli, à quo reflectatur aliquid uisum: [per 39 n 5] & sumatur linea reflexionis aliqua. Aliqua linearum declinatarum cadet forsitan super hanc lineam reflexionis: quòd si fuerit: non uidebitur quidem hæc linea declinata, nisi secundum unum punctum [ducta enim a g secante peripheriam circuli in puncto z: peripheria inter punctum, à quo b reflectitur, & punctum z, continebit puncta reflexionis totius lineæ a b, ut patuit 16 n.] Protracta igitur à centro uisus ad centrum speculi linea: sumatur in arcu circuli citra hanc lineam punctum, à quo reflectatur ad uisum aliquod punctum lineæ declinatæ: sed illud punctum reflectitur à puncto prius assignato, quod est terminus lineæ reflexionis, cum linea declinata sit supra lineam reflexionis. Et ita illud punctum lineæ declinatæ reflectitur ad

uisum

uisum à duobus punctis arcus: quod est imposſibile [& contra 29 n 5.] Licet autē reflectatur punctum illud à puncto primùm ſumpto: non tamen uidetur, cum ſit in linea reflexionis, quæ occultatur per præcedentia puncta. Et ita linea adiacens lineæ reflexionis non uidetur.



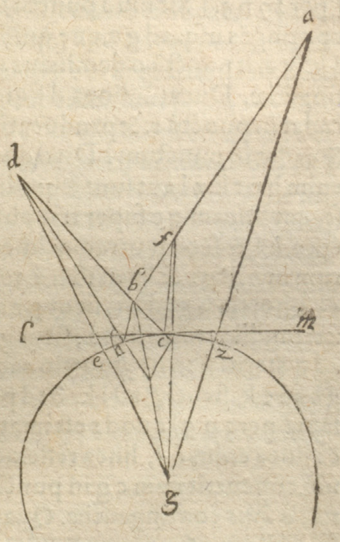


20. Si uiſus ſit in ſuperficie incidentiæ: imago lineæ rectæ infinitæ, peripheriam circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierū reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi) ſiue tangentis, ſiue non, & ad uiſus partem obliquatæ, nulla uidebitur. 55 p 6.

SI uerò ſumatur linea declinata, cuius declinatio ſit ex parte uiſus, iacēs ſub linea reflexionis, & ſecans ipſam in puncto circuli Dico, quòd nullū punctum illius lineæ uidebitur. Sumpto enim pūcto: ſi dicatur, quòd punctum illud poſsit reflecti ab aliquo puncto arcus, interiacentis lineam reflexionis, & lineam à centro uiſus ad centrum ſpeculi ductam: & ducatur linea ab illo puncto ad punctū arcus ſumptum: hæc ſecabit lineam reflexionis: & punctum ſectionis reflectetur ad uiſum, à duobus punctis arcus ſpeculi: quod eſt imposſibile [& contra 29 n 5.] Si uerò dicatur, quòd punctum ſumptum in linea, reflectatur à puncto arcus circuli, qui eſt ſub ipſa linea: erit imposſibile: quia ille totus arcus occultatur à linea.

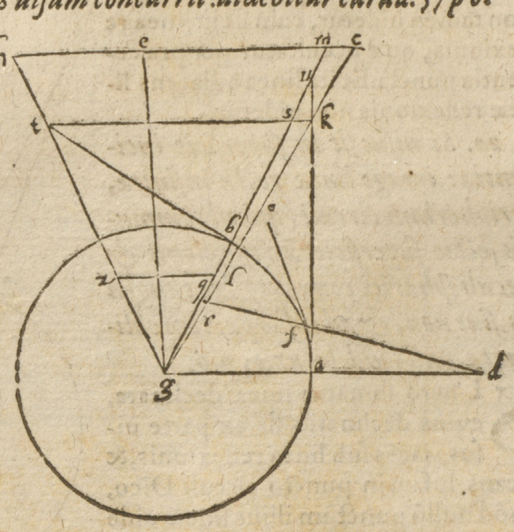
21. Si uiſus ſit in ſuperficie incidentiæ: imago lineæ rectæ infinitæ, peripheriam circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi) nec tangentis nec per centrum ſecantis, & ad partem uiſui oppoſitam obliquatæ, uidebitur curua. 56 p 6.

SI uerò linea ſumpta nō attingat circulum: poterit quidem uideri: ſed modicum eſt. Si uerò ſumatur linea declinata prædicta inter lineam reflexionis, & lineam per punctū reflexionis primò ſumptum tranſeuntem ad centrum: poterit quidem uideri hæc linea: & imminuetur curuitas imaginis huius lineæ, ſecundum quod magis acceſſerit ad lineā tranſeuntem ad centrum, per punctum reflexionis. Si uerò ſumantur lineæ inter lineam ad centrū tranſeuntem per punctum reflexionis: uidebuntur quidem, ſiue declinatio earum ſit ex parte uiſus, ſiue non: & modus uiſus earū, ſimilis modo uiſus linearum inter lineam reflexionis & lineam ad centrum tranſeuntem. Et hæc quidem intelligenda ſunt de lineis concurrentibus in arcu circuli, qui apparet uiſui, id eſt, in arcu, qui interiacet duas contingentes, ductas à centro uiſus ad circulum. Linearū autem concurrentium cum circulo in parte circuli occulta uiſui: aliqua erit æquidiſtans lineæ reflexionis: & illa quidem non uidebitur. Similiter conterminalis æquidiſtanti, quæ eſt ſub æquidiſtante, occultabitur: ſed conterminalis æquidiſtanti, ſupra ipſam exiſtens, poterit uideri. Si uerò ſumatur linea inter æquidiſtantes, nō conterminalis alicui earum: ſi fuerit eius declinatio ex parte uiſus, uidebitur: ſi ex alia parte, aliquando uidebitur, aliquādo non Quoniam ſi à termino eius ducatur æquidiſtans lineæ reflexionis: ſi fuerit linea ſub æquidiſtante: non uidebitur: ſi ſupra eā, uideri poterit. Si uerò lineæ non concurrant cum circulo, aut ſecabunt lineam ductam à centro uiſus ad cētrum ſpeculi: aut æquidiſtabunt ei. Si ſecet aliqua earum: linea illa aut ſecabit illam ex parte uiſus, id eſt, inter uiſum & ſpeculum: aut ultra ſpeculū. Si ultra: occultabitur linea illa, ſed forſan apparebunt eius capita. Si uerò ſecet lineam uiſualem ex parte uiſus, apparebit quidem ſimiliter. Si fuerit æquidiſtans lineæ uiſuali: poterit uideri. Omnium autem harum linearum imagines curuæ. Viſu autem exiſtente in eadem ſuperficie cum centro ſpeculi & lineis uiſis, diminuta eſt apparētia: & quæ ſit, quæ manifeſtius apparet, eſt illa, quæ declinata eſt maxima declinatione, & illa uiſum reſpiciente. Pari modo arcuum in his ſpeculis apparentium, & in eadem ſuperficie cum cētro ſpeculi, & uiſu exiſtētium, imagines quidē curuæ ſunt curuitate ſpeculū reſpiciente. Hæc aūt intelligēda ſunt duplici uiſu exiſtēte in eadē ſuperficie cū cētro ſpeculi, & re uiſa. Si enim alter uiſus modicùm declinetur, quò ad ipſum, alio modo res uiſa comprehendetur. Et uiſu exiſtente extra ſuperficiem rei uiſæ & centrum ſpeculi, certior erit ipſius rei comprehenſio, quàm exiſtente in ea.

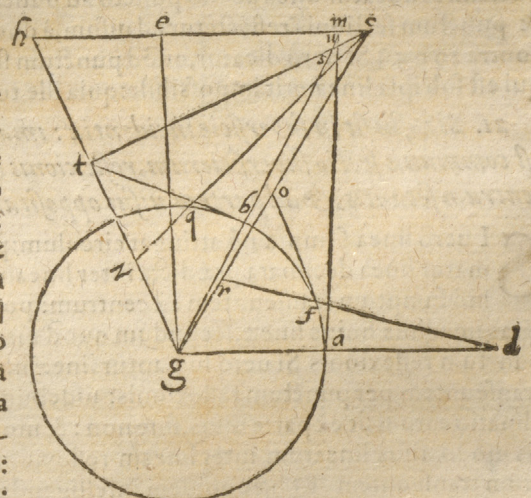


22. Si uiſus ſit in ſuperficie incidentiæ: imago lineæ rectæ infinitæ, quæ uel non concurrens cum

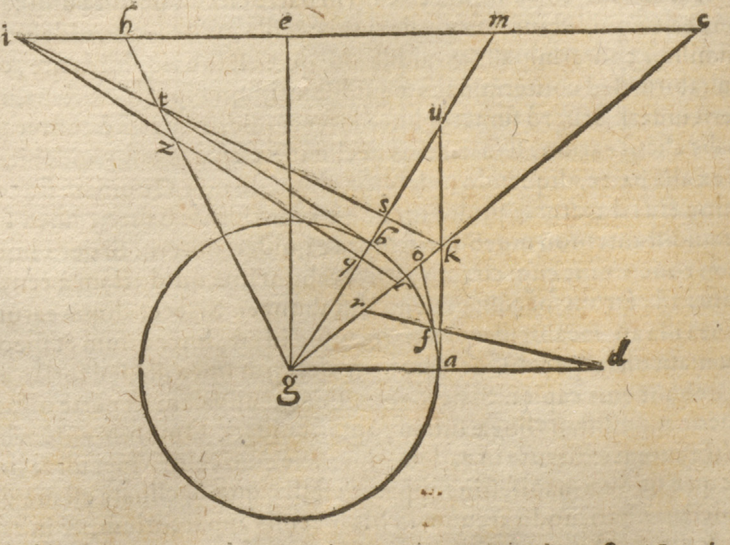
cum superficie speculi sphærici cōuexi, parallela est rectæ connectenti centra speculi & uisus, uel quæ cum eadem connectente extra speculum, uersus uisum concurrit: uidebitur curua. 57 p 6.



QVòd autē imago rei uisæ sit curua, uisu existente in superficie cētri speculi & rei uisæ, probabitur. Sit d centrū uisus: g centrū speculi: h e sit linea uisa: quæ quidē h e non cōcurrat cū circulo speculi, sed sit æquidistās lineę d g: uel secet eā ex parte d. Superficies incidentiæ sit, in qua sint lineæ d g, h e. Circulus cōmunis huic superficiei & speculo sit a b. Producatur linea h g, & punctum in ipsā z sit imago h: punctū circuli à quo reflectitur h ad d, sit b. Et [per 17 p 3] à pūcto b ducatur linea cōtingēs, quæ secet lineā h g super punctū t: erit t finis contingētiæ [p 17 n 5.] Ducatur linea b g: quę producta necessariò concurret cū h e. Si enim h e fuerit æquidistās d g: cōcurret quidē: [p lemma Procli ad 29 p 1] si uerò d g cōcurrat cū h e: multò fortius g b cū eadē cōcurret. Cōcursus ille aut erit in linea h e: aut ultra hāc lineā. Sit ultra: cōcurrat in puncto m: imago pūcti m sit q: finis contingētiæ sit s: & ducatur linea z q, & similiter linea t s: & d g secet circulū in a: & [per 17 p 3] ducatur à puncto a cōtingens a u. Palàm [è 24 n 4] quòd a b est minor quarta circuli: cum d uideat ex circulo minus medietate. Quare angulus a g b est acutus: [p 33 p 6] & [per 18 p 3] angulus u a g est rectus. Igitur a u cōcurret cum b g [per 11 ax.] cōcurrat in puncto u. Dico, quòd punctum u cadet supra punctū s. Cū enim m reflectatur à puncto aliquo arcus a b [per 29 n 5] & a sit demissius illo puncto: erit finis contingentiæ a, altior fine contingentiæ illius puncti: & ita s demissius pūcto u. Procedat ergo t s, donec concurrat cum linea a u: [cōcurret aūt per 11 ax] & sit cōcursus in pūcto k: & ducatur linea g k: quę producta concurrat cū h m in pūcto c: [cōcurret autē per lemma Procli ad 29 p 1] Punctū c reflectitur ad d ab aliquo puncto arcus a b [per 29 n 5.] Sit illud punctū f: à quo ducatur linea contingēs usq; ad g c, quę quidē erit demissior linea a k: & erit punctū o demissius pūcto k. Sit o finis cōtingētiæ. Ducatur linea d f, quousq; cadat super g c: cadat in punctū r: & producatur z q usq; ad lineā g c: & cadat in punctum l. Dico quòd l est supra r. Lineæ enim h c, t k, z l aut sunt æquidistantes: aut cōcurrunt. Sint æquidistantes. Cū ergo hæ æquidistātes



secent lineam g c super tria puncta c, k, l, & secent utramq; linearum m g, h g: & [per 18 n 5. 16 p 5] ꝓportio h g ad h t, sicut g z ad z t: similiter m g ad m s, sicut g q ad q s: erit [p 10 n] ꝓportio eadē g c ad c k, sicut l g ad l k. Sed palàm [per 3 n 5] quòd r est imago c: linea enim d f, linea reflexionis, concurrit cum c g in puncto r: & o finis contingentiæ. Quare [per 18 n 5. 16 p 5] proportio g c ad c o, sicut g r ad r o: sed [per 8 p 5] maior est proportio g c ad c k, quàm g c ad c o: & ita maior g l ad l k, quā g r ad r o: ergo maior est proportio o r ad r g, quàm l k ad l g: [quia per 26 p Cāpani in quintū librum elementorum, ratio l k ad g l minor est, quā ratio o r ad r g] & ita [per 18 p 5] maior est proportio o g ad r g, quàm k g ad l g. Sed [per 9 ax. k g maior est o g.] Quare [per 14 p 5] l g maior r g. Igitur r demissius est puncto l. Sed z q l est linea recta: igitur z q r est linea curua. Et ita imago lineæ h c est curua. Posito ergo aliquo puncto lineæ h e loco puncti m, & puncto e loco puncti c: erit probare, quòd imago h e est curua. Si uerò lineæ h c, t s, z q concurrant: aut erit concursus ex parte d:



te d: aut ex parte h g. Sit ex parte d: & ſit concurſus in puncto c: erit z q t linea recta: quare z q r erit curua. Et ita imago lineæ h e curua. Quod eſt propoſitum.

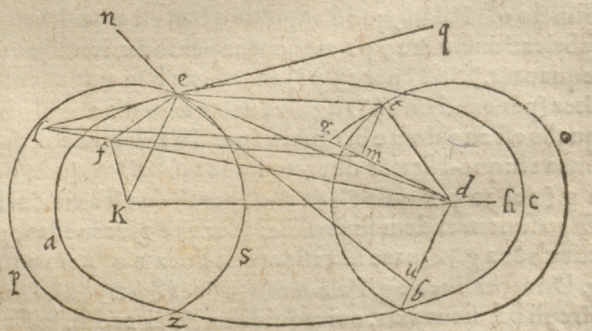
23. Imago peripheriæ cum uiſu in eodem plano ſitæ, intra ſpeculum ſphæricum conuexum ſenſiliter uiſa, curua uidetur. 58. 62 p 6.

SI uerò proponatur arcus extra ſpeculum: erit probare de eo, quòd imago ſit curua, ſicut probatum eſt, uiſu non exiſtente in eadē ſuperficie cū arcu & centro ſpeculi. Et hoc eſt propoſitum. Igitur in his ſpeculis lineæ rectæ apparent curuæ, & ſimiliter curuæ apparēt ſimiliter curuę. Si autem proponatur uiſui in his ſpeculis corpus curuū, ſed longū, modicam habens latitudinem: apparebit quidem corporis illius curuitas manifeſtè, cū ipſa diſcerni poſsit per ea, quæ ſupra corpus ſunt, aut infra. Non enim planè diſcernitur curuitas, niſi magna, ubi occultæ fuerint extremitates lōgitudinis & latitudinis. Vnde propoſito uiſui corpore conuexitatis modicæ & quantitatis magnæ, nō planè diſcernitur eius conuexitas, licet imago ipſius ſit cōuexa, cū non appareant termini corporis in longitudine uel latitudine. Amplius: errores in ſpeculis planis accidentes, omnes accidunt & in his: & præter illos, accidit imagines linearum rectarum eſſe curuas: quod à ſpeculis planis eſt remotum.

DE ERRORIBVS, QVI ACCIDVNT IN SPECVLIS COlumnaribus conuexis. Cap. V.

24. Si à duobus ellipſis cylindraceæ punctis ſint duæ perpendiculares: prima axi, continens cum recta à ſecundo puncto, ad idem axis punctum ducta acutum angulum: ſecunda rectæ ellipſin in ſecundo puncto tangenti: ultra axem & dictum acutum angulum concurrent. 114 p 1. 44 p 7.

AMplius: in ſpeculis columnaribus exterioribus errores accidunt ijdem, qui in ſpeculis ſphęricis exterioribus. Lineæ enim rectæ uidentur curuæ, & diminuta apparet rei quantitas: ſed longè fortius in his, quàm in eis. Quoniam in ſphęricis res magna apparebit quidem minor, ſed non multò minor: ſed in his res etiam maxima uidebitur minima. Similiter linea recta apparebit curua in ſpeculis ſphæricis, ſed modicæ curuitatis: in columnaribus maximæ curuitatis. Vnde multiplicantur errores columnaris ſpeculi ſuper errores ſphærici. Verùm in columnaribus aliquando fit reflexio à linea recta, ſcilicet à longitudine ſpeculi: aliquando à circulo: aliquando à ſectione. Quando linea uiſa fuerit æquidiſtans longitudini ſpeculi, fiet reflexio à linea longitudinis: & linea uiſa apparebit recta, modicæ curuitatis. Et hæc quidem probabuntur: ad quorum probationē neceſſe quiddam præmitti: quod huiuſmodi eſt. Sumpta columnari ſectione, & ſumpto in ea puncto, quod non ſit punctum reflexionis: ſi ab illo puncto ducatur linea ad perpendicularē, quæ eſt à puncto reflexionis ad axem, & linea illa faciat angulum acutum cum perpendiculari: ſi ducatur à puncto ſumpto linea, quæ ſit orthogonalis ſuper contingentem illud punctum: hæc linea concurret cū perpendiculari ſub axe, & ſub concurſu prioris lineæ cum perpendiculari. Verbi gratia: ſit a e b ſectio: e punctum datum: n punctum uiſum: b punctum reflexionis: b d perpēdicularis: e d b angulus acutus: q e l contingens. Super b fiat circulus æquidiſtans baſi columnæ [ut oſtenſum eſt 47 n 5] ſcilicet b t o: & ducatur à puncto e linea longitudinis columnæ [ut eodem numero demonſtratū eſt] ſcilicet e t: ducatur axis d h: & [per 11 p 1] ducatur linea d g perpendicularis ſuper lineam b d, in ſuperficie circuli. Palàm, quod ſuperficies h d g eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem circuli [per 18 p 11: quia ducitur per axem perpendicularem circulo per 21 d 11.] Superficies uerò contingens columnā in puncto b, erit æquidiſtans huic ſuperficiei: quoniam linea longitudinis ducta à puncto b eſt ęquidiſtans axi [per 21 d 11.] Et contingens circulum ſuper b eſt æquidiſtans d g [per 28 p 1: recti enim ſunt anguli g d b per fabricationem, & comprehenſus ſub tangente in puncto b & ſemidiametro circuli d b per 18 p 3.] Igitur ſuperficies, in qua ſunt lineæ l e, e t non eſt æquidiſtans ſuperficiei h d g [quia non eſt parallela ſuperficiei tangenti ellipſin in puncto b: cum angulus e d b ſit acutus ex theſi.] Concurret igitur cum ea. Concurrat in linea l g: & ducatur linea t g: quæ quidem erit contingens: cum ſuperficies l e t ſit contingens. Ducta autem linea t d: erit angulus g t d rectus: [per 18 p 3] quoniam t d diameter, [& t g tangit peripheriam in ipſius termino t.] Fiat autem ſuper e circulus æquidiſtans baſi columnæ [ut demonſtratum eſt 47 n 5] ſcilicet e s p: punctum axis in hoc circulo ſit k: & ducatur linea k e. Ducatur etiam linea d l: quæ quidem ſecabit ſuperficiem circuli e s p: ſecet in puncto f: ubicunque ſit punctum extra circumferentiam uel intra: & ducantur lineæ k f, e f: & [per 11 p 11] à puncto f ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli b t o: quæ ſit f m: & ducatur linea t m. Palàm, quòd k d æqui-



 diſtans eſt

distans est & æqualis f m: [Nam cum axis k d & recta f m sint perpendiculares circulo b t o: ille per 21 d 11, hæc per fabricationem: erunt ipsæ inter se parallelæ per 6 p 11: & æquales per 34 p 1: quia circuli b t o, e s p sunt paralleli] & ita [per 33 p 1] k f æquidistans & æqualis d m. Similiter f m æquidistans & æqualis e t: [per 30 p 1: quia e t latus cylindraceum parallelum est axi k d per 21 d 11] & k e æqualis & æquidistans d t: & ita e f erit æquidistans & æqualis t m [per 33 p 1.] Verùm superficies k d l est orthogonalis super superficiem sectionis b e t: [quia per axem ducitur, & angulus g d b in ellipsis plano rectus est ex thesi] & est orthogonalis super superficiem circuli e s p [per 18 p 11: quia transit per axem, perpendicularem circulo per 21 d 11.] Ergo est perpendicularis super lineam, communem sectioni & circulo [per 19 p 11] quæ est e f. Igitur [per 3 d 11] angulus e f k rectus. Similiter angulus t m d rectus [per 10 p 11: sunt enim e f, f k parallelæ ipsis t m, m d, ut patuit, & in circulis parallelis.] Cũ igitur angulus d m t sit rectus: & g t d rectus: [per 18 p 3] multiplicatio d m in m g erit, sicut t m in se. [Nam quia ab angulo g t d recto ducta est t m, perpẽdicularis basi g d: erit per 8 p 6, ut d m ad m t, sic m t ad m g. Itaque per 17 p 6 rectangulum comprehensum sub extremis d m, g m æquatur quadrato mediæ t m.] Sed quoniam f m æquidistat g l: [Nam cum g l sit communis sectio duorum planorum, quorum alterum l e t g speculum tangit, reliquum h d g l per axem secat: utrũque uerò perpendiculare est circulo b t o per 21 d. 18 p 11: erit ipsa g l eidem circulo perpendicularis per 19 p 11. Quare per 6 p 11 erit parallela axi: ideoque per 30 p 1 ipsi f m] erit [per 2 p 6] proportio d f ad f l, sicut d m ad m g. Sed d f maior d m [per 19 p 1: quia angulus ad m rectus est per fabricationem.] Igitur f l maior m g [per 14 p 5.] Igitur maior est multiplicatio d f in f l, quàm d m in m g: ergo maior q̃ t m in se. Quare cum t m sit æqualis e f [ex concluso] erit multiplicatio d f in f l maior ductu lineæ e f in se. Quare angulus l e d maior recto. Si enim rectus esset, cum linea e f sit perpendicularis super l d [rectus enim demonstratus est angulus e f k] esset ductus d f in f l æqualis quadrato e f [per 8.17 p 6.] Restat ergo [per 13 p 1] ut angulus d e q sit acutus. Igitur orthogonalis ducta à puncto e, orthogonalis, inquam, super contingentem q l, cadet sub linea e d, & concurret cum perpendiculari b d sub puncto d. [Quòd enim perpendicularis illa & b d concurrant, patet per 11 ax: quia anguli, e d b & comprehensus ab e d & dicta perpendiculari, sunt acuti: ille per thesin, hic, quia pars est recti, cõprehensi à tangente e q & dicta perpendiculari.] Quod est propositum. His præmissis accedẽdum est ad propositum.

25. Si uisus, & linea recta, axi speculi cylindracei conuexi parallela, fuerint in eodem plano: à toto cylindri latere ad uisum reflecti potest: & imago uidetur linea recta, æqualis parallelæ. 50 p 7.

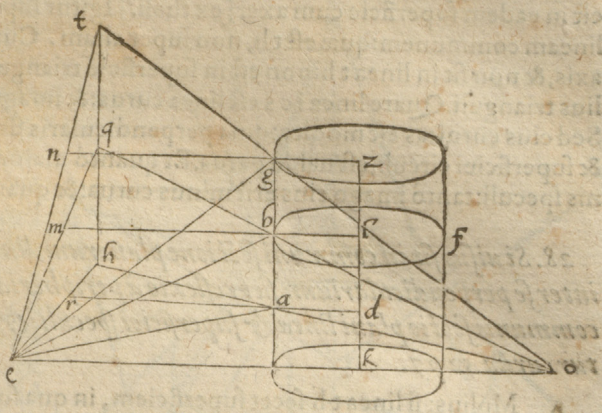
PRoponatur columna: [ut in sequente numero] linea æquidistans axi sit t h. erit quidem æquidistans lineæ longitudinis columnæ [per 21 d 11.30 p 1.] Si ergo uisus fuerit in eadem superficie cum axe & linea t h: poterit quidem reflecti linea, & erit reflexio à linea longitudinis columnæ, quæ est linea communis superficiei, in qua sunt uisus & axis, & superficiei columnę, sicut ostẽsum est in libro quinto [43.89 n.] Sic igitur uidebitur linea t h linea recta. Quoniam quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ t h, erit in eadem superficie cum uisu & axe. Et probabitur imaginem lineæ t h esse rectam, sicut probatum est in speculis planis de rectis lineis [2 n.]

26. Si uisus sit extra planum lineæ rectæ, axi speculi cylindracei conuexi parallelæ: à latere cylindri fit reflexio. 30 p 7.

SI autem uisus sit extra superficiem lineæ t h, & axis: & t h æquidistet axi: qui axis sit z k: fiat superficies per uisum transiens, secans superficiem columnæ æquidistanter basi: [ut ostensum est 47 n 5] secabit quidem secundum circulum [per 5 th. Sereni de sectione cylindri.] Sit circulus ille b f. Aliquod igitur punctum lineæ h t reflectitur ad uisum, ab aliquo puncto huius circuli: sit punctum b: & uisus sit e: punctum illud lineæ t h, sit q: & ducantur lineæ e b, q b, q e. Et ducatur à pũcto b linea longitudinis [ut monstratum est 47 n 5] quæ sit a b g: & ducatur à puncto b perpendicularis, cadens super axem in puncto l [cadet uerò per lẽma Procli ad 29 p 1: quia latus cylindraceũ & axis sunt paralleli per 21 d 11] quæ sit m l: & ducatur à puncto e linea æquidistans l m: quæ sit e o: & ducatur q b, quousque concurrat [concurret autem per allegatum Procli lemma] sit concursus in puncto o. Palàm, quòd angulus q b m est æqualis angulo e b m: [anguli enim m b g, m b a recti per fabricationem & 29 p 1, æquantur per 10 ax. itemque q b g, e b a per 12 n 4: quare reliqui q b m, e b m æquantur.] Sed [per 29 p 1] angulus q b m æqualis est angulo b o e: quia l m æquidistans o e. Similiter [per eandem 29] angulus m b e æqualis angulo b e o: quia coalternus. Igitur angulus b o e æqualis est angulo b e o. Quare [per 6 p 1] latera b o, b e æqualia. Sumatur autem aliud punctum in linea t h: quod sit t: & ducatur linea t o. Palàm, quòd linea t h æquidistat lineæ longitudinis, quæ est a g [per 30 p 1: quia t h ex thesi parallela est axi, cui latus cylindraceum parallelum est per 21 d 11.] Ergo sunt in eadem superficie: [per 35 d 1] & in illa superficie est linea q b o [per 7 p 11: quia connectit t h & a g.] Quare in eadem erit linea t q [per 1 p 11.] Secabit igitur lineam a g. Secet in puncto g. Ducatur linea e g. Palàm etiam [per 8 p 11] quòd linea a g est perpendicularis super superficiem circuli b f, sicut axis, cui æquidistat, [per 21 d 11.] Et superficies illius circuli, est pars superficiei, e o b f, secans scilicet columnam æquidistanter basi. Igitur [per 3 d 11] angulus g b o est rectus, & angulus

gulus

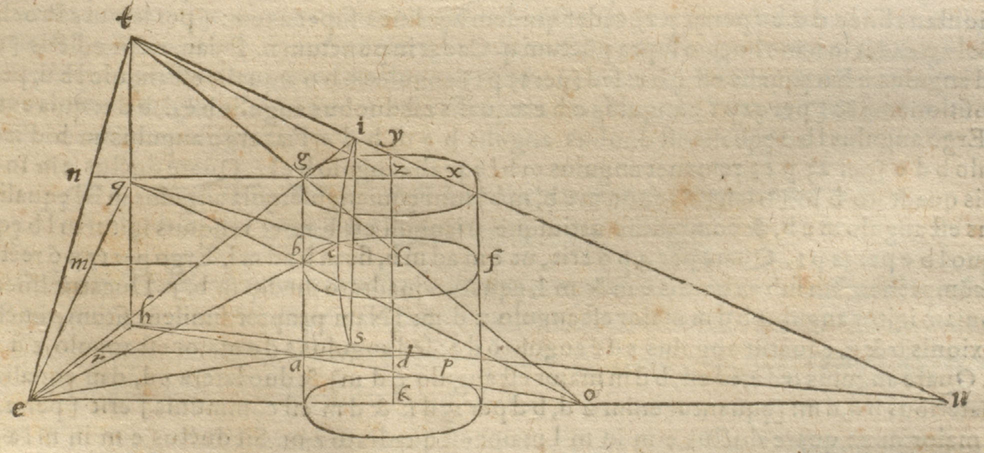
gulus g b e est rectus. Ergo [per 47 p 1] quadratum lineæ g o ualet quadratum lineæ b g & quadratum lineæ b o. Similiter quadratum g e ualet quadrata g b & b e. Et quoniam b e & b o sunt æquales: [per conclusionem] & g b communis: erit g o æqualis g e [quia ipsarum quadrata æqualia.] Igitur [per 5 p 1] angulus g o e æqualis angulo g e o. Ducta autem perpendiculari super axem z g n: æquidistás erit e o: [per 30 p 1] cum sit æquidistans m b l. Igitur [per 29 p 1] angulus t g n æqualis angulo g o e: & angulus n g e æqualis angulo g e o: quare angulus t g n æqualis n g e. Cum autem t g o, n g z sint in eadem superficie, in qua g. Ergo puncta o, g, t erunt in eadẽ superficie: & ita in eadẽ superficie sunt lineę e g, o g t g [p 1 p 11.] Igitur t reflectitur ad e à pũcto g. Sumpto aũt



in linea t h puncto h eiusdem longitudinis à puncto q, cuius est punctũ t, & linea ducta h o: transibit quidẽ per punctũ lineæ a g: transeat per punctũ a: ductaq; à puncto a super axẽ perpendiculari d a, & linea e a: erit, sicut prius, probare: quòd duo anguli a b o, a b e recti: & duo latera a o, a e æqualia: & duo anguli h a r, e a r æquales: & ita h reflectetur ad e à puncto a. Similiter sumpto quocunq; puncto lineę t h: erit probare, quòd reflectatur ab aliquo puncto lineę a g. Quare linea t h reflectetur à linea longitudinis, quæ est a g.

27. Si uisus sit extra planum lineæ rectæ, axi speculi cylindracei conuexi parallelæ: imago uidebitur parum curua, & minor ipsa parallela. 51 p 7.

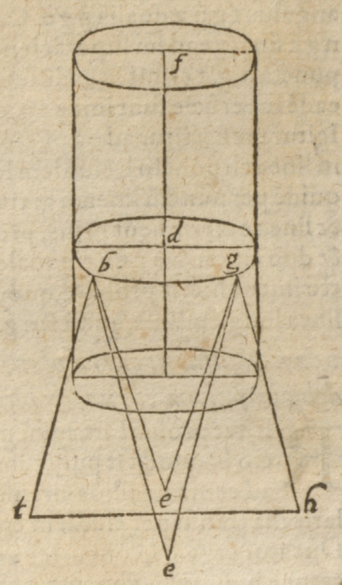
Restat probare imaginem lineę t h esse curuã. Palàm ex prædictis, quòd q reflectitur ad e à puncto b, quod est punctum circuli. Sed cum sic reflectatur à circulo: si ducatur linea à puncto q, ad centrum illius circuli: concurret cum perpendiculari ducta à puncto b: [quia perpendicularis illa transit per eiusdem circuli centrum, ut ostensum est 16 n 5] & erit cõcursus in puncto axis. Ducatur ergo q l, concurrens cum m l in puncto axis: quod est l: & est centrum circuli f b: & producatur e b, quousq; concurrat cum q l. Sit concursus in puncto c. Erit c imago q: & est c in superficie, in qua sunt lineæ q h, & axis, & linea longitudinis a g [per 1 p 11.] Palàm etiam [è 31 n 4] quod t reflectitur ad e, à puncto sectionis columnaris, scilicet à puncto g. Est autem à puncto t unam ducere perpendicularem, super lineam contingentem in aliquo puncto sectionem: quæ quidem concurret cũ perpendiculari ducta à puncto g: quæ est n g z, sub axe, id est, sub puncto z: quod est concursus perpendicularis n z & axis [per 24 n.] Quoniam ducta linea t z: erit angulus t z n acutus: [quia continuato axe k z ultra z in y: erit angulus n z y rectus per fabricationẽ & 29 p 1.] Producatur n z ultra z in x. Ducatur ergo t x, concurrens cum n z in puncto x: & producatur e g, donec concurrat cum t x in puncto i. Erit i imago puncti t [per 4 n 5.] Similiter ducta à puncto h linea, quæ sit orthogonalis super lineam, contingentem speculum in puncto aliquo sectionis, à quo h reflectitur ad e: cõcurret cum perpendiculari d a r, sub puncto d, quod est punctum axis [per 24 n.] Concurrat in puncto p: & producatur e a, donec concurrat cũ h p in puncto s. Erit imago puncti h punctum s [per 4 n 5.]



Ducatur autem linea s t. Palàm, cum linea t i concurrat cum perpendiculari n z, quæ est æquidistãs lineę e o: concurret cum linea e o [per lemma Procli ad 29 p 1.] Sit concursus in u. Similiter linea h s, quoniam concurrit cum perpendiculari d a r, quæ est æquidistans e o: cõcurret cum e o. Sed quoniam situs t, respectu puncti e, idem est cum situ h & eadem longitudo: [quia t h parallela est axi ex thesi.] Similiter situs puncti t & puncti h ad punctum q idem [ut præcedente numero patuit] & pũctorum i, s, respectu o, etiam est idem: erit idem situs linearum t i, h s, respectu lineæ e o. Igitur li-

neæ t i, h s cõcurrent super idem punctũ lineæ e o. Concurrant in puncto u. Erit ergo t u h triangulum,& in superficie huius trianguli erit linea i s. Axis autem non est in eadem superficie: uerùm t h est in eadem superficie cum axe. [ex thesi.] Igitur superficies illa secat superficiem trianguli, super lineam communem: quæ est t h, non super aliam. Cum ergo punctum c sit in superficie lineæ t h & axis,& non sit in linea t h: non est in superficie trianguli t u h: & duo puncta i, s sunt in superficie illius trianguli. Quare linea i c s est linea curua: & imago lineæ t h erit curua. Quod est propositum. Sed eius curuitas est modica: quia perpendicularis ducta à puncto c ad punctum sectionis lineæ i s & superficiei circuli, est ualde parua. Et quantò maior fuerit linea uisa, æquidistans lineæ longitudinis speculi: tantò imago eius erit minus curua: & quantò minor, tantò magis.

28. Si uisus sit in communi sectione planorum, lineæ rectæ & axis speculi cylindracei conuexi, inter se perpendicularium: fiet reflexio à peripheria circuli, qui est communis sectio plani lineæ & superficiei speculi: & imago uidebitur curua. 52 p 7.



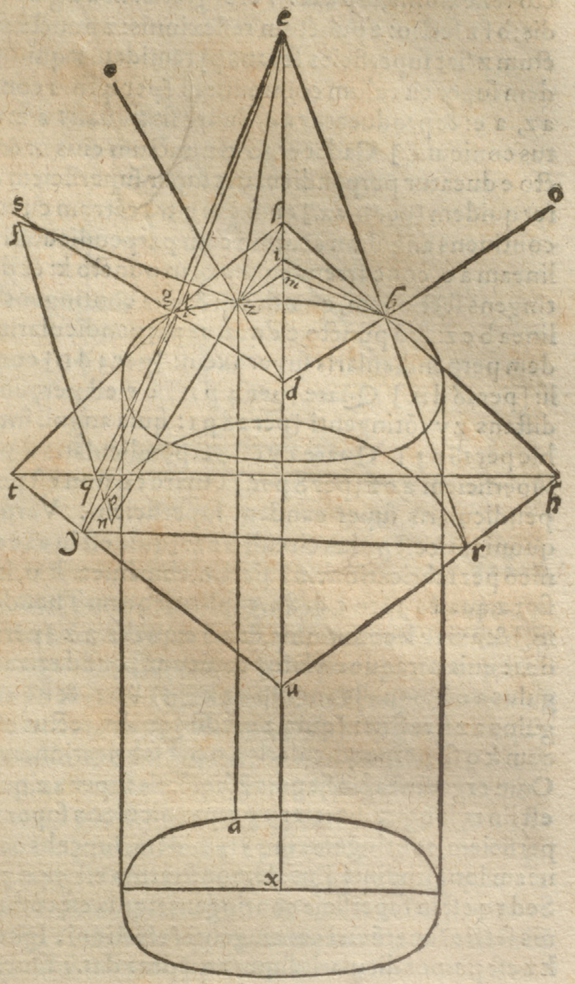
Amplius: si linea t h secet superficiem, in qua sunt centrum uisus & axis, & sit orthogonalis super eam. Visus aut erit in illa superficie lineæ t h, secante orthogonaliter superficiem axis & uisus: aut extra. Si fuerit in superficie illa: aut supra lineam t h: aut infra. Si supra, cum illa linea sit corporalis, occultabit uisui speculũ: & ita non reflectetur, sed forsan capita eius apparebunt & reflectentur à circulo columnæ, qui communis est superficiei lineæ t h, secanti columnam, & columnæ. Et erit horum capitum imago, sicut in sphæricis exterioribus [21 n.] Similiter si uisus fuerit sub linea t h: occultabitur pars eius propter caput, in quo est uisus. Pars aũt lineæ uisæ reflectitur à circulo, eodẽ penitus modo, quo in exteriorib. sphęricis.

29. Si uisus æquabiliter distans à terminis lineæ rectæ, sit extra eiusdem planum, perpendiculare plano axis speculi cylindracei cõuexi: imago maximè curua uidebitur. 53 p 7.

Si uerò uisus fuerit extra superficiem lineę t h, orthogonaliter secantem superficiem uisus & axis: sit e uisus: & b g x columna: reflectetur h ad e ab aliquo puncto columnæ: sit à puncto b: & sit t eiusdem longitudinis à puncto e, cuius est h. Dico, quòd t reflectetur ad e ab aliquo puncto columnæ. Et cum puncta h, t sint eiusdem situs & eiusdem longitudinis à puncto e: erunt similiter puncta reflexionum, scilicet b, g eiusdem longitudinis & eiusdem situs à puncto e. Igitur duo puncta b, g erunt in circulo. Sit circulus b z g: eius centrum d: & ducantur lineæ h b, b e, t g, g e: & à centro ducantur perpendiculares, super contingentes circulum in punctis b, g, scilicet d b o, d g s: & ducatur linea e d. Cum puncta h, e sint eiusdem situs & longitudinis, respectu e, & respectu d: & similiter puncta b, g, eiusdem situs, respectu e & respectu d: habebunt lineæ h b, t g eundem situm, respectu lineæ e d. Et ita concurrent in idem punctum illius lineę. Sit concursus in puncto l. Fiat linea longitudinis columnæ, [ut ostensum est 47 n 5] in qua punctum z: & sit hæc linea in superficie uisus & axis: quæ sit a z: & ducantur lineæ l z n, d z c: q sit punctum lineæ t h, punctum scilicet, quod est in superficie uisus & axis: & à puncto q ducatur linea æquidistans lineę d z c [per 31 p 1] cadet quidem hęc linea super axem: [per lemma Procli ad 29 p 1] & l z n cadet in hanc lineam supra pũctum q. Cadat in punctum n. Palàm ex prædictis [12 n 4] quòd angulus h b o ęqualis est o b e: sed [per 15 p 1] angulus h b o æqualis est angulo l b d, per contrapositionem: & [per 32 p 1] angulus o b e æqualis est duobus angulis b e d, b d e: quia extrinsecus. Ergo angulus l b d ęqualis est duobus angulis b e d, b d e. Fiat ergo angulus m b d æqualis angulo b d e [per 23 p 1] remanet angulus m b l ęqualis angulo b e l. Quare ductus e m in m l æqualis quadrato b m [triangula enim m e b, m b l sunt ęquiangula: quia angulus m b l ęqualis conclusus est angulo m e b, & communis utriusque trianguli est b m e: reliquus igitur m l b ęquatur reliquo l b e per 32 p 1. Quare per 4 p 6 erit, ut e m ad m b, sic m b ad m l. Ergo per 17 p 6 rectangulum comprehensum sub extremis e m & m l, ęquatur quadrato medię m b.] Ducatur linea m z. Quoniam igitur angulus b d m maior est angulo z d m: [Nam propter similem situm punctorum reflexionis b & g, ęquatur angulus s d e angulo o d e: sed angulus s d e maior est angulo z d m per 9 ax. Quare angulus o d e, id est, b d m maior est angulo z d m] & duo latera z d, d m ęqualia duobus lateribus b d, d m: [ęquantur enim z d, b d per 15 d 1: & d m est communis] erit [per 24 p 1] m b maior m z: quare ductus e m in m l maior est quadrato z m. Sit ductus e m in m i æqualis quadrato m z: [per 11 p 6, ut demonstratum est 6 n] & ducantur lineę i b, i z. Erit ergo angulus m z i ęqualis angulo z e i, [est enim per proximam fabricationem & 17 p 6, ut e m ad m z, sic m z ad m i. Sunt igitur duo triangula e m z, i m z lateribus circa communem angulum i m z proportionalia: itaque per 6 p 6 sunt ęquiangula, & angulus m z i ęquatur angulo z e i.] Quare m z l maior angulo z e d. Sed quoniam angulus m b d positus est ęqualis augulo b d m: erit [per 6 p 1] linea m b ęqualis lineę m d: sed m b maior m z, [ut patuit.] Quare m d maior m z. Igitur

[per

[per 18 p 1] angulus m z d maior angulo m d z. Igitur d z l maior duobus angulis z d e, z e d, [constat enim è duobus angulis m z l & m z d, quorum ille angulo z e d, hic angulo z d e maior est conclusus.] Sed angulus d z l ęqualis est angulo n z c [per 15 p 1] & angulus e z c ęqualis duobus angulis z d e, z e d [per 32 p 1.] Quare angulus n z c maior est angulo e z c: secetur ad ęqualitatem per lineam f z: quę quidem concurret cum linea n q: [per lemma Procli ad 29 p 1: quia n q, c d sunt parallelę per fabricationem.] Concurrat super punctum f. Cum ergo angulus f z c sit ęqualis angulo c z e: reflectetur f ad e à puncto z. [per 12 n 4] q uerò reflectetur ad e à puncto lineę longitudinis, quę transit per z à pũcto, quod est ultra z. Si enim à puncto citra z, id est propinquiore e: linea ducta à puncto q ad punctum illud reflexionis, secabit lineam f z: & ita punctum sectionis reflectetur ad e à duobus punctis: quod est impossibile [& contra 46 n 5.] Sumatur ergo ultra punctum z pũctum k, à quo reflectatur q ad e: & ducatur linea e k, donec cõcurrat cum linea n q, in puncto p [concurret autem per lemma Procli ad 29 p 1.] Erit p imago q [per 4 n 5.] Sed h reflectitur ad e à puncto sectionis columnę [sunt enim h & e in diuersis planis.] Si ergo à puncto h ducatur perpendicularis super lineam, cõtingentem sectionem in aliquo puncto: perpendicularis illa concurret cum perpendiculari c z d sub axe [per 24 n.] Concurrat in puncto u. Similiter à puncto l est ducere unam perpendicularem super sectionem, à cuius puncto reflectatur t ad e. Et quoniam [ex thesi] puncta h, t sunt eiusdem situs, respectu lineæ e d, & puncta sectionis similiter, per quæ transeunt perpendiculares ab ipsis ductæ. Igitur illæ duæ perpendiculares concurrent in idem punctum lineę e d. Concurrant ergo in puncto u. Et quia linea e b concurrit cum h u: sit concursus in puncto r. Similiter e g concurrat cum t u in puncto y: & ducatur linea r y. Palàm [per 4 n 5] quòd r est imago h: & y est imago t: & habemus triangulum e r y: extra superficiem huius trianguli est punctum z: & in superficie huius trianguli altior est linea e p: & ita p est extra. Quare linea r p y erit curua: & illa est imago lineæ t h. Et est quidem hęc imago curuitatis non modicæ. Quod est propositum. Palàm ergo, quòd in his speculis, si linea recta uisa ęquidistans fuerit lineę longitudinis columnæ: erit imago eius recta, aut accedens ad rectitudinem. Si uerò linea recta uisa ęquidistans fuerit columnæ: erit imago eius curua, curuitate non modica. Lineę autem inter has duas sitę, quę magis accedunt ad situm lineę ęquidistantis, respectu columnę, habebunt imagines suas rectitudini magis uicinas: & imagines earũ, quæ propinquiores sunt situi ęquidistantium latitudini, erunt magis curuę: & minuetur, uel augmẽtabitur curuitas imaginum secundum accessum uel elongationem linearum ad alterum horum situum. Et hoc est propositum.

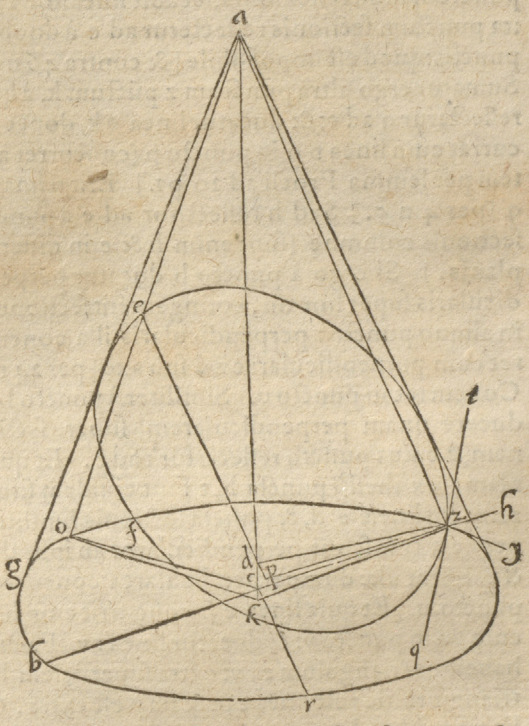


DE ERRORIBVS, QVI ACCIDVNT IN SPECVLIS pyramidalibus conuexis. Cap. VI.

30. Si duæ rectæ à duobus punctis ellipsis conicæ, inæquabiliter à uertice distantibus, sint perpendiculares duabus rectis, ellipsin in dictis punctis tangentibus: ultra axem concurrent. Oportet autem ut perpendicularis à puncto propinquiore, & recta à longinquiore ad axem ductæ, acutum angulum comprehendant. 113 p 1. 45 p 7.

AMplius: in speculis pyramidalibus exterioribus ijdem errores accidunt, qui in sphæricis exterioribus eueniunt. Lineę enim uisę ęquidistantes, respectu pyramidis, aut rectę uidentur, aut fortè ęquidistantes latitudini curuę: & intermedię augmentant uel diminuunt curuitatem secundum propinquitatem earum uel remotionem. Et hoc probabitur. Quiddam tamen pręmittendum proponamus: & est. Si sumatur in superficie pyramidis, punctum reflexionis: & fiat sectio transiens per punctum illud: & in sectione sumatur punctum remotius à uertice pyramidis, puncto reflexionis: & à puncto sumpto ducatur perpendicularis super contingentem sectionem:

hæc perpendicularis concurret cum perpendiculari ſuper contingentem ſectionem ducta à puncto reflexionis, ſub axe. Verbi gratia: ſit a b g z pyramis erecta ſuper baſim ſuam: a uertex pyramidis: b f z ſectio: e punctum reflexionis: z punctũ ſectionis remotius à puncto a quàm e. Super punctum z fiat ſuperficies ſecans pyramidem æquidiſtanter baſi [ut oſtenſum eſt 52 n 5.] Secabit quidem ſuper circulum communem [per 4 th. 1 coni. Apol.] Sit circulus ille g b r z: & ducantur lineæ a z, a e: & producatur a e, donec ſit æqualis a z: ueniet quidem ad circulum [per 18 d 11: quia eſt latus conicum.] Cadat ergo in punctum eius o: & c ſit centrum circuli: & ducatur axis a c: & à puncto e ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem [per 12 p 11.] Concurret quidem [per 11 ax.] cum axe citra cẽtrum circuli, quod eſt c: ſit in puncto d: & ducatur linea d z, continens angulum acutum cum perpendiculari e d: & à puncto o ducatur perpendicularis ſuper lineam a o, concurrens cum axe in puncto k: & ducatur linea k z: & ſuper punctum z ducatur contingens ſectionem, quæ ſit t q: & alia contingens circulum b g z: [per 17 p 3] quæ ſit z y: & ducatur linea b c z: & à puncto c ducatur perpendicularis ſuper lineam b c z: [per 11 p 1] quæ ſit c r. Erit quidem perpendicularis ſuper axem: [per 3 d 11] cum axis ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli: [per 18 d 11.] Quare [per 4 p 11] c r eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a c z: & erit æquidiſtans z y cõtingenti [per 28 p 1: quia anguli interiores ad c & z ſunt recti: ille per fabricationem, hic per 18 p 3] Quare z y eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a c z [per 8 p 11.] Quare t q non eſt perpendicularis ſuper eandem ſuperficiem. Verùm quoniam k eſt polus circuli b r z: [quia eſt in axe conico per fabricationem] palàm, cum lineæ k o, k z ſint æquales [per 5 defin. 1 ſphæricorum Theodoſij,] & axis a k communis, & a o æqualis a z [per 18 d 11: quia utraque eſt latus conicum] quòd erit angulus a o k æqualis angulo a z k [per 8 p 1] & ita angulus a z k rectus: [quia a o k illi ęqualis, rectus eſt: cum k o ſit perpendicularis a o per fabricationem.] Cum ergo linea k z ſit perpẽdicularis ſuper a z, quæ eſt linea longitudinis: erit perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem pyramidem, ſuper hanc lineam longitudinis [ut demonſtratum eſt 54 n 5.] Sed t q eſt in ſuperficie contingente: quia eſt cõmunis ſectio ſuperficiei contingenti & ſectioni. Igitur k z eſt perpendicularis ſuper t q [per 3 d 11.] Ducatur autem h z in ſuperficie ſectionis perpendicularis ſuper lineam t q [per 11 p 1.] Cum autẽ linea k z ſit extra ſuperficiem ſectionis: ſecabit lineã h z, nec erit una linea [per 1 p 11.] Quare illa ſuperficies k z h ſecat ſuperficiem ſectionis, ſuper lineam h z communem: & ſecat lineam t q ſuper punctum z: & ſuperficies h z k ſecat ſuperficiem d z k, ſuper lineam communem k z: uerùm d z eſt in ſuperficie ſectionis, & ſecatur à linea k z in puncto z: & punctum t eſt ſupra ſuperficiem k z h, punctum q infra: & ita ſuperficies k z h ſecabit ſuperficiem d z q ſuper lineam communem: & illa linea communis eſt perpendicularis ſuper lineam t q: quia linea illa eſt in ſuperficie h z k, ſuper quam eſt perpendicularis t q [ut oſtenſum eſt.] Et quoniam ſuperficies h z k ſecat ſuperficiem d z q: & declinatio ſuperficiei h z k à ſuperficie ſectionis fit ex parte z c: erit linea communis ſectioni illarum ſuperficierũ inter lineas q z, d z. Et ita concurret cum perpendiculari ſub axe. Et quòd neceſſariò concurrat, probatum eſt in libro quinto [quia anguli e d z, d z p ſunt acuti: ille per theſin, hic, quia pars eſt recti t z p.] Et ita eſt propoſitum.

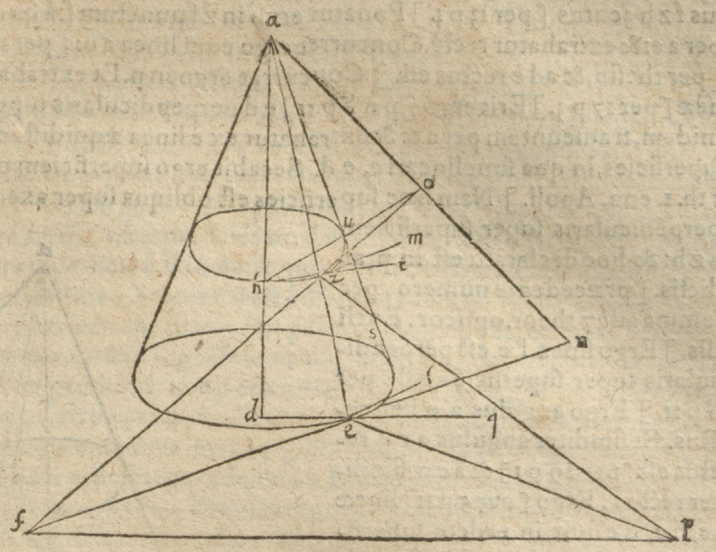


31. Linea recta tota ab uno ſpeculi conici conuexi latere ad uiſum reflecti poteſt. 41 p 7.

SIt ergo pyramis: cuius uertex a: axis a h: linea longitudinis a z. Et à puncto z ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem pyramidem in linea a z [per 12 p 11] quæ neceſſariò concurret cum axe [per 11 ax. quia angulus h a z eſt acutus per 17 p 1: cum a d z ſit rectus per 18 d 11.] Sit linea t z h. Ducatur à puncto a linea extra pyramidem, ultra ſuperficiem contingentem pyramidem in linea a z, faciens angulum acutum cum axe & cum linea longitudinis a z: quæ ſit a n. Et in ſuperficie a h n à puncto h ducatur linea, cum axe faciens angulum æqualem angulo a h z: quæ linea neceſſariò concurret cum linea a n: [per 11 ax. quia anguli n a h & a h z ex theſi acuti, ſunt minores duobus rectis] quæ ſit h o. Et facto ſuper punctum z circulo æquidiſtante baſi: [ut oſtenſum eſt 52 n 5] tranſibit h o per circulum, ſicut h z tranſit per ipſum. Ducatur linea o z: & producatur ad punctum f. Quoniam linea o z ſecat ſuperficiem, contingentem pyramidem in linea a z: cum linea h z ſit perpendicularis ſuper illam ſuperficiem: [per fabricationem] erit angulus o z h maior recto: quia a z h rectus eſt [per fabricationẽ.] Igitur [per 13 p 1] angulus f z h acutus. A puncto z du-

catur

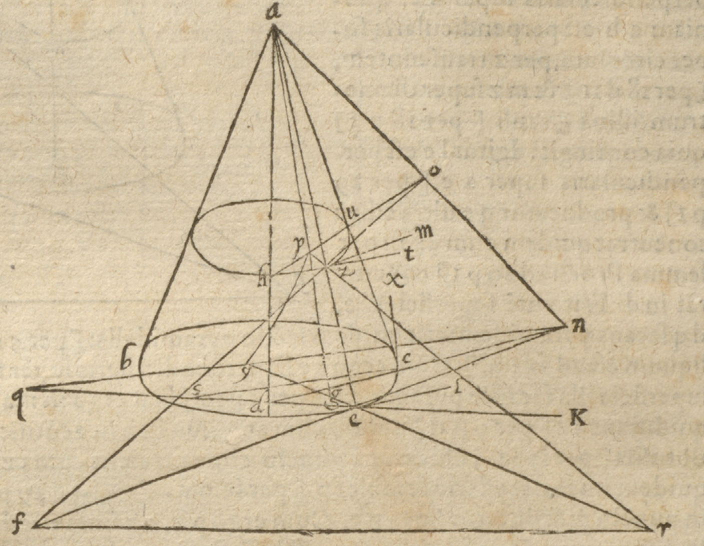
catur contingens circulum [per 17 p 3] quæ sit m z: & à puncto f ducatur perpẽdicularis super a z, [per 12 p 1] cadens in punctũ eius e: quæ producta cõcurrat cũ a o [per 11 ax.] quoniã angulus o a z est acutus [ex thesi.] Concurrat igitur in puncto n. Et [per 31 p 1] à pũcto e ducatur æquidistãs lineę t h: & sitq e: & à puncto e ducatur ęquidistãs m z: quę sit e l. Palã [p lemma ad 37 th. opticorum Euclidis: uel per 42 th 6 libri συναγωγῶν μαθηματικῶν Pappi] quòd m z est perpendicularis super a e: quoniam a h est perpendicularis super circulum, per z transeuntem, [per 18 d 11] & m z super diametrum illius circuli [per 18 p 3] quia contingit. Igitur l e est perpendicularis super a e [per 29 p 1] & producatur q e ultra e: hęc concurret quidem cum axe: [per lemma Procli ad 29 p 1] concurrat in d. Fiat autẽ superficies l e, d q secans pyramidem: erit quidem sectio pyramidalis: [per 5 th. 1 con. Apoll. quia l d q planum obliquum est ad axem.] Cum ergo a e sit perpendicularis super f n, & super q d, & super l e: erit f n in superficie illa secante pyramidem [per 5 p 11.] Fiat ergo in illa superficie p f æquidistans q e: erit æquidistans t z [per 9 p 11] uerùm cum angulus f z h sit acutus: [per conclusionẽ] erit angulus t z f obtusus [per 13 p 1.] Ducatur à puncto z linea, faciens cum t z angulum, æqualem angulo o z t: quę quidem linea necessariò secabit f p [per lemma Procli ad 29 p 1: quia z t, f p sunt parallelæ.] Secet in puncto p: & ducatur linea p e. Cum ergo p z, o z sint in eadem superficie, & angulus o z t ęqualis angulo t z p [per fabricationem] reflectetur o ad p à puncto speculi z [per 12 n 4.] Et quia angulus o z t æqualis est angulo z f p: [per 29 p 1, & t z p æqualis z p f per eandem: quare z f p, & z p f æquantur] erunt latera z p, z f æqualia [per 6 p 1.] Et quia angulus f e z rectus [quia a e perpendicularis est ipsi f e n] quadratum f z ualet quadrata e z, e f: & quadratum p z ualet quadrata e z, e p [per 47 p 1.] Igitur p e, f e æqualia: [Quia enim z p, z f æquales iam conclusæ sunt: erunt ipsarum quadrata æqualia: subducto igitur communi quadrato z e: relinquentur quadrata e p, e f æqualia: ideoq; ipsorum latera e p, e f] & ita [per 5 p 1] e p f, e f p anguli erunt æquales. Quare anguli n e q, q e p æquales. [nam per 29 p 1 anguli n e q, e f p: item p e q, e p f æquantur: itaq; per 1 ax. n e q, p e q æquantur.] Et cum in eadem superficie sint, quæ est p e n: reflectetur n ad p à puncto e [per 12 n 4.] Similiter si ducatur quæcunq; linea à puncto f ad aliquod pũctum z e, & producatur usque ad o n: probabitur de puncto lineæ o n, in quod cadit, quòd reflectetur ad p à puncto lineæ z e, quod secat illa linea. Simili modo & omnium huiusmodi linearum probatio sumet initium à perpendiculari, quæ est f e, & à parte lineæ e z: quæ erit communis omnibus illis triangulis. Et ita quodlibet punctum lineę o n reflectetur ad p ab aliquo puncto lineæ e z.



32. Si linea recta obliquè inciderit uertici speculi conici conuexi: reflectetur à latere conico ad uisum inter dictam lineam & speculi superficiem situm: eiusq́ imago parum curua uidebitur. 55 p 7.

HOc declarato dicamus. Cum uisus comprehenderit lineas rectas, transeuntes per uerticem speculi pyramidalis conuexi recti, obliquas super axem speculi: tunc formæ earum erunt parùm conuexæ. Sit ergo speculum pyramidale erectum a b c: cuius uertex sit a: & cuius axis sit a d: & extrahamus in superficie eius lineam a z [ut ostensum est 52 n 5] quocunque modo sit: in qua signetur punctum z, quocunque modo sit. Et transeat per z superficies æquidistans basi pyramidis: & faciat circulum z u [faciet autem per 4 th 1 con. Apol.] Et extrahamus ex z perpendicularem z h super a z [per 11 p 1.] Hæc ergo linea concurret cum axe pyramidis [per 11 ax. ut patuit præcedente numero.] Concurrat ergo in h. Et extrahamus ex z lineam contingentem circulum: [per 17 p 3] & sit z m: & extrahamus ex a lineam continentem cum utraque linea a z, h a angulum acutum: & sit extra superficiem, contingentem pyramidem, transeuntem per lineam a z. Et hoc est possibile: [quia angulus h a z est acutus per 18 d 11. 32 p 1.] Sit ergo a n: & extrahamus ex puncto h lineam in superficie, in qua sunt a n, a h, continentem cum a h angulum æqualem angulo a h z. Hæc ergo linea concurret cum a o: [per 11 ax.] nam duo anguli ad a, h sunt acuti. Concurrant ergo in o. Linea ergo h o concurret cum circumferentia circuli z u. Nam angulus a h o est æqualis angulo a h z. Concurrat ergo in u: & extrahamus a u rectè: & extrahamus perpendicularem h z ad t: & continuemus o z, & extrahamus rectè ad f: & extrahatur a z ad e. Angulus igitur f z h erit acutus: quia

linea o z ſecat ſuperficiem, contingentem pyramidem, tráſeuntem per a z: linea ergo a z eſt ſub differentia communi inter ſuperficiem o z h & ſuperficiem contingentem. Et hæc differentia continet cum linea h z angulum rectum, [per fabricationem.] Angulus ergo e z h obtuſus: ergo angulus f z h acutus [per 13 p 1.] Ponatur ergo in z f punctum f: à quo extrahatur perpendicularis f e ſuper a e: & extrahatur rectè. Concurret ergo cum linea a o: [per 11 ax.] nam angulus o a e eſt acutus [per theſin, & ad e rectus eſt.] Concurrat ergo in n. Et extrahatur ex e linea e d æquidiſtans z h lineæ [per 17 p 3.] Erit ergo [per 8 p 11] e d perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem pyramidem, tranſeuntem per a e: & extrahatur ex e linea æquidiſtans lineæ z m: & ſit e l. Et extrahatur ſuperficies, in qua ſunt lineæ l e, e d. Secabit ergo ſuperficiem pyramidis, & faciet ſectionem [per 5 th. 1. con. Apoll.] Nam hæc ſuperficies eſt obliqua ſuper axem a d. Sit ergo ſectio d e c: & m z eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiem a z h: & hoc declaratũ eſt in prædictis. [præcedente numero, per lemma ad 37 theor. opticor. Euclidis.] Ergo linea l e eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ a e d [per 8 p 11.] Ergo angulus a e l eſt rectus. Et ſimiliter angulus a e d rectus eſt [per 29 p 1] & a e n ſimiliter rectus. Ergo [per 5 p 11] lineæ l e, n e, d e ſunt in eadem ſuperficie. Ergo linea f e n eſt in ſuperficie ſectionis. Et extrahatur ex f linea æquidiſtans lineæ d e: [per 31 p 1] & ſit f r. Hęc ergo linea æquidiſtat lineæ h z [per 30 p 1.] Et extrahatur ex z in ſuperficie o z h, linea continens cum z t angulum, æqualem angulo o z t. [per 23 p 1.]



Hæc ergo linea concurret cum f r [per lemma Procli ad 29 p 1] quia ſecat z h æquidiſtantem f r: & eſt in ſuperficie eius: quia z f eſt in ſuperficie eius [per 35 d 1.] Concurrat ergo in r. Ergo duo anguli, qui ſunt apud r, f, ſunt æquales: ſunt enim æquales duobus angulis, qui ſunt apud z [nam per 29 p 1 o z t, z f r: item t z r, z r f æquantur.] Duæ ergo lineæ r z, f z ſunt æquales [per 6 p 1.] Et declaratum eſt, quòd linea f e n eſt in ſuperficie ſectionis: & linea f r eſt æquidiſtans e d: eſt ergo in ſuperficie ſectionis [per 35 d 1.] Et continuemus r e: erit ergo [per 7 p 11] in ſuperficie ſectionis: & extrahatur d e ad k. Et declaratum eſt, quòd e a eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſectionis: uterque ergo angulorum a e r, a e f rectus eſt: [per 3 d 11] & duæ lineæ f z, r z ſunt ęquales [per concluſionem.] Ergo duæ lineæ r e, f e ſunt ęquales. [Quia enim anguli a e r, a e f ſunt recti: quadrata z e, e f æquantur quadrato z f per 47 p 1: itemq́ue quadrata z e, e r quadrato z r: at quadrata laterum z f, z r æqualium æquantur: quare ablato communi quadrato z e: quadrata e f, e r, ideoq́ue latera e f, e r æquabuntur.] Ergo [per 5 p 1] duo anguli e r f, e f r ſunt æquales. Ergo forma n reflectetur ad r ex e: [per 12 n 4: quia anguli n e k, r e k æquantur, cum per 29 p 1 æquentur æqualibus ad f & r] & forma o reflectetur ad r ex z. Et omnis linea extracta ex f ad aliquod punctum lineæ o n, ſecabit a e. Et patet, quòd linea illa erit æqualis lineæ extractæ ex r ad idem punctum. Nam a e eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem, in qua ſunt lineæ r e, f e: nam hæc ſuperficies eſt ſuperficies ſectionis: & duæ lineæ r e, f e ſunt æquales. Ergo omnes duæ lineæ extractæ ex r, f ad unum aliquod punctum lineæ a e, ſunt æquales. Patet ergo, quòd forma puncti, quod eſt in o n, reflectetur ad r ex illo puncto, quod ſecatur in z e. Et ſimiliter de omni puncto poſito in a n ultra n, ſi copulatum fuerit cum f per lineam rectam, illa linea ſecabit a e ultra e. Patet ergo ex hoc, quòd forma lineæ a n, & quicquid continuatur cum ipſa, reflectetur ad r à ſuperficie pyramidis a b g ex linea recta. Et ſimiliter omnis linea extracta ex a, obliqua ſuper axem. Et continuemus n d: ſecabit ergo circumferentiam ſectionis: nam duo puncta d, n ſunt in ſuperficie ſectionis, & n eſt extra circumferentiam ſectionis: & d eſt intra ſectionem. Secet ergo circũferẽtiá ſectionis in c. Et quia triangulũ a o h eſt in eadẽ ſuperficie [per 2 p 11] erit [per 1 p 11] n d in ſuperficie trianguli a o h: c ergo eſt in ſuperficie trianguli a o h: & duo puncta a, u ſunt in ſuperficie trianguli huius a o h: ſed puncta a, u, c ſunt in ſuperficie pyramidis. Ergo puncta a, u, c ſunt in differentia communi ſuperficiei pyramidis, & ſuperficiei a u d: ſed hæc differentia eſt linea recta [per 18 d 11.] Ergo puncta a, u, c ſunt in linea recta. Extrahatur ergo a u rectè ad c: & extrahatur r z rectè: ſecabit ergo o h [quia ſecat angulum z h o baſi h o ſubtenſum, & utraque z r & h o ſunt in uno plano.] Secet ergo in puncto p. Eſt ergo p in ſuperficie trianguli a o h. Continuetur ergo a p, & tranſeat rectè. Secabit ergo n d in g [quia ſecat angulum d a n.] Et quia f non eſt in ſuperficie pyramidẽ contingente, tráſeunte per lineá a z: [ex concluſo] erit angulus f e d acutus. [Ná quia per concluſionem punctũ f eſt in plano ſectionis ſeu ellipſis, obliquo ad a d e planũ axis, per 5 th. 1 con. Apol. & angulus a e f rectus eſt cóncluſus: erit angulus f e d acutus: & angulus d e n eſt obtu

ſus

sus [per 13 p 1.] Igitur angulus e n d est acutus [per 32 p 1.] Et sit linea c x cõtingens sectionẽ in puncto c. Patet ergo, ut in prædicta figura [30 n] quòd angulus d c x est obtusus: & q̃d' perpẽdicularis extracta ex c super c x, secabit angulũ d c x: & cõcurret cũ e d sub d. Ergo hæc perpendicularis secet e d in s. Perpẽdicularis ergo extracta ex n sup lineã cõtingentẽ sectionẽ, secabit sectionẽ ultra s: sed remotius à d quã s: nã istę perpendiculares cõcurrent ultra circũferentiã sectionis. Perpẽdicularis ergo extracta ex puncto n super lineã contingentẽ sectionẽ, non secabit angulũ d c x: erit ergo remotior ab n e, quàm sit n d. Ergo hæc perpendicularis secat a d supra d. Sit ergo perpẽdicularis extracta ex n super lineam cõtingentẽ sectionẽ, linea n q. Et r e secat e n, & secat circumferẽtiã sectionis: & est in superficie eius: & n q est in superficie sectionis. Si ergo r e extrahatur rectè, secabit n q [quia cõtinuata secat angulũ n e q.] Secet ergo in y: & superficies a n d secabit superficiẽ sectionis. Itẽ quia punctũ e est extra superficiẽ a n d: (nã superficies a n d nõ est superficies sectionis [in qua est punctũ e] quia punctũ a est extra superficiẽ sectionis: & quia a e est perpẽdicularis super superficiẽ sectionis, & e est in circumferentia illius) ergo n c d est differentia cõmunis superficiei a n d & superficiei sectionis: & n q concurrit cũ sectione ultra c [ut patuit.] Ergo n q est ultra superficiem a n d: y ergo est ultra lineam a p g [quæ nõ est in superficie a n d.] Si ergo uisus fuerit in r, & forma alicuius uisibilis reflectatur à linea longitudinis: tunc p erit imago o: [per 4 n 5] & y erit imago n: & a uidebitur in suo loco: quia est in uertice pyramidis. Et erit imago lineæ a o n linea transiens per pũcta a, p, y: sed hæc linea est cõuexa: quia est ultra lineã a p g. Sit ergo linea a p y. Et patuit iã, quòd formæ omniũ punctorũ, quæ sunt in a n, reflectantur ad r ex a e. Lineæ ergo radiales, per quas reflectuntur illæ formæ, sunt in superficie trianguli r a e. Omnes ergo imagines lineæ a n sunt in hac superficie. Ergo linea a p y conuexa est in hac superficie: & p est propinquius r quàm y. Et erit conuexitas imaginis huius ex parte uisus: & erit conuexitas parua: & diameter huius imaginis erit minor ipsa linea, modica quantitate. Imagines ergo linearum rectarum, quæ extrahuntur ex uertice pyramidis obliquè super axem: comprehenduntur à uisu in tali speculo conuexæ. Et formę harum linearum reflectuntur à lineis rectis extensis in longitudine pyramidis. Et hoc est, quod uoluimus declarare.

33. Si recta linea sit parallela latitudini speculi conici conuexi: & uisus sit extra planum dictæ lineæ basi parallelum: reflectetur ab ellipsi: & imago uidebitur maximè curua. 56 p 7.

FOrmæ uerò linearũ æquidistantiũ latitudini speculi pyramidalis cõuexi, reflectuntur à lineis conuexis in superficie speculi: & conuexitas harum linearum patet, ut in speculo columnari conuexo [29 n.] Et per illam eandem uiam etiam similiter patebit, quòd imagines harum linearum erunt nimium cõuexæ & manifestæ sensui. Et erit centrum uisus extra superficies, in quibus est cõuexitas formarum harum linearum. Et erunt diametri imaginum harum linearum multò minores ipsis lineis.

34. Si recta linea nec uertici speculi conici conuexi obliquè incidat, nec latitudini eius sit parallela: imaginem uariæ obliquitatis pro uario situ uisui offeret. 57 p 7.

DE lineis uerò obliquis existentibus inter hos duos modos, quę appropinquant in suo motu lineis extensis in longitudine pyramidis, habent formas parũ conuexas: quę uerò appropinquant lineis æquidistantibus latitudini pyramidis, habent formas manifestè conuexas.

35. In speculo conico conuexo imago conica uidetur. 58 p 7. 40 p 6.

SEd tamen lineæ tortuosæ, quæ appropinquant uertici pyramidis, habent formas minores, & strictiores & conuexiores. Quæ uerò appropinquant basi pyramidis, habent formas ampliores, propter illud, quod declaratum fuit in speculis sphæricis conuexis: scilicet quòd quantò minus fuerit speculum, tantò minores erunt circuli, qui cadunt in superficiem eius: & sic imagines erunt propinquiores centro: idcirco erunt minores. Et similiter sectiones, quæ cadunt in speculũ pyramidale, quæ sunt ex parte uerticis pyramidis, sunt strictiores & minores: & sic imago erit propinquior puncto, in quo cõcurrunt perpendiculares, exeuntes à linea uisibili perpendiculariter super lineas contingentes sectiones, quæ sunt differentiæ communes: & ideo istę imagines erunt minores. Sectiones uerò, quæ sunt ex parte basis pyramidis, è contrario. Vnde accidit, ut forma comprehensa in speculo pyramidali conuexo sit pyramidata: quod scilicet fuerit ex parte uerticis speculi, erit strictius, & quod ex parte basis, erit amplius: & conuexitas latitudinis formæ erit manifesta.

36. Imago uisibilis propinqui speculo conico conuexo, maior: longinqui, minor uidetur. 59 p 7.

ET accidit etiam in his speculis, quòd quantò magis res uisa appropinquauerit speculo, tantò uidebitur maior: & quantò magis erit remota, tantò uidebitur minor. Fallaciæ ergo, quæ accidunt in his speculis, sunt similes in omnibus dispositionibus, illis, quæ accidunt in speculis columnaribus conuexis, præterquam in pyramidatione formæ.

37. Ima-

37. Imago figuratur quodammodo à suo speculo. 38 p 5.

Et omnino forma rei uisæ, quæ comprehenditur per reflexionē, semper asimilabitur formæ superficiei speculi, à qua reflectitur forma. Et huius caussa est, quòd semper locus imaginis est ex forma superficiei speculi & ex loco concursus perpendicularium. Ideo semper superficies speculi habet aliquam dignitatem in forma rei uisæ, quæ comprehenditur in speculo. Fallaciæ uerò compositæ in hoc speculo, similes sunt fallacijs in prædictis speculis.

DE ERRORIBUS, QUI ACCIDUNT IN SPECULIS sphæricis concauis. Cap. VII.

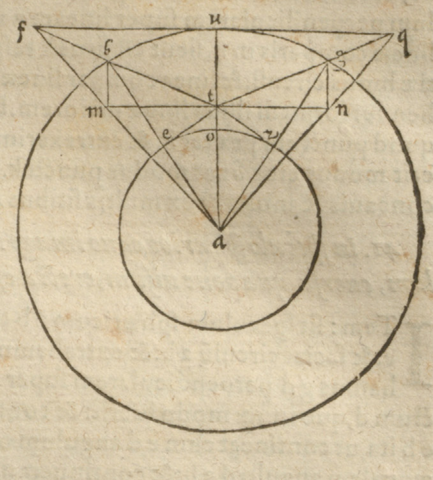
38. In speculo cauo allucinationes frequentiores & maiores accidunt, quàm in plano & conuexo. Vitell. in proœmio 8 libri.

In his uerò plures errores accidunt, quā in omnibus speculis cōuexis & superficialibus. Accidūt enim in ijs, quę in illis accidunt, scilicet debilitas lucis & coloris: & diuersitas situs & remotiōis. Nā caussa huius est tātū reflexio, nō forma speculi. Accidit etiā in his speculis ex diuersitate quātitatis, plus erroris, quā in speculis cōuexis. Nā in cōuexis in maiore parte res cōprehēditur minor: in cōcauis uerò quādoq; cōprehēditur maior: quādoq; minor: quādoq; secūdū q͠d est: & hoc secundū diuersitatē positionū ex speculo & ex uisu, ꝓut nos declarabimus in hoc capitulo. Accidit etiā in his speculis, q͠d unū uisibile uidetur duo, & tria, & quatuor: & nō est ita in speculis superficialib. & cōuexis. Vnū enim uisibile nō cōprehēditur in illis, nisi unū: in cōcauis uerò nō. Itē ordinatio partiū rei uisæ cōprehēditur in speculis cōuexis & superficialibus, secūdū q͠d est: in speculis uerò cōcauis in pluribus sitib. alio modo. Et hęc duo: scilicet cōprehensio unius ut unū: & cōprehēsio ordinationis partiū, secūdū q͠d est, nō habet aliquā deceptionē in speculis sphæricis cōuexis. Et cū in his speculis sphęricis cōcauis accidit deceptio: patet, q͠d nihil cōprehēditur in huiusmodi speculis, nisi cū fallacia, aut semper, aut aliqua hora secūdū diuersitatē positiōis. Debilitas uerò lucis & coloris, & diuersitas positionis, & distātia accidūt in his speculis, sicut in alijs semper, & in omni positione. Quātitas uerò, & forma, & numerus habēt deceptionē in his speculis in aliquib. sitibus, ꝓut declarabimus. De numero uerò declaratū est in capitulo de imagine [66.67.69.70.71.72 n 5] quòd unū uisum in speculis cōcauis habet unā imaginē, & duas, & tres, & quatuor: & quòd forma rei uisæ semper cōprehenditur in loco imaginis. Verū unū uisum cōprehensum in speculis sphæricis concauis etiā fortè cōprehenditur unū, & fortè duo, & fortè tria, & fortè quatuor: quod nō accidit in speculis sphæricis cōuexis & superficialibus. De ordinatione uerò partiū rei uisæ dictū est in capitulo de imagine [65 n 5] quòd forma unius puncti reflectitur ex circūferentia unius circuli: & quòd uisibilia, quorū imagines retrò post uisum, & antè, & in cētro uisus, apparēt dubia nō certificata: & q͠d est huiusmodi, nō habet ordinationē partiū, sicut ipsa res uisa habet. Et hoc etiā est in his speculis aliter, quā sit in speculis cōuexis & superficialibus. Caussæ aūt huius rei declaratæ sunt in capitulo de imagine. Restat ergo declarare, quòd illud, quod cōprehenditur in his speculis, fortè cōprehenditur maius: & fortè minus: & fortè æquale: & quòd in quibusdā positionibus cōprehendetur conuersum, & in quibusdā erectū: & quòd erectū in huiusmodi speculis cōprehendetur concauum, & conuexum, & rectum: & quòd conuexū & concauū cōprehēduntur etiam aliter quàm sint. Et hæc etiā sunt ex diuersitate ordinationis partiū rei uisæ. Et nos declarabimus hæc hoc modo.

39. Si uisus & uisibile fuerint intra speculū sphæricum cauū, in recta linea extremis suis à centro æquabiliter distante: imago uidebitur ultra speculū, maior uisibili. 46 p 8.

Sit speculū sphæricum concauū, cuius centrū a: & secetur superficie plana, transeunte per centrū: & faciat circulū b g [faciet aūt per 1 th 1 sphær.] Extrahatur ab ipsius cētro linea quocūq; modo sit: & diuidatur in duo æqualia: [per 10 p 1] & ponatur a centrū, & in distantia a o faciamus circulū: & sit e z: & ponatur in linea o u punctū t casualiter, quocūq; modo sit: & ex t extrahantur lineæ t n, t m, rectę super lineā a u: [per 11 p 1] & extrahantur ex t lineæ t e, t z tangentes circulū e z: [per 17 p 1] & continuemus a e, a z, & transeant ad b, g: & continuemus t b, b g: & [per 31 p 1] protrahamus b m æquidistantē ad a u, & g n etiam æquidistantē a u: & cōtinuemus a n, a m, & extrahantur rectè. Quia ergo a o est, sicut o u: erit a e, sicut e b, & a z, sicut z g. [diametri enim circuli b g bifariam sectæ sunt in punctis e, o, z, per peripheriam e o z.] Et quia t e tangit circulū e z: erit [per 18 p 3] t e perpendicularis super a b: & similiter t z perpendicularis super a g. Linea ergo b t est, sicut t a, & t g, sicut t a: & angulus t b a, sicut angulus t a b, & angulus t g a, sicut angulus t a g. [per 4 p 1: qa duo latera a e, e b ęquātur ex cōclusō, & cōmune est e t, anguliq; ad e deinceps recti sūt p 18 p 3: itēq; duo latera a z, z g, & commune t z, anguliq; ad z recti.] Et quia b m est æquidistans a u: [è fabricatione] erit [per 29 p 1] m b a, sicut angulus b a t. Ergo angulus m b a est, sicut angulus a b t: & similiter angulus t g a, sicut angulus a g n. Cum ergo uisus fuerit in t: & m b fuerit aliquod uisibile: tunc forma m extendetur per lineam m b, & reflectetur ad uisum per lineam b t: & forma n extendetur per lineam n g, & reflectetur per g t. Visus ergo t comprehendet puncta m, n ex punctis b, g, & lineā m n ex arcu b g [per 66 n 5.] Et quia m t est perpendicularis super a t: [per fabricationē] erit angulus m t b acutus: [per 32 p 1] & quia angulus b m t est, sicut angulus m t u. [per 29 p 1: ideoq; angulus b m t rectus est, cū m t u sit rectus per fabricationē.] Ergo [per 19 p 1] t b est maior b m, & linea t b est æqualis lineæ a t: [per conclusionē.] ergo linea a t est maior linea b m, & sunt æquidistātes. Ergo t b

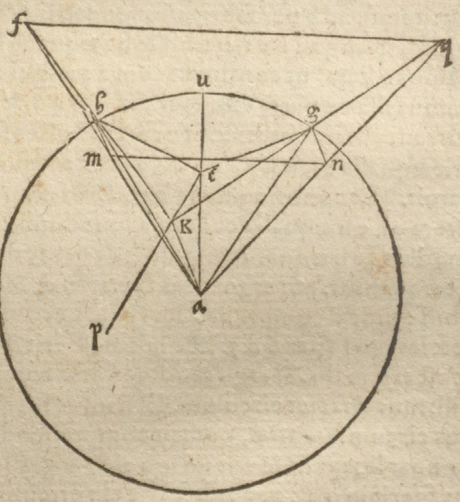
go t b concurret cum a m. [si enim ex trapezio a m b t fiat parallelogrammũ (æquato nẽpe latere b m ipsi t a, cumque eodem connexo) patebit per lemma Procli ad 29 p 1, a m concurrere cum t b: quia concurrit cum ipsius parallela.] Concurrant ergo in f: f ergo est imago m. [per 6 n 5.] Et sic declarabitur, quòd t g concurret cum a n. Concurrat in q: q ergo erit imago n. Et continuemus f q: quæ est diameter imaginis m b. Et quia t e, t z sunt æquales: [per consectariũ Campani ad 36 p 3] erunt anguli t a e, t a z æquales [per 8 p 1: quia a e, a z æquantur per 15 d 1, & a t est cõmune latus] & erunt lineæ t b, t g æquales [per 4 p 1: quia a b, a g æquantur per 15 d 1] & lineæ b m, g n æquales. [Quia enim b a, g a æquantur per 15 d 1, & a t est cõmunis, angulusq; b a t æqualis conclusus est angulo g a t: æquabitur per 4 p 1 angulus b t a angulo g t a, ideoq; per 13 p 1 angulus u t b angulo u t g. Quare cum anguli ad t deinceps recti sint per fabricationẽ: æquabitur per 3 ax. angulus b t m angulo g t n, & anguli ad m & n recti per 29 p 1, æquantur per 10 ax. Itaq; per 26 p 1 b m æquatur g n: & m t ipsi n t] & lineæ a m, a n æquales [per 4 p 1: quia latera m t, n t æqualia conclusa sunt, & commune est a t, anguliq; ad t deinceps recti] & proportio a f ad f m,



sicut proportio a t ad m b [per 4 p 6: quia triangula a t f, m b f sunt æquiangula per 29. 32 p 1.] Et proportio a q ad q n est, sicut proportio a t ad n g. Ergo proportio a f ad f m est, sicut proportio a q ad q n [per 7 p 5: quia ratio a t ad b m & ad g n eadem est, cum b m æqualis ostensa sit ipsi g n] & a m est sicut a n [per conclusionem.] Ergo a f est sicut a q. [Quia enim per conclusionem est, ut a f ad f m, sic a q ad q n: erit per 16 p 5, ut f a ad a q, sic f m ad q n: ergo per 19 p 5 ut a m ad a n, sic a f ad a q: sed a m æqualis ostensa est ipsi a n. Quare a f æqualis est a q.] Ergo f q æquidistat n m [per proximam conclusionem & 2 p 6.] Ergo f q est maior m n [per 4 p 6: quia a f ad a m, sicut f q ad m n: sed a f maior est a m p 9 ax: ergo f q maior est m n: sed f q est diameter imaginis n m. Ergo si uisus fuerit in t, & linea m n fuerit in aliquo uisibili: tunc uisus comprehendet formam maiorem, quàm sit.]

40. Si uisus fuerit sublimior uisibili intra speculum sphæricum cauum extremis suis à centro æquabiliter distante: imago uidebitur ultra speculum, maior uisibili. 47 p 8.

Item: iteremus circulum b g: & lineam a u: & lineas a b, a g, t b, t g: & super punctum t sit perpendicularis super superficiem circuli b g [per 12 p 11] & sit t k: continuemus k a, k b, k g. Superficies ergo k b a, k g a secant sphæram super centrum suum perpendiculariter, & superficies tangentes ipsam [per 18 p 11.] Ex ipsis ergo reflectitur forma: & duæ differentiæ cõmunes inter has duas superficies & sphærã, sunt circuli magni [per 1 th 1 sphær.] à quorũ circũferentia reflectũtur formæ. Et extrahamus b m in superficie b k a æquidistantẽ a k: & sit minor, quã a k: & cõtinuemus a m, & extrahatur rectè: & extrahatur k b, donec cõcurrat cum a m in f [cõcurret aũt, ut proximo numero ostẽsum est: quia b m minor est a k per fabricationẽ.] Et extrahatur n g in superficie k g a: & sit æquidistãs a k: & ponatur æqualis b m: & cõtinuemus a n, & extrahatur rectè, donec cõcurrat in q: & cõtinuemus m n, f q. Quia ergo b t est sicut t a [ut superiore numero demonstratũ est] erit b k, sicut k a [per 4 p 1: nã t k commune latus est utriusq; trianguli b t k, a t k, & anguli ad t recti per 3 d 11] & g k, sicut k a: ergo b k est, sicut g k: & [per 5 p 1] angulus k a b est, sicut angulus k b a: & similiter angulus k g a est, sicut angulus k a g. Ergo angulus a b m est, sicut angulus a b k [quia per 29 p 1 angulus a

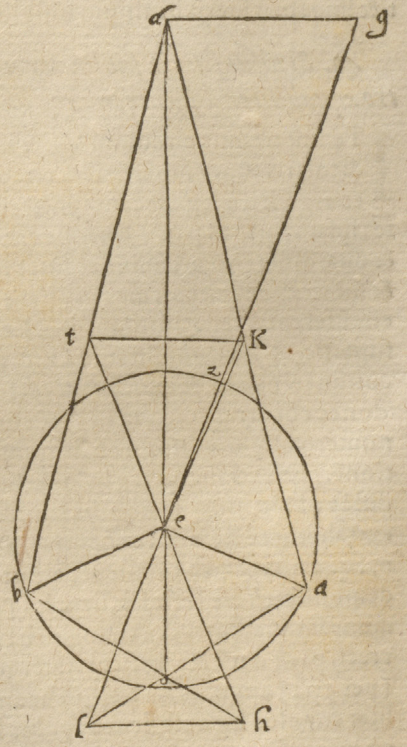


b m æquatur angulo k a b, cui æqualis cõclusus est a b k] & angulus a g n est, sicut angulus a g k. [Nã per 29 p 1 angulus a g n æquatur angulo k a g, cui æqualis ostẽsus est angulus a g k.] Ergo erit angulus a b m, sicut angulus a g n. [Quia enim g k æqualis conclusa est ipsi b k: & a g, a b æquantur per 15 d 1: & communis est a k: æquabũtur anguli a b k, a g k per 8 p 1: & his ęquãtur per proximã cõclusionẽ a b m, a g n. Quare a b m, a g n æquãtur] & linea b m, sicut linea g n: [ex fabricatione] tũc linea a m erit, sicut linea a n: [p 4 p 1: quia a b, b m ęquãtur ipsis a g, g n, & angulus a b m angulo a g n] tũc duę lineæ f q, m n erũt æquidistãtes: [per 2 p 6, ut proximo numero demõstratũ est] tũc f q erit maior linea m n. Tunc quando uisus fuerit super punctum k, & fuerit linea m n in aliquo uisibili inferiore: tunc forma m extendetur super lineam m b, & reflectetur per lineam b k in superficie circuli, transeuntis per puncta b, a, k: & forma puncti n extendetur super lineam n g, & reflectetur super lineam g k in superficie circuli, transeuntis per tria puncta g, a, k. Et erit imago puncti f punctum m: [per 6 n 5] & punctum q erit imago puncti n: & erit linea f q diameter imaginis n m. Et iam declarauimus

rauimus [superiore numero] quòd linea f q est maior linea m n. Tunc quando uisus fuerit super punctum k, & fuerit linea m n in aliquo uisibili: tunc uisus apprehēdet formam maiorem re uisa. Et sic, si reuoluerimus totam figuram in circuitu lineæ a u, ipsa immobili: tunc punctum k faciet circulum perpendicularem super lineam a u. Et sic omne punctum illius circuli habebit situm, respectu lineæ comparis m n, sicut est situs k respectu m n. Si ergo uisus fuerit in aliquo puncto circumferentiæ huius circuli, & linea compar lineæ m n, fuerit in superficie alicuius rei uisæ: tunc uisus comprehendet formam illius lineæ maiorem. Et similiter si extrahamus t k rectè, & posuerimus in ipsa aliquod punctum præter k, & extraxerimus lineas semper ab illo puncto, quod est quasi punctum k: erit modus eius sicut modus puncti k. Ex his ergo duabus figuris patet, quòd in sphæricis speculis concauis & multa & ex multis sitibus comprehenduntur maiora.

41. In speculo sphærico cauo imago interdum æquatur uisibili: & quæ inter uisum & speculum, euersa, quæ pone uisum, erecta est. 48 p 8.

ITem: sit speculum sphæricum a b circa centrum e: & extrahamus superficiem transeuntem per e: & faciat circulū a b: & extrahamus ex e lineā e z, quocunq; modo fuerit, usq; ad g: & ex g extrahamus g d perpendicularem super superficiem circuli a b: [per 12 p 11] & in ipsa signemus punctum d, quocunq; modo fuerit: & continuemus d e: & extrahamus ipsam usq; ad o: & extrahamus e b ita, ut contineat cum e d angulum obtusum: & extrahamus e a ita, ut contineat cum e d angulū, æqualem angulo d e b: & continuemus d a, d b. Sic ergo superficies duorum triangulorū d a e, d b e secant se super lineam d e: & duo anguli acuti d b e, d a e erunt æquales. [per 4 p 1: nam semidiametri e a, e b æquantur per 15 d 1, & d e communis est: anguliq; d e a, d e b æquantur per fabricationē.] Extrahamus ergo ex b lineam in superficie trianguli d e b, continentem cum e b angulum, æqualē angulo d b e. Hæc ergo linea cōcurret cum linea d e: quia angulus b e d est obtusus, & angulus, qui est apud b, est acutus. [quia enim angulus d e b est obtusus per fabricationem, reliquus b e o est acutus per 13 p 1, & e b o acutus, quia æquatus est d b e acuto. Quare d e, b o cōcurrent per 11 ax.] Concurrant in o: & extrahamus etiam ex a lineam in superficie trianguli d a e, cōtinentē cū a e angulū, æqualem angulo d a e. Cōcurret ergo cū d e in o: quia duo anguli a e o, b e o sunt æquales [per fabricationem & 13 p 1] & anguli, qui sunt apud a, b, sunt æquales [itaq; per 26 p 1 b o, a o æquantur: ideoq; concurrunt in eodem puncto cōtinuatæ lineæ d e.] Et extrahamus e t ita, ut cōtineat cum e b angulum rectū: & extrahamus t e ex parte e, & b o ex parte o: & concurrant in h, [concurrent autē per 11 ax: quia angulus h e b rectus est per fabricationem, & e b o acutus per conclusionem] & erit e t æqualis e h [per 26 p 1: anguli enim ad e deinceps recti æquantur: itemq; ad b per fabricationem: & b e commune latus est utriusq; trianguli b e t, b e h] & b t æqualis b h. Et similiter extrahamus e k ita, ut contineat cum e a angulum rectum: & extrahamus illā ex parte e: & extrahamus a o, & concurrant in l [con current autem per 11 ax. ut proximè ostensum est.] Sic ergo k e erit æqualis e l, & k a æqualis a l, & t e æqualis e h [per 26 p 1, ut patuit.] Et continuemus t k, l h. Erūt ergo æquales [duo enim latera e l, e h æqualia conclusa sunt duobus lateribus e k, e t, & angulus l e h æquatur angulo k e t per 15 p 1. Quare per 4 p 1 l h, k t æquantur.] Si ergo uisus fuerit in d, & l h fuerit in aliquo uisibili : tunc d comprehendet l h in speculo a b: & erit t imago h: & k imago l [per 6 n 5.] Sic igitur t k erit diameter imaginis l h: & est ei æqualis. Si ergo reuoluerimus totam figuram, l h immobili: tunc d faciet circulum. Et si uisus fuerit in aliquo puncto illius circumferentiæ, poterit comprehendere aliquod uisibile, compar lineæ l h: & erit imago eius æqualis ei. Et similiter si uisus fuerit in o, & res uisa fuerit t k: erit imago æqualis rei uisæ.

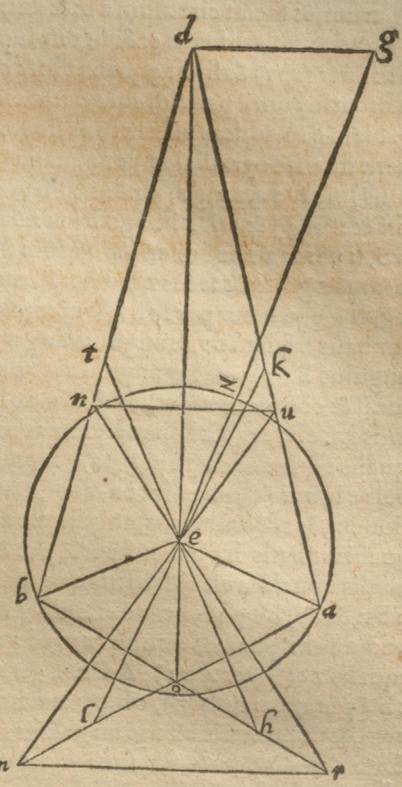


Sed tamen cum res uisa fuerit l h, & uisus fuerit d, fueritq; imago t k: erit imago conuersa: si h fuerit in dextra, erit t in sinistra: & si h fuerit in sinistra, erit t in dextra: & si h fuerit supra lineam, erit t infra lineam: & similiter l. Et si res uisa fuerit t k, & uisus fuerit o, & imago fuerit l h: forma est recta. Nam imago l h erit retro uisum, & comprehendetur ante rem uisam, sicut declarauimus in capitulo imaginis quinti tractatus [60 n.] Et uisus comprehendet h, quod est imago t in linea h o, & l, quod est imago k, in l o. Patet ergo, quòd in speculis concauis cōprehendatur res uisa quādoq; æqualis sibi.

42. In speculo sphærico cauo imago inter uisum & speculum aliquando minor est uisibili & euersa: pone uisum aliquando maior est, & erecta. 49 p 8.

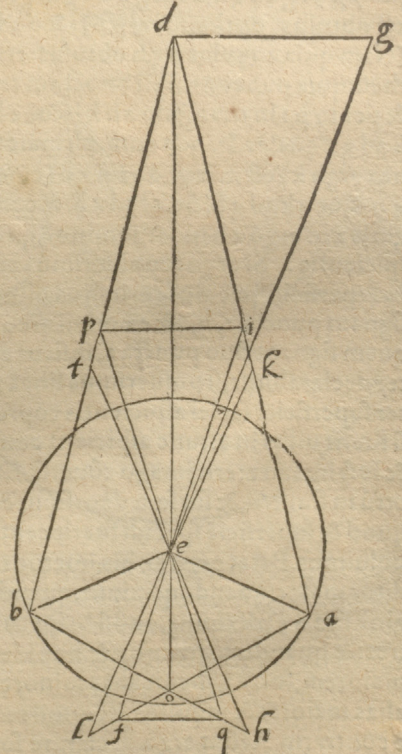
ITem: extrahamus b h rectè: & in ipsa signemus r, & cōtinemus r e. Sic ergo angulus r e b erit obtusus: [quia h e b rectus est per fabricationē] & extrahamus r e ad n. Sic ergo r b erit maior b n: [Quia enim angulus b e r obtusus est : ergo r e continuata ultra e faciet cum e b angulum acutū per

per 13 p 1, minorē recto b e t, & terminabitur in linea b d inter pūcta b & t. Quare b t erit maior b n] ergo linea r b est maior b n. [superiore enim numero t b æqualis cōclusa est ipsi b h, & r b maior est b h p 9 ax: ergo r b maior est t b. Quare eadē multò maior est b n] & [per 3 p 6] proportio r b ad b n est, sicut proportio r e ad e n. [angulus enim n b r bifariā secatur p lineā b e, ut patuit ꝓximo numero.] Quare linea r e est maior quàm linea e n. Et extrahamus a l rectè in m: & sit a m æqualis b r: & continuemus m e, & transeat usq; ad u. Erit ergo m e maior quàm e u [Quia enim latera e a, m a æquantur duobus lateribus e b, r b per 15 d 1, & proximam fabricationem, & angulus e a m æqualis conclusus est superiore numero angulo e b r: erit per 4 p 1 basis m e æqualis basi r e, & angulus m e a ęqualis angulo r e b, per conclusionem obtuso: ergo m e a est obtusus, & a e u acutus per 13 p 1. Quare cū angulus a e u sit minor angulo m e a, & u a e ęqualis e a m per cōclusionē: reliquus a u e maior erit reliquo a m e per 32 p 1: ideoq; per 19 p 1 in triangulo a u m latus m a maius latere a u: sed ut m a ad a u, sic m e ad e u per 3 p 6: quia angulus m a u bifariam sectus est per rectam a e, ut patuit proximo numero. Quare m e maior est e u.] Et continuemus m r, n u: erit ergo m r maior quā n u [Nam quia anguli e a u, e b n æquales conclusi sunt, & angulus a e u æquatur angulo b e n per 13 p 1: quia anguli m e a, r e b æquales demōstrati sunt, & a e ipsi e b: ęquabitur e u ipsi e n per 26 p 1: & m e æquatur ipsi r e per conclusionem, & angulus u e n angulo m e r per 13 p 1: erit per 7 p 5 m e ad r e, sicut u e ad n e. Quare cum triangula m e r, u e n sint per 6 p 6 æquiangula: erit per 4 p 6, ut m e ad e u, sic m r ad u n. Itaque cum m e maior sit per conclusionem ipsa e u, erit m r maior u n.] Si ergo m r fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in d: erit n u diameter imaginis m r: & n u est minor quàm m r. Et si uisus fuerit in o, & u n fuerit in aliquo uisibili: erit m r imago n u: & est maior quàm n u. Sed cū m r fuerit uisibile, & n u fuerit imago, & d uisus: erit imago cōuersa. Et si res uisa fuerit n u, & uisus o: imago m r erit recta. Nam imago si fuerit ultra uisum, uidebitur ante. Et omne punctum imaginis uidebitur in linea, in qua est de lineis radialibus.



43. In speculo sphærico cauo imago inter uisum & speculum aliquando maior est uisibili, & euersa: pone uisum aliquando minor est, & erecta. 50 p 8.

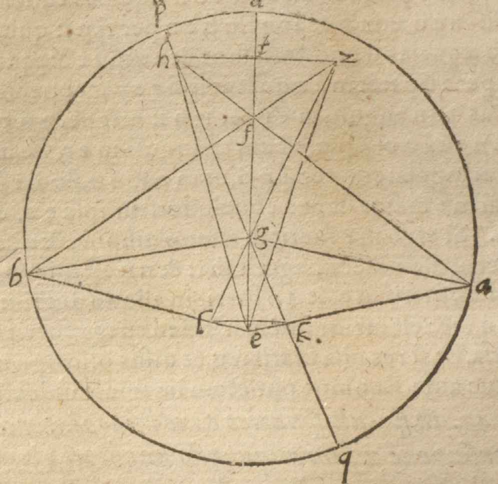
Ité: signemus in linea o h punctum q: & cōtinuemus q e: & trāseat ad p: & sit o f æqualis o q: [per 3 p 1] & continuemus e f, & transeat ad i. Erunt ergo duę lineæ p e, e i maiores duabus lineis e f, e q: [Quia enim angulus a e l rectus est, ut patuit 4 n: erit a e f acutus. Itaq; f e continuata ultra e, faciet cū a e angulū obtusum per 13 p 1, & cadet ultra e k. Erit igitur a i maior a k: sed a k æqualis conclusa est citato numero ipsi a l: ergo a i maior est a l, ideoq; multò maior ipsa a f. Et quia angulus i a f bifariā sectus est per rectā a e: erit per 3 p 6 ut i a ad a f, sic i e ad e f: sed cum i a maior sit a f: erit i e maior e f. Eodē argumento p e maior demonstrabitur ipsa e q] & erit linea p i maior quàm linea f q [cum enim duobus superioribus numeris æqualitas tum rectarum e h, e l, tum angulorum e h q, e l f demonstrata sit: & l f æquetur h q: quia tota a l æqualis est toti b h è concluso duorū numerorū præcedētium, & pars o f parti o h per thesin: æquabitur reliqua l f reliquę h q per 19 p 5: & erit per 4 p 1 e f æqualis e q, & angulus l e f angulo h e q. Et quia anguli recti a e l, b e h: itē a e o, b e o ęquantur: reliquus l e o æquabitur reliquo h e o, & l e f æqualis ostensus est ipsi h e q: ergo f e o æquatur q e o, & p 15 p 1, 1 ax. d e i ipsi d e p, & d e a æquatus est d e b, 41 n: reliquus igitur i e a æquatur reliquo p e b, & i a e æqualis conclusus est ipsi p b e, & a e æqualis ipsi b e per 15 d 1. Quare per 26 p 1 i e æquatur ipsi p e, & angulus i e p angulo f e q per 15 p 1. Ergo p 7 p 5. 6 p 6 triangula i e p, f e q sunt ęquiangula, & per 4 p 6, ut i e ad e f, sic p i ad f q: sed i e maior est e f è cōcluso: ergo p i maior est f q.] Si ergo uisus fuerit in o, & p i in aliquo uisibili: erit f q imago p i: & f q est minor quā p i: & f q uidebitur super duas lineas a o, b o. Erit ergo forma retro uisum, & minor q̃ res uisa: & erit recta. Et si uisus fuerit in d, & f q fuerit in aliquo uisibili: erit p i imago f q: & est maior q̃ f q: & erit forma ante uisum conuersa. Patet ergo, quòd in speculis cōcauis cōprehēditur forma rei uisæ minor, & maior, & æqualis.



t 44. Si

44. Si uisus sit citra centrum speculi sphærici caui, uisibile ultra: imago tum uisibilis, tum uidentis, euersa & minor uidebitur. 51 p 8.

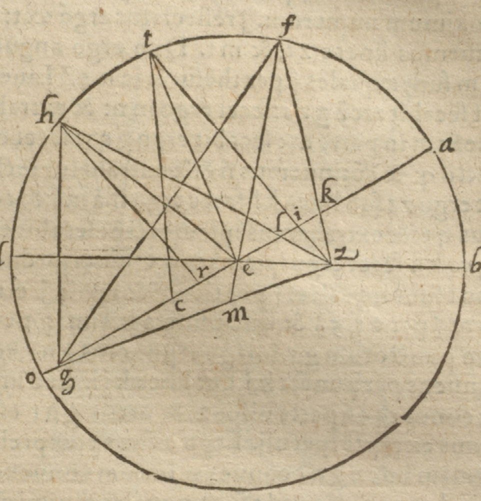
ITem: sit speculum concauum a b: & centrū g: & habeat superficiem planam, transeuntem per cē trum, & faciat circulum a b: & extrahamus lineam g d, quocunque modo sit: & transeat ex parte g ad e: & sit uisus in e: & sit t in superficie uisus: & extrahamus t h perpendiculariter super lineā e d: [per 11 p 1] & sit z t ęqualis t h: & comprehendat e punctum h ex a: & g h producta in p, comprehendat arcum a p maiorem quarta circuli. Sic ergo erunt duo puncta a, h, à duobus lateribus puncti g. Nam si in eodem essent: tunc linea, quæ exiret à speculo ad a, non diuideret angulum, quem contínent duæ lineę radiales, per ęqualia [sicq;, ut ostensum est 66 n 5, reflexio nulla fieret.] Et extrahamus lineas e a, a h, g a, g h: & transeat g h rectè ad k: duo ergo anguli apud a erunt ęquales: [per thesin & 12 n 4] & erit k imago h [per 6 n 5.] Et sit arcus b d ęqualis arcui d a: [fiet autem ęqualis per 33 p 6, si per 23 p 1 ęquaueris angulum d g b angulo d g a] & continuemus lineas e b, b z, b g: & extrahamus z g ad l: & secet z b diametrum d g in f. Erunt ergo duo anguli apud b ęquales: [Quia enim a g, b g ęquantur per 15 d 1, & communis est g f, angulusque a g f ęquatus est angulo b g f: ęquabitur basis a f, basi b f, & angulus f a g angulo f b g per 4 p 1. Eadem de caussa e a g, e b g æquátur, quia angulus b g e ęquatur angulo a g e per 13 p 1. Quare cum anguli ad a ęquentur, anguli ad b ęquabuntur.] & comprehendetur z à uisu ex b: [per 12 n 4] & erit punctum l imago z: [per 6 n 5] & cōtinuemus k l: erit ergo k l diameter imaginis z h. Et quia t h est perpendicularis super d e, & z t est ęqualis t h: erunt duę lineę e a, a h ęquales duabus lineis e b, b z: [Quia enim t h, z t ęquantur per fabricationem, & t f communis, angulique ad t recti sunt: ęquabitur basis h f basi z f per 4 p 1: & a f iam antè ęqualis conclusa est ipsi b f: itaque tota a h ęquatur toti b z, & a e, b e ęquantur è cōcluso] & duo anguli apud a sunt ęquales duobus angulis apud b: erit h e ęqualis z e: [per 4 p 1] & linea g h est ęqualis lineę z h [per 4 p 1: quia z t, t h ęquantur per fabricationem, & communis est t g, anguliqúe ad t recti sunt.] Ergo duæ lineę a g, g h sunt ęquales duabus lineis b g, g z, & basis a h est ęqualis basi b z: ergo [per 8 p 1] angulus a h k est ęqualis angulo b z l, & angulus h a k est ęqualis z b l: ergo h k est ęqualis z l [per 26 p 1: quia z b ęqualis conclusa est ipsi h a] & linea h g est ęqualis z g: [è concluso] ergo g k est æqualis g l: [per 19 p 5] ergo k l est ęquidistans z h, [per 27 p 1: nam cum anguli ad uerticem g ęquentur per 15 p 1: sitque per 7 p 5 l g ad g k, sicut g z ad g h: ęquabitur per 6 p 6 angulus z l k angulo l z h.] Item angulus h g a est obtusus [ex thesi & 33 p 6] & duo anguli apud a sunt æquales: ergo linea g h est maior linea g k: [Nam quia angulus a g h obtusus: erit per 13 p 1 angulus a g k acutus, & h a g, g a k sunt ęquales ex thesi: quia punctum a est punctum reflexionis: quare per 32 p 1 angulus a k g maior est angulo a h k: & per 19 p 1 in triangulo a h k latus a h maius est a k: sed ut a h ad a k, sic h g ad g k per 3 p 6: quia anguli ad a æquales. Itaque cum a h maior sit a k: erit h g maior g k] & similiter z g est maior, quàm g l. Linea ergo k l est minor, quàm z h [cum enim triangula k g l, h g z sint ęquiangula per 15 p 1. 6 p 6: erit p 4 p 6, ut g k ad g h, sic k l ad z h: & cum g k sit minor g h, erit k l minor z h.] Sed k l est diameter imaginis z h: ergo z h uidetur minor, quàm sit secundum ueritatem: & linea z h est superficies faciei aspicientis. Si ergo reuoluerimus circulum a d b, e d immobili: fiet ex duobus punctis a, b circulus in superficie speculi: & erit situs uisus e, respectu cuiuslibet comparis lineæ z h ex illo circulo, quem signant puncta z, h, & ex omni arcu compari arcui a b ex portione speculi, quam diuidit circulus, quem signant duo puncta a, b, sicut est situs, quem uisus e habet ex linea z h, & ex arcu a b. Et similiter declarabitur, si posuerimus lineā z h maiorem, aut minorē. Patet ergo ex his omnib. quòd diameter superficiei faciei aspicientis cōprehenditur in speculo cōcauo minor, q̄ sit. Sciendum ergo, quòd si fuerit uisus in e: tunc aspiciens comprehēdet formam suam minorem, q̄ sit. Et quia k est imago h, & l est imago z: erit imago cōuersa. Et sic uisus e cōprehendet suam formam secundum quod est dextrū in sinistro, & sursum deorsum, & è contrario. Similiter si uisus fuerit in quolibet puncto, inter quod & superficiē speculi fuerit centrū speculi: cōprehendet formā suā conuersam. Et hoc est quod uoluimus. Patet ergo ex his quatuor figuris, quòd in speculo concauo imago quandoq; comprehēditur maior: quandoq; minor: quandoq; ęqualis: & nunc recta, nunc conuersa. Et in capitulo de imagine [72 n 5] diximus, quòd in speculo cōcauo imago quandoq; erit una: quandoq; duę: quandoq; tres: & quandoq; quatuor: & hoc idem accidit in his prędictis. Illud ergo, quod habet imaginem se maiorem, fortè habebit alias minores & ęquales: & quod imaginem habet minorem, fortè habebit alias maiores & minores. Et quod rectum uidebitur, fortè uidebitur sub alia imagine conuersum, & è contrario. Restat ergo declarare formas eorum, quæ comprehenduntur in his speculis.

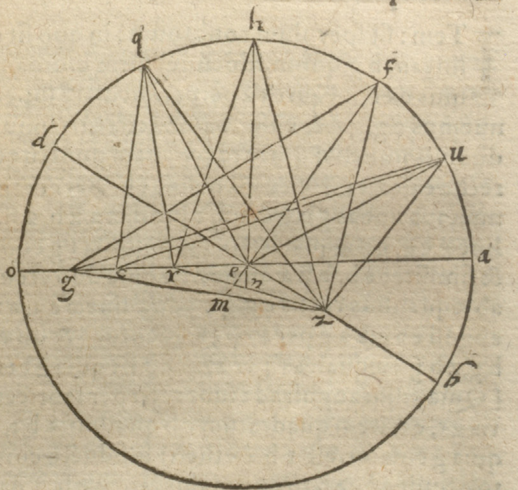


45. In speculo sphærico cauo imago lineæ rectæ aliquando uidetur recta. Et si duo lineæ rectæ termini reflectantur à duobus punctis peripheriæ circuli (qui est communis sectio superficierum,

rum, reflexionis & speculi sphærici caui) puncta dictæ rectæ intermedia à punctis dictæ peripheriæ intermedijs reflectentur. 54.42 p 8.

SIt ergo speculum sphæricum concauum a b: & extrahamus in ipso speculo superficiem planã transeuntem per centrũ: & faciat circulũ a b circa centrũ e [faciet autem per 1 th. 1 sphær.] & extrahamus in hoc circulo duas diametros se secátes a e o, b e d: & speculum nõ excedat arcũ b a d o: & ponamus in b e punctum z, quocunq; modo sit: & ponamus in linea a e punctum k: & sit a k maior quàm k e: & continuemus z k: & transeat ad f: & continuemus e f: & sit angulus g f e æqualis angulo z f e. [per 23 p 1.] Quia igitur [per 7 p 3] f k est maior k a, & k a est maior quàm k e: [ex thesi] erit f k maior quàm k e: angulus ergo f e k maior est angulo e f k: [per 18 p 1] ergo est maior angulo e f g. Linea ergo f g concurret cũ linea k e. [si enim non concurrat: erit ad ipsam parallela: itaq; per 29 p 1 angulus e f g æquabitur angulo f e k, quo minor est conclusus.] Concurrant ergo in g. Duæ ergo lineæ z f, f g reflectuntur propter angulos æquales z f e, g f e: [per 12 n 4] k ergo est imago g, si uisus fuerit in z [per 6 n 5.] Et extrahamus lineam z l h quocunq; modo sit: & cõtinuemus e h, h g, z g: & extrahamus f e usq; ad m. Proportio ergo z m ad m g est, sicut ꝓportio z f ad f g [per 3 p 6: quia angulus g f z bifariam sectus est per rectã e f] & [per 7 p 3] z h est maior quàm z f, & g h est minor quàm g f. Ergo proportio z h ad g h est maior, quàm proportio z f ad f g: [ut constat ex 8 p 5] est ergo maior quàm proportio z m ad m g. Ergo [per 3 p 6] linea, quę diuidit angulũ z h g in duo æqualia, secat lineã m g: secat ergo lineã e g. Secet ergo lineam e g in r: ergo angulus g h e maior est angulo z h e: & h z secet a e in l. Ergo duæ lineæ z h, h r reflectũtur propter angulos æquales: [r h e, z h e per 12 n 4] & erit l imago r. Dico ergo, quòd forma cuiuslibet puncti lineæ g r reflectitur ad uisum z ex puncto aliquo arcus f h, & non ex alio. Huius rei demonstratio est, quoniam in capitulo de imagine, quinto tractatu in duabus figuris [66 n] dictum est, quòd duo arcus a b, d o non possunt esse tales, quòd ex illis reflectatur aliquid de linea e o ad z: & arcus e o non est de speculo: [nam ex thesi ab arcu speculi b a d o fit reflexio, cũ ille tantùm sub uisum in diametro d b positum cadat] nõ ergo remanet nisi arcus a d. Sed in tricesima quinta figura [66 n 5] dictum est, quòd forma cuiuslibet pũcti diametri e o reflectitur ab aliquo puncto arcus a d. Et in tricesima sexta, capitulo de imagine [73 n 5] patuit, quòd nunquã reflectitur forma puncti lineæ g r ad z ex arcu a d, nisi ex solo puncto. Forma ergo cuiuslibet puncti lineæ g r reflectitur ad z ex uno solo puncto arcus a d. Et ponamus in linea g r punctum c. Dico ergo, quòd illud punctũ non erit, nisi in arcu f h. Sin autem reflectatur forma c ad z ex u, quod est in arcu a f: & continuemus lineas z u, e u, g u, c u. Linea ergo g u erit maior g f [per 7 p 3] & z u est minor quàm z f. Ergo [ut cõstat ex 8 p 5] ꝓportio g u ad z u est maior proportione g f ad f z: ergo maior proportione g m ad m z [quia enim angulus g f z bifariam sectus est per rectam f m: erit per 3 p 6 g f ad f z, sicut g m ad m z.] Linea ergo, q̃ diuidit angulũ g u z per æqualia, secat lineam z m: secat ergo z e: angulus ergo g u e est minor angulo e u z: ergo angulus c u e multò minor est angulo e u z. [Itaq; cum anguli incidentiæ & reflexionis sint inæquales: nulla à puncto u ad uisum z fiet reflexio, ut patet per 12 n 4.] Et similiter de quolibet puncto arcus a u. Forma ergo c non reflectitur ad z, nisi ex arcu h f. Et dico, quòd non potest reflecti ex arcu h d. Quod si fuerit posibile: reflectatur ex q, quod est in arcu h d: & continuemus lineas z q, c q, r q, e q, z r: & extrahamus e h ad n. Linea ergo z q est maior quã z h [per 7 p 3], & linea q r est minor quàm h r: ergo proportio z q ad q r est maior proportione z h ad h r: [ut patet per 8 p 5] quæ est, sicut proportio z n ad n r [per 3 p 6: quia angulus r h z bifariam sectus est per rectam h n.] Linea ergo, quæ diuidit angulum z q r in duo æqualia, secat lineam n r: secat ergo lineam e r: angulus ergo r q e est maior angulo e q z: angulus ergo c q e est multò maior angulo e q z. Hoc idem sequitur in omni puncto arcus h d. Forma ergo c non reflectitur ad z ex arcu h d: neque ex arcu a f. Sed iam patuit, quòd omnino debet reflecti ex arcu a d. Forma ergo c non reflectitur ad z, nisi ex aliquo puncto arcus f h [nam quòd à punctis h & f reflexio nulla fiat, patet per 74. 75 n 5.] Reflectatur ergo ex t: & continuemus lineas c t, & z t. Quia

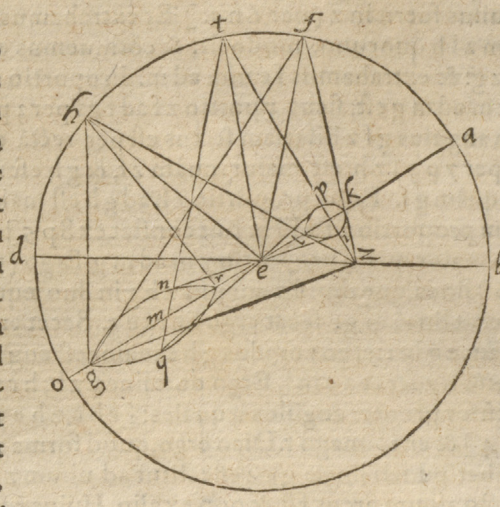




ergo t est inter duo pũcta f, h: erit linea z t inter duas lineas z f, z h. linea ergo z t secat lineam k l: secet ergo lineam ipsam in i: i igitur est imago t [per 6 n 5] & t nullam habet imaginem nisi i. [quia ab uno tantùm puncto peripheriæ f h fit reflexio per 73 n 5.] Et sic declarabitur, quòd imago cuiuslibet puncti lineę g r est punctum lineæ k l: k l ergo est imago g r: & k l est linea recta: quia est pars semidiametri circuli, a e: & g r est linea recta, quia est pars semidiametri circuli, o e. Ergo comprehendit formam g r rectè in speculo sphærico a b. Et hoc est quod uoluimus.

46. In speculo sphærico cauo imagines linearum: conuexæ, cauæ, aliquando uidentur cõuexæ, cauæ: eademq́ obliquitate uisum, qua ipsæ lineæ speculum, respiciunt. 55 p 8.

ET iteremus figurã, & constituamus super lineam g r â duobus lateribus duos arcus, quomodocunq; sint, scilicet g n r, g q r: & sit arcus g n r non secans lineam g h: & ponamus in linea g r punctum m, quomodocunq; sit. Forma ergo m reflectitur ad z ex pũcto aliquo arcus f h [per proximum numerum.] reflectatur ergo ex t: & continuemus lineas z t, & m t. Duo ergo anguli z t e, e t m sunt æquales [per thesin & 12 n 4.] Linea ergo m t secabit arcũ g n r: secet ergo in n: & extrahamus lineã t m in parte m: secabit ergo g q r: secet ergo in pũcto q: & cõtinuemus n e: & extrahatur rectè: secabit ergo z t sub linea k l: secet ergo illã in i: & cõtinuemus q e: & extrahamus ipsam rectè: secabit ergo z t supra k l: secet ergo ipsam in p. Quia ergo duo anguli ad t sunt æquales: [per thesin & 12 n 4] erit i imago n: [per 6 n 5] & duo puncta k, l imagines duorum punctorum g, r. Imago ergo arcus g n r, est linea transiens per puncta k, i, l, ut linea k i l. Sed linea k i l est conuexa ex parte uisus z: & arcus g n r est conuexus ex parte speculi. Ergo uisus z comprehendet formam lineæ g n r conuexæ, lineam conuexam. Et quia duo anguli apud t sunt æquales [nimirũ p t e, q t e per thesin & 12 n 4] erit p etiam imago q [per 6 n 5] & erit linea l p k ex parte uisus cõcaua: & est imago arcus g q r, cõcaui ex parte superficiei speculi. Ergo uisus z comprehendet formam arcus g q r concaui, lineam concauam. In speculis ergo concauis ex quibusdam sitibus comprehenditur linea conuexa, conuexa: & concaua, concaua.

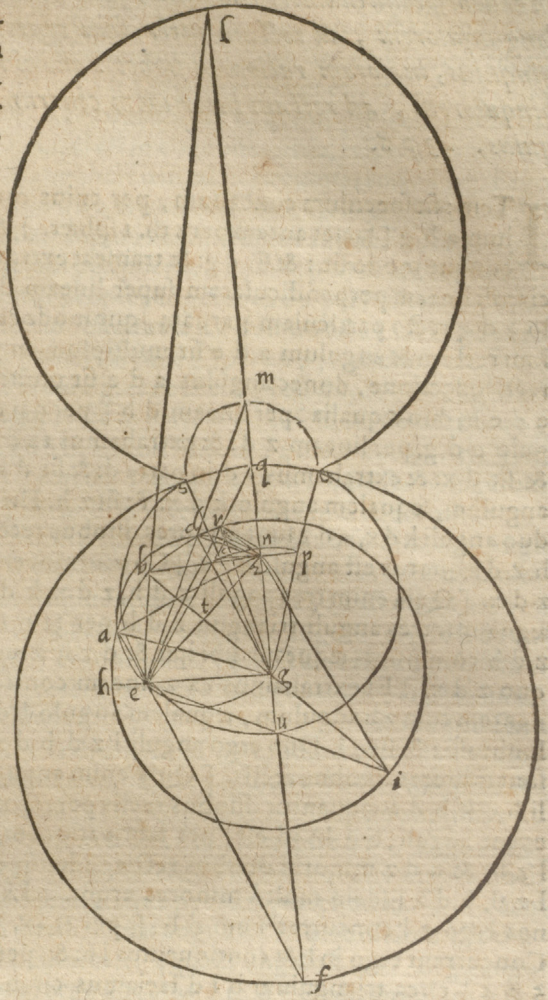


47. In speculo sphærico cauo lineæ: recta, & curua conuexa parte speculum respiciens, habent aliquando imagines curuas: recta quatuor: curua unam: omnesq́ caua parte uisum respiciunt. 56 p 8.

ITem: sit speculum concauum: in quo sit circulus a b d maximus: & centrum g: & extrahamus lineam b g, quomodocunq; sit: & diuidamus ex ipsa lineam g t maiorem medietate: & extrahamus ex t lineam e t z perpendicularẽ super b g: & sit utraq; e t, t z æqualis t g [per 3 p 1.] Et cõtinuemus e g, g z: & describamus circa triangulũ e g z circulũ: [per 5 p 4] secabit ergo circulũ a b d in duobus punctis: [per 10 p 3] nam punctũ t est centrũ huius circuli [per 9 p 3: æquatæ enim sunt rectæ e t, t z, t g] & t g est maior t b. Secet ergo circulus iste circulum a b d in punctis a, d: & continuemus lineas g a, g d, e a, e b, e d, z a, z b, z d. Quia ergo duæ lineæ e t, t z sunt æquales: erunt duæ lineæ e g, g z æquales: [per 4 p 1: quia t g communis est, & anguli ad t per fabricationem recti sunt] & similiter e b, b z æquales. Et quia duo arcus e g, g z sunt æquales: [per 28 p 3: quia subtenduntur ab æqualibus rectis e g, g z] duæ lineæ e a, a z reflectentur inter se propter angulos æquales [nam anguli e a g, z a g per 27 p 3 æquantur] & duæ lineæ e b, b z reflectentur inter se propter angulos [e b g, z b g] æquales [per 27 p 3.] Et quia g t est maior quàm t b: [ex thesi] erit g e maior quàm e b. [Quia enim anguli ad t sunt recti per fabricationem, æquabitur per 47 p 1 quadratum e g quadratis g t, e t: item quadratum e b quadratis b t, e t: itaque cum quadratum g t sit maius quadrato t b: quia g t maior est t b ex thesi: subducto communi e t: erit per 5 ax. quadratum e g maius quadrato e b: ideoque latus e g maius latere e b.] Angulus ergo e b g est maior angulo e g b [per 18 p 1] & angulus e g b est semirectus. [Quia enim angulus ad t rectus est per fabricationem, & t e g, t g e æquales per 5 p 1: quia e t, g t æquales positæ sunt: erit eorum quilibet dimidius unius recti per 32 p 1.] Igitur duo anguli e g b, e b g simul sunt maiores recto: ergo angulus b e g est recto minor: [p 32 p 1] & angulus e g z est rectus [p 31 p 3.] Ergo duæ lineæ e b, g z cõcurrẽt extra circulũ in parte b z [p 11 ax.] Cõcurrant ergo in l. Et quia e d est intra triangulũ l e g: cõcurret cũ linea g m: cõcurrat ergo in m. Et quia g b trãsit per centrũ z e g circuli: erit portio a g minor semicirculo: ergo [p 31 p 3] angulus a e g est obtusus, & angulus e g z est rectus. Ergo illæ duæ lineæ a e, z g cõcurrẽt in parte e g [erunt enim anguli ad e & g dictis angulis deinceps, minores duobus rectis per 13 p 1. Quare cõcurrent ex parte e g per 11 ax.] Concurrant ergo in f. Si ergo uisus fuerit in e, & z in aliquo uisibili: tunc puncta

m, l, f

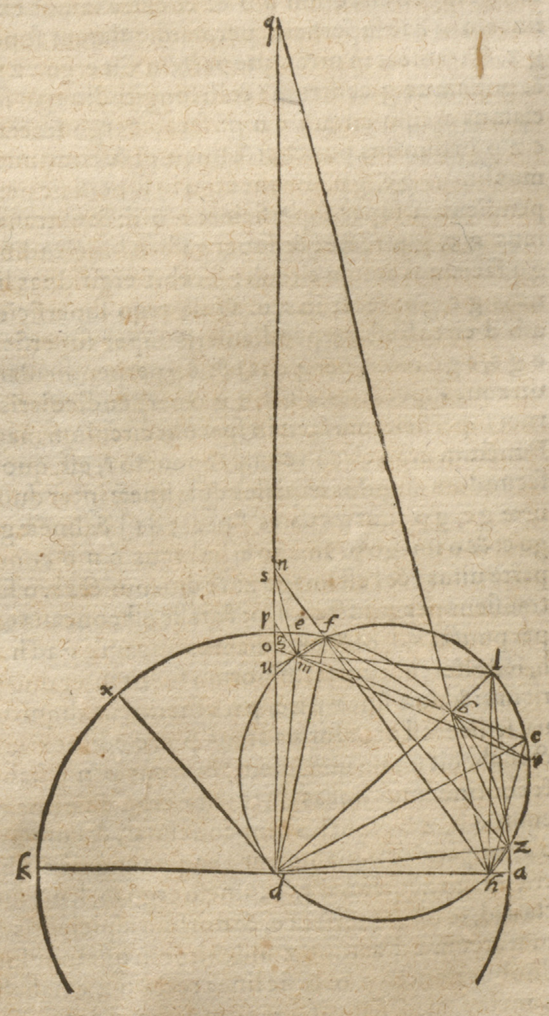
m, l, f erunt imagines puncti z. Sic ergo z comprehendetur in tribus locis [quia à tribus punctis a, b, d reflectitur ad uisum e.] Item extrahamus ex e lineam ad arcum d z, quomodocunque sit: & sit e k: & continuemus g k: & secet arcum d z in k: & continuemus lineam k z. Quia ergo arcus e g, g z sunt æquales: [ex concluso] erunt [per 27 p 3] duo anguli e k g, g k z æquales. Et continuemus g k in r: & extrahamus e r, z r. Ergo angulus e r g est maior angulo g r z. [Quia enim anguli e k g, z k g æquales sunt conclusi: æquabuntur anguli e k r, z k r per 13 p 1. Positis igitur angulis ad r æqualibus: erunt triangula e k r, z k r æquiangula per 32 p 1: & per 4 p 6 r k ad duas rectas k e, k z eandem habebit rationem. Quare ipsæ erunt æquales per 9 p 5: ideoq; & peripheriæ e a d k & k z ipsis subtensæ per 28 p 3: quod fieri non potest. Nam quia rectæ a g, d g æquantur per 15 d 1: æquabuntur peripheriæ a g, d g ipsis subtensæ per 28 p 3: & e g æqualis conclusa est ipsi z g, reliqua igitur a e æquatur reliquæ d z: ergo e a maior est k z per 9 ax: ergo e a d k multò maior est k z. Quare angulus e r g non est æqualis angulo g r z: nec est eo minor: quod eodem argumento ostendetur. Angulus igitur e r g maior est angulo g r z.] Sit ergo angulus g r n æqualis angulo e r g [per 23 p 1.] Duæ ergo lineæ e r, r n reflectentur inter se, propter angulos æquales [per 12 n 4] & extrahamus e r ad q: erit ergo q imago n respectu e. Et imaginemur superficiem exeuntem à linea m g f, perpendiculariter super circulum a b d: & extrahamus ex z lineam in hac superficie, perpendicularem super g z, & transeat in utranque partem. Sit ergo c z p: & ponamus g centrum: & in longitudine g n faciamus arcum circuli c n p: secabit ergo lineam c z p in duobus punctis: & sint c, p: & continuemus lineas g c, g p. Erunt ergo in superficie perpendiculari super superficiem a b d: & extrahamus g c, g p rectè: & super g, & in longitudine g q faciamus arcum circuli: secabit ergo duas lineas g c, g p: secet in s, o. Quia ergo superficies a b d circuli est perpendicularis super superficiem duarum linearum g c, g p: erunt duo anguli e g s, e g o recti [per 4 d 11] & e g perpendicularis super superficiem g c p: erit ergo [per 18 p 11] utraque superficies e g s, e g o perpendicularis super superficiem s g o: & utraque istarum duarum superficierum facit in speculo circulum magnum, [per 1 th. 1 sphær.] comparem circulo a b d. Punctum ergo circuli compar puncto r, est, quod facit superficies e g s. Ergo concurrunt ex ipso secundum angulos æquales duæ lineæ inter duo puncta e, c: & similiter inter duo puncta e, p: & lineæ g c, g p sunt æquales [per 15 d 1] & lineæ g s, g q, g o sunt æquales: & q est imago n: & s imago c: & o imago p. Imago ergo arcus c n p conuexi ex parte speculi, est arcus s q o concauus ex parte uisus: & l est imago z: & duo puncta s, o sunt imagines c, p. Imago ergo lineæ c z p est linea transiens per puncta s, l, o: & talis est concaua ex parte uisus. Et signemus lineam transeuntem per puncta s, l, o: & extrahamus lineam e g ad h. Si ergo speculum non peruenit ad duo puncta b, h, sed alter suorum terminorum fuerit inter duo puncta b, h, & reliquus fuerit infra h, & uisus fuerit in e: & duæ lineæ p z c, p n c fuerint in aliquo uisibili: tunc forma lineæ p z c rectæ, erit concaua, scilicet s l o: & forma arcus p n c conuexi erit etiam linea concaua, scilicet s q o. Et p z c recta habebit unam imaginem: & arcus p n c habebit unam imaginem. Item extrahamus b g ad i: & continuemus lineas e i, i z: istæ ergo duæ lineæ reflectuntur secundum angulos æquales: [Quia enim e b, z b æquales sunt conclusæ, & communis est b i: anguliq́ue e b i, z b i æquales per 27 p 3, ut patuit: æquabuntur per 4 p 1 anguli e i b, z i b] & e i secabit f g: secet ergo in u: u ergo erit imago z [per 6 n 5.] Puncta ergo m, l, u, f sunt imagines z. Et si speculum excesserit duo puncta a, d, & uisus fuerit in e, & dorsum aspicientis fuerit ex parte arcus a i, & comprehenderit totum arcum i d a: tunc z uidebitur in quatuor locis, scilicet l, m, u, f: & uidebit duo puncta p, c in duobus punctis s, o: & sic linea recta p z c habebit quatuor imagines concauas: una transibit per puncta s, m, o, scilicet linea s m o: secunda transibit per puncta s, l, o, scilicet linea s l o: tertia transibit per puncta s, u, o, scilicet linea s u o: quarta transibit per puncta s, f, o, linea scilicet s f o. Pa-



tet ergo ex hac figura, quòd linea recta in speculis concauis comprehendatur concaua: & conuexa comprehendatur concaua: & quòd recta habet plures formas concauas.

48. Si duo uisibilis puncta à duobus speculi sphærici caui punctis ad unum uisum reflexa, in eadem speculi diametro imagines suas habeant: recta inter centrum speculi & imaginem longinquiorem, ad rectam inter idem centrum & punctum uisibilis à speculi centro longinquius, maiorem rationem habet: quàm recta inter speculi centrum & imaginem propinquiorem, ad rectam inter idem centrum & punctum uisibilis centro speculi propinquius. 43 p 8.

ITem: sit speculum concauum, per cuius centrum transeat plana superficies: & faciat circulum a b g [faciet autem per 1 th. 1 sphær.] & sit centrum d: & extrahamus ex d lineam, quocunque modo sit: & sit d g: & transeat extra circulum: & extrahamus ex d in superficie huius circuli lineam perpendicularem super lineam d g [per 11 p 1] & sit d a: & abscindamus de angulo a d g recto particulam paruam, quomodocunque sit: & sit angulus g d e, ita ut inter angulum rectum & angulum a d e sit multiplum anguli e d g: [id quod fieri potest continua anguli recti bissectione, donec angulus a d e sit multiplex ad angulum e d g] & diuidamus angulum a d e in duo æqualia, per lineam d b [per 9 p 1] & abscindamus de angulo b d a æqualem angulo e d g, per lineam z d: & extrahamus ex d lineam continentem cum b d angulum rectum: & sit d x: & extrahamus a d in parte d: & sit d k: & extrahamus ex z lineam continentem cum z d angulum, æqualem angulo k d x: & sit z h. Hæc ergo linea concurret cum d a: [per 11 ax.] Nam duo anguli k d x, a d z sunt minores duobus rectis [ideoque a d z, h z d ijsdem sunt minores: quia h z d æquatus est angulo k d x.] Concurrant ergo in h. Angulus ergo z h d est æqualis angulo z d x. [Quia enim tres anguli z d h, z d x, k d x æquantur duobus rectis per 13 p 1: quibus item æquantur tres anguli trianguli z d h per 32 p 1: tres igitur illi tribus his æquantur. Itaque cum z d h communis æquetur sibi ipsi, & d z h æquatus sit ipsi k d x: reliquus z h d æquabitur reliquo z d x.] Et extrahamus ex z lineam continentem cum z h angulum, æqualem angulo b d k obtuso: & sit z l. Duo ergo anguli l z d, b d z sunt minores duobus rectis. [Quia enim anguli b d k, b d a æquantur duobus rectis per 13 p 1: erunt anguli, b d k, id est, per fabricationem, l z h, & b d z minores duobus rectis: ideoque l z d, b d z ijsdem multò minores erunt.] Linea ergo z l concurret cum d b [per 11 ax.] Concurrant ergo in l: & continuemus l h: & [per 5 p 4] circa triangulum h l d faciamus circulum d h l: transibit ergo per z [per conuersionem 22 p 3] quia duo anguli l z h, l d h sunt æquales duobus rectis [quia æquantur duobus angulis b d k, l d h æqualibus duobus rectis per 13 p 1.] Anguli ergo l h z, l d z sunt æquales [per 27 p 3] quia basis eorum est idem arcus: [l z] sed angulus z h d est æqualis angulo z d x: [per conclusionem] remanet ergo angulus l h d æqualis angulo l d x: & angulus l d x est rectus: [per fabricationem] ergo angulus l h d est rectus. Et abscindamus ex linea d e lineam d m, æqualem d h [per 3 p 1] & continuemus l m. Angulus ergo l m d est rectus. [quia per 4 p 1 æquatur angulo l h d recto concluso: duo enim latera h d, l d æquantur duobus lateribus m d, l d, & angulus h d l angulo m d l per fabricationem.] Circulus ergo l h d transit per m [per conuersionem 31 p 3 demonstratam à Theone in commentarijs in 3 librum magnæ constructionis Ptolemæi] & secat arcum b e in compari puncto z. Secet ergo in f: & continuemus d f. Angulus ergo l d f erit æqualis angulo l d z: [per 27 p 3: quia arcus l m est æqualis arcui l h. [Quia enim triangulo l m d circulus circumscriptus est, & angulus ad m rectus ex concluso: erit l d diameter circuli per consectarium 5 p 4, seu 31 p 3. Quare

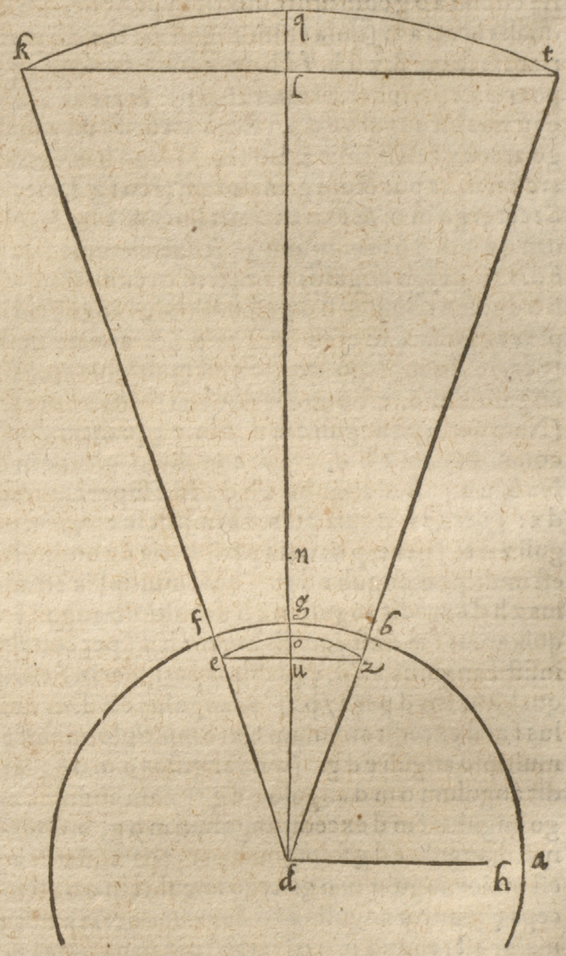


31 p 3. Quare ſemiperipheria l f d æquatur ſemiperipheriæ l z d: & peripheria d m æquatur peripheriæ d h per 28 p 3, quia d m, d h æquatæ ſunt: reliqua igitur l f m æquatur reliquę l z h] & arcus m f eſt æqualis arcui z h. [Nam propter æqualitatem ſemidiametrorum d f, & d z, ęquantur peripheriæ d m f, d h z per 28 p 3: & per eandem peripheriæ d m & d h ęquales concluſæ ſunt: reliqua igitur m f æquatur reliquæ z h.] Ergo arcus l f eſt ęqualis arcui l z [per 3 ax: quare per 27 p 3 anguli l d f, l d z ęquabuntur.] Et continuemus lineas h b, h f, f m, b m, f z, f b. Angulus ergo b h d eſt acutus [quia l h d rectus eſt concluſus] & angulus g d h rectus [per fabricationem.] Ergo linea h b concurret cũ linea d g extra circulum [per 11 ax.] Concurrant ergo in q: h f ergo concurret etiam cum d g extra circulum [eadem de cauſſa.] Concurrant ergo in n. Et extrahamus f b, quouſque ſecet arcum l z: ſecet ergo in r: & continuemus r m: angulus ergo f r m, qui eſt in circumferentia, reſpicit arcum f m: & [per 16 p 1] angulus f b m eſt maior angulo f r m: & angulus f b m eſt in circumferentia a b g. Ergo ſi b m linea extrahatur ex parte m: abſcindet de circulo a b g arcum maiorem ſimili arcui f m circuli l h d [per 33 p 6] & arcus f m eſt ſimilis duplo arcus f e: [angulus enim duplus anguli f d e in peripheria circuli a b g conſtituti, inſiſtit in peripheriam duplam peripheriæ f e per 33 p 6] & arcus f e eſt æqualis arcui a z: [quia enim anguli a d b, e d b ęquantur propter angulum a d e per rectam b d bifariam ſectum: & z d b, f d b per concluſionem: ęquabitur reliquus a d z reliquo f d e: ideoq́ue peripherię a z peripherię f e per 26 p 3] & arcus a z eſt ęqualis arcui e g [per 26 p 3: quia angulus a d z ęquatus eſt angulo e d g.] Ergo arcus f e eſt ęqualis arcui e g: ergo arcus g f eſt duplus arcus g e: ergo arcus g f eſt ſimilis arcui f m. Si ergo b m extrahatur rectè in partem m: abſcindet de circulo a b g arcum ultra punctum g, maiorem arcu f g. Linea ergo b m ſecabit lineam d g inter duo puncta g, d. Secet ergo in o: & extrahamus lineam f m: & ſecet d o in u: [ſecabit autem: quia ſecat angulum d m o à baſi d o ſubtenſum] & extrahamus b m in parte b: & ſecet arcum l r in c: & continuemus c d. Quia ergo angulus b f z eſt in circumferentia a b g: erit [per 20 p 3] angulus b f z dimidius anguli b d z: ſed angulus b d z eſt multiplus anguli z d a: [è fabricatione] ergo angulus b f z eſt multiplus anguli z d h: ergo [per 33 p 6] arcus r z eſt multiplus arcus z h: & arcus c z eſt maior arcu r z [per 9 axiom.] ergo arcus c z eſt multiplus arcus z h. Et continuemus c h: angulus ergo c h d cum angulo c m d, eſt æqualis duobus rectis: [per 22 p 3] ergo angulus c h d eſt æqualis angulo b m e. [Nam per 13 p 1 anguli c m d, c m e ęquantur duobus rectis, quibus etiam ęquantur per proximam concluſionem c h d, c m d: communi igitur c m d ſubducto, reliquus c h d æquabitur reliquo c m e ſeu b m e.] Sed angulus z h d addit ſuper angulum c h d, angulum c h z, qui eſt æqualis angulo c d z: [per 27 p 3: quia uterque inſiſtit in eandem peripheriam c z] & angulus c d z eſt multiplus anguli z d a, [per 33 p 6: quia peripheria c z multiplex oſtenſa eſt peripheriæ z h.] Ergo angulus c h z eſt multiplus anguli e d g: [quia multiplex eſt ad angulum z d h, æqualem ipſi e d g.] Ergo angulus z h d excedit angulum c h d multiplo anguli e d g. Angulus ergo z h d eſt æqualis angulo f m d: quia arcus f m d eſt ęqualis arcui z h d [per concluſionem. Itaque per 2 ax. peripheria z f d, in quam inſiſtit angulus z h d, ęquabitur peripheriæ f z d, in quam inſiſtit angulus f m d: & idcirco z h d æquabitur f m d per 27 p 3] & angulus c h d, ut declarauimus, eſt ęqualis angulo b m e. Ergo angulus f m d excedit angulum b m e multiplo anguli e d g: ergo angulus f m d excedit angulum o m d multiplo anguli e d g: [quia angulus o m d ęquatur angulo b m e per 15 p 1] & angulus m o g excedit angulum o m d angulo e d g [nam angulus m o g æquatur angulis o m d & e d g per 32 p 1.] Ergo angulus f m d excedit angulum m o g, multiplo anguli e d g: & angulus f m d excedit angulum m u d, angulo e d g ſolo: [quia per 32 p 1 æquatur angulis m d u ſeu e d g & m u d] ergo angulus m u d eſt maior angulo m o g: ergo angulus m o u eſt maior angulo m u o: [Nam quia anguli ad u deinceps ęquantur angulis ad o deinceps per 13 p 1: & m u d maior concluſus m o g: reliquus igitur m o u maior eſt reliquo m u o] ergo [per 19 p 1] linea m u eſt maior linea m o. Et quia arcus z h d eſt ęqualis arcui f m d: erunt duo anguli h f d, m f d æquales [per 27 p 3: quia peripheriæ h d, m d æquales ſunt concluſæ.] Duæ ergo lineæ h f, f u reflectentur æqualiter: & ſimiliter h b, b o reflectentur ęqualiter [propter concluſam æqualitatem angulorum h b d, o b d] q ergo eſt imago o: & n imago u [per 6 n 5.] Et extrahamus ex m lineam æquidiſtantem lineæ h q [per 31 p 1] & ſit m s: & extrahamus ex m etiam lineam æquidiſtantem lineæ h n: & ſit m p. Quia ergo [per 16 p 1] angulus h n d eſt maior angulo h q d: erit angulus m p o maior angulo m s o. [nam per 29 p 1 angulus m s o æquatur angulo ad q, & angulus m p o æquatur angulo ad n] p ergo erit inter duo puncta s, u. Et quia angulus h d n eſt rectus [ex theſi:] erit angulus h n d acutus [per 32 p 1] ergo angulus m p d eſt acutus: ergo [per 13 p 1] angulus m p s eſt obtuſus: ergo [per 19 p 1] linea m s eſt maior, quàm m p: ſed m u eſt maior, quàm m o, ut diximus: ergo proportio s m ad m o eſt maior, quàm proportio p m ad m u: [ut patet per 8 p 5] & [per 29 p 1. 4 p 6] proportio s m ad m o eſt, ſicut proportio q b ad b o: quia m s eſt æquidiſtans b q: & ſimiliter proportio p m ad m u eſt, ſicut proportio n f ad f u: ergo [per 11 p 5] proportio q b ad b o eſt maior, quàm proportio n f ad f u: & proportio q b ad b o eſt, ſicut proportio q d ad d o: & proportio n f ad f u eſt, ſicut proportio n d ad d u, ut declarauimus in capitulo de imagine [64 n 5.] Ergo proportio q d ad d o eſt maior, quàm proportio n d ad d u. [Eſt autem q, imago puncti o, à centro ſpeculi d longinquior: & o punctum uiſibilis ab eodem centro eſt longinquius. n uerò, imago puncti u centro ſpeculi d eſt propinquior: & u alterum uiſibilis punctum eodem centro d eſt propinquius.]

Quare patet propoſitum.

49. In speculo sphærico cauo imago lineæ rectæ aliquando uidetur conuexa. 57 p 8.

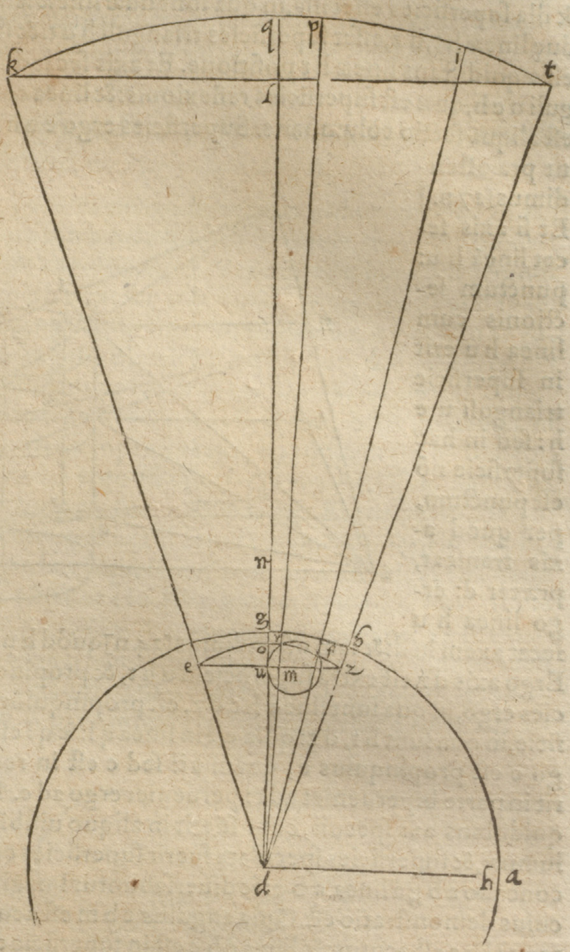
HIs præostensis, iteremus circulum, & perficiamus demonstrationem, ne multiplicentur & lineæ, & dubitentur literæ. Sit ergo circulus in secunda figura a b g: & centrum d: & extrahamus lineam d q: & sit d b æqualis d b in prima figura: & d o æqualis d o in prima figura: & d q sit compar sibi in prima figura: & similiter d u: & extrahamus super d q perpendicularem super superficiem circuli [per 12 p 11] & sit d h æqualis sibi in prima figura. Angulus ergo h d q erit rectus: [per 3 d 11] & circulus, quem facit h d q in speculo, erit ex circulis, ex quibus forma punctorum o, u reflectitur: & erit arcus, quem mensurant lineæ h d, d q, æqualis arcui a g in primo circulo: [per 33 p 6: quia uterque subtendit angulum rectum] & ex duobus punctis istius arcus, comparibus duobus punctis b, f, reflectentur duo puncta lineæ u p ad duo puncta n, q æqualiter. Erit ergo q imago o, & n imago u. Et extrahamus ex u perpendicularem lineam in superficie circuli a b g, super lineam d u [per 11 p 1] & sit z u e: & sit d centrum: & in longitudine d o faciamus arcum circuli: secabit ergo lineam z u e in duobus punctis: [quia punctum o altius est puncto u, ex prima thesi] secet ergo in z, e: & sit arcus z o e: & continuemus d z, d e: & extrahamus extra circulum: & à d & in longitudine d q faciamus arcum t q: secabit ergo duas lineas d z, d e in t, k: & continuemus t k: secabit ergo lineam d q in l. Quia ergo h d est perpendicularis super superficiem circuli: uterque angulus h d t, h d k erit rectus: [per 3 d 11] & utraque superficies h d t, h d k faciet in superficie speculi circulum [per 1 th. 1 sphær.] & arcus, qui est inter duas lineas h d, d t erit æqualis arcui, qui est inter duas lineas h d, d q: & similiter arcus, qui est inter duas lineas h d, d k: & utraque linea d z, d e est æqualis lineę d o [per 15 d 1.] Ergo hi duo arcus sunt huiusmodi, quòd ex illis reflectentur secundum angulos æquales duo puncta z, e: [ut demonstratum est 66 n 5] & duæ lineæ d t, d k sunt æquales lineæ d q [per 15 d 1.] Ergo punctum t est imago z, & k est imago e. Et quia lineæ d t, d q, d k sunt æquales: & lineæ d z, d o, d e sunt æquales: erit [per 7 p 5] proportio d t ad d z, sicut proportio q d ad d o, & sicut proportio k d ad d e. Sed proportio q d ad d o, ut in prima figura [præcedentis numeri] præostendimus, est maior proportione n d ad d u. Ergo proportio d t ad d z est maior proportione n d ad d u: & similiter k d ad d e. Et quia duæ lineę z d, d e sunt æquales, & duę lineæ d t, d k sunt æquales: erit linea t k æquidistans z e [per 2 p 6: est enim per 7 p 5 d t ad d z, sicut d k ad d e: & per 17 p 5, ut t z ad z d, sic k e ad e d.] Ergo [per 2 p 6. 18 p 5] utraq; proportio d t ad d z, & k d ad d e erit, sicut proportio l d ad d u. Ergo proportio l d ad d u est maior proportione n d ad d u: ergo linea l d est maior linea n d [per 10 p 5.] Ergo n est inter l, u. Sed n est imago u: & duo puncta t, k sunt imagines z, e. Ergo imago lineæ z u e rectæ, est linea transiens per puncta t n k: & linea, quæ transit per hæc puncta, est conuexa. Ex quibus patet, quòd linea in speculis concauis quandoque uidetur conuexa in quibusdam sitibus.



50. In speculo sphærico cauo imagines linearum: cauæ, conuexæ, aliquando uidentur cauæ. 58 p 8.

ITem: ponamus in linea z u punctum m, quocunque modo sit: & circa centrum m, & in longitudine m u faciamus arcum r u f. Iste ergo arcus secabit arcum u o e in duobus punctis: [per 10 p 3] secet in r, f: & continuemus lineas d r, d f: & transeant rectè, quousque concurrant in arcu t q k, in p, i. Superficies ergo duarum linearum h d, d p faciet in speculo circulum, à cuius circumferentia reflectentur lineę ad r: & similiter superficies duarum linearum h d, d i faciet in speculo circulum, à cuius circumferentia reflectentur lineæ ad f. p ergo est imago r, & i est imago f: & n est imago u. Imago ergo arcus r u f, est linea transiens per i, p, n. Sed hęc linea erit concaua ex parte uisus, & arcus r u f est concauus ex parte superficiei speculi. Cum ergo uisus fuerit in h, & unaquęque linearum z u e, z o e, r u f fuerit in aliquo uisibili: tunc linea z u e recta comprehendetur conuexa: & linea

linea z o e conuexa, comprehendetur concaua: & r u f concaua: conuexa. Si ergo unaquęque linearum z u e, z o e, r u f habuerit unam imaginem: tunc forma illarum linearum erit eodem modo, quo declarauimus: & si habuerit alias imagines: fortè erunt similes alijs imaginibus, & fortè diuersæ. Patet ergo ex istis figuris, quòd lineę rectæ in speculis concauis quandoque comprehenduntur rectæ: quandoque conuexæ: quandoque concauæ: & lineæ conuexæ quandoque comprehenduntur conuexæ: quandoque concauę: & concauę quandoque comprehenduntur conuexę: quandoque concauę. Formę ergo superficierum uisibilium comprehenduntur aliter, quàm sunt, in huiusmodi speculis. Nam lineę rectę non sunt, nisi in superficiebus rectis: & cum linea recta, quę existit in superficie plana, comprehenditur conuexa aut concaua: tunc superficies, in qua ipsa linea est, comprehendetur conuexa aut concaua. Cum ergo uisus comprehendat lineas conuexas & concauas, & rectas aliter, quàm sint: comprehendet superficies, in quibus sunt, aliter, quàm sint. Patet ergo ex prędictis, quòd in omnibus, quæ in speculis concauis comprehenduntur, accidit fallacia: sed in quibusdam accidit semper, & in omni positione, in quibusdam accidit in aliqua positione. Fallacię autem compositæ accidunt in his speculis eo modo, quo incompositæ. Et hoc uoluimus declarare.



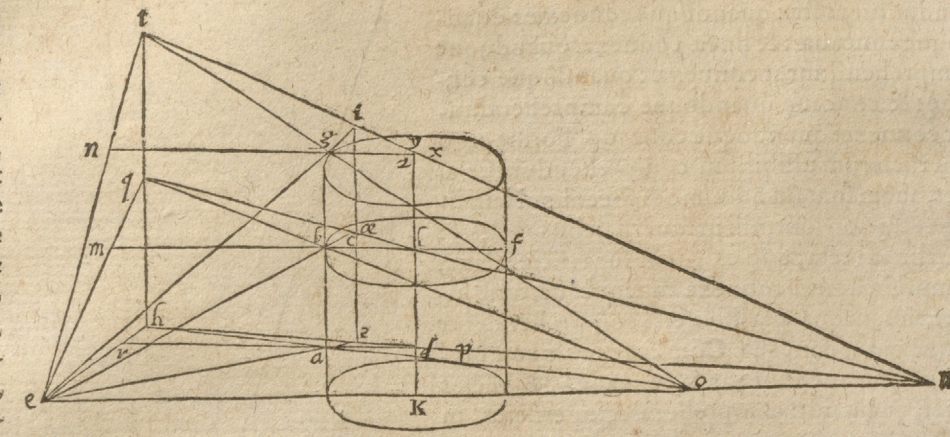
DE ERRORIBVS, QVI ACCIDUNT IN SPECULIS COLUMNARIBUS CONCAUIS. Cap. VIII.

IN his autem accidunt similes eis, qui accidũt in sphęricis concauis. Accidunt enim fallaciæ, quę proueniunt ex reflexione, scilicet debilitas lucis & coloris: & diuersitas situs, & remotionis, quę accidunt omnibus speculis. Accidit autem eis ex diuersitate quantitatis simile illi, quod accidit in speculis sphęricis concauis. Et uidetur etiam unum uisibile, unum: & duo: & tria: & quatuor: & rectum & conuexum secundum diuersos situs: & planum uidetur concauum & conuexum. Ostendemus ergo qualiter in his speculis diuersatur quantitas & numerus rei uisæ: & qualiter apparet rectum & conuersum eo modo, quo in speculis sphęricis concauis declarauimus.

51. Si uisus sit extra planũ lineæ rectæ, parallelæ axi speculi cylindracei caui: imago aliàs uidebitur recta & maior ipsa linea: aliàs caua: aliàs cõuexa: aliàs simplex: aliàs multiplex. 25 p 9.

ITeremus ergo primam figuram ex duabus figuris pręmissis in fallacijs speculorum columnariũ conuexorum, & ijsdem literis. In illa autem figura [quę est 26 n] patuit, quòd lineę e g, g t, e b, q b, e a, a h reflectuntur secundum angulos æquales: & quòd lineę e k, h a, q b, t g coniunguntur in o: & quòd linea a b g est linea recta extensa in longitudine speculi: & quòd lineę g z, b l, a d sunt perpẽdiculares super superficiẽ, contingentẽ superficiem, quæ trãsit per lineã a b g: & quòd linea a b g est perpẽdicularis sup superficiẽ, in qua est triãgulũ e b o: & quòd linea t q est æqualis q h, & a b ęqualis b g: & quòd s, c, i sunt imagines h, q, t: & quòd c est propinquius puncto e, quàm linea s i: & quòd linea s i est in superficie trianguli u h t: & quòd duæ lineæ u h, u t sunt æquales: & quòd u s & u i sunt æquales: & quòd duæ lineæ e s, e i sunt æquales. Et continuemus c u: & secet s i in æ: diuidet ergo ipsam in duo æqualia: nam h t est diuisa in duo æqualia in q: [& linea i s parallela est ipsi t h: quia cũ tota t u æqualis conclusa sit toti h u, & pars i u parti s u: erit reliqua t i æqualis reliquæ h s: est igitur per 7 p 5, ut u i ad i t, sic u s ad s h ergo per 2 p 6 h t & s i sunt parallelæ. Itaque triangula t u q, i u æ: item q u h, æ u s sunt æquiãgula per 29 p 1: & per 4 p 6, ut t q ad q u, sic i æ ad æ u: & ut q u ad q h, sic ę u ad ę s: ergo per 22 p 5 ut t q ad q h sic i æ ad æ s. Quare cũ 26. 27 n, t q ęquata sit ipsi q h: ęquabitur i æ ipsi ę s] & erit c u in superficie trianguli q u e, quæ est superficies circuli b f, ęquidistantis basi speculi: ergo c erit in superficie trianguli c u e: & est in superficie trianguli c e i: ergo c est in linea, quæ est differentia cõmunis his duabus superficieb. sed hęc differẽtia est linea e b: [p 3 p 11] ergo c est in rectitudine e b: & duę lineę h u, t u sunt sub duob. pũctis d, z: nã duę lineę h u, t u sunt perpẽdiculares exeuntes ex h, t super duas lineas, cõtingẽtes duas portiones, in quarũ circũferẽtia sunt puncta a, g. Superficies ergo triãguli u h t est sub axe d l z. Sed nullũ pũctũ huius axis, quãuis exeat in infinitũ, erit in superficie trianguli u h t. Nam si esset: tunc si continuaretur cũ aliquo puncto lineæ h t linea recta: tunc

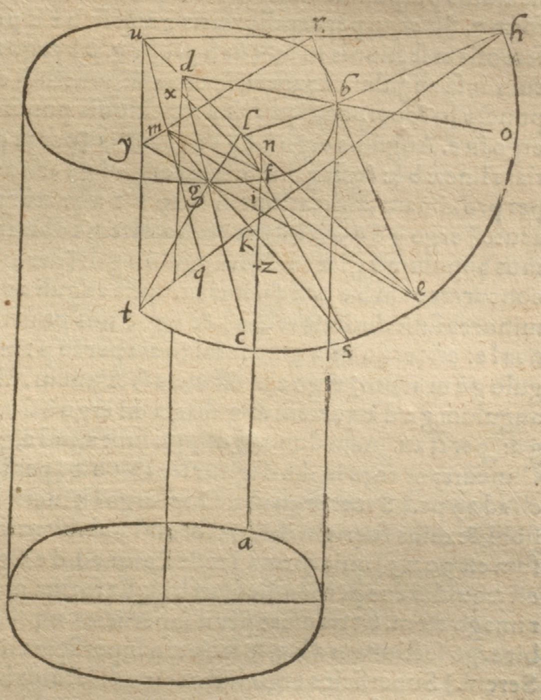
cta: tunc illa superficies, in qua esset illa linea recta & linea h t esset superficies trianguli u h t: & illa superficies esset illa, in qua sunt duæ lineæ æquidistantes h t, d z: & sic superficies, in qua sunt duę lineæ h t, d z, esset superficies trianguli h u t: & sic axis esset in superficie trianguli h u t: sed axis est æquidistans lineæ h t positione. Et axis secat duas lineas h u, t u: & linea t h est in superficie trianguli u e h, quæ est superficies reflexionis: & linea communis huic superficiei & superficiei columnę, est aliqua sectio columnaris. Superficies ergo e u h secat axem columnæ in uno puncto, scilicet in d, ut præostendimus [27 n.] Et si axis secet lineā h u: punctum sectionis cum linea h u erit in superficie trianguli u e h: sed in hac superficie nō est punctum, per quod axis transeat, præter d: ergo linea h u secat axem in d: & iam ostendimus [24 n] quòd h u secat eum in puncto sub d: quod est impossibile. Ergo axis d z est extra superficiem u h t, & propinquior puncto e, quàm superficies h u t. Superficies ergo, in qua sunt lineæ h t, d z, est propinquior puncto e, quàm superficies u h t: & c est in superficie, in qua sunt h t, d z: quia est in linea q l: & q l est in superficie, in qua sunt h t, d z: [per 7 p 11] ergo c est propinquius e, quàm s i: sed c est in rectitudine e b [ut patuit.] Si ergo e b exiuerit in parte b: perueniet ad c: perueniet ergo ad c. His præostensis, dico quòd linea s i, quæ est æquidistans axi speculi, cum fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in o ex parte concauitatis columnæ, & superficies speculata fuerit superficies concaua: tunc s i comprehendetur ex o m speculo concauo a b g à linea a b g: & diuersabuntur imagines eius secundum diuersitatem distātiæ ab axe, cuius demonstratio est. Quia angulus e b m est acutus [quia m b a est rectus ex thesi 26 n] ergo [per 15 p 1] l b c est acutus: & linea e b c est in superficie circuli b f. & l b est diameter huius circuli [per 34 n 4.] Ergo e b c secat circulum: ergo c b est intra concauitatem speculi: & similiter o b erit intra cōcauitatem speculi: quia angulus o b l est acutus, & duo anguli o b l, c b l sunt æquales duobus angulis e b m, q b m: [quia per 15 p 1 æquantur angulis e b m, q b m, ęqualibus conclusis 27 n] & l b est perpendicularis super superficiem, contingentem columnam, quæ transit per b. Forma ergo c extenditur per c b, & peruenit ad b, & reflectitur per b o, & comprehenditur à uisu in o [per 7 n 5.] Item in quinto capitulo [27 n] cum fuimus locuti de speculis columnaribus conuexis, declarauimus, quòd superficies contingens columnam m g, erit sub e: ergo e g secat superficiem contingentem: secat ergo lineam contingentem circumferentiam sectionis in g: secat ergo sectionem, & cadit intra ipsam: cadet ergo intra concauitatē speculi: ergo duæ lineæ o g, g i sunt intra concauitatem speculi: & z g est perpendicularis super superficiem, contingentem columnam in g [quia ex thesi perpendicularis est a g lateri cylindraceo: & duo anguli o g z, i g z sunt æquales: quia per 15 p 1 æquantur angulis e g n, t g n, æqualibus per 4 p 1.] Ergo forma i extenditur per i g, & peruenit ad g, & reflectitur per g o, & comprehenditur in o per lineam g o. Et similiter s extenditur per s a, & peruenit ad a, & reflectitur per a o, & comprehenditur in o. Et iam declarauimus, cum tractauimus de fallacijs speculorum columnarium conuexorum [27 n] quòd duæ lineæ h u, t u sunt perpendiculares super superficies, contingentes sectiones, transeuntes per duo puncta a, g. Imago ergo s est in linea h u, & a o linea radialis, quæ extenditur ex uisu ad punctum reflexionis: ergo imago s est in a o: h ergo est imago s: [per 7 n 5] & sic patet, quòd t est imago i. Et continuemus c l. Quia ergo c reflectitur ad o ex circumferentiæ puncto b: erit imago c in linea c l: & o b est linea radialis, quæ extenditur inter uisum & punctum reflexionis. Ergo imago c est in puncto communi c l & o b [per 7 n 5] nempe in puncto q. Sed in capitulo de imagine, cum tractauimus de imaginibus speculorum sphæricorum concauorum [60 n 5] patuit, quòd imago puncti, cuius forma reflectitur à concauitate circuli, fortè concurret cum radiali linea, quæ est inter uisum & punctum reflexionis, ultra speculum: & fortè inter uisum & speculum: & fortè in centro uisus: & fortè ultra centrum uisus: & fortè c l æquidistans erit o b. Et in illo capitulo [86 n 5] patuit, quòd fortè imago erit unum punctum: aut duo: aut tria: aut quatuor. Imago ergo fortè erit in b q: fortè ultra o q: & fortè in b o: & fortè in o: & fortè ultra: & fortè imago t q erit unum punctum: aut duo: aut tria: aut quatuor. Si ergo imago c fuerit q: tūc h q t erit diameter imaginis s i. Si ergo omnes imagines s i fuerint in linea h q t: tunc forma eius erit linea recta: nā mediū eius est in rectitudine duarū extremitatū h t. Si aūt imago c fuerit ultra q: tunc imago s i erit ferè cōcaua ex parte uisus. Et si imago c fuerint plura puncta: tunc imago c erunt plures lineæ, quarum omnium extremitates cōiungentur in duobus pun-



bus punctis h,t:& media earum erunt distincta & separata:& h t est diameter imaginis s i, quocunque modo fuerit imago:& diameter est cõmunis omnibus imaginibus eius,si plures habuerit imagines:& linea h t est maior,quàm s i,modica quantitate.Patet ergo,quòd cum lineæ rectæ, æquidistantes axi columnaris speculi concaui fuerint in aliquo uisibili: imago earum fortè erit recta aut concaua,& fortè una,aut plures.

52. Si uisus à terminis lineæ rectæ æquabiliter distans,sit extra ipsius planum, perpendiculare plano axis speculi cylindracei caui: imago uidebitur maximè caua. 27 p 9.

ITem:iteremus secundam figuram de fallacijs speculorum columnarium conuexorum [29 n.] In hac autem figura dictum est:quòd duæ lineæ e b, h b reflectuntur secũdum angulos æquales: & quòd duæ lineæ e g,t g reflectuntur secundum angulos æquales : & quòd h b, t g perueniunt ad l:&h b continet cum b o angulum acutum.Ergo h b secat superficiem,contingentem columnam in b:b l ergo est sub concauitate columnæ:& similiter g l:& similiter duæ lineæ b r, g y:& duo anguli l b d,d b r sunt æquales [quia per 15 p 1 æquantur angulis e b o,h b o æqualibus] & similiter l g d,g d y sunt æquales. Si ergo r y fuerit in aliquo uisibili,& uisus fuerit in l,& superficies concaua columnæ fuerit tersa:tunc forma r extenditur per r b,& peruenit ad b,& reflectitur p b l:& perueniet ad l,& comprehendetur in l.Et linea h u est perpendicularis super lineam, contingentem sectionem, ex cuius circumferentia reflectentur duæ lineæ b r,b l:h ergo est imago r [per 7 n 5.] Similiter declarabitur,quòd forma y extenditur per y g, & reflectitur p g l: & imago eius est t.Et continuemus q u: secabit ergo r y in m:m ergo est in superficie transeunte per axem & per l: nam l & q sunt in hac superficie, [ut demonstratum est 29 n.] Ergo q u est in hac superficie [nam 29 n ostensum est, quòd planum ductum per uisum & axem speculi,in quo est linea e l d,secat lineam h t in puncto q: estque punctum u in linea e l d:linea igitur q u est in plano per uisum & axem speculi ducto per 1 p 11: ideóque & punctum m.] Et quia duo puncta m,l sunt in superficie transeunte per axem columnæ: ideo forma m reflectetur ad l in hac superficie.Et quia a z est differentia communis inter columnę superficiem,& superficiem, transeuntem per suum axem,& per l:forma ergo m reflectetur à linea a z. Et continuemus e m, quæ est in hac superficie : & e l est in hac superficie:& punctum e est elongatum à superficie contingente superficiem columnæ in linea a z [ut patuit 29 n.] Ergo si a z extrahatur rectè in parte z: concurret cum duabus lineis e m, e l. Concurrat ergo cum e m in i, & cum e l in n: ergo n est inter duo puncta e, l: quia l est intra con cauitatem columnæ, & n est in superficie columnæ:& e est elõgatum à columna: & in demonstratione huius figuræ [29 n] patuit,quòd circulus b g est medius inter lineam h t, & superficiem exeuntem ex e,æquidistantem basibus columnæ: & perpendicularis,quæ exit ex e super a z,est in superficie exeunte ex e, æquidistante columnæ. Ergo perpendicularis, quæ exit ex e super lineam a z n,cadit extra triangulum e i n,& in parte n:angulus ergo e i n est acutus: [per 32 p 1] ergo [per 15 p 1]angulus m i a est acutus:ergo m i n obtusus [per 13 p 1.] Extrahamus ergo ex m perpendicularem super a i [per 12 p 1] & sit m k: k ergo erit ultra i, respectu n. [si enim caderet inter i & n:essent triã guli tres anguli maiores duobus rectis contra 32 p 1: quia angulus m i n obtusus est conclusus.] Et extrahamus m k ex parte k, in s: & diuidamus k s ad æqualitatem k m: ergo s erit extra superficiem

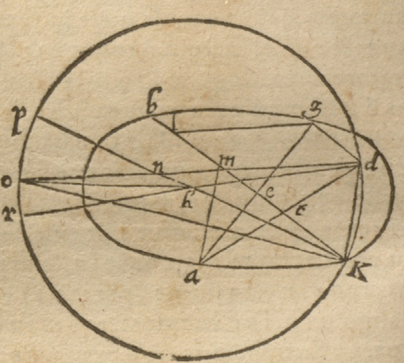


speculi,& ultra concauitatem eius,& l erit sub concauitate eius. Et continuemus l s: secabit ergo n k in f: & ex f extrahamus f x ad æquidistantiam m k. Cum ergo [per 29 p 1] f x sit perpendicularis super a n, & in superficie transeunte per axem & per l: ergo est diameter circuli exeuntis ex f & æquidistantis basi columnæ [per 34 n 4.] Linea ergo f x est perpendicularis super superficiem, contingentem columnam, transeuntem per a z [sicut ostensum est 54 n 5.] Et continuemus m f: erit ergo æqualis f s: [per 4 p 1:quia k s,k m æquantur per fabricationem,& communis est k f, anguliq; ad k recti] & duo anguli qui sunt, apud m, s erunt æquales: [per 5 p 1.] Et quia x f est æquidistans m g: erunt [per 29 p 1] duo anguli apud f æquales duobus angulis, qui sunt apud s, m [ideóque anguli x f m & x f l æquabuntur.] Duæ ergo lineę m f, f l reflectuntur secundum angulos æquales: & x f est perpendicularis super superficiem, contingentem speculum in f. Forma ergo m extenditur per m f, & reflectitur per f l: & imago eius erit s [per 7 n 5.] Et quia duæ lineæ r y, h t sunt æquidistantes, & perpendiculares super superficiem transeuntem per axem, & per l: quia h t fuit posita talis: [29 n] ideo duæ superficies exeuntes à duabus lineis

neis h t, r y, erunt æquidiſtantes & perpendiculares [per 18 p 11.] Et quia r y eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem tranſeuntem per axem & per l: ideo [per 18 p 11] ſuperficies duarum linearum r m, m s erit perpendicularis ſuper ſuperficiem, tranſeuntem per axem & per l: & erit m s differentia cõmunis his duabus ſuperficiebus. Et quia a k eſt in ſuperficie tranſeunte per axem: [per 21 d 11: quia pars eſt lateris cylindracei] & eſt perpendicularis ſuper m s [per fabricationem] quę eſt differentia communis inter ſuperficiem, trãſeuntem per axem, & inter ſuperficiem duarum linearum r m, m s: erit a k n perpendicularis ſuper ſuperficiem duarum linearum r m, m s: & linea a n eſt æquidiſtans axi columnæ [per 21 d 11:] ergo [per 8 p 11] axis columnæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem, in qua ſunt r m, m s. Superficies ergo iſta eſt perpendicularis ſuper axem columnæ: s ergo eſt in ſuperficie exeunte ex linea r y, perpendiculari ſuper axem columnæ: ſed linea h t eſt in ſuperficie perpendiculari ſuper axem, æquidiſtante ſuperficiei ex linea r y: s ergo eſt extra h t, & propinquius l, quàm ſint h & t: & duo puncta h, t ſunt imagines r, y: & punctum s eſt imago m: imago ergo lineæ r m y eſt linea tranſiens per h, s, t: ſed talis eſt linea arcualis: quia s eſt extra h t. Et tranſeat per puncta h, s, t linea h s t arcualis. Et quia h t ſecundum poſitionem [29 n] fuit elongata à conuexo columnæ: erit h t ultra ſuperficiem ſpeculi, reſpectu l: & iam declarauimus, quòd s eſt ultra concauitatem ſpeculi, reſpectu l. Ergo tota linea h s t erit ultra concauitatem ſuperficiei ſpeculi: & e l eſt ſub concauitate ſpeculi: ergo l eſt extra ſuperficiẽ, in qua eſt linea h s t: arcualitas igitur lineæ h s t apparebit uiſui l manifeſtè. Et quia f eſt in ſuperficie columnæ, & t h ultra columnam, eſt in ſuperficie trianguli l h t: erit linea l f s altior quàm ſuperficies trianguli l h t. Linea ergo l s erit altior duabus lineis l h, h t, reſpectu uiſus. Ergo s eſt altius, quàm duo puncta h, t. Linea ergo h s t apparebit uiſui l concaua.

53. Si uiſus ſit in plano lineæ rectæ, obliquo ad planum axis ſpeculi cylindracei caui: imago uidebitur caua & euerſa. 28 p 9.

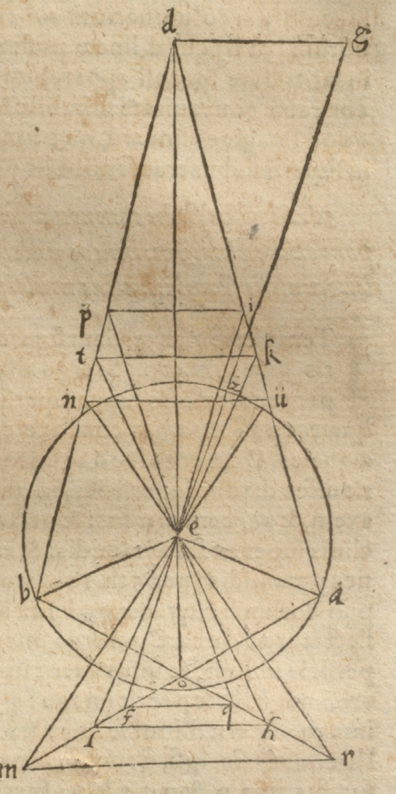
ITem: ſecemus columnam per ſuperficiem decliuem ſuper axem eius: faciet ergo ſectionem columnarem [per 9 th. cylindricorum Sereni.] Sit ergo a b g. Sed in prima figura de columnis concauis [91 n 5] declaratum eſt, quòd in ſuperficie cuiuslibet ſectionis columnæ exit à puncto reflexionis perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem, ex cuius extremitatibus reflectuntur formæ. Sit ergo perpendicularis g a: & ſit b e k perpendicularis ſuper lineam, contingentem circũferentiam ſectionis in b: & ſit b prope g. b k ergo ſecabit perpendicularem g a ſub axe, & continebit cum ipſa angulum acutum. [per 24 n: punctum enim b tam propinquum ipſi g ſumitur, ut recta à puncto b, & perpendicularis à reflexionis puncto in axe angulum acutum cõprehendant.] Secet ergo in e. Angulus ergo b e g erit acutus [per 32 p 1.] Et extrahamus ex g lineam ad æquidiſtantiam lineæ b k: & ſit g d. Angulus ergo d g e erit acutus: [quia per proximam fabricationem & 29 p 1 æquatur angulo b e g acuto] ergo g d e erit intra concauitatem columnæ. Et ponamus angulum e g l æqualem angulo e g d: [per 23 p 1] g l ergo concurret cum b e in l: [per 11 ax. quia anguli ad g & e acuti, minores ſunt duobus rectis] & ſignemus punctum m in linea l e: erit ergo m a g acutus: [quia per 16 p 1 minor eſt angulo g e m acuto] ergo a m eſt intra ſectionem. Et ponamus angulum g a d æqualem angulo g a m: ergo a d concurret cũ g d: [per 11 ax.] nam duo anguli, qui ſunt apud a, g, ſunt acuti. Concurrant ergo in d. a d igitur ſecabit b k [per lemma Procli ad 29 p 1.] Secet ergo in t. Cum ergo l k fuerit in aliquo uiſibili, & uiſus fuerit in d: tunc forma l uidebitur in g: [ut oſtẽſum eſt 90 n 5] quia forma l reflectetur ad d ex g, & quia d g eſt æquidiſtans perpendiculari b l k: Et forma m uidebitur in t: quia forma m reflectitur ad d ex a: & t imago eſt m. Et tranſeat per d ſuperficies æquidiſtans baſi columnæ: [ut oſtenſum eſt 47 n 5] ſecabit ergo ſectionem a b g, & faciet in ſuperficie columnæ circulum p o r [per 5 theor: cylindricorum Sereni.] Superficies ergo huius circuli ſecabit b k: ſecat enim g d, quæ eſt ei æquidiſtans. Ergo ſecet b k in k: & ſit centrum circuli p o r, punctũ h: & continuemus d h, & tranſeat ad r: & cõtinuemus k h, & tranſeat ad p. Forma ergo k reflectitur ad d ex circumferentia arcus r p, ut patuit de imaginibus ſpeculorum [73 n 5.] Reflectatur ergo ex o: & cõtinuemus k o, d o, h o. Anguli ergo, qui ſunt apud o, ſunt æquales: [per 12 n 4] & d o ſecabit h p in n. n ergo eſt imago k. Et cõtinuemus k d: k d ergo erit differentia communis inter circulum r p & ſectionem a b g. Nam duo puncta k, d ſunt in utraque ſuperficie, & nihil de ſuperficie ſectionis a b g eſt in ſuperficie circuli r p, niſi linea k d: g ergo eſt extra circulum: & ſimiliter b: & ſunt in ſuperficie ſectionis: & n eſt in ſuperficie circuli r p: & forma l m k tranſit per puncta g, t, n: & linea, quæ tranſit per hæc puncta, eſt arcualis: ſed ſuperficies ſectionis eſt decliuis ſuper ſuperficiem columnæ: [per 9 th. cylindricorum Sereni] axis ergo ſectionis non tranſit per totum axem columnæ, neque eſt æquidiſtans baſi columnæ. Patet ergo ex hac figura & duabus præmiſsis, quòd lineæ rectæ æquidiſtantes axi columnæ, & æquidiſtantes baſi eius: & etiam illæ lineæ, quæ obliquantur ſuper ſuperficiem eius: fortè uidebuntur arcuales, fortè rectæ, fortè conuerſæ. Et quia t eſt imago m, & n imago k: erit forma m k conuerſa. Et ſi linea etiam fuerit in ſuperficie circuli, æquidiſtante baſibus columnæ, cuius ſuperficies tranſit per centrũ uiſus, ut di-



ut dictum est de imaginibus speculorum concauorum in septimo capitulo huius tractatus: forma fortè erit æqualis recta: fortè conuersa. Patet ergo, quòd forma eorum, quæ comprehenduntur in speculis columnaribus concauis, fortè erit recta, fortè conuersa.

54. Si uisus sit in plano lineæ rectæ, perpendiculari plano axis speculi cylindracei caui: imago uidebitur recta & euersa: aliâs maior: aliâs minor: aliâs æqualis ipsi lineæ: aliâs simplex: aliâs multiplex. 29 p 9.

ITem: iteremus formã tertiæ figuræ de fallacijs speculorũ cõcauorũ ijsdẽ literis existentibus: [41. 42. 43 n] & sit circulus b z a in superficie speculi columnaris cõcaui: & sit uisus in d. Erit ergo extra superficiẽ circuli: & erunt duæ lineæ e a, e b perpendiculares super superficies, cõtingentes superficiẽ colũnę: & erit superficies trianguli d g e perpẽdicularis sup superficiẽ circuli [p 18 p 11] q a g d est perpẽdicularis super superficiẽ circuli [ut ostẽsum est 41 n.] Superficies ergo trianguli d g e trãsit per totũ axẽ: & in neutra superficie d b o, d a o est aliquid de axe colũnæ, nisi e, q est centrũ circuli. Et utraq; superficies d b o, d a o facit in superficie columnę sectionem: [per 9 th. cylindricorum Sereni] & formæ reflectuntur ex his sectionibus à duobus punctis a, b [ut patuit 41 n.] Forma ergo r reflectitur ad d ex b: & forma m reflectitur ex a: & n u erit diameter imaginis m r: [sunt enim puncta n & u imagines punctorum r & m per 7 n 5] & est minor quàm m r: [ut demõstratum est 42 n.] Et similiter duo puncta h, l reflectentur ad d ex duobus punctis a, b: & erit t k diameter imaginis l h: & erit e i æqualis [ut patuit 41 n] & erit p i diameter imaginis f q: & est maior illa. Et omnes istæ imagines erunt cõuersæ [ut ostensum est 43 n.] Et si uisus fuerit in o, & lineæ p i, t k, n u fuerint uisibiles: erunt è contrario: tunc enim diameter imaginis p i erit minor ipsa: & diameter imaginis n u erit maior ipsa: & diameter t k erit ei æqualis. Et oẽs imagines erũt rectæ. Et omnia ista ostẽsa sunt in prædicto capitulo. Item cum utraq; extremitas alicuius harũ habuerit unam imaginẽ, & aliquod punctũ in medio habuerit plures imagines: tũc illa linea habebit tot imagines, quot punctũ mediũ habet. Et si utraq; extremitas, uel altera habuerit plures imagines, & punctum mediũ habuerit unã: tunc linea tot habebit imagines, quot habet punctũ extremũ. Et si utraq; extremitas uel altera habuerit multas imagines, & pũctũ mediũ habuerit multas imagines: tunc linea tot habebit imagines secundum maiorem numerum. Et hoc patebit, ut de imaginibus patuit speculorum sphæricorum concauorum. In speculis ergo columnaribus concauis accidit fallacia in omnibus, quæ in eis comprehenduntur, sicut accidit in speculis sphæricis concauis: scilicet de formis specierum uisibilium, & de quantitatibus: & de numero suarum imaginum: & de rectitudine, & de cõuersione, cum fallacijs, quę appropriantur reflexioni. Et fallaciæ erunt in his, ut in speculis prædictis. Et hoc est, quod uoluimus declarare in hoc capitulo.

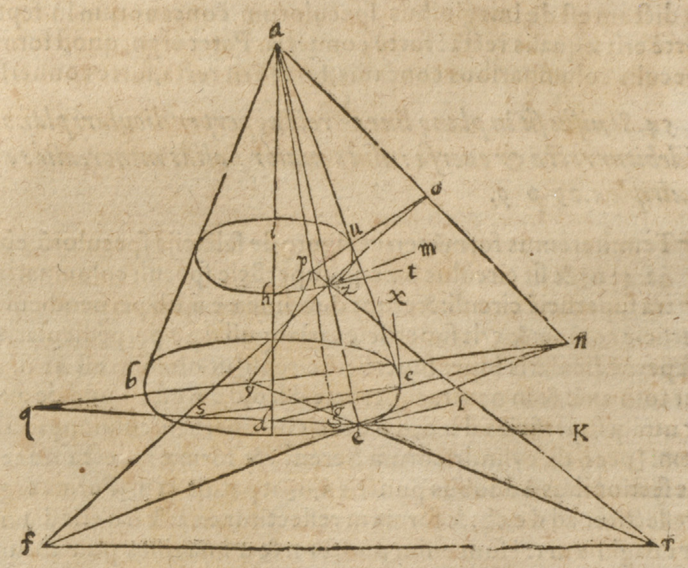


DE ERRORIBVS, QVI ACCIDVNT IN SPECVLIS pyramidalibus concauis. Cap. IX.

IN his autem accidunt illæ fallaciæ, quæ accidunt in speculis columnaribus concauis. Debilitas uerò coloris & lucis: & diuersitas positionis, & remotionis accidunt in his, sicut in omnibus speculis: nam caussa huius est reflexio. Accidit etiam in his speculis multitudo imaginum, sicut in speculis columnaribus & sphæricis concauis dictũ in capitulo [secũdo libri quinti] de imaginibus.

55. Si lineæ rectæ uel curuæ obliquè incidant uertici speculi conici caui: reflectentur à latere conico ad uisum inter ipsas & speculi superficiem positum: & imago rectæ uidebitur parum curua: curuæ, recta. 31 p 9.

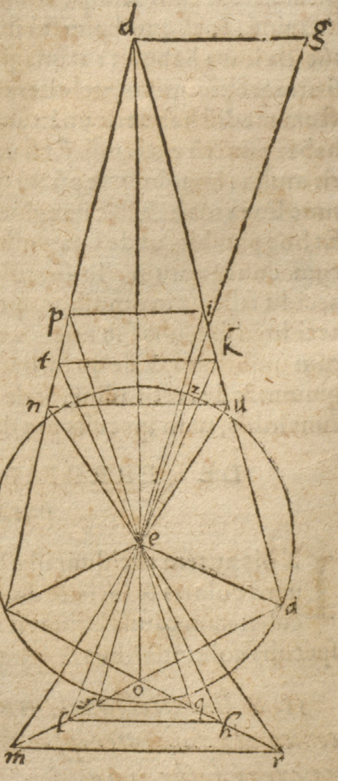
ACcidit etiam in eis, quod in columnaribus concauis, scilicet ut rectum uideatur cõuexum & concauum. Huius autem demonstratio est: quòd rectæ lineæ, quæ extenduntur in longitudine speculi, quæ transeunt per uerticem pyramidis, & quæ sunt prope illas, uidentur conuexæ, & fortè rectæ. Et demonstratio super hoc est, ut demonstratio in speculis columnaribus concauis. Nam si iterauerimus secundam figuram de fallacijs speculorum pyramidalium conuexorum [quæ est 32 n] inueniemus diametrum imaginis lineæ rectæ positæ in illo speculo, quæ est illic linea a n, intra concauitatẽ speculi pyramidalis: & inueniemus punctũ, quod est sub superficie contingente pyramidẽ, transeuntẽ per lineã longitudinis, à qua reflectitur forma lineę rectę ad uisum: quod illic punctum f. Si igitur fuerit punctum illud centrum uisus: erunt omnia puncta, quę sunt in diame-



tro imaginis reflexa ad pũctũ f: & imagines duarum extremitatum a p y erunt extremitates lineæ rectæ a n: & loca imaginis puncti p, quod est in medio a y, diuersabuntur. Et hoc declarabitur eadẽ uia, qua processimus in demonstratione primę figurę speculorũ columnarium concauorũ. Patet ergo ex hoc, quòd si a p y fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit f: tunc imago fortè uidebitur conuexa, & fortè cõcaua. Et patet etiam in figura secũda de fallacijs speculorum columnarium concauorum [52 n] quòd lineæ positæ in latitudine speculi apparebunt concauæ concauitate mirabili: & quòd imagines linearũ, quæ sunt in superficiebus transeuntibus per axem & per centrum uisus, erunt rectæ.

56. Si uisus sit in communi sectione planorum: lineæ rectæ & axis speculi conici caui, inter se perpendicularium: imago uidebitur recta & euersa: aliàs maior: aliàs æqualis: aliàs minor ipsa linea: aliàs simplex: aliàs multiplex. 34 p 9.

Item: iteremus tertiam figuram de fallacijs speculorum sphæricorum concauorum ijsdem literis [quæ fuit 41 n.] Si ergo aliquod punctum fuerit in axe pyramidis: & duæ lineæ e a, e b fuerint perpendiculares super superficies, contingentes pyramidem: & hoc est possibile: quia sunt æquales: possunt enim cum axe continere duos angulos acutos æquales. Cum ergo hę duę lineæ fuerint perpendiculares, & fuerit uisus d: tunc superficies, in qua sunt g e, e d, transibit per totũ axem, & per centrũ uisus: & utraq; superficies d a o, d b o erit decliuis super axem pyramidis: & erunt differentię earũ duæ sectiones pyramidis [per 5 th. 1 conicorum Apollonij] & erunt formæ punctorum h, r, q reflexę ad d ex b: & formæ punctorum l, m, f reflectetur ad d ex a. Cum ergo lineę m l f, r h q fuerint in aliqua superficie uisibili, & uisus fuerit in d: tunc n u erit imago m r: & t k erit imago l h: & p i erit imago f q [ut ostensum est 54 n.] Sic ergo imago m r erit minor se ipsa: & imago f q maior seipsa: & imago l h æqualis sibi ipsi. Et omnes imagines erunt conuersæ. Et si uisus fuerit in o, & n u, t k, p i fuerint in superficiebus uisibilium: tunc imagines earum erunt m r, l h, f q. Sic ergo erit imago f q seipsa minor: & imago n u maior: & imago t k æqualis. Et istæ imagines erunt rectæ. Nam istæ imagines erunt ultra centrum uisus, & comprehenduntur ante uisum super lineas radiales. Puncta ergo m, l, f comprehenduntur in linea a o: & puncta r, h, q comprehenduntur in o b: & sic forma reflectetur recta. Patet ergo ex his, quę diximus in hoc capitulo: quòd lineæ rectę quandoq; uidentur in his speculis conuexæ: quandoq; concauæ: quandoq; rectæ: & quandoq; maiores: & minores: & æquales: & quãdoq; rectę, conuersæ. Et in capitulo [secundo libri quinti] de imagine declarauimus, quòd omne punctum uisibile in huiusmodi speculis quandoque habet unam imaginem: quandoque duas: & tres: & quatuor. In omnibus ergo, quæ comprehenduntur in his speculis, accidit fallacia, ut in columnaribus concauis: acciduntq; etiam in eis fallaciæ compositæ, sicut in cæteris speculis: & exempla, & declaratio eorum sunt, sicut in speculis planis. Et hoc intendimus declarare in hoc capitulo: nunc autem finiamus sextum tractatum.



ALHAZEN FILII ALHAYZEN OPTICAE

LIBER SEPTIMVS.

Septimi tractatus sunt septem partes. Prima pars est proœmium. Secunda, quòd lux transeat diaphana corpora secundum uerticationes linearum rectarum, & refringatur, cum occurrit corpori, cuius diaphanitas fuerit diuersa à diaphanitate corporis, in quo existit. Tertia de qualitate refractionis luminum in diaphanis corporibus. Quarta, quòd quicquid comprehenditur à uisu ultra diaphana corpora, quorũ diaphanitas differt à diaphanitate corporis, in quo uisus existit, cum fuerit decliue à perpendicularibus, exeuntibus super superficiem eorum, comprehenditur secundum refractionem. Quinta de phantasmatibus. Sexta, quomodo uisus comprehendat uisibilia secundum refractionem. Septima de fallacijs uisus, quæ accidunt ex refractione.

PROOEMIVM LIBRI. CAP. I.

1. Visio fit trifariam: rectè, reflexè & refractè. In præfat. 1. 10 libr. Idem 1 n 4.

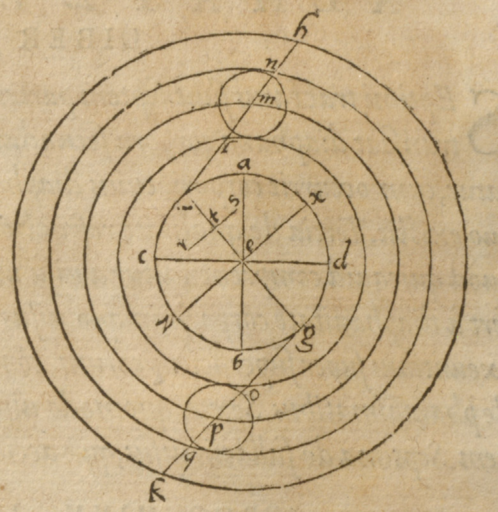
PRædictum est in proœmio quarti tractatus huius libri [1 n] quòd uisus tribus modis comprehendat uisibilia, uidelicet secundum rectitudinem: secundum reflexionem à tersis corporibus: & secundũ refractionẽ ultra diaphana corpora, quæ differunt in diaphanitate à diaphanitate aeris: & quòd uisus nihil cõprehẽdit ex uisibilibus, nisi aliquo istorũ triũ modorũ: & quòd quolibet istorũ modorum cõprehendit uisus uisibilia & omnes res, quæ sunt in uisibilibus, & omnibus modis uisionis, quorũ distinctio declarata est in ultima differentia secundi tractatus. In præcedentibus autem tractatibus declaratum est, qualiter uisus comprehendat uisibilia secundum rectitudinem, & secundum reflexionẽ: & ostendimus diuersitatem comprehensionis uisus ad uisibilia secundum utrumq; istorum modorum. Remanet ergo declararare, quomodo uisus comprehendat uisibilia secundum refractionem ultra corpora diaphana. Nos autem in isto tractatu solummodo de refractione tractabimus: & manifestabimus formam refractionis: & distinguemus eius modos: & diuidemus proprietates eius: & declarabimus, quomodo accidat uisui in huiusmodi uisionę. Et primò proponemus fundamenta, quæ certificant, quicquid dependet ab hac re.

QVÒD LVX PERTRANSEAT PER DIAPHANA CORPORA SECVNdum uerticationes linearũ rectarum, & refringatur, cum occurrit corpori, cuius diaphanitas fuerit diuersa à diaphanitate corporis, in quo existit. Cap. II.

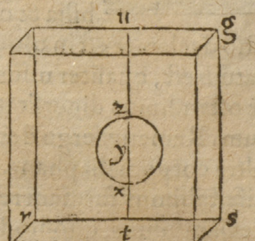
2. Constructio organi refractionis. 1 p 2.

QVòd lumen quidem transeat in aerem, & extendatur secundum lineas rectas, declaratũ est in tractatu primo huius operis: [14. 17. 28 n] aer autem est unum de corporibus diaphanis: per aquam autem, uitrũ, & diaphanos lapides lumen transit, & extenditur secundum lineas rectas: hoc autem comprehenditur per experientiam. Si quis ergo experiri uoluerit: accipiat laminam ex ære rotundam, cuius diameter nõ sit minor uno cubito: & sit spissitudo eius aliquantulum fortis: & habeat oras rotundas, perpendiculares super superficiem eius: & sit altitudo orarum eius non minor latitudine duorum digitorũ. In medio autem dorsi laminæ sit aliquod corpus paruum, columnare, rotundũ, cuius longitudo non minor latitudine trium digitorum: & sit perpendiculare super superficiem laminæ. Et ponamus hoc instrumentũ in tornatorio, in quo tornant tornarij instrumenta cupri, & ponamus alterum dentem tornatorij in medio laminæ, & reliquũ in medio extremitatis corporis, quod est in dorso laminæ: & radamus reuoluendo hoc instrumentum abrasione uera, quousq; uerificetur rotunditas orarum suarum intus & extrà, & adæquetur superficies interior & exterior, & fiant duæ superficies æquidistantes: & abrademus etiam corpus, quod est in dorso, donec fiat rotundum. Cum ergo hoc instrumentum fuerit perfectum per abrasionem: signemus in superficie eius interiore duas diametros secantes se perpendiculariter: & sunt transeũtes per centrum eius: deinde signemus punctum in basi oræ instrumenti, cuius distantia ab extremitate alterius duarum diametrorum secantium se, est latitudo unius digiti: deinde extrahamus ex isto puncto tertiam diametrum transeuntem per centrum laminę: quę quidem diameter extendatur in tota superficie eius: deinde extrahamus à duobus extremis huius diametri duas lineas in superficie oræ

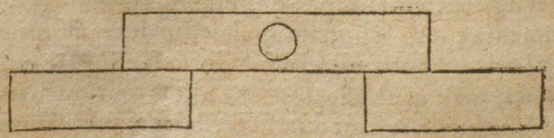
instrumenti, perpendiculares super superficiem laminæ. Deinde diuidemus ex altera istarum duarum linearum tres lineas paruas, æquales, quarum prima sequitur superficiem laminæ: & longitudo cuiuslibet harum sit in quantitate medietatis grani hordeacei: fient ergo super lineam perpendicularẽ tria puncta, quę sunt fines illarũ linearũ. Deinde reducamus hoc instrumentũ ad tornatoriũ, & signemus in ipso tres circulos æquidistãtes, transeuntes per tria puncta, quæ sunt super lineam perpendicularem super extremitatem diametri: secabitur ergo alia perpendicularis, quæ est perpendicularis super aliam extremitatẽ huius diametri, per istos tres circulos, & fient in ipsa tria puncta, & fient in unoquoq; trium circulorũ duo puncta opposita, quæ sunt extrema alicuius diametri ex ipsorũ diametris. Deinde diuidamus medium circulum ex istis tribus circulis in 360 partes, & si possibile fuerit, in minuta: deinde perforemus in ora instrumenti foramen rotundum, cuius centrum sit medium punctum trium punctorum, quæ sunt super alteram duarum linearum, perpendicularium super extremitatem diametri laminæ: & sit medietas diametri eius in quantitate distantiæ, quę est inter circulos: perueniet ergo circumferentia foraminis inter duos circulos æquidistantes, qui sunt in extremitatibus.



Postea accipiamus laminam subtilem quadratam, aliquantulæ spissitudinis: cuius longitudo sit in quantitate altitudinis oræ instrumenti: & cuius latitudo sit prope hoc: & adæquetur superficies eius, quantum potest: & adæquetur spissitudo eius etiam, quæ sequitur alteram extremitatem eius, quousq; differentia communis inter superficiem faciei eius, & inter superficiem spissitudinis eius, sit linea recta: quã lineam diuidemus in duo æqualia: à cuius medio extrahamus lineam rectam in superficie faciei eius perpendicularem super lineam rectam, quę est communis differentia. Deinde diuidamus ex hac linea perpendiculari ex parte extremitatis, quæ est super communem differentiam, tres lineas, æquales inter se, & æquales unicuiq; paruarum linearum, quæ distinctæ sunt super perpendicularem lineam in ora laminæ: fient igitur super lineam perpendicularem in facie laminæ paruæ tria puncta. Deinde perforabimus hanc paruam laminam foramine rotundo, cuius centrum sit medium punctum punctorum, quę distinguunt lineas, quę sunt in ea: & sit medietas diametri eius æqualis alicui uni linearum paruarum: erit ergo hoc foramen æquale foramini, quod est in ora instrumenti.



Deinde signabimus super diametrũ laminæ, super cuius extremitates sunt duæ lineæ perpendiculares: punctum in medio lineæ, quæ est inter centrũ laminæ & extremitatem diametri, quæ est in parte foraminis: & faciamus transire super hoc punctum lineam perpendicularem super diametrum: deinde ponamus basim laminę paruæ super hanc lineam, quousq; differentia communis, quę est in parua lamina, superponatur huic lineæ perpendiculari super diametrum: & erit punctum, quod diuidit differentiam communem, quę est in parua lamina, in duo æqualia, positum super punctum signatum in diametro laminæ. Hoc autem facto, applicetur parua lamina cum maiore, completa applicatione & consolidatione: tunc ergo foramen, quod est in parua lamina, erit oppositum foramini, quod est in ora instrumenti. Et erit linea intellecta, quæ copulat centra duorum foraminum, in superficie circuli medij trium circulorum, qui sunt in interiore ora instrumenti: & erit æquidistans diametro laminæ: & erit lamina parua, quæ applicabitur puncto, quasi ora astrolabij. Hoc autem completo, secetur de ora instrumenti quarta, quæ sequitur quartam, in qua est foramen ex quatuor quartis distinctis per duas primas diametros, perpendiculariter se secantes, & adæquetur locus sectionis, donec fiat unus cum superficie laminæ. Deinde accipiamus regulam æris, cuius longitudo non sit minor, sed maior uno cubito, & quadratæ figurę, quam circundent quatuor superficies æquales in latitudine duorum digitorum: & adæquentur superficies eius, in quantum potest, donec fiant æquales & habentes angulos rectos. Deinde perforetur in medio alicuius superficiei eius foramen rotundum, cuius amplitudo sit tãta, ut possit recipere corpus, quod est in dorso instrumenti, ut reuoluatur in ipso non leui reuolutione, sed difficili: & sit foramen perpendiculare super superficiem regulæ, & transiens ad aliam partem regulæ: deinde ponamus instrumentum super regulam, & mittamus corpus, quod est in instrumenti dorso, in foramen, quod est in medio regulæ, donec superponatur superficies instrumenti superficiei regulæ. Hoc autem facto, secetur illud, quod superfluit ex extremitatibus regulæ super diametrum laminæ: nam regula longior est, quàm diameter laminæ, quia sic posuimus eam. Cum ergo secuerimus duas superfluitates ex duabus extremitatibus regulæ, reducemus



mus

mus has duas ſuperfluitates, & ponemus illas ſuper duas extremitates regulę, ita ut ponamus duas extremitates ſuperfluitatum ſuper duas extremitates illius, quod remanſit de regula, & applicabimus ſuperficiem extremitatum cum ſuperficie dorſi inſtrumenti: & erit illud, quod ponetur ex utraq; duarum ſuperfluitatum ſuper reſiduum regulæ æquale latitudini unius digiti. Hac autem poſitione conſiderata eminebunt duæ ſuperfluitates ſuper duas extremitates regulę. Et ſi perforatum fuerit illud, quod ſuperfluit de corpore in dorſo inſtrumenti, & immiſſus fuerit in foramen eius ſtilus ferreus, qui ipſum prohibeat exire; erit melius. Hoc autem perfecto, perfectum erit inſtrumentum. Deinde accipiat experimentator regulam cupream paruæ latitudinis, cuius latitudo ſit dupla diametri foraminis, quod eſt in ora inſtrumenti: & cuius ſpiſsitudo ſit æqualis diametro foraminis, & cuius longitudo non ſit minor medietate cubiti: & uerificabitur regula iſta, donec fiat ualde recta & uera: & fiant ſuperficies eius æquales & æquidiſtantes. Deinde obliquè ſecabimus altera parte latitudinem eius, quouſq; finis longitudinis eius contineat cum fine latitudinis eius angulum acutum, ut poſsit ſic facilius declinare & mouere eam quocunq; quis uoluerit: & ponet latitudinem eius ex alia extremitate perpendicularem ſuper finem longitudinis eius. Deinde diuidemus hanc latitudinem in duo æqualia, & extrahemus ex loco diuiſionis lineam in ſuperficie faciei regulæ, quæ extendatur in longitudine eius, & erit perpendicularis ſuper latitudinem eius. Cum ergo hæc regula fuerit ſuperpoſita ſuperficiei laminæ, erit ſuperficies eius ſuperior in ſuperficie circuli medij trium circulorum figuratorum in interiore ora inſtrumenti. Nam ſpiſsitudo huius regulæ eſt æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis eſt æqualis perpendiculari exeunti è centro foraminis, quod eſt in ora inſtrumenti ad ſuperficiem laminæ: quia diameter foraminis eſt æqualis duabus lineis trium linearum paruarum, quæ diſtinctæ ſunt de linea perpendiculari in interiore ora inſtrumenti. Cum ergo hæc regula fuerit erecta ſuper oram ipſius, & fuerit ſuperficies latitudinis eius ſuper ſuperficiem laminę: tunc linea deſcripta in medio eius, erit in ſuperficie medij circuli prædicti: quia perpendicularis, quę egreditur à quolibet puncto huius lineę ad finem longitudinis regulę, eſt æqualis perpendiculari, quę egreditur à centro foraminis ad ſuperficiem laminę: nam utraq; iſtarum perpendicularium eſt æqualis diametro foraminis.

3. *Radius medio denſiori perpendicularis, irrefractus penetrat. 42. p 2. Idem 17 n 1.*

CVm ergo experimentator uoluerit experiri tranſitum luminis in aqua per hoc inſtrumentum: accipiet uas rectarum orarum, ut cadum cupreum, aut ollam figulinam, aut conſimile: & ſit altitudo orarum eius non minor medietate cubiti: & ſit diameter circumferentię eius non minor diametro inſtrumenti: & adæquentur orę eius, donec ſuperficies, quę tranſit per oras eius, ſit ſuperficies æqualis: & ponamus in fundo eius corpus diuerſarum partium aut diuerſorum colorum, ut annulum, aut argentum depictum, aut depingatur in fundo eius pictura manifeſta: deinde infundatur aqua clara in uas, donec impleatur: & expectetur donec motus eius quieſcat. Cum ergo motus eius quieuerit, erigatur aſpiciens, aut ſedeat erectus, & aſpiciat ad uas, & apponat uiſum ſuum corpori, quod eſt in fundo aquę, aut picturę, quę eſt in fundo aquę, donec linea inter uiſum & medium illius corporis aut picturę illius, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquę quò ad ſenſum, & aſpiciat corpus, quod eſt in fundo, aut picturam: tunc inueniet illam eo modo, quo eſt, & inueniet ordinationem ſuarum partium inter ſe eo modo, quo ordinarentur, ſi aſpiceret illud, cum uas eſſet uacuum. Hoc autem declarato, certificatur, quòd illud, quod comprehenditur in fundo aquæ, cum aſpexerit illud eadem poſitione, qua aſpexit corpus, quod eſt in fundo aquæ, aut picturam: comprehenditur ſecundum ordinationem ſuarum partium. Hoc autem certificato, ſi quis uoluerit experiri tranſitum lucis: eligat locum, ſuper quem oritur lux ſolis, in quo ponat uas, & obſeruet, ut ſuperficies circumferentię uaſis ſit æquidiſtans horizonti: hoc autem poteſt obſeruari hoc modo: ut ſit circumferentia ſuperficiei aquę æquidiſtans circumferentię uaſis: & ſi intus in uaſe prope circumferentiam eius fuerit ſignatus circulus, æquidiſtans circumferentię uaſis, erit melius ad hoc, ut circumferentia ſuperficiei aquę comparetur ad circumferentiam circuli. Deinde experimentator debet imponere inſtrumentum rotundum intra hoc uas, ita ut duę regulę paruę poſitæ ſuper duo extrema regulæ maioris, ſuperponantur oræ uaſis ex utraque parte: tunc medietas inſtrumenti, & regula extenſa in longitudine inſtrumenti erunt intra uas: deinde addatur aqua, aut diminuatur de ea, donec fiat ſuperficies aquę una cum centro inſtrumenti: & ſit aqua clara: deinde reuoluatur inſtrumentum in circuitu uaſis, donec obumbretur illud, quod eſt intra aquam ex oris eius: tunc teneatur regula altera manu, & reuoluatur reliqua manu inſtrumentum ſuper ſe in circuitu centri eius, donec foramen, quod eſt in ora inſtrumenti, ſit oppoſitum corpori ſolis, & tranſeat lumen ſolis per foramen oræ inſtrumenti, & perueniat ad alterum foramen tabulę paruæ, & tranſeat per illud. Cum ergo pertranſierit forma lucis per duo foramina, perueniet ad fundum aquæ: tunc experimentator obſeruabit, ut ſitus lucis in regula de ſecundo foramine, ſit ſitus æqualis: hoc autem ſitu præſeruato, & luce perueniente ad ſuperficiem aquæ, auferat experimentator manus ſuas ab inſtrumento, & ſtet uel ſedeat erectus, & inſpiciat ad fundum aquæ, ex quarta, cuius oræ ſunt abſciſſę, & ſeruet poſitionem, quam ſeruauerat, cum aſpexerat corpus, quod erat in fundo aquæ, ut ſit certus, quòd illud, quod uidet, eſt, ſecundum quod eſt: tunc ergo cum intuebitur illud, quod eſt intra aquam de ora inſtrumenti: inueniet lumen pertranſiens ex duobus fo-

raminibus ſuper ſuperficiem oræ inſtrumenti, quæ eſt intra aquam: & inueniet lumen inter duos circulos æquidiſtátes extremos de tribus circulis ſignatis in interiore parte inſtrum̃eti oræ: aut addetur ſuper diſtantiam, quæ eſt inter circulos, modicũm: & erit additio eius ex duobus lateribus circulorum æqualis. Sequitur ergo ex poſitione, quòd punctum, quod eſt in medio luminis apparentis intra aquám, quod eſt ſuper interiorem partem oræ inſtrumenti, ſit per medium circulum trium circulorum æquidiſtantium, qui ſunt in interiore parte oræ inſtrumenti. Et hoc lumen, quod eſt intra aquam, erit manifeſtum, quòd ora ſuperior inſtrumenti, quæ circumdat ſuperius foramen, obumbrat interiorem partem oræ inſtrumenti, quæ circundat lumen, quod eſt in interiore parte oræ inſtrumenti. Et ſic in illo loco non erit ex interiore parte oræ inſtrumenti aliquid de lumine ſolis, niſi lumen, quod exit ex duobus foraminibus. Deinde experimentator accipiat lignum minutum, ſiue acum, & applicet eam in exteriore parte ſuperioris foraminis, quod eſt in ora inſtrumenti, & obſeruet, ut acus tranſeat per medium foraminis: Deinde aſpiciat ſupra uas, & ſeruet poſitionem, quam menſurauit prius: tunc uidebit umbram acus in medio lucis: deinde incuruet acum attrahendo ipſam, donec extremitas eius ſit in medio foraminis, & intueatur lumen, quod eſt intra aquam, & quod eſt in ſuperficie aquæ: tunc inueniet umbram extremitatis acus in medio lucis, quæ eſt intra aquam, & in medio lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ. Deinde mutet poſitionem acus, & ponat extremitatem eius etiam apud medium foraminis, & intueatur umbram: tunc inueniet umbram extremitatis acus apud medium lucis: deinde leuet acum: & inueniet lucem redeuntem ad ſuum ſtatum intra aquam, & in ſuperficie aquæ. Deinde applicet acum in latere foraminis, & ponat eam chordam in foramine, non diametrum, & intueatur lumen, quod eſt intra aquam, & in ſuperficie aquæ: tunc inueniet in utroque illorum umbram, quæ eſt chorda: deinde leuet acum: tunc inueniet lumen rediens ad locum ſuum: & ſi mutauerit ſitum acus in lateribus foraminis: inueniet umbram ſemper in latere luminis. Declarabitur ergo ex hac experientia, quòd ad punctum, quod eſt in medio lucis, quæ eſt intra aquam, in circumferentia medij circuli, non exiuit lux, niſi ex puncto, quod eſt medium lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ: & quòd ad punctum, quod eſt medium lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, non exiuit lux, niſi ex puncto, quod eſt centrum foraminis ſuperioris, & tranſiuit per centrum foraminis inferioris, quod eſt in oris alijs. Nam ſi non tranſiſſet per centrum foraminis inferioris, non manifeſtaretur medium lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, cum acus eſſet in medio foraminis inferioris, ſed non manifeſtaretur de luce, quæ eſt in ſuperficie aquæ, niſi locus alius à centro eius. Lux ergo, quæ peruenit ad punctum, quod eſt centrum lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, & lux, quæ extenditur in aere, non extenditur niſi ſecundum lineas rectas. Lux ergo, quæ tranſit per centra duorum foraminum, extenditur ſecundum rectitudinem lineę tranſeuntis per centra duorum foraminum: hæc autem lux eſt illa, quę peruenit ad medium lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ. Punctum ergo, quod eſt in medio lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, eſt in linea recta tranſeunte per centra duorum foraminum. Et hæc linea eſt in ſuperficie medij circuli de tribus circulis ſignatis in interiore parte oræ inſtrumenti: & eſt illius diameter, quia hæc linea eſt æquidiſtans diametro circuli, qui eſt in ſuperficie laminæ. Cum ergo punctum, quod eſt in medio lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, fuerit ſuper hanc lineam: tunc illud punctum eſt in ſuperficie circuli medij prædicti: punctum autem, quod eſt in medio lucis, quæ eſt intra aquam, eſt in circumferentia medij circuli: ergo hæc duo puncta ſunt in ſuperficie medij circuli. Si ergo lux, quæ eſt in ſuperficie aquæ, latuerit, & non fuerit bene manifeſta: tunc experimentator mittet illam minorem regulam in aquam, & applicet oram eius in ſuperficie laminæ, & ponat ſuperficiem, in qua ſignata eſt linea, ſequentem ſuperficiem aquæ, & moueat eam, donec ſuperficies eius fiat cum ſuperficie aquæ. Cum ergo ſuperficies regulæ fuerit cum ſuperficie aquæ, & fuerit regula erecta ſuper oram eius: tunc linea, quæ eſt in ſuperficie ipſius, erit in ſuperficie circuli medij, qui tranſit per centra duorum foraminum: hac autem poſitione præſeruata: apparebit lux, quæ eſt in ſuperficie aquæ, ſuper ſuperficiem regulæ, & inueniet medium lucis ſuper lineam, quæ eſt in medio regulæ. Et ſi acus ſit poſita ſuper medium ſuperioris foraminis: tunc linea, quę eſt in medio regulæ, obumbrabitur: & ſi extremitas acus fuerit poſita ſuper centrum foraminis, apparebit umbra extremitatis acus in medio lucis, quæ eſt ſuper regulam: & ſi acus fuerit ablata, redibit lux, ſicut erat. Cum hac ergo regula apparebit lux, quæ eſt in ſuperficie aquæ, apparitione manifeſta, & manifeſtabitur, quòd eſt ſupra lineam tranſeuntem per centra duorum foraminum: & iam poſueramus ſuperficiem aquæ apud centrum laminæ. Cum ergo ſuperficies regulæ fuerit cum ſuperficie aquæ: tranſibit ſuperficies regulæ per centrum laminæ: & tunc erit remotio centri lucis à centro laminæ æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ eſt æqualis perpendiculari cadenti à centro foraminis ſuper ſuperficiem laminæ: & ſic erit centrum lucis, quę eſt in ſuperficie regulę, centrum circuli medij. Deinde oportet experimentatorem auferre regulam ſubtilem, & mittere eam iterum in aquam, & applicare ſuperficiem latitudinis eius cum ſuperficie laminæ, & ponere angulum eius acutum apud centrum lucis, quæ eſt intra aquam, ſcilicet angulum, qui eſt in ſuperficie eius ſuperiore: deinde moueat regulam, donec acuitas eius inferior tranſeat per centrum laminæ, & ſic acuitas eius ſuperior tranſibit per centrum circuli medij. Punctum ergo ex linea ſuperiore regulę, quod eſt in ſuperficie aquę, eſt centrum circuli medij: eſt ergo centrum lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ: & erit longitudo eius diametri ex diametris medij circuli. Hac autem ratione præſeruata, accipiat experimentator acum longam: & mittat eam in aquam: & ponat

& ponat caput suum in punctum ultimitatis regulæ: & intueatur lucem, quæ est intra aquam: tunc inueniet umbram acus secantem lucem: & inueniet umbram capitis acus apud cornu regulæ, quod est apud medium lucis. Deinde mutet positionem acus, & caput eius sit in loco eius ex fine regulæ: tunc mutabitur situs umbræ ex luce, quæ est intra aquam: & erit umbra capitis acus inseparabilis à medio lucis: deinde auferat acum & redibit lux ad locum suum. Deinde mittat acum in aquam iterum, & ponat caput eius in alio puncto finis regulę, & intueatur umbram, donec inueniat secãtem lucem, quæ est intra aquam: & inueniet umbram capitis acus in medio lucis. Deinde mutet positionem acus super multitudinem punctorum ex acuitate regulæ: & inueniet umbram capitis eius semper in medio lucis. Declarabitur ergo ex hac experientia declaratione manifesta, quòd lux, quæ est in puncto mediante lucem, quæ est intra aquam, quę est super circumferentiam medij circuli: peruenit ad illud punctum à puncto, quod est mediũ lucis, quæ est in superficie aquæ. Et declarabitur cum hoc, quòd hæc lux extenditur super lineam rectam, quę est finis regulæ. Nam experientia eius per extremitatem acus ex diuersis locis in fine regulę ostendit illã transeuntem per omne punctum finis regulæ. Hac ergo uia experimentabitur transitus lucis per corpus aquæ: ex quo declarabitur, quòd extensio lucis per corpus aquæ est secundum uerticationes rectarum linearum.

4. Radius medio densiori obliquus, refringitur ad perpendicularem à refractionis puncto excitatam. 43 p 2. Idem 17 n 1.

DEinde oportebit experimentatorem ponere super centrum lucis signum fixum cũ sculptione: deinde quando experimentator intuebitur punctum, quod est in medio lucis, quę est intra aquam: inueniet ipsum nõ æquidistans duabus extremitatibus diametri laminæ, sed extra duas lineas perpendiculares, quę sunt super extremitatẽ diametri laminæ, quę est intra aquam: & inueniet declinationem eius ab ista linea ad partẽ, in qua est sol: & inueniet inter punctum, quod est centrum mediæ lucis, & punctum, quod est communis differentia lineæ perpendiculari super extremitatem diametri laminæ, & puncto medio, quod est extremitas diametri medij circuli, transeuntis per centrum foraminis: inueniet dico, distantiam sensibilem. Hoc declarato, oportet mittere regulam subtilem in aquam, & applicare eam cum superficie laminæ, & ponere terminum regulæ super centrum laminę, & mouere regulam, quousq; acuitas eius sit perpendicularis super superficiem aquæ, quò ad sensum: tunc igitur inueniet centrũ lucis, quę est intra aquam, inter acuitatem regulæ & lineam perpendicularem super diametrum laminæ. Declarabitur ergo ex hoc, quòd hæc refractio est ad partem perpendicularis, exeuntis à loco refractionis perpendicularis super superficiem aquæ. Cum ergo certus fuerit experimentator de hoc: oportebit eum signare apud extremitatem regulæ, quę est super circumferentiam medij circuli, quę est extremitas perpendicularis, exeuntis à centro medij circuli perpendicularis super superficiem aquæ, signum fixum, ut primum, quod signatum est apud centrum lucis. Et iam declaratum est, quòd lux, quę peruenit ad punctum, quod est centrum lucis, quæ est intra aquam, est lux extensa secundum rectitudinem lineæ continuantis duo centra foraminum: & hæc linea peruenit ad cẽtrum medij circuli æquidistantis superficiei laminæ: & est illius diameter. Si hęc linea fuerit extensa in imaginatione secundum rectitudinem intra aquam, donec perueniat ad oram laminæ: tunc igitur erit æquidistans diametro laminæ, & perueniet ad lineam perpendicularem in interiore parte oræ laminæ. Et cum centrum lucis, quę est intra aquam, non est super perpendicularem lineam oræ laminæ: tunc lux, quę extenditur à medio lucis, quę est in superficie aquæ, ad medium lucis, quæ est intra aquam, non extenditur secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, sed refringitur. Declaratum est autem, quòd hæc lux extẽditur rectè à medio lucis, quę est in superficie aquæ, ad medium lucis, quæ est intra aquam. Ergo refractio huius lucis est apud superficiem aquæ.

5. Radij incidentiæ & refractionis sunt in uno plano. 46 p 2.

ET iam declaratum est, quòd hæc lux transit per centra duorum foraminum, & per medium lucis, quæ est in superficie aquæ, quod est centrum circuli medij, æquidistantis superficiei laminæ, & per medium lucis, quæ est intra aquam, quod est in circumferentia medij circuli. Ex quo patet, quòd lumen perueniens ad centrum lucis, quæ est intra aquam, dum extenditur in aere, & postquam refringitur intra aquã, est in eadem superficie æquali, scilicet in superficie circuli medij trium circulorũ, qui sunt in interiore parte oræ instrumenti. Et refractio hæc inuenitur, quando linea transiens per centra foraminum fuerit decliuis super superficiem aquæ, non perpendicularis. Et nunquam erit hæc linea perpẽdicularis super superficiem aquæ in hora transitus lucis solis, nisi quando fuerit sol in uertice capitis: & hoc erit in aliquibus locis, & non in omnibus: & in quibusdam temporibus, non in omnibus: neq; transit sol per uerticem capitis habitantium in pluribus locis habitationis: & in quibus transit: in istis locis distinguetur hęc experimentatio in omni tempore: illi autem super quorum zenith transit sol, si uoluerint hoc experiri, cauebũt tempus, in quo sol transit per capita eorum.

6. Radius medio rariori perpendicularis, irrefractus penetrat. 44 p 2.

ITẽ accipiat expimẽtator frusta uitri clari, quorũ figuræ sint cubicæ: & sit lõgitudo uniuscuiusq;

eorum dupla diametri foraminis,quod eſt in ora inſtrumenti : & adæquētur ſuperficies eorum ue-
hementer per cōfricationem,quouſq; ſint æquales & æquidiſtantes,& latera ſint recta : deinde po-
liantur.Hoc autem completo,ſignetur in medio laminæ linea recta tranſiens per cētrum eius:& ſit
perpendicularis ſuper diametrum eius,ſuper cuius extrema ſunt lineæ duæ perpendiculares in in-
teriore parte oræ inſtrumenti,& tranſeat in utramq; partē:& ſignetur hæc linea ferro,ut deſcendat
in corpus laminæ,& remaneat ibi.Deinde ponat unum uitrorum cubicorum ſuper ſuperficiem la-
minæ , & applicet unum latus ſuorum laterum cum hac perpendiculari , & ponat mediū lateris ui-
tri uere ſuper centrum laminæ,& ponat corpus uitri ex parte foraminum. Tranſibit ergo diameter
laminæ,ſuper cuius extrema ſunt duæ lineæ perpendiculares, per mediū ſuperficiei uitri ſuperpo-
ſitæ laminæ. Hac poſitione præſeruata,applicetur uitrum applicatione fixa per glutinū tali modo,
ut poſsit euelli : deinde accipiatur alterū uitrum,& ponatur ultra primum,ſcilicet ex parte forami-
num,& applicetur aliqua ſuperficierū eius ſuperficiei primi uitri:hoc præſeruato,applicetur ſecun
dum uitrum laminæ applicatione fixa:deinde accipiatur tertium uitrum,& applicetur ſecundo ui-
tro, & adæquetur ſuperficies eius cum duabus ſuperficiebus laterum ſecūdi uitri , & applicetur la-
minæ:& ſic fiat de pluribus uitris,quouſq; perueniat uitra ad oram perpendicularium ſuper ſuper-
ficiem inſtrumēti,aut prope. Cum ergo uitra fuerint applicata ſuperficiei laminæ ſecundū poſitio-
nem prædictam : tranſibit diameter laminæ,ſuper cuius extremitates ſunt duæ lineæ perpēdicula-
res in extremitate inſtrumēti,per mediam ſuperficiem uitrorum ſuperpoſitorum laminæ: altitudo
autem iſtorum uitrorū in latitudine eſt dupla diametri foraminis: ſed diameter foraminis eſt æqua
lis perpendiculari exeunti à centro foraminis ſuper ſuperficiē laminæ & ſuper diametrū eius: ergo
unaquæq; perpendiculariū exeuntium à centris ſuperficierum uitrorū , ſcilicet ſuperficierum per-
pendicularium ſuper ſuperficiē laminæ, ſecātium diametrum oppoſitam duobus foraminibus , eſt
æqualis perpēdiculari exeunti à centro foraminis ſuper ſuperficiē laminæ,& ſuper diametrū lami-
næ: & cadēt perpēdiculares exeuntes à cētris ſuperficierū uitrorū ad ſuperficiē laminæ , ſuper dia-
metrum laminæ,ſuper cuius extremitates eſt perpēdicularis, egrediens à centro foraminis. Linea
ergo tranſiens per centra duorū foraminum,ſi extendatur in imaginatione ſecundū rectitudinem,
tranſibit per cētra ſuperficierum uitrorum , ſcilicet ſuperficierum perpendiculariū ſuper ſuperficiē
laminæ oppoſitæ duobus foraminibus. Deinde experimētator accipiat regulā ſubtilē prædictā : &
erigat eam ſuper oram ipſius in ſuperficie laminę:& ponat faciē eius,in qua ſignata eſt linea ex par-
te primi uitri,quod eſt ſuper centrum laminæ,& ponat regulam prope uitrum, & ponat finem lon-
gitudinis regulæ ſecantem diametrum laminæ perpendiculariter.Hoc autem præſeruato,applicet
regulam laminæ applicatione fixa,ita ut poſsit euelli:hac autē poſitione præſeruata in regula:tunc
linea,quæ eſt in ſuperficie regulæ,erit in ſuperficie medij circuli ex tribus circulis , ſignatis in inte-
riore parte oræ inſtrumenti : & tranſibit linea recta per cētra duorum foraminum,& per media ſu-
perficierum uitrorum,ſecans lineam,quę eſt in regula.Hoc toto completo,ponatur inſtrumentum
in uas prædictum : ſit autem uas uacuum aqua:& ponatur uas in ſole, & moueatur inſtrumentum,
quouſq; lux ſolis tranſeat per duo foramina:& ſit lux apud ſecundum foramen æqualis:tunc igitur
intueatur experimētator ſuperficiem regulæ oppoſitam uitro:& inueniet lucem exeuntem à duo-
bus foraminibus ſuper ſuperficiem regulæ : & inueniet illud , quod circundat lucem ex ſuperficie
regulæ, obumbratum umbra oræ inſtrumenti : & inueniet centrum uiſus ſuper lineam , quæ eſt in
ſuperficie regulæ. Hoc autem declarato,accipiat feſtucam ſubtilem,uel acum, & ponat illam ſuper
ſuperius foramen,& ponat extremitatem perpendiculariter ſuper centrum foraminis,& intueatur
lucem,quæ eſt ſuper regulam: tunc inueniet umbram extremitatis feſtucæ ſuper centrum lucis , &
inueniet illam ſuper lineam , quę eſt in ſuperficie regulæ. Tunc ergo accipiat experimentator pen-
nam intinctam incauſto,& ſignet ſuper extremitatē umbrę,quę eſt in medio lucis,quę eſt ſuper re-
gulam,punctum:ergo erit iſtud punctum ſuper lineam,quę eſt in ſuperficie regulæ: deinde auferat
acum à ſuperiore foramine:& ponat ipſam ſuper inferius foramen,ſcilicet quod eſt in ora:& ponat
extremitatem acus ſuper centrum foraminis:& intueatur lucem,quę eſt ſuper regulam:tunc inue-
niet umbram extremitatis acus ſuper punctum,quod eſt in ſuperficie regulę:deinde auferat acum,
& redibit umbra ad ſuum locum.Declarabitur ergo ex hac experimentatione,quòd lux,quę eſt ſu-
per punctum,quod eſt in ſuperficie regulæ,eſt lux,quę tranſit per cētra duorū foraminum. Deinde
accipiat experimentator calamū tinctum incauſto , & ſignet punctū in uero medio ſuperficiei uitri
ex parte regulæ:ſi uerò nō comprehēdat mediū uitri,quò ad ſenſum : ſignet in ipſo duas diametros
ſecātes ſe,& locus ſectionis eſt medium ſuperficiei uitri. Hoc autem facto,intueatur lucem,quę eſt
ſuper regulam: & inueniet umbram puncti,quod eſt in medio uitri ſuper punctum , quod eſt in ſu-
perficie regulæ.Declarabitur ergo ex hoc,quòd lux,quæ tranſit per duo centra duorū foraminum,
tranſibit per punctum,quod eſt in medio uitri.Hoc autem declarato oportet experimētatorem ui-
trum primum euellere,& ſignare in ſuperficie ſecundi uitri punctum medium , ut prius,& compo-
nere inſtrumentum ſecundò,& moueat ipſum , quouſq; lux tranſeat per duo foramina : deinde in-
tueatur:& inueniet lucem peruenientē ad centrum lucis,quę eſt in ſuperficie regulę:& eſt lux,quę
trāſit per cētra duorū foraminū.Declarabitur igitur ex hoc,quòd lux,quę trāſit per cētra duorū fo-
raminū,trāſit etiā p punctū,quod eſt in medio ſuperficiei ſecūdi uitri:& ſitus eius eſt ſitus lucis trā-
ſeuntis p cētra duorū foraminū de ſupficiebus uitrorū in prima experimētatione: & cū hoc quādo
lux trāſit per punctū,quod eſt in medio uitri ſecūdi : tūc lux,quæ trāſit per cētra duorū foraminū in

prima

prima experimentatione, tranſit etiam per punctum, quod eſt in medio uitri ſecũdi. Deinde oportet experimentatorem euellere ſecundũ uitrum, & experiri tertium, & ſic de cęteris uſq; ad ultimũ. Patebit ergo experimẽtatione hac, quòd lux quæ tranſit per centra duorum foraminũ, perueniens ad ſuperficiẽ regulæ, tranſit per centra ſuperficierũ uitrorum omniũ poſitorum ſuper ſuperficiẽ laminæ. Manifeſtũ eſt ergo, quòd ſit in rectitudine lineæ tranſeuntis per centra duorũ foraminum: & lux, quæ tranſit per centra duorũ foraminum in experimentatione omniũ uitrorum, extenditur in rectitudine lineæ continuantis centra duorũ foraminum. Manifeſtũ eſt ergo, quòd lux, quæ tranſit per lineá rectam, tranſeuntẽ per cẽtra duorũ foraminũ, tranſit etiá per centra ſuperficierũ uitrorũ. Ex quo patet, quòd lux tranſit in corpus uitri, in quo extenditur, poſtquá tranſit, ſecundũ lineas rectas: & quòd lux, quæ tranſit per centra duorũ foraminum, extenditur etiá in corpus uitri ſecũdum rectitudinem lineæ, per quam extendebatur in aere, antequam pertranſiret uitrum: & illa linea, per quam extenditur lux in aere, eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ uitri oppoſitá foramini [per 8 p 11.] Nam linea, quæ tranſit per centra duorũ foraminum, eſt æquidiſtans diametro laminæ, quę eſt perpendicularis ſuper primam ſuperficiem ſuperficierum uitrorum: quia eſt perpẽdicularis ſuper differentiam communem inter ſuperficiem uitri, & ſuperficiem laminæ. Item accipiat experimẽtator medietatem ſphęræ uitreæ mundæ claræ, ut cryſtallinæ, cuius ſemidiameter ſit minor diſtantia inter tabulam & centrum laminæ, & inueniat centrum baſis eius, ſuper quod ſignet lineam ſubtilem cum incauſto: poſtea ſeparet ex hac linea ex parte centri baſis, quod eſt centrũ ſphæræ, lineá æqualem diametro foraminis, quod eſt in ora inſtrumẽti: erit ergo hæc linea æqualis lineæ, quæ eſt inter centrũ foraminis, quod eſt in ora inſtrumẽti, quæ eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiem laminæ. Deinde ſtatuamus ſuper extremitatẽ lineæ ſeparatæ à diametro lineá perpendicularem, & extrahamus illam in utramq; partẽ: deinde ſecemus uitrum ſuper hác lineam in confrictorio uel in tornatorio, donec locus ſectionis fiat ſuperficies æqualis, & perpendicularis ſuper ſuperficiẽ baſis ſemicirculi, & mẽſuremus angulũ, qui eſt inter duas ſuperficies, per angulũ rectum factũ ex cupro, donec uerificetur ſuperficies iſta: & tunc differentia communis huic ſuperficiei & ſuperficiei baſis ſphęræ erit linea recta: & linea copulans centrũ ſphęræ cum hac linea, erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem factá: poſtea ſumatur in medio huius lineæ, quę eſt cõmunis differentia, particula parua, quæ eſt ſignũ medij eius. Hoc completo, poliatur uitrũ uehemẽtiſsimè, & ponatur ſuper ſuperficiẽ laminæ, & gibboſitas eius ſit ex parte foraminũ, & ſit pars facta in uitro ſuper ſuperficiẽ laminæ, & ſuperponatur linea recta, quæ eſt cõmunis differentia duabus ſuperficiebus æqualibus, quę ſunt in uitro, ſuper lineá ſcilicet ſignatá in lamina, ſecantẽ diametrũ perpendiculariter, & ponatur medium lineæ ſuper centrũ laminæ. Hac ergo poſitione præſeruata, applicetur uitrum laminæ applicatione fixa: deinde ponamus regulá ſubtilem ſuper ſuperficiẽ inſtrumẽti, ſicut ponebamus in experimẽtatione uitrorũ cubicorũ, & ponamus ſuperficiẽ regulæ, in qua eſt linea recta latitudinis, ſit ex parte uitri, & prope illud: deinde ponatur inſtrumentũ in prædictũ uas: & ponatur uas in ſole, uacuũ ſine aqua: & moueatur inſtrumentũ, donec lux ſolis tráſeat per duo foramina: & ſit ſitus lucis de ſecundo foramine ſitus mediocris, & intueatur experimẽtator regulá: & inueniet lucẽ tranſeuntẽ ꝑ duo foramina, ſup ſuperficiẽ regulæ: deinde applicet ſtilũ ſuperiori foramini, & ponat extremitatẽ ſtili ſup centrũ foraminis, & intueatur lucẽ, quę eſt in regula: tũc inueniet umbrá extremitatis ſtili apud centrũ lucis: deinde auferat ſtilũ, & redibit lux ad ſuũ locum. Poſtea applicet ſtilũ ad ſecundũ foramen, & ponat extremitatẽ eius apud centrũ ſecundũ, & intueatur lucẽ, quę eſt in regula: tũc inueniet umbrá extremitatis ſtili apud centrũ lucis. Poſtea ponat extremitatẽ ſtili apud centrũ baſis uitri (quod eſt centrũ ſphęræ) & intueatur lucẽ, quę eſt ſup regulá: inueniet umbrá extremitatis ſtili ſuper centrũ lucis. Deinde ponat ſtilũ in medio lucis, quæ eſt ſup conuexũ uitri oppoſiti foramini ſecũdo, quod eſt propè illud, & intueatur lucẽ, quę eſt ſuper regulá: & inueniet umbrá extremitatis ſtili apud centrũ lucis. Ex quo patet, quòd lux, quę tranſit per centra duorũ foraminũ, tráſit etiá per centrũ baſis uitri, & per mediũ ſuperficiei lucis, quę eſt in cõuexo uitri. Manifeſtũ eſt igitur q̃d lux, quę tráſit in corpus uitri, extẽditur ſecundũ rectitudinẽ lineę tráſeuntis per cẽtra duorũ foraminũ: hęc aũt linea eſt diameter ſphęræ uitreæ. Ná perpẽdicularis exiens à cẽtro baſis uitri ad laminá, eſt æqualis diametro foraminis: diameter autẽ foraminis eſt æqualis perpẽdiculari exeunti à cẽtro foraminis ad ſuperficiẽ laminę: ergo perpẽdicularis à cẽtro foraminis baſis uitri ſup ſuperficiẽ laminæ, eſt æqualis perpẽdiculari exeũti à cẽtro foraminis ad ſuperficiẽ laminę: & hæ duę perpẽdiculares cadũt ſuper diametrũ laminę. Linea ergo, quę tráſit per cẽtra duorũ foraminũ, ſi fuerit extẽſa in rectitudine, perueniet ad centrũ ſphęræ uitreæ: erit ergo diameter huius ſphęræ: eſt ergo perpẽdicularis ſup ſuperficiẽ huius ſphęræ [ut demonſtratũ eſt 25 n 4.] Experimẽtatione aũt uitrorũ cubicorũ patuit, quòd lux, quę extẽditur in corpus uitri, eſt in rectitudine lineę, ꝑ quá extẽdebatur in aere: & linea, ꝑ quá extẽdebatur in aere, erat illic perpẽdicularis ſup ſuperficiẽ uitri. Et oportet experimentatorẽ auferre regulá ſubtilẽ, applicatá ad ſuperficiẽ laminę: & cõponat inſtrumentũ ſecũdò, & moueat ipſum, quouſq; lux tráſeat ꝑ duo foramina, & intueatur orá inſtrumẽti, quæ eſt intra uas: & inueniet lucẽ ſuper orá inſtrumẽti, & inueniet centrũ lucis in pũcto, quod eſt differẽtia communis inter circumferentiá circuli medij & lineá perpẽdicularem in ora inſtrumẽti, quod eſt extremitas diametri circuli medij, tráſeuntis per cẽtra duorũ foraminũ: & lux, quæ extẽditur ꝑ hác lineá, erit differentia cõmunis perueniens ad centrum ſphęræ uitreę. Centrum ergo lucis, quę eſt in ora inſtru-



instrumenti, & centrum sphæræ uitreæ, & centrum duorum foraminum sunt in eadem linea recta. Ex quo patet, quòd lux, quæ transit in corpus uitri, perueniens ad cētrum sphæræ eius, cum extrahitur in aerem, extenditur in rectitudine lineæ, per quam extendebatur in corpore uitri. Hæc autem linea est perpendicularis super superficiem basis uitri, quæ est æquidistans diametro laminæ, quæ est perpendicularis super superficiem basis uitri: quia est perpendicularis super lineā rectam, quæ est differentia communis duabus superficiebus uitri æqualibus, quarum altera est superposita superficiei laminæ, & reliqua erecta super superficiem laminæ. Linea igitur transiens per centra duorum foraminum & per centrum sphæræ uitreæ est perpendicularis super superficiem uitri: est ergo perpendicularis super superficiem aeris, qui tangit hanc superficiem. Et si experimentator infuderit aquam in uas, remanente uitro in sua positione, & posuerit aquam supra cētrum uitri, & inspexerit lucem, quæ est in ora instrumenti: inueniet centrum lucis super extremitatē diametri medij circuli. Et si euulserit uitrum, & posuerit illud in lamina è contrario huic ordinationi, scilicet, ut superficies æqualis sit ex parte foraminum, & conuexitas uitri sit ex parte interiore uasis: & superposuerit lineam rectam, quæ est in uitro, quæ est differentia communis duabus suis superficiebus æqualibus, super lineam rectam, quæ est in lamina, secātem perpendiculariter diametrum laminæ, & posuerit medium huius lineæ, scilicet, quæ est in uitro, super centrū laminæ, & inspexerit lucem, sicut fecit in prima positione: inueniet lucem cadentem super oram instrumenti, & inueniet centrum lucis super punctum, quod est differentia cōmunis medij circuli, & lineæ stanti in ora instrumenti. Ex quibus declarabitur, quòd lux solis, quæ transit per centra duorum foraminum, transit etiam in corpus uitri secundum rectitudinem lineæ, per quam extendebatur in aere: & postquam egreditur corpus uitri, extenditur etiam in aere secundum rectitudinem lineæ, per quam extendebatur in uitro: lineaq́;, quæ transit per centra duorum foraminum, est in hac positione etiā perpendicularis super superficiem uitri, oppositam foramini, scilicet superficiē, quæ est basis hemisphærij. Et hæc linea est etiam perpendicularis super superficiem cōuexam: nam in hac positione etiam est diameter sphæræ: est ergo perpendicularis super superficiem aeris contingentis superficiem sphæræ. Et si experimentator infuderit aquam in uas, & reliquerit uitrum in sua positione, & posuerit aquam infra centrum uitri, & aspexerit lucem, quę est in ora instrumenti: inueniet centrum lucis in extremitate diametri medij circuli. Ex his ergo experimentationibus, quæ fiunt per cubicum & sphęricum uitrum, patet, quòd si lux occurrerit corpori diaphano diuersæ diaphanitatis à corpore, in quo est, & linea, per quam extenditur, fuerit perpendicularis super superficiem secūdi corporis: tunc lux extenditur in secundo corpore in rectitudine lineæ, per quam extendebatur in corpore primo: nec differt, si secundum corpus fuerit grossius primo aut subtilius.

7. Radi⁹ medio rariori obliquus, refringitur à ꝑpēdiculari à refractiōis pūcto excitata. 45 p 2.

Item oportet experimentatorē euellere uitrū, & referre illud ad laminā, & ponere mediū lineæ rectæ, quæ est in eo, super centrū laminæ, & ponere superficiē æqualem ex parte duorū foraminum, & lineā, quæ est in uitro, quæ est differētia cōmunis duabus suis superficiebus, obliquā super diametrū laminæ qualibet obliquatione, & ponere obliquationē diametri laminæ super hāc lineam ad illam partē, ad quā declinabat apud experimentationē aquæ. Necesse est igitur, ut perpendicularis, quæ egreditur à centro uitri, quæ est super superficiē uitri perpendicularis, quę extēditur in corpore uitri, obliqua sit à linea transeunte per cētra duorum foraminū ad partē, in qua sunt duo foramina. Et applicet experimentator uitrū secundū hunc situm applicatione fixa, & ponat instrumentū in uas, & uas in sole, & moueat instrumentū, donec lux trāseat per duo foramina, & intueatur lucē, quæ est intra uas: tunc inueniet illā in interiore ora instrumēti, & inueniet centrū lucis in circumferentia medij circuli: sed extra punctū, quod est differentia cōmunis circumferētiæ circuli medij, & lineæ stanti in ora instrumenti: & declinatio eius erit ad partem, in qua est sol: erit ergo ad partem perpēdicularis, exeuntis à loco refractionis. Et hæc lux extenditur in aere in rectitudine lineæ, transeuntis per centra duorū foraminū: & hęc linea in hoc situ perueniet ad centrū sphęræ uitreæ, & erit obliqua super superficiē æqualem. Huius autē lucis terminatio extēsionis in uitro est à cētro uitri: extēditur igitur in corpore uitri secundū lineam rectā, exeuntem à centro sphæræ: ergo illius est diameter: hęc igitur lux extēditur in corpore uitri secundū uerticationē diametri alicuius eius. Cū ergo peruenerit ad sphęricam superficiē, erit perpendicularis super illā: & cum extrahetur in aerem, erit perpendicularis super aerem contingentē superficiem sphęricam. Non ergo refringitur in aere, neq; extēditur rectè: ergo refringitur, sed nō in corpore uitri, neq; in cōuexo eius, neq; in primo aere, neq; in secūdo: ergo refringitur apud centrum uitri: & hęc lux est obliqua super superficiem ęqualem, in qua est centrum uitri. Ex quibus patet, quòd, cum lux extenditur in aere & transit in uitrum, & fuerit obliqua super superficiem uitri: refringetur, & non transibit rectè: & refractio eius erit ad partem, in qua est perpendicularis, exiens à loco refractionis: & corpus uitri grossius est corpore aeris. Manifestum est igitur ex hac experimentatione, & prima de refractione lucis ab aere ad aquam (luce existente obliqua super superficiem aquę) quòd, cum lux fuerit extensa in corpore subtiliore, & occurrerit illi grossius corpus: refringetur ab ipso: & erit refractio eius ad partem, in qua est linea exiens à loco refractionis, quę est perpendicularis super superficiē corporis grossioris. Item oportet experimentatorem euellere uitrum, & ponere ipsum è contrario: scilicet ut superficies conuexa sit ex parte foraminum, & ponat medium differentię communis, quę est in uitro super centrum laminę, & ponat differētiam communem obliquā super diametrum laminę, & applicet

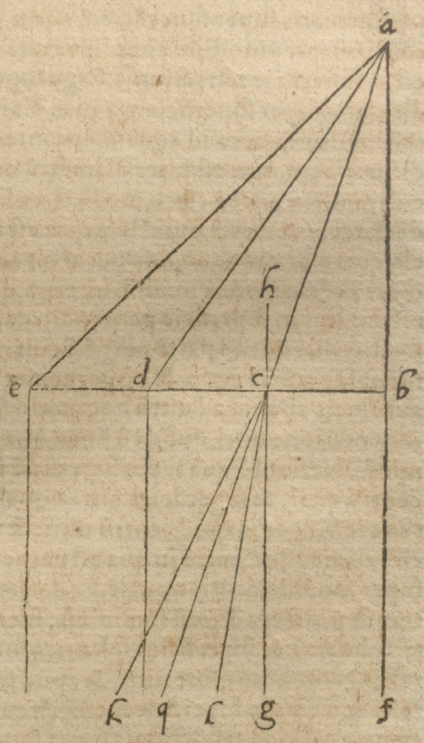
applicet uitrum applicatione fixa, & extrahat à centro laminæ lineá in superficie perpendicularem super differẽtiam communẽ, quæ est in uitro: erit hæc linea perpendicularis super superficiẽ uitri. Nam superficies uitri æqualis, est perpendicularis super superficiẽ laminæ. Deinde experimẽtator ponat instrumentũ in uase existente sine aqua, & moueat instrumentũ, quousq; lux trãseat per duo foramina, & intueatur lucem, quæ est intra uas: tunc inueniet illam in interiore ora instrumenti, & inueniet centrum lucis in circumferentia medij circuli, & extra punctum, quod est differentia communis circumferentiæ medij circuli, & lineæ perpendiculari, in ora instrumenti: quod punctum est extremitas diametri medij circuli: & inueniet declinationem eius ad cõtrariam partẽ illi, in qua est perpendicularis. Hæc autẽ lux extenditur in uitro secundũ rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorum foraminũ: quia hæc linea est diameter uitri in hac etiá positione, quia transit per centrũ uitri. In hac ergo positione refractio lucis etiam est apud centrum uitri: & hęc lux est obliqua super superficiem uitri æqualem, & superficiem aeris contingentem uitrum. Ex quibus patet, quòd, cum lux extẽditur in uitro, & egreditur ad aerem, & fuerit obliqua super superficiem aeris: refringetur: & refractio eius erit in superficie circuli medij, & ad partem contrariam illi, in qua est linea exiens à loco refractionis, quæ est perpendicularis super superficiem aeris. Et si experimentator infuderit aquam in uas (existente uitro in sua positione) & posuerit aquam super centrum uitri, & aspexerit lucem, quæ est intra uas: inueniet lucem in interiore parte oræ instrumenti, & inueniet centrum lucis in circumferentia medij circuli, & inueniet illud extra extremitatem diametri medij circuli, obliquum ad partem contrariam illi, super quam cadit perpendicularis: & inueniet distãtiam centri lucis ab extremitate diametri medij circuli minorem distantia centri lucis ab hoc puncto, in experientia egressus lucis à cẽtro ad aerem: quia aer est subtilior aqua, aqua autem est subtilior uitro. Ex hac autem experimentatione, & prædicta, patet, quòd quando lux extenditur in corpore grossiore, & occurrerit corpori subtiliori, & fuerit obliqua super superficiem corporis subtilioris: refringetur, & non transibit rectè: & refractio eius erit ad partem contrariá illi, in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis, quæ est perpendicularis super superficiem corporis subtilioris: & tantò magis declinabit à perpendiculari, quantò corpus erit subtilius. Item oportet experimentatorem euellere uitrum, & ponere etiam ipsum in superficie laminæ, & superponat lineam rectam, quæ est in eo, super lineam rectam, quæ est in lamina, & ponat superficiem eius conuexam ex parte duorum foraminum, & lineam rectam, quę est in uitro, extra centrum laminæ, & coniungat uitrum bene, & ponat regulam subtilem super superficiem laminæ, & erigat eam super oram eius, & ponat superficiem eius, in qua signatur linea, ex parte uitri, & terminus eius secet diametrum laminæ perpendiculariter, & applicetur hoc modo. Sic ergo linea, quæ transit per centra duorum foraminum, non transit per centrum sphæræ, sed per aliud punctum superficiei uitri æqualis: & erit obliqua super sphæricam superficiem. Deinde oportet experimentatorem ponere instrumentum in uase, & uas in sole: & moueat instrumentum, quousque lux transeat per duo foramina, & intueatur superficiem regulæ: tunc inueniet lucem super superficiem regulæ, & centrum eius super lineam, quæ est in superficie regulæ, & centrum lucis extra rectitudinem lineæ, quæ transit per centra duorum foraminum: & inueniet declinationem eius ad partem, in qua est centrum uitri: & inueniet lineam, quæ transit per centra duorum foraminum, perpendicularẽ super superficiem uitri æqualem [per 8 p 11] est enim æquidistans diametro, & diameter laminæ est perpendicularis super superficiem uitri æqualem. Et si lux transisset per centra duorum foraminum, & extenderetur secundum rectitudinem ad superficiem æqualem: tunc extenderetur in rectitudine in aere: sed cum centrum lucis, quę est in regula, non sit in rectitudine huius lineæ: ergo lux nõ extenditur in rectitudine ipsius ad superficiem æqualem: & lux in corpore uitri extenditur rectè: ergo lux, quæ extenditur in corpore uitri, non est in rectitudine lineæ, quæ transit per cẽtra duorum foraminum: ergo est refracta: sed non in aere, neque in corpore uitri: ergo refringitur apud sphæricam superficiem uitri. Et linea, quæ transit per centra duorum foraminum, nõ transit per centrum uitri: & hæc lux, cum egreditur à superficie uitri æquali, refringitur. Sed cum regula subtilis fuerit ualde propinqua superficiei uitri: tunc declinatio centri lucis, quæ est in regula, à rectitudine lineæ, quę extenditur in corpore uitri, non latebit in tantùm, ut possit occultare refractionem lucis in corpore uitri aut partem eius. Et hæc refractio erit ad partem, in qua est centrum uitri: ergo est ad perpendicularem exeuntem à loco refractionis, perpendicularem super superficiem uitri sphæricam: quia linea exiens à centro uitri ad punctũ refractionis, est perpendicularis exiens à loco refractionis super superficiem sphæricam. Deinde oportet experimentatorem euellere uitrum, & ponere è contrario huic positioni: scilicet ut ponat superficiem uitri æqualem ex parte duorum foraminũ, & ponat differentiam communem duabus superficiebus æqualibus uitri, super lineam secantem diametrum laminę perpendiculariter, & ponat medium differentiæ cõmunis extra centrũ laminæ. Vitro autẽ coniuncto hoc modo: linea, quæ transit per centra duorũ foraminum, non transit per centrũ uitri, sed perueniet ad punctum de superficie eius æquali, in qua est centrũ eius, extra punctũ centri: & erit perpendicularis super superficiem æqualẽ, sicut supradictũ est. Et cũ linea, quæ transit per centra duorũ foraminum, extẽsa fuerit rectè in imaginatione: perueniet ad punctũ, quod est extremitas diametri circuli medij. Et cũ experimentator posuerit uitrũ hoc modo, ponet instrumẽtum in uase, & uas in sole, & moueat instrumentũ, donec lux transeat per duo foramina, & intueatur oram instrumẽti: & inueniet lucem in interiore parte oræ instrumenti, & inueniet centrum lucis in circumferentia circuli medij,

medij,& extra punctum,quod eſt extremitas diametri circuli medij:& declinans ad partem,in qua eſt centrum ſphæræ uitreæ. Et linea, quæ egreditur à centro huius ſphæræ in imaginatione ad locum refractionis,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem huius ſphæræ: eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem aeris,qui contingit ſuperficiem ſphæræ.Hęc ergo refractio eſt ad partẽ contrariam illi,in qua eſt perpendicularis,exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem aeris contingẽtis ſuperficiem ſphæræ.Lux autem,quæ tranſit per centra duorum foraminum,tranſit in corpus uitri rectè: quia eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri æqualem,oppoſitam duobus foraminibus: & perueniet ad conuexitatem ſphæræ uitreæ : & cum peruenerit ad illam ſuperficiem , non erit perpendicularis ſuper illam: cũ non ſit diameter in ſphæra.Et omnis perpendicularis ſuper ſphæræ ſuperficiem,eſt diameter illius,aut ſecundum rectitudinem diametri illius [ut cõſtat è 4 th 1 ſphæ.] Sed lux,quæ extenditur in corpore uitri hoc modo,non eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ aeris contingentis conuexum uitri:& hæc lux inuenitur refracta: ergo refringitur apud conuexum ſphæræ. Et ſi experimentator infuderit aquam intra uas , (uitro remanente in ſuo ſitu) & poſuerit aquam infra centrum laminæ,& aſpexerit lucem,quæ eſt in ora inſtrumenti : inueniet lucem refractam ad partem,in qua eſt centrum uitri: ergo ad partem contrariam illi,in qua eſt perpendicularis , exiens à loco refractionis,quæ extenditur à corpore uitri in corpore aeris perpendicularis ſuper concauitatem aeris,contingentis conuexum uitri. Ex omnibus ergo his experimentationibus patet,quòd lux ſolis tranſit in omne corpus diaphanum ſecũdum uerticationes linearum rectarum:& cum occurrit corpori diaphano diuerſæ diaphanitatis à diaphanitate corporis , in quo eſt , lineæque , per quas extenditur in primo corpore,fuerint declinãtes ſuper ſuperficiem ſecundi corporis : tunc lux refringitur in corpore ſecundo in uerticatione linearũ rectarum aliarum à primis , per quas extendebatur in primo corpore. Et ſi lineæ rectæ,per quas extendebatur in primo corpore , fuerint perpendiculares ſuper ſuperficiem ſecundi corporis : tunc lux extenditur in rectitudine eius,& nõ refringitur. Et cum lux obliqua fuerit , & exierit à corpore ſubtiliore ad groſsius, refringetur ad partem perpendicularis , exeuntis à loco refractionis perpendicularis ſuper ſuperficiem ſecundi corporis. Cum uerò lux obliqua,fuerit extenſa à groſsiore ad ſubtilius: refringetur ad partem contrariam perpendicularis exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiem ſecundi corporis. Cum ergo lux tranſeat per omnia diaphana ſecundum lineas rectas: ergo omnes luces extendentur in omnibus corporibus diaphanis:quia declaratum eſt in primo tractatu huius libri [14.17.28 n] quòd proprium lucis eſt extendi ſemper ſecundum lineas rectas,ſiue lux fuerit eſſentialis, ſiue accidentalis, ſiue fortis,ſiue debilis.Præterea poteſt experimentator experiri luces accidentales in illo prædicto inſtrumento,& illis uijs prædictis : ſi in aliqua domo , in quam intret lux diei per aliquod foramen alicuius quantitatis,clauſerit ianuam,& poſuerit inſtrumẽtum in oppoſitione foraminis , & inſpexerit lucem, quæ eſt intra aquam , & ultra uitrum in ora inſtrumenti , & proceſſerit per uias præoſtenſas in experimentatione lucis ſolis. Cum ergo experimentator expertus fuerit lucem accidentalem his prædictis uijs:inueniet lucem accidentalem tranſeuntem per corpus aquæ & per corpus uitri,& inueniet extenſionem eius in uitro ſecũdum uerticationes linearũ rectarum : & refractam, ſi fuerit obliqua ſuper ſuperficiem ſecundi corporis: & rectam,ſi fuerit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem corporis ſecundi. In primo autem tractatu declaratum eſt , quòd lux omnis ſiue eſſentialis, ſiue accidentalis , ſiue fortis,ſiue debilis, ſemper extenditur à quolibet puncto cuiuslibet corporis ſecundum lineam rectam.Ex iſtis ergo omnibus,quæ declarauimus experientia & ratione : patet, quòd omnis lux in corpore lucido eſſentialiter aut accidentaliter , fortiter aut debiliter extenditur à quolibet puncto illius per corpus diaphanum, contingẽs illud corpus , per omnẽ lineam rectam, per quam poterit extendi,ſiue illud corpus contingens ſit aer, aut aqua , aut lapis diaphanus. Et ſi luces extenſæ per corpus contingens lucem,quæ eſt principium eius, occurrerint corpori diuerſæ diaphanitatis à diaphanitate corporis , in quo exiſtit, & fuerint in lineis perpendicularibus ſuper ſuperficiem ſecundi corporis:extendentur rectè in ſecundo corpore: & ſi fuerint in obliquis lineis ſuper ſuperficiẽ ſecundi corporis,refringentur in ſecundo corpore:tum in ſecundo corpore extendentur in uerticatione linearum rectarum aliarum à primis. Et ſi lux fuerit refracta : tunc linea,per quam extendebatur lux in primo corpore,& linea per quam refringebatur in ſecundo:erunt in eadem æquali ſuperficie [ut oſtenſum eſt 5 n] & refractio eius, cum egreſſa fuerit à corpore ſubtiliore ad groſsius:erit ad partem perpendicularis, exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiem groſsioris corporis:& cũ egreſſa fuerit à groſsiore corpore ad ſubtilius:tũc refractio eius erit ad partem cõtrariã illi,in quã eſt perpẽdicularis exiẽs à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ ſubtilioris corporis.

8. Radius medio perpẽdicularis,irrefractus penetrat , obliquus refringitur:in denſiore quidem ad perpendicularem:in rariore uerò à perpẽdiculari è refractionis puncto excitata. 47 p 2.

QVare autẽ refringatur lux,quando occurrit corpori diaphano diuerſæ diaphanitatis, cauſſa hæc eſt:quia tranſitus lucis per corpora diaphana fit per motum uelociſsimum,ut declarauimus in tractatu ſecundo.Luces ergo,quę extenduntur per corpora diaphana,extenduntur motu ueloci,qui non patet ſenſui propter ſuam uelocitatem. Præterea motus earum in ſubtilibus corporibus,ſcilicet in illis, quæ ualde ſunt diaphana , uelocior eſt motu earum in ijs , quæ ſunt groſsiora illis,ſcilicet quæ minus ſunt diaphana. Omne enim corpus diaphanum,cum lux trãſit in ipſum,reſiſtit luci aliquantulum , ſecũdum quod habet de groſsitie. Nam in omni corpore naturali

necesse est, ut sit aliqua grossities: nam corpus paruæ diaphanitatis nō habet finem in imaginatione, quæ est imaginatio lucidæ diaphanitatis: & omnia corpora naturalia perueniūt ad finem, quem non possunt transire. Corpora ergo naturalia diaphana non possunt euadere aliquam grossitiem. Luces ergo cum transeunt per corpora diaphana, transeunt secundū diaphanitatem, quæ est in eis, & sic impediunt lucem secundum grossitiem, quæ est in eis. Cum ergo lux transiuerit per corpus diaphanum, & occurrit alij corpori grossiori primo: tunc corpus grossius resistit luci uehemētius, quàm primum resistebat: & omne motum cum mouetur ad aliquam partem essentialiter aut accidentaliter, si occurrerit resistenti, necesse est, ut motus eius transmutetur: & si resistentia fuerit fortis: tunc motus ille refringetur ad contrariam partem: si uerò debilis, nō refringetur ad contrariam partem, nec poterit per illā procedere, per quam incœperat: sed motus eius mutabitur. Omnium autem motorum naturaliter, quæ rectè mouentur per aliquod corpus passibile: trāsitus super perpendicularem, quæ est in superficie corporis, in quo est trāsitus, erit facilior. Et hoc uidetur in corporibus naturalibus. Si enim aliquis acceperit tabulā subtilem, & paxillauerit illam super aliquod foramen amplum, & steterit in oppositione tabulæ, & acceperit pilam ferream, & eiecerit eā super tabulam fortiter, & obseruauerit, ut motus pilæ sit super perpendicularem super superficiem tabulæ: tunc tabula cedet pilæ aut frangetur, si tabula subtilis fuerit, & uis, qua sphæra mouetur, fuerit fortis. Et si steterit in parte obliqua ab oppositione tabulę, & in illa eadē distantia, in qua prius erat, & eiecerit pilam super tabulam illam eandem, in quam prius eiecerat: tunc sphæra labetur de tabula, si tabula non fuerit ualde subtilis, nec mouebitur ad illam partem, ad quam primò mouebatur, sed declinabit ad aliquam partem aliam. Et similiter, si acceperit ensem, & posuerit corā se lignum, & percusserit cum ense, ita ut ensis sit perpendicularis super superficiem ligni: tunc lignum secabitur magis: & si fuerit obliquus, & percusserit obliquè lignum: tunc lignum non secabitur omnino, sed fortè secabitur in parte, aut fortè ensis errabit deuiando: & quanto magis fuerit ensis obliquus, tantò minus aget in lignum: & alia multa sunt similia: ex quibus patet, quòd motus super perpendicularem est fortior & facilior: & quòd de obliquis motibus ille, qui uicinior est perpendiculari, est facilior remotiore. Lux ergo, si occurrit corpori diaphano grossiori illo corpore, in quo existit: tunc impedietur ab eo, ita quòd non transibit in partem, in quam mouebatur, sed quia non fortiter resistit, non redibit in partem, ad quam mouebatur. Si ergo motus lucis transiuerit super perpendicularem, transibit rectè propter fortitudinem motus super perpendicularem: & si motus eius fuerit super lineam obliquam: tunc nō poterit transire propter debilitatem motus: accidit ergo, ut declinetur ad partem motus, in quam facilius mouebitur, quàm in partem, in quam mouebatur: sed facilior motuum est super perpendicularem: & quod uicinius est perpendiculari, est facilius remotiore. Et motus in corpore, in quod transit, si fuerit obliquus super superficiem illius corporis, componitur ex motu in parte perpendicularis trāseuntis in corpus, in quo est motus, & ex motu in parte lineæ, quæ est perpendicularis super perpendicularem, quæ transit in ipsum. Cum ergo lux fuerit mota in corpore diaphano grosso super lineā obliquam: tunc trāsitus eius in illo corpore diaphano erit per motum compositum ex duobus prædictis motibus. Et quia grossities corporis resistit ei ad uerticationem, quam intēdebat, & resistentia eius non est ualde fortis: ex quo sequeretur, quòd declinaret ad partē, ad quām facilius transiret: & motus super perpendicularem est facilimus motuum: necesse est ergo, ut lux, quæ extēditur super lineam obliquam, moueatur super perpendicularem, exeuntem à puncto, in quo lux occurrit superficiei corporis diaphani grossi. Et quia motus eius est compositus ex duobus motibus, quorū alter est super lineam perpendicularem super superficiē corporis grossi, & reliquus super lineam perpendicularem super perpendicularem hanc: & motus compositus, qui est in ipso, nō omnino dimittitur, sed solummodo impeditur: necesse est, ut lux declinet ad partē faciliorem parte, ad quam prius mouebatur, remanente in ipso motu composito: sed pars facilior parte, ad quam mouebatur remanente motu in ipso, est illa pars, quę est uicinor perpēdiculari Vnde lux, quę extēditur in corpore diaphano, si occurrit corpori diaphano grossiori corpore, in quo existit: refringetur per lineam propinquiorem perpendiculari, exeunti à puncto, in quo occurrit corpori grossiori, quæ extenditur in corpore grossiore per aliam lineam quàm sit linea, per quam mouebatur. Hęc ergo caussa est refractionis splendoris in corporibus diaphanis, quæ sunt grossiora corporibus diaphanis, in quibus existunt: & ideo refractio propriè est inuēta in lucibus obliquis. Cum ergo lux extenditur in corpore diaphano, & occurrerit corpori diaphano diuersæ diaphanitatis à corpore, in quo existit, & grossiori, & fuerit obliqua super superficiem corporis diaphani cui occurrit: refringetur

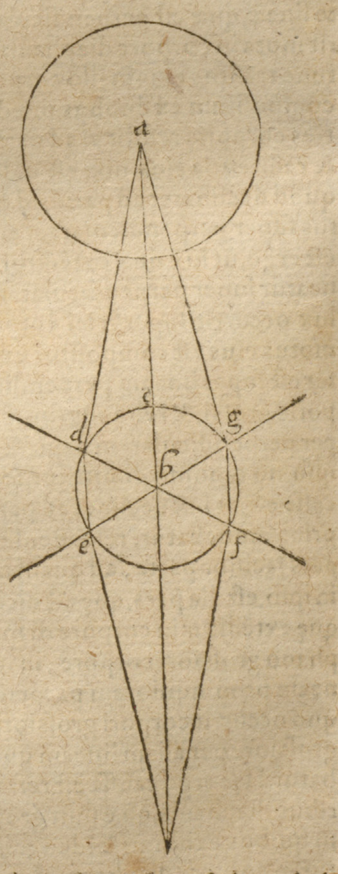


ad partē perpendicularis super superficiem corporis diaphani extēsæ in corpore grosſiore. Cauſa autem, quæ facit refractionem lucis à corpore grosſiore ad corpus ſubtilius ad partem contrariam parti perpēdicularis, eſt: quia cum lux mota fuerit in corpore diaphano, repellet eam aliqua repulſione, & corpus grosſius repellet eam maiore repulſione, ſicut lapis, cū mouetur in aere, mouetur facilius & uelocius, quàm ſi moueretur in aqua: eò quòd aqua repellit ipſum maiore repulſione, quàm aer. Cum ergo lux exierit à corpore grosſiore in ſubtilius: tunc motus eius erit uelocior. Et cum lux fuerit obliqua ſuper duas ſuperficies corporis diaphani, quod eſt differentia cōmunis ambobus corporibus: tunc motus eius erit ſuper lineam exiſtētem inter perpendicularem, exeuntem à principio motus eius, & inter perpendicularem ſuper lineam perpendicularem, exeuntem etiam à principio motus. Reſiſtentia ergo corporis grosſioris erit à parte, ad quam exit ſecunda perpendicularis. Cum ergo lux exiuerit à corpore grosſiore, & peruenerit ad corpus ſubtilius: tunc reſiſtentia corporis ſubtilioris facta luci, quæ eſt in parte, ad quam ſecunda exit perpendicularis, erit minor prima reſiſtentia: & ſit motus lucis ad partem, à qua reſiſtebatur, maior. Et ſic eſt de luce in corpore ſubtiliore ad partem contrariam parti perpendicularis.

DE QVALITATE REFRACTIONIS LVCIS IN corporibus diaphanis. Cap. III.

9. Superficies refractionis eſt perpendicularis ſuperficiei refractiui. 2 p 10.

IN prædicto capitulo [5 n] declaratū eſt, quòd omnis lux, quæ refringitur à corpore diaphano ad aliud corpus diaphanum, ſemper erit in una ſuperficie æquali. Linea ergo recta, per quā extenditur lux in aere, & linea recta, per quam refringitur in aqua, ſemper erūt in eadem ſuperficie æquali. Hæc autem ſuperficies apud inſpectionem inſtrumenti prædicti, eſt medius circulus ille ex tribus ſignatis in interiore parte oræ inſtrumēti & ille circulus eſt æquidiſtans ſuperficiei interioris laminæ: ſed ſuperficies interioris laminæ eſt æquidiſtans ſuperficiei dorſi, cui ſuperponitur ſuperficies regulæ quadratæ: ergo ſuperficies circuli medij eſt æquidiſtās ſuperficiei regulæ quadratæ: & ſuperficies regulæ quadratæ, quæ eſt ſuperpoſita dorſo laminæ, eſt perpendicularis ſuper alteram ſuperficiem, ſecantem ſuperficiem ſuperpoſitam: & hæc ſuperficies regulæ ſuperponitur ſuperficiei duarum differētiarum ſibi applicatarum in duabus extremitatibus regulæ: ſed ſuperficies duarum differentiarum ſuperponitur oræ inſtrumenti. Ergo ſuperficies medij circuli eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem tranſeuntem ſuper oram inſtrumenti. Et hæc ſuperficies tranſiens per oram inſtrumenti, eſt æquidiſtans horizonti apud experimētationem. Superficies ergo medij circuli eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem horizontis. Cum ergo declaratū ſit [4. 7. 8 n] quòd lux, quæ eſt in aere, & refringitur in aqua, eſt apud experimentationem in circumferētia medij circuli: manifeſtum, quòd lux, quę extenditur in aere, & refringitur in aqua, eſt ſemper in eadem ſuperficie æquali ſuper ſuperficiem horizontis. Et etiam imaginemur lineam à centro medij circuli ad centrum mundi: ſic ergo linea hæc erit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ [ut oſtenſum eſt 25 n 4] quia eſt diameter mundi: ſed hęc linea eſt in ſuperficie medij circuli: ergo eſt in ſuperficie refractionis. Ergo ſuperficies refractionis eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ. Et iam declaratū eſt, quòd cū lux refringitur ex aere ad aquam: erit inter primam lineā, per quā extenditur in aere, quæ eſt inter diametrū medij circuli, & inter perpendicularem, exeuntē à cētro medij circuli ſuper ſuperficiē aquæ. Et iam declaratum eſt etiā, quòd lux, quæ eſt in puncto, quod eſt centrū lucis, quæ eſt intra aquā, non peruenit ad ipſum, niſi ex luce, quæ extēditur à cētro medij circuli. Lux ergo, quę refringitur ex aere ad aquā, refringitur in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiē aquæ. Et refractio eius erit ad partē perpēdicularis exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiē aquæ, & nō perueniet ad perpendicularē. Refractio autē lucis ab aere ad uitrū hoc modo fit. Declaratū eſt enim in experimentatione uitri, quòd cū linea, quæ tranſit per centra duorū foraminū, fuerit obliqua ſuper ſuperficiē uitri æqualē, & tranſiuerit per centrū uitri, & ſuperficies uitri æqualis fuerit ex parte foraminum: tunc refringetur apud centrū uitri: & refractio eius erit in ſuperficie circuli medij ad partē, in qua eſt perpendicularis, exiens à cētro uitri ſuper ſuperficiē uitri æqualē. Et declaratū eſt etiā, quòd cū linea, quę tranſit per cētra duorū foraminū, fuerit obliqua ſuper ſuperficiē uitri ſphæricā: & ſuperficies ſphærica fuerit ex parte foraminū: tūc lux refringetur in corpore uitri, & apud ſuperficiē uitri ſphæricā: & erit refractio eius in ſuperficie medij circuli, & ad partē perpendicularis, exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiē uitri ſphæricam. Et ſuperficies uitri æqualis, in qua eſt centrū uitrei circuli, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem laminæ. Eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem medij circuli. Superficies ergo medij circuli eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri æqualem.

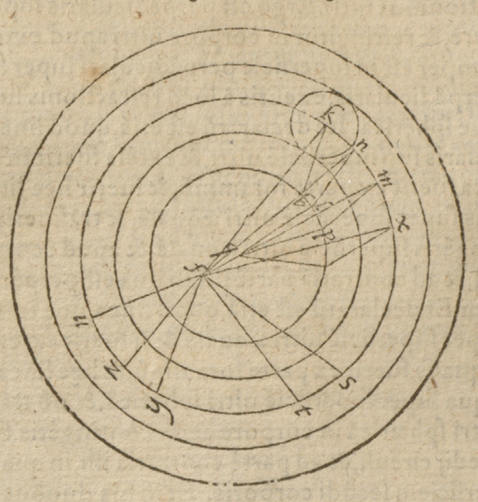


æqualem.Et ſuperficies circuli medij tranſit etiã per centrũ ſphæræ uitreæ in omnibus experimentationibus uitri.Ergo eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ uitri ſphæricã. Lux ergo,quę extẽditur in aere,& refringitur in corpore uitri apud extenſionẽ eius in aere, poſtquã iterũ refringitur in uitro, ſemper eſt in ſuperficie perpẽdiculari ſuper ſuperficiẽ uitri. Et ſemper refractio eius erit ad partem perpẽdicularis,exeũtis à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ uitri,ſiue ſuperficies uitri fuerit æqualis, ſiue ſphęrica. Itẽ declaratũ eſt etiã,quòd linea,quę trãſit per duo cẽtra foraminũ, cũ fuerit perpẽdicularis ſup ſuperficiẽ uitri,& extẽſa fuerit in corpus uitri ſecundũ rectitudinẽ, & ſuperficies ſphærica fuerit ex parte foraminũ,& fuerit hęc linea,ſcilicet quę trãſit per centra duorũ foraminũ,declinãs ſuper ſuperficiẽ uitri æqualẽ,& trãſiuerit per centrũ uitri, & refracta fuerit in corpore aeris cõtingẽtis ſuperficiẽ uitri æqualẽ,& apud centrũ uitri : tũc refractio eius erit in ſuperficie circuli medij,& ad contrariã partẽ illi,in qua eſt perpẽdicularis,exiẽs à cẽtro uitri ſuper ſuperficiẽ uitri æqualem.Et declaratũ eſt etiã,quòd linea,quę trãſit per cẽtra duorũ foraminũ,cũ fuerit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ uitri æqualẽ,& ſi fuerit extenſa in corpore uitri ſecundũ rectitudinẽ, & ſuperficies æqualis fuerit ex parte foraminũ,& hęc linea,ſcilicet quę trãſit per cẽtra duorũ foraminũ,fuerit obliqua ſuper ſuperficiẽ uitri ſphęricã,& nõ trãſiens per centrũ eius, & fuerit refracta apud ſuperficiẽ uitri ſphæricã in corpore aeris contingẽtis ſuperficiẽ ſphęricam: tũc refractio eius erit in ſuperficie medij circuli,& ad partẽ contrariã illi,in qua eſt perpẽdicularis,exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem ſecũdi corporis. Et in his duobus ſitibus ſuperficies etiã medij circuli eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ uitri æqualẽ & ſphæricã. Lux ergo,quę extẽditur in corpore uitri, & refringitur in aere,dũ extẽditur in uitro,& refringitur in aere, ſemper eſt in ſuperficie perpẽdiculari ſuper ſuperficiem aeris: & ſemper refractio erit ad partẽ contrariam illi,in qua eſt perpẽdicularis exiens à loco refractionis ſup ſuperficiẽ aeris. Ex omnibus ergo iſtis prædeclaratis patet, quòd omnis lux refracta à corpore diaphano ad aliud corpus,ſemper refringitur in ſuperficie perpẽdiculari ſuper ſuperficiem ſecũdi corporis. Et ſi ſecundũ corpus fuerit groſsius primo:tũc refractio eius erit ad partem perpẽdicularis,exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ ſecũdi corporis,& nõ peruenit ad perpendicularem. Et ſi ſecundũ corpus fuerit ſubtilius primo:refractio erit ad partẽ contrariam illi,in qua eſt perpẽdicularis, exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ ſecundi corporis,ſecundũ diuerſitatem figurarũ ſuperficierum corporũ diaphanorũ. Et ex his etiã patet,quòd cum lux refringitur à corpore diaphano ad ſecundũ corpus diaphanũ, & de ſecũdo ad tertiũ : refringetur etiã in ſuperficie tertij,ſi diaphanitas tertij differt à diaphanitate ſecũdi:ſi uerò tertiũ fuerit groſsius ſecũdo:tũc refractio lucis erit ad partẽ perpẽdicularis exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ tertij : ſi aũt tertiũ fuerit ſubtilius ſecũdo : tũc refractio lucis erit ad partẽ cõtrariã illi,in qua eſt perpẽdicularis. Similiter ſi lux refracta fuerit ad quartũ corpus,& ad quintum,aut ad plura. Hoc aũt declarauimus quidẽ in hoc capitulo,qualiter omnes luces refringãtur in corporibus diaphanis diuerſæ diaphanitatis. Quare aũt fiat refractio in ſuperficie perpẽdiculari ſuper ſuperficiẽ corporis diaphani,hęc eſt: quia linea,per quã extẽditur lux in primo diaphano corpore,refringitur ad partẽ perpẽdicularis in hac ſuperficie,ſcilicet, in qua eſt perpẽdicularis & prima linea: pars enim perpẽdicularis eſt in hac ſuperficie:ideo refractio fit in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiem corporis diaphani.

10. Magnitudines angulorũ refractiõis ab aere ad aquã organo refractiõis explorare. 5 p 10.

QVantitates autẽ angulorũ refractionis differũt ſecundũ quantitates angulorũ,quos continent prima linea,per quã extenditur lux in primo corpore, & perpẽdicularis exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ ſecũdi corporis,ſecundũ diaphanitatem ſecũdi corporis.Nam quantò magis creſcit angulus,quẽ cõtinent prima linea & perpẽdicularis,tantò creſcit angulus refractionis:& quantò magis decreſcit ille angulus,quẽ continẽt perpẽdicularis & prima linea,tantò decreſcit angulus refractionis. Sed anguli refractionũ nõ obſeruãt eãdẽ proportionẽ ad angulos, quos cõtinet prima linea cũ perpẽdiculari, ſed differũt hæ ꝓportiones in eodẽ corpore diaphano. Cũ ergo prima linea,per quã lux extẽditur in primo corpore, cõtinuerit cũ perpẽdiculari duos angulos inæquales,in duobus diuerſis tẽporibus,aut in duobus locis diuerſis:tũc ꝓportio anguli refractionis, quæ eſt ab angulo minore ad angulũ minorẽ, minor erit ꝓportione anguli refractionis anguli maioris ad angulũ maiorẽ.Cũ ergo experimẽtator uoluerit experiri illos angulos,diuidat à circulo medio,qui eſt in circũferentia inſtrumẽti,ex parte cẽtri foraminis,quod eſt in circũferentia inſtrumẽti,arcum decẽ partium ex illis partibus,quibus medius circulus diuiditur 360:deinde extrahamus à loco differẽtiæ lineã rectã,perpendicularẽ ſuper ſuperficiẽ laminæ,& copulemus extremitatem eius,quæ eſt in lamina,cũ centro laminæ per lineã rectã,& protrahamus ipſam in aliã partem:deinde diuidamus in circumferẽtia medij circuli etiã arcum ſequentẽ primum,cuius quãtitas ſit 90 partiũ:& ſignemus in extremitate huius arcus ſignũ.Linea ergo,quæ exit à centro medij circuli ad hoc ſignũ,erit perpẽdicularis ſuper lineã exeuntem à centro medij circuli ad primum ſignũ, quod eſt in circũferentia medij circuli [per 33 p 6 : quia hæ duæ lineæ quadrantẽ totius peripheriæ comprehẽdunt] & erit arcus reſiduus,qui eſt inter ſignũ & extremitatẽ diametri medij circuli,quę tranſit per centra duorũ foraminũ,80 partiũ.Signemus in extremitate huius diametri etiã ſignum: deinde ponamus inſtrumentũ in uaſe, & obſeruemus ut circumferentia uaſis ſit æquidiſtans horizonti,& incipiamus experiri ab hora ortus ſolis,& infundamus in uas aquam claram,quouſq; perueniat ad centrum laminæ,& moueamus inſtrumẽtum, donec prima linea ſignata in ſuperficie laminæ,contingat ſuperficiem aquæ:in hoc ergo ſitu linea,quę tranſit per centrũ circuli medij,æqui-

distans est primæ lineæ signatæ in superficie laminæ, cuius extremitas peruenit ad primũ signum, signatum in circumferentia medij circuli, & tanget etiam superficiem aquæ: locus enim harum duarum linearũ non differt in respectu superficiei aquæ, quò ad sensum. Et hæc linea continet cum linea exeunte à centro medij circuli ad signum, quod est in circumferentia medij circuli, perpendiculari super superficiem aquæ, angulum rectum: & diameter medij circuli, quæ transit per cẽtra duorum foraminum, continet cum hac perpendiculari exeunte à centro medij circuli super superficiem aquæ, angulum, cuius quantitas erit 80 partium. Hunc enim angulũ chordat arcus medij circuli, qui est inter secundũ & tertium signum: arcus autem, qui est inter centrum foraminis & primum signum, qui est 10 partium, chordat angulum declinationis. Deinde oportet experimentatorem considerare solẽ, & mutare instrumentum, donec lux transeat per duo foramina: & tunc

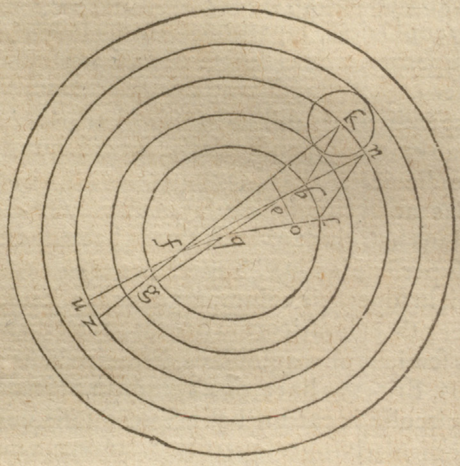


aspiciat lucem, quæ est in ora instrumenti, quæ est intra aquam, & signet super centrũ lucis signum: hoc ergo signum erit in circumferentia medij circuli: deinde auferat instrumentum, & aspiciat tertium signum, quod est inter extremitatem medij circuli, & inter secundum signum, quod est extremitas perpendicularis, exeuntis à cẽtro medij circuli super superficiem aquæ. Ex hac ergo experimentatione patebit, quòd angulus refractionis est ille, quem chordat arcus, qui est inter centrũ lucis & tertium signum, quod est extremitas lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, per quam extendebatur lux: & ex numero partium huius arcus patebit quantitas anguli refractionis, & quantitas proportionis anguli refractionis ad 80 partes, quæ est angulus, quẽ continet linea, per quam extendebatur lux, cum perpendiculari exeunte à puncto refractionis super superficiẽ aquæ. Deinde oportet experimentatorem delere signum & lineam signatam in lamina, & distinguere inter circumferentiam medij circuli ex parte centri foraminis, quod est in ora instrumenti arcum, cuius quãtitas sit 20 partium: & signet in extremitate eius signum, & extrahat ab hoc signo perpendicularem super superficiem laminæ, & extrahat ab eius extremitate lineam ad centrum laminæ: & protrahamus illam in utramq; partem: & diuidamus arcum sequentem illum (cuius quantitas 20) in partes 90: & signemus in ipso signum: & erit arcus, qui est inter signum secundum & extremitatem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, 70 partium: & signemus in extremitate huius lineæ signum. Deinde ponamus instrumentũ in uas, & reuoluamus illud, quousq; linea signata in lamina tangat superficiem aquæ. Linea ergo, quæ exit à centro circuli medij ad secundũ signum, erit perpendicularis super superficiem aquæ, ut prædictum est: & linea, quæ transit per centra duorum foraminum, continet cum hac perpendiculari angulum 70 partium. Deinde experimentator consideret solem, & moueat instrumentum, quousq; lux transeat per duo foramina, & signet super centrum lucis signum, & auferat instrumentum, & aspiciat signa, quæ sunt in circumferentia medij circuli: ex qua experimentatione habebit quãtitatem anguli refractionis, & proportionem eius ad angulum, quem continet linea, per quam extenditur lux, cum perpendiculari exeunte à loco refractionis, qui est in hoc statu 70 partiũ. Deinde experimentator auferat instrumentũ, & deleat signa, & lineam, quæ est in lamina, & diuidat arcum ex parte foraminis, cuius quantitas sit 30 partium, & procedat, ut in primis ablationibus: & sic habebit quãtitatem anguli refractionis & proportionem eius ad angulum, quem continet linea, per quam extendebatur lux cum perpendiculari exeunte à loco refractionis, qui est in hoc situ 60 partium. Deinde diuidamus arcum, cuius quantitas sit 40 partium: deinde arcum, cuius quantitas sit 50 partium: deinde 60: deinde 70: deinde 80: & consideret unumquemq; istorum arcuum: & sic habebit quãtitates angulorum refractionis, & angulorum declinationis, quos chordant primi arcus distincti ex parte centri foraminis: & habebit proportiones angulorum refractionis ad angulos, quos continent primæ lineæ, per quas extendebatur lux, cum perpendiculari, quæ est in superficie aquæ, qui crescunt per decẽ. Et si experimentator uoluerit, ut anguli crescant per quinq;, bene poterit facere: & si uoluerit per minus, quàm per quinque, bene poterit facere prædicto ordine.

11. Magnitudines angulorum refractionis ab aere uel aqua ad uitra planum uel conuexum, & contra, organo refractionis inuenire. 6 p 10.

ET cum experimentator uoluerit experiri per uitrum: diuidat arcus, & signet prædicta signa, & superponat uitrum prædictum superficiei laminæ, & superponat differentiam eius cõmunem lineæ signatæ in lamina, & ponat superficiem uitri æqualem ex parte foraminum, & applicet uitrum bene, & ponat instrumentum in uase, & moueat ipsum, quousq; lux transeat per duo foramina, & signet super centrum lucis signum, & auferat instrumentum, & intueatur arcus, & deinde deleat signa, & diuidat alios arcus, & signet alia signa, & inspiciat arcus, sicut aspexit per aquã: & sic habebit quantitates angulorum refractionis in transitu lucis de aere ad uitrum. Et si uoluerit experiri

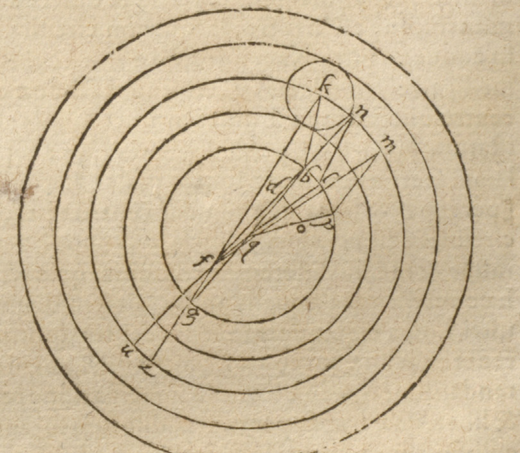
experiri refractiones lucis de uitro ad aerem, & ad aquam: applicet uitrum è contrario primi situs: scilicet, ut ponat conuexum eius ex parte duorum foraminum, & ponat medium communis differentiæ, quæ est in uitro, super centrum laminæ. Tunc ergo lux, quæ transit per centra duorum foraminum, peruenit rectè ad cētrum uitri, & refringitur apud illud de uitro ad aerem. Deinde diuidat arcus successiuè, & mutet positionem uitri: & sic habebit angulos refractionū particulares, & proportiones eorum ad angulos, quos continet prima linea, per quam extenditur lux, cum linea perpendiculari super superficiem contingentē superficiem uitri. Et cum experimētator expertus fuerit hos duos prædictos situs: uidebit quòd quātitates angulorum refractionis de aere ad uitrum, & de uitro ad aerem semper erunt æquales: cum angulus, quem continet linea, per quam extenditur lux ad locum refractionis cum linea perpendiculari, cum refringitur de aere ad uitrum, æqualis sit angulo, quem cōtinet linea, per quam extenditur lux à loco refractionis cum perpendiculari, cum reflectitur à uitro ad aerem. Et si quis uoluerit experiri quantitates angulorū refractionis, qui sunt apud conuexum uitri: diuidat de circumferentia medij circuli ex parte cētri foraminis, quod est in ora instrumenti, arcum, cuius quantitas sit 10 partium, & extrahat ab extremitate eius perpendicularem super superficiem laminæ in superficie oræ instrumenti, sicut prius fecerat: deinde diuidat ex hac linea incipiens à centro laminæ lineam æqualem semidiametro uitri, & ab extremitate huius lineæ extrahat perpēdicularem super diametrum laminæ, super cuius extremitates sunt duæ lineæ perpendiculares in ora instrumenti: & protrahat hāc perpendicularem in utramq; partem: deinde superponat uitrum super superficiē laminæ, & superponat differentiam eius cōmunem prędictæ perpendiculari, & ponat medium differētiæ cōmunis super punctum, à quo extracta fuerit perpendicularis: & sic erit centrum uitri in superficie medij circuli, & linea, quæ transit per centra duorū foraminum, erit perpendicularis super superficiē uitri æqualē: [per 8 p 11] est enim æquidistans diametro laminæ, quæ est perpendicularis super illam superficiem & differētiam communem, quę est in uitro: & centrum circuli medij erit in conuexo uitri. Nam linea, quæ exit à centro circuli medij ad cētrum laminæ, est æqualis lineæ exeunti à centro uitri ad mediū differentiæ cōmunis: & utraq; istarum linearū est perpēdicularis super superficiem laminæ: ergo duæ lineæ sunt æquales & æquidistātes: [per 33 p 1] & linea, quę copulat centrū uitri cū centro circuli medij, est æqualis lineæ, quę copulat centrū laminæ, & mediū differentiæ cōmunis, quæ est in uitro: hæc autem linea æqualis posita fuit semidiametro uitri. Centrum ergo medij circuli est in conuexo uitri. Linea ergo, quę transit per centra duorum foraminum, quæ transit per medij circuli centrum, tenet cum linea, exeunte à centro uitri, angulum æqualem angulo, qui est apud centrū laminæ. Extendantur ergo duæ lineæ in imaginatione rectè in utramq; partē, scilicet diameter prædicta uitri, & linea, quæ transit per centra duorum foraminum: peruenient ergo ad circumferētiam medij circuli: sunt enim ambæ in superficie medij circuli. Ergo duę lineæ diuident à circūferentia medij circuli ex utraq; parte arcum, cuius quantitas est 10 partium: & extremitates lineæ, quę transit per centra duorū foraminum, sunt notæ: altera enim earū est centrum foraminis, & altera punctū oppositum centro foraminis: & altera duarū extremitatum lineæ, quę transit per centrū uitri, est extremitas arcus, quē separauerat à circūferentia medij circuli, qui distat à cētro foraminis 10 partibus: reliqua ergo extremitas lineæ, quę transit per centrū uitri, distat à linea, quę transit per centra duorū foraminū, decē partibus in parte opposita primo signo. Signemus ergo extremitatē huius diametri, & extremitatē lineæ, quę transit per centra duorū foraminum, quoniā locus iste est notus: quia est super lineā perpendicularem in ora instrumenti: & intueatur experimentator signū: & inueniet illud remotius ab extremitate lineæ, quæ transit per centra duorū foraminum. Hæc ergo refractio est ad partem contrariam perpendiculari à loco refractionis: quia perpēdicularis exiens à loco refractionis, est linea, quæ transit per centrū uitri: & arcus circumferentiæ medij circuli, qui est inter cētrum lucis & extremitatem lineæ, quę transit per centra duorū foraminum, est quantitas anguli refractionis: angulus enim refractionis est apud centrum medij circuli. Lux enim extenditur super lineam transeuntem per centra duorum foraminum rectè, donec perueniat ad conuexum uitri & sphęricum. Angulus ergo refractionis erit apud centrū circuli medij, qui est super conuexum uitri: & arcus, qui est inter cētrum lucis & extremitatem lineæ, quę transit per centra duorū foraminum, est ille, qui chordat angulū refractionis, qui est 10 partium. Deinde oportet experimentatorē euellere uitrum, & diuidere à centro foraminis arcum, qui sit 20 partium, & procedat ut prius: & sic habebit quantitatē anguli refractionis differentem à quantitate anguli, qui est 20 partium. Et sic diuidat alios arcus successiuè: & experiatur refractiones eorum sicut in primis: & habebit quantitates angulorum refractionis, qui sunt apud conuexum uitri. Et eædem sunt quantitates angulorum refractionis lucis de aere ad uitrum: hoc enim declaratum est in prædictis experimentationibus: sed



refractio de aere ad uitrũ est ad partẽ ꝑpẽdicularis: refractio uerò de uitro ad aerẽ est ad partẽ cõtrariam perpẽdiculari. Et si quis uoluerit experiri uitrum & aquã, & à cõuexo uitri & à superficie eius æquali, habebit quãtitates angulorũ refractionis de uitro ad aquã: aqua enim ponitur in loco aeris.

12. Magnitudines angulorum refractionis ab aere uel aqua ad uitrum cauum, & contrà, organo refractionis inuestigare. 7. 8 p 10.

ET si quis uoluerit experiri quãtitates angulorũ refractionis apud concauũ uitri: accipiat uitrum concauum concauitate columnari in quantitate semicolumnę: & sit figura uniuersi uitri æquidistãtium superficierũ: & longitudo eius sit maior diametro uitri sphærici uno grano hordei: & latitudo eius sit similiter: & spissitudo eius sit dupla diametri foraminis, quod est in ora instrumẽti: & concauitas sit in uno suorũ laterum: columnaris scilicet in superficie una quadrata: & longitudo columnæ sit in lõgitudine uitri: & semidiameter basis columnæ sit in quãtitate semidiametri uitri sphęrici: & sint fines uitri lineæ rectę uerissimæ. Hoc autẽ instrumentum sic bene potest fieri super formam: ita ut forma fiat eadẽ doctrina prædicta, & dissoluatur uitrũ, & infundatur super formam prædictam. Si ergo experimentator uoluerit experiri refractionem hoc instrumẽto: diuidat de circumferentia medij circuli arcum, cuius quãtitas sit illa, quam uult experiri, & extrahat ab extremitate arcus perpendicularẽ super superficiẽ laminę, ut prędictũ est, & copulet extremitatem perpendicularis cũ centro laminæ linea recta, quam protrahat in alteram partẽ, & diuidat ex hac linea in altera parte, scilicet in qua sunt duo foramina, lineam æqualẽ semidiametro basis columnæ, & extrahat ab extremitate eius perpendicularẽ super diametrũ laminę, & protrahat illã in utramq; partem. Deinde superponat uitrum laminę, & ponat dorsum cõcauitatis ex parte duorũ foraminũ, & superponat duas superfluitates, quę superfluunt super diametrũ columnæ, huic perpendiculari, obseruetq;, ut sint distantiæ duarũ extremitatum diametri basis cõcauitatis à puncto, à quo exiuit perpendicularis, distantiæ æquales. Erit ergo centrũ basis cõcauitatis columnaris super punctum, à quo exiuit perpendicularis, superq; punctum, cuius distantia à centro laminæ, est in quantitate semidiametri basis cõcauitatis. Hoc situ obseruato, applicet uitrum fixa applicatione: & erit superficies medij circuli secãs foramen columnæ & æquidistans basi eius: nã basis eius in hac dispositione est in superficie laminæ. Superficies ergo circuli medij facit in superficie columnari concaua semicirculum [per 5 th. cylindricorum Sereni] & est diameter huius semicirculi æquidistans diametro basis concauitatis. Erit ergo linea, quæ egreditur à cẽtro huius semicirculi ad centrum basis concauitatis, quę est perpendicularis super superficiem laminæ, æqualis perpendiculari exeunti à cẽtro circuli medij perpendiculari super superficiem laminę: & perpendicularis, quę exit à centro circuli medij ad cẽtrum laminę, est æqualis semidiametro basis colũnæ. Ergo linea, quæ exit à centro circuli medij ad cẽtrum semicirculi, qui fit in superficie columnæ, est æqualis semidiametro huius semicirculi [per 33 p 1.] Centrum ergo circuli medij est in circumferentia semicirculi facti: est ergo in concauo columnæ. Et quia terminus uitri superponitur lineę perpẽdiculari super punctũ laminę: erit diameter laminę perpẽdicularis super superficiem uitri æqualem. Nã superficies uitri æquales, sunt perpẽdiculares inter se. Erit ergo linea, quę transit per centra duorũ foraminum perpẽdicularis super superficiẽ uitri æqualem, quę est in parte conuexa uitri [per 8 p 11] quia est æquidistans diametro laminę: & hęc superficies uitri æqualis, est ex parte foraminum. In hoc ergo situ lux, quę extenditur super lineã, quę transit per cẽtra duorum foraminũ, extenditur in corpore uitri rectè, donec perueniat ad concauum uitri: & tũc refringitur apud concauum uitri: cum non transeat per centrum circuli, qui est in concauo uitri: neq; est perpendicularis super concauum uitri: ergo refringitur in concauo uitri: ergo differẽtia cõmunis huic lineæ & concauo uitri est centrum circuli medij. Ergo lux, quę extenditur super lineam, quę transit per centra duorum foraminũ, refringitur apud centrum medij circuli: ergo arcus, qui est inter centrum lucis & extremitatem lineæ, quę transit per centra duorum foraminum, chordat angulum refractionis. Hac igitur uia posset quis experiri quantitates angulorum refractionis, qui fiunt in concauo uitri, addendo in arcubus parum. Et hæc refractio est à uitro concauo ad aerem: & erunt anguli acquisiti hac refractione ijdem illis, qui fiunt ex aere ad uitrum in concauo uitri. Declaratum est autem paulò antè, quòd angulus refractionis à uitro ad aerem, & ab aere ad uitrum, est idem cum angulo, quem continet prima linea, per quam extenditur lux, & perpendicularis exiens à loco refractionis. Hac ergo uia posset quis habere quantitates angulorum refractionis de aere ad aquam, & de aere ad uitrum, & de uitro ad aerem, & de uitro ad aquam à superficie æquali, & concaua & conuexa. His ergo angulis experimentatis & proportionibus eorum notis, experimẽtator inueniet duos angulos, quorum utrumq; continet prima linea, per quã extenditur lux, & perpẽdicularis,



cularis, exiens à loco refractionis super superficiem corporis diaphani: inueniet dico in eisdem corporibus diaphanis: & erunt duo anguli diuersi. Nam angulus refractionis ab angulo maiore ex illis, erit maior duobus angulis refractionis ab angulo minore: & excessus anguli refractionis super angulum refractionis, erit minor excessu anguli maioris, quem continet prima linea cum perpendiculari super angulum minorem, quem continet prima linea cum perpendiculari. Et proportio anguli refractionis ab angulo maiore ad angulum maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo minore ad angulum minorem: Et illud, quod restat post angulum refractionis de angulo maiore, est maius illo, quod remanet post angulum refractionis de angulo minore. Et remotio anguli refractionis, cum lux exiuerit de corpore subtiliore ad grossius, semper erit minor angulo, quem continet linea, per quam extenditur lux ad locum refractionis cum perpendiculari exeunte à loco refractionis. Et si lux exiuerit à corpore grossiore ad subtilius: tunc angulus refractionis erit medietas duorum angulorum coniunctorum. Et si comparaueris angulos refractionis, qui sunt inter aliquod istorum corporum diaphanorum, & aliud corpus grossius illis, ad angulos refractionis, qui sunt inter illud idem corpus diaphanũ subtilius & aliud corpus grossius primo grosso: inuenies proportiones maiores angulorum refractionis ad angulos, quos continet prima linea & perpendicularis, qui sunt inter corpus subtilius & grossius, quod magis grossum est, proportionibus angulorum refractionis, quos continet prima linea & perpendicularis, qui sunt inter idem corpus subtilius & corpus grossius, quod minus est grossum. Quoniam si fuerint duo anguli æquales, quorum utrumlibet continet prima linea, per quam extenditur lux, & perpendicularis, quæ exit à loco refractionis: quorum alter est inter corpus subtilius & corpus grossius illo, & alter inter illud idem corpus subtilius & corpus grossius primo grosso: tunc angulus refractionis, qui est in corpore grossiore, erit maior angulo refractionis, qui est in corpore grossiore, quod est minus grossum. Et similiter si refractio fuerit à corpore grossiore ad subtilius, quod est magis subtile: maior erit angulo refractionis, qui est ab illo eodẽ corpore grossiore ad corpus subtilius, quod est minus subtile. Hæc ergo sunt omnia, quæ pertinent ad qualitatem refractionis lucis à corporibus diaphanis.

QVOD QVICQVID COMPREHENDITVR VLTRA CORPORA diaphana, quæ differunt in diaphanitate à corpore, in quo est uisus, cum fuerit obliquum à lineis perpendicularibus super superficiem eorum, comprehenditur secundum refractionem. Cap. IIII.

13. Visibile medio diuerso perpendiculare, rectè: obliquum refractè uidetur. 3 p 10.

IN prædicto autem capitulo patuit, quòd lux transit de uitro ad aerem, & de aere ad uitrum, & de aere ad aquam. Et cùm transit de uitro ad aerem & ad aquam: constat quòd transibit de aqua ad aerem: aqua enim est subtilior uitro, cum fuerit clara: & cum transit de aere ad uitrum, transibit de aqua ad uitrum, cum aqua sit grossior aere. Præterea patuit, quòd luces omnes accidentales & essentiales, fortes & debiles transeunt per hæc corpora diaphana. His ergo modis omne corpus lucidum quacunq; luce, mittit lucem suãm in omne corpus diaphanũ: & si occurrerit aliud corpus diaphanũ: trãsibit in alio corpore aut refractè aut rectè. Et in primo libro [14.18.19 n] declaratũ est, quòd à quolibet puncto cuiuslibet corporis lucidi oritur lux per quamcunq; lineam rectá, quæ potest extendi ex illo puncto. Ex quibus patet, quòd à quolibet puncto cuiuslibet corporis diaphani contingentis aliquod corpus lucidum quacunq; luce, oritur lux per omnem lineam rectam, quæ poterit extendi ex illo puncto, & transit in corpore diaphano tangente illud punctũ. Et si occurrerit aliud corpus diaphanum diuersæ diaphanitatis à diaphanitate corporis tangentis illud, transibit etiam in ipsum aut refractè aut rectè, siue primum corpus sit subtilius secundo, siue secundũ sit subtilius primo. Et etiá primo libro [14.18.19.28 n] declaratũ est, quòd ab omni corpore colorato lucido color oritur cum luce, qui est mixtus cum luce: & quòd uisus cum comprehendit lucem, comprehendit formam coloris mixtam sibi. Ex quibus patet, quòd corpora colorata, quæ sunt in aqua & ultra corpora diaphana, quæ differunt in diaphanitate à diaphanitate aeris, cum in eis fuerit lux essentialis, aut accidentalis fortis aut debilis: tunc lux, quę est in eis, oritur à quolibet puncto cum forma coloris, qui est in illo puncto, & transit lux mixta cum colore in corpore aquæ, & in omni corpore diaphano contingente ipsum: & extenditur lux in corpore aquæ & in omni corpore diaphano cum forma coloris per lineas rectas, donec perueniat ad superficiem aquæ, aut illius corporis diaphani. Et cum fuerit aer aut aliud corpus diaphanum tangens aquam: tunc in illud corpus diaphanum transibit lux cum forma mixta sibi in aere aut in alio corpore diaphano per lineas rectas. Et hæ lineæ secundæ in maiore parte secabunt primas lineas, per quas extendebatur: & quædam earum erunt in rectitudine primarum linearum. Et omnia corpora, quæ sunt in aqua & ultra diaphana corpora, quæ differunt à diaphanitate aeris, cum fuerint in loco lucido, scilicet cum lux orta fuerit super aquam, in qua sunt: tunc lux perueniet ad ipsa. Manifestum est enim, quòd omnis lux transit in omne corpus in aqua existens aut in alio corpore diaphano, cum super aquam illam aut corpus illud diaphanum ceciderit: & à quolibet puncto ipsius corporis orietur forma lucis, quæ est in ipso cum forma coloris, & extendetur in uniuerso illius aquæ aut illius corporis diaphani per omnem lineam rectam, quæ poterit extendi ab ipso puncto, donec perue-

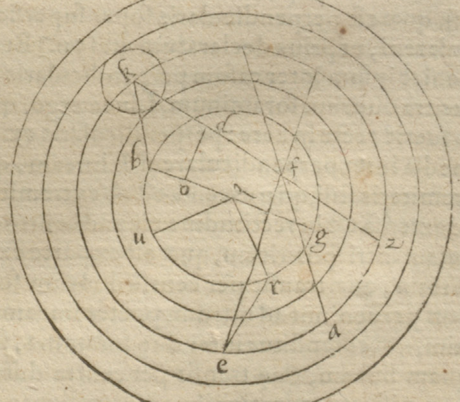
niat lux cum forma coloris,qui eſt in illo puncto ad ſuperficiem aquæ aut ad ſuperficiem illius cor-
poris diaphani. Sed non poteſt extrahi ab eodem puncto alicuius ſuperficiei ad eandem ſuperficiẽ
linea perpendicularis niſi una[per 13 p 11.] Ergo à quolibet puncto cuiuslibet corporis colorati exi-
ſtentis in corpore diaphano oritur forma lucis cum forma coloris in uniuerſo corporis diaphani,
in quo exiſtit, ſecundum lineas rectas : & peruenit forma ad uniuerſum oppoſitum de ſuperficie
corporis diaphani : & una illarum linearum erit perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis dia-
phani uel ſuperficiem continuam cum ſuperficie corporis diaphani, reliquæ autem lineæ erunt ob-
liquæ ſuper ſuperficiem corporis diaphani. Sed in præcedente capitulo [3. 6.8.4.7 n] declaratum
eſt, quòd lux, cum extẽditur in corpore diaphano,& occurrerit alij corpori diaphano diuerſo à dia
phanitate primi corporis, & linea, per quam extenſa eſt lux in primo corpore, fuerit perpendicula-
ris ſuper ſuperficiem ſecundi corporis: tunc lux extendetur in rectitudine eius in ſecundo corpore:
& ſi linea, per quam extenditur lux, fuerit obliqua ſuper ſuperficiem ſecundi corporis: tunc lux re-
fringetur. Et cuiuslibet puncti cuiuslibet corporis colorati, & lucidi exiſtentis in corpore dia-
phano forma lucis & coloris extenditur in uniuerſo corpore diaphano, & peruenit ad oppoſitam
ſuperficiem corporis diaphani. Et ſi fuerit aliud corpus oppoſitum contingens diaphanum,& fue-
rit alterius diaphanitatis: tunc forma, quæ peruenit ad ſuperficiem illius corporis diaphani, tranſit
in corpus ipſum contingens : & omnes erunt refractæ, præterquam forma, quæ eſt in perpendicu-
lari : extenditur enim ſecundum rectitudinem in corpore contingente. Et ſi fortè perpendicula-
ris ceciderit ſuper punctum ſuperficiei continuæ cum ſuperficie corporis, quod non eſt in ipſo cor-
pore diaphano : tunc illa forma delebitur, & tunc omnes formæ, quæ tranſeunt in corpus contin-
gens, erunt refractæ. Ergo formæ omnium uiſibilium, quæ ſunt in aqua, & in cœlo, & in omni-
bus corporibus diaphanis contingentibus aerem, quæ differunt à diaphanitate aeris, extendun-
tur in uniuerſo aere oppoſito ſecundum lineas rectas : & illæ lineæ, quæ fuerint ex iſtis lineis decli-
natæ, per quas extenduntur formæ ſuper ſuperficiem aeris contingentis ſuperficiem corporis dia-
phani, habebunt formas refractas : & quæ fuerint ex illis perpendiculares ſuper ſuperficiem ae-
ris, contingentis ſuperficiem corporis diaphani, habebunt formas extenſas ſecundum rectitudi-
nem ipſarum. Et cum iam declaratum ſit, quòd à quolibet puncto cuiuslibet corporis colorati &
lucidi extenditur forma lucis, & coloris in uniuerſo corpore diaphano, & peruenit ad ſuperficiem
eius,& refringitur à ſuperficie eius: ergo forma, quæ extenditur ab uno puncto ad ſuperficiem cor-
poris diaphani, erit continua & coniuncta. Et cum forma fuerit continua, & ſuperficies corpo-
ris diaphani fuerit continua coniuncta, & forma fuerit refracta in alio corpore diaphano : tunc re-
fringetur continua. Et cum forma refracta fuerit continua : & occurrerit corpus denſum: tunc for-
ma perueniet ad illud corpus diaphanum: & ſic locus corporis diaphani, per quem extenditur for-
ma puncti, quod eſt in primo corpore, quæ refringitur à ſuperficie primi corporis, ad illum locum,
cum fuerit lucidus coloratus, mittet formam lucis & coloris à quolibet puncto ipſius per omnem
lineam rectam, quæ poterit extendi ex illo puncto. Accidit ergo ex hoc, quòd ſint lineæ refra-
ctæ ad illum locum ex lineis, per quas extenditur forma illius loci : & iam extendebatur forma cu-
iuslibet puncti illius loci per unam illarum linearum refractarum. Forma ergo illius loci ex cor-
pore denſo colorato lucido erit in loco ex ſuperficie corporis diaphani, apud quem refringitur for-
ma unius puncti extenſi ad illum locum ſuperficiei corporis diaphani, quæ refringitur ad eundem
locum corporis denſi. Ex quo ſequitur, quòd forma loci corporis denſi, quæ extenditur ad illum
locum corporis diaphani, refringitur ad eaſdem lineas extenſas ab uno puncto ad illum locum cor
poris diaphani. Et cum forma loci corporis diaphani fuerit refracta ſuper illas eaſdem lineas : tunc
perueniet ad illud idem punctum. Ex quo declaratur, quòd ſi imaginatus fuerit aliquis pyramidem
extenſam à quolibet puncto aeris ſecundum lineas rectas, & pyramis fuerit coniuncta continua,
& peruenerit illa pyramis ad ſuperficiem corporis diaphani diuerſæ diaphanitatis ab aere, & ima-
ginatus fuerit omnem lineam rectam, quæ poſsit extendi ex illa pyramide, refringi apud ſuperfi-
ciem corporis diaphani in loco, quem exigit eius declinatio: & ſi aliqua fuerit perpendicularis, ex-
tendetur rectè: tunc efficitur & hoc corpus continuum refractum in corpore diaphano, quod dif-
fert à diaphanitate aeris. Et cum hoc corpus refractum peruenerit ad corpus denſum : tunc illud
corpus denſum, ſi fuerit coloratum & lucidum, mittet formam lucis & coloris, quæ ſunt in ipſo, in
hoc corpore refracto imaginato per quamlibet lineam rectam, quæ poterit extendi in hoc corpo-
re refracto à linea extenſa in corpore pyramidis à puncto, quod eſt in aere. Nam omne corpus co-
loratum lucidum propriè mittit formam ſuam à quolibet puncto ipſius per omnem lineam rectam,
quæ poterit extendi ab illo puncto. Erit ergo forma puncti illius loci corporis denſi extenſa per
quamlibet linearum refractarum ad illum locum corporis denſi. Perueniet ergo illius forma à cor-
pore denſo, colorato, lucido ad locum ſuperficiei corporis diaphani, in quem refringuntur illæ
lineæ. Et cum peruenerit forma ad illum locum ſuperficiei corporis diaphani, neceſſariò refringe-
tur per eaſdem lineas extenſas ad illum locum ab uno puncto, quod eſt in aere : forma autem, quæ
eſt forma loci colorati corporis denſi, quod eſt in corpore diaphano, quod differt à diaphanitate
aeris (& eſt ſuper lineam, quæ eſt de numero illarum linearum, per quas extenditur forma ad cen-
trum uiſus) forma, dico, quæ extenditur per illam lineam: peruenit ad centrum uiſus rectè. Formæ
autem, quæ extenduntur per omnes alias lineas, quæ conſtituunt pyramidem extenſam à centro
uiſus, erunt refractæ, non directæ. Et in primo tractatu [14. 17. 28 n] declaratum eſt, quòd aer re-

cipit

cipit formam uisibilium, & reddit eam omni corpori opposito: & quòd aer deferens formam cum tetigerit uisum: transibit forma, quæ est in ipso, in corpus uisus: & sic uisus comprehendit uisibilia, quæ aer reddit uisui. Ex omnibus ergo istis patet, quòd forma omnis corporis colorati, lucidi, existentis in corpore diaphano diuersæ diaphanitatis à diaphanitate aeris, extenditur in corpore diaphano, in quo existit, & refringitur in aere, & extenditur in aere secundum lineas rectas: & quòd quædam linearum rectarum, per quas forma refringitur in aere, coniunguntur apud idem punctum aeris. Et cum centrum uisus fuerit apud illud punctum: tunc uisus comprehendit illud uisum secundum refractionem: & si aliquid ipsius comprehenditur rectè: non erit nisi unum punctum tantùm. Hoc ergo modo comprehendit uisus res, quæ sunt in aqua, & in cœlo, & omnia uisibilia, quæ sunt ultra corpora diaphana, quę differunt à diaphanitate aeris.

14. *Imago refracti uisibilis à medio quidem densiore, inclinat ad perpendicularem à refractionis puncto excitatam: à rariore uerò ab eadem declinat. 4 p 10.*

QVòd autem hoc uerum sit, sic poterit experimentari. Accipiat ergo experimentator prędictum instrumentum, & ponat in uase, & ponat uas in loco lucido quacunque luce, ita ut lux perueniat ad interius uasis, & infundat in uas aquam, quousque perueniat ad centrum laminæ: deinde diminuat foramina cum cera, ita ut non remaneat de foraminibus, nisi modicũ in medio eorum, & mittat in duobus foraminibus unum calamum, ita ut spatium, quod est inter duo foramina, sit determinatum: deinde moueat instrumentum, donec diameter laminæ, super cuius extremitates sunt duæ lineæ perpendiculares in ora instrumenti, sit perpendicularis super superficiem aquæ. Deinde accipiat stilum subtilem album, & mittat eum in uas, & eius extremitatem ponat in puncto medij circuli, quod est differentia communis circumferentiæ medij circuli & lineæ perpendiculari in ora instrumenti, quod est extremitas diametri circuli, quę transit per centra duorum foraminum. Deinde ponat experimentator alterum uisum super superius foramen, & claudat reliquum, & intueatur oram instrumenti, quæ est intra aquam: tunc enim uidebit extremitatem stili. Declarabitur ergo ex hac experimentatione, quòd comprehensio eius ad extremitatem stili est secundum rectitudinem perpendicularis, egredientis ab extremitate stili super superficiem aquæ. Nam linea, quæ transit per centra duorum foraminum, in qua est centrum uisus, & extremitas stili, ex cuius uerticatione comprehendit uisus extremitatem stili, sunt perpendiculares super superficiem aquæ. In primo autem libro [18. 19 n] patuit, quòd uisus nihil comprehendit, nisi secundum rectitudinem linearum, quæ extenduntur per centrum uisus. Visus ergo comprehendit extremitatem stili à uerticatione lineæ, quæ transit per centra duorum foraminum. Et hæc linea extenditur ad extremitatem stili rectè: & est perpendicularis super superficiem aquæ. Deinde oportet experimentatorem declinare instrumentum, donec linea, quæ transit per centra duorum foraminum, sit obliqua super superficiem aquæ, & mittat stilum in aquam, & ponat extremitatem eius super primum punctum, scilicet super extremitatem diametri circuli medij, quę transit per centra duorum foraminum, & ponat uisum suum super superius foramen, & intueatur oram instrumenti, quæ est intra aquam: tunc enim non uidebit extremitatem stili: deinde moueat stilum ad partem contrariam illi, in qua est uisus: & moueat extremitatem stili per circumferentiam circuli medij suauiter, & molliter, & intueatur oram instrumẽti: tunc enim uidebit extremitatem stili: tunc figat extremitatem stili in suo loco. Deinde pręcipiat alij, ut mittat in uas lignum aliquod uel acum perpendicularem, neq; grossam, neq; gracilem, & ponat illam apud superficiem aquæ in oppositione secundi foraminis, ut sit apud centrum circuli medij, & intueatur experimentator interius uasis: tunc non uidebit extremitatem stili: deinde præcipiat auferre lignum: & tunc uidebit extremitatem stili: deinde figat extremitatem stili in suo loco, & leuet uisum suum à foramine, & auferat instrumentũ suum à uase, existente extremitate stili in suo loco, & intueatur locum, in quo est extremitas stili: tunc enim uidebit inter ipsum & diametrum circuli medij distantiam sensibilem. Et si miserit regulam subtilem in aquam in hora experimentationis, & acumen eius fecerit transire per centrum laminę, & signauerit locum circuli medij, qui est apud extremitatem regulæ, signo, & abstulerit instrumentum, & aspexerit locum extremitatis stili: uidebit locum extremi-



tatis stili etiam medium inter locum extremitatis regulæ & diametrum circuli medij. Deinde oportet eum auferre instrumentum, & infundere aquam in uas, & applicare uitrum laminæ, & ponere superficiem uitri ęqualem ex parte foraminum, & ponere differentiam communem, quę est in ipso, super lineam secantem diametrum laminæ perpendiculariter. Sic ergo linea, quę transit per centra duorum foraminũ, erit perpendicularis super superficiẽ uitri æqualem & super superficiẽ eius conuexã. Deinde ponat experimentator instrumentũ in aquã, & mittat stilũ in uas, & ponat extremitatem

tem stili super extremitatem diametri circuli medij,& ponat uisum suum super superius foramen,
& intueatur oram instrumenti : tunc uidebit extremitatem stili . Et si mouerit extremitatem stili,
& extraxerit illam à puncto,quod est extremitas diametri medij circuli, non uidebit extremitatem
stili . Ex quo patet , quòd extremitatem stili comprehendit rectè . Nam duo centra foraminum , &
extremitas diametri circuli medij sunt in eadem linea recta : & experimentator non comprehen-
dit extremitatem stili in hoc situ , cum extremitas stili non fuerit super extremitatem diametri . Et
si euulserit uitrum , & posuerit ipsum è contrario , scilicet ut ponat conuexum uitri ex parte duo-
rum foraminum , & differentiam eius communem super primum locum , & expertus fuerit extre-
mitatem stili : etiam uidebit illam , cum fuerit in extremitate diametri circuli medij : ideo in hoc si-
tu etiam linea, quæ transit per centra duorum foraminum , ex cuius uerticatione comprehendit
uisus extremitatem stili : erit perpendicularis super superficiem uitri æqualem, & superficiem eius
conuexam . Deinde oportet experimentatorem euellere uitrum , & extrahere à centro laminæ li-
neam rectam in superficie laminæ, quæ contineat cum diametro laminæ , super cuius extremitates
sunt duæ lineæ perpendiculares in ora instrumenti , angulum obtusum : & extrahat illam , donec
perueniat ad oram instrumenti : deinde extrahat à centro laminæ lineam in superficie laminæ,
quæ contineat cum prima linea angulum rectum : & protrahat illam in utramque partem : tunc
hæc linea continebit cum diametro laminæ angulum acutum : & diameter laminæ erit obliqua su-
per hanc lineam . Deinde superponat uitrum laminæ , & ponat differentiam eius communem su-
per lineam, quam ultimò signauit in superficie laminæ, & ponat superficiem uitri æqualem ex par-
te duorum foraminum, & ponat medium differentiæ communis super centrum laminæ . Sic ergo
erit centrum uitri super centrum circuli medij, ut prius declaratum est: & linea, quæ transit per cen
tra duorum foraminum,transibit per centrum uitri . Et hæc linea erit obliqua super superficiem ui-
tri æqualem : nam diameter laminæ illi æquidistans , est obliqua super differentiam communem,
quæ est in uitro . Et hæc linea erit perpendicularis super superficiem uitri conuexam , [ut osten-
sum est 25 n 4] quia transit per centrum eius . Deinde extrahat experimentator ab extremita-
te lineæ, quam primò signauit in lamina, lineam perpendicularem in ora instrumenti : & ducat il-
lam ad circumferentiam circuli medij : & sint hæ lineæ nigræ . Erit ergo linea cum ab illo puncto
extracta fuerit ad centrum circuli medij, quod est centrum uitri,perpendicularis super superficiem
uitri æqualem , & super superficiem uitri sphæricam . Super superficiem autem uitri æqualem est
perpendicularis, [per 8 p 11] quia est æquidistans primæ lineæ signatæ in lamina super differen-
tiam communem , quæ est in uitro : super sphæricam uerò [per 25 n 4] quia transit per centrum e-
ius. Punctum ergo,ad quod peruenit linea extracta in ora instrumenti,quod est super circumferen-
tiam circuli medij, est casus,in quem cadit perpendicularis, exiens à centro uitri super superficiem
uitri planam. Deinde oportet experimentatorem ponere instrumentum in uas, & ponere extremi-
tatem stili in puncto, quod est extremitas diametri circuli medij,& ponat experimentator suum ui
sum super superius foramen , & intueatur oram instrumenti : tunc non uidebit extremitatem stili:
deinde moueat stilum ad partem contrariam illi,in qua est casus perpendicularis : & tunc etiam nō
uidebit extremitatem stili : deinde moueat stilum ad partem illam , in qua est casus perpendicula-
ris, & per circumferentiam circuli medij : tunc enim, si motus fuerit suauis, uidebit extremitatem
stili in suo loco,in quo apparuit. Deinde præcipiat alicui cooperire centrum uitri tenui & subtili li-
gno : & tunc non uidebit extremitatem stili : & si abstulerit coopertorium , uidebit ipsum . Ex hac
ergo experimentatione patet, quòd cum uisus comprehendit extremitatem stili, est secundum re-
fractionem : & quòd refractio est à centro uitri : & quòd forma refracta est in superficie circuli me-
dij, quæ est perpendicularis super superficiem uitri æqualem,apud quam fit refractio ad perpendi-
cularem , ut prius declaratum est [5 n.] Et si experimentator aspexerit locum extremitatis stili: in-
ueniet ipsum inter casum perpendicularis & extremitatem diametri circuli medij , quæ transit per
centra duorum foraminum. Linea ergo, quæ exit ab extremitate stili ad centrum uitri, cum exten-
sa fuerit rectè in aere : perpendicularis exiens à centro uitri super superficiem uitri æqualem , erit
media inter perpendicularem & lineam , quæ transit per centra duorum foraminum . Et forma ex-
tremitatis stili,quæ extensa est ab extremitate stili ad centrum uitri , extensa est super hanc lineam,
& extensa est in rectitudine eius ad centrum uitri . Hæc enim linea est perpendicularis super super-
ficiem uitri sphæricam, quæ est ex parte extremitatis . Deinde cum hæc forma fuerit refracta super
lineam , quæ transit per centra duorum foraminum : lineæ radiales , quæ exeunt in hoc situ à uisu,
non perueniunt ad uitrum, præter lineam, quæ transit per centra duorum foraminum: calamus e-
nim, qui extenditur inter duo foramina , secat omnem in eam à uisu exeuntem ad uitrum , præter-
quam lineam , quę transit per centra duorum foraminum . Visus autem non comprehendit for-
mas, nisi ex uerticationibus harum linearum tantùm : ergo formæ non extenduntur nisi rectè : er-
go uisus non comprehendit hanc formam , nisi ex uerticatione huius lineę perpendicularis . Er-
go quę extenditur rectè in aere , est perpendicularis super superficiem aeris contingentis superfi-
ciem uitri ęqualem . Ergo hęc refractio erit ad partem contrariam parti perpendicularis, exeuntis
à loco refractionis super superficiem aeris. Nam linea , quę transit per centra duorum foraminum,
magis distat à perpendiculari , quę extenditur in aere , quàm linea , quę exit ab extremitate sti-
li ad centrum uitri , quę extenditur in aere . Et hęc forma exit à uitro , & refringitur in aere : &
aer est subtilior uitro . Et hoc modo fiet refractio formę de aqua ad aerem . Visus enim compre-
hendit

hendit extremitatem stili in aqua ab isto loco, scilicet quia comprehendit extremitatem stili, quando fuit inter casum perpendicularis & extremitatem diametri circuli medij, quæ transit per centra duorum foraminum. Et illa forma etiam exiuit ab aqua, & refracta est in aere: & aer est subtilior aqua. Deinde oportet experimentatorem euellere uitrum, & ponere ipsum supra laminam extra huiusmodi situm, scilicet, ut ponat conuexum eius ex parte duorum foraminum, & ponat differentiam eius communem super lineam æqualem in superficie laminæ, in qua posuerat illam in prædicto situ, & ponat medium differentiæ communis super centrum laminæ: & sic linea, quæ transit per centra duorum foraminum, erit obliqua super superficiem uitri æqualem, & perpendicularis super superficiem eius conuexam: & applicet uitrum in hoc situ, & ponat instrumentum in uas, & ponat extremitatem stili super extremitatem diametri circuli medij, ut prius fecerat, & ponat uisum suum super superius foramen, & intueatur oram instrumenti: non enim uidebit tunc extremitatem stili: deinde moueat stilum ad partem casus perpendicularis: & tunc non uidebit extremitatem stili: deinde moueat eundem ad partem contrariam illi, in qua est casus perpendicularis per circumferentiam medij circuli, & suauiter: tunc enim uidebit extremitatem stili. Sic ergo linea recta, quæ exit ab extremitate stili ad centrum uitri, cum fuerit extensa rectè in corpore uitri, & extensa fuerit cum ipsa perpendicularis exiens à centro uitri: erit linea, quæ transit per centra duorum foraminum, media inter duas lineas. Et forma extremitatis stili, quæ extenditur super hanc lineam, cum fuerit extensa ad centrum uitri: refringetur super lineam, quæ transit per centra duorum foraminum. Erit ergo refractio ista ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis super superficiem uitri. Et hæc forma exit ab aere, & refringitur in uitro: & uitrum est grosfius aere. Ex omnibus ergo istis experimentationibus patet, quòd uisus comprehendit uisibilia, quæ sunt in aqua, & ultra corpora diaphana, quæ differunt à diaphanitate aeris, secundum refractionem, præterquam illa, quæ sunt super lineas perpendiculares super superficiem corporis diaphani, in quo existit: & quòd refractio formarum ipsorum est in superficiebus perpendicularibus super superficies corporum diaphanorum. Omne enim quod experimentatum est per prædictum instrumentum, inuenitur refringi in superficie medij circuli, de quo patuit, [5 n] quòd est perpendicularis super superficies corporum diaphanorum, & super superficies corporum contingentium superficies eorum. Ex hac ergo experimentatione declarabitur etiam, quòd formæ, quæ comprehenduntur à uisu secundum refractionem, quæ exeunt à grosfiore corpore diaphano ad subtilius, refringuntur ad partem contrariam illi, in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis super superficiem corporis diaphani: & quæ exeunt à subtiliore ad grosfius, refringuntur ad partem, in qua est perpendicularis prædicta.

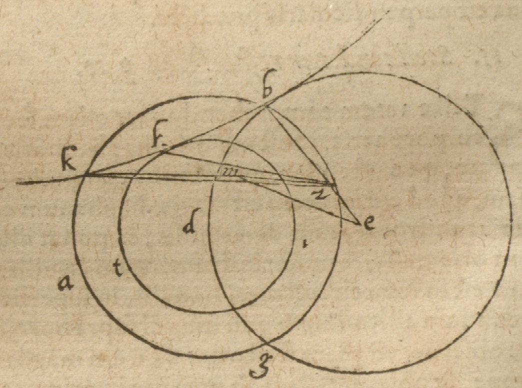
15. Stellæ uidentur refractè. 49 p 10.

Stellæ autem comprehenduntur etiam secundum refractionem: nam corpus cœli est subtilius corpore aeris, id est maioris diaphanitatis. Hoc autem potest experimentari experimentatione, quæ ostendet, quòd stellæ comprehendantur secundum refractionem: ex quo patebit etiam, quòd corpus cœli est magis diaphanum corpore aeris. Et cum quis hoc uoluerit experiri, accipiat instrumentum de armillis, & ponat illud in loco eminente, in quo poterit apparere horizon orientalis, & ponat instrumentum armillarum suo modo proprio: scilicet ut ponat armillam, quæ est in loco circuli meridionalis, in superficie circuli meridiei, & polus eius sit exaltatus à terra secundum altitudinem poli mundi supra horizontem loci, in quo ponitur instrumentum: & in nocte obseruet aliquam stellarum fixarum magnarum, quæ transit per uerticem capitis illius loci, aut prope, & obseruet illam ab ortu suo in oriente: stella autem orta, reuoluat armillam, quæ reuoluitur in circuitu poli æquinoctialis, donec fiat æquidistans stellæ, & certificetur locus stellæ ex armilla: & sic habebit longitudinem stellæ à polo mundi. Deinde obseruet stellam, quousque peruenerit ad circulum meridiei, & reuoluat armillam, quam prius mouerat, donec fiat æquidistans stellæ: & sic habebit longitudinem stellæ à polo mundi, cum stella fuerit in uertice capitis. Hoc autem facto, inueniet remotionem stellæ à polo mundi in ascensione, minorem remotione eius à polo mundi in hora existenti æ eius in uertice capitis. Ex quo patet, quòd uisus comprehendit stellas refractè, non rectè: Stella enim fixa semper mouetur per eundē circulū de circulis æquidistantibus æquatori, & nunquam exit ab ipso, ita ut appareat, nisi in longissimo tempore. Et si stella comprehenderetur rectè: tunc lineæ radiales extenderentur à uisu rectè ad stellas, & extenderentur formæ stellarum per lineas radiales rectè, quousque peruenirent ad uisum. Et si forma extenderetur à stella rectè ad uisum: tunc uisus comprehenderet eam in suo loco: & sic inueniret distantiam stellæ fixæ à polo mundi in eadem nocte eandem: Sed distantia stellæ mutatur eadem nocte à polo mundi: ergo uisus non rectè comprehendit stellam. In cœlo autem non est corpus densum tersum, nec in aere, à quo possint formæ reflecti. Et cum uisus non comprehendat stellam rectè, nec secundum reflexionem: ergo secundum refractionem, cùm his solis tribus modis comprehendantur res à uisu [per 1 n 4. 1 n.] Ex diuersitate ergo distantiæ eiusdem stellæ in eadem nocte à polo mundi, patet procul dubio, quòd uisus comprehendat stellas refractè: Ergo corpus, in quo sunt stellæ fixæ, differt in diaphanitate ab aere. Præterea potest experimentari diaphanitas corporis cœli per experimentationem lunæ. Nam cum æquaueris locum lunæ in aliqua hora prope ortum eius, & post in nocte nota, & in loco noto uerificaueris locum eius à polo mundi,

deinde posueris instrumentum horarum in illa nocte ante ortum lunę,& sciueris altitudinem lunę,
& obseruaueris lunam usq; ad ortum eius, & perueniat tempus in instrumento ad minutum idem
eiusdem horæ, quod habet luna, & obseruaueris altitudinem lunæ, quam habet in illa hora à uerti-
ce capitis, & obseruaueris, ut instrumentum eleuationis sit diuisum per minuta, & per minora mi-
nutis, si possibile est: tunc inuenies distantiam lunæ à uertice capitis in illa hora per instrumen-
tum, minorem spatio remotionis à uertice capitis in illa hora per computationem. Ergo lux lunæ
non extenditur per duo foramina instrumenti, per quæ sumpta est eleuatio rectè: tunc enim distan
tia eius à uertice capitis esset eadem cum illa, quę est inuenta per computationem: Sed distantia in-
uenta per computationem, differt à distantia per instrumentum. Ergo lux lunæ non extenditur à
cœlo ad aerem per lineas rectas: ergo secundum refractionem. Ex his ergo experimentationibus
patet, quòd uisus comprehendit omnes stellas, quæ sunt in cœlo refractè. Ergo uniuersum cœlum
differt à diaphanitate aeris. Restat ergo declarare, quòd corpus cœli differt in subtilitate ab aere: &
hoc declarabitur per experimentationem prædictam.

16. Cœlum rarius est aere & igne. 50 p 10.

SIt ergo circulus meridiei in loco experimentationis circulus a b g: & zenith capitis b: & polus mundi d: & centrum mundi e: & continuemus b cum e: & sit locus uisus z: & circulus æquidistans æquinoctiali (cuius distantia à poli mundi est illa, in qua inuenitur stella in hora certificationis distantię primæ) circulus h t: & sit locus stellæ in illa hora h: & sit circulus æquidistans æquinoctiali (cuius distantia à polo est illa, in qua inuenitur stella in secunda hora) circulus k b: iste ergo circulus erit ille, in quo requiescet stella secundum uerticationem. Nam cum stella fuerit in uertice capitis, aut ualde prope: tunc uisus comprehendet illam rectè: [per 13 n] quia linea recta, quæ transit per uisum & per uerticem capitis, est perpendicularis super concauum sphæræ cœli & perpendicularis super conuexum aeris: & cum sit perpendicularis super utrumq; corpus: ergo uisus comprehendit stellam, quæ est super lineam hanc rectè, siue hæc duo corpora cœli & aeris fuerint diuersæ diaphanitatis, siue consimilis. Cum ergo stella fuerit in uertice capitis, aut prope: uisus comprehendit illam in suo uero circulo æquidistante æquinoctiali, super quē mouebatur ab initio noctis, quousq; peruenit ad circulum meridiei. Circulus ergo k b g est ille, in quo erat stella in experimentatione prima: & sit circulus uerticationis, qui transit per stellam in hora experimentationis primæ circulus b h k: & secet ille circulus circulum k b g in puncto k, & circulum h t in puncto h. Et quia distantia stellę à polo mundi fuit in prima experimentatione minor, quàm in secūda: erit circulus h t propinquior polo, circulo k b g: ergo punctū h est propinquius zenith capitis, quàm punctum k: & continuemus duas lineas h z, k z. Quia ergo stella comprehenditur à uisu in hora experimentationis primę in puncto h: & tunc erat in superficie circuli b h k uerticalis: & stella erat in illa hora in circumferentia k b g: ergo stella erat in illa hora in puncto k: & comprehenditur à uisu in puncto h, & per rectitudinem lineæ z h: uisus enim nihil comprehendit, nisi per uerticationes linearum radialium, per quas formæ perueniunt ad uisum. Visus ergo cōprehendit stellam in puncto h: quia forma peruenit ad illū in rectitudine lineæ h z. Et cum uisus cōprehendat illam in rectitudine h z: & linea recta, quæ est inter stellam & uisum, sit linea k z: manifestum est ergo, quòd uisus non comprehendit stellam, quæ est in puncto k rectè: ergo refractè. Sit ergo locus refractionis m: & continuemus k m: & protrahamus ab m rectā usq; ad z. Forma ergo stellæ, quæ peruenit ad z, ex qua uisus comprehendit stellam: extenditur à stella per lineam k m, & refringitur per lineam m z: & non refringuntur formæ, nisi cum occurrit corpus diuersæ diaphanitatis à diaphanitate corporis, in quo existit. Ergo corpus, in quo est stella, scilicet cœlum, est diaphanū differens in diaphanitate ab aere. Et quia locus refractionis est apud superficiem, quæ transit in duo corpora, quæ differunt in diaphanitate: punctum ergo m est punctum in concauitate cœli. Et continuemus lineam inter e, m: & sit diameter sphærę cœli: erit ergo linea e m perpendicularis super superficiem cœli concauam contingentem aerem, & super superficiem aeris conuexam: [ut demonstratum est 25 n 4.] Et cum forma stellæ, quæ est in puncto k, extendatur per lineam m k, & refringatur in aere per lineam m z: patet, quòd hæc refractio est ad lineam, in qua est perpendicularis e m, quæ transit per punctum refractionis, quæ est perpendicularis super superficiem aeris. Et cum refractio in aere fit ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis: ergo corpus aeris est grossius corpore cœli. Patet ergo, quòd hoc, quod inuenimus per experimentationē stellarū, significat demōstratiuè, quòd uisus nō comprehendit stellas, nisi refractè: & quòd corpus aeris est grossius corpore cœli: & quòd corpus cœli est subtilius corpore aeris. Ex his ergo omnibus patet, quòd omnia, quę cōprehendūtur à uisu ultra corpora diaphana, quorū diaphanitas differt à diaphanitate aeris (si uisus fuerit obliquus à perpendicularibus egredientibus ex ipsis super superficiem diaphanorum corporum, in quibus consistunt) comprehenduntur refractè.



DE

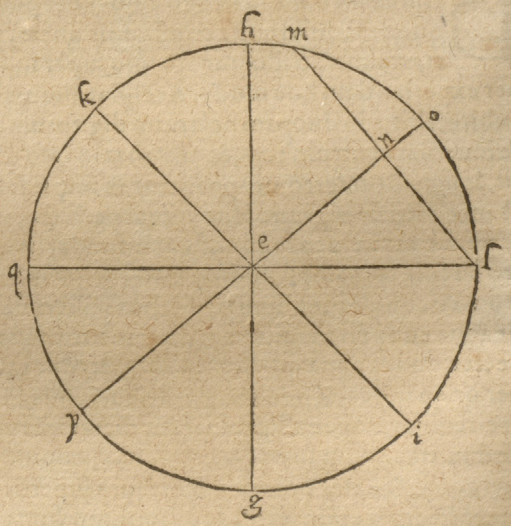
17. Imago (quæ eſt forma refracti uiſibilis à medio diuerſo) extra uiſibilis locum uidetur. in defin. 11 p 10.

IMago eſt forma rei uiſibilis, quam uiſus comprehendit ultra diaphanum corpus, quod differt in ſua diaphanitate à diaphanitate aeris, cum uiſus fuerit obliquus à perpendicularib. exeuntib. ab illo uiſibili ad ſuperficiem illius corporis diaphani. Nam forma, quam cõprehendit uiſus in corpore diaphano de re uiſa, quæ eſt ultra ipſum corpus, non eſt ipſa res uiſa: quoniam uiſus tunc non comprehendit rem uiſam in ſuo loco, neque in ſua forma, ſed in alio loco & in alio modo, ſcilicet refractè: & cum hoc comprehendit illam rem in ſua oppoſitione: hęc autem forma dicitur imago. Hoc autem comprehenditur ratione & experientia. Ratione, quoniam ex prędicto capitulo patet, quòd uiſum, quod eſt in diaphano corpore diuerſę diaphanitatis ab aere, comprehenditur à uiſu refractè, cum uiſus fuerit decliuis à perpendicularib. exeuntibus à re uiſa ſuper ſuperficiem corporis diaphani. Et cum uiſus comprehendit huiuſmodi uiſum refractè, nec eſt in oppoſitione eius, non cõprehẽdit ipſum rectè, nec ſentit ſe comprehẽdere ipſum refractè: patet, quòd comprehendit ipſum extra ſuum locum. Per experientiam uerò ſic poteſt cognoſci. Nam ſi aliquis acceperit uas habens oras erectas perpendiculares, in cuius medio poſuerit aliquod uiſum manifeſtum, ut obolum aut denarium, & ſteterit à longè, quouſq; uiderit rem uiſam in profundo uaſis: deinde elongauerit ſe à re uiſa, quouſque non uideat rem paulatim: tunc in initio occultationis ſtet in ſuo loco, & præcipiat alteri infundere aquam in uas ipſo exiſtente in ſuo loco, nec moueat uiſum, nec mutet ſitum: tunc enim cum aſpexerit aquam, quæ eſt in uaſe: uidebit rem uiſam, poſtquam non uiderat eam, & uidebit eã in eius oppoſitione. Ex quo patet, quòd forma, quam uidet in aqua, nõ eſt in loco uiſi. Nam ſi forma eſſet in loco uiſi: tunc uiſus comprehẽderet rem uiſam non exiſtente aqua in uaſe: uiſus enim in ſecundo ſtatu comprehendit rem uiſam in ſua oppoſitione, ipſa non exiſtẽte in ſua oppoſitione. Hoc ergo modo declarabitur utroque modo, ratione uidelicet & experientia, quòd imago rei uiſæ, quã uiſus comprehendit refractè, non eſt in loco rei uiſæ.

18. Imago uidetur in concurſu linearum refractionis, & perpendicularis incidentiæ. 15 p 10.

DEinde dico, quòd imago cuiuslibet puncti, quod uiſus comprehendit refractè, eſt in puncto, quod eſt differentia communis lineæ, per quam forma peruenit ad uiſum, & perpendiculari, exeunti ab illo puncto uiſo ſuper ſuperficiem diaphani corporis. Hoc autem declarabitur per experientiam hoc modo. Accipiat aliquis circulum ligneum, cuius diameter non ſit minor uno cubito, altitudo duorum uel trium digitorum, & adęquet ſuperficies eius quantumcunque poterit: & inueniat centrum eius, & extrahat in ipſo diametros ſeſe interſecantes quomodocunque uoluerit, & ſignentur ferro, ut appareant, & impleat lineas illas corpore albo, ut ceruſa mixta lacte: & punctum centri ſit nigrum. Hoc autem perfecto, accipiat uas amplum, ut peluim habens oras eleuatas, & ponat uas in loco luminoſo, & infundat in uas aquam claram, & ſit altitudo aquæ minor diametro circuli, & maior ſemidiametro eius, & menſuretur hoc ipſo circulo, quouſque aqua tranſeat centrum circuli aliquot digitis, duabus ſcilicet diametris aut pluribus ſignatis in ipſo uaſe, ſcilicet, ut ſit aqua cooperiens aliquam partem utriuſque diametri, & remaneat altera pars extra aquã, & expectet, donec aqua quieſcat in uaſe, & tunc mittat circulum ligneum in uas, & erigat circulum ſuper oram ipſius, & ponat ſuperficiem ipſius, in qua ſunt lineæ ſignatæ, ex parte uiſus: deinde moueat circulum, donec aliqua ſuarum diametrorum ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ: deinde dimittat uiſum ſuum, & erigat uas, quouſque uiſus ſimul appropinquet æquidiſtantiæ ſuperficiei aquæ, & extra oram uaſis, & ſupra ſuperficiem aquæ in tantùm, ut poſsit uidere centrum circuli: experientia enim ſecundum hunc modum erit manifeſtior. Hoc ergo facto, intueatur centrũ circuli & diametrum circuli perpendicularem ſuper ſuperficiem aquæ: tunc enim inueniet centrum circuli in rectitudine diametri perpendicularis. Deinde intueatur diametrum circuli decliuem, cuius pars eminet ſupra aquam: tunc enim inueniet ipſam incuruatam: cuius incuruatio erit apud ſuperficiem aquæ: & illa pars, quæ eſt intra aquam, continet cum illa, quæ eſt extra aquam, angulum obtuſum: & inueniet angulum ex parte diametri perpendicularis: & inueniet illud, quod eſt intra aquam, rectum & continuum. Ex quo patet, quòd forma puncti, quod eſt centrum circuli, ſcilicet forma, quam uiſus comprehendit, non eſt apud centrum circuli. Nam ſi eſſet apud centrum circuli: tunc eſſet in rectitudine diametri decliuis: nam in rei ueritate talem habet ſitum. Cum ergo uiſus comprehendit hoc punctum extra rectitudinem diametri decliuis, & anguli, quem continent partes diametri decliuis, ſequuntur diametrum perpendicularem: tunc punctum, quod eſt forma centri, eſt eleuatum à centro. Et quia uiſus comprehendit hoc punctum in rectitudine diametri, perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ: erit hoc punctum, quod eſt forma puncti, quod eſt in centro, eleuatum à centro: & cum hoc, eſt in rectitudine perpendicularis exeuntis à centro ſuper ſuperficiem aquæ. Et declarabitur ex incuruatione diametri decliuis apud ſuperficiem aquæ & rectitudine eius, quod eſt intra aquam ex diametro, & continuatione eius: quòd omne punctum partis, quæ eſt intra aquã ex diametro decliui, eſt eleuatum à ſuo loco. Deinde oportet experimẽtatorem reuoluere circulum ligneum, quouſque diameter decliuis fiat perpendicularis ſuper ſuperficiem

aquæ,& diameter,quæ erat perpendicularis,fiat decliuis:deinde dimittat uisum suum,& intueatur centrum:& tunc inueniet formam centri in rectitudine diametri,quæ nunc est perpendicularis super superficiem aquę,extra cuius rectitudinem erat forma centri, quando erat decliuis:& inueniet formam extra rectitudinem diametri, quæ est nunc decliuis, quæ prius erat perpendicularis super superficiem aquæ:& inueniet diametrum decliuem incuruatam apud superficiem aquæ:& angulus incuruationis erit ex parte diametri decliuis. Et si fuerint in circulo plures diametri, & reuoluerit experimentator circulum,quousque unaquęque earum fuerit perpendicularis super superficiem aquæ successiuè,& fuerit diameter,quæ sequitur illam diametrum,decliuis,& aliqua pars eius fuerit extra aquam:tunc inueniet formam puncti,quod est centrum circuli, semper in rectitudine diametri perpendicularis, & eleuatam à rectitudine diametri decliuis, & semper inueniet illud, quod est intra aquam, rectum. Ex omnibus ergo istis patet,quòd forma cuiuslibet puncti comprehensi à uisu in corpore diaphano grosſiore corpore aeris:comprehenditur extra suum locum & eleuatum à suo loco,& in rectitudine perpendicularis exeuntis ab illo puncto super superficiem corporis diaphani:cum linea, quæ continuat centrum uisus cum illo puncto, non fuerit perpendicularis super superficiem corporis diaphani: omne autem punctum comprehenditur à uisu in eius oppositione,& in rectitudine lineæ rectæ,per quam extenditur forma ad uisum, [per 19.21.38 n 1.13 n.] Puncta ergo,quę comprehendit uisus refractè,comprehenduntur in eius oppositione, & in rectitudine lineæ rectę,per quam forma peruenit ad uisum. Hoc autem declarabitur per experimentationem comprehensionis rerum uisibilium secundum refractionem per illud instrumentum prædictum. Nam si experimentator clauserit secundum foramen, quod est in instrumento: tunc non comprehendet rem uisam,quam comprehendebat secundum refractionem:& cum clauserit secundum foramen,nihil aliud facit, nisi secare lineam rectam imaginabilem, quæ exit à centro uisus ad locum refractionis. Ex quo patet,quòd forma,quæ extenditur à uisu in corpore diaphano,in quo res uisa est, & refringitur in corpore diaphano,in quo est uisus: extenditur per lineam rectam, quæ exit à centro uisus ad locum refractionis:& quod omne punctum, quod comprehenditur à uisu in corpore diaphano magis grosso, quàm sit corpus aeris (si centrum uisus fuerit extra perpendicularem, exeuntem ab illo puncto super corpus diaphanum) comprehenditur in puncto, quod est differentia communis lineę, super quam peruenit forma ad uisum, & perpendiculari, exeunti à puncto uiso super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte uisus. Si autem experimentator uoluerit experiri imaginem rei uisæ, cuius forma refringitur à corpore subtiliore ad corpus grosſius: accipiat frustum uitri, cuius superficies sint æquatæ & æquidistantes, habens in longitudine octo digitos,& in altitudine quatuor, & in spisſitudine quatuor: & accipiat circulum ligneum prædictum, & signet in dorso eius chordam in longitudine decē digitorum,& diuidat illam in duo æqualia, & continuet locum diuisionis cum cētro circuli linea recta, quæ transeat in utramque partem: hæc ergo linea erit perpēdicularis super lineam primam [per 3 p 3.] Deinde continuet alteram extremitatem chordæ cum centro circuli linea recta, quæ etiam transeat in utramque partem. Et hæ duæ diametri sint signatę ferro, quarum alteram impleat corpore albo, & aliam alterius modi colore. Deinde ponat uitrum longum super dorsum instrumenti circuli lignei,& superponat alteram extremitatem



longitudinis eius medietati chordæ, & distinguat de uitro tres digitos, ex quibus duo erunt ex parte diametri decliuis extra circulum, & remanebit de longitudine uitri unus digitus: qui erit ultra diametrum perpendicularem super chordam:& sit corpus uitri ex parte centri: & applicet uitrum secundum hunc situm circulo ligneo applicatione fixa. Sic ergo diameter perpendicularis super chordam, erit perpendicularis super extremitates uitri ęquidistantes, & altera diameter erit decliuis super has duas superficies. Deinde oportet, ut experimentator ponat oram circuli, in qua est extremitas uitri eminens ex parte sui uisus, & ponat alterum uisum in differentia communi circūferentiæ & extremitati uitri,quæ est extremitas diametri decliuis,& appropinquet uisum suum uitro, quantum poterit, ita, ut non posſit per illum uidere ex superficie aliquid,pręter extremitatem diametri decliuis:reliquus autem uisus sit in parte, in qua est uitrum & circulus: deinde cooperiat illud,quod opponitur alteri uisui ex superficie uitri cum bombace: quam applicet super aliquam partem uitri, ita ut comprehendat diametrum decliuem, quæ est ultima linea per unum uisum,qui contingit uitrum:& non uideat ultra hanc lineam, & uideat lineam albam perpendicularem utroque uisu. Ipso autem existente in hoc situ,intueatur centrum circuli, & inueniet illud in rectitudine lineæ albæ, quę est perpendicularis super superficiem uitri: & intueatur diametrum decliuem, apud cuius extremitatem tenet uisum suum:& tunc uidebit eam incuruatam apud superficiem uitri, quæ est ex parte centri, & inueniet angulum incuruationis ex parte circumferentiæ: uisus autem com-

tem comprehendet partem huius diametri decliuis, quæ est sub uitro in rectitudine. Et quia uisus tangit superficiem uitri, & diametri perpendicularis una pars est sub uitro, alia extra uitrum ex parte centri, altera extra uitrum ex parte extremitatis diametri: pars igitur, quæ sub uitro est, comprehenditur à uisu extra uitrum secundum refractionem: & pars, quæ est parte extremitatis diametri, comprehenditur à uisu extra uitrum: qui uisus est extra uitrum rectè & sine refractione: pars autem quæ est ex parte centri, comprehenditur ab utroque uisu secundum refractionem. Nam lineę, quæ exeunt à centro uisus contingentis uitrum, & extenduntur in corpore uitri, quando perueniunt ad superficiem uitri, quæ est ex parte extremitatis centri, omnes erunt decliues super superficiem uitri. Pars ergo, quæ est ex parte centri ex diametro perpendicularis, comprehenditur à uisu contingente uitrum secundum refractionem. Lineæ uerò, quæ exeunt à reliquo uisu ad superiorem superficiem uitri, erunt decliues super superficiem uitri superiorem: & cum extenduntur super superficiem aliam uitri, quæ est ex parte centri, erunt etiam decliues: reliquus ergo uisus comprehendit partem diametri perpendicularis, quæ est ex parte centri, duabus refractionibus: partem autem, quæ est sub uitro, una sola refractione: & cum hoc toto, uisus comprehendit hanc diametrum rectam. Et si experimentator cooperuerit alterum uisum, & aspexerit per uisum, qui ex parte uitri: comprehendet perpendicularem rectam. Et si eleuauerit uisum suum à uitro, & intuens fuerit diametrum perpendicularem ultra uitrum: comprehendet ipsam rectam, cum hoc, quòd comprehendit ipsam secundum refractionem. Caussa autem huius est, quòd omne punctum diametri perpendicularis, quando comprehenditur à uisu secundum refractionem, comprehenditur non in suo loco, sed tamen comprehenditur in loco, qui est in rectitudine perpendicularis, quæ exit ab illo super superficiem uitri: & ista diameter est perpendicularis, quæ exit à quolibet puncto eius ad superficiem uitri: & nullum punctum comprehenditur refractè, nisi super ipsam. Cum ergo uisus comprehendit hanc diametrum rectam, & comprehendit formam centri in rectitudine huius diametri: forma centri, quam uisus comprehendit ultra uitrum, quando uisus tangit uitrum, est in rectitudine perpendicularis exeuntis à centro super superficiē uitri. Et cum cōprehenderit diametrū decliuem incuruatam: cōprehendet partem eius, quæ exit à centro, quæ est ex parte centri, non in suo loco: & punctum centri non comprehenditur à uisu, nisi præter suuum locum. Et cum angulus incuruationis fuerit ex parte circumferentiæ: tunc punctum, quod est forma centri, est sub centro. Ex quo patet, quòd imago cuiuslibet puncti comprehensi à uisu ultra corpus diaphanum, subtilius corpore diaphano, quod est in parte uisus, est in rectitudine lineæ, quæ exit ab illo puncto, perpendicularis super superficiem corporis diaphani, quod est in parte uisus: & est remotior à superficie corporis diaphani, quod est in parte uisus, quàm ipsum punctum. Et omne punctum comprehensum à uisu, est in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uisum. Et imago cuiuslibet puncti comprehensi à uisu ultra corpus diaphanum, subtilius corpore diaphano, quod est ex parte uisus, est in differentia communi lineæ, per quam forma peruenit ad uisum, & perpendiculari, quæ exit à puncto uiso super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte uisus. Ex omnibus ergo istis declaratis in hoc capitulo patet, quòd imago cuiuslibet puncti uisi, comprehensi à uisu ultra corpus diaphanum diuersæ diaphanitatis à diaphanitate corporis, quod est in parte uisus (cum uisus fuerit decliuis à perpendicularib. exeuntibus ab illa re super superficiem corporis diaphani, quod est in parte uisus) est in differentia communi lineæ, per quam forma illius puncti peruenit ad uisum, & perpendiculari, quæ exit ab illo puncto super superficiem corporis diaphani, quod est in parte uisus: siue corpus diaphanum, quod est in parte uisus, sit subtilius corpore diaphano, quod est in parte rei uisæ: siue grossius. Quare autem uisus comprehendat rem uisam in loco imaginis, & quare imago sit in loco sectionis inter lineam, per quam forma peruenit ad uisum, & inter perpendicularem, quæ exit à puncto uiso ad superficiem corporis diaphani, postea dicetur.

19. Imago uidetur tum in linea refractionis, tum in perpendiculari incidentiæ. 12. 13. 18 p 10.

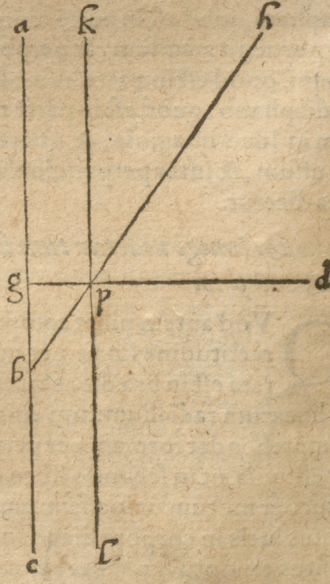
QVòd autem uisus comprehendat formam puncti uisi, quam comprehēdit refractè, etiam in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uisum, manifestum est: & caussa eius declarata est in prædictis tractatibus: & est: quoniam uisus nihil comprehendit, nisi in rectitudine linearum radialium: non enim patitur, nisi in uerticationibus istarum linearum. Quare autem comprehendat formam per perpendiculares, exeuntes à re uisa super superficiem corporis diaphani: est: quia, ut in secundo libro declarauimus: quando lux extenditur in corpore diaphano, extenditur per motum uelocissimum: & in quarto capitulo huius tractatus [8 n] declarauimus, quòd motus lucis in corpore diaphano super lineam decliuem super superficiem illius corporis, est compositus ex motu super perpendicularem, exeuntem à puncto, in quo extenditur lux, super superficiem illius corporis diaphani, & ex motu super lineam, quæ est perpendicularis super hanc perpendicularem. Forma autem, quæ extenditur à puncto uiso refractè ad locum refractionis (quæ est forma lucis existens in puncto uiso mixta cum forma coloris) semper extenditur super lineam decliuem super superficiem corporis diaphani. Hæc igitur forma extenditur ad locum refractionis motu composito ex motu super perpendicularem, quæ exit à puncto uiso super superficiem corporis diaphani, & ex motu super lineam, quæ est perpendicularis super hanc perpendicularem. Est ergo

motus formæ, quæ mouetur, aut super perpendicularem, quæ est super superficiem corporis diaphani, & deinde translata est ab hac perpendiculari alio motu: aut super perpendicularem, quæ existit super primam perpendicularem, & translata est post motum ipsius super primam perpendicularem motu composito ex prædictis duobus motibus. Hoc autem punctum comprehenditur à uisu in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uisum. Forma ergo existens in loco refractionis peruenit ad ipsum per motũ formæ, quæ mouetur super lineã perpendicularẽ super superficiẽ corporis diaphani: deinde translata est ab hac perpendiculari per motum in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uisum. Forma autem, quæ est super perpendicularem existentem super superficiem corporis diaphani: & deinde mouetur in rectitudine lineæ, per quam forma extenditur ad uisum: est forma, quæ extenditur à puncto uiso super superficiem corporis diaphani, donec perueniat ad punctum sectionis inter hanc perpendicularem, & lineam, per quam forma extenditur ad uisum. Forma igitur puncti, quam uisus comprehendit refractè ultra corpus diaphanum, est per motum formæ, quæ peruenit ad uisum à loco imaginis. Visus autem comprehendit hanc formam ex loco imaginis: quia est per motum formæ, quam uisus comprehendit rectè, & sine refractione: & est locus, qui distat tantùm à uisu, quantùm punctum imaginis: cuius situs, in respectu uisus, est situs formæ, quę est in loco imaginis: unde uisus comprehendit illud punctum secundum refractionem in loco imaginis. Hęc autem est caussa, propter quam uisus comprehendit rem uisam ultra corpus diaphanum in loco imaginis, & propter quam imago cuiuslibet puncti rei uisæ comprehensæ secundum refractionem, est in loco, in quo linea, per quam forma peruenit ad uisum, secat perpendicularem, exeuntem à puncto illo super superficiem corporis diaphani.

20. Visibile refractum à medio (quod sectum plano, facit communem sectionem lineam rectam aut peripheriam) unam habet imaginem. 29. 30 p 10.

Hoc autem declarato: dicamus quòd omne uisum comprehensum à uisu ultra aliquod corpus diaphanũ, quod differt in diaphanitate à corpore, quod est in parte uisus (si corpus fuerit ex corporibus communibus) non habet, nisi unam imaginem. Corpora autem diaphana assueta sunt cœlum, & aer, & aqua, & uitrum, & lapides diaphani: & superficies cœli, quæ est ex parte uisus, est sphærica & concaua. Vnde omnis superficies plana, quę secat eam, facit in ea lineam circularem, cuius concauitas est ex parte uisus. Superficies autem aeris, quæ tangit illam, est sphærica conuexa. Vnde si secetur à superficie æquali: fiet in ipsa linea circularis, [per 1 th 1 sphær.] cuius conuexum est ex parte cœli. Superficies uerò aquæ, quæ est ex parte uisus, est sphærica conuexa: & si secetur à superficie æquali, fiet in ipsa linea circularis: cuius conuexum est ex parte uisus. Vitrorum autem & lapidum diaphanorum figuræ assuetæ sunt rotundæ, aut planæ. Vnde si secentur à planis superficiebus, fient in illis aut circuli, aut lineæ rectę. Et uniuersaliter dicimus, quòd omne punctum comprehensum à uisu ultra quodcunque corpus diaphanum, (cuius superficies, quæ opponitur uisui, est unica superficies, & si secetur à sųpficie ęquali, fiat in superficie eius linea recta, aut circularis) non habet, nisi unã imaginem: nec comprehenditur à uisu, nisi unum punctum tantùm.

21. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui fuerit linea recta: uisibile in perpendiculari super refractiuum à uisu ducta: rectè, & unum uidebitur. 19 p 10.



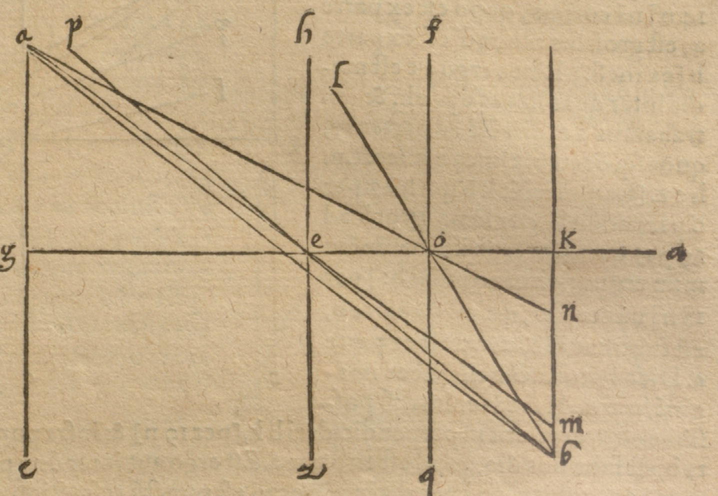
Sit ergo uisus a: & punctum uisibile b: & corpus diaphanum ultra, quod est b sit illud, in cuius superficie est g: & sit diaphanitas huius corporis grossior diaphanitate corporis, quod est ex parte uisus: & sit superficies eius, quæ est ex parte uisus, æqualis: & [per 11 p 11] extrahamus super ipsam à puncto a perpendicularem a g c. Punctum ergo b aut erit super lineam a g c: aut extra ipsam. Si ergo punctum b fuerit in linea g c: tunc uisus a comprehendet b rectè & sine refractione [per 13 n.] Nam forma b, quando extenditur per b g, exit ad corpus, quod est in parte a in rectitudine b g: nam b g est perpendicularis super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte uisus [per thesin.] Visus ergo a comprehendit b in suo loco, & in rectitudine a g b. Dicimus ergo, quòd punctum b extra hãc lineam nunquam refringetur ad a. Quod si fit possibile: refringatur forma b ad a ex puncto p: & extrahamus superficiem, in qua est perpendicularis a g b & punctum p: faciet ergo [per 3 p 11] in superficie corporis diaphani lineam rectam: sit ergo g p d: & [per 11 p 1] extrahamus à puncto p perpendicularem super lineam d p g: & sit k p l: erit ergo k p l perpendicularis super superficiem corporis diaphani: [per conuersionem 4 d 11. Nam a g p refractionis planum est ad perpendiculum plano refractiui per 9 n:] & continuemus b p, & extrahamus ad h: erit ergo angulus k p h ille, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis, exiens à loco refractionis super superficiem corporis diaphani. Quia ergo corpus, quod est ex parte a, est subtilius illo, quod est ex parte b: cum b peruenerit ad p, refringetur ad partem contrariam illi, in qua est perpendicularis p k, [per 14 n:] nõ ergo perueniet forma refracta ad lineã a b: sed [ex hypothesi] est refracta ad punctum a: quod est impossibile. Non ergo refringetur forma b ad

a ex p,

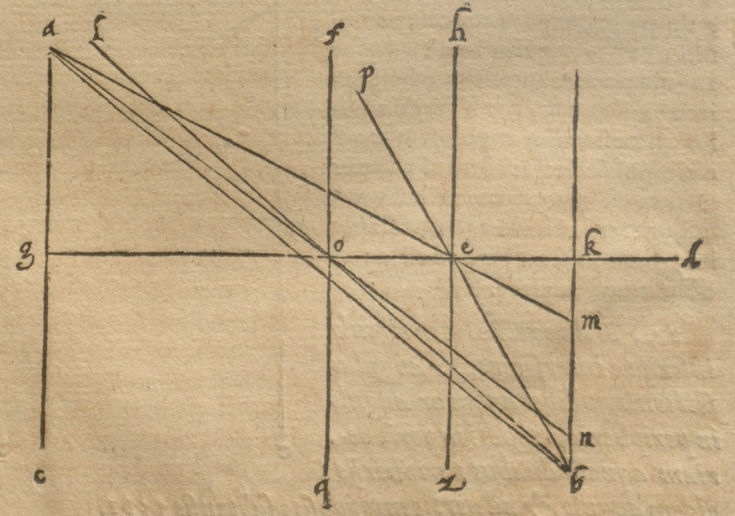
a ex p,neque ex alio puncto: a ergo non comprehendit b, nisi in rectitudine lineæ a g b:non ergo cõprehendit ipsum,nisi puncto uno tantùm.

22. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui densioris fuerit linea recta: uisibile extra perpendicularem à uisu super refractiuum ductam, ab uno puncto refringetur, & unam habebit imaginem. 20 p 10.

SI uerò b fuerit extra a g c:extrahamus superficiem,in qua est a g c linea,& punctum b:ergo[per 18 p 11] erit perpendicularis super superficiem corporis diaphani:& fiat in superficie huius corporis linea g d sectio communis:ergo [per 3 p 11] g d est recta:non ergo refringetur forma b ad a, nisi in superficie,in qua est g d [per 5.9 n:] non enim transit per duo puncta a,b superficies perpẽdicularis super superficiem corporis diaphani,nisi superficies transiens per perpendicularem a c:& per punctum b & per pendicularem a c non transit superficies æqualis,nisi una sola tantùm. Forma ergo b non refringitur ad a,nisi ex linea g d. Refringatur ergo forma b ad a à puncto e:& continuemus duas lineas b e,e a:& [per 11 p 1] extrahamus ex e perpendicularem super lineam g e d: sit ergo h e z:erit ergo h e z perpendicularis super duas superficies duorum corporum diaphanorum: [per 9 n & conuersionem 4 d 11] & extrahamus b e rectè ad p:erit ergo e p inter duas lineas e h, e a: nam corpus diaphanum,quod est ex parte a,est subtilius illo,quod est ex parte b, [ex thesi.] Forma ergo b,quæ extenditur per lineam b e,cum peruenerit ad e, refringetur ad partem contrariam parti perpendicularis z e h [per 14 n]ideo erit linea e p inter duas lineas e h e a: & [per 12 p 1] extrahamus ex b perpendicularem super lineam g d:scilicet b k: erit ergo b k perpendicularis super superficiẽ diaphani corporis, quod est ex parte b: [per 9 n & conuersionem 4 d 11:] & extrahamus a e rectè, ut secet angulũ b e k: & secet lineã b k in m:m ergo erit imago puncti b [per 18 n]:&angulus p e a erit angulus refractionis. Dico ergo,quòd b nõ habebit aliã imaginem,prçter m. Quoniã enim demõstratum est [19 n] quòd b nõ comprehẽditur à uisu, nisi super perpendicularem b k: Si ergo b



aliam habuerit imaginem:erit in linea b k,& inter duo pũcta b,k: corpus enim, quod est ex parte b, est grossius illo,quod est ex parte a. Sit ergo illa alia imago,si possibile est, punctum n:erit ergo aut inter duo pũcta m, k: aut inter duo puncta m,b:sit inter m,k: & cõtinuemus a n:secabit ergo lineam g d in puncto o:& continuemus b o:& trãseat usq; ad l:erit ergo o pũctũ refractionis:quia linea b o l est illa,per quã extenditur forma,quę est apud b:& erit angulus l o a angulus refractiõis:& [p 11 p 1] extrahamus ex o perpẽdicularem sup lineã g d: & sit f o q:erit ergo linea f o q perpendicularis super superficiẽ corporis diaphani [p 9 n & conuersionẽ 4 d 11] & erit angulus l o f sicut angulus, quẽ continet perpendicularis,& linea,p quã extenditur forma ad locũ refractionis [p 15 p 1.] Si igitur n fuerit inter duo pũcta m, k: tũc o erit inter duo pũcta e,k:angulus ergo e b k est maior angulo o b k [p 9 ax.] angulus ergo p e h est maior angulo l o f: [Quia.n.h e z,k b & f o q sunt ppẽdiculares ipsi g d p fabricationẽ:erũt per 28 p 1 parallelę: & p 29 p 1 angulus p e h ęquabitur angulo e b k:eadẽq; de causa l o f ęquabitur o b k. Quare sumptis p e b k,o b k:ęqualib.p e h,l o f:erit angulus p e h maior angulo l o f] & angulus p e a est angulus refractionis ex angulo p e h:& angulus l o a est angulus refractiõis ex angulo l o f: angulus ergo p e a est maior angulo l o a, ut declaratũ est in tertio capite huius tractatus [12 n:] angulus ergo a e h est maior angulo a o f:qđ est impossibile. [Quia.n.anguli h e g, f o g ęquantur p 10 ax: & per 16 p 1 angulus a e g maior est angulo a o g: reliquus igitur a e h minor est reliquo a o f.]

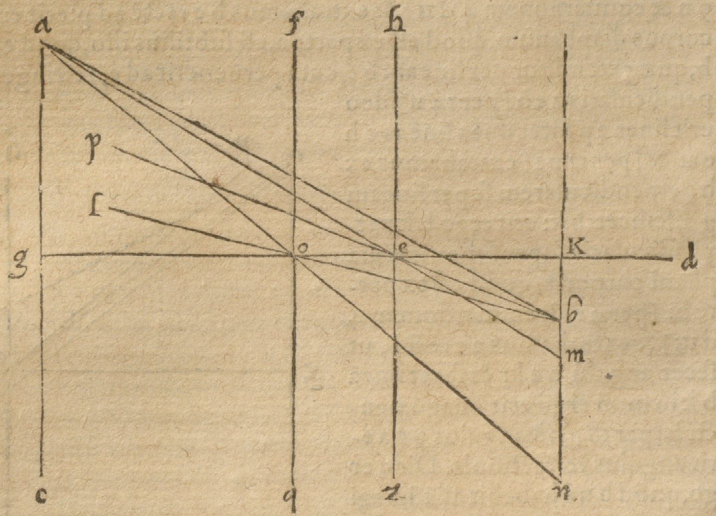


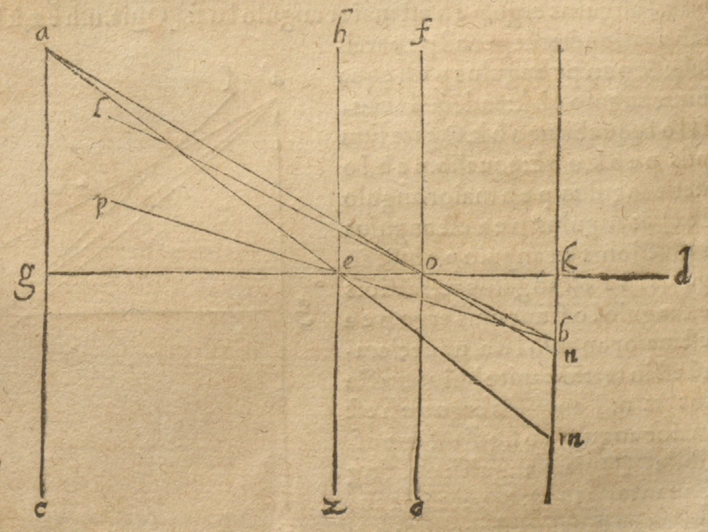
Si aũt n fuerit inter duo puncta m, b:tunc punctũ e erit inter duo puncta o, k: & erit angulus e b k

gulus e b k minor angulo o b k [per 9 axio.] erit ergo angulus p e h minor angulo l o f: erit ergo angulus p e a, qui est angulus refractionis, minor angulo l o a, qui est angulus refractionis: angulus ergo a e h est maior angulo a o f: quod est impossibile, [ut ꝓximè ostensum est.] Ergo impossibile est, ut punctum n sit imago puncti b: neque aliud punctum est præter m. Ergo punctum b, respectu uisus a, nullam habet imaginem, præterquam punctum m: & hoc declarare uoluimus.

23. *Si cõmunis sectio superficierũ refractionis & refractiui rarioris fuerit linea recta: uisibile extra perpendicularem, à uisu super refractiuum ductã: ab uno puncto refringetur: & unam habebit imaginem. 21 p 10.*

ET iterũ: sit corpus grossius ex parte uisus, & subtilius ex parte rei uisę: & sit differẽtia cõmunis inter hác superficiẽ & superficiẽ corporis diaphani linea g d: & [p 12 p 1] extrahamus ex b lineá perpẽdicularẽ super lineá g d: & sit b k: erit ergo b k ꝑpendicularis ſuꝑ superficiẽ corporis diaphani: [per 9 n & cõuersionẽ 4 d 11] & refringatur forma b ad a ex e: & cõtinuemus lineas b e, e a: & extrahamus perpendicularẽ h e: & extrahamus b e rectè ad p: erit ergo a e linea media inter duas lineas e p, e h. Nam prima linea, per quá extẽditur forma ad locũ refractionis, est linea b e p: refractio.n. est ad partẽ perpẽdicularis e h: [p 14 n] ná corpus, quod est ex parte a, est grossius illo, qđ est ex parte b [ex thesi.] Linea ergo a e est media inter duas lineas e p, e h: & extrahamus a e, directè ad partem e, quousq; occurrat lineę b k: secat.n. h e z. [Itaq; secabit k b ipsi h e z per 6 p 11 parallelá, per lẽma Procli ad 29 p 1] occurrat ergo illi in puncto m: m ergo erit imago pũcti b: [per 18 n] ná corpus, qđ est ex parte b, est subtilius illo, quod est ex parte a. Dico igitur, qđ b nõ habet imaginẽ, nisi m. Habeat enim n: si possibile est: n ergo erit in perpendiculári b k, [per 19 n] & infra punctũ b: quia corpus, quod est in parte b, est subtilius illo, quod est ex parte a. Est ergo aut inter duo puncta m, b: aut infra m: & cõtinuemus a n: secabit ergo lineá d g in o: o ergo est punctũ refractionis. Et cõtinuemus b o: & tráseat usq; ad l: & [p 11 p 1] extrahamus ex o perpẽdicularẽ f o q. Linea ergo b o est linea, ꝑ quá extẽditur forma ad locũ refractionis: ergo linea o a erit inter duas lineas o l, o f: refractio enim est ad partẽ perpẽdicularis [ꝑ thesin & 14 n.] Si ergo fuerit n inter duo pũcta m, b: tũc punctũ o erit inter duo puncta e, k: ergo erit angulus o b k minor angulo e b k: [ꝑ 9 ax.] ergo angulus l o f est minor angulo p e h, [ut demonstratũ est superiore numero] ergo [ꝑ 12 n] angulus l o a (qui est angulus refractionis) est minor angulo p e a, qui est angulus refractionis: & angulus a o f, qui remanet post angulum refractionis, est minor angulo a e h, qui remanet post angulũ refractionis [per 12 n] sed [per 29 p 1] angulus a o f est æqualis angulo a n k, & angulus a e h est æqualis angulo a m k: ergo angulus a n k est minor angulo a m k: quod est impossibile [& cõtra 16 p 1.] Si aũt n fuerit infra m: tũc erit e inter duo puncta o, k: & erit angulus o b k maior angulo e b k: angulus ergo l o f erit maior angulo p e h: [ut patuit proximo numero] ergo angulus l o a est maior angulo p e a: & angulus a o f est maior angulo a e h: [p 12 n] ergo angulus a n k est maior angulo a m k: qđ est impossibile: [& cõtra 16 p 1] n ergo non est imago b: nec aliud punctũ, præterquá m: b ergo non habet imaginem, nisi m. Et hoc est, quod uoluimus declarare.

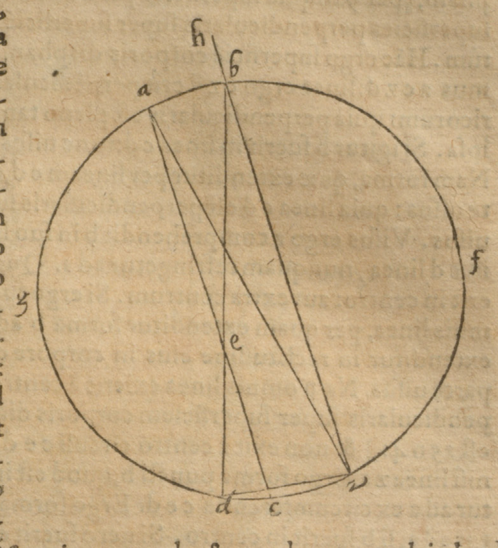




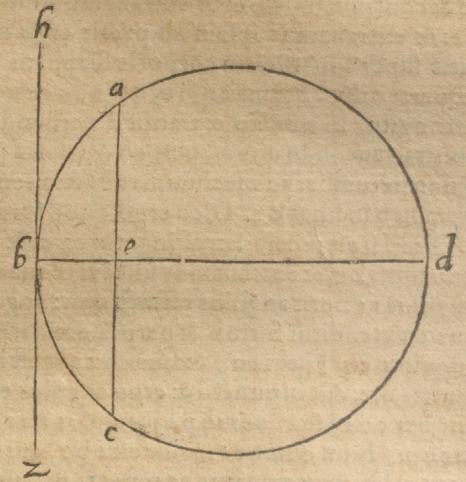
24. *Si duæ rectæ lineæ circulo inscriptæ intersecentur: angulus sectionis quilibet æquatur angulo in peripheria, insistẽti in peripheriam æqualẽ duabus peripherijs eidem angulo, & ad uerticem opposito subtensis 54 p 1.*

AD duas aũt lineas circulares conuexá & cõcauá pręmittemus hęc. Cũ duę chordę sese secuerint in circu-

in circulo: angulus ſectionis erit æqualis angulo, qui eſt apud circumferentiam, quam chordant duo arcus, quos diſtinguunt illæ duæ chordæ. Et ſi duæ lineæ ſecuerint circulum, & ſecuerint ſe extra circulum: angulus ſectionis erit æqualis angulo, qui eſt apud circũferentiam, quã chordat exceſſus maioris illorum duorũ arcuũ, quos diſtinguunt illæ duæ lineæ, ſupra reliquũ. Verbi gratia: in circulo a b c d ſecent ſe duæ chordę a c, b d in e. Dico igitur, quòd angulus a e b eſt æqualis angulo, qui eſt apud circumferẽtiam, quam reſpiciunt duo arcus a b, c d: & quòd angulus b e c eſt æqualis angulo in circumferẽtia, quam reſpiciũt duo arcus d g a, b z c. Extrahamus enim ex b lineam b z æquidiſtantẽ lineæ a c [p 31 p 1:] arcus ergo c z eſt æqualis arcui a b [Ducta enim recta a z: æquabitur angulus c a z angulo a z b p 29 p 1: ideoq; peripheria c z peripherię a b p 26 p 3:] & arcus c d eſt cõmunis: ergo arcus d z eſt æqualis duobus arcubus, a b, c d: ſed arcus d z reſpicit angulũ d b z [p 8 d 3] ergo d z reſpicit arcus æquales duob. arcubus a b, c d: & [p 29 p 1] angulus d b z eſt æqualis angulo a e b: ergo angulus a e b eſt æqualis angulo, qui eſt in circumferẽtia, quã reſpiciunt duo arcus a b, c d. Et hoc eſt quod uoluimus. Itẽ continuemus d z: & producamus z b in h: erit ergo [per 32 p 1] angulus h b d æqualis duob. angulis b d z, b z d, & [per 8 d 3] duo anguli b z d, b d z reſpiciuntur à duobus arcubus b g d, b f z: angulus ergo h b d eſt æqualis angulo, quem reſpicit arcus d b z: & arcus a b eſt æqualis arcui z c, [ex cõcluſo:] ergo arcus d b z eſt æqualis duobus arcubus d g a, b z c: ergo angulus h b e eſt æqualis angulo, quẽ reſpiciunt duo arcus d g a, b z c: & [per 29 p 1] angulus h b e eſt ęqualis angulo b e c. Ergo angulus b e c eſt æqualis angulo, qui eſt in circumferẽtia, quã reſpiciũt duo arcus d g a, b z c. Et hoc eſt, quod uoluimus declarare.

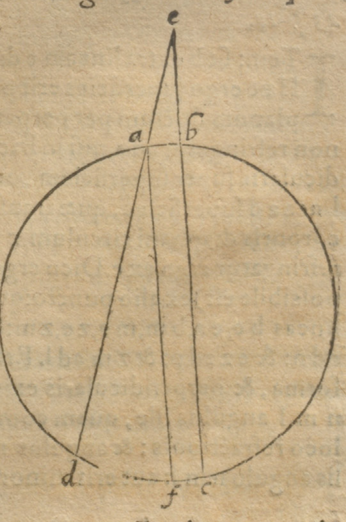


Et ſi linea h b z contingat circulum: tunc [per 32 p 3] angulus e b z erit æqualis angulo cadẽti in portionẽ b a d: & ſic arcus b c d reſpicit angulum apud circumferẽtiam, æqualem angulo e b z: & [per 29 p 1] angulus e b z eſt æqualis angulo b e a: ergo angulus b e a eſt æqualis angulo, qui eſt apud circumferentiam, quẽ reſpicit arcus b c d: & arcus b c eſt æqualis arcui b a: quia diameter, quæ exit ex b, eſt perpendicularis ſuper lineã a c: [Nã diameter per punctũ b educta, eſt perpẽdicularis tangẽti per 18 p 3: itaq; per 29 p 1 eſt perpẽdicularis ipſi a c ad tangentẽ parallelę] quare [per 3 p 3] diuidit ipſam in duo æqualia: ergo arcus a b æqualis erit arcui b c: [ductis enim rectis a b, b c: erũt ipſæ p 4 p 1 æquales: ideoq; peripheriæ a b, b c ipſis ſubtẽſæ, per 28 p 3:] arcus ergo b c d eſt ęqualis duobus arcubus a b, c d: ergo angulus b e a eſt æqualis angulo, q̃ eſt apud circũferẽtiam, quẽ reſpiciunt duo arcus a b, c d. Et ſimiliter declarabitur, quòd angulus b e c eſt æqualis angulo, qui eſt apud circumferentiam, quem reſpiciunt duo arcus b c, a d. Et hoc eſt quod uoluimus.



25. Si duæ rectæ lineæ circulo inſcriptæ, extrà cõtinuatæ cõcurrant: angulus concurſus æquatur angulo in peripheria, inſiſtenti in peripheriã, qua maior peripheriarum inter inſcriptas cõprehenſarũ exuperat minorẽ. 55 p 1.

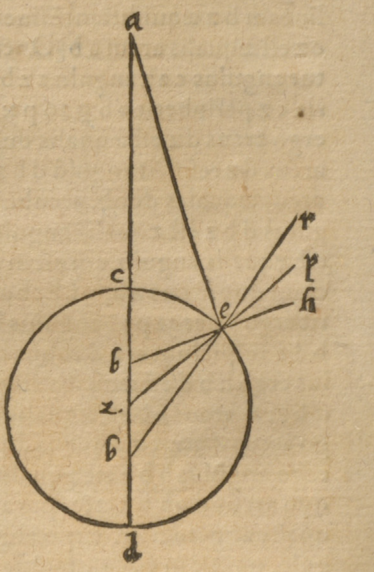
Item: ſit e extra circulũ a b c d: & extrahamus ex e duas lineas ſecantes circulũ a b c d: & ſint e a d, e b c. Dico ergo, quòd angulus c e d eſt æqualis angulo, q̃ eſt apud circũferẽtiã circuli, quẽ reſpicit arcus exceſſus d c ſupra arcũ a b. Extrahamus enim lineã æquidiſtantẽ lineæ b c [per 31 p 1] erit ergo [ut paulò antè oſtẽſum eſt] arcus f c æqualis arcui a b: erit ergo arcus d f exceſſus arcus d c ſupra arcũ a b: ſed [per 8 d 3] arcus d f reſpicit angulũ d a f: & [per 29 p 1] angulus d a f eſt æqualis angulo c e d: ergo c e d eſt æqualis angulo, qui eſt apud circumferentiam d f. Et hoc eſt quod uoluimus.



26. Si cõmunis ſectio ſuperficierũ refractionis & refractiui conuexi fuerit peripheria: uiſibile in perpendiculari à uiſu ſuper refractiuum ducta: rectè, & unum uidebitur. 22 p 10.

His ergo declaratis, ſit uiſus punctũ a: & ſit pũctum b in aliquo uiſo: & ſit ultra corpus diaphanũ groſsius corpore, q̃d eſt in

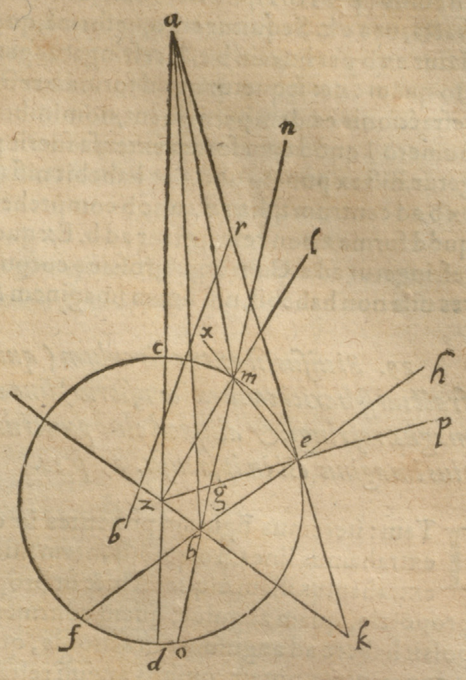
parte uisus: & sit superficies corporis diaphani, quod est ex parte b, superficies circularis cõuexa ex parte uisus. Ergo p duo pũcta, a, b transit superficies perpendicularis super superficiẽ corporis diaphani, [per 9 n: quia superficies per a & b educta, est superficies refractionis:] & non transit per illa, superficies perpendicularis super superficiẽ corporis, in qua refringitur forma b ad a, nisi una tantùm. Hác ergo superficiẽ corporis diaphani signet circulus c e d: cuius centrum sit z: & continuemus a c z d: linea ergo c z d erit perpẽdicularis super superficiẽ corporis diaphani [per 4 th 1 sphęricorum: quia perpendicularis est plano tangenti.] Punctum autẽ b aut erit extra lineam c d: aut in ipsa. Si igitur b fuerit in linea c d: tunc uisus a comprehendet b rectè, & sine refractione [per 13 n.] Nam forma, quæ extenditur per lineam c d, extenditur rectè in corpore diaphano, quod est ex parte uisus: quia linea c d est perpendicularis super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte uisus. Visus ergo a comprehendit b in suo loco, & rectè. Dico ergo, quòd forma puncti b, quod est in c d linea, nunquam refringetur ad a. Quoniam punctum b aut erit in centro: aut extra centrum. Si ergo fuerit in centro: tunc omnis linea, per quam extenditur forma b ad circumferẽtiam c e d, extenditur in rectitudine eius in corpore diaphano, quod est ex parte uisus. Nam omnis linea exiens à centro circuli c e d est perpendicularis super superficiem corporis diaphani, [ut ostensum est 25 n 4:] & non exit à centro circuli c e d ad uisum a linea recta, nisi linea z a. Ergo forma puncti b, quod est in centro, non refringitur ad a ex circumferentia c e d. Ergo forma b nunquam refringetur ad a, si b fuerit in centro. Si uerò fuerit extra centrum: aut erit in linea z c, aut in z d: sit ergo primò in linea z c. Dico, quòd forma b non refringatur ad a. Quod si fuerit possibile: refringatur ex ipso e: & continuemus b e: & extrahamus illud ad h: & continuemus z e: & extrahamus ipsam ad p: erit ergo linea z e p perpendicularis super superficiem corporis diaphani [per 25 n 4,] quod est ex parte uisus. Forma ergo b, quando extenditur ad lineam b e, & refringitur in puncto e: transit à perpendiculari p e ad partem h contrariam illi, in qua est perpendicularis [per 14 n:] forma ergo b non perueniet ad a secũdum refractionem, si b fuerit in linea z c. Item sit b in linea d z. Dico ergo, quòd forma b non refringetur ad a. Quod si est possibile: refringatur ex e: & continuemus b e: & extrahamus b e lineam ad r: & continuemus z e, & extrahamus lineam usque ad p: & refringatur forma b ad a per lineam e a: Sic ergo angulus r e a erit angulus refractionis: angulus autem r e p erit angulus, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis exiens à loco refractionis: angulus ergo r e a est minor angulo r e p [per 12 n] & linea b z aut est minor linea z e, aut æqualis ei: nam b aut est inter duo puncta d, z: aut in puncto d: ergo angulus e b z aut est maior angulo b e z [per 18 p 1] aut æqualis ei: [per 5 p 1] sed [per 16 p 1] angulus a e r est maior angulo e b z: ergo angulus a e r est maior angulo r e p. [Nam quia a e r maior est e b z, qui maior est, uel æqualis ipsi b e z: erit etiam maior ipso b e z: at ipsi b e z æquatur r e p per 15 p 1: quare a e r maior est r e p] quo prius erat minor: quod est impossibile. Ergo forma b non refringetur ad a ex e: nec ex alio puncto circumferentiæ c e d: neque ex alia circumferentia circulorum, qui fiunt in superficie corporis diaphani, in quo est b. Igitur b existente in linea c d: non comprehendetur ipsum à uisu per refractionem. Quare non comprehenditur, nisi unum solum punctum.



27. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui conuexi densioris fuerit peripheria: uisibile extra perpendicularem à uisu super refractiuum ductam, ab uno puncto refringetur, unamq́ habebit imaginem, uariè, pro uaria uisus uel uisibilis positione, sitam. 23 p 10.

Item: sit b extra lineam c d: & extrahamus superficiem, in qua est perpẽdicularis, & punctum b. Hæc ergo superficies erit perpendicularis super superficiem corporis diaphani: [per 9 n: quia planum ductum per perpendicularẽ a c d & uisibile b, est planum refractionis] & punctum b non refringetur ad a, nisi in hac superficie: non enim transit per duo puncta a, b superficies perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi illa, quæ transit per lineam a d: & non exit ex linea a d superficies, quæ transit per b, nisi una tantùm. Hæc ergo superficies signet in superficie corporis diaphani circulum c e d: forma ergo b non refringetur ad a, nisi ex circumferentia c e d: refringatur ergo ex e. Dico ergo, quòd nõ refringetur ex alio puncto quàm e. Refringatur enim (si possibile est) ex alio puncto: quod, ut dictũ est, erit in circũferentia c e d: Sit ergo m: & cõtinuemus lineas b e, e a, b m, m a, z e, z m: & secẽt se lineæ b m, z e in pũcto g: & extrahamus b e usq; ad h: & b m ad n: & e z ad p: & z m ad l. Erit ergo angulus h e p ille, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis exiens à loco refractionis: & angulus h e a erit angulus refractionis: & n m l angulus ille, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis exiens à loco refractionis: & angulus n m a erit angulus refractionis. Angulus igitur h e p aut erit æqualis angulo n m l: aut erit minor: aut maior. Si æqualis: angulus h e a, qui est angulus refractionis: erit

erit æqualis angulo n m a, qui eſt angulus refractionis [per 12 n:] angulus ergo a m b erit æqualis angulo a e b [per 13 p 1. 3 ax.] quod eſt impoſsibile. [Ducta enim recta linea a b: erit angulus a m b maior angulo a e b per 21 p 1.] Si minor: erit [per 12 n] angulus h e a minor angulo n m a: angulus ergo a m b erit minor angulo a e b [per 13 p 1] quod eſt impoſsibile [& contra 21 p 1.] Si maior: extrahamus lineam e b in partem b ad f: & extrahamus m b uſque ad o: angulus ergo e m b erit æqualis angulo, qui eſt apud circumferentiam, quem reſpiciunt duo arcus e m, f o [per 24 n.] Et cum [ex hypotheſi] angulus h e p ſit maior angulo n m l: erit [per 15 p 1] angulus z e b maior angulo n m l: & cum angulus z e b ſit maior angulo n m l: angulus m z p erit maior angulo m b e. [Nam quia in triangulis e b g, m z g, angulus b e g maior eſt angulo z m g per theſin & 15 p 1: & anguli ad g æquantur per eandem: erit reliquus m z p maior reliquo m b e per 32 p 1:] & exceſſus anguli m z e ſupra angulum m b e, erit æqualis exceſſui anguli z e b ſupra angulum z m b: nam duo anguli apud g ſunt æquales [per 15 p 1. Itaq; cum per 32 p 1 anguli trianguli z m g æquentur angulis trianguli b e g: erunt exuperantiæ angulorum m z e, z e b ſupra angulos m b e, z m b æquales.] Arcus uero, qui reſpicit angulum m z e, cũ fuerit apud circumferentiam, erit duplus ad arcum m e. [Quia enim angulus m z e duplus eſt anguli in peripheria, in eandem peripheriam m e inſiſtentis per 20 p 3: ergo angulus m z e in peripheria conſtitutus, inſiſtet in duplam peripheriam m e per 33 p 6.] Si ergo angulus m z e fuerit maior angulo m b e: tunc arcus m e duplicatus erit maior duobus arcubus m e, f o: & erit exceſſus arcus m e duplicati ſupra duos arcus m e, f o, æqualis exceſſui arcus m e ſupra arcum f o [ſubducta enim communi peripheria m e, ſupereſt eadem exuperantia.] Exceſſus ergo anguli m z e ſupra angulum m b e eſt iſte, quem reſpicit apud circumferentiam exceſſus arcus m e ſupra arcum f o: ſed exceſſus arcus m e ſupra arcum f o eſt minor duobus arcubus m e, f o [per 9 ax.] Ergo exceſſus anguli m z e ſupra angulum m b e, eſt minor angulo m b e [per 33 p 6.] Exceſſus igitur anguli z e b ſupra angulum z m b eſt minor angulo m b e: ergo [per 15 p 1] exceſſus anguli h e p ſupra angulum n m l eſt minor angulo m b e. Ergo [per 12 n] exceſſus anguli h e a, qui eſt angulus refractionis, ſupra angulum n m a, qui eſt angulus refractionis, eſt multò minor angulo m b e. Sed exceſſus anguli h e a ſupra angulum n m a, eſt exceſſus anguli a m b ſupra angulum a e b [per 13 p 1.] Ergo exceſſus anguli a m b ſupra angulum a e b eſt minor angulo m b e. Sed exceſſus anguli a m b ſupra angulum a e b, ſunt duo anguli m a e, m b e. [Nam connexa recta a b & continuata e m ultra m in x: æquabitur per 32 p 1 angulus a m x duobus interioribus ad a & e: itemque b m x duobus interioribus ad b & e. Totus igitur a m b exuperat totum a e b duobus angulis m a e, m b e.] Ergo duo anguli m a e, m b e ſunt minores angulo m b e: quod eſt impoſsibile [& cõtra 9 ax.] Forma ergo b non refringetur ad a ex alio puncto, præterquam ex e. Et hoc eſt quod uoluimus. Cum ergo b non refringatur ad a, niſi ex uno puncto: nec habebit, niſi unam imaginem. Sed locus imaginis diuerſatur ſecundum diuerſitatem loci, in quo eſt b. Continuemus enim b z: linea ergo b z aut concurret cum linea e a: aut erit ei æquidiſtans: & concurſus aut erit in parte e b, ut in k: aut in parte a, ut in r. Et cum b z fuerit æquidiſtans lineæ e a: erit ut linea b z ſit media inter duas lineas k b z, b z r. Si uerò concurſus harum duarum linearum fuerit in k: erit imago ante uiſum, & erit forma manifeſta & comprehenſa à uiſu in k [per 18 n.] Si uerò concurſus fuerit in r: erit imago punctum r: & tunc forma comprehendetur à uiſu in eius oppoſitione: ſed non tam manifeſtè, quia comprehenditur à uiſu extra ſuum locum. Hoc autem declaratum eſt in loco, in quo locuti ſumus de reflexiõe [61 n 5.] Si linea b z fuerit æquidiſtans lineæ e a: tunc imago erit indeterminata, & forma comprehendetur in loco refractionis. Huius autem cauſſa ſimilis eſt illi, quam diximus in loco reflexionis [61 n 5] cum fuerit reflexio per lineam æquidiſtantem perpendiculari. Ex prædictis ergo patet, quòd res, quæ comprehenditur à uiſu ultra corpus diaphanum groſsius corpore, quod eſt ex parte uiſus: nõ habet, niſi unam imaginem, neq; comprehenditur, niſi unum tantùm. Hæc uerò refractio eſt à concauitate corporis diaphani ex parte uiſus contingentis conuexum corporis diaphani, quod eſt ex parte rei uiſæ. Et hoc eſt quod uoluimus.



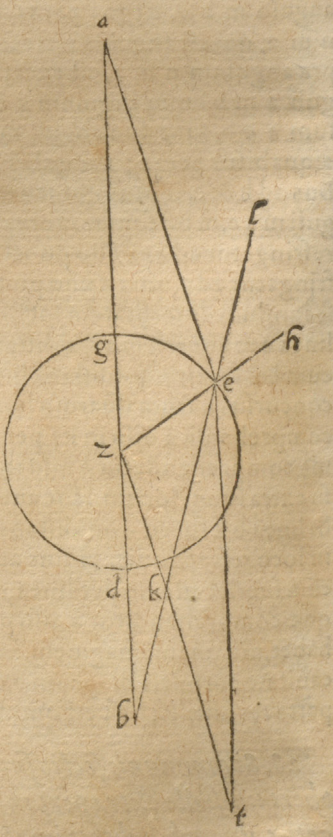
28. Si communis ſectio ſuperficierum refractionis & refractiui conuexi rarioris fuerit peripheria: uiſibile extra perpendicularem à uiſu ſuper refractiuum ductam: ab uno puncto refringetur, unamq́; habebit imaginem, uariè pro uaria uiſus uel uiſibilis poſitione ſitam. 24 p 10.

ET ſi corpus diaphanum fuerit groſsius ex parte uiſus, & ſubtilius ex parte rei uiſæ: tunc uiſus

u sus non uidebit nisi unam solam imaginem. Nam tunc uisus erit ut b: & res uisa ut a. Et cum forma a refringetur ad b: refractio erit in superficie perpendiculari super superficiem corporis diaphani [per 9 n] & erit differentia communis inter illam superficiem & superficiem corporis diaphani circulus [per 1 th 1 sphæricorum,] ut circulus e e d: & erit punctum refractionis, ut e: & erit linea refracta, ut a e k. Sequitur ergo, ut forma, quę extendetur per lineam a e, & refringetur per b e: extendatur ex b per lineam b e, & refringatur per lineam a e. Si ergo forma a refringitur ad b ex alio puncto quàm ex e: sequetur quòd forma b refringetur ad a ex illo puncto. [Quia lineæ incidentiæ & refractionis eædem permanent, nominibus tantùm mutatis.] Sed iam declaratum est [superiore numero] quòd cum forma extensa fuerit per lineam b e, & refracta per lineam a e: nunquam refringetur, nisi ex puncto uno, nec habebit nisi unam imaginem. Et si a fuerit in perpendiculari exeunte ex b ad centrum sphæræ: tunc b comprehendet a in rectitudine perpendicularis [per 13 n] & patet, quòd forma a non refringetur ad b. Ex quo patuit, quòd forma b, cum fuerit in perpendiculari, nõ refringetur ad a. Cum ergo grossius corpus fuerit ex parte uisus, & subtilius ex parte rei uisæ: tunc res uisa non habebit, nisi unam imaginem & unam formam tantùm.

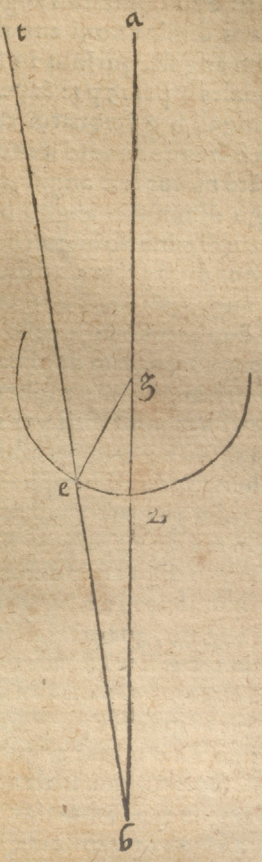
29. Si uisus sit extra circulum (qui est communis sectio superficierum, refractionis & refractiui sphærici conuexi densioris) linea recta in definito situ potest à segmento peripheriæ nõ magnæ refringi: & aliquod eius punctum rectè: è reliquis plura refractè uideri: & locus totius imaginis est in ipso uisu. 25 p 10.

Item: iteremus figuram ponentes in circumferentia g e d, punctum ex parte g: & sit e: ex quo extrahamus lineam æquidistantem lineæ a b [per 31 p 1:] & sit linea e t: & continuemus z e, & extrahamus illam usque ad h: & sit proportio anguli z e k ad angulum k e t duplicatum maxima proportio, quam angulus, quem continet linea, per quam extenditur forma cum perpendiculari, possit habere ad angulum refractionis, quem exigit ille angulus, quò ad sensum. [Id autem per 10. 11. 12 n præstari potest, quibus anguli refractionum à medio crassiore ad subtilius & contrà, inuenti sunt.] Anguli enim refractionis, qui fuerint inter duo corpora diuersa in diaphanitate, à luce transeunte per illa diuersantur: quorum diuersitas, quò ad sensum, habet finem: quem si excesserit: sensus non comprehendet quantitatem refractionis: comprehendet enim centrum lucis in rectitudine lineæ, per quam lux extenditur, cum uidelicet experimentatus fuerit hoc per instrumentum. Et ponamus angulum d z t æqualem angulo k e t [per 23 p 1] erit ergo angulus z k e duplus ad angulum k e t. [Quia enim e t, z b sunt parallelæ per fabricationem: æquatur angulus k b z angulo k e t per 29 p 1: cui iam æquatus est k z b: anguli igitur k b z, k z b sunt æquales: quibus cum æquetur z k e per 32 p 1: erit duplus ad utrumlibet: itaque duplus ad ęqualé k e t] & sic proportio anguli z e k ad angulũ z k e erit maxima proportio inter angulum, quem continet prima linea & perpendicularis, exiens à puncto refractionis, & inter angulum refractionis. Sed linea e k concurret cum linea a d: [per lemma Procli ad 29 p 1] concurrant ergo in b: & extrahamus ex e lineam æquidistantem t z: concurret ergo [ut antè] cum z g extra circulum ex parte g: sit concursus in a: & extrahamus b e usq; ad l: erit ergo [per 29 p 1] angulus l e a æqualis angulo z k e: & [per 15 p 1] angulus l e h æqualis angulo z e k. Erit ergo angulus l e a angulus refractionis, quē exigit angulus l e h [angulus enim z e k, qui p 15 p 1 æquatur angulo l e h, talis est ex thesi.] Si ergo b fuerit in aliquo uiso: & corpus diaphanũ, cuius conuexum est ex parte a, fuerit continuatum ex e usque ad b, & nõ fuerit distinctum apud circumferentiam g e d ex parte b: tunc forma b extendetur per lineam b e, & refringetur per lineam e a, & comprehendetur à uisu a per uerticationem a e. Et quia angulus a e h potest diuidi pluribus proportionibus earum, quæ fuerint inter angulos refractionis, & angulos, quos continent perpendiculares cum primis lineis, quæ fuerint inter duo corpora diaphana: sic ergo in linea d b erunt plura puncta, quorum formæ extenduntur ad arcum e g, & refringuntur ad a: & forma totius lineæ, in qua sunt illa puncta, refringetur ad a ex arcu g e. Cum ergo uisus fuerit in corpore diaphano, & res uisa fuerit in alio diaphano grossiore, & fuerit superficies diaphani grossioris, quæ est ex parte uisus, sphærica conuexa, & uisus fuerit extra circulum, cuius conuexum est ex parte uisus, & fuerit ille circulus remotior à uisu, quàm punctum remotius ex duobus punctis, sectionis factæ inter perpendicularem & circumferentiam, & corpus diaphanum grossum, quod est ex parte uisus, fuerit continuum usque ad locum, in quo est res uisa, & non fuerit decisum apud circulum, qui est ex parte rei uisæ: tunc uisus poterit comprehendere illam rem uisam & refractè



fractè & rectè: & huius rei uisæ imago erit centrum uisus [per 13 n.] Item si fixerimus lineam a g b, & reuoluerimus figuram a e b in circuitu a b, & pars superficiei corporis diaphani, quod est ex parte rei uisæ, fuerit sphærica: tunc punctum e signabit circumferentiam in superficie circulari conuexa, quæ est ex parte uisus, ex qua circumferentia refringetur b ad a: sed imago in tota circumferentia refractionis erit una, scilicet centrum uisus. Imago ergo rei uisæ etiam erit una. Sed ex hac positione accidit, ut uisus comprehendat formam rei uisæ apud locum refractionis ea de caussa, quam diximus in reflexione ex speculis, [61 n 5] cum fuerit reflexio à circumferentia in aliqua sphæra, & fuerit imago centrum uisus. Ergo huius rei uisæ forma à uisu circularis comprehenditur apud circulum refractionis: & punctum eius superius circa d uidetur in rectitudine perpendicularis, transeuntis per uisum & rem uisam simul. Et hoc est quod uoluimus.

30. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui caui, densioris fuerit peripheria: uisibile in perpendiculari à uisu super refractiuum ducta, recte: & unum uidebitur. 26 p 10.

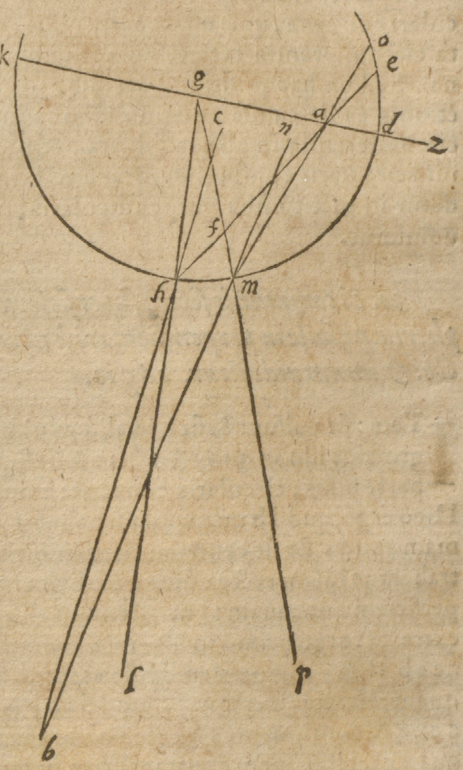


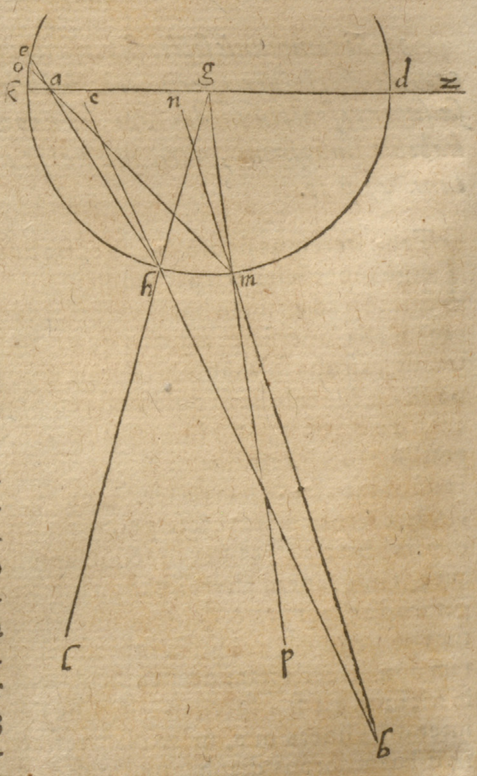
Item: sit a uisus: & sit b in aliquo uiso, & ultra corpus diaphanum grossius illo, in quo est uisus: & sit superficies corporis, quod est ex parte uisus, circularis concaua: cuius concauitas sit ex parte uisus. Dico ergo, quòd b unam solam habebit imaginem, & unam tãtùm formam apud a. Et sit centrum concauitatis g: & continuemus a g: & extrahamus ipsam rectè usque ad z. Erit ergo a z perpendicularis super superficiem concauam: [ut ostensum est 25 n 4:] & b aut erit in a z, aut extra. Sit ergo primò in linea a z. A ergo comprehendet b in rectitudine a b, cum a b sit perpendicularis super superficiem concauam, & nunquam refractè [per 13 n.] Quòd si est possibile, refringatur forma b ad a ex e, & continuemus b e, g e, & extrahamus b e usque ad t: angulus ergo t e g est ille, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis exiens à loco refractionis. Et quia corpus, quod est ex parte a, subtilius est illo, quod est ex parte b: erit [per 14 n] refractio ad partem contrariam illi, in qua est e g. Linea ergo e t, quando refringitur, remouetur à linea e g. & non concurret cum linea b a aliquo modo. Forma ergo b non refringetur ad a: non ergo comprehẽdetur refractè, sed rectè: ergo non habebit apud uisum, nisi unam formam tantùm. Et hoc est quod uoluimus.

31. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui caui, densioris fuerit peripheria: uisibile extra perpendicularem à uisu super refractiuum ductam, ab uno puncto refringetur, unamq; habebit imaginem, uariè pro uaria uisus uel uisibilis positione sitam. 27 p 10.

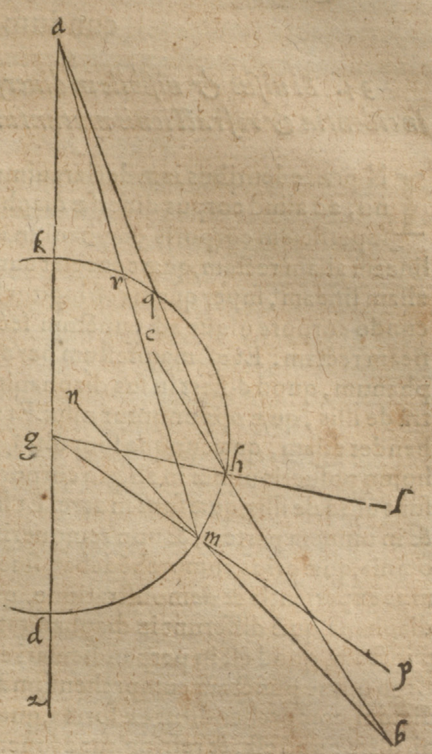
Item: iteremus figurã, & sit b extra lineam a z, & extrahamus superficiem, in qua est a z b: Hæc ergo superficies erit perpendicularis super superficiem concauam [per 9 n] & non refringetur forma b ad a, nisi in hac superficie. Non enim erigitur perpendicularis super superficiem concauam alia superficies æqualis, quæ transit per a, nisi illa, quæ transit per a z: sed per a z & per b non transit, nisi una sola tantùm. Forma ergo b non refringetur ad a, nisi in superficie transeunte per lineam a z, & per b. Et sit differentia communis inter hanc superficiem & superficiem concauam arcus h d e, & refringatur forma b ad a ex h. Dico ergo, quòd non refringetur ex alio puncto. Quòd si possibile fuerit, refringatur ex m, & continuemus lineas a h, b h, g h, a m, b m, g m, & extrahamus h b rectè usque ad c, & b m rectè usque ad n, & g h rectè usq; ad l, & g m rectè usque ad p, & perficiamus circumferentiam h e d, & secet lineam a g in k. A ergo aut erit in linea k d: aut extrà in parte k, [quia ea pars obiecta est cauæ refractiui superficiei, à qua refractio fit ad uisum a.] si ergo a fuerit in k d, aut erit in g, aut in altera duarum linearum g d, g k. Si ergo fuerit a in g: tunc forma b non refringetur ad a [per præcedentem numerum:] lineæ enim, quæ continuant corpus circulare cum g, sunt perpendiculares super superficiem corporis, [per 25 n 4,] quod est ex parte a: Refractio autem non fit per ipsam perpendicularem, sed extra ipsam. Forma ergo b non refringetur ad a, si a fuerit in g. Et si a fuerit in g d: tunc linea h c erit inter duas lineas h a, h g: & ideo linea n m erit inter duas lineas m a, m g. Nam refractio est ad partem contrariam parti perpendicularis, [per 14 n] nam corpus diaphanum, quod est ex parte uisus, est subtilius illo, quod est ex parte rei uisæ. Et si linea h c fuerit inter duas lineas h a, h g, & a fuerit in linea g d: tunc angulus b h a erit ex parte d: & similiter angulus b m a erit ex parte d: & erit b ultra lineam g h l, uidelicet ex parte k, à linea h g l. Et erit angulus c h g ille, quem continet linea, per quam extenditur forma cum perpendi-

perpendiculari exeunte à loco refractionis: & similiter angulus n m g: & erit angulus c h a angulus refractionis: & similiter angulus n m a. Angulus autem n m g aut erit æqualis angulo c h g, aut maior, aut minor. Si æqualis: erit [per 12 n] n m a æqualis angulo a h c: ergo [per 13 p 1.3 ax.] angulus b h a erit æqualis angulo b m a: quod est impossibile. [Ducta enim recta b a: erit angulus b m a maior angulo b h a per 21 p 1.] Si maior: tunc [per 12 n] angulus n m a erit maior angulo a h c: & sic [per 13 p 1.3 ax.] angulus b m a erit minor angulo b h a: quod est impossibile [& contra 21 p 1.] Si minor: tunc [per 12 n] angulus n m a erit minor angulo a h c: & sic totus angulus a m g erit minor toto angulo a h g: & erit [per 12 n] diminutio anguli n m a, ab angulo a h c minor, quàm diminutio anguli a m g, ab angulo a h g: Sed diminutio anguli a m g ab angulo a h g, est æqualis diminutioni anguli h g m ab angulo h a m: duo enim anguli, qui sunt in sectione linearum a h, m g sunt æquales [per 15 p 1: & per 32 p 1 reliquus simul uterque trianguli h g f æquatur reliquo simul utrique trianguli m a f. Itaque quantò minor est angulus a m g angulo a h g: tãtò minor erit angulus h g m angulo h a m per 32 p 1.] Ergo diminutio anguli n m a ab angulo a h c minor est, quàm diminutio anguli h g m ab angulo h a m. Et extrahamus duas a h, m a ad duo puncta e, o: erit ergo [per 24 n] angulus h a m ille, quem respiciunt in circumferentia duo arcus h m, e o: & angulũ h g m respicit in circũferentia arcus h m duplicatus [angulus enim h g m duplus est anguli in peripheria constituti, & in eandẽ peripheriã h m insistentis per 20 p 3. Si igitur angulus, æqualis angulo h g m in peripheria constituatur: insistet in peripheriam duplã peripheriæ h m per 33 p 6.] Et cum angulus h g m sit minor angulo h a m: [angulus enim a h g maior est conclusus angulo a m g: & ad uerticem f æquantur per 15 p 1: reliquus igitur h g m minor est reliquo h a m per 32 p 1] erit arcus h m duplicatus minor duobus arcubus h m, e o [per 33 p 6:] & erit diminutio arcus h m duplicati à duobus arcubus h m, e o, sicut diminutio arcus h m ab arcu e o [quia h m communis est.] Ergo diminutio anguli n m a ab angulo a h c erit minor angulo, quem respicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o. Sed angulus, quẽ respicit apud circumferẽtiam diminutio arcus h m ab arcu e o, est minor angulo h a m. Est ergo diminutio anguli n m a ab angulo a h c minor angulo h a m. Excessus ergo anguli b m a supra angulũ b h a est minor, quàm angulus h a m. [Nam per 13 p 1 exuperantia anguli b m a supra angulum b h a est exuperantia anguli a h c supra angulum n m a, quæ minor est conclusa angulo h a m.] Sed excessus anguli b m a supra angulum b h a sunt duo anguli h a m, h b m, [ut ostensum est 27 n.] Ergo isti duo anguli simul sunt minores angulo h a m: quod est impossibile. Et si a fuerit in linea g k: tunc linea h c erit inter duas lineas h g, h a: & similiter linea m n erit inter duas lineas m g, m a: Erit ergo angulus b h a ex parte k: & similiter angulus b m a erit ex parte k: & erit b infra lineam g m p, scilicet ex parte d, à linea g m p: & uterque angulus c h g, n m g est ille, quem continet linea, per quam extẽditur forma, & perpendicularis exiens à loco refractionis: & uterque angulus c h a, n m a erit angulus refractionis. Si ergo c h g fuerit æqualis n m g: tunc [per 12 n] angulus c h a erit æqualis angulo n m a: & sic [per 13 p 1] angulus b h a erit æqualis angulo b m a: quod est impossibile [& contra 21 p 1, connexa recta b a.] Et si fuerit maior: tunc [per 12 n] angulus c h a erit maior angulo n m a: & sic [per 13 p 1] angulus b h a erit minor angulo b m a: quod est impossibile. Et si fuerit minor: tunc [per 12 n] angulus c h a erit minor angulo n m a: & sic totus angulus g h a erit minor toto angulo g m a: Ergo [ut suprà ostensum est] erit angulus h g m minor angulo h a m. Et erit diminutio anguli h g m ab angulo h a m minor, quàm angulus g m a, ut prius declarauimus. Et diminutio anguli c h a ab angulo n m a est minor,





minor, quàm diminutio anguli g h a ab angulo g m a: eſt ergo minor, quàm diminutio anguli h g m ab angulo h a m: ergo diminutio anguli c h a ab angulo n m a eſt minor, quàm angulus g m a: Sed diminutio anguli c h a ab angulo n m a, eſt exceſſus anguli b h a ſuper angulum b m a [per 13 p 1,] qui ſunt duo anguli h a m, h b m [ut patuit 27 n.] Ergo iſti duo anguli ſimul ſunt minores angulo h a m: qđ eſt impoſsibile. Si uerò a fuerit extra lineã k d ad partem k: & corpus, in quo eſt a, fuerit cõtinuũ uſq; ad a: cõtinuabimus duas lineas a h, a m: & ſecabũt circumferentiã in q & in r. Et ſi angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g: tunc [per 12 n] angulus b h a erit æqualis angulo b m a: quod eſt impoſsibile [ut ſuprà.] Et ſi fuerit maior: tunc angulus c h a erit maior angulo n m a: & ſic [per 13 p 1] angulus b h a erit minor angulo b m a: quod eſt impoſsibile. Si uerò fuerit minor: tunc angulus c h a erit minor angulo n m a: & totus angulus g h a erit minor toto angulo g m a. Ergo angulus h g m erit minor angulo h a m [ut ſuprà:] ſed angulus h g m eſt ille, quem reſpicit apud circumferẽtiam arcus h m duplicatus: & angulus h a m eſt ille, quem reſpicit in circumferentia exceſſus arcus h m ſupra arcum r q [per 25 n.] Ergo arcus h m duplicatus eſt minor exceſſu arcus h m, ſupra arcum r q: quod eſt impoſsibile [& contra 9 ax.] Ergo ſi punctum b fuerit extra lineã a k g: tunc forma eius non refringetur ad a, niſi ex uno puncto tantùm. Quapropter non habebit, niſi unam imaginem: quæ imago aut erit ante uiſum, aut retro, aut in loco refractionis, ut in præcedentibus declarauimus. Et hoc eſt quod uoluimus declarare.



32. Si communis ſectio ſuperficierum, refractionis & refractiui caui rarioris, fuerit peripheria: uiſibile extra perpendicularem à uiſu ſuper refractiuum ductam, ab uno puncto refringetur, unamq́; habebit imaginem, uariè pro uaria uiſus uel uiſibilis poſitione ſitam. 28 p 10.

SI uerò corpus diaphanum groſsius fuerit ex parte uiſus, & ſubtilius ex parte rei uiſæ, iiſdem manentibus figuris: tunc etiam res uiſa non habebit niſi unam imaginem ſolam: & hoc declarabitur, ut in conuerſa ſeptimæ figuræ [quæ fuit 27. 28 n.] Et omnia, quæ declarauimus in refractionibus à conuexo & concauo circuli: ſequũtur in ſuperficiebus ſphæricis & columnaribus: præter refractionem circularem, à circumferentia circuli, quæ non fit, niſi in ſuperficiebus ſphæricis tantùm.

33. Viſibile refractum à refractiuo uariæ uel figuræ uel perſpicuitatis, uel ſimul utriuſq;: uarias & monſtrificas uarijs in locis imagines habet. 29. 30 p 10.

HÆc autem, quæ diximus, ſunt imagines uiſibilium, quæ comprehenduntur à uiſu ultra corpora diaphana ſimplicia, quæ ſunt unius ſubſtantiæ, & quorum figura, quæ eſt ex parte uiſus, eſt una figura. Si uerò corpus diaphanum fuerit diuerſum, aut non conſimilis diaphanitatis: tunc imagines rei uiſæ diuerſantur. Et ſi ſuperficies corporis diaphani, quæ eſt ex parte uiſus, fuerit diuerſa: tunc loca etiam imaginum rei uiſæ diuerſantur, cum formę refractionum ex ſuperficie corporis diaphani diuerſentur etiam. Et ſi aliquis reſpexerit ad paruam ſphæram, aut aliquod corpus rotundum paruum, aut columnare uitri aut cryſtalli, ultra quod corpus fuerit aliquod uiſibile: inueniet imaginem illius alio modo, quàm ſit res uiſa in ſe: & fortè inueniet rei uiſæ imaginem aliam: & ſic dubitabitur ſuper ea. Sed huiuſmodi refractio non eſt una, ſed duæ: forma enim rei uiſæ extenditur à re uiſa ad ſphæram, aut ad aliud corpus rotundum columnare, & refringitur à conuexo ſphæræ aut columnæ ad interius corporis, & extenditur intra corpus, quouſque perueniat ad ſuperficiem eius: & deinde refringitur à ſphæra aut columna apud concauitatem aeris contingentis ſphæram aut columnam. Et ſic comprehenſio huiuſmodi rerum erit duabus diuerſis refractionibus. Quapropter imago eius erit diuerſa ab imagine eius, quod comprehenditur una refractione. Nos autem loquemur de hoc parum, quando tractabimus de deceptionibus uiſus, quæ fiunt per refractionem.

QVOMODO VISVS COMPREHENDAT VISIBILIA SEcundum refractionem. Cap. VI.

34. Si uisus & uisibile in diuersis medijs sua loca inter se permutent: nomina linearum incidentiæ & refractionis mutantur. 9 p 10.

IN præcedentibus iam declarauimus, quòd, cum forma refringitur ab aliquo corpore diaphano, ad aliud corpus diuersæ diaphanitatis: extenditur per lineam rectam, donec perueniat ad superficiem corporis diaphani, in quo est: deinde refringitur in illo alio corpore diaphano per lineam aliam rectam, quæ continet cum prima linea angulum. Et cum forma extenditur per hanc aliam lineam, super quam refringitur forma in secundo corpore, alia quæcunque forma sit in secundo corpore usque ad punctum sectionis, inter duas lineas rectas, refringetur per primam lineam rectam. Et est manifestum per experientiam, quòd si aliquis inspexerit aliquod corpus diaphanum, quod differt in sua diaphanitate à diaphanitate aeris: comprehendet omnia, quæ sunt ultrà de illis, quæ opponuntur uisui. Et si cooperuerit alterum uisum, & aspexerit reliquo: comprehendet etiam, quæcunque sunt ultrà, siue illud corpus sit aer, siue aqua, siue uitrum. Et similiter si homo posuerit uisum in aliquo corpore grossiore aere, ut uitro aut crystallo: uidebit omnia, quæ sunt ultrà de illis, quæ sunt in aere. Et si aspiciẽs mouerit uisum suum dextrorsum aut sinistrorsum, & in omnem partem, & non remouerit ipsum multum à suo primo loco: tunc comprehẽdet etiam omnia, quæ prius comprehẽdebat, siue motus uisus fuerit in aere, siue in uitro. Sed iam declarauimus experientia & demonstratione, quòd uisus nihil comprehẽdit de illis, quæ sunt ultra corpora diaphana, quæ differunt in diaphanitate ab aere, nisi secundum refractionem, præterquam unum punctum, quod est in perpendiculari exeunte à centro uisus super superficiem corporis diaphani. Ergo omne punctum comprehensum à uisu ultra corpus diaphanum, præter illud punctum prædictum, comprehenditur ex forma, quæ extenditur ex illo puncto ad superficiem corporis diaphani, ultra quod est, & refringitur à superficie illius corporis ad uisum. Et cum unus uisus comprehendat omnia, quæ sunt ultra corpus diaphanum: forma omnis puncti existentis ultra corpus illud diaphanum, extenditur per lineam rectam ad superficiem illius corporis diaphani, & refringitur ad illum uisum unum, præterquam illud punctum prædictum. Et cum formę omnium punctorum, quæ sunt in omnibus uisibilibus existentibus ultra corpus diaphanum, refringantur in eodem tempore ad centrum uisus unius: forma puncti, quod existit apud centrum uisus illius, cum fuerit in aliquo uisibili, refringetur ad omnia puncta, quæ sunt in omnibus uisibilibus existentibus ultra corpus diaphanum, oppositum uisui in eodem tempore & eodem modo. Et similiter est de omni puncto propinquo puncto, quod est apud centrum uisus. Nam si uisus motus fuerit ad omnem partem, & non fuerit remotus à suo situ: comprehendet uisibilia. Ergo forma cuiuslibet puncti cuiuslibet uisi, cum fuerit ultra aliquod corpus diaphanum, extendetur ad superficiem corporis diaphani, ultra quod est, & refringetur ad uniuersum eius, quod opponitur ei ex corpore aeris. Et non est aliquod tempus magis appropriatum huic, quàm aliud: sed hoc est proprium naturæ lucis & coloris, quæ sunt in uisibilibus: scilicet, ut semper extendãtur à quolibet puncto cuiuslibet corporis lucidi, per lineam rectam, quæ extenditur ab illo puncto, & refringantur in omni corpore diaphano diuerso, præterquam punctum, quod est in perpendiculari. Et omnis forma cuiuslibet puncti uisibilis existentis in aliquo corpore diuerso ab aere: extendetur in illo corpore, in quo existit, & refringetur in uniuerso corpore aeris sibi opposito, & illa forma exit ad quodlibet punctum aeris. Quapropter forma totius rei uisæ coniungitur apud quodlibet punctum aeris: & forma totius cuiuslibet uisi existentis in aliquo corpore diuerso ab aere, existit apud unumquodque punctum aeris oppositi illi rei uisæ: & forma illa extenditur à quolibet puncto rei uisæ in corpore, in quo est, & refringitur apud superficiem illius corporis, & peruenit ad illud punctum aeris. Et ideo si uisus aspexerit aliquod corpus diaphanum diuersum ab aere, ultra quod fuerit aliqua res uisibilis: uisus comprehendit illam rem. Nam forma illius existit apud punctum, apud quod existit centrum uisus. Propter hoc, quòd & si uisus comprehenderit aliquam rem uisibilem ultra aliquod corpus diaphanum diuersum ab aere: deinde motus fuerit à loco suo dextrorsum, aut sinistrorsum: dum in suo motu fuerit oppositus corpori diaphano, & rei uisæ, quæ est ultrà: semper comprehendet illam rẽ. Vnde etiam plures aspicientes comprehendũt unam rem in cœlo, & in aqua, & in uno & eodem tempore. Et hoc etiam est in eodem corpore diaphano: scilicet, quòd forma uisi congregatur apud quodlibet punctum corporis, in quo est: nam forma puncti cuiuslibet eius extenditur per lineam rectam: & inter quodlibet punctum corporis, in quo est uisus, & quodlibet punctum rei uisæ, est linea recta. Forma ergo cuiuslibet puncti rei uisæ extenditur ad quodlibet punctum corporis diaphani, in quo est res uisa: & forma cuiuslibet rei lucidæ congregatur apud quodlibet punctum cuiuslibet corporis, in quo existit, & congregatur apud quodlibet punctum corporis cuiuslibet diaphani diuersi à corpore, in quo existit, quando inter rem uisam, & illud corpus diaphanum diuersum non interfuerit aliquod impedimentum. Et forma rei uisæ, quæ est apud quodlibet punctum corporis diaphani, in quo extenditur, extenditur ad illud punctum rectè: & forma illius apud quodlibet punctum corporis diaphani diuersi, extenditur ad illud punctum refractè: quia inter quodlibet punctum aeris & quamlibet rem uisibilem existentem

ſtentem in aliquo corpore diaphano diuerſo ab aere: fit pyramis refracta, cuius caput eſt punctum in aere, & baſis eſt illa res uiſa: & erit refractio eius apud ſuperficiem corporis ab aere diuerſi. Omnis ergo res uiſa in corpore diaphano diuerſo ab aere, quando comprehenditur à uiſu: comprehenditur à forma extenſa in pyramide refracta, adunata apud punctum exiſtens in cẽtro uiſus. Hoc ergo modo comprehendit uiſus ea, quæ refractè comprehendit.

35. Imago uiſibilis refracti aſsimilatur figuræ refractiui. 46 p 10.

IN capitulo autem imaginis declarauimus, quòd omne uiſum comprehenditur à uiſu ultra imaginem: & locus imaginis eſt punctum, in quo ſecant ſe linea radialis, per quam extenditur forma ad uiſum, & perpẽdicularis exiens à puncto uiſo. Si ergo imaginati fuerimus, quòd ab unoquoq; puncto rei uiſæ exit perpendicularis ad ſuperficiem corporis diaphani, in quo eſt res uiſa: tunc habebimus quoddam corpus, exiens à uiſu ad ſuperficiem corporis diaphani: unde ſequitur quòd iſtud corpus ſecet pyramidem refractam, & illa ſuperficies, in qua ſecãt ſe, eſt imago illius rei uiſæ. Si ergo ſuperficies corporis diaphani, in quo eſt res uiſa, fuerit æqualis: tunc corpus imaginatum continens omnes perpendiculares, erit æqualis ſuperficiei. Quare imago addit parum ſuper rem uiſam. Et ſi corpus fuerit ſphæricum, & conuexum eius ex parte uiſus, & centrum eius fuerit ſuper illam rem uiſam: tunc corpus imaginatum erit pyramidale, cuius caput eſt centrum ſphæræ: & quantò magis extenditur à ſuperficie corporis ſphærici, tantò magis amplificabitur: & ſi ſectio fuerit inter rem uiſam & ſuperficiem ſphæricam: tunc imago erit amplior illa re uiſa: Si autẽ ſectio fuerit ultra rem uiſam: tunc imago erit ſtrictior re uiſa. Si uerò res uiſa fuerit ultra ſuperficiem ſphęricam: tunc corpus imaginatum, erunt duæ pyramides oppoſitæ, quarum caput centrum ſphæræ. Quare cum loca ſectionis inter corpus imaginatum & pyramidem poſsint eſſe diuerſa: fortè locus ſectionis, in quo eſt imago, erit maior uiſo, fortè minor, fortè æqualis. Si uerò corpus diaphanum fuerit ſphæricum, & concauitas eius fuerit ex parte uiſus: tunc corpus imaginatum erit pyramis, cuius caput eſt centrum ſphæræ. Quantò ergo magis extenditur hoc corpus in partem ſuperficiei ſpheræ, tantò magis adunatur & conſtringitur, & quantò magis extenditur in aliam partem, tantò magis amplificatur: ſuperficies enim continua parua, erit media inter centrum eius, & ſphæram. Si uerò locus ſectionis huius corporis cum pyramide refracta fuerit propinquior centro concauitatis ſphæræ, quàm res uiſa: erit imago minor ipſa re uiſa. Si aũt fuerit remotior à centro cõcauitatis, quàm res uiſa: erit imago maior, quàm res uiſa. Et cum una res uiſa comprehenditur à pluribus uiſibus in uno momento: omnes imagines, quas illi uiſus comprehendunt, erunt in illo tempore in uno imaginato, quod eſt perpendiculare ſuper ſuperficiem corporis diaphani.

36. Vtroq; uiſu una refracti uiſibilis imago uidetur. 47 p 10.

ET una res uiſibilis comprehenditur ab uno homine in uno tempore, ultra corpus diaphanũ diuerſum à diaphanitate corporis, in quo eſt uiſus, utroq; uiſu: & tamen comprehendit rem illam unam. Si enim homo comprehenderit aliquid de eis, quæ ſunt in cœlo, aut in aqua, aut ultra uitrum, & cooperuerit alterum uiſum: nihilominus cõprehendet illud reliquo. Ex quo patet, quòd una res uiſa exiſtens ultra corpus diaphanum, diuerſum ab aere, comprehendetur utroq; uiſu, & altero uiſu. Cauſſa autem huius eſt, ut in tertio libro [9.14 n] diximus: quoniã in omni puncto cuiuslibet uiſi comprehenſibilis rectè & utroq; uiſu, in quo cõiuncti fuerint duo radij utriuſq; uiſus conſimilis poſitionis, quantùm ad duos axes uiſuum: comprehendetur unum: & ſi in ipſo aggregati fuerint radij diuerſæ poſitionis, quantùm ad duos axes uiſuum: comprehendentur duo: & in maiore parte, eorum quæ comprehenduntur, poſitio eſt conſimilis. Hæc autem, quæ ſunt diuerſæ poſitionis, reſpectu utriuſque uiſus, ſunt ualde rara, ut in tertio diximus tractatu. Et illud, quod comprehenditur refractè, comprehenditur in loco imaginis: forma autem, quæ eſt in loco imaginis, comprehẽditur à uiſu rectè, poſitio autem huius formæ, quæ eſt imago reſpectu uiſus: eſt, ſicut poſitio alterius rei uiſæ earum, quæ uidentur rectè. Vnde poſitio harum imaginum, reſpectu uiſus, eſt in maiore parte conſimilis: & in omni puncto imaginis congregantur duo radij duorum uiſuũ conſimilis poſitionis. Quare una res uiſa uidetur una utroq; uiſu. Et ut hoc euidentius declaretur: dicamus, quod iam diximus: quòd omne punctum eius, quod comprehenditur refractè: comprehenditur in loco imaginis, qui eſt inter punctum ſectionis ex perpendiculari, exeunte ab illo puncto ſuper ſuperficiem corporis diaphani, in quo eſt res uiſa, & inter lineam radialem, per quã extenditur forma ad uiſum. Cum ergo aſpiciens comprehenderit punctum alicuius rei utroq; uiſu: imago illius puncti reſpectu utriuſq; uiſus eſt in perpendiculari, exeunte ex illo pũcto, quæ eſt eadem linea. Et cum forma illius puncti peruenerit ad duo puncta ſuperficierũ uiſuũ, quorum ſitus reſpectu axis uiſus eſt conſimilis: tunc duæ lineæ, per quas formę extendũtur ad utrũq; uiſum: perueniunt ad duo centra duorum uiſuũ. Sunt ergo axes, aut habentes ex axibus poſitionem conſimilem: & duo axes uiſuũ ſemper ſunt in eadem ſuperficie: & omnes lineæ exeuntes à cẽtro duorum uiſuũ habentes poſitionem conſimilem ab axe communi, erunt in eadem ſuperficie: axis enim communis ſemper eſt in eadem ſuperficie. Nam ſi aliquid comprehenditur utroq; uiſu in eodem tempore uera comprehenſione: tũc axes concurrunt in uno puncto illius rei [per 10. 15 n 3.] Quare ſunt in eadem ſuperficie. Item poſitio uiſuum naturalis eſt conſimilis, & non exit à naturali poſitione, niſi per accidens, aut per uiolentiam: quare axes eorum ſunt in eadem ſuperficie. Principium enim

axium est unum punctum, quod est in medio concauitatis communis nerui, à quo exit communis axis. Existentibus ergo duobus uisibus in sua naturali positione, semper axes erũt in eadem superficie, siue sint moti, siue quiescentes. Si autem positio alterius uisuũ mutata fuerit, respectu reliqui propter aliquod impedimentum: tunc res uisa uidebitur duplex, ut in primo libro declarauimus. Duo ergo axes in maiore parte sunt in eadem superficie. Quare omnes duo radij habentes positionem similem ex duobus axibus, erunt in eadem superficie. Duæ ergo lineę, per quas extenduntur formę unius puncti ad duo loca cõsimilis positionis, sunt in eadem superficie. Sed imagines illius, respectu duorum uisuũ, sunt in illis duabus lineis. Ergo sunt in eadem superficie. Sed imagines illius puncti sunt in perpendiculari exeunte ex illo puncto. Ergo sunt in loco sectionis inter superficiem, in qua sunt lineę radiales, quę est una superficies, & inter perpendicularem, quę est una linea. Sectio autem unius superficiei cum una linea est unum punctum. Ergo imagines unius puncti, respectu duorum uisuum, quando perueniunt ad duo loca consimilis positionis, sunt punctum unũ. Ex quo patet, quòd imago totius rei uisæ, respectu duorum uisuũ, erit una: si positio imaginis fuerit consimilis. Quare res comprehenditur una utroq; uisu. Si uerò positio fuerit parum diuersa: uidebitur res una: sed non uerè, sed cauillosè. Si autem diuersitas positionis fuerit multa: tunc forma rei uidebuntur duæ: sed hoc fit rarissimè. Hæc est ergo qualitas comprehensionis uisus de uisibilibus secundum refractionem.

37. *Visio distincta fit rectis lineis à uisibili ad uisum perpendicularibus. Et uisio omnis fit refractè. 17.18 p 3.*

HOc autem declarato: dicamus uniuersaliter, quòd omnia, quæ comprehendũtur à uisu, comprehenduntur refractè, siue uisus & uisum fuerint in eodem diaphano, siue in diuersis, siue uisum sit in oppositione uisus, siue comprehendatur ab ipso reflexè. Nihil enim comprehenditur sine refractione facta apud superficiem uisus. Nam tunicæ uisus, quæ sunt cornea, albuginea, glacialis, sunt etiam diaphanæ & spissiores aere. Et iam declaratum est, quòd formæ eorũ, quæ sunt in aere & in alijs corporibus diaphanis, extenduntur in illis corporibus: & si occurrerint corporibus diuersæ diaphanitatis ab eo, in quo sunt: refringuntur in illo corpore diaphano: forma ergo eius, quæ est in aere, semper extenditur in aere. Cum ergo aer tangit superficiem alicuius uisus: tunc illa forma, quæ est in aere, refringitur in superficie uisus: & tunc refringitur omni modo in corpore corneæ & albugineæ. Refractio enim propriè est de numero formarum: recipere autem formas & refractiones est proprium corporibus diaphanis. Formæ ergo eorum, quæ opponuntur uisui, semper refringuntur in tunicis uisus. Et iam patuit, quòd cum formę extenduntur super lineas perpendiculares super secundum corpus: pertranseunt rectè in secundo corpore. Formę ergo eorum, quę opponuntur superficiei uisus, refringuntur omnes in tunicis uisus: & quæ fuerint ex eis in extremitatibus linearum radialium, perpendicularium super superficiem uisus, pertranseunt rectè, cum refractione formarum earum in tunicis uisus. Parti enim superficiei uisus, quæ opponitur foramini uueæ, multa opponuntur uisibilia, quorum alia sunt apud extremitates linearum radialium, & alia extra. Omnes enim lineæ radiales, quę sunt perpendiculares super superficies tunicarum uisus, continentur in pyramide, cuius caput est centrum uisus, & cuius basis est circumferentia uueæ foraminis. Et quantò magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uisu, tantò magis amplificatur: & omnes formæ eorum, quæ sunt intra pyramidem, extenduntur in rectitudine linearum radialiũ, & pertranseunt in tunicis uisus rectè. Et hæc pyramis dicitur pyramis radialis. Lineæ autem, quæ extenduntur in hac pyramide, quarum extremitates sunt apud centrum uisus, dicuntur lineæ radiales. Formæ uerò eorum, quæ sunt extra hanc pyramidem, nunquam extenduntur per aliquam linearum radialium: tamen extenduntur per lineas rectas, quæ sunt inter ipsam superficiem uisus, quæ opponuntur foramini uueæ: & formæ, quæ extenduntur per has lineas, refringuntur à diaphanitate tunicarum uisus. Et forma cuiuslibet puncti eorum, quæ sunt intra pyramidẽ radialẽ, extenditur ad superficiem uisus, quæ opponitur foramini uueæ in pyramide, cuius caput est illud punctum, & cuius basis est superficies, quæ opponitur foramini uueæ: & una linea earum, quæ imaginatur in hac pyramide, est linea radialis: cæteræ autem omnes, quę non sunt in hac pyramide, non sunt radiales: & nulla earum est perpendicularis super superficies tunicarũ uisus. Et forma cuiuslibet puncti eorum, quæ sunt intra pyramidem radialem, extenditur super lineam omnem, quę potest cadere in illam pyramidem, cuius caput est illud punctum, & cuius basis est superficies rei uisę, quę opponitur foramini uueę: & per unam istarum linearum transit forma, quę extenditur per illã in tunicis uisus secundum rectitudinem: & omnes formę alię extensę in residuo pyramidis, refringuntur in tunicis uisus, & non pertranseunt rectè. Omnia ergo, quę opponuntur parti superficiei uisus, quę opponitur foramini uueę, ex illis quę sunt in aere, aut in cœlo, aut in aqua, aut in consimilibus, & ex illis, quę reflectuntur à tersis corporibus, quæ perueniunt ad hanc partem superficiei uisus, refringuntur in tunicis uisus. Et formę eorum, quę sunt intra pyramidem, pertranseunt rectè in tunicis uisus, cum refractione formarum earũ, quę extenduntur super pyramidem, quę remanent in uniuerso huius partis superficiei uisus. Restat ergo declarare, quòd formę, quę refringuntur in tunicis uisus, comprehenduntur à uisu, & sentiuntur à uirtute sensibili. In primo autem tractatu [15.18.19 25 n] declarauimus, quòd si membrum sensibile sentiret ex quolibet puncto suę superficiei omnem formam ad se uenientem: tunc sentiret rerum formas mixtas. Vnde membrũ sensibile non

le non sentit formas, nisi ex rectitudine linearum perpendicularium super superficiem ipsius tantùm. Quare transeunt formæ uisibilium, nec admiscentur apud ipsum. In hoc uerò tractatu mõstrauimus, quòd formæ refractę nunquam comprehenduntur, nisi in perpendicularibus exeuntibus à uisibilibus super superficies corporum diaphanorũ. Ergo formæ refractæ in tunicis uisus nõ comprehenduntur à uisu, nisi in perpendicularibus exeuntibus à uisibilibus super superficies tunicarũ uisus: & hæ perpendiculares lineæ sunt exeuntes à centro uisus. Formæ ergo omnes refractę in tunicis uisus comprehendũtur à uisu in rectitudine linearum exeuntium à centro uisus. Formæ ergo omnium uisibilium, quæ opponuntur parti superficiei uisus, quę opponitur foramini uueæ, & existũt in hac parte superficiei uisus: refringũtur in diaphanitate tunicarũ uisus, & perueniũt ad membrũ sensibile, quod est humor glacialis, & cõprehenduntur à uirtute sensibili per lineas rectas, quę cõtinuãt centrũ uisus cũ ipsis uisibilibus, scilicet quòd forma cuiuslibet pũcti cuiuslibet uisi, oppositi superficiei uisus, quæ opponitur foramini uueæ, existit in uniuerso superficiei huius partis, & refringitur à tota superficie, & peruenit ad humorem glacialem: & tũc ille humor sentit formam ad se uenientem: & uirtus sensibilis comprehendit omnia, quæ perueniunt ad glacialem ex forma uisus pũcti super unam lineam continuantem centrũ uisus cũ illo puncto. Hoc ergo modo comprehẽdit uisus omnia uisibilia. In hoc autem capitulo diximus, quòd eorũ, quæ opponũtur superficiei uisus, alia sunt intra pyramidem, & alia extra: & cũ dico superficiem uisus: intelligere oportet nunc & ammodo partem oppositam superficiei uueæ. Visibilia ergo, quæ sunt intra pyramidem radialẽ, comprehendũtur à uisu ex rectitudine linearũ radialiũ rectè, ex formis eorũ, quæ extendũtur ad uisum in rectitudine harũ linearũ. Et hæ lineæ sunt perpendiculares, quę exeunt à pũctis uisibilibus, quæ sunt intra pyramidem super superficies tunicarũ uisus: illa autem, quæ sunt extra pyramidem radialẽ, cõprehendũtur à uisu ex formis refractis, & in rectitudine linearũ exeuntiũ à centro uisus, existentiũ extra pyramidẽ radialẽ. Et hæ lineæ, quæ sunt extra pyramidẽ radialẽ, possunt etiam dici lineæ radiales transsumptiuè: assimilantur enim lineis radialibus in eo, quòd exeunt à cẽtro uisus. Restat ergo declarare per experientiam, quòd uisus comprehẽdit ea, quę sunt extra pyramidẽ radialem. Dicimus ergo, quòd manifestũ est, quòd lachrymalia, & ea, quæ continẽt circulum, sunt extra pyramidem, cuius caput centrũ uisus est, & cuius basis est circũferẽtia foraminis uueæ, quod est paruũ foramẽ in medio nigredinis oculi. Et si aliquis sumpserit acũ subtilem gracilem, & posuerit extremitatẽ eius in postremo oculi, & inter palpebras, & quieuerit uisus: tũc uidebit extremitatem eius: & similiter si posuerit extremitatẽ acus in lachrymali, & si miserit illã in oculo, & applicauerit extremitatem in latere nigredinis oculi aut prope, uidebit extremitatem acus. Item omnia, quæ æquidistant superficiei rei uisæ, ex locis continentibus uisum, sunt extra pyramidem radialẽ. Et cum dico loca continẽtia uisum: intelligo illa, à quibus lineæ exeuntes ad mediũ superficiei uisus, secant axem pyramidis radialis. Et si homo erexerit indicem suum ex parte suæ faciei & prope palpebram: uidebit indicem. Et similiter si applicauerit indicem cum inferiore palpebra, ita ut superior superficies eius indicis sit æquidistans superficiei uisus, quantùm ad sensum: uidebit superficiem indicis. Sed omnia ista loca sunt extra pyramidem radialem: & hoc patebit. Nam pyramis radialis, quam continet foramẽ uueæ, est ualde subtilis, & extenditur rectè, & pyramidalitas eius non est ampla: unde nihil ex ipsa peruenit ad loca, quæ circundant oculum, & appropinquant corpori oculi, et æquidistant superficiei oculi: & inter omnia loca continentia oculum, & æquidistantia superficiei uisus, & inter superficiem uisus, sunt lineæ rectæ, propter refractionẽ earũ à corporibus densis, cum aer, qui est inter ipsa & superficiem uisus, fuerit continuus: tunc forma horum uisibilium peruenit ad superficiem uisus super has lineas, quæ sunt extra pyramidem. Et cum hæc forma perueniat ad uisum non per lineas radiales, & tamen comprehendatur à uisu: patet, quòd uisus comprehendat illam refractè. Ex hac ergo experientia patet, quòd uisus comprehendit multa eorum, quę sunt extra pyramidem radialem, refractè. Inductione autem possumus ostendere, quòd uisus comprehendit illa, quæ sunt intra pyramidem radialem, refractè, cum hoc, quod comprehendit illa rectè, hoc modo. Accipias acum subtilem, & sedeas in loco opposito albo parieti, & cooperias alterum oculorum, & ponas acũ in oppositione alterius oculi, & facias acum appropinquare, ita ut applicetur palpebræ, & ponas acum in oppositione medij uisus, & aspicias parietem oppositum: tunc enim uidebis acum, quasi corpus diaphanum, in quo est aliquantula densitas: & uidebis quicquid est ultra acum ex pariete, & apud acum quasi corpus latum, cuius latitudo est multiplex ad latitudinem acus. Caussa autem huius in secundo tractatu declarata est: scilicet quòd si res uisibilis fuerit multùm propinqua uisui: uidebitur maior, quàm sit: & quantò magis fuerit propinqua, tantò magis uidebitur maior. Diaphanitas autem eius est, quia uisus comprehendit quicquid est ultrà: acus autem est corpus densum cooperiens, quod est ultrà: & quia acus est ualde propinqua uisui: ideo cooperuit de pariete multiplex ad suam latitudinẽ. Basis enim pyramidis (cuius caput est centrum uisus, & basis est altitudo acus) erit multiplex ad latitudinem acus: & cum hoc, uisus comprehendit quicquid est ultra acum, nec cooperitur à uisu aliquid de pariete, sed comprehendit quod est ultrà, quasi ultra corpus diaphanum. Et cum acus fuerit opposita medio uisui: tunc nõ cooperiet totam superficiem uisus, propter subtilitatem eius, sed aliquam partem, quanta est latitudo eius: & remanet ex superficie uisus aliquid à lateribus acus: & exit forma eius ad illud, quod est à lateribus acus de superficie uisus. Forma autem exiens ad acum, nũquam perueniet ad uisum, nec comprehendetur ab ipso: forma autem, quæ peruenit ad latera superficiei uisus, refringitur ad

 uisum,

uisum, cum non rectè perueniat ad centrum uisus. Si ergo uisus non comprehenderet illud, quod opponitur ex pariete acui, nisi rectè: tunc illud, quod opponitur acui ex pariete, esset coopertum à uisu. Cũ ergo comprehendatur, & non rectè: patet ipsum comprehendi refractè per formam, quæ refringitur à lateribus acus ex superficie uisus. Et hoc iam manifestatur etiam, quòd si experimẽtator posuerit loco acus aliquod corpus latũ, cuius latitudo sit maior latitudine foraminis uueæ: tũc enim nihil uidebit omnino de pariete, nec uidebit illud corpus diaphanũ, sed dẽsum. Ex hoc ergo, quòd paries comprehenditur ultra acum ex gracilitate eius, & non comprehenditur ultra corpus latũ: scimus quòd illa comprehẽsio est ex forma, quæ peruenit ad acũ ex superficie uisus, & refringitur in tunicis uisus. Et quia quicquid à uisu comprehenditur refractè, comprehenditur in rectitudine perpendicularium: ideo illud, quod comprehẽdit, comprehẽdit refractè ex forma eius, quod opponitur acui per rectitudinem linearũ, exeuntiũ à cẽtro uisus, cũ eo, quod opponitur acui ex pariete: & hæ lineæ secantur acu, & uisus comprehendit illud, quod est ultra acũ etiam in rectitudine harũ linearũ, & comprehendit acũ etiam in rectitudine illarũ. Quare totam formam quasi comprehendet ultra corpus diaphanũ, in quo est aliquãtula densitas. Et si experimẽtator scripserit in bombace subtiliter, & applicauerit ipsum parieti, & remotus fuerit à pariete, in quantũ possit legere scripturam, & posuerit acũ in oppositione medij uisus, ut primò fecit, & aspexerit bombacem: tũc poterit legere scripturam, sed tamen uidebit eam quasi ultra uitrũ aut ultra corpus diaphanũ, in quo est aliqua dẽsitas. Si ergo uisus non comprehẽdit illud, quod opponitur acui de bombace secũdum refractionem: tũc aliquid lateret de scriptura: acus enim debet cooperire de scriptura multò magis se in quantitate latitudinis diaphanitatis, quàm tũc comprehendit, propter remotionem bombacis à uisu. Sed quia uisui non patet aliquid de scriptura: patet ipsum comprehẽdere illud, quod opponitur acui: sed hoc non potest fieri rectè: restat ergo, ut fiat refractè. Et si experimẽtator abstulerit acum, non destruetur refractio, quę prius erat: non enim propter acum erat refractio, sed crescit refractio, eò quòd refringitur ex loco acus. Et cũ experimẽtator abstulerit acum: comprehẽdet illud, quod opponitur uisui, manifestius. Nam comprehẽdet illud rectè, quod cooperiebatur acu: cũ hoc, quod comprehẽdit illud refractè, sicut comprehẽdebat cum cooperiebatur: & propter hanc additionem comprehendit illud manifestius, quàm antequam auferret acum. Ex qua experientia patet, quòd illud quod opponitur uisui de illis, quæ sunt intra pyramidem radialem, comprehẽditur refractè & rectè. Ex his ergo omnibus declaratur, quòd omnia, quæ comprehenduntur à uisu, quorum formæ perueniunt ad uisum rectè, aut reflexè, aut refractè: comprehenduntur secundum refractionẽ factam apud superficiem uisus: & quòd illorũ quę comprehendũtur secũdum refractionem factam à superficie uisus: quædam comprehẽduntur refractè & rectè simul: & ideo illud, quod opponitur medio uisus, est manifestius illo, quod est in circuitu medij. Et cum uisus comprehẽderit aliquid latum, comprehẽdet illud, quod est in medio, manifestius illo, quod est in lateribus. Hoc aũt declaratũ est in secũdo tractatu, in quo declarauimus, quomodo hoc posset experimẽtari: & diximus, quòd caussa huius est propter lineas radiales: & hoc est in illis, quę sunt intra pyramidem radialẽ: In alijs aũt, quæ sunt extrà, est caussa refractio. Caussa aũt uniuersalis in hoc, quòd illud, quod opponitur medio uisus, est manifestius, quã illud, quod est in circuitu: est: quoniã illud quod opponitur medio uisus, comprehẽditur rectè & refractè simul. Hoc aũt, quòd quicquid comprehẽditur à uisu, comprehendatur refractè, à nullo antiquorum dictum est.

DE FALLACIIS VISVS, QVAE ACCIDVNT ex refractione. Cap. VII.

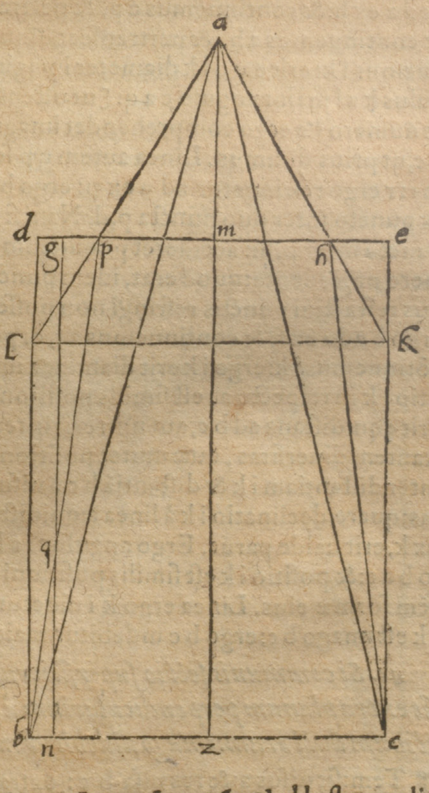
38. Refractio debilitat lucem & colorem uisibilis: itaq; totam imaginem confusam uisui offert. 10 p 10.

Fallaciæ, quæ accidunt secũdum refractionem: similes sunt ijs, quæ accidunt per reflexionem. Quod enim comprehẽditur refractè, comprehẽditur non in suo loco, cũ comprehendatur in loco imaginis: quapropter positio formæ comprehensæ erit alia à positione rei uisæ. Item refractio debilitat formam refractam, scilicet, formam lucis & coloris, quæ sunt in re uisa. Et hoc potest intelligi: quoniam si aspexeris aliquid existens in aqua, & tu sis obliquus à perpendicularibus, exeuntibus à re uisa super superficiem aquę multa obliquatione, & intuearis illud uerè, deinde mouearis, & moueas uisum, donec ponas ipsum in aliqua perpẽdiculari, exeunte à re uisa super superficiem aquæ, & aspexeris: tunc uidebis illud manifestius, quàm cum eras obliquus: & nulla est differentia inter duos situs, nisi quia in primo, forma, quæ exit ad uisum, est refracta & multùm obliqua: in secundo autem forma exit rectè, aut quædam pars ipsius exit rectè, & quædam modicũ obliquè aut ferè rectè. Ex hac ergo experimentatione declaratur, quòd refractio debilitat formas refractas. Item ea, quę sunt in aqua, & ultra uitrum & consimilia, quando refringuntur ad uisum, deferũt secum colorem corporis, in quo existunt. In illis ergo, quæ comprehendũtur refractè ultra corpora diaphana, accidunt propter refractionem fallaciæ, quæ non accidunt in eis, quæ uidentur rectè, scilicet diuersitas positionis & distantiæ, & debilitas lucis & coloris. Præterea accidunt eis ista, quæ accidunt illis, quæ rectè uidentur. Formæ enim eorum, quæ comprehenduntur refractè, comprehenduntur in oppositione uisus & in rectitudine linearũ radialiũ. Quicquid ergo accidit eis, quæ uidentur in rectitudine linearũ radialiũ, accidit istis. Et in tertio libro declarauimus oẽs illas fallacias &

cias & caussas earum: & quę sunt etiam caussæ istarum: sed in his accidit magis, & citius propter debilitatem harum formarum. Particulares autem deceptiones, quæ accidunt propter figuras superficierum corporum diaphanorum, sunt multimodæ, sed accidunt rarò uisui. Ea enim, quę comprehenduntur ultra corpora diaphana, diuersa ab aere, sunt stellæ, & ea, quæ sunt in aqua: Illa autem, quæ sunt ultra uitrum, & lapides diaphanos diuersarum figurarum rarò comprehenduntur à uisu: & non est ita de istis corporibus diaphanis, ut de speculis: specula enim sæpius aspiciuntur ab hominibus, ut uideant in eis suas formas, & habentur in domibus. Et similiter quando homo inspexerit in quodlibet corpus tersum: etiam uidebit formam eorum, quæ sunt in oppositione. Et similiter si aspexerit aquam: uidebit formam suam in ea, & uidebit, quæ sunt in oppositione. Et non est ita illud, quod uidebit ultra uitrum, & lapides diaphanos: quia homines rarò aspiciunt ad illud, quod est ultra uitrum, & lapides diaphanos. Et quia ita est, dicamus de deceptionibus refractionis particularibus, quæ semper accidunt & sine difficultate, scilicet quæ accidunt in eis, quę uidentur in cœlo, & in aqua: & dicemus parum de his, quæ uidentur ultra uitrũ, & lapides. Dicamus ergo, quòd semp uisus fallitur in eis, quæ comprehenduntur ultra corpus diaphanum, diuersum ab aere, præsertim in positione & remotione, in coloribus & lucibus eorum, & in magnitudine eorum & figuris quorundam. Ea enim, quæ uidentur in aqua, & ultra uitrum, & lapides diaphanos, uidētur maiora: stellæ autem, & distantiæ inter stellas, quandoq; uidentur maiores, quandoque minores.

39. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui fuerit linea recta, & uisus sit in perpendiculari ducta à medio uisibilis paralleli communi sectioni: imago maior uidebitur uisibili. 31 p 10.

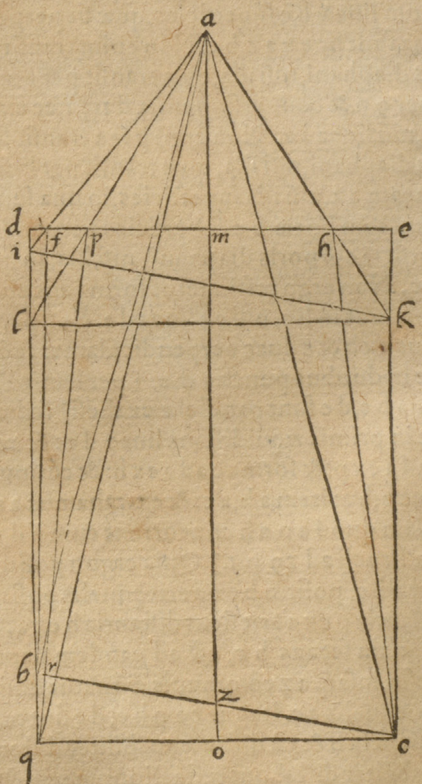
Sit ergo uisus a: & sit b c ultra corpus diaphanum, grossius aere: Dico, quòd b c uidetur maior, quàm sit. Sit ergo primò superficies corporis diaphani plana. A aut est in perpendiculari, exeunte à medio b c super superficiem corporis: aut extra. Sit ergo in primis, in ipsa: & [per 12 p 1] sit illa perpendicularis a m z: & extrahamus superficiem, in qua sunt lineæ a z, b c: & faciet in superficie corporis diaphani lineam d m e [per 3 p 11:] & [per 9 n] superficies, in qua sunt duæ lineę a z, b c, erit perpendicularis super superficiem corporis diaphani. Et non transit per a & per aliquod punctum lineæ b c superficies, quæ sit perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi illa, in qua sunt lineæ a z, b c. Non enim transit per a superficies perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi illa, quæ transit per a z: quæ linea est perpendicularis super superficiem corporis: [per 9 n & conuersionem 4 d 11] nec exit ex a perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi linea a z. Non ergo per a transit superficies, quæ sit perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi illa, quæ transit per lineam a z: & non transit per aliquod punctum lineæ b c & per lineam a z, nisi illa superficies, in qua sunt duæ lineæ a z, b c. Non ergo transit per a & per aliquod punctum lineæ b c superficies perpendicularis super superficiē corporis diaphani, nisi illa, in qua sunt lineæ a z, b c. Non ergo refringetur forma alicuius puncti eorum, quæ sunt in b c, nisi ex linea d e. Et [per 11 p 1] extrahamus ex b & c duas perpendiculares: cadent ergo in lineā d e in duobus punctis d e, [per lemma Procli ad 29 p 1: quia b c, d e sunt parallelæ ex thesi] scilicet b d, c e. Et sit b c in primis æquidistans lineę d e: & refringatur forma b ad a ex p: & forma c ad a ex h: & cōtinuemus lineas b p, p a, c h, h a: item a b, a c: & extrahamus a p ad l, & a h ad k. [Nam quòd a p, a h concurrant cum b d, c e patet per lemma Procli ad 29 p 1.] Quia ergo z positum fuit in medio lineæ b c, positio b ex a erit ęqualis positioni c ex a: & sic distantia p ex a erit sicut distantia h ex a. [Quia enim a z bifariam secans b c, est ad eandem perpendicularis per thesin, ipsaq; a z communis, æquatur sibijpsi: erit per 4 p 1 a b æqualis a c. Itaque cum b c, d e sint parallelæ ex thesi, & puncta b & c à uisu a æquabiliter distent: ab eodem æquabiliter distabunt refractionum puncta p & h, propter æquabilem in eodem & æquabili medio punctorum omnium diffusionem. Quare a p æquatur ipsi h a:] & sic [per 5.15 p 1] angulus d p l erit æqualis angulo e h k, sed [per 29 p 1] duo anguli d, e sunt recti: & linea d p est æqualis lineæ e h: quia p m est ęqualis m h. [Nam quia per thesin, fabricationem & 34 p 1 tota m d ęquatur toti m e: & anguli ad m deinceps recti per 29 p 1, & ad p & h ęquales per conclusionem, latusq; a m commune: æquabitur per 26 p 1 m p ipsi m h. Quare reliqua d p æquabitur reliquæ e h per 19 p 5] ergo [per 26 p 1] d l est æqualis e k: & continuemus l k: erit ergo [per 33 p 1] æqualis lineæ b c: angulus ergo c a b erit minor angulo k a l. [Nam recta l k secās latera a b, a c, facit duos angulos exteriores, maiores interioribus oppo



sitis ad l & k per 16 p 1: sed angulis exterioribus à rectis a b, a c & secante k l factis æquantur interiores ad b & c trianguli a b c per 29 p 1. Anguli igitur ad b & c sunt maiores angulis ad l & k. Quare per 32 p 1 reliquus a b c minor est reliquo l a k:] & linea l k est diameter imaginis b c. Nam omne punctũ lineæ b c refringitur ab aliquo puncto p h. Nam si forma b refringitur ex p: punctum, quod est inter b & z, refringitur ab aliquo puncto inter p & m: & ponamus super lineam b z punctũ n. Si ergo forma n refringeretur ab aliquo puncto extra lineam m p ex parte d: tunc linea, per quam extenditur forma n, secaret lineam b p: & sic forma puncti sectionis refringeretur ad a ex duobus punctis [p & g,] quod est impossibile, ut diximus in capitulo quinto huius libri de imagine: [19 n] n ergo non refringitur ad a, nisi ex aliquo puncto inter p m. Et similiter omne punctum in z c, non refringetur ad a, nisi ex linea m h. Linea ergo l k est diameter imaginis lineę b c: [per 18 n] forma ergo b c uidebitur in l k. Item iam declarauimus [numero præcedente] quòd forma refracta est debilior recta: ergo forma b c, quę comprehenditur refractè, est debilior forma eius, quę comprehenditur rectè: & propter debilitatem formæ rei, uisus assimilat eam formæ rei, quæ uidetur à maiore remotione: maior enim distantia debilitat formam. Et iam declarauimus in secundo libro [38 n] quòd uisus comprehendit imaginem rei uisæ secundum quantitatem anguli, respectu remotionis & positionis rei uisæ apud uisum: & angulus k a l est maior angulo c a b [ex concluso,] & positio l k est sicut positio c b, & b c uidetur in l k, & l k comprehenditur in maiore quasi distantia, distantia b c, propter debilitatem formæ. Visus ergo comprehendit b c refractè ex comparatione anguli maioris angulo c a b ad distantiam maiorem distantia b c, & ad positionem æqualem positioni b c. Quapropter b c comprehenditur refractè maior: & hoc duabus de caussis, scilicet magnitudine anguli, & debilitate formæ. Caussa autem magnitudinis anguli, est propinquitas anguli ad uisum: & caussa propinquitatis anguli est refractio. Caussa ergo, qua b c comprehenditur maior, est refractio.

40. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui fuerit linea recta, & uisus sit in perpendiculari ducta à medio uisibilis obliqui ad communem sectionem: imago maior uidebitur uisibili. 32 p 10.

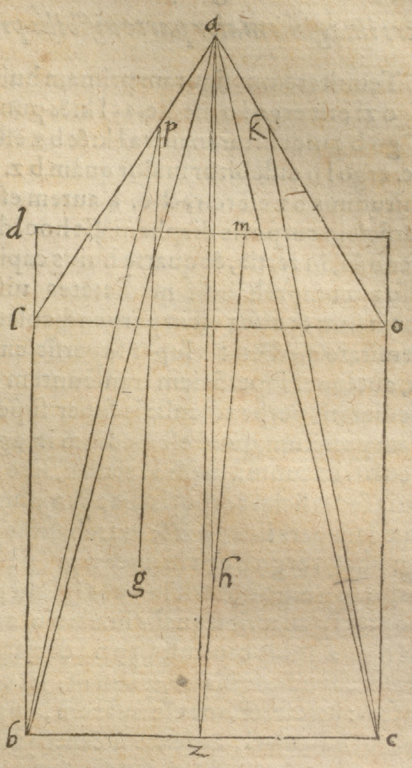
ITem: iteremus figurá: & sit b c nõ æquidistans lineę d e: & extrahamus à remotiore extremitatũ b c lineam æquidistantẽ lineæ d e: [per 31 p 1] & sit c q: & extrahamus a z ad o: erit ergo o in medio c q. [Quia enim per fabricationem a z parallela d b, continuata est in o, & d b in q: erit p 2 p 6, ut b z ad z c, sic q o ad o c: sed b z ęquatur z c ex thesi: ergo q o ęquabitur o c: o igitur erit medium punctũ lineę q c:] quare z est in medio b c: quia b q est æquidistans z o: & [per 2 p 6] proportio q o ad o c, sicut b z ad z c. Et refringatur forma q ad a ex p: & forma c ad a ex h: & continuemus a p, & pertranseat usque ad l: & continuemus a h, & pertranseat usque ad k: & continuemus l k: erit ergo l k diameter imaginis q c: eritq; angulus k a l maior angulo c a q: [ut ostensum est pręcedente numero] a ergo comprehendet imaginem q c maiorẽ q c, ut prius diximus. Linea autem q p secabit lineam b c in r: r ergo refringetur ad a ex p: ergo b refringetur ad a ex puncto inter duo puncta p, d. Nam si refringeretur ex puncto inter p, m: accideret prædictum impossibile [numero pręcedente: quod erat, idem punctũ uisibilis à duobus refractiui punctis refringi non posse.] Refringatur ergo b ad a ex f, & continuemus a f, & pertranseat ad i, & cõtinuemus i k: ergo i k erit diameter imaginis b c: & positio i k in respectu a, est similis positioni b c, quia i k aut erit ęquidistans ad b c, aut non erit inter illam & æquidistantem diuersitas, quæ mutet positionem: non est enim inter distantiam i k & distantiá b c à uisu grandis diuersitas: quare declinatio i k à linea æquidistante b c, quę exit ex k, erit ualde parua. Ergo angulus i a k est maior angulo b a c: & positio i k est similis positioni b c: & i k comprehenditur quasi remotior, propter debilitatem formæ eius. Linea ergo k i uidetur maior, quá b c, ut in præcedente figura declarauimus: Sed i k est imago b c: ergo b c uidebitur maior, quàm sit: & hoc est quod uoluimus.



41. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui fuerit linea recta: & uisus sit extra planum perpendicularium à terminis uisibilis, paralleli communi sectioni super refractiuum ductarum: imago uidebitur maior uisibili. 33 p 10.

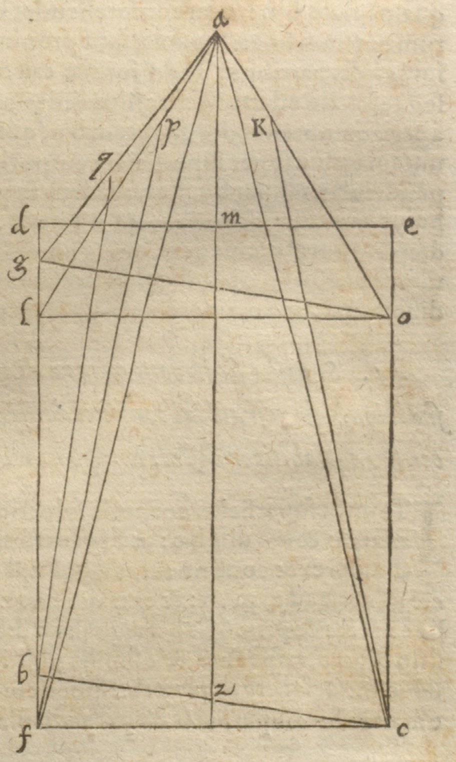
ITem: sit uisus a: & res uisa b c: extrahamus perpendiculares b d, c e: & continuemus d e: & sit b c æquidistans d e: & sit a extra superficiem b d c e, cum eo quod continuatur cum ipsa: & [per 10 p 1] diuidamus b c in duo æqualia in z: & extrahamus perpendicularem a h super superficiem

ciem b c d e:& cōtinuemus a z:& ſit a z poſita perpēdiculariter ſuper b z c. Poſitio ergo b reſpectu a eſt ſimilis poſitioni c,reſpectu a:& diſtantia b ex a eſt æqualis diſtantiæ c ex a, [ut 39 n oſtēſum eſt.] Et refringatur b ad a ex p:& c ad a ex k.Poſitio ergo p,reſpectu a,eſt ſimilis poſitioni k,reſpectu a:& diſtantia p ex a, ſicut diſtantia k ex a:& continuemus lineas b p, p a, c k,k a. Eſt ergo [per 9 n] ſuperficies,in qua ſunt duę lineæ, a p,b p perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani: quia eſt ſuperficies refractionis: perpendicularis ergo b d erit in hac ſuperficie: & perpendicularis, quæ exit ex p, erit in illa ſuperficie: linea ergo a p ſecabit b d [per lemma Procli ad 29 p 1:] extrahatur ergo a p, & ſecet b d in l: & extrahatur a k, & ſecet c e in o:erit ergo a l, ſicut a o: [ꝓpter ſimilem poſitionem punctorum l & o ad punctum a:] & erit b l, ſicut c o: & continuemus l o, quæ eſt diameter imaginis b c: & [per 33 p 1] erit l o æqualis b c: & continuemus a b, a c. Vtraque ergo ſuperficies a l b,a o c eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani [per 9 n:] & tres ſuperficies perpendiculares ſuper ſuperficiem corporis diaphani, quæ tranſeunt per puncta b,z,c, [nempe a l b: a m z: a o c] ſecant ſe in perpendiculari exeunte ex a ſuper ſuperficiē corporis diaphani [per 19 p 11:] & erit angulus b p l angulus refractionis:& linea b l d perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem corporis:ergo [per 13 p 11] linea a l eſt obliqua ſuper ipſam. Linea ergo a p continet cum perpendiculari exeunte ex p ſuper ſuperficiem corporis angulum acutum ex parte l: & extrahamus perpendicularem:& ſit p g:ergo [per 6 p 11] erit ęquidiſtans l d: angulus ergo p l d eſt acutus [per 29 p 1:] ergo [per 13 p 1] angulus a l b eſt obtuſus. Linea ergo a l eſt minor,quàm linea a b [per 19 p 1.] Et ſimiliter declaratur,quòd a o erit minor a c:ſed lineæ a l,a o ſunt æquales, & a b,a c ſunt æquales, & linea l o eſt ęqualis lineæ c b:ergo angulus o a l eſt maior angulo c a b: [ut patuit 39 n]& poſitio l o eſt conſimilis poſitioni b c: quia linea,quę exit ex a ad medium l o,eſt perpendicularis ſuper lineam l o,quia [per 29 p 1] l o eſt æquidiſtans b c, & b c eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem,in qua ſunt a z,d b:ergo [per 8 p 11] l o eſt perpendicularis ſuper eandem ſuperficiem. Linea ergo l o eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem, quæ continuat a cum medio l o. Poſitio ergo l o reſpectu a eſt,ſicut poſitio b c reſpectu a:Sed l o comprehenditur remotior,propter debilitatem formæ:ergo l o uidebitur maior quàm b c: ſed l o eſt imago b c. Ergo b c uidebitur maior,quàm ſit.



42. Si communis ſectio ſuperficierum,refractionis et refractiui fuerit linea recta: & uiſus ſit extra planum perpendicularium à terminis uiſibilis obliqui ad communem ſectionem,ſuper refractiuum ductarum: imago maior uidebitur uiſibili. 34 p 10.

ITem iteremus figuram: & ſit b c non æquidiſtans d e: & extrahamus c f æquidiſtantem lineæ d e: & continuemus a f: & ſit p punctum,ex quo refringatur f ad a: b autem refringatur ad a ex q: & continuemus a q: & ꝓtrahamus illam ad g. Sic ergo erit g altius quàm l: nam b eſt ultra lineam a f: unde linea a g eſt ultra lineam a l: ergo g eſt altius, quàm l:& continuemus g o:erit ergo g o diameter imaginis b g: & erit [per 19 p 1] g o maior l o [angulus enim g l o eſt rectus per fabricationem & 29 p 1:] & a g minor a l [per 19 p 1: quia angulus a g l eſt obtuſus,ut oſtēſum eſt 40 n] & duæ lineæ a g, a o ſunt in duabus ſuperficiebus ſecantibus ſe, ſcilicet a g b,a o c: & differentia communis inter duas has ſuperficies tranſit per a: & duæ lineæ, quæ exeunt ex a perpendiculariter ſuper illam ſuperficiem corporis diaphani, ſunt extra hāc communem differentiam in his duabus ſuperficiebus, & ſunt altiores duabus lineis a g,a o:ergo angulus g a o eſt maior angulo b a c: [ut oſtenſum eſt 39 n] & remotiones g o, b c ex a non differūt multū: quia linea g o aut erit æquidiſtās b c,

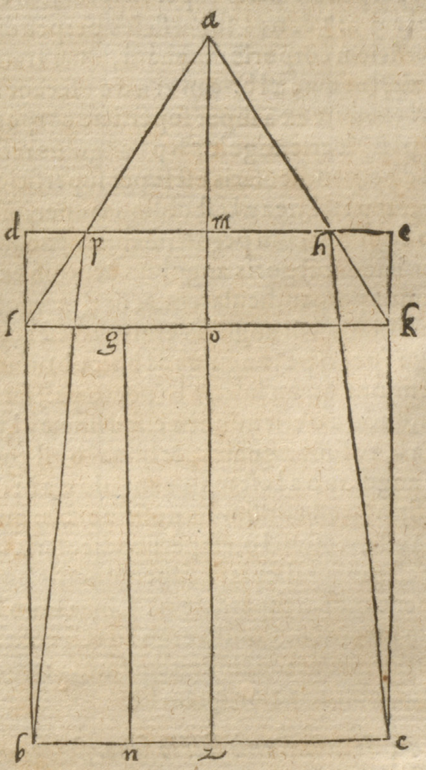


aut non

aut non erit ibi differentia sensibilis in positione. Positio ergo g o, respectu a est, sicut positio b c, respectu a: & inter distantias g o, b c respectu a, non est diuersitas sensibilis. Quapropter g o uidebitur maior quàm b c: sed g o est imago b c. Ergo b c uidetur maior quàm sit. Et hoc est quod uoluimus.

43. Si tota imago refracti uisibilis à refractiuo plano, uideatur maior uisibili: uidebitur & pars imaginis maior parte uisibilis proportionali. 35 p 10.

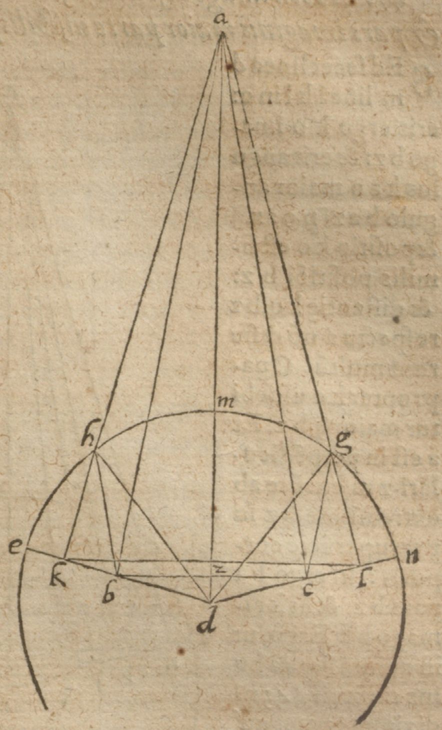
ITem: iteremus figuram primam huius capituli: [39 n] & sit perpẽdicularis, secans lineam l k, a m o z: erit ergo l o medietas l k: & punctum z uidebitur in o: quia uidetur in perpendiculari z m: ergo b c uidebitur in linea l k: & b z est medietas b c: & l o est medietas l k: & l k uidetur maior quã b c. ergo l o uidebitur maior quàm b z. Caussa autem magnitudinis b c est refractio: ergo caussa magnitudinis b z est refractio. a autem est in perpendiculari a z, quæ exit ab extremitate b z super superficiem corporis diaphani. Et hoc idem sequitur in tribus figuris sequentibus primam, scilicet in secunda, in tertia, & quarta huius capituli: scilicet quòd uisus comprehendit medietates uisibilium maiores, quàm sint: & uisus est in perpendiculari exeunte ab extremitate medietatis super superficiem corporis diaphani, aut super superficiem transeuntem per extremitatem medietatis perpendicularis super superficiem corporis. Nam punctum, quod est medium imaginis, est in perpendiculari exeunte à medio rei uisæ, siue res uisa sit ęquidistans superficiei corporis diaphani, siue non. Item b n sit quædam pars lineę b z: & extrahamus perpendicularem n g: imago ergo n erit in linea n g: [per 19 n] sit ergo g imago n: g ergo aut erit in linea l g, aut prope illam. Quapropter l g aut erit æqualis lineæ b n, aut ferè. Sed in prima figura huius capituli [39 n] declarauimus, quòd b c comprehenditur maior, quàm sit. Et caussa huius est refractio: & refractiones formarum, quæ remotiores sunt à perpendiculari, cadente à centro uisus super superficiem corporis diaphani, sunt maiores refractionibus formarum, quæ sunt propinquiores perpendiculari: refractio ergo formæ b n ad a est maior quàm refractio formę partis z n ad a. Caussa ergo, quæ facit imaginem b z uideri maiorem, facit, ut b n habeat maiorem proportionem ad ipsam, quàm illa, quam habet b z ad b n: ergo l g (quæ est imago b n) comprehenditur maior, quàm b n. Item si a non comprehenderit imaginem b n maiorem, quàm ipsam b n: non comprehendet imagines cæterarum partium lineæ b n, quæ sunt propinquiores ad z, maiores ipsis partibus. Nam formæ cæterarum partium sunt minoris refractionis, quàm forma b z: sed refractio est caussa magnitudinis imaginis: ergo a non comprehenderet l o maiorem, quàm b z: a ergo comprehendet maiorem b n, quàm sit. Et idem accidit, si a extra perpendicularem est exeuntem ex b z super superficiem corporis diaphani, & linea, quæ exit ex a ad mediũ b z, non est perpendicularis super b z. Et hoc idem sequitur in tribus figuris, in secunda scilicet, tertia & quarta huius capituli: [40. 41. 42 numeris.] Omne ergo, quod comprehenditur à uisu ultra corpus diaphanum grossius aere, cuius superficies fuerit plana, comprehenditur maius, quàm sit, siue sit uisus in aliqua perpendiculari exeunte ex illo uisu super superficiem corporis, siue sit extra: & indifferenter, siue diameter rei uisæ fuerit æquidistans superficiei corporis, siue non æquidistans.



44. Si uisus sit in continuata diametro circuli (qui est communis sectio superficierum, refractionis & refractiui conuexi densioris) uisibile uerò inter ipsius centrum & uisum, ab eodem centro æquabiliter distet: imago uidebitur maior uisibili. 36 p 10.

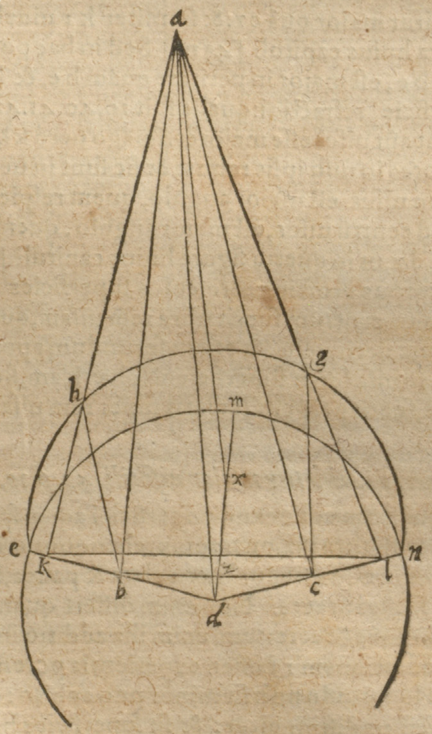
ITem: sit superficies corporis sphærica, cuius conuexum sit ex parte uisus, & grossius aere: & sit uisus a: & res uisa b c: & sit centrum sphæræ ultra b c, in respectu uisus: & sit centrum d: z medium b c: & continuemus d b, d z, d c: & extrahamus has lineas, quousq; concurrant cũ superficie sphæræ ad e, m, n: & extrahamus z m in parte m: & primò sit uisus in linea z m: erit ergo a m z linea recta: & primò sit b d æqualis c d: Sic ergo [per 8 p 1. 10 d 1] erit a z perpẽdicularis super b c. Positio ergo b, respectu a, erit similis positioni c respectu a. Et extrahamus superficiem, in qua sunt d e, d n, d m: faciet ergo [per 1 th. 1 sphęricorum] in superficie sphęrica arcũ circuli magni: sit ergo arcus e m n: & hæc superficies est perpẽdicularis sup superficiem sphæricã [per 9 n: quia est superficies refractionis

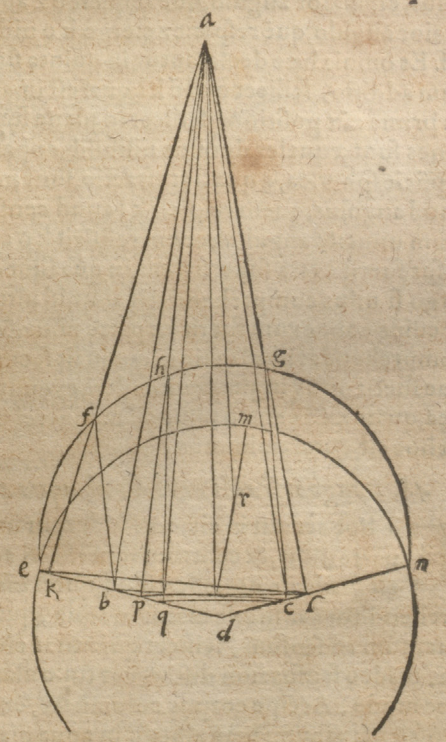
fractiõis]nec fit refractio extra hãc superficiẽ:nã a z est ppẽdicularis sup supficiẽ sphæricã corporis. Nõ ergo refringetur forma alicuius partis b c ad a,nisi ex circũferẽtia e m n Refringatur ergo b ad ad a ex h:&c ad a ex g. Positio ergo h respectu a,& distantia eius est ęqualis positiõi &distãtię g.Et cõtinuemus b h,h a,c g,g a:&extrahamus a h ad k,&a g ad l:&cõtinuemus k l:erit ergo a k ęqualis a l. [Quia enim anguli ad z recti sunt è cõclusione, & b z æqualis c z, & z d communis: erunt anguli b d z, c d z æquales per 4 p 1.Et cum puncta h & g à puncto a ęquabiliter distent, propter æquabilem punctorum b & c, à puncto a distantiam: æquabiliter etiam à puncto m distabũt, quia m est in peripheria e m n, in recta linea a m z: itaq; peripheria h m æquabitur peripherię g m: & connexis rectis d h,d g: æquabitur angulus h d m angulo g d m per 27 p 3:& per 15 d. 4 p 1 angulus d a h angulo d a g.Quare cum triangula d a k, d a l habeãt duos angulos duobus angulis æquales ad cõmune latus d a:erunt ipsa æquilatera per 26 p 1: itaque latus a k ęquabitur lateri a l,& d k ipsi d l:] & erit l k imago b c: & erit ęquidistans b c: [Nã quia d k æqualis conclusa est ipsi d l,& d b æqualis d c ex thesi: erit b k ęqualis c l:& per 7 p 5 ut d b ad b k,sic d c ad c l: Itaq; per 2 p 6 l k parallela est c b:] erit ergo maior quã b c: [Nam propter triangulorum l d k, c d b similitudinem è 29. 32 p 1 manifestã: est, ut l d ad c d, sic l k ad c b:sed per 9 ax. l d maior est c d:ergo l k maior est c b:] & cõtinuemus a b,a c:erit ergo[ut patuit 39 n]angulus k a l maior angulo b a c: & erit positio k l similis positioni b c: & inter l k & c b non est differentia in distantia,ut in præcedentib. diximus:ergo k l uidebitur maior quàm b c:sed k l est imago b c:ergo b c uidebitur maior,quàm sit:quia imago eius est maior se:& hoc est,quia forma eius est debilior,quã uera forma. Et hoc est quod uoluimus.



45. Si uisus sit in continuata diametro circuli (qui est cõmunis sectio superficierum refractionis et refractiui cõuexi dẽsioris) uisibile uerò inter ipsius centrũ & uisum ab eodẽ cẽtro inæquabiliter distet: imago uidebitur maior uisibili. 37 p 10.

SI uerò b d,b c fuerĩt inęquales: tũc a k a l erũt inęquales:&sic b c,k l erunt obliquę sup lineã a d: erit ergo k l,ut in secũda figura huius capitis [40 n] diximus, maior q̃ b c in uisu.



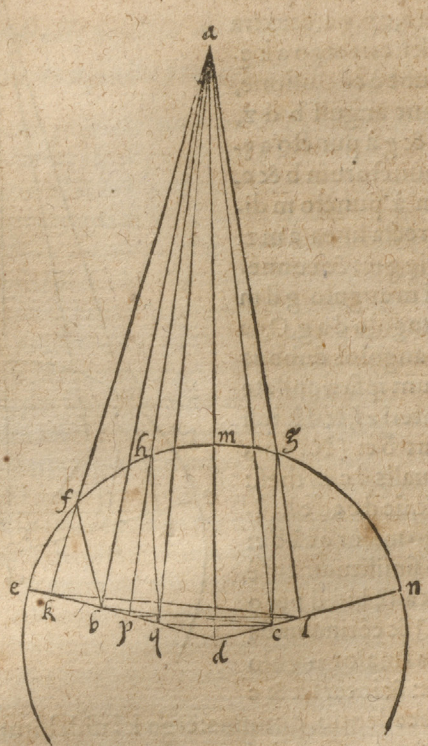


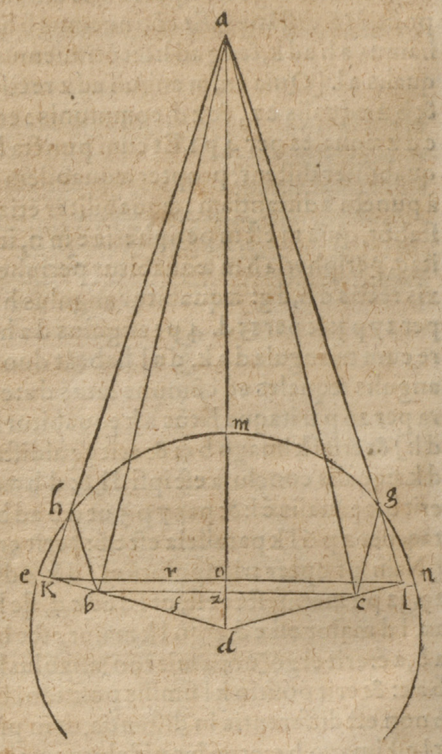
46. Si cõmunis sectio supficierũ refractionis & refractiui cõuexi dẽsioris fuerit pipheria: et uisus sit extra planum perpendicularium ductarũ à terminis uisibilis inter centrũ refractiui & uisum, ab eodem centro siue æquabiliter siue inæquabiliter distantis: imago uidebitur maior uisibili. 38. 39 p 10.

ITem:si a fuerit extra superficiem b z c: & b d, c d fuerint æquales aut inæquales, declarabitur, ut in tertia

in tertia figura & quarta huius capituli [41.42 n] quòd k l uidebitur maior quàm b c.

47. Si tota imago refracti uisibilis à refractiuo conuexo, uideatur maior uisibili: uidebitur & pars imaginis maior parte uisibilis proportionali. 41 p 10.





SEd secet linea d m lineã k l in o: erit ergo k o imago b z: & erit angulus k a o maior angulo b a z [p 9 ax.] & positio k o est similis positiõi b z: & distantię k o, b z respectu a nõ differunt multũ. Quapropter k o uidebitur maior q̃ b z: Et a est in perpẽdiculari z m exeũte ab extremitate b z super superficiẽ corporis: sit ergo b f pars b z: & sit k r imago b f. Ergo, ut in quinta figura huius capituli [43 n] diximus: patet q̃d k r uidebitur maior quã b f. Si aũt a est extra superficiẽ, in qua sunt oẽs perpendiculares exeuntes ex b c super superficiem corporis diaphani (nã linea, quæ exit ex a ad medium b c perpendiculariter, non est idcirco perpendicularis super superficiẽ lineæ b c) idem patebit. Nam quia b c, k l sunt erectæ super lineam a z d, aut super superficiẽ, quæ trãsit per lineam m d: & k o est imago b z: & l o est imago c, & angulus, quem respicit k o apud centrum uisus, est maior angulo, quẽ respicit b z apud centrum uisus: & similiter angulus, quẽ respicit o l, est maior angulo, quẽ respicit z c: ergo k o uidebitur maior quã c z: & similiter k r uidebitur maior quã b f. Et omnia hæc declarantur in quinta figura huius capituli [43 n.] Sed in hac positione est quædam additio, scilicet quòd k l, quæ est imago b c, est maior in ueritate quàm b c, & k r est maior b f. In prima aũt positione, scilicet in plana superficie [refractiui: qualis fuit 39.40.41.42.43 n] duæ imagines sunt æquales duobus uisibilib, apparent aũt uisui esse maiores. Imago uerò k l, & imago k o, in supficie sphęrica, à qua fit refractio, sunt maiores in uisu ipsis rebus: & sic sunt in ueritate. Et patet, quòd angulus, quem respicit k l apud centrum uisus, est maior angulo, quem respicit b c apud centrum uisus: & angulus, quem respicit k o apud centrũ uisus, est maior angulo, quem respicit b z, cũ uisus fuerit extra superficiem, in qua sunt d e, d z, ut in quarta figura huius capituli [42 n] diximus. Ergo si uisus comprehenderit aliquid ultra corpus grossius aere, cuius superficies fuerit sphærica, & cuius conuexum fuerit ex parte uisus, & cuius centrum fuerit ultra rem uisam, quãtùm ad uisum: comprehendet illud maius, quàm sit secundum ueritatem, & etiam secundum apparẽtiam in uisu: siue fuerit uisus in perpendiculari, exeunte à re uisa super superficiem sphæricam, siue extra, siue linea, quæ exit à centro uisus ad mediũ rei uisæ, fuerit perpendicularis super rem uisam, siue obliqua. Et hoc est quod uoluimus declarare.

48. Imago refracti uisibilis ab aqua ad aerem, uidetur maior uisibili. 42 p 10.

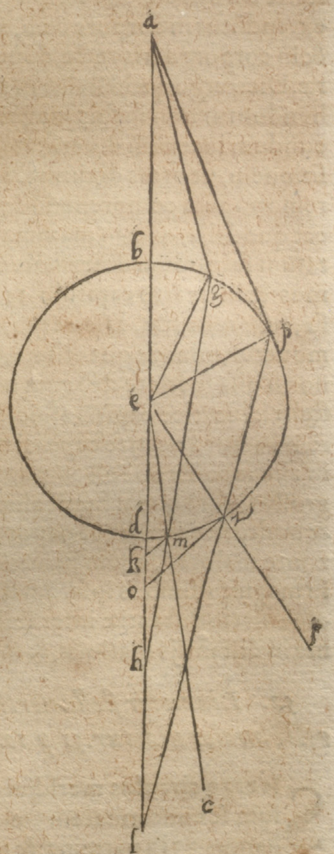
ET hoc accidit in eis, quæ uidentur in aqua: nam conuexum superficiei aquæ sphæricum est ex parte uisus, & centrum superficiei aquæ est ultra illa, quæ comprehenduntur in aqua, & aqua est grossior aere: Sed illud, quod uidetur in aqua, si aqua fuerit clara & pauca, fortè non comprehenditur à uisu esse maius in aqua, quàm si esset in aere. Non enim differt quantitas eius tunc, quantùm ad sensum, scilicet quantitas eius in aqua & aere: tunc enim illa additio in aqua erit parua, & ideo sensus non distinguet tunc illam additionem: tamen experientia potest comprehendi hoc modo. Accipe corpus columnare, cuius longitudo non sit minor uno cubito: & sit aliquantæ grossiciei: album: nam albedo in aqua manifestius distinguitur: & sit superficies basis eius plana, ita ut per se stet æqualiter super superficiem terræ. Hoc obseruato, accipe uas amplum, & sit superficies eius plana, & infunde in uas aquam claram in altitudine minore longitudine corporis columnaris: deinde mitte illud corpus columnare in aquam, & pone ipsum super suam basim in medio uasis: erit ergo aliqua pars huius corporis extra aquam: nam altitudo aquæ est mi-

nor

nor longitudine huius corporis. Tunc enim, cum quieuerit aqua, uidebis partē corporis, quę est intra aquā grosśiorem illa, quę est extra aquam. Patet ergo ex hac experientia, quòd omne uisum comprehensum in aqua, cōprehenditur maius, quàm sit in ueritate. Item sit corpus sphæricū, cuius conuexum sit ex parte uisus, & res uisa sit ultra centrum superficiei sphæricę, & sit illud corpus grosśius aere: Sed in assuetis uisibilibus non est tale aliquid, quod uideatur ultra corpus diaphanū sphæricū grosśius aere, ultra centrū sphæræ, & res uisa cum hoc sit intra corpus sphæricū: hoc enim nō fit, nisi corpus sphæricū fuerit uitreum aut lapideū, & fuerit totum corpus sphæricum solidum, & res uisa fuerit intra ipsum, aut ut corpus sphæricum sit portio sphæræ maior semisphæra, & res uisa sit applicata cum basi eius: sed hi duo situs rarò accidunt: huiusmodi ergo res nō sunt de assuetis uisibilibus: non ergo debemus occupari circa ea, quæ accidunt huiusmodi uisibilibus. Sed sunt quædam assueta, quæ uidentur ultra corpus diaphanum sphæricū grosśius aere, cuius conuexum erit ex parte uisus, cum res uisa fuerit ultra sphæram cryſtallinam, aut uitream in aere, non intra sphæram. Positiones aūt huiusmodi uisibiliū sunt multimodæ: Sed hæc rarò cōprehenduntur: & si cōprehendantur, rarò uidentur. Non est ergo couenięns distinguere oēs illas positiones. Simus ergo cōtenti una sola positione, scilicet ut uisus & res uisa sint in eadē perpendiculari super superficiē corporis sphærici.

49. Si uisus, centrum refractiui conuexi densioris & uisibile ultra refractiuum positum, fuerint in eadem recta linea: imago uidebitur corona seu armilla: & maior uisibili. 43 p 10.

SIt ergo uisus a: & corpus sphæricum b g z d: & centrū eius sit e: & continuemus a e, & extrahamus eam rectè: & secet superficiem sphæræ in duobus punctis b, d: & extrahamus ipsam in parte d usq; ad h: & extrahamus ex linea h b a superficiem æqualem secantem sphæram: faciet ergo [per 1 th 1 sphæricorum] in superficie sphærę circulum b g z d. Octaua autem figura in capitulo de imagine [29 n] diximus, quòd in linea b d sunt plura puncta, quorum formę refringuntur ad a ex circumferentia b g z d: & quòd forma totius illius lineæ refringitur ad a, si b g z d fuerit continuum & non fractum in parte b. Refringatur ergo h l ad a ex circumferentia b g z d, & refringatur h ad a ex g: & l ad a ex p: forma ergo h l refringetur ad a ex arcu g p: & continuemus lineas g m h, g a, l z p, p a: h ergo extenditur per g h, & refringitur per g a: & l extenditur per l p, & refringitur per p a: & cōtinuemus lineas e g, e m, e z: & extrahamus e m ad c: & e z ad f. forma ergo, quæ extenditur per a g, refringitur per g h, & peruenit ad h: & forma, quæ extenditur per a p, refringitur per p l, & peruenit ad l: hoc est, si corpus diaphanum fuerit continuum usq; ad g. Si uerò corpus sphæricum fuerit signatū apud superficiem sphæricam: tunc forma, quæ extenditur per a g: refringitur per g m in partem perpendicularis, quę est e h: & cum forma peruenit ad m: refringetur secundò in partem contrariam perpendicularis, quæ est e m c: refringatur ergò ad k. Et ideo etiam forma, quæ extenditur per a p, refringitur p p z: & cū fuerit refracta ad z, refringetur secundò ad contrariā partē perpendicularis, quæ est e z f: sit ergo refractio formę, quę peruenit ad z, per lineā z o. Forma ergo k extenditur per k m, & refringitur p m g: deinde refringitur secūdò per g a. Et similiter forma o extenditur per o z, & refringitur per z p: deinde secūdò refringitur p p a. Forma ergo totius k o refringitur ad a ex arcu g p. Et si linea a k o fuerit fixa, & imaginati fuerimus figurā a g p k circūuolui circa a k o: tunc arcus g p faciet figurā circularē, ut armillam, à cuius uniuerso refringetur forma k o ad a: & erit imago k o apud centrum uisus, quod est a. Forma ergo k o uidebitur in totā superficie circulari, quæ est locus refractionis, quæ est in rectitudine linearum radialium, quæ est figura armillæ. Forma ergo k o uidebitur maior seipsa: & erit figura formæ diuersæ à figura k o. Hoc autē potest experimentari sic. Accipe sphæram cryſtallinam aut uitream rotundisśimam, & accipe corpus paruum: ut granum ciceris uel ceram paruam: nam experientia per corpus paruum erit manifestior, & tingas ipsam colore nigro, & sit figura ceræ sphærica: deinde ponas ipsam in capite acus, & ponas sphæram cryſtallinam in oppositione alterius oculorum, & claude alterum oculum, & eleua acum ultra sphærā, & aspice ad medium sphæræ, & pone ceram in oppositione medij formæ, ita ut sit opposita medio sphæræ in una linea recta, quò ad sensum; & respice ad superficiē sphæræ: tunc enim uidebis in illa superficie sphæræ nigredinē rotundam in figura armillæ. Si uerò non uideas eam: moue ceram antè & post, donec uideas nigredinem rotundam, tunc aufer ceram, & abscindetur nigredo: deinde redeat cera ad suum locum, & iterum uidebis illam nigredinem rotundam. Ex hac ergo experientia patebit, quòd si res uisa fuerit ultra corpus diaphanum sphæricum grosśius aere, & uisus, & res uisa, & centrum corporis sphærici fuerint in eadem linea recta: tunc uisus comprehendit illam rem uisam in figura armillæ.



50. Si uisus, centrum circuli in refractiuo cylindraceo conuexo densiore, & uisibile ultra refractiuum

fractiuum positum fuerint in eadem recta linea: imago uidebitur duplicata. 44 p 10.

SI uerò b g z d fuerit in corpore columnari, & corpus fuerit grosſius aere: tunc forma k o uidebitur apud arcum g p & apud arcum ſibi æqualem, & ſibi reſpondentem ex arcu b d: Sed hæc forma non erit circularis: quia figura a h p g cum fuerit circumuoluta circa a k: nõ tranſibit per lineam illam arcus g p per totam ſuperficiem columnarem: Sed refringetur fortè forma ex aliquibus portionibus columnaribus, & erit continua in una parte & ſimiliter in alia. Nam ſuperficies ex l k, quæ etiam tranſit per axem columnæ, facit in ſuperficie columnę, quę eſt ex parte a, lineam rectam, quæ tranſit per b, & extenditur in longitudine columnæ: & non refringitur forma k o ex illa linea recta: nam k b erit perpendicularis ſuper illam lineam rectam. Non ergo erit forma rotunda, ſi fuerit corpus columnare: ſed erunt duæ formæ, quarum altera refringitur ſuper alteram. Videbitur ergo k o eſſe duo, quorum utrumq; erit maius k o: & forma utriuſque erit diuerſa à forma k o: & tamen illæ duæ formæ erunt apud idem punctum, ſcilicet centrum uiſus. In uiſibilibus autem aſſuetis nihil eſt, quod comprehendatur à uiſu ultra diaphanum corpus, ſphæricum, grosſius aere, cuius concauum ſit ex parte uiſus. Nam ſi fuerit ex uitro aut aliquo lapide: oportet, ut ſit portio ſphæræ concaua, & ut res uiſa ſit intra illam ſphæram, aut ut ſuperficies eius, quæ eſt ultra concauitatem, ſit plana, & res uiſa adhæreat illi. Et illi duo ſitus non inueniuntur, aut rarò: non ergo ſolicitemur circa huiuſmodi.

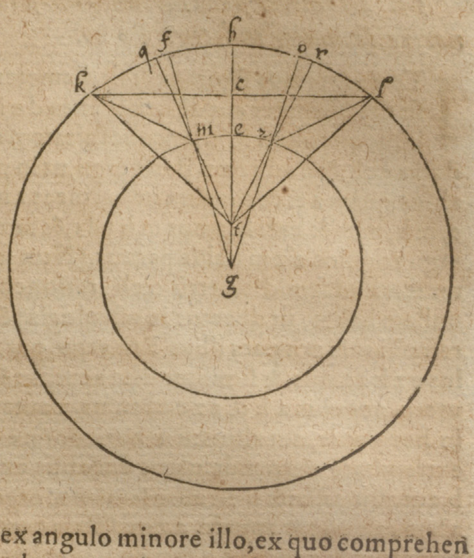
51. *Stella in horizonte ut plurimum uidetur maior, quàm in medio cœli. 54 p 10.*

ITem: non inuenitur aliquod corpus ſubtilius aere, cuius ſuperficies, quæ eſt ex parte uiſus, ſit plana aut conuexa. Et nõ inuenitur aliquid ſubtilius aere, ultra quod comprehendatur aliquid, niſi corpus cœli & ignis. Et non diuiditur à corpore aeris ſuperficies, quæ diſtinguit unam partem ab alia, ſed quantò magis appropinquat aer cœlo, tantò magis purificatur, donec fiat ignis. Subtilitas ergo eius fit ordinatè ſecundum ſucceſsionem, non in differentia terminata. Formę ergo eorum, quæ ſunt in cœlo, quando extenduntur ad uiſum, non refringuntur apud concauitatẽ ſphæræ ignis, cum non ſit ibi ſuperficies concaua determinata. Nullum ergo inuenitur corpus ſubtilius aere, in quo extendantur formæ uiſibilium, & refringantur apud ſuperficiem eius, niſi corpus cœleſte: & corpus cœleſte eſt ſphęricum concauum ex parte uiſus. Ergo omnes ſtellæ, quæ ſunt in cœlo, extendũtur in corpore cœli, & refringuntur apud cõcauitatẽ cœli, & extenduntur in corpore ignis, & in corpore aeris rectè, donec perueniant ad uiſum. Et centrum concauitatis cœli eſt centrum terræ. Dico ergo quòd ſtellæ in maiore parte comprehenduntur in ſuis locis: & quòd ſemper comprehenduntur non in ſuis magnitudinibus: & cum hoc diuerſatur magnitudo uniuſcuiuſq; earum, ſecundum locorum diuerſitatem. Diuerſitas autem locorum eſt propter radiorum refractorum poſitionem, ut prius diximus. Diuerſitas autem quantitatum eſt propter remotionem: nam propter remotionem comprehenduntur minores, quàm ſint in ueritate, ut diximus in tertio tractatu, ſcilicet quòd illa, quæ in maxima remotione ſunt, comprehenduntur minora. Diuerſitas autem quantitatum ſecundum diuerſitatem locorum, accidit propter refractionem, cuius cauſſam hic declarauimus: & in quarto capitulo [15 n] declarauimus, quòd formæ ſtellarum, quæ comprehenduntur à uiſu, ſunt refractæ. Dico ergo, quòd omnis ſtella comprehenditur ex omnibus locis cœli, per quos mouetur, minore quantitate, quàm ſit in ueritate, ſecundùm quod exigit remotio eius, (ſcilicet minor, ſi uiſa fuerit rectè) cum nõ fuerit inter illam & uiſum aliqua nubes, aut uapor groſſus. Et omnis ſtella in uertice capitis aſpicientis exiſtens uidetur minor, quàm in alio loco cœli: & quantò magis remouetur à uertice capitis, tantò magis apparet maior: ita ut in horizonte appareat maior, quàm in alio loco. Et hoc eſt commune omnibus ſtellis remotis & propinquis. Item ſi in aere fuerit uapor groſſus, ultra quem fuerit aliqua ſtella: tunc comprehendetur maior, quàm ſi eſſet ſine illo uapore: & multoties accidit, ut uapor groſſus ſit in horizonte. Vnde ſtellæ in maiore parte uidentur in horizonte maiores, quàm in medio cœli. Et hoc apparet in diſtantijs, quæ ſunt inter illas, magis, quàm in magnitudinibus ipſarum ſtellarum: nam quantitas ſtellæ, quò ad uiſum, eſt parua, ſed exceſſus in diuerſitate diſtantiæ inter ſtellas, cum fuerint in horizonte, eſt grandis & manifeſtus ſenſui, & maximè in diſtantijs ſpatioſis, & maximè, ſi in horizonte fuerit uapor groſſus.

52. *Diameter ſtellæ uertici propinquæ, & duarum inter ſe diſtantia, refractè uiſa, minor: rectè, maior uidetur. 51 p 10.*

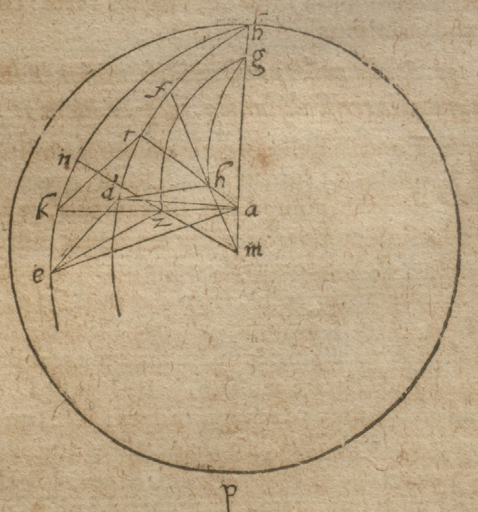
SIt ergo circulus meridiei in aliquo horizonte, b k: & differentia communis inter hunc circulum & concauitatem cœli, circulus m e z: & ſit centrum mundi g: & centrum uiſus t: & extrahamus g t in partem t: & occurrat circulo meridiei in b: & ſecet circulum, qui eſt in concauitate orbis, in e: erit ergo b uertex capitis, quò ad uiſum t. Sit k l diameter alicuius ſtellæ, aut diſtantia inter aliquas duas ſtellas: & linea t b tranſeat per medium k l, & ſecet illam in c: ergo erit arcus k b æqualis arcui b l: [Nam quia t b bifariam ſecans k l ex theſi ſecat ad angulos rectos per 3 p 3: connexæ igitur rectæ k b, b l æquabuntur per 4 p 1. Quare per 28 p 3 peripheria k b æquatur peripheriæ b l] & continuemus duas lineas t k, t l: erit ergo angulus k t l ille, à quo t comprehendit k l, ſi rectè comprehenderet: & refringatur k ad t ex m, & l ad t ex z: & continuemus g m, g z: & pertranſeant ad f, o: & cõtinuemus lineas k m, m t, l z, z t. Forma, aũt quę extenditur ex k per m k, refringitur p m t: & g m

& g m eſt perpendicularis, exiens ex m (quod eſt punctum refractionis) ſuper ſuperficiem corporis, quod eſt in parte t [ut oſtenſum eſt 25 n 4.] Et quia corpus z m eſt ſubtilius corpore g t [per 16 n] erit refractio m t ad partem perpendicularis m g: [per 14 n] m ergo erit inter duas lineas t b, t k. Nam ſi m eſſet ultra t k: tunc perpendicularis, quæ exit ex g, eſſet ultra t: & forma k cum extenderetur ad illud punctum: refringeretur ad partem perpendicularis g m, & non perueniret ad perpendicularem g e: & ſic non perueniret ad t. M ergo eſt inter duas lineas t b, t k. Et ſimiliter declarabitur quòd z eſt inter duas lineas t b, t l. Et extrahamus t m ad q, & t z ad r: erit ergo arcus q k æqualis arcui l r: [Quia enim puncta k & l æquabiliter à uiſu diſtant per theſin: puncta refractionis m & z in refractiuo m e z æquabiliter à puncto e diſtabunt: ideoq; peripheria m e æquabitur peripheriæ z e: & per 33 p 6 angulus b t q angulo b t r, & peripheria b q peripheriæ b r (eſt enim uiſus t, ut in aſtrologia demonſtratur, tanquam centrum mundi) at tota peripheria b k æqualis concluſa eſt peripheriæ b l: reliqua igitur q k æquatur reliquæ r l] & angulus q t r eſt ille, per quem t comprehendit k l refractè: & angulus k t l eſt ille, per quem t comprehenderet k l, ſi rectè cõprehenderet. Sed remotio k l à uiſu eſt maxima: quapropter quantitas eius non certificatur. Quare t exiſtimat remotionem k l, ſicut in ſecundo libro diximus [24. 25 n.] Sed æſtimatio eius quando comprehendit refractè, nõ differt ab æſtimatione eius quando comprehendit rectè, niſi quòd putat ſe rectè comprehendere cum refractè comprehendat. t ergo comprehendit k l refractè ex angulo minore illo, ex quo comprehendit illam rectè, & ſecundum comparationem ad illam eandem remotionem, ad quam compararet illam, ſi rectè comprehenderet. Sed uiſus comprehendit magnitudinem ex quantitate anguli reſpectu remotionis [per 38 n 2.] t ergo comprehendit quantitatem k l refractè minorem, quàm ſi comprehenderet illam rectè. Et ſi circumuoluamus figuram k t l circa t b immobilem, faciet circulum: & erũt anguli, qui ſunt apud t, quos continent duæ lineæ k t, t l, & ſui compares, æquales: t ergo comprehendit k l refractè in omni ſitu, in reſpectu circuli meridiei, cum fuerit in uertice capitis, minorẽ, quàm ſi cõprehenderet eam rectè. Et ſi t b ſecuerit k l in duo æqualia: tunc duo puncta q, r erunt inter duo puncta k, l: & erit angulus q t r minor angulo k t l: & erit omnis angulus eius exiens à puncto t, ſecans ſtellam: & linea, quæ exit ex t in ſuperficie illius circuli, ſecabit circulum, & comprehendetur minor, quàm ſit: & ſic tota ſtella uidebitur minor, quàm ſit. Stella ergo in uertice capitis comprehenditur minor, quàm ſi comprehenderetur rectè. Et ſimiliter diſtantia inter duas ſtellas, cum uertex fuerit inter duas extremitates diſtantiæ, comprehendetur in omnibus poſitionibus minor, quàm ſi rectè comprehenderetur. Et hoc eſt, quod uoluimus.



53. Diameter ſtellæ, uel duarum ſtellarum diſtantia in horizonte, aut inter horizontem & meridianum, ad horizontem parallela, refractè uiſa, minor: rectè, maior uidetur. 52 p 10.

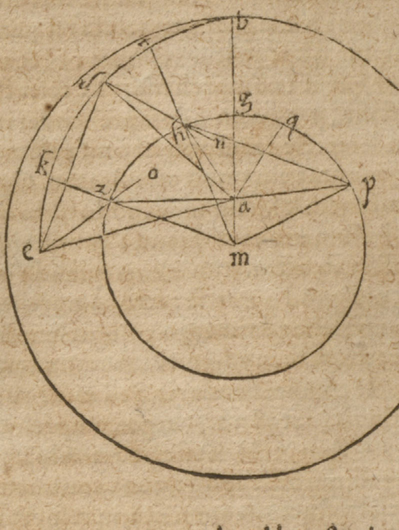
ITem: ſit ſtella ſiue diſtantia in horizonte, aut inter horizonta & uerticem capitis, æquidiſtans horizonti: & ſit uiſus a: & uertex capitis b: & continuemus a b: & ſit diameter ſtellæ aut diſtantia d e æquidiſtans horizonti: & ſit circulus uerticalis, qui tranſit per alteram extremitatem diametri uel diſtantię, circulus b d: & ille, qui tranſit per aliam extremitatem, circulus b e: & ſint duæ differentiæ communes inter duos circulos & inter concauitatem orbis duo circuli h g, g z. Forma ergo d refringatur ad a ex h: & e ad a ex z: & continuemus lineas a h, h d, a z, z e, a d, a e: & ſit centrum mundi m: & continuemus m h, m z, & pertranſeant ad f, n: erit ergo m h perpendicularis, exiens ex h ad ſuperficiem corporis diaphani: [ut demonſtratum eſt 25 n 4] & erit h a refracta ad partem h m: erit ergo refracta ad partem contrariam illi, in qua eſt [f h: per 14 n] h ergo eſt altius, quàm a d. Et ſimiliter declarabitur, quòd z eſt altius quã a e: ergo duo puncta f, n ſunt inter duo puncta d, e & zenith capitis: & angulus refractionis, qui eſt apud h, eſt æqualis angulo refractionis qui eſt apud z: poſitio enim duorum punctorum d, e reſpectu a eſt conſimilis. Tantùm ergo diſtat f à d, quantùm n ab e: & extrahamus a h ad t, & a z ad k. Diſtabit ergo t à d tantùm, quantùm k ab e: & continuemus t k: erit ergo æquidiſtans d e: eſt ergo minor: [quorũ utrumq; demonſtratum eſt à Campano 14 p 12] & lineę a t, a k, a f, a e ſunt æquales: quia a eſt quaſi



centrum mundi & duorum circulorum b d,b e. Duæ ergo lineæ a t,a k sunt æquales duabus lineis a d,a e,& basis t k est minor quàm basis d e: ergo [per 25 p 1] angulus t a k est minor angulo d a e: & angulus t a k est ille, quo d e cõprehenditur refractè: & angulus d a e est ille, quo d e cõprehenditur rectè. Si ergo stella fuerit in horizonte, aut inter horizonta & circulũ meridiei: & fuerit diameter eius æquidistans horizonti: uidebitur minor, quàm si uideretur rectè. Et hoc idem est de distantia inter duas stellas, si distantia fuerit æquidistans horizonti.

54. Diameter stellæ, uel duarum stellarum distantia in circulo altitudinis refractè uisa, minor: rectè, maior uidetur. 53 p 10.

Item iteremus figuram: & sit diameter aut distantia erecta scilicet in eodem circulo uerticali: & sit illa diameter aut distantia linea d e in circulo uerticali b d e: & sit differentia communis inter hunc circulum & inter concauitatem orbis, circulus g h z: & continuemus a d, a e: & refringatur d ad a ex h,& e ad a ex z. Patet ergo, ut in præcedente figura, quòd h est altius quàm a d,& quòd z est altius quàm a e: & continuemus lineas a h,h d,a z,z e,m h,m z: & extrahamus m h ad t,& m z ad k. Erit ergo angulus a z m ualde paruus. [Nam semidiameter terræ ad semidiametrũ cœli, rationem sensilem nullam habet, ut docetur in astrologia] & angulus refractionis erit pars illius. Erit ergo [per 12 n] angulus e z k acutus: & similiter d h t acutus: & [p 13 p 1] uterq; angulus a h d, a z e obtusus. z autem aut erit in horizonte, aut altius: si in horizonte: erit ergo in extremitate perpendicularis exeuntis ex a super a b, aut altius illa: & h est altius quàm z: ergo angulus a h m erit minor angulo a z m. [Nam constitutis ad puncta m & a angulis a m p, g a q æqualibus angulis z m a, h a g per 23 p 1, connexisq; rectis a p, h p: erunt anguli m p h, m h p æquales per 5 d. 5 p 1: & a p maior a h: q a per 7 p 3 maior est a q: & per 18 p 1 angulus a h p maior angulo a p h. Quare angulus a h m, minor erit angulo a p m, cui æqualis est angulus a z m p 15 d. 4 p 1. Itaq; angulus a h m minor erit angulo a z m] ergo [per 12 n] angulus d h t est minor angulo e z k: ergo angulus a h d est maior angulo a z e [per 12 n. 13 p 1:] & duę lineę m t, m k sunt semidiametri circuli b d e: & duę lineæ m h, m z sunt semidiametri circuli g h z: ergo [per 15 d 1] m t est æqualis m k, & m h est æqualis m z: ergo [per 3 ax] h t est æqualis z k,& angulus d h t est minor angulo e z k: ergo linea d h est minor quàm e z. [Nam linea æqualis ipsi d h (quę cũ k z continet angulũ æqualẽ angulo d h t) minor est linea e z per 7 p 3] & duæ lineæ a d, a e sunt æquales, similiter duæ a h, a z sunt æquales: quia a est quasi centrum circuli b d e,& circuli g h z. Ergo circulus, qui continet triangulum a h d, maior est circulo, qui cõtinet triangulũ a e z, quia angulus a h d est maior angulo a z e, & linea h d est minor, ut declaratum est, quàm z e. Ergo h d distinguit de circulo continente triangulum a h d, arcum minorem arcu, simili arcui, quem diuidit z e ex circulo continente a e z: angulus ergo h a d minor est angulo z a e: sit ergo z a d communis: ergo angulus h a z est minor angulo d a e: & angulus h a z est ille, sub quo a comprehendit refractè d e: & angulus d a e est ille, sub quo comprehendit d e rectè: si comprehenderet: a ergo comprehendit d e refractè minorem, quàm rectè. Et hęc demonstratio sequitur, si circulus b d e fuerit circulus meridiei. Diameter ergo stellæ cum fuerit directa & recta, & distantia inter duas stellas recta: comprehenditur refractè minor quàm rectè. Et hoc est quod uoluimus.



55. Stella uidetur circularis: maior in horizonte, quàm in medio cœli: similiterq; duarum sic sitarum inter se distantia. 54 p 10. Idem 51 n.

Et omnis stella in cœlo comprehenditur rotunda: quia diametri eius comprehenduntur æquales. Et cum sit manifestum, quòd utraq; diameter eius recta & transuersa secundum latitudinem comprehenditur minor, quàm si comprehenderetur rectè: ergo utraq; diameter eius decliuis comprehenditur æqualiter minor, quàm si comprehenderetur rectè. Et similiter distantiæ inter stellas comprehenduntur in omnibus locis & in omnibus sitibus minores, quàm si comprehenderentur rectè. Item diximus [51 n] quòd omnis stella in uertice capitis comprehenditur minor, quàm in omnibus alijs partibus cœli: & quantò fuerit remotior à uertice capitis, tantò comprehendetur maior: & quàm maxima comprehenditur, quando comprehenditur in horizonte. Restat ergo declarare caussam, quare hoc sit. Dico, quòd in secundo tractatu huius libri declarauimus, cum tractauimus de magnitudine [38 n:] quòd si uisus comprehenderit magnitudines uisibilium: comprehendit illas ex quantitatibus angulorum, quos respiciunt uisibilia apud centrum uisus, & ex quantitatibus remotionum, & ex comparatione angulorum ad remotiones. Et declarauimus, quòd uisus nunquam comprehendit uisibilium quantitates, nisi remotiones eorum sint in rectitudine corporum propinquorum continuorum: &, quòd si uisus non certificarit remotiones uisibilium, non certificabit quantitates uisibilium. Et declarauimus illic etiam, quòd uisus, si non certificauerit

cauerit distantiam uisi,potest perpendere distantiam eius,& assimilare eam distantijs uisibilium assuetorũ,quibus tale uisibile comprehenditur,in tali forma & in tali figura:deinde cõprehendit magnitudinem illius ex quantate anguli,quem respicit illud uisibile apud centrũ uisus,respectu remotionis, quam perpendit: & remotiones stellarum nõ sunt in rectitudine corporum propinquorum. Quare uisus nõ comprehendit quantitates earum, neq; certificat distantias earum. Visus ergo perpendit distantias stellarum,& assimilat illas distantijs eorum, quæ sunt terrestria,quæ comprehenduntur ex distantia maxima,& perpendit quantitates eorum. Corpus autem cœli non uidetur sensui,quòd sit sphæricum,& concauum eius sit ex parte uisus,neq; uisus sentit corporeitatẽ cœli,neq; uisus sentit de cœlo, nisi colorem glaucum solummodo : corporeitas uerò & extensio secundũ tres dimensiones,& rotunditas & concauitas nullo modo possunt cõprehendi.Et si uisus non certificauerit aliquid:tunc assimilabit ipsum alicui de rebus assuetis : unde comprehendit solem & lunã planos,& corpora conuexa & concaua à maxima distantia,plana:& arcus quorum conuexum aut con cauum est ex parte uisus,comprehendet lineas rectas. Nam si non comprehenderit propinquitatẽ medij,& remotionẽ extremitatum in conuexis, & remotionẽ medij & propinquitatem extremitatum in concauis:tunc assimilabit superficies conuexas,& concauas superficiebus planis,& assimilabit arcus lineis rectis:assueta enim uisibilia in maiore parte sunt plana & recta.Nec uisus,cum forma stellę peruenit ad ipsum,sentit quòd illa forma sit refracta,aut quòd refringatur ex superficie cõcaua,& quòd corpus,in quo stella est,sit subtilius corpore,in quo est uisus: sed forma stellæ comprehenditur,sicut formæ aliarũ rerum,quæ comprehenduntur in aere rectè.Et formæ uisibiliũ non refringuntur, quando occurrunt corpori diuerso ab aere, propter uisum : nec uisus sentit refractionẽ eorũ,nec superficiem,à qua refringuntur formæ in corporibus diuersis in diaphanitate,nisi proprietate naturali formę lucis & coloris,quę extenduntur in corporibus diaphanis.Formæ ergo stellarũ refractarũ perueniunt ad uisum,sicut perueniũt formę eorũ,quę sunt in aere,ad uisum,& non comprehenduntur,sicut comprehenduntur in aere. Visus aũt comprehendit colorẽ cœli,nec tamen certificat formã eius nudo sensu.Et cum uisus comprehenderit colorẽ aliquẽ in longitudine & latitudine:super hoc, quod cõprehendit figuram & formã: comprehendet ipsum planũ:assimilabit enim ipsum aliquibus superficiebus assuetis,ut parieti & alijs. Et hoc modo cõprehendit superficies conuexas & cõcauas in remotione maxima. Visus ergo comprehendit planiciem terrę planã omnino, nec sentit conuexitatẽ eius,nisi fuerint ibi montes & ualles. Visus ergo cõprehendit superficiẽ cœli planã,& comprehendit stellas,sicut comprehendit uisibilia assueta separata,quę sunt in locis spatiosis.Et cum uisus comprehenderit aliqua uisibilia assueta in loco aliquo spatioso,& comprehenderit illa angulis æqualibus,& cõprehenderit quantitates distantiarũ uisibiliũ:tunc illud, quod est remotius,comprehendetur maius.Nam quantitates remotionis magnitudinis cõprehenduntur ex comparatione anguli,quẽ respicit illa remotio apud centrũ uisus,ad distantiam remotã: & comprehendit uisus quantitatẽ magnitudinis propinquæ ex cõparatione anguli, quẽ respicit illud propinquũ, qui est æqualis angulo, quem respicit distantia ad distantiã propinquã. Et hoc patet,& esse,testatur ei:scilicet:quòd duorũ uisibilium,quæ à uisu comprehenduntur duobus angulis æqualibus,quorũ distantię sunt diuersæ, sensibiliter: remotius uidebitur maius. Nam si homo opposuerit se spatioso parieti,deinde eleuauerit manum,donec apponat illam uisui,& cooperuerit alterum uisum,& aspexerit reliquo,& posuerit manũ mediam inter uisum suum & illum parietẽ:tunc manus eius cooperiet portionem & latitudinẽ illius parietis, & comprehendet manum suam & parietem simul. Comprehendet ergo manum suam angulo acuto: & in hoc statu comprehendet latitudinẽ parietis maiorem,quã latitudinem manus multiplicem:deinde si mouerit manũ ita,ut detegatur illud,quod manus cooperuerat de pariete, & aspexerit ad manũ: uidebit illud,quod detectũ est de pariete,maius, quàm sit sua manus, multipliciter:& ipse comprehendet manum suam & parietem duobus angulis æqualibus.Ex quo patet,quòd uisus comprehendit magnitudinẽ ex comparatione anguli ad remotionem.Visus ergo comprehendit superficiem cœli planam,nec sentit concauitatẽ eius,& comprehendit stellas separatas in ipso.Comprehendit ergo stellas æquales,separatas inæquales: nam comparat angulum,quẽ respicit stella extrema,propinqua horizonti apud centrum uisus,ad distantiam remotã, & comparat angulum, quem respicit stella in medio cœli, & propinqua medio, remotioni propinquæ.Et similiter comprehendit stellam,quæ est in horizonte aut prope,maiorem ea,quæ est in medio cœli aut prope. Comprehendit ergo eandem stellam & distantiã in diuersis locis cœli,diuersæ quantitatis.Sic ergo comprehendit eandem stellam & distantiã in horizante aut prope.Nam cõparat angulum,quẽ respicit illa stella apud centrum uisus,stella existente in horizonte, distantiæ remotæ: & comparat angulum, quẽ respicit illa stella apud centrum uisus,existente stella in medio cœli,distantiæ propinquę.Sed inter angulum, quẽ respicit stella apud centrũ uisus, stella existente in medio cœli,& inter angulum,quem respicit stella apud centrum uisus,stella existente in horizonte,non est maxima diuersitas,sed duo anguli sunt propinqui, quamuis diuersi:& similiter distantiæ inter stellas. Et cum sensus comparauerit duos angulos propinquos in magnitudine ad duas diuersas distantias in magnitudine: tunc remotior comprehenditur maior.Et quod certificat hanc caussam:est:quòd anguli, quos eadem stella respicit apud centrũ uisus ex omnibus partibus cœli (cum lineæ,quę continẽt ipsos,fuerint refractæ)sunt quasi anguli,per quos cõprehenderetur rectè: quoniam locus uisus est centrum cœli, & refractiones formarum stellarum nõ diminuuntur ex illis angulis diminutione maxima. Et cum istæ diminutiones non sint maximę: tunc diuersitas inter angulos refractos,quibus stella comprehenditur, & inter remotionẽ inter stellas à locis diuersis cœli,

non erit maxima diuersitas. Et cum diuersitas istorũ angulorum non est maxima: tunc magnitudo stellæ non comprehendetur diuersa maxima diuersitate: & quod demonstrat diminutiones angulorum refractionis ad angulos, quos continent lineæ rectæ, non est maximæ magnitudinis. Et quòd sunt ualde paruę: est: quòd dictũ est in prędicta experientia in capitulo refractionis [15 n] in quo declarauimus, quòd uisus cõprehendit stellã refractè, & uidet stellã fixam ex polo mundi, & remotio eius est ab ipso in una reuolutione: nam hæc diuersitas inuenitur parua: ex quo patet, quòd anguli refractionis sunt parui. Vnde per illã diuersitatẽ, quæ est inter ipsos, non diuersantur anguli, quibus stella cõprehenditur in locis diuersis cœli, maxima diuersitate. Sed magnitudo stellæ & distantiæ stellarũ differunt multùm, cum sunt in horizonte & in medio cœli. Ergo caussa diuersitatis stellæ & distantiæ in magnitudine, in locis diuersis cœli, non est diuersitas angulorũ refractionis. Et iam declarauimus, quòd uisus comprehendit magnitudinẽ comparando angulos remotionis ad remotiones. Ergo si diuersitas inter angulos fuerit modica, & inter distantias & remotiones multa: tunc res uidebitur ex maiore distantia maior. Caussa ergo, propter quam uidentur distantiæ stellarũ in horizonte maiores quàm in medio cœli aut prope: est illud: quòd sensus ęstimat illas distare magis in horizonte, quàm in medio cœli. Et hoc, quòd uisus cõprehendit stellas in diuersis locis cœli diuersas in magnitudine: est error perpetuus: quia caussa est perpetua: & est: quoniã uisus comprehendit superficiem cœli planã, nec sentit concauitatẽ eius & æqualitatẽ distantiæ à uisu. Et constat in anima, quòd in superficie plana, quæ extenditur ad omnẽ partem, differũt distantię eius in uisu: & id, quod est propinquius, est illud, quod est proximũ capiti. Comprehendit ergo illud, quod est in horizonte remotius, quàm illud, quod est in medio cœli: & quòd anguli, quos respicit eadẽ stella apud centrũ uisus ex omnibus partibus cœli, non maximè diuersantur: & quòd uisus cõprehendit magnitudinẽ rei ex cõparatione anguli, quẽ res respicit ad remotionẽ illius rei à uisu. Comprehendit ergo quantitatem stellæ, & quantitatẽ distantiæ, quæ est inter stellas, cum fuerint in horizonte aut prope, cõparatione anguli ad distantiã remotã: & cum fuerint in medio cœli, aut prope, ex cõparatione anguli æqualis primo aut ferè, ad distantiã propinquã: & inter ipsam & inter distantiã horizontis uidetur maxima diuersitas. Hæc est igitur caussa, propter quã errat uisus in diuersitate magnitudinis stellarum & distantiarũ: & hæc caussa fixa est & perpetua & immutabilis. Et uisus cõprehendit stellas paruas propter remotionẽ earum: respiciunt enim apud centrũ uisus angulos paruos. Sed & sensus nõ certificat quantitatẽ remotionis stellæ, sed æstimat & comparat remotiones stellarũ cum remotionibus uisibiliũ assuetorũ, quę sunt in terra: ita quòd opinatur, quòd remotio stellæ est, sicut remotio alicuius maximè remoti in terra. Comparat ergo angulũ, quẽ facit stella apud uisum, qui est paruus ad remotionẽ, sicut remotio est eorũ, quæ sunt in terra. Et sic cõprehendit stellam, propter hanc cõparationem, paruã. Et si uisus esset certus de quantitate remotionis stellæ: tunc cõprehenderet eam magnã. Et similiter est de omnibus, quę sunt super terrã, maximè remotis, si cõprehendantur, parua sunt: quia nõ certificatur remotio eorũ. Et iam declarauimus hoc perfectè in tertio tractatu huius libri [23 n.] Et sicut uisus errat in quantitate remotionis stellæ: quia nõ est certus de ipsa, & assimilat ipsam remotionibus, quę sunt super terrã: sic errat in hoc, quòd distantiæ earũ in locis diuersis cœli sint diuersę, cum sint æquales: quia assimilat eas etiã distantijs diuersis, quæ sunt super terrã, de quibus non est dubiũ eas esse diuersas. Et sicut error in remotione & magnitudine stellę est perpetuus: sic error in diuersitate distantiarũ stellarum in locis diuersis cœli & in diuersitate magnitudinis, est perpetuus. Nam formæ earũ distantiarum non diuersantur apud uisum in diuersis temporibus, sed semper sunt eodem modo: & uisus assimilat eas distantijs assuetarũ rerum, quę maximè distant à uisu super superficiẽ terræ. Accedit etiã eis, quæ sunt in cœlo alia caussa, ad hoc, quòd uideantur maiora in horizonte, in maiore parte: scilicet uapores grossi, qui sunt oppositi inter uisum & stellam. Et cum uapor fuerit in horizonte aut prope, & nõ fuerit cõtinuus usq; ad mediũ cœli: erit portio sphæræ, cuius centrũ erit centrum mundi, qui cõtinet terrã: & sic abscindetur ex parte medij cœli, & erit superficies eius, quæ est ex parte uisus, plana. Quare formę aut distantię, quæ sunt ultra illũ uaporẽ, uidebuntur maiores, quàm sine illo uapore. In illo enim loco concauitatis cœli, ex quo loco refringitur forma stellæ ad uisum, forma stellę existit, & ex ipso extenditur rectè ad uisum, si in horizonte nõ fuerit uapor grossus. Si uerò fuerit uapor grossus: tunc hęc forma extendetur ad superficiẽ uaporis, quę est ex parte cœli, & existet in illa superficie: & sic uisus cõprehendet illã, sicut comprehendit ea, quę sunt in uapore: scilicet, quòd illa forma extenditur in uapore grosso rectè: deinde refringitur apud superficiem uaporis ad contrariã partem perpendicularis, exeuntis super superficiem uaporis, quæ est plana. Nam aer, qui est ex parte uisus, est subtilior illo uapore: ex quo sequitur, quòd forma uidetur maior, quàm si uideretur rectè, ut in prima figura huius capituli [39 n] diximus: & est, cum corpus subtilius fuerit ex parte uisus, & grossius ex parte rei uisæ, erit superficies corporis grossioris plana. Forma ergo, quę peruenit ad superficiem uaporis, quę est ex parte cœli, est res uisa, & corpus, in quo extenditur forma, est uapor grossus, & aer, in quo est uisus, est subtilior illo. Caussa uerò principalis, quare stellę & distantię stellarum uideantur in horizonte maiores, quàm in medio cœli, est illa prædicta: & est fixa & perpetua. Si uerò acciderit, ut sit uapor grossus, crescit magnitudo earum: sed hæc causa est in quibusdam locis semper, & in quibusdam quandoq;. Omnia ergo, quę diximus in hoc capitulo de illis, quę accidunt uisui propter refractionẽ: sunt deceptiones illæ, quę semper accidũt aut in maiore parte: & sufficiunt in hoc, quo indigemus de deceptionibus, quarũ caussa est refractio. Nunc autem terminemus hunc tractatum, qui est finis libri.

ALHAZEN FILII ALHAYZEN OPTICAE FINIS.

ALHAZEN FILII ALHAYZEN DE CREPVSCVLIS ET NVBIVM ASCENSIONIBVS LIBER VNVS.

Gerardo Cremonensi interprete.

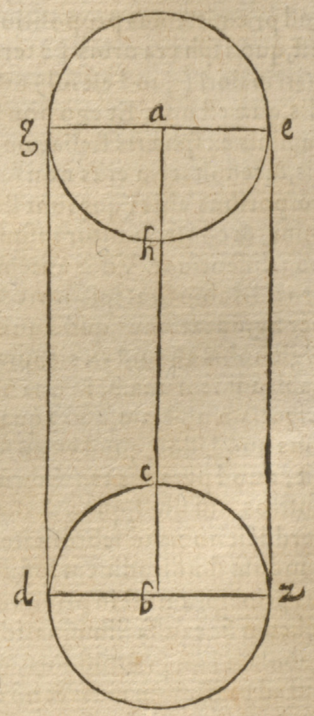
NVMERI.

1. *Crepusculum matutinum incipit, ac uespertinum desinit, sole ante ortum & post occasum suum 19 partibus, in peripheria circuli per uerticem regionis solisq́ locum transeuntis, sub horizontem demerso.*

OStendere uolo in hoc tractatu quid sit crepusculum, & quæ caussa necessariò faciens eius apparitionem: inde uerò progrediar ad cognoscendum ultimum, quod eleuatur à superficie terræ, de uaporibus subtilibus ascendentibus ex ea. Dico ergo, quòd crepusculum matutinum & crepusculum uespertinum sunt similis figuræ: unum namq; eorum ex accessione luminis solis, & alterũ ex ipsius recessione contingit. Vtrorumq; uerò colores diuersi sunt, propter diuersitatem horizontum, in quibus sol est apparens. Quoniam sol quando est in horizonte orientali, non multum eleuatus, est illic color eius alius à colore ipsius in uisibus, quando est secundum æqualitatem illius altitudinis in horizonte occidentali. Et similiter radij eius, qui uidētur in crepusculo, & quod uidetur in æthere de luminibus eius. Et ipse æther coloratus est, sequens illud, secundum quod est sol in utrisque partibus eius. Nam qui ex illo est in oriente color, est albedo & claritas: & qui est in occidēte, ad rubedinem aliquantulùm uergit. Quæ res uerò sit illud illuminans, & qualiter sit apparens illic, & quæ caussa necessariò faciat ipsum, ad illud præmittemus propositiones, exponentes illud, cuius uolumus declarationem. Ex illo quidem est, quòd sphæra orbis [è terra & aqua constantis] tota semper est splendida & luminosa ex luminari maiori (quod est sol) nisi quantum obtegunt tenebræ contingētes ex terra, in figura pyramidis, quæ est nox. Et ego non significo in hoc libro per illud, quod accidit de huiusmodi receptione luminis ex sphæris stellarum, nisi quòd cum sphæra, propter claritatem aeris & subtilitatem ætheris, & tenuitatem eius non suspenditur aliquid de lumine solis, sicut uidemus ipsum suspendi cum corporibus altis (quę sunt stellæ) quia illuminantur & deferunt nobis illud, quod recipiunt ex lumine, & consequuntur ipsum uisus nostri in eis: & quamuis dissentiant in stellis, in lumine tamen non dissentiunt. Visus autem nostri non consequũtur, quod in eis est de luminibus: nisi quòd ipsæ procul dubio sunt spissioris & uehementioris corporeitatis, quàm æther, in quo sunt. Et hoc patet per significationes, quòd quædam earum tegunt nobis quasdam, quia eclipsant eas: aer uerò non tegit nobis aliquid ex eis, quæ sunt post ipsum. Et propterea uidemus, quòd tota nox est secundum habitudinem unam, in qua non illuminatur nobis ex æthere aliquid: quamuis sciamus secundum scientiam nostram, quòd quàmplurimum eius ætheris est luminosum, non tectum à sole. Et uidemus quòd illud, quod ex eo soli apparet, & nihil aliud tegit, est in uisione, sicut illud, quod terra tegit, quod pyramis tenebrarum continet. Et non facit necessariò æqualitatem utriusq; apud uisus nostros, nisi illud, quod diximus de subtilitate aeris, & quòd non perducit illuminationem eius, & perducit nobis tenebrositatem ipsius. Tunc autem non cessat habitudo umbræ apparere nobis secundum similitudinem ipsius, quousq; incipiat ab oriente splendor diluculi & lumen sparsum, cuius principium est in primis cum superficie horizontis: & illius principij non est nobis caussa, nisi sol: cum sit caussa illuminationũ. Et non est nobis principium illud sol ipse, nec radius eius tantùm, quoniam iam præmisimus, quòd radij eius pertranseunt usq; ad ætherem totum, quem uidemus, aut ad plurimum eius: & nõ est diuersa eius habitudo in illa hora ab alia habitudine ante illud. Veruntamen radij eius suspenduntur tunc cum aliquo corpore spissiore aere: ducit ergo nobis cum sua spissitudine radium, quem induit. Et dico, quòd illud, quo suspensus est radius in illa hora, non est terra, neq; extremitates plagarum eius distinctæ à nobis: quoniam cum uidens est super æqualitatem terræ, non peruenit eius uisus, nisi quasi ad 23 milliaria [Italica] ab omni parte. Et si accidit ei, ut sit super altiorem montium, qui esse potest (& ille non pertransit octo milliaria, secundum quod dixerunt sapientes, intendentes hoc) uisus non pertransit tunc, nisi 250 milliaria ferè. Et hoc manifestum est ex eo, quòd noctē facit forma terræ: sed altitudo loci uisus à superficie eius, hoc est spatium, quod diximus, abscondit orbē in quarta horæ. Oportet ergo, ut oriatur sol paululùm post crepusculum matutinum per quartam horæ ad minus: illud ergo, quod est inter apparitionem crepusculi & apparitionē solis, est plus hora multò. Hoc autē, quod diximus, nõ est, nisi propinquitas, propter eũ, qui non est exercitatus in geometricis. In ueritate uerò uisus nõ peruenit ad punctum terrę, quod iã illuminatũ est à sole, nisi cũ ipse peruenerit & cõprehēderit cornu ipsius solis: quoniã duæ lineæ contingētes unũ punctũ circuli à duabus partib. diuersis cõiunctæ, sunt linea una secundũ rectitudinē [p 14 p 1: quia semidiameter circuli ad tactus punctũ ducta, efficiet cũ utraq; angulos rectos p 18 p 3.] Quãdo ergo illuminatũ apparet nobis, tũ non est illud terra ipsa, ꝓpter id, quod

diximus: nec est aer implens totam sphęram: quoniam, ut præmisimus, super totum aerem aut plurimum eius, semper cadit radius solis nocte & die: & nõ apparet illud in ipso, propter ipsius subtilitatem. Et super terram non est corpus spissius aere, nisi uapores ascendẽtes, quibus non deest semper, quin illuminentur à sole. Tunc uerò, quando pyramis umbræ ab eo remouetur, quod de uaporum sphæra terram continente uisus nostri consequuntur, & recipit eos corpus solis, & cadunt super eos radij eius, suspenditur cum eo radius, & defert ipsum nobis, & consequuntur ipsum uisus nostri, & uidetur à nobis eius lumen, sicut uidemus ipsum apparere in nubibus ex coloratione humiditatum ascendentiũ, & sicut colores, qui in roribus uidentur, in forma portionis circuli, & aliorum modorum. Quãdo ergo uolumus scire, quanta sit ultima eleuatio illorũ uaporum à superficie terræ: tunc ad eam cognitionem præmittũtur quatuor res, quarum nulla excusatur, & præter ipsas nulla alia re indigemus, ita ut nõ possit fieri per minus, nec sit necessarium plus. Illa autem quatuor sunt: corpus terræ: corpus solis: longitudo centri solis à centro terræ in omni situ: & quanta sit depressio solis ab horizonte, donec appareat crepusculum matutinum. Corpus autem terræ est sicut instrumentum omnium aliorum: & quantitas circuli magni continentis eam, secũdum quod dixerunt sapientes, & significauerunt illud per propositiones certas, est 24000 milliaria. Et dixerunt, quòd per quãtitatem, qua medietas diametri terræ est pars una, est medietas diametri solis quinq; partes, & medietas partis: & per eam est longitudo centri solis à cẽtro terræ in longitudine media, (non in omni situ) mille & centum & circiter decem partes: & quòd depressio solis ab horizonte, cum oritur crepusculum, est 18 gradus: & iã inuenitur super 19: & super hoc fabricabo supputationem nostram: quoniã cum narrator rei est cũ additione in ea, dignior est, ut recipiatur sermo eius, cum non contradicit ei alius: quandoquidem narrator cũ additione scit, quod non scit alius, & consequitur, quod non consequitur alius. Nã qui narrat de aliquo, quod uiderit illud, antequam uiderit ipsum alius, dignior est, ut consequatur, quod intendit, quando nõ existimatur de eo suspicio. Præmittam igitur ad illud, quod inter manus meas est, propositiones quasdam multi iuuaminis.

2. Si sphæricũ luminosum illuminet opacum æquale: hemisphæriũ illuminabit. Vitell. 26 p 2.

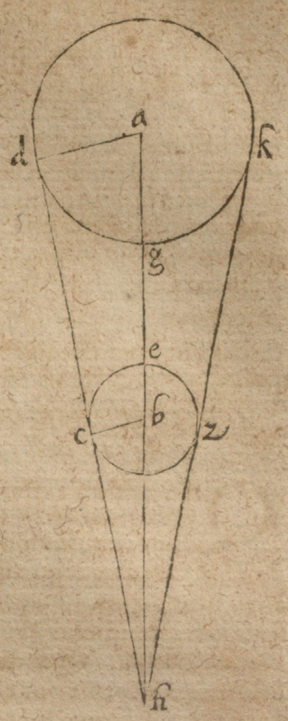


Dico ergo, quòd omnium duarum sphærarum æqualium, inter quas non est aliud corpus, quod unam earum alteri abscondat: illud, quod ex unaquaq; earum uersa facie respicit alteram, est medietas eius æqualiter. Et significo per uersam faciẽ unius respectu alterius: quòd si una earum est luminosa, & altera recipiẽs lumen, illuminatur, & relucet medietas recipientis lumen. Cuius exemplum est, ut sint duæ sphæræ a & b æquales: & pono, ut aliqua superficies plana transeat per centrũ utriusq;: secabit ergo duas sphæras super duos circulos æquales, & in superficie una [per 1 th. 1 sphær. Theodosij.] Sint ergo illi duo circuli a g h, b d c: & cõtinuabo a cum b: & protrahã duas lineas a g, b d perpendiculares super lineam a b: [per 11 p 1] ergo ipsæ sunt æquidistantes [per 28 p 1] & continuabo g cum d. Et quoniã duæ lineæ a g, b d sunt ęquales [per 15 d 1: quia sunt semidiametri ęqualium circulorum] & æquidistantes [è cõcluso] duæ lineæ a b, g d similiter erunt æquales & æquidistantes: [per 33 p 1] ergo duo anguli ad g & d sunt recti: [per secundam partem 34 p 1] ergo lineã g d est contingens duos circulos [per consectarium 16 p 3.] Et quando nos protrahemus g a & b d secundum rectitudinem, ad duas circumferentias duorũ circulorum, usq; ad duo puncta e & z, deinde cõtinuabimus e cum z: erit recta linea e z contingens duos circulos [ijsdem de caussis, quibus d g tangere ostensa est:] & erit unaquæq; duarum portionum g h e, d c z, quarum una est uersa facie ad alterã, medietas circuli [per 17 d 1] quoniam unamquamq; earum secat diameter circuli. Et similiter cõtingit in omnibus superficiebus planis, quæ transeunt per duo centra duarũ sphærarum. Iam igitur declaratum est, quòd lineæ egredientes ex una duarum sphærarum ad alteram, contingunt utrasq; simul, & comprehendunt ex unaquaque earum medietatem. Et illud est, quod declarare uoluimus.

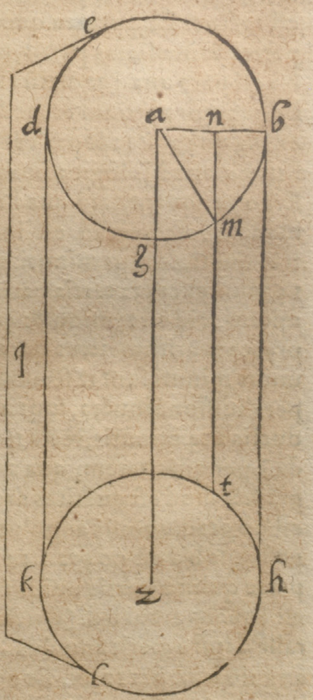
3. Si sphæricum luminosum illuminet opacum minus: plus hemisphærio illuminabit. Vitell. 27 p 2.

Quòd si una duarum sphærarum est maior altera: tũc illud, quod ex minore uersa facie respicit maiorem, est plus medietate minoris: & quod ex maiore uersa facie respicit minorem, est minus medietate maioris. Cuius exemplum est, ut sint duæ sphæræ a & b: & sphæra a sit maior. Protrahã ergo superficiẽ planã, transeuntẽ per cẽtra utriusq;: secabit ergo utrãq; earũ in duo media sup duos circulos a g d, b e z [per 1 the. 1 sphęr.] & cõtinuabo a cũ b, & protrahã ipsam secũdũ rectitudinẽ in partẽ h: & ponã proportionẽ medietatis diametri circuli a g d ad medietatẽ diametri circuli b e z, sicut ꝓportio a h ad b h. Eius uerò acceptio est prõpta ex tractatu sexto & qnto Euclidis [si enim trib. rectis datis, differẽtia nẽpe semidiametrorũ circulorũ a & b: semidiametro b c minoris circuli, & ipsa a b, inueniatur ꝑ 12 p 6 quarta ꝓportionalis b h: erit ꝑ 18 p 5 ut a d semidiameter maioris

maioris circuli ad b c semidiametrum minoris b c: sic a h ad b h.] Et protraham à puncto h lineam contingẽtem circulũ a g d [per 17 p 3] quæ sit h c d. Dico ergo, quòd ipsa contingit etiã circulũ b e z: quod patet: quia cõtinuabo a cum d per lineam a d: ergo est perpendicularis super lineam h d [per 18 p 3] & protraham à puncto b perpendicularem super lineam h c d [per 11 p 1] quæ sit b c. Et quoniam duæ lineæ b c, a d sunt perpendiculares super lineam h d [è fabricatione & concluso] sunt æquidistantes [per 28 p 1.] Et quia linea b c est æquidistans ipsi a d, quæ est basis trianguli: erit ergo proportio a d ad b c, sicut ꝓportio a h ad h b [per 4 p 6: quia triangula a h d, b h c sunt æquiangula per 29. 32 p 1] & iam posuimus proportionem a h ad h b, sicut proportionem medietatis diametri circuli a g d, ad medietatẽ diametri b e z: ergo linea b c est medietas diametri circuli b e z: ergo punctũ c est super circumferẽtiam circuli b e z [per 17 d 1] & duos angulos ad d & c posuimus rectos: ergo linea h c d contingit minorem circulum [per consectarium 16 p 3] nos uerò iam protraximus eam contingentem maiorẽ: ergo ipsa est contingens utrosq; simul. Et protraham similiter ex puncto h lineam, contingentem duos circulos similiter in parte z, quæ sit linea h z k. Est ergo, quòd ex circulo a maiore uersa facie respicit circulum b minorem, portio d g k: & est minor medietate circuli: quoniam angulus h a d est minor recto [per 32 p 1] quoniam ipse est in triangulo uno, & est triangulum d a h cum angulo a d h recto. Ergo est portio d g minor quarta circuli [per 33 p 6] & similiter portio g k, æqualis e [quòd autem g k sit æqualis d g, patet, ducta semidiametro a k. Quia enim rectæ d h, k h tangentes æquantur per consectarium 36 p 3 & semidiametri a d, a k per 15 d 1, estq; communis a h: ęquabitur angulus h a d angulo h a k per 8 p 1: quare per 26 p 3 peripheria d g æquabitur peripheriæ g k] Ergo portio d g k est minor medietate circuli. Et quoniam linea b c est æquidistans lineæ a d [è concluso] est angulus c b h æqualis angulo d a h [per 29 p 1] ergo erit portio c l similis portioni d g, & tota portio c l z similis portioni d g k [per 33 p 6.] Ergo unaquęq; earũ est minor medietate circuli: remanet ergo portio c e z maior medietate circuli: & illud est, quod ex circulo minore uersa facie respicit circulum maiorem. Ergo duę portiones c e z, & d g k sunt ex duobus circulis, qui uersa facie se respiciũt. Et significo quidem per hoc, quòd aliquid portionis unius nõ cooperitur ex circulo altero: & portio c e z est maior medietate circuli, & portio d g k minor. Et illud est, quod uoluimus declarare.



4. *Si peripherias duorum circulorum æqualium duæ rectæ lineæ tangant: puncta semiperipheriarum cõuexis partibus se respicientium singula singulis apparent, reliquarum uerò semiperipheriarum conuexis partibus se non respicientium latent.*



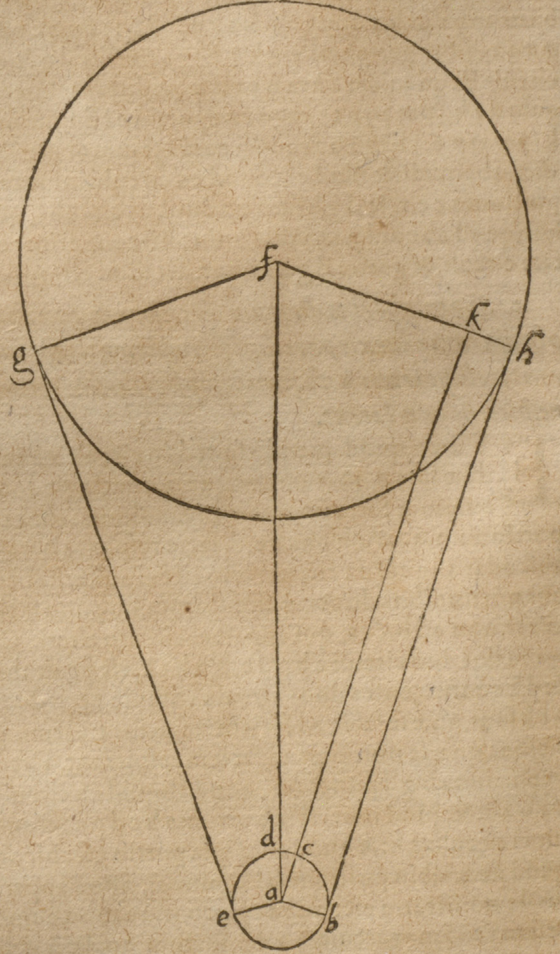
ET dico, quòd quando sunt duo circuli æquales, & protrahuntur duæ lineæ, quarum unaquæq; contingit duos circulos simul, secundum formam, quam præmisimus: tunc in unaquaq; duarum portionum, quarum una uersa facie respicit alteram, non est locus, qui abscõdat aliquid ex circulo uno circulo alteri: & quòd in reliquis duabus portionibus duorum circulorum, quę non facie ad faciem se respiciunt, non est locus, qui appareat circulo alteri. Cuius exemplum est, quòd sint duo circuli a b g d e, & z h t k l: & protrahantur duę lineæ b h, & d k contingentes duos circulos simul: ergo duæ portiones b g d, & h t k sunt, quæ se facie ad faciem respiciunt: earum portiones b e d, & h l k sunt, quæ se non facie ad faciem respiciunt. Dico ergo, quòd non est in portione b g d punctum, quod aliquid ex circulo z h abscondat circulo a b: & quòd non est in portione b e d punctum, quod appareat penitus circulo z h: & quòd tota ipsa portio est abscondita circulo z h: & quòd neq; est in portione h l k punctũ, quod appareat circulo a b. Cuius demonstratio est: quòd ego continuabo a cum z, per lineam a g z, & signabo super arcum b g d punctum, qualiter uelim, quod sit punctũ m. Si ergo fuerit punctum m à puncto g ad partem b: tunc protraham ex puncto m lineã æquidistantem lineæ b h [per 31 p 1] & si fuerit punctum m à puncto g ad partem d: tunc protraham ex puncto m lineam æquidistãtem lineæ d k: sit ergo m t. Dico igitur quòd linea m t tota est extra circulũ b m g d e, de qua nõ cadit aliquid in eo. Cuius demõstratio est: quòd ego cõtinuabo a cũ b, & protrahã lineã m t secundũ rectitudinẽ, donec cõcurrat cũ linea b a super punctũ n [cõcurret aũt per lẽma Procli ad 29 p 1: ꝗa m t parallela ducta est ipsi b h, quę cõcurrit cũ a b in b] ergo duorũ angulorũ ad n unusquisq; est rectus [ꝗa enim angulus n b h rectus est ꝑ 18 p 3, & ipsi b h parallela ducta est t m n: ęquabitur per 29 p 1 angulus t n b angulo n b h, ideoq; rectus, & per 13 p 1 a n t rectus]

& con-

& cõtinuabo m cũ a. Angulus igitur trianguli a n m eſt rectus : & iã protractũ eſt latus n m ſecundũ rectitudinẽ uſq; ad t, & prouenit angulus a m t extra triangulũ, qui eſt maior recto [per 16 p 1] ſcilicet angulo n. Et quãdo protrahitur ab extremitate diametri circuli linea, quæ cũ ipſa cõtineat plus angulo recto: tũc illa linea nõ ſecat circulũ, nec cadit de ea intra ipſum aliquid : ergo de linea m t nõ cadit in circulo a m aliquid. Ergo punctũ m facie ad faciẽ reſpicit circulũ z, & nõ abſcondit aliquid ei: quoniã quando nõ abſcondit ei aliquid ex corpore iſtiuſmet ſphæræ a m: tunc nulla alia res tegit illud: quoniã nos poſuimus, ut inter duas ſphæras nõ ſit corpus aliud ab eis, quod tegat unam earũ alteri. Et ſimiliter oſtẽdetur hoc in omni pũcto ſuꝑ arcũ h t k. Et dico iterũ, quòd nõ eſt in arcu b e d punctũ, quod appareat circulo z: nec eſt poſsibile, ut continuetur cũ aliquo de circulo z ꝑ lineã, niſi & illa linea ſecet circulũ a b, & cadat intra ipſum. Quod ſi poſsibile eſt: ꝓtrahamus à pũcto e lineam peruenientẽ ad aliq̃d de circũferentia circuli h t k l: & nõ ſecet aliq̃d de circulo a e d: & ſi fuerit poſſibile, ſit linea e q l : & ꝓtrahã lineã d k in utraſq; partes duarũ extremitatũ eius : neceſſe eſt ergo, ut occurrat lineæ e q l in duob. locis: quoniã linea d k, quã iã poſuimus contingentẽ duos circulos, nõ eſt poſsibile, ut ſecet unũ duorũ circulorum, nec cadat inter utroſq; [per 16 p 3:] & quoniã nõ cadit inter ipſos, tunc ſecabit lineam e l in duobus locis : ergo iam ſunt duæ lineæ rectæ continentes ſuperficiem: illud autem eſt contrarium & impoſsibile [per 12 axioma.]

5. De peripheria maximi in terra circuli ſol illuminat partes 180, ſcrupula prima 27, ſcrupula ſecunda 52. Vitell. 59 p 10.

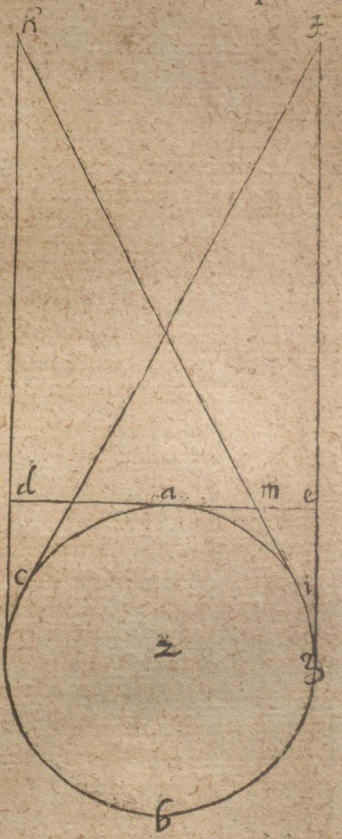
QVod aũt oportet nos facere ſecundũ illud, quod pręmiſimus, ut inueniamus, quãta ſit quãtitas arcus terræ illuminati à ſole: quã iã poſuimus maiorẽ eſſe medietate terræ : ponã ergo duos circulos ſolis & terræ, ſuper quos ſecat utroſq; una ſuperficies plana, quales ſunt a b c d e, f h g. Circulus ergo a ſit terræ, & circulus ſolis f: & protrahã duas lineas contingẽtes unũquenq; eorũ, ſicut diximus, quæ ſint duæ lineæ b h & e g. Igitur portio b c d e ex terra, eſt illuminata à ſole, ſicut iam oſtendimus [3 n] & illud eſt plus medietate circuli. Quando ergo uolumus ſcire quantitatẽ eius, tũc nos cõtinuabimus a cum b & cũ f, & f cũ h: ergo b a & h f ſunt æquidiſtãtes [per 28 p 1] quoniã utræq; ſunt perpẽdiculares ſuper lineã b h, contingentẽ duos circulos [per 18 p 3.] Et ſecabo ex linea h f, quod ſit æquale lineæ b a [id uerò fieri poteſt, quia f h ex theſi maior eſt a b] & ſit linea h k: & continuabo a cũ k: ergo a k eſt perpẽdicularis ſuper h f [per 29 p 1] quoniã eſt æquidiſtãs ipſi b h: cũ cõtinuet totũ, quod eſt inter extremitates duarũ linearũ b a, & h k æqualiũ & æquidiſtantiũ: ergo angulus k eſt rectus. Et ꝓpterea quòd linea h f eſt quinq; partes & medietas partis, ꝑ quãtitatẽ, qua linea b a eſt pars una [ut dictũ eſt 1 n] remanet linea k f quatuor partium & medietatis unius partis ex illa quãtitate : & per eandẽ inuenitur linea a f 1110, in medijs lõgitudinibus [ſole cõſtituto.] Ergo per quantitatẽ, qua linea a f ſubtẽſa angulo recto, eſt 60 grad. eſt linea k f 14 minuta & tres quintæ unius minuti: ergo angulus k a f eſt 14 min. excepta tertia parte q̃ntæ partis unius minuti, [id eſt 13 minu. & 56 ſec. Nam ſecũdum pręcepta arithmetices quincunx ſeu q̃nta pars unius minuti ſunt 12 ſecunda, quorũ tertia pars per diuiſionẽ inuẽta, ſunt 4 ſecun. quibus ſubductis à 14 minutis, rectã 13 minuta & 56 ſecunda] per quãtitatem, qua angulus rectus eſt 90 grad. & illud eſt quãtitas arcus c d: ſed arcus b c eſt 90 grad. quoniã angulus b a c eſt rectus. Ergo arcus b d eſt 90 grad. 14 min. excepta tertia parte quintæ partis unius minuti : & arcus d e eſt ęqualis arcui b d. [Ducta enim à pũcto a parallela ipſi e g: erit angulus à ſemidiametro e a & parallela cõprehenſus, rectus per 29 p 1, & æqualis angulo b a c per 10 ax. Et quia ducta parallela ſecat de ſemidiametro f g uerſus f æqualẽ ipſi f k p 15 d. 34 p 1. 1 ax: & angulus à parallela & ſemidiametro f g cõprehẽſus, rectus eſt per 29 uel 34 p 1: ęquabuntur quadrata parallelæ & ſectæ de ſemidiametro f g uerſus f, quadrato f a per 47 p 1, cui per eandem æquantur quadrata ipſarũ a k & k f: ſubductis igitur quadratis æqualibus ipſarũ f k & ſectæ de ſemidiametro f g uerſus f, relinquẽtur quadrata ipſarũ a k & ductæ parallelæ æqualia, ideoq; recta a k æqualis erit ductæ parallelæ: & per 8 p 1 angulus d a c æquabitur angulo a b f a & parallela ad cẽtrum a cõprehenſo. ſed angulo c a b æqualis cõcluſus eſt angulus à ſemidiametro e a & parallela cõprehen-



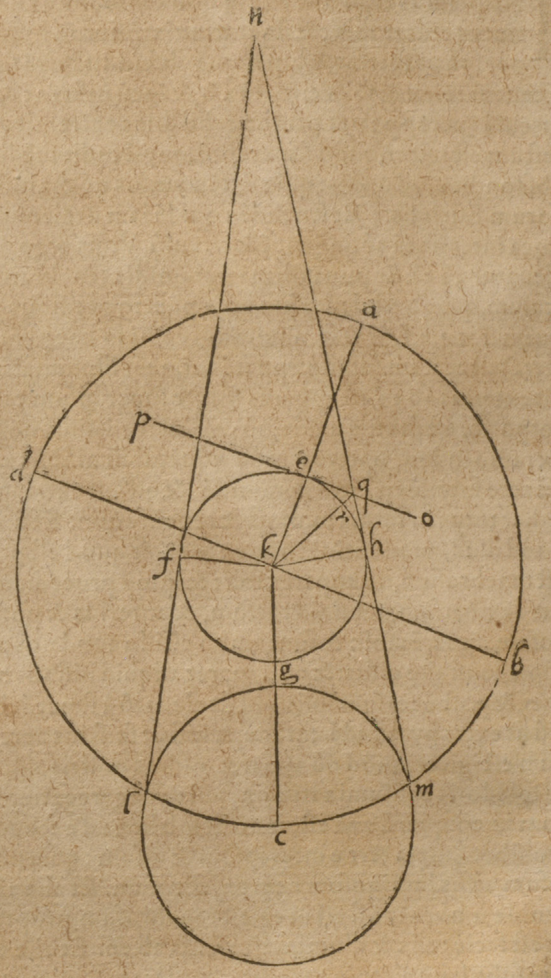
prehensus. Quare si æqualibus angulis æquales addātur, æquabitur per 2 axio: totus angulus b a d toti angulo e a d: & per 26 p 3 peripheria b d peripheriæ e d.] Ergo totus arcus b c d e illuminatus à sole, est 180 partes & 27 minuta & quatuorquintæ & tertia quintæ unius minuti cū propinquitate [id est 52 secunda: nā ex arithmeticæ regulis $\frac{4}{5}$ unius minuti sunt 48 scrupula secūda, & quinta pars unius minuti sunt 12 scrupula secunda, quorū tertia pars, 4 scilicet scrupula secunda addita cum 48 scrupulis secundis, efficiunt 52 scrupula secunda.] Et illud est, quod uoluimus declarare.

6. Posita peripheria maximi in terra circuli 24000 milliarium Italicorum: erit summa uaporum in nubem coactorum à terra altitudo 52000 passuum. Vitell. 60 p 10.

INcipiamus ergo nūc ex eo, quod intēdimus de caussa apparitionis crepusculi, & formæ apparitionis eius nobis, & figurationis ipsius in horizonte oriētali. Ponam ergo circulū signatum super sphærā terræ, & super quā abscindit terrā superficies plana, trāsiens per zenith capitū & per z centrū terræ & solis circulū a b, & locū uisus a: & faciā trāsire super punctū a lineam contingentē circulū [per 17 p 3] & prolongabo duas extremitates eius in duas partes, super quas sint d, e. Manifestum est igitur, quòd super totū, quod cadit sub linea d a e ad partē b, nō cadit uisus, quoniā terra abscondit illud nobis: quia extēsio uisus nō est, nisi super lineā rectam [per primā hypothesin opticorum Euclidis.] Et Euclides quidē iam declarauit [16 p 3] quòd nō egreditur à puncto cōtactus linea inter lineā cōtingentē & circulū. Visus ergo nō cadit sub linea d a e, sed cadit super illud, quod eleuatur ab ea. Et ponā formā pyramidis tenebrarū euenientiū ex umbra terræ, parum ante crepusculum, quādo est depresio solis plus 19 gradibus per minutū unū, uerbi gratia, aut circiter: super quam sint g, e, f, c: totū enim, quod cadit in hac pyramide designata (cuius caput est f, & basis ipsius terra) est tectum soli, nō apparēs ei, neq; illuminatū ab eo, & est in ueritate tenebrosum: & quod cadit exterius ab ea, est apparēs soli, & super ipsum cadūt radij eius & lumē eius. Veruntamē quod ex corporib. est subtile ualde, nō perducit ad uisus nostros illud, quod ex radio induit, ꝑpterea quòd æquatur in uisibus nostris illud, quod ex aere subtile est intra pyramidē, & quod est extra ipsum: & uidetur æther totus in forma luminis & tenebrarum. Et nos quidē scimus, quòd illud, quod cōtinet nos ex aere, & quod est propinquū nobis, est tenebrosum, nō apparēs soli: & quod procedit in incessu in altū, aut dextrorsum, aut sinistrorsum, & anterius & posterius, est luminosum, apparēs soli: & sunt ambo cū illo apud nos æqualiter in tota cōprehensione uisus: & nō apparet aliquid uisibus nostris ante ortū solis, & post occasum solis, nisi sit eleuatū à superficie horizontis, & nisi sit extra pyramidē umbræ, & nisi sit spissius aere subtili. Manifestum est igitur, quòd nō apparet uisibus nostris aliquid in habitudine splēdoris & illuminationis, nisi per aggregationē triū conditionum in eo: quarū una est, ut nō sit sub linea d a e: quoniā si est sub ea, prohibet sphęra terræ inter ipsum & uisum: quia nō comprehendit ipsum uisus luminosum neq; tenebrosum. Et alia est, ut nō sit in pyramide umbræ: nā si est in ea, est tenebrosum, propterea quòd priuatū est facie solis & illuminatione sua ab eo. Et alia est ut sit spissius aere subtili implēte sphæram: quoniā iam sciuimus, quòd aer altior extra pyramidē, cadit super lineā d a e: & cū illo non apparet nobis in eo aliquid luminis, propter tenuitatem & subtilitatē suam, & propterea quod uidemus in hoc loco, & est parum ante crepusculū, illud, quod comprehēdimus de sphæra, tectum, nō illuminatū, & non diuersificatur pars eius à parte. Et scimus, quòd nō est in eo punctū neq; locus unus, in quo aggregentur istæ cōditiones tres. Sed punctum e est: ubi occurrit ultimo statui pyramidis linea d a e: & iā posuimus in eo duas conditiones: quoniā nō est sub linea d a e, nec intra pyramidē: ergo cadit super ipsum radius solis. Nō ergo facit necessariam tenebrositatē eius in oculis nostris tūc, nisi priuatio eius à conditione tertia, quę est spissitudo. Iam ergo certificatur, quòd aer, ubi est punctū e, in hoc loco est subtilis, & non peruenīūt ad ipsum uapores spissi, ascendentes de terra, qui sunt spissiores aere. Deinde postquā eleuatur sol parum, & fit depresio eius ab horizonte 19 graduū tantùm, & fit forma pyramidis & figura eius, sicut illa, super quā sunt i, m, h, k, & apparet in horizōte res luminosa, & nō fuerat antē illic res luminosa: scimus quòd ille est primus locorū & hospitiorū, in quo aggregātur cōditiones tres prędictæ: quoniā ante illud parū per illud, cui nō est quantitas, nō fuit illic aliquid de lumine: & primus locorū, in quo aggregatur, ut non sit sub linea d a e, nec intret pyramidem tenebrarum, est punctum m. Ergo punctū m est primus locorū, in quo inuēta est cōditio tertia, & est illic spissitudo aeris. Ergo pūctū m est ultimus status uaporū, & summa ascēsio eorū: & nō abbreuiātur ab eo, neq; pertrāseūt ipsum. Quoniā si abbreuiaretur ab eo, esset punctū m in aere subtili, & nō appareret nobis in eo aliquid de lumine, sicut nō apparet in eo, qui est post ipsum, ad partem e: & si pertrāsirent ipsum, illuminaretur nobis punctū e ante hoc: quoniā nō ponimus in eo, quod est inter m & e, in his duobus locis rē sensibilem,



sibilē.Ergo punctū m est ultimus status,ad quē perueniūt uapores ascendentes in altū,& occursus
lineæ d a e cōtingentis sphærā terræ cū linea h i.Quando ergo uolumus scire longitudinē eius à fa-
cie terrę,tūc nos describemus altitudinis circulū,transeuntē per centrū solis,quādo eius depresſio
ab horizōte est 19 graduū:& illud est apud ortū crepusculi,super quē sint a,b,c,d:secabit ergo sphę-
ram terræ super circulū e f g h [per 1 the.1 sphær. Theodosij] & linea a e k pertrāseat per zenith ca-
pitum & per centrū terræ, perpēdicularis super lineam b k d [per 11 p 1] ergo linea b k d secat terrā
in duo media, [per 17 d 1] apparēs & occultū. Apparēs ergo est illud,quod est supra ipsam,ad partē
à,& occultum,quod est ad partē g:& nō dicimus hoc,nisi dilatādo & appropinquādo.Veritas uerò
est,quòd apparēs nō est,nisi illud,quod est super lineā p e q o protractā,contingentem sphærā super
punctū uisus: ueruntamen nō est apud hūc or-
bē terræ magna quātitas. Et ponā arcum b c 19
graduū, qui sunt depresſio solis apud ortū cre-
pusculi. Super punctū ergo c est centrum solis:
faciā igitur illic super ipsum punctū,circulū,cū
lōgitudine quintupli & medietatis eius, quod
est æquale lineę e k: qui sit circulus l m:& super
ipsum scilicet punctū c secat solē orbis a b c d:
& continuabo lineā k g: deinde protrahā duas
lineas contingētes duos circulos solis & terræ
[per 17 p 3] continētes illuminatū terræ à sole,
quæ sint m h n, l f n, cōtingētes terrā super duo
puncta h & f: & sunt termini pyramidis umbrę.
Ergo linea m h n occurrit lineæ p o super pun-
ctum q [per lēma Procli ad 29 p 1: quia cōcur-
rit cū b k d parallela ipsi p o per 28 p 1] ergo pū-
ctum q,secundū quod ostēdimus in figura,quę
est ante hāc, est locus luminosus apud ortū cre
pusculi: & est ultimus status ascensionis uapo-
rum. Cum ergo uolumus cognoscere longitu-
dinem eius à superficie terræ: tūc continuabi-
mus k cū q per lineā k r q:& continuabo k cum
h. Ergo portio h g f est illuminata: quia facie ad
faciē respicit solem. Iam ergo ostēdimus [præ-
cedente numero] quòd ea est 180 grad. & 27
min. & 52 secūd. & arcus g h est medietas eius:
[Quia enim l n, m n tangunt peripheriā circuli
e f g h in punctis f & h per fabricationem,erunt
anguli ad f & h recti per 18 p 3. Si igitur semidia-
metros k l, k m circuli a b c d ductas cogites:
æquabuntur quadrata linearū f l, f k quadrato
semidiametri k l per 47 p 1, per quam etiā qua-
drata linearum h m, h k æquabuntur quadrato
semidiametri k m: subductis igitur quadratis



ipsarū f k,h k per 5 d 1 æqualibus,à quadratis k l,k m similiter per 15 d 1 æqualibus: relinquētur quā-
drata ipsarū f l,h m æqualia,& iccirco rectę f l,h m æquales. Quare cū triangula f k l,h k m sint æqui-
latera,erunt æquiangula,& angulus f k l æqualis angulo h k m per 8 p 1. Rursus si semidiametros l c,
m c circuli l m ductas animo concipias:erūt triangula l k c,m k c æquilatera & æquiangula,& angu-
lus l k c æqualis angulo m k c. Quamobrem si angulis f k l,h k m è concluso æqualibus addas angu-
los l k c,m k c æquales: totus angulus f k g æquabitur toti angulo h k g per 2 axio: & peripheria f g
peripheriæ h g per 26 p 3] & est grad. 90 & 13 min. & 56 secun. & illud est quātitas anguli h k g: & iā
fuit angulus b k c 19 grad. quoniā est depresſio solis: ergo remanet angulus h k b 71 grad. 13 min. 56
secun. sed angulus e k b est 90: quia rectus existit. Ergo remanet angulus e k h 18 grad. 46 min. 4 se-
cun. Et quia linea k q diuidit eū in duo media,& illud est manifestū: [Quia enim e k,h k: item e q,h q
æquātur: illæ per 15 d 1,quia circuli e f g h sunt semidiametri: hæ per secundū consectariū 36 p 3,quia
ab eodē puncto q peripheriā e f g h tangunt: & cōmunis est k q: æquabitur angulus e k q angulo h k
q per 8 p 1. Quare angulus e k h bifariā sectus est per rectā q k] angulus igitur q k e est 9 grad. 23. mi.
2 secund. ergo angulus k q e est cōplementū recti [per 32 p 1: quia angulus ad e rectus est per 18 p 3]
& illud est 80 grad. 36 min. 58 secun. Chorda ergo eius, quę est linea e k, est 59 grad. 11 min. 48 secun.
per quantitatē, qua est linea k q 60 grad. [ut monstrat tabula rectarū subtensarū in circulo.] Verun
tamen per quantitatē, qua est linea k e 60 grad. erit q r k 60 grad. & 48 min. & quinq; sextorū unius
minuti: sed linea k r ex illis est 60 grad. ergo remanet r q 48 min. & 50 secun. & est illud ex miliari-
bus (quibus circumferentia terræ continet 24000) milliaria, 51 & 47 minut. & 34 secun. & 6
partes ex 11 partib. secundis. Et illud est ultimū, ad quod eleuantur & perueniūt
uapores ascendentes ex terra. Et illud est, quod uoluimus.

FINIS.

VITELLONIS THVRINGOPOLONI OPTICAE LIBRI DECEM.

Instaurati, figuris nouis illustrati atque aucti: infinitisq; erroribus, quibus antea scatebant, expurgati.

A'

FEDERICO RISNERO.



BASILEAE.

FEDERICI RISNERI IN VITELLONIS OPTICAM PRAEFATIO AD ILLVSTRISSIMAM REGINAM CAtharinam Mediceam, matrem regis Galliæ Caroli noni.

ALHAZENVS opticas suas opes, regina illustrissima, nostris laboribus uigilijsq; explicatas tibi nũcupauit: Vitello Alhazenũ ducem, quamuis antea sibi pro ignoto tacitoq; præteritum, attamen ueluti conscientia præeuntis in eo uirtutis permotus, consequitur, seq; Alhazeni discipulum esse confitetur. Etenim cum opticorum longè maximam nobilissimamq; partem, quam ex Alhazeno desumpsisset, tibi deuotam dicatamq; cerneret, qua tandem coloris specie purpuram eandem, aut quo aëris situ permutatã alijs pro sua uenditaret? Certè ingenua animi liberaliq; inductione tam pręstantem patronam potius eandem adoptabit, seq; in regiæ maiestatis tuæ fidem clientelamq; conferet. Ergo iam liberius exponamus quis sit Vitello, & quid in tanto insuper opere contenderit. E` Sarmatarum gente (qui Poloni hodiè nominantur) ille fuit. Ait enim libro 10 theoremate 74, in nostra terra scilicet Poloniæ habitabili, &c. Ideoq; in titulo optici operis cognominatur filius Polonorum & Thuringorum, patre uidelicet Polono & matre Thuringa, aut contrà procreatus: qualia cognomenta habent arabicæ inscriptiones Alhazenus filius Alhayzeni & similes. Regiomontanus autem in prẹfatione Alphragani uidetur eum Germanum efficere, inquit enim, Vitello autem noster Thuringus, &c. inq; eandem opinionem Gualtherus Regiomontani discipulus discedit, cum in suis obseruationibus astronomicis ait, & Vitello noster, &c. uterque tamen commune artis studium, non patriæ commune solum hic spectasse potuit. Sed de tempore, quo Vitello floruerit, res magis controuersa est. Tanstetterus in epistola opticis Vitellonis antea editis præposita opinatur Vitellonem annis abhinc sexcentis uixisse, sed opinione deceptus est. Nam frater Guilielmus de

Morbeta (cui Vitello opticam suam nuncupauit) uixit anno Christi 1269, ut ille ipse de Morbeta testificatur in sua geomantia (quam manuscriptam legimus) eodem etiam anno sectionibus octo collecta, magistroq; Arnolpho nepoti suo dedicata: & in hanc quoque temporis ætatem doctissimi uiri & excellentissimi mathematici Erasmus Reinholdus & Gasparus Peucerus Vitellonem retulerunt. Quapropter locupletioribus testimonijs cõstat Vitellonem incidisse in annum Christi circiter 1270, annis nempe anteactis propemodum trecentis. Verùm id de tempore. Locus autem, ubi studia hæc excoluerit, minimè uidetur Sarmatia fuisse. Quædã sunt in opticis notæ Vitellonem in Italiam uenisse, Italiæq; bibliothecis adiutum fuisse. Etenim Vitello ipse de se testis est libro 10 theoremate 42 se primùm omniũ in Italia ad Cubalum (qui locus est inter Paduam & Vincentiam) contemplatione aquæ tenuissimæ ac limpidissimæ ad opticas artes incensum atq; inflammatum esse: harum enim formarum intuitu (ait) & mirabili transmutatione primum nos amor huius studij allexit: & libro 10 theoremate 67, ubi scribit ex iride, quam in aqua è scopulo Viterbio proximo uehementius præcipitata sæpenumero uidisset, plerasque iridis affectiones & proprietates sibi animaduersas & obseruatas esse: illud (inquit) nobis principium cogitationis fuit, ut præsenti negotio studium applicaremus. At quòd Vitello in Italia, quòd Romæ tum cæteris liberalibus honestisq; studijs, tum uerò opticis operam nauarit, maius fortasse argumentũ uideatur, quòd Guilielmo de Morbeta (qui tum romani pontificis pœnitentiarum, ut appellant, Romæ agebat) suasore & hortatore, ut ipse in procemio testatur, optica primũ conscribenda susceperit, eidemq; absoluta postea nuncuparit. Verumenimuerò fuerit Vitello Sarmata: uixerit tempore nõ admodum literarũ, præsertim tam reconditarum studijs dedito: bibliothecas Italię puluere obsitas, & in ijs sepultos opticos offenderit: attamen quid & quãtum uiribus ingenij perfecerit, pręclara eius monimenta sempiterno testimonio erunt: non solùm in physiologicis, quæ citat libro 5 theoremate 18, & libro 10 theoremate 80: in libris de ordine entiũ: de elementatis cõclusionibus, qui nominantur in præfatione & libro 1 theoremate 28: in libris de scientia motuum cœ

lestium,

lestiũ, quos allegat lib. 10 theor. 53: sed multò maximè in decẽ libris opticis: quos, ut ex Alhazeno inprimis, deinde è græcorũ authorũ fontibus hauserit, certè mirandis accessionibus amplificauit. Alhazeni, Euclidis, Ptolemęi axiomata, hypotheses, theoremata omnia collegit: id laboris infiniti fuit. Sed ex Apollonio, Theodosio, Menelao, Theone, Pappo, Proclo & alijs firmamenta permultarũ demonstrationũ singulari iudicio repetiuit: singulari ordine, maximè naturali, per sua genera, speciesq́; opticã, catoptricã, mesopticã dispo suit, artẽq́; totã mirabiliter absoluit. Quid plura? Si artis opifex atq; author habendus sit, qui arti formã, animãq́; dedit: Vitello iure optimo opticæ artis author habeatur. Atq; hæc quidẽ de Vitellone, eiusq́; optico opere ita dicta sint: quid uerò ipse operæ, industriæ, ac diligẽtiæ in eo renouãdo atq; instaurãdo posuerim, quantũq́; in eo restituendo cõformandoq́; elaborarim, uix quenquã cogitaturũ arbitror, nisi qui uetus exẽplar cum nostro cõtulerit. Dicã parcè de me & breuiter. In Vitellone adhuc edito publicatoq́; nullũ omnino theorema fuit, in cuius demõstratione literæ nõ fuerint multifariã permutatæ, nõ alię pro alijs reposite: in plerisq́; etiam demonstrationibus ἐκθέσεις atq; expositiones nullæ fuerunt: uerba itẽ multa, imò uerò integræ etiã clausulæ, eæq́; cõplures defuerũt: quæ omnia uetustis exẽplaribus manuscriptis, quæ P. Ramus undiq; cõquisierat, adiutus restitui: & in uniuerso opere errata in rebus sentẽtijsq́; 3645 (tot enim animaduertere potui) cęteraq́; leuiora, quæ innumera fuerũt, correxi & emendaui. Sed præter literas in demonstrationibus transpositas, præter uoces plurimas, præter etiã totas sententias omissas, figuræ, quæ per se sine literis, sine uocibus, sine scriptis sententijs rem poterant intelligẽti demõstrare, pleræq; erãt malè figuratæ, nec demonstrationibus cõgruẽtes, & quod etiam fœdius est, nõ suis, sed alienis theorematis sæpius accõmodatæ: in quibusdam theorematis nullæ omnino fuerunt. Figuras igitur uniuersas de integro conformaui, studioseq́; egi, ne qua istarum offensionum remora posset in reliquum optices studiosos remorari: postremò locos ueterum geometrarum & opticorum, unde pleraque desumpta essent, indicaui: denique neruis omnibus contendi, ut opticarum rerum fructus, quanticunque sint, qui sanè maximi sunt (ut Alhazeni præfatio iam prius attigit)

omnes certè non solum pleniores atque uberiores, sed gratiores & faciliores essent. Quamobrem, illustrissima regina, si laboribus nostris uota responderint, spero opticæ artis studiosos te summis ac sempiternis laudibus in mathematico puluere ad cœlum elaturos esse: quòd tuis felicibus auspicijs duos opticos excellentissimos Alhazenum & Vitellonem uelut ab inferis excitatos, & publicis priuatisq; scholis communicatos habeant.

ERRATA.

Primus numerus paginam, ſecundus lineam indicat.

Pagina 4.linea 36 lineæ. 10.44 poſt conuexā tolle comma. Ibidem, ultima, quolibet. Pag. 13.30 poſt angulo tolle b, & repone poſt angulus. Ibidem 45 poſt 17 p 6 adde, Et. 32.39 centrum. 35.51 ſuarum. Ibidem 55 rotundam. 37.34 poſt conica pone comma, & adde ubi: & poſt ſupremo dele comma. 48.8 proportionem. 54.56 Sint enim ut. 64.54 eidem. 65.ult. terreæ. 67.4 poſt baſis tolle comma, & repone poſt ſuperficie. 70.25 puncti. Ibidem 54 abſcindatur. Pag.74 in figura 37 theorematis ad concurſum lineæ a z cum peripheria h l k pone literam f. Pag.80.40 ductæ. Ibid.48 ſuæ. 82.9 poſt participans adde de. 89.8 conſtantis. 90.12 poſt tranſiens adde per, & poſt huius dele comma. 91.2 poſsint. 92.ulti. pro formæ, forma. Pag. 95.1 pro perunitatem paruitatem. 111.43 uiſibilium. 112.7 illarum. 122.10 quantitates. 132.46 diuerſitatis. Pag.141 in ultima figura ducantur lineæ g b & d b. 145.19 quæ. Ibidem 48 poſt poſsibile adde ut. 160.21 huius. 181.15 poſt uiſu adde ex. 195.25 linea. 200.14 patet. 204.43 lineæ. 222.56 poſt punctum adde literam e. 238.6 poſt a b k pone colon. 244.27 alterum ſignum parentheſeos poſt circulum dele, & pone poſt circuli. Ibid. poſt cathetus tolle comma. Pag.264 in figura continuetur recta z q in l. Pag.266 figuræ 60 & 61 theorematum permutatæ ſunt. 267.56 quomodocunque. 272.15 æquidiſtante. 282.49 pro 21,1. 290.ult. pro linea repone ſuperficie. 295.24 in qua. 306.48 ergo perpendicularis. 312.40 poſt &, adde ducatur. 320.56 linea z h. 327.ulti. pro 2,3. 343.28 angulo b g d. 346.58 quodam arcu, ſimili arcui. Pag.352 in prima figura litera è regione m obſcurior, eſt r. Ibid.ult. linea uerò. 357.20 pro 11,1. Ibid. in figura litera proximè infra r in linea g r obſcurior, eſt k. 358.43 linea. 326.26 primum ſignū parentheſeos ante quia inuerſum corrige. Ibid.ult. lineæ x g ad lineam g s. 370.19 quod eſt c. 374.15 ipſa. 379.43 ſitque. 380.46 p z k ſint. 395.24 tolle literam m. 410.54 ſuper. 415.48 poſt forma adde extenditur. 438.36 lineæ a k & a l. 472.42 diſpoſitam.

VERITATIS AMATORI FRATRI GVILIELMO DE MORBETA, VITELLO FILIVS THVRINGORVM ET *Polonorum, æternæ lucis irrefracto mentis radio fœlicem intuitum, & intellectum perſpicuum ſubſcriptorum.*

VNIVERSALIVM entium ſtudioſus amor te uinctum detinens, me tibi, ut idem appetentem, ſic coniunxit, ut uoluntas tua mihi ſit imperium: me uoluntas quoq; tua arceat ab affectibus tibi diſplicentium paſsionum. Quia ergo tibi, ut totius entis ſedulo ſcrutatori (dũ ens intelligibile à primis ſuis prodiens principijs, entibus indiuiduis ſenſibilib. per modum cauſæ, actu mẽtis coniungeres, & ſingulorum cauſſas ſingulas indagares) occurrit diuinarum uirtutum influentiam inferioribus rebus corporalib. per uirtutes corporales ſuperiores modo mirabili fieri. Nec enim res corporeæ inferiores in ordine partium uniuerſi, diuinæ uirtutis incorporaliter ſunt participes, ſed per ſuperiora ſui ordinis, contractam uirtutem participant, ut poſſunt: ſicut & in alio ſubſtantiarum intellectiuarũ ordine inferiores ſubſtantias per ſuperiorum ſui ordinis illuſtrationem à fonte diuinæ bonitatis deriuatam, prout uniuſcuiuſque natura fert, per modum intelligibilium influentiarũ fieri, mentis acumine perſpexiſti: Sic, ut omnis rerum entitas à diuina profluat entitate, & omnis intelligibilitas ab intelligentia diuina, omniſq; uitalitas à diuina uita: quarum influentiarum diuinum lumen per modum intelligibilem eſt principium, medium & finis: ut à quo, & per quod, & ad quod omnia diſponuntur. Corporalium uerò influentiarum lumen ſenſibile, eſt medium, ſuperioribus corporib. perpetuis ſecundum ſubſtantiam ſolum in potentia ad ubi exiſtentibus, infima corpora (quæ ſecundum formas, & ubi uariantur) mirificè aſſimilans & connectens. Eſt enim lumen ſupremarum formarum corporalium diffuſio per naturam corporalis formæ materijs inferiorum corporum ſe applicans, & ſecum delatas formas diuinorum & indiuiſibilium artificum per modum diuiſibilem caducis corporibus imprimens, ſuiq; cum illis incorporatione nouas ſemper formas ſpecificas aut indiuiduas producens, in quibus reſultat per actum luminis diuinum artificium tam motorum orbium quàm mouentium uirtutum. Quia itaque lumen corporalis formæ actum habet: corporalibus dimenſionib. corporum (quibus influit) ſe coęquat, & extenſione capacium corporum ſe extendit: attamen quia fontem (à quo profluit) habet ſemper ſecundum ſuæ uirtutis exordium: proſpicere dimenſionem diſtantiæ (quæ eſt linea recta) per accidens aſſumit, ſicq; ſibi nomen radij coaptat. Et quoniam linea recta naturalis ſemper eſt in aliqua ſuperficie naturali: ſuperficierum uerò paſſio (quæ per terminantes lineas eis accidit) eſt angulus: ideo radio luminoſo conſideratio adiacet angularis: & rectis angulis radiorum perpendicularitas eſt cauſſa. Obliquatio uerò irradiantis corporis ſuper irradiatum corpus, acutos cauſſat angulos & obtuſos: & ſecundum huiuſmodi luminarium influentiæ uariantur. Cum itaq; tui ſolertis diligentia ingenij, ſecundum hæc, cœleſtium influẽtiarum diuinam uirtutem reſpectu rerum capacium mutari proſpiceret, & non ſolum ſecundum uirtutes agentes, ſed ſecundum diuerſitatem modi actionis, res actas diuerſari uideret: placuit tibi in illius rei occulta indagine uerſari, eiuſq; diligẽti inquiſitioni ſtudioſam animam applicare. Libros itaq; ueterum tibi ſuper hoc negotio perquirenti, occurrit tædium uerboſitatis arabicæ, implicationis græcæ, paucitas quoq; exarationis latinæ, præſertim quia tibi commiſſum officiũ pœnitẽtiariæ romanæ eccleſiæ, cuius curæ partem geris, credens plus intellectu practico quàm ſpeculatiuo, pœnitẽtibus ſuccurrere, te cohibuit à multitudine uidendorũ:

maluisti enim languentium animarum diuino antidoto languoribus succurrere, quàm ipsorum hominum ignorantias releuare: meq; putans uacare otio, sub amoris nexu, quo tibi coniungor, uoluisti constringere, ut hoc laboris tibi placiti onus subirem, hisq; materijs mihi nondum cognitis, animum applicarem. At ego, qui cunctis iussionibus tuis obtemperare desidero, uelle tuum suscipiens pro mandato, maioris negotij, quòd de ordine entium olim conscribendum susceperam capitulum, in tempus semoui, præsentisq; operis dispendium pro meæ possibilitatis uiribus (quibus hic impar, fateor) adij conscribendum. Attendens quoq;, quia eadem uis formæ immittitur in contrarium & in sensum, & quòd lumen sit primum omnium formarum sensibilium, quodq; rerum sensibilium omniũ caussas efficientes intendamus perquirere, quarum plurimas differẽtias uisus nobis ostendit: præmissorum per modum entium uisibilium perscrutatio placuit, sicut & eadem uiris, qui ante nos plurimi tractauerunt huius scientiæ negotiũ, PERSPECTIVORVM nomine nuncupantibus, quorum & ego nominationem (ut placitam) approbo: licet plus ad naturalium formarum actionis modum occultissimum pertractãdum, ut opus præsens tuis affectibus respondeat, scribentis intentio se declinet. Quòd enim in sensu uisus plus perceptibiliter agitur, hoc in ipsius sensus absentia in reb. naturalibus nullatenus euitatur. Sensus enim præsentia nihil addit actionibus naturalium formarum. Omnem itaq; modum uisionis mathematica uel naturali demonstratione transcurrendo, ea quæ de naturalibus formarum actionibus per modum passionum uisibilium iuxta triplicem uidendi modum pro meę possibilitatis modulo tractabo. In omnibus enim illis uidẽdi modis, formæ naturales ad uisum se diffundunt, radijq; uisuales non exeunt ad capessendas formas rerum. Vnde si præsentiæ formarum diffusarum per corpora naturalia ipsarum susceptibilia, uisus non affuerit, non propter hoc naturalis actio non erit, sed formæ in subiecta corpora sibi dissimilia, imprimunt quãtum possunt. Tu itaq; uir desideriorum omnis scientialis boni, suscipe quod fieri mandasti, in quo si quid incultum inueneris, perspicaciori ingenio modereris.

[*Sequentia desunt in uetusto exemplari.*]

TOTIVS OPERIS IN DECEM
Libros diuisio, & quid in singulis tractetur.

PRAESENS *itaq; negotium decem libris partialibus duximus distinguendũ. Volentes enim omne ens uisibile, ut suæ uisibilitati passio accidit, mathematica demonstratione concludere, & hac uia eatenus (ut nobis est possibile) certius ambulare: librum hunc per se stantem effecimus, exceptis his, quæ ex elementis Euclidis, & paucis, quæ ex conicis elementis Apollonij Pergæi dependent, quæ sunt solum duo, quibus in hac scientia sumus usi, ut in processu postmodum patebit. In primo itaque huius scientiæ libro axiomata præmittimus, quæ præter elementa Euclidis huic scientiæ sunt necessaria: & in hoc ea duo, quæ demonstrata sunt ab Apollonio, declaramus. Plurima tamen & horum, quæ in hoc libro præmittimus, continentur in eo libro, quem de elementatis conclusionibus nominamus, in quo uniuersaliter omnia conscripsimus, quæ nobis uisa sunt, & quæ ad nos peruenerunt à uiris posterioribus Euclide, pro particularium necessitate scientiarum uniuersaliter conclusa. In secundo libro, de modo proiectionis radiorum per medium unius diaphani, uel plurium, super figuras corporum diuersas: necnon de proiectione umbrarum & figuratione lucis cadentis per fenestras tractauimus, ut de his, quæ præambula sunt actioni sensibili formarum naturalium, & quæ fiunt non existente sensu. In tertio uerò libro de organo uisus, deq; essentiali modo uidendi suo modo tractauimus, ut patitur scientia opticorum. In quarto quoque libro percurrimus deceptiones, quæ accidunt uisui secundum directum modum uidendi per unum medium, siue sint passiones mathematicæ, siue etiam naturales. In quinto autẽ libro nos ad alium modum uidendi, qui fit per reflexiones à politis corporibus, quæ specula dicimus, trãsferentes, tractauimus de passionibus communibus omni speculo, siue sit planum, siue sphæricũ, columnare siue pyramidale, concauum uel conuexum. Hæc enim sunt omnia specula, à quibus regularis*

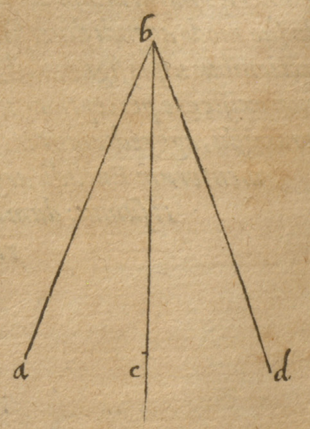
regularis potest fieri reflexio, ut nos declarabimus suo loco: nec tamen intelligimus per hæc spe-
cula solùm corpora polita artificio, sed potius per naturam. Quia dum demonstrationem his spe
culis applicamus, naturalia corpora eiusdem figuræ intelligimus. Quòd enim in artificialib. cor
poribus exemplariter accidit, in corporibus naturalibus certius accidere necesse est. Et dum sic
per figuras speculorum discurrimus, cœlestes & omnes naturales influentias à subiectis corpo-
ribus sub quodam reflexionis modo ad alia corpora declaramus. In his enim diuersitatibus la-
tens est naturæ operatio: & ab eisdem agentibus, secundum huius diuersitatis modum, fit diuer
sitas formarum, & accidit uisibus, si ad locũ reflexionis deueniant, ut ad ipsos fiat reflexio: quo-
niam uisibus, ut quodam posteriori formis naturalibus & corporibus existentibus, ipsorum præ
sentia rebus naturalibus nihil addit. Horum itaq; speculorum communes passiones, & omnes
proprietates speculorum planorum in quinto libro proposuimus. In sexto uerò libro demonstra-
uimus passiones, quæ accidunt uisibus & rebus ex reflexione facta à speculis sphæricis conuexis.
In septimo uerò posuimus passiones accidentium à speculis columnaribus uel pyramidalibus
conuexis: & hæc duo specula simul coniunximus propter conformitatem plurium passionum.
In octauo, de reflexionibus, quæ fiunt à speculis sphæricis concauis, prolixius tractauimus. In
nono quoq;, de his, quæ fiunt à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis: & in eodem de
speculis quibusdam irregularibus, à quorum totali superficie fit reflexio lucis & uirtutis ad pun
ctum unum (quæ specula comburentia dicimus) adiunximus tractatum. In decimo uerò libro
huius scientiæ, egimus de tertio modo uidendi, qui est per medium alterius diaphani, ut cum per
aerem fit uisio, sub aqua, uel sub uitro. Et de deceptionibus, quæ ex hoc accidunt uisui: nam & si
uisus non fuerit, eædem passiones uirtuti accidunt agenti. Et in hoc quoq; decimo tractatu adie-
cimus passionem soli uisui accidentem ex diuersitate mediorum, ut est impressio arcus dæmonis,
qui dicitur iris: quoniam & illius generatio ex hac præsenti scientia ortum habet: sicq; quasi o-
mnium uisibilium generalibus passionibus pertractatis, operi finem damus. Patet itaq; ex præ-
missis, quòd triplex est modus uidendi: quidam per unum medium tantùm, qui est uisio directa:
quidam uerò per reflexionem formarum uisibilium à corporibus politis: quidam uerò per refra-
ctionem formarum uisibilium propter diuersitatẽ mediorum. Hi quoq; tres modi uidendi, signũ
sunt triplicis actionis formarum & omnium uirtutum cœlestium & naturalium. Quædam e-
nim agunt directè in obiectum susceptibile, & hæc actio est fortior, quoniam est directè intenta
per naturam, & fit secũdum lineas rectas. Accidit aũt illi uirtuti corporalis debilitas, propter
remotionem maiorem agentis ab ipso acto: sol enim non adeò calefacit remotiora, sicut propin-
quiora calefactibilia, quæ sunt eiusdem dispositionis. Alia uerò naturalis actio fit per reflexio-
nem à corporibus alijs, ut radij solis à corpore lunæ reflectuntur: quamuis enim propter raritatẽ
lunaris corporis quiddam solaris transeat uirtutis: plurimi tamen radiorum reflectuntur infe-
rius, ut à speculo sphærico conuexo. Est ergo illi actioni conueniens omne, quod diximus in passio
nibus speculorum, assimilante se figura corporis (à quo fit reflexio) figuræ speculari. Tertia uerò
maneries naturalium actionum, est per plura media diuersorum diaphanorum, quæ similiter
in suo modo agendi diuersitatem accipit, quam uisibus accidere dicemus. In his itaq; naturalib.
actionibus uisus signum est, non causa, nisi fortè deceptio sit per se proueniens in uisu: quoniam
non existente perceptione uisiua, ijdem modi sunt omnium naturalium actionum. His itaque
præmissis, aggrediamur intentum. Hoc tamen legentem latere nolumus, quia dum ex libro ele-
mentorum Euclidis arguimus, sola nominatione numeri libri & theorematis conten-
ti sumus: dum uerò aliquid ex hoc nostro libro adducimus, & nume-
rum & theorema huius libri nominamus.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER PRIMVS.

DEFINITIONES.

QVAE uerò per modum principiorum huic primo libro præmittimus, sunt ista. 1. Cathetum dicimus lineam perpendicularē super superficiem aliquam, erectam. 2. Polum dicimus omnem punctum lineæ super superficiem circuli à centro orthogonaliter erectæ. 3. Conuexam lineam uel superficiem dicimus, quæ extrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. 4. Lineam cōcauam uel superficiem dicimus, quæ intrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. 5. Lineam super superficiem conuexam uel concauam perpendicularem dicimus, quæ super planam superficiē in puncto suæ incidentiæ superficiem conuexam uel concauam contingentem est erecta. 6. Circuli seinuicem secantes dicuntur, quorum diametris est aliqua linea communis, uno reliquum non continente. 7. Circulus magnus sphęræ dicitur, qui transiens centrum sphæræ, diuidit ipsam in duo æqualia. 8. Minor uerò circulus sphæræ dicitur, qui neque transit centrum sphæræ, neque diuidit ipsam in duo æqualia. 9. Sphæras æquales dicimus, quarum diametri sunt æquales. 10. Sphæras uel circulos se inuicem continentes, ęquidistantes dicimus, inter quas à centro maioris ductæ lineæ à conuexo minoris ad concauum maioris sunt æquales. 11. Sphæras se inuicem cōtingentes dicimus, quæ se tangentes extrinsecus uel intrinsecus nō secant. 12. Sphęras seinuicem intersecantes dicimus, cùm sphęris se non continentibus, diameter unius per alteram resecatur. 13. Sphęras intrinsecus se intersecantes dicimus, quarum maior pars unius in altera continetur. 14. Superficiem planam sphæram contingere dicimus, quæ cum sphæram tangat, ad omnem partem educta, non secat. 15. Denominatio proportionis primi ad secundum, dicitur quantitas, quę ducta in minorem producit maiorem: uel quæ maiorem diuidit secundum minorem. 16. Proportio dicitur componi ex duabus proportionibus, quando denominatio illius proportionis producitur ex ductu denominationum illarum proportionum, unius in alteram.

PETITIONES.



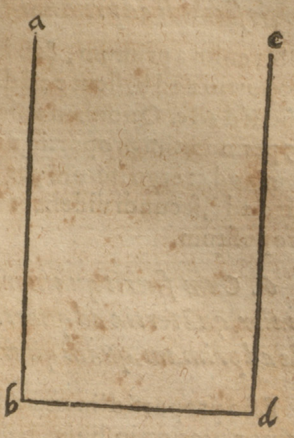
Petimus autem hæc. 1. Aequales angulos super idem punctum constitutos, æqualem continere distantiam æqualium linearum: ut si anguli a b c, & c b d sint æquales, & linea a b & b d sint æquales: tantum distabit linea a b à linea b c, quātum linea b d distat ab eadem linea b c. 2. Item inter quælibet duo puncta lineam, & inter quaslibet duas lineas superficiem posse extendi. 3. Item, cum duæ planæ superficies se contingunt, unā ex eis fieri superficiem. 4. Item duas planas superficies corpus non includere. 5. Item omnes easdem proportiones ex similibus proportionibus componi, & in similes proportiones diuidi, & easdem habere denominationes.

THEORE-

THEOREMATA.

1. Omnes lineæ æquidistantes in eadem superficie plana necessariò consistunt. E 35 definit. 1 element.

Sint duæ lineæ æquidistantes, quæ a b & c d utcunque dispositæ: dico quòd ipsæ sunt in eadem superficie plana: copulentur enim per lineam b d. Quoniam ergo lineæ a b & b d angulariter coniunguntur: palàm quoniam ipsæ sunt in eadem superficie per 2 p 11. Similiter, quia lineę c d & b d angulariter coniunguntur, erunt ipsæ in eadem superficie: Sed linea b d est in una tantum superficie plana, quoniam ipsius partem esse in sublimi, partem in plano, est impossibile p 1 p 11. Palàm ergo, quoniam lineę a b & c d necessariò consistunt in eadem plana superficie contenta inter eas & inter lineas, extremitates illarum linearum copulantes: quod est propositum.



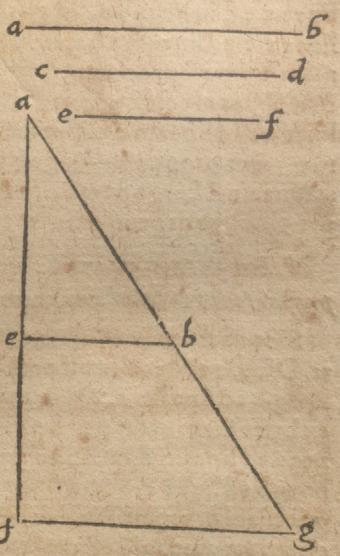
2. Lineam à puncto unius linearum æquidistantium in eadem superficie protractam, cum altera indefinitæ quantitatis concurrere est necesse. Lemma Procli ad 29 p 1 element.

Sint duæ lineæ æquidistantes, quæ a b & c d: quarum unam, scilicet a b, secet linea b e in puncto b. Dico, quòd linea b e secabit etiam lineam c d. Quia enim linea c d indefinitæ quantitatis esse supponitur, protrahatur uersus ipsam linea b e: quę si concurrit cum c d, habetur propositum. Si non concurrat: palàm per definitionem æquidistantium linearum, quoniam linea b e est æquidistans lineæ c d: & quia lineæ a b & b e ambę sunt æquidistãtes lineę c d: erit per 30 p 1 linea e b ęquidistans lineę a b: sed palã ex hypothesi, quoniam concurrunt, ut in puncto b: non ergo ęquidistat linea b e lineę c d: ergo necessariò cõcurrit linea b e cum linea c d: quod est propositum.

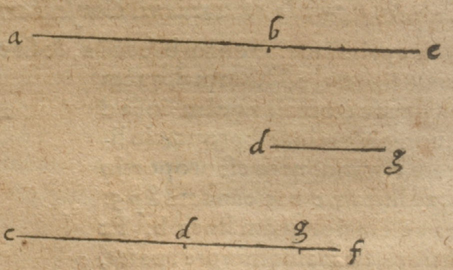


3. Datis tribus lineis, cuilibet tertiæ secundum proportionẽ aliarum duarum proportionalem inuenire. E 12 p 6 element.

Sint datæ tres lineæ, quę sint a b, c d, e f, quarum uni ut a b, secundum proportionem aliarum duarum, quę sunt c d & e f, quarta proportionalis debeat inueniri. Duæ itaque lineæ æquales duabus lineis, quæ sunt c d & e f, ab una linea continua abscindantur, quę sit a e f per 3 p 1, & illi lineę a e f angulariter tertia data, scilicet a b coniungatur in puncto a: & à puncto communi distinguẽte duas lineas resectas, (quod sit punctum e) ducatur linea e b ad extremitatem tertię datarum, quę est a b: & à puncto f ducatur linea ęquidistans lineę e b per 31 p 1, quę sit f g. Deinde protrahatur linea a b in cõtinuum & directum, quousque secet lineã f g: secabit aũt per premissam: sit itaq; punctus cõcursus g. Dico, quòd per 2 p 6 eadem est proportio lineę a b ad lineam b g, quę est lineę a e datę ad lineam e f datam. Similiter quoq; de qualibet aliarum respectu reliquarum duarum demonstrari potest: patet ergo propositum.



4. Cum duabus lineis inæqualibus notæ proportionis, æqualiũ linearum facta fuerit additio: maioris ad minorẽ minuitur proportio. Ex 8 p 5 element.



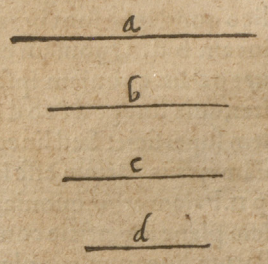
Sint duæ lineæ a b & c d inæquales, notæ proportionis: sitque linea a b maior quàm linea c d: addatur quoq; linea b e ipsi a b, & linea d f ipsi c d: sintq; lineę b e & d f ęquales. Dico, quòd minor est proportio lineę a e ad lineam c f, quàm lineę a b ad lineam c d. Quoniam enim datę sunt tres lineę, quę sunt a b & c d & b e: inueniatur per pręcedẽtem linea proportionalis lineę b e, secundum proportionem linearum a b & c d, quę sit d g. Quia ergo linea a b est maior quàm linea c d, patet, quia linea b e est maior quã linea d g: ergo & linea d f est maior quã linea d g. Abscindatur ergo per 3 p 1 è linea d f ęqualis ipsi d g. Quia ergo est proportio lineę a b ad lineam c d, sicut lineę b e ad lineam d g: erit per 15 p 5 proportio totius lineę a e ad totalem lineã c g, sicut lineę a b ad lineam c d: sed per 8 p 5 minor est proportio lineæ a e

 ad li-

ad lineam c f maiorem, quàm ad lineam c g minorem: est ergo maior proportio lineæ a b ad lineam c d, quàm lineę a e ad lineam c f: & hoc est propositum.

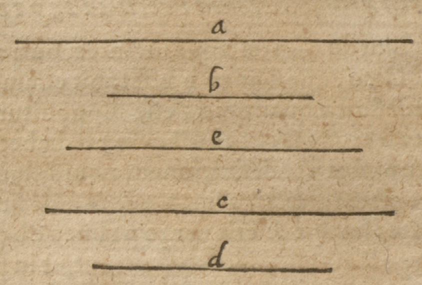
5. Cum fuerit proportio primi ad secundum, tanquam tertij ad quartũ: erit è contrario proportio secundi ad primum, sicut quarti ad tertium. È 13 def. & consectario 4 p 5 element.

Sit enim a primum, & b secundum, & c tertium, & d quartum: & sit proportio a ad b, sicut c ad d. Dico, quòd erit è contrario proportio b ad a, sicut d ad c. Quoniam enim est proportio a ad b, sicut c ad d: erit per 16 p 5 permutatim proportio a ad c, sicut b ad d: est ergo proportio b ad d, sicut a ad c: ergo iterum per 16 p 5 erit permutatim proportio b ad a, sicut d ad c, secundi uidelicet ad primum, sicut quarti ad tertium: quod est propositum.



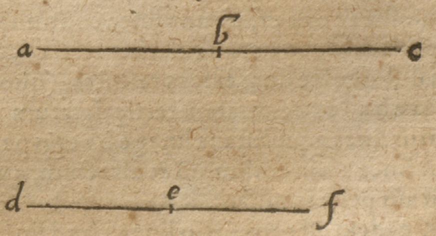
6. Cum fuerit quatuor quantitatum proportio primæ ad secundã maior, quã tertiæ ad quartam: erit è contrario minor proportio secundæ ad primam, quàm quartæ ad tertiam. 26 p 5 element. in Campano.

Esto proportio lineæ a ad lineam b maior, quàm lineæ c ad lineam d. Dico, quòd erit è contrario minor proportio lineæ b ad lineam a, quàm lineæ d ad lineam c. Sit enim per 3 huius, ut, quæ est proportio lineæ c ad lineam d, eadem sit lineæ e ad lineam b. Quia ergo maior est proportio lineæ a ad lineam b, quàm lineæ c ad lineam d ex hypothesi: patet, quòd minor est proportio lineæ e ad lineam b, quàm lineę a ad lineã b: ergo per 10 p 5 linea a est maior quã linea e. Et quia est proportio lineæ e ad lineam b, sicut lineę c ad lineam d, erit per præmissam eadem proportio lineę b ad lineã e, quę lineæ d ad lineam c. Est autem per 8 p 5 minor proportio lineæ b ad lineam a, quàm ad lineam e: est ergo minor proportio lineæ b ad lineam a, quàm lineę d ad lineam c: quod est propositum.



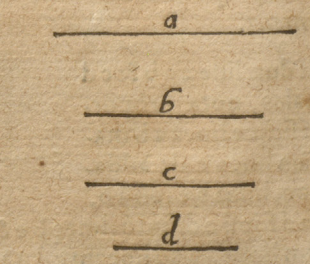
7. Si quatuor quantitatum proportionalium prima fuerit maior quã secunda, & tertia maior quã quarta: erit euersim eadem proportio primæ ad augmentum sui super secundam, quæ tertiæ ad augmentum sui super quartam. È 16 definit. & consectario 19 p 5.

Sint quatuor lineę proportionales a c prima: b c secunda: d f tertia: & e f quarta. Sitque linea a b ac maior quàm linea b c, & linea d f maior, quàm linea e f: excedat quoque linea a c lineam b c, in linea a b, & linea d f lineam e f, in linea d e. Dico, quòd eadem erit proportio lineę a c ad lineam a b, quę lineę d f ad lineam d e. Quoniam enim est proportio lineę a c ad lineam b c, sicut lineę d f ad lineam e f: est ergo per 16 p 5 permutatim proportio lineę a c ad lineam d f, sicut lineę b c ad lineam e f: ergo per 19 p 5 erit proportio lineę a b ad lineam d e, sicut lineę a c ad lineam d f: ergo per 16 p 5 erit proportio lineę a b ad lineam a c, sicut lineę d e ad lineam d f. Ergo per 5 huius erit proportio lineę a c ad lineam a b, sicut lineę d f ad lineam d e: quod est propositum.



8. Si quatuor quantitatum prima fuerit maior secunda, & tertia maior quarta: erit maior proportio primæ ad quartam, quàm secundæ ad tertiam. Consectarium ex 8 p 5 element.

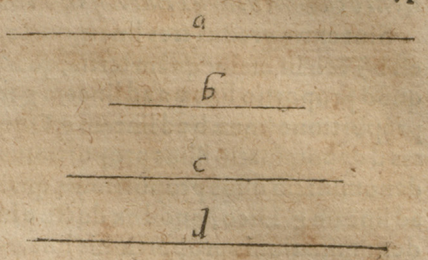
Sint quatuor lineę a, b, c, d: & sit a prima maior quàm b secũda, & sit c tertia maior, quàm d quarta. Dico, quòd maior est proportio lineæ a, ad lineam d, quàm lineę b ad lineam c. Quia enim linea c est maior quàm linea d ex hypothesi: patet per 8 p 5: quoniam maior est proportio lineę a ad lineam d, quàm ad lineam c: minor uero est proportio lineę b ad lineã c, quàm lineę a, ad lineam c per eandem 8 p 5: quoniam ut premissum est, linea a est maior quàm linea b. Et quoniam quicquid est maius maiore, est maius minore: patet, quòd maior est proportio lineę a ad lineam d, quàm lineę b ad lineam c: patet ergo propositum.



9. Cum quatuor quantitatum prima fuerit maior quàm tertia, & secunda minor quàm quarta: maior erit proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam. Consectarium ex 8 p 5 element.

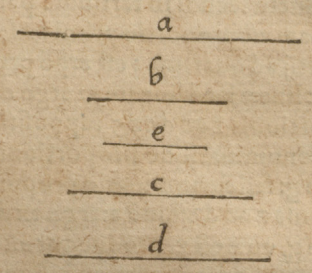
Sint quatuor lineę a prima: b secũda: c tertia: d quarta: sitq; a maior quàm c, & sit b minor quã d. Dico,

Dico, quòd maior eſt proportio a ad b, quàm c ad d. Quoniã enim linea a eſt maior quàm linea c, patet per 8 p 5, quoniã maior eſt ꝓportio lineę a ad lineã b quàm lineę c ad lineam b: ſed quia ex hypotheſi linea b eſt minor quàm linea d: patet per 8 p 5, quoniam maior eſt proportio lineæ c ad lineam b, quàm ad lineam d. Eſt ergo maior proportio lineæ a primæ ad lineã b ſecũdã, q̃ lineæ c tertię ad d quartã: & hoc eſt propoſitũ.



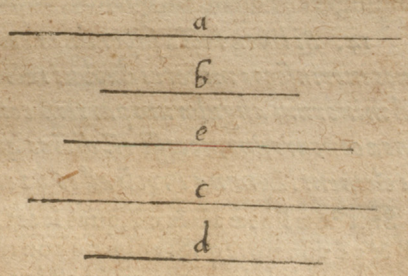
10. Si quatuor quantitatum fuerit maior proportio primæ ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartam: erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam, quàm ſecundæ ad quartam. E 12 definit. 16 p 5. 27 p 5 elem. in Campano.

Sint quatuor lineæ a, b, c, d: ſitq; proportio a ad b maior, quàm c ad d. Dico, quòd erit permutatim maior proportio lineæ a ad lineam c, quàm lineę b ad lineam d. Sit enim per 3 huius proportio lineæ e ad lineã b, ſicut lineæ c ad lineam d: erit ergo ex hypotheſi & ex 10 p 5 linea e minor quã linea a: ergo per 8 p 5 maior eſt proportio lineæ a ad lineam c, quàm lineæ e ad lineam c. Eſt autem ex præmiſsis & per 16 p 5 proportio lineę e ad lineam c, ſicut lineę b ad lineam d. Palàm ergo, quoniã maior eſt proportio lineę a ad lineã c, quàm lineę b ad lineã d: quod eſt propoſitum.



11. Cum quatuor quantitatum maior fuerit proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam: erit coniunctim maior proportio primæ & ſecundæ ad ſecũdam, quàm tertiæ & quartæ ad quartã. E 14 definit. 18 p 5 element. 28 p 5 ele. in Campano.

Eſto quatuor linearum a, b, c, d maior proportio a ad b, quàm c ad d. Dico, quòd totius lineę a b ad lineã b maior erit proportio, quàm totius lineę c d ad lineam d. Sit enim per 3 huius proportio lineę e ad lineam b, quæ lineę c ad lineam d: eſt ergo ex hypotheſi maior ꝓportio lineę a ad lineam b, quàm lineæ e ad lineam b: ergo per 10 p 5 linea a eſt maior quàm linea e. Tota ergo linea a b eſt maior quàm tota linea e b: ergo per 8 p 5 maior eſt proportio totius lineę a b ad lineã b, quàm totius lineę e b ad lineã b: per 18 uerò 5 eſt proportio lineę e b ad lineam b, quę lineę c d ad lineam d: eſt enim ex pręmiſsis proportio lineę e ad lineam b, ſicut lineę c ad lineam d. Eſt ergo maior proportio lineę a b ad lineã b, quàm lineę c d ad lineam d: quod eſt propoſitum.



12. Si quatuor quantitatum proportio primæ & ſecundæ ad ſecundam ſit maior, quàm tertiæ & quartæ ad quartam: erit diſiunctim maior proportio primæ ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartam. E 15 definit. 17 p 5 element. 29 p 5 elem. in Campano.

Sit proportio totius lineę a b ad eius partem lineam b maior, quàm totius lineæ c d ad eius partem d. Dico, quòd erit diſiunctim proportio lineę a ad lineam b maior, quàm lineę c ad lineam d. Sit enim per 3 huius proportio lineę e b ad lineam b, ſicut lineę c d ad lineam d: erit ergo ex hypotheſi maior proportio lineę a b ad lineam b, quàm lineę e b ad eandem lineam b: ergo per 10 p 5 erit linea a b maior quàm linea e b: ablata ergo utrobique linea b communi, relinquitur linea a maior quàm linea e. Eſt ergo per 8 p 5 maior proportio lineę a ad lineam b, quàm lineę e ad eandem lineam b: ſed per pręmiſſa eſt proportio lineę e b ad lineam b, ſicut lineę c d ad lineam d: ergo per 17 p 5 eſt proportio lineę e ad lineã b, ſicut lineę c ad lineam d. Erit ergo maior proportio lineę a ad lineam b, quàm lineę c ad lineam d: & hoc eſt propoſitum.

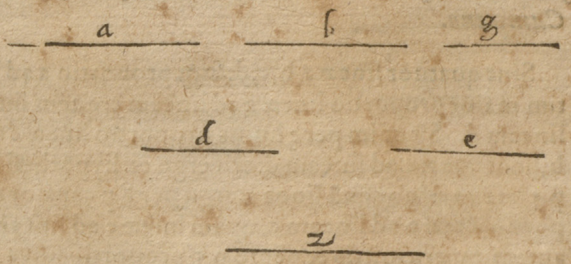


13. Quarumlibet trium quantitatum quocunq; ordine diſpoſitarum, quarum mediæ ad utramq; extremarum nota ſit proportio: erit proportio primæ ad tertiam compoſita ex proportione primæ ad ſecũdam, & ſecundæ ad tertiam. Ex quo patet, quòd proportio extremorum ad inuicem componitur ſemper ex proportione mediorum ad inuicem & ad ipſa extrema. E ſcho-

 lio Theonis

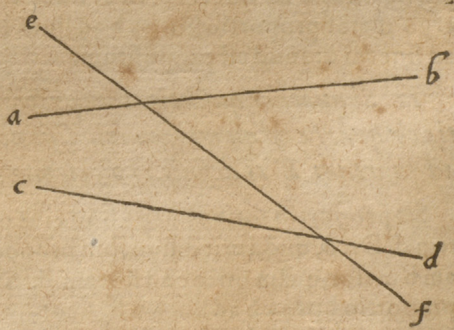
lio Theonis ad 5 definit. 6 element. & commentarijs in 1 librum magnæ cõstructionis Ptolemæi. Item è commentarijs Eutocij in 8 theor. 2 de sphæra & cylindro Archimedis.

Sint extra gradus tres lineæ, quæ a, b, g, quarum prima (quæ est a) sit maior quàm media (quæ est b) & b sit maior quàm tertia, quæ est g: sitq; ipsius b ad ambas extremas proportio nota. Dico, quòd proportio lineæ a ad lineam g tertiam componitur ex proportione lineæ a ad lineam b, & ex proportione lineæ b ad lineam g. Quoniam enim proportio lineæ a ad lineam b est nota: sit quantitas d denominatio illius proportionis: & similiter quia proportio lineæ b ad lineam g est nota: sit denominatio illius proportionis quantitas e: & sit quantitas z denominatio proportionis lineæ a ad lineam g. Dico, quòd ex ductu e in d fit z. Quoniam enim per 15 definitionem huius ex ductu z denominationis proportionis lineæ a ad lineam g in ipsam lineam g minorem, quàm sit a, fit linea a: & similiter ex ductu d in lineam b fit linea a: ponatur itaq; z primum & d secundum, linea b tertiũ & linea g quartũ. Quia itaq; illud, quod fit ex ductu primi in quartum, est ęquale ei, qđ fit ex ductu secũdi in tertium: patet per 16 p 6 quoniam est proportio primi ad secundum, sicut tertij ad quartum: est ergo proportio z ad d, sicut lineæ b ad lineam g: ergo denominatio proportionis z ad d ex 5 suppositione est eadẽ cum denominatione proportionis lineæ b ad lineam g: sed denominatio proportionis lineæ b ad lineam g est quantitas e: ergo denominatio proportionis z ad d est idẽ e: ergo ex ductu e in d fit z. Quia ergo denominatio proportionis lineę a ad lineam g, quæ est z, producitur ex ductu denominationis proportionis lineæ a ad lineam b in denominationem proportionis lineæ b ad lineam g: patet per 16 definitionem huius, quoniam proportio lineæ a primæ ad lineam g tertiam componitur ex proportione lineæ a primæ ad lineam b secundam, & ex proportione lineæ b secundæ ad lineam g tertiam: quod est propositum primum. Eodem quoq; modo potest faciliter demonstrari de quotcunq; medijs inter quælibet duo extrema collocatis: semper enim proportio extremorum ad inuicem componitur ex omnibus proportionibus mediorum ad inuicem, & ad ipsa extrema. Similiter demonstrandum uia diuisionis, si mediam contingat esse maiorem qualibet extremarum: patet ergo propositum.

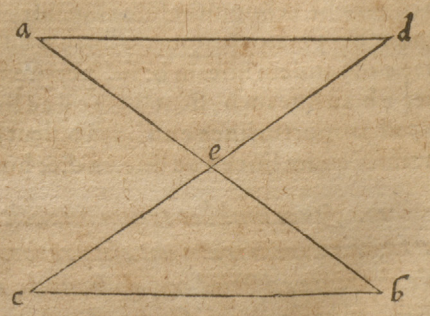


14. *Si linea recta super duas rectas ceciderit, feceritq́; angulos coalternos inæquales, aut duos intrinsecos minores duobus rectis, uel extrinsecum inæqualem intrinseco: illas duas lineas ad minorum angulorum partem concurrere est necesse, ad aliam uerò partem impossibile: & si lineæ concurrunt, necesse est dictos angulos aliquo propositorum modorum se habere. E 27. 28 p 1 element. Lemma Procli ad 16 p 1 elem.*

Sint duæ lineæ a b & c d, quas secet linea e f secundum quod proponitur. Dico, quoniam lineæ a b & c d concurrent. Si enim nõ concurrant, patet quòd sunt æquidistantes: ergo per 29 p 1 sequitur contrarium hypothe. quòd est inconueniens: concurrunt ergo. Ad partem uerò minorum angulorum cõcurrere est necessarium: quoniam si ad partem maiorum angulorum concurrant, sequetur angulum extrinsecum trigoni contenti fieri minorẽ angulo intrinseco: & est contra 16 & 32 p 1. Et quia per præmissas probationes ad partes minorum angulorum concurrunt: si ex concesso ad partes maiorum angulorum concurrerent, sequeretur duas rectas lineas superficiem includere: quod est impossibile. Est ergo impossibile, ut ad partes maiorum angulorum concurrant: quod est propositum primum. Sed & si detur, quòd illæ lineæ concurrant, necesse est angulos aliquo propositorum modorum se habere per 32 p 1: patet ergo totum, quod proponebatur, seruata semper hypothesi.



15. *Cum lineis, se inter duas lineas æquidistantes, à quarum terminis producuntur, secantibus, ex utraq; parte sectionis partes eiusdẽ lineæ inter se fuerint æquales: necesse est lineas, inter quas fit sectio, æquales esse.*

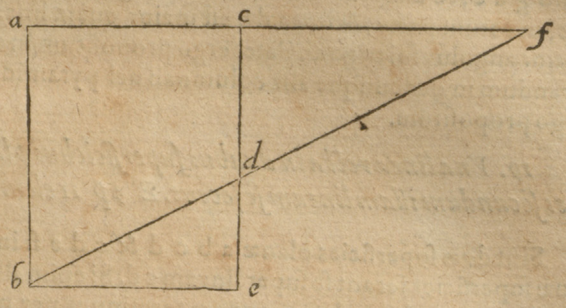


Verbi gratia: sit, ut duæ lineæ a b & c d inter duas lineas æquidistantes, à quarũ terminis producũtur, quę sint a d & c b, secent se in puncto e, ita, quòd linea a e sit æqualis lineæ e b, & linea c e sit æqualis ipsi e d. Dico, quòd linea a d est æqualis lineæ c b. Quoniam enim per 15 p 1 angulus a e d est æqualis angulo c e b, erit ex hypothesi & per 4 p 1 linea a d æqualis lineæ c b: quod est propositum.

16. Si

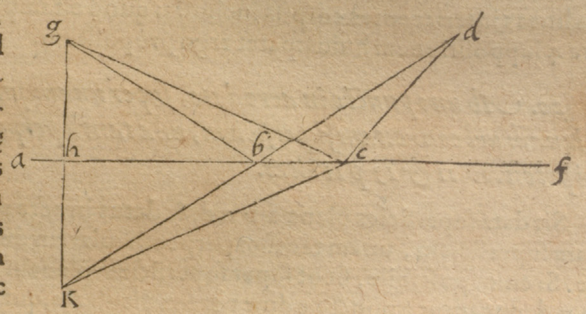
16. Si per terminos duarum linearum æquidistantium & inæqualium, rectæ producantur, illas ad partem minoris lineæ concurrere est necesse.

Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes & inæquales: sitq́; linea c d minor quàm linea a b: producaturq́; per terminos ipsarum, lineę a c & b d. Dico, quòd illæ lineæ a c & b d concurrent ultra lineam c d. Producatur enim linea c d ultra punctum d ad punctum e, fiatq́; per 3 p 1 linea c e æqualis lineę a b, & ducatur linea b e. Hic itaque linea b e per 33 p 1 est æquidistans lineę a c: ergo per 2 huius cum linea b d concurrat cum linea b e in puncto b: patet, quòd ipsa concurret cum linea a c, quę æquidistat lineę b e: sed & ad partem lineę c d, quę est minor quàm linea a b, concurrere est necesse per 14 huius, uel per 2 p 6: patet ergo propositum: punctus enim concursus eius, (qui sit f) erit ultra lineam c d.

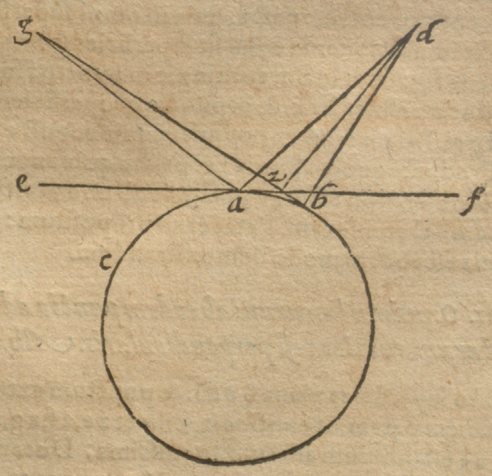


17. Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea recta, cui ad unum punctum incidunt, simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales, simul iunctis.

Sit linea recta, quę a b c f: & sint duo puncta g, & d, à quibus duę lineę g b & d b productę super lineam a b c f, contineant angulos æquales, ita, ut angulus a b g sit æqualis angulo c b d. Dico, quòd si à pūctis d & g ad aliquod aliud punctum lineæ a b c f (quod sit c) lineę ductę contineant inęquales angulos, ita, ut angulus g c a sit minor angulo f c d: quòd lineę g b & b d simul iunctę sunt minores duabus lineis g c & d c simul iunctis. Ducatur enim à puncto g super lineam a f perpendicularis per 12 p 1, quę sit g h: & producatur linea g h ultra punctum h: & producatur d b, donec concurrat cum linea g h producta: concurrent autem per 14 huius: sit ergo punctus concursus k: & coniungatur linea k c. Et quoniam angulus d b c est æqualis angulo g b h ex hypothesi, & angulo h b k, ex 15 p 1: palàm, quòd angulus h b k est ęqualis g b h: sed anguli g h b & k h b sunt ęquales: quia recti: ergo per 32 p 1 trigoni g h b & k h b sunt ęquianguli. Ergo per 4 p 6, cum linea h b sit communis & ęqualis sibijpsi, erit linea g b ęqualis lineę k b, & linea g h ęqualis lineę h k. Et eadem ratione per 4 p 1 erit linea g c ęqualis lineę k c. Quia uerò per 20 p 1 linea k d in trigono k d c minor est ambabus lineis d c & k c simul iunctis, & linea g b ęqualis est lineę b k, & linea g c ęqualis est lineę k c: palàm, quia ambę lineę g b & d b simul iunctę, minores sunt ambabus lineis d c & g c simul iunctis. Similiter quoque de quibuscunque lineis à punctis g & d ad lineam a f productis est demonstrandum: patet ergo propositum.



18. Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea conuexa, cui ad unum punctum incidunt, simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales, simul iunctis.



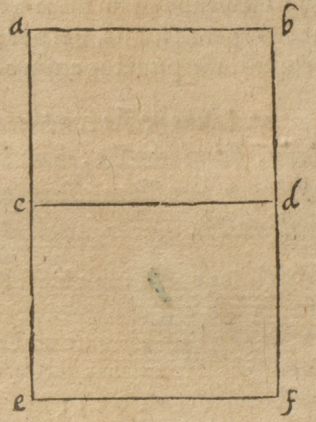
Sit linea curua a b c, super cuius conuexum à punctis g & d incidant lineę d a & g a, continentes angulos ęquales, ita, ut angulus c a g sit ęqualis angulo b a d. Dico, quòd si ducantur alię lineę à punctis g & d super lineam a b c, ut g b & d b, continentes angulos inęquales cum linea a b c: quòd ambę lineę g a & d a simul iunctę, erunt breuiores duabus lineis g b & d b simul iūctis. Ducatur enim linea e f, cōtingēs

arcum

arcum a b c in puncto a per 17 p 3: anguli ergo contingentiæ, qui sunt e a c & f a b sunt æquales per 16 p 3: sed anguli g a c & d a b sunt æquales ex hypothesi: erunt ergo anguli g a e & d a f æquales. Et ad punctum, ubi linea g b secat lineam e f (quod sit z) ducatur linea d z: ergo per præcedentem ambæ lineæ g a & d a sunt breuiores ambabus lineis g z & d z: cum angulus g z a sit minor angulo g a e, & angulus d z f sit maior angulo d a f per 16 p 1. Sed linea g b est maior quàm linea g z, ut totum parte, & linea d b est maior quàm linea d z per 19 p 1, quoniam angulus d z b est maior angulus sui trigoni. Patet ergo propositum in arcu circuli conuexo: & eodem modo demonstrandum in quacunque alia columnali uel pyramidali sectione secũdum ipsius conuexum: patet ergo propositum.

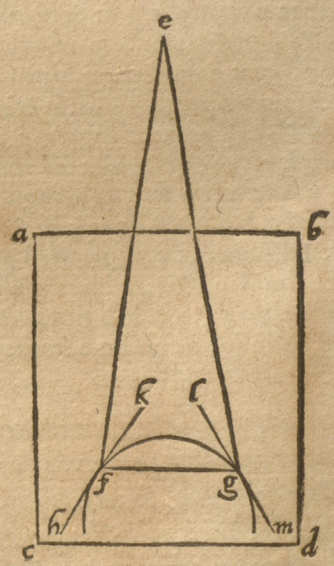
19. *Vna linea recta in duabus superficiebus planis existente, necesse est, ut illæ duæ superficies secundum illam lineam se secent. E 3 p 11 element.*

Sint duæ superficies planæ a b c d & c d e f: in quarum utraque sit linea c d. Dico, quòd illæ duæ superficies secant se super lineam c d. Si enim illæ duæ superficies ad lineam c d, ut ad communem terminum per modum unius superficiei continuè copulentur: tunc patet, quòd ipsæ sunt partes unius superficiei, & non duæ superficies: quod est contra hypothesim. Quòd si ipsæ superficies datam lineam c d pertranseant, nec ad ipsam, ut ad communem terminum copulentur: palàm per 3 p 11, cum ipsæ ad inuicem se secent, quòd ipsis aliqua linea est communis. Aut ergo secant se super lineam c d: & habetur propositum: aut super aliam quamcunque datam: & tunc, cum illa sit ambabus propositis superficiebus communis per prænominatam 3 p 11, & eidem sit linea c d communis ex hypothesi: sequetur, ut duæ planæ superficies illas duas lineas interiacentes corpus includãt: quod est impossibile, & contra 4 suppositionem huius: patet ergo propositum.



20. *Ab uno puncto in aere dato, super unamquamq; substratã planam uel conuexam superficiem, una tantũ perpendicularis duci potest. E 11 & 13 p 11 elem.*

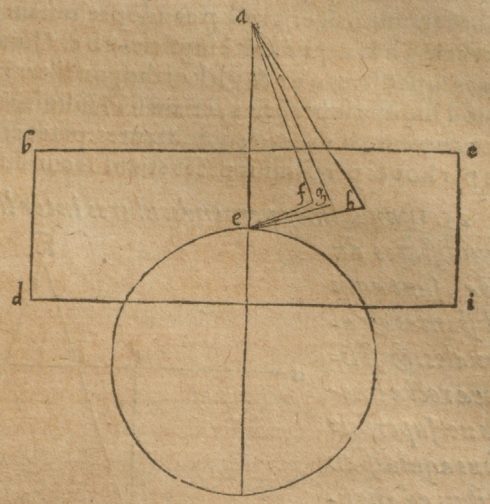
Sit data superficies plana a b c d, & datus in aere punctus e. Dico, quòd à puncto e ad substratam superficiem, unam tantùm perpendicularem duci est possibile. Si enim possibile, sit ut super superficiem planam datam, quæ a b c d, ducantur à puncto e duæ perpendiculares, quæ sint e f & e g. Quia itaq; lineę e f & e g angulariter coiunguntur in puncto e, patet per 2 p 11, quoniam illæ duæ lineæ sunt in eadem superficie: & quoniam lineæ illæ sunt perpendiculares super superficiem a b c d, erit superficies, in qua sunt lineæ illæ, erecta super superficiem a b c d. Huius itaq; superficiei & superficiei a b c d communis sectio est linea f g per præmissam: in trigono itaque e f g sunt duo anguli recti, scilicet e f g & e g f per definitionem lineæ erectæ super superficiem 3 definit. 11: hoc autem est impossibile, & contra 32 p 1. Hoc autem etiam patet in superficiebus conuexis: quia enim, per 5 definitionem huius omnis linea perpendicularis super quamcunque superficiem conuexam, est perpendicularis super planam superficiem ipsam conuexam, superficiem in puncto incidentię lineę illius contingentem: patet, quia in omni superficie conuexa idem accidit impossibile. Si enim sit superficies sphærica cõuexa, in qua sit arcus f g: sit ut ipsam contingat in puncto f superficies plana, in qua ducatur linea h f k, & in puncto g superficies plana, in qua sit linea l g m. Palàm ergo ex pręmissis, quia anguli e f k & e g l sunt recti. Producta quoq; chorda f g: palàm quia anguli e f g & e g f sunt maiores duobus rectis, quod est impossibile. Non est ergo possibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad superficiẽ planam uel conuexam. Patet ergo propositum: quoniam in quibuscunque alijs conuexis superficiebus est eodem modo demonstrandum.



21. *Omnium linearum ab eodem puncto ad eandem superficiem planam uel conuexam productarum, minima est perpendicularis. Alhazen 5 n 5.*

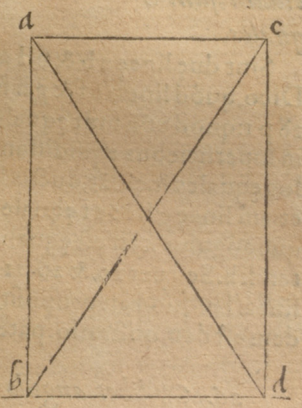
Esto superficies plana b c d i: & punctum extra signatum a, à quo ducantur plurimæ lineæ ad superficiem datam, ut contingit, scilicet a e, a f, a g, a h, sola tamen a e sit perpendicularis. Dico, quòd linea a e est omnium aliarum breuissima. Ducantur enim lineæ e f, e g, e h, & componantur trigona orthogonia. Palàm itaque (cum per 32 p 1 angulus rectus sit maior in qualibet trigono orthogo-

orthogonio) quoniam linea a e per 19 p 1 breuior est qualibet linearum a f, a g, a h, & etiam aliarum quarumcunq; sic productarum: patet ergo propositum in planis. Sed & in conuexis patet idem: quoniam si perpendicularis super conuexam superficiem sit a e, & sit b c d i superficies plana contingens superficiem conuexam secundum punctū e, ducanturq; lineæ a f, a g, a h super superficiem planam: erunt omnes illę maiores perpendiculari: ergo eædem productæ ad superficiem conuexā sunt multo maiores: patet ergo propositum.



22. Ducta linea à supremo termino lineæ super superficiem erectæ, ad lineam perpendicularē cuicunq; lineæ à puncto incidētiæ lineæ erectæ in subiecta superficie protractæ: necesse est protractā lineam superiacenti perpendicularem esse. Lemma ad 37 theorema opticorum Euclidis: item 42 theor. 6 libri μαθηματικῶν συναγωγῶν Pappi.

Sit punctū in aere datum, quod sit a, à quo ad superficiem planā subiectam, quæ sit b c d, erigatur linea per 12 p 11, quæ sit a b, incidens datæ superficiei in puncto b: & in superficie b c d ducatur lineā d c, ut placuerit, & à puncto b ducatur perpendicularis super lineam d c, quæ sit b d: & copuletur linea a d. Dico, quòd a d est perpendicularis super lineā d c. Sumatur enim in linea d c quodcunq; punctū, ut c, & ducantur lineæ a c, b c. Quia itaq; linea a b est erecta super superficiē b c d, patet p definitionē lineę erectę 3 defin. 11, quoniā angulus a b c est rectus: ergo p 47 p 1, quadratū lineę a c est æquale duob. quadratis linearū a b & b c: sed & quadratū lineę b c est æquale duob. quadratis c d & b d per 47 p 1, quia linea b d est perpēdicularis super lineam c d ex hypothesi. Quadratum itaq; lineæ a c est æquale tribus quadratis trium linearum, quæ sunt a b & b d & c d: sed quadratum lineæ a d est æquale duobus quadratis duarum linearum a b & b d: quadratum ergo lineæ a c est æquale duobus quadratis duarum linearum a d & d c. Ergo per 48 p 1 angulus a d c est rectus. Patet ergo, quòd linea a d est perpendicularis super lineam d c: quod est propositum.



23. Duabus planis superficiebus æquidistantibus, una linea recta incidente, quæ ad alteram earū erit perpendicularis, erit quoq; ad reliquā perpendicularis. Conuersa 14 p 11 elem.

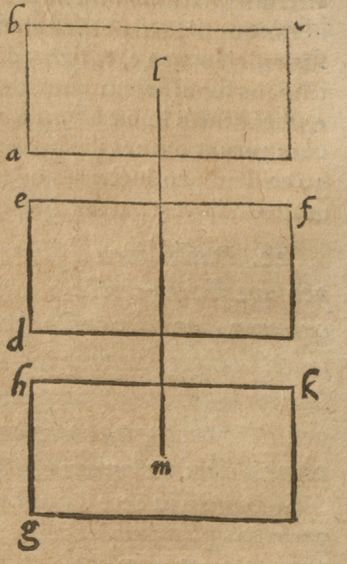
Sit, ut duabus superficiebus planis & æquidistantibus incidat una linea, quæ a b, uni ipsarum in puncto a, & reliquæ in puncto b. Dico, quòd si linea a b fuerit perpendicularis super unam istarum superficierum, quòd erit perpendicularis & super reliquam. Nam à puncto a ducatur in altera superficierum illarum linea recta, quæ a c, & in reliqua à puncto b ducatur linea b d. Palàm itaque, quoniam lineæ a c & b d æquidistant: in infinitum enim protractæ non concurrent, quia & superficies in quibus sunt, non concurrunt. Si itaque alter angulorum, qui b a c uel a b d fuerit rectus: palàm semper per 29 p 1, quoniam & reliquus ipsorum erit rectus. Et quoniam eodem modo potest hoc declarari de omnibus lineis in superficiebus hinc inde ductis à punctis a & b: patet, quòd linea a b cum singulis sibi conterminalibus lineis in utraque superficierum illarum productis angulos rectos facit. Si est ergo linea a b perpendicularis super alteram superficierum, palàm, quia erit perpendicularis super reliquam ipsarum: & hoc est propositum.



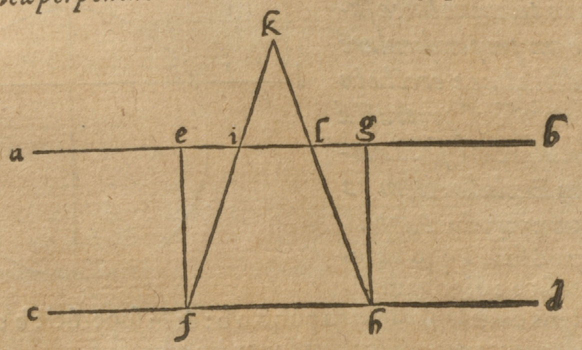
24. Si duæ superficies uni superficiei æquidistantes fuerint, eædem inter se erunt æquidistantes: superficies quoque concurrens cum una æquidistantium superficierum & cum reliqua concurret. E 30 p 1 & 9 p 11 elementorum.

Sint duæ superficies a b c & g h k æquidistantes uni superficiei, quæ d e f. Dico, quòd illæ duæ superficies a b c & g h k necessariò adinuicem æquidistabunt. Educatur enim à puncto l superficiei a b c linea perpendicularis super illam superficiem per 12 p undecimi, quæ sit

sit l m. Palàm itaque per præmissam, quoniã illa linea l m erit perpendicularis super superficiẽ d e f æquidistantẽ superficiei a b c. Producta ergo linea l m ultra alterutrũ suorũ terminorũ, erit ipsa per eandẽ præmissam perpendicularis super superficiẽ g h k, æquidistãtẽ superficiei a b c. Quia itaq; una linea l m sup duas superficies a b c & g h k orthogonaliter insistit, patet per 14 p 11, quòd illę duę superficies, etiam si in infinitũ protrahantur, nunquã concurrent. Sunt ergo ęquidistantes: patet ergo propositum primũ: & per hoc & per 2 huius patet etiam secundum propositum.

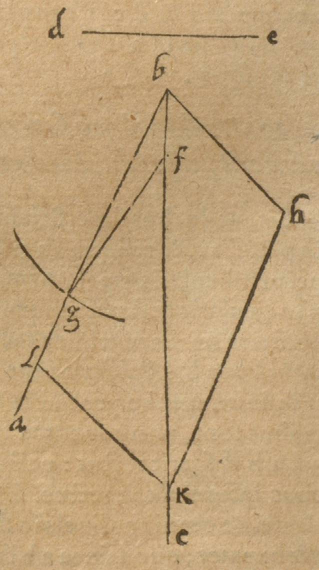


25. *Omnes lineæ perpendiculares inter lineas uel superficies æquidistãtes ductæ, sunt æquidistantes & æquales: & si lineæ rectæ lineis uel superficiebus æquidistantibus ad angulos æquales incidant, sunt æquales.*



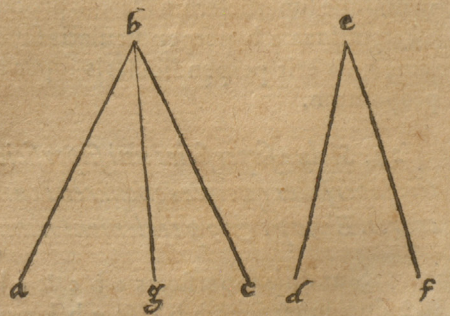
Sint duę lineę a b & c d æquidistãtes, inter quas ducãtur lineę perpẽdiculares, quę sint e f & g h. Dico, quòd lineæ e f & g h sunt ęquidistantes & æquales. Quòd enim sunt ęquidistãtes, hoc patet per 28 p 1: quòd etiã sunt ęquales, patet per 34 p 1. Et eodẽ modo demonstrãdũ est, si lineę a b & c d sint in superficiebus ęquidistantibus signatę. Quòd si lineę e f & g h non perpendiculariter, sed ad angulos ęquales incidãt, ductis lineis uel superficiebus, ita, ut angulus g h c sit ęqualis angulo e f d, erũt etiam lineę g h & e f ęquales: concurrent enim per 14 huius: sit ergo punctus concursus k. Quia itaque angulus k f h est ęqualis angulo k h f, ex hypothesi: erit per 6 p 1 trigoni k f h latus k f ęquale lateri k h. Sed per 29 & 26 p 1 erit trigoni k i l latus k i ęquale lateri k l: relinquitur ergo linea i f ęqualis lineæ l h: quod est propositum. In superficiebus quoq; æquidistantibus signatis lineis a b & c d eadem est demonstratio: patet ergo illud, quod proponebatur.

26. *Cuilibet angulo dato basim, æqualem datæ lineæ, subtendere.*



Esto angulus datus a b c, & linea data d e: separetur itaque à linea b c, ex parte puncti b linea b f, non maior medietate lineæ d e per 3 p 1, & in puncto f posito pede circini immobili, describatur circulus secundum quantitatem semidiametri d e: hic itaq; secabit necessariò latus b a per 20 p 1, cum latus b f non sit maius medietate lineæ d e. Sit ergo, ut secet ipsum in puncto g, & ducatur linea g f: hęc itaque necessariò erit æqualis lineæ d e per circuli definitionem 15 defin: 1 elemen: patet ergo propositum. Potest & idem aliter demonstrari. A' puncto enim b ducatur linea b h angulariter, ut contingit, super lineam a b, quæ per 3 p 1 fiat æqualis datæ lineę d e: & à puncto h ducatur æquidistans lineę a b per 31 p 1, quæ per 2 huius necessariò concurret cum linea b c. Sit punctus concursus k, & à puncto k ducatur linea æquidistans lineæ b h, quæ sit k l: erit quoque superficies b h k l æquidistantium laterum: ergo per 34 p 1, linea l k est æqualis lineæ b h: ergo & lineæ datæ, quæ est d e: patet ergo propositum.

27. *Datis duobus angulis inæqualibus, ex maiore ipsorum æquum minori resecare. E 23 p 1 element.*

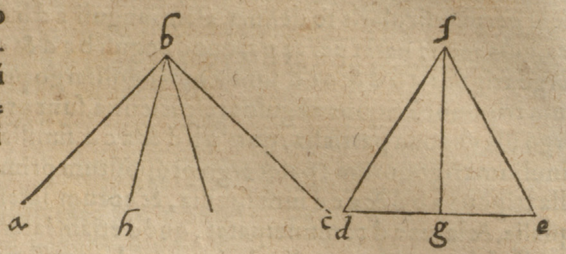


Sint duo anguli dati a b c, d e f: sit a b c maior & d e f minor. Propositum est, ut ex angulo a b c resecetur angulus æqualis angulo d e f: hoc autem fiet per 23 p 1, si super b terminum lineæ a b intra angulum a b c fiat angulus æqualis angulo d e f, qui sit a b g: & hoc est propositum.

28. *Datum angulum rectum in tres partes æquales diuidere.*

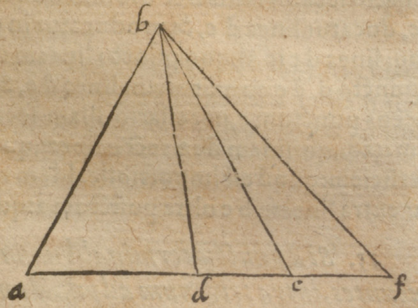
Nõ indiguimus quò ad præsens propositum diuisione aliorum angulorum in partes tres æquales, sed solum recto: & ob hoc non proponimus hic, nisi de recto:

recto: in uniuersaliori scientia, ut in ea, quę de elementatis conclusionibus, uniuersaliorem dignã propositione existimantes. Sit itaque angulus rectus a b c, quem in partes tres ęquales uolumus diuidere: assumatur ergo linea quęcunque, & sit d e: super quam constituatur trigonũ ęquilaterum per 1 p 1: quòd sit d f e, cuius angulus d f e diuidatur per ęqualia per 9 p 1 ducta linea f g: erit ergo angulus d f g tertia pars unius recti, cum ipse sit sexta pars duorum rectorum per 32 p 1: ergo per pręcedentem ab angulo recto a b c resecetur angulus a b h ęqualis angulo d f g, & diuidatur angulus h b c per ęqualia per 9 p 1: patet ergo propositum.



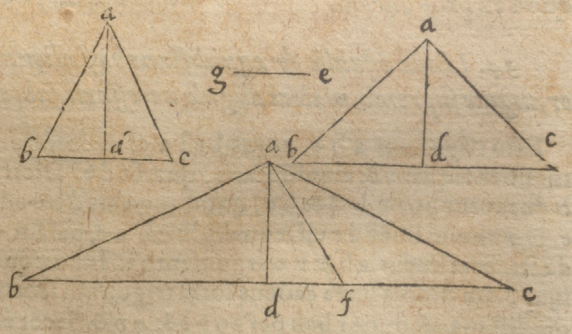
29. *Linea diuidens angulum alicuius trigoni, producta, basim subtensam illi angulo necessariò secabit: & si linea secans basim, ad punctum concursus laterum trigoni producatur: illa angulum basi oppositum secabit.*

Sit, ut linea b d secet angulum a b c trigoni a b c. Dico, quòd eadem linea b d producta, necessariò secabit basim a c illi angulo subtensam. Si enim non secabit basim a c, concurret tamen cũ producta a c per 14 huius: ideo quia anguli b a c & a b f sunt minores duobus rectis ex hypothesi & per 32 p 1: sit ergo concursus in puncto f ultra punctum c. Est ergo trigonorum a b c & a b f angulus b a c cõmunis, & angulus b c a maior angulo b f c per 16 p 1: erit ergo per 32 p 1 angulus a b f maior angulo a b c: non ergo secat linea b f angulum a b c: cadet itaq; necessariò inter puncta a & c: & ita secabit basim a c: quia si etiam caderet in punctũ a, uel in punctum c, non adhuc diuideret angulum a b c: patet ergo ꝓpositum primum. Patet etiã & reliquum propositorum: quoniam si linea b d secet basim trigoni a b c, & applicetur puncto b, quod est punctus concursus laterum a b & c b: patet, quòd linea b d secabit angulum a b c: sit enim per 16 p 1 angulus a d b maior angulo b a c b: sed angulus a c est cõmunis ambobus trigonis a b c & a b d: ergo per 32 p 1 angulus a b d est minor angulo a b c. Est ergo sectus angulus a b c per lineam b d: quod est secundum propositorum.



30. *Ab angulo dati trigoni linea perpendiculariter ad basim producta, si rectãgulum sub partibus basis contentum, maius fuerit quadrato perpendicularis: necesse est angulum (à quo fit ductio) obtusum esse: si minus, acutum: si æquale, rectum.*

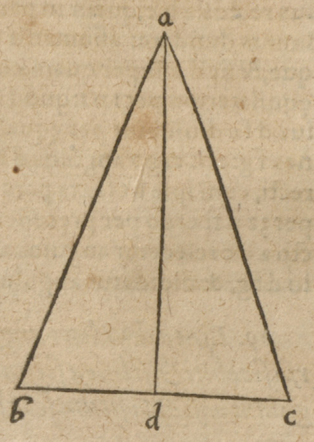
Sit datus trigonus a b c, à cuius angulo b a c ducatur linea perpendicularis super basim b c: secetq; ipsam in puncto d: & sit a d: sitq; illud, quod fit ex ductu b d in d c maius quadrato lineæ a d. Dico, quòd angulus b a c est obtusus. Patet enim per 17 p 6, quia non est proportio lineæ b d ad lineam a d, quæ lineæ a d ad lineam d c. sit ergo per 12 p 6, ut quæ est proportio lineæ b d ad lineam a d, eadem sit lineæ a d ad lineã g e: erit ergo illud, quod fit ex ductu lineæ b d in lineam g e æquale quadrato lineæ a d per 17 p 6: quia illud, quod fit ex ductu lineę b d in lineam d c, est maius quadrato lineę a d: patet, quòd linea g e est minor quàm linea d c per 1 p 6. Abscindatur ergo à linea d c æqualis lineę g e per 3 p 1, & sit d f, ducaturq; linea a f. Quia itaq; illud, quod fit ex ductu lineæ b d in lineam d f, est æquale quadrato lineæ a d: patet per 17 p 6, quoniam est proportio lineæ b d ad lineã a d, sicut lineæ a d ad lineã d f: erit ergo per conuersam 8 p 6 angulus b a f rectus. Ergo angulus b a c est est maior recto. Similiterq; demonstrandum, quòd si illud, quòd fit ex ductu b d in d c sit minus quadrato a d, quoniam angulus b a c est acutus: nam per eadem fit demonstratio. Patet etiam per eandem conuersam 8 p 6, quoniam si illud, quod fit ex ductu lineæ b d in lineam d c, sit æquale quadrato lineæ a d, quoniam angulus b a c est rectus: patet ergo propositum.



31. *Ab angulo isosceleis ducta perpendicularis super basim in duos partiales similes trigonos diuidit isosceleem. Ex quo patet, quòd linea perpendicularis ad medium punctum basis necessariò pertingit.*

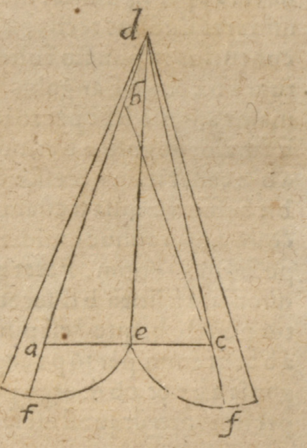
Sit isosceles a b c, cuius latera a b & a c sint æqualia: & ab angulo b a c ducatur super basim b c

sim b c perpendicularis a d. Dico, quòd propositus isosceles diuisus est in duos trigonos partiales similes. Quoniam enim per 5 p 1 angulus a b d est æqualis angulo a c d, sed & per definitionem perpendicularis 10 defin. 1. elem. anguli a d b & a d c sunt æquales, quia recti: patet per 32 p 1, quòd anguli b a d & c a d sunt æquales. Ergo trigoni a b d & a c d sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 latera illorum trigonorũ æquos angulos respicientia, sunt proportionalia: sunt ergo illa trigona partialia, quæ a b d & a c d similia per definitionem similium trigonorum: patet ergo propositum primum. Et quoniam illa trigona a b d & a c d sunt similia, & eorum latera a b & a c sunt æqualia, & latus a d cõmune: patet, quòd etiam latera c d & b d sunt æqualia. Linea ergo ꝑpendicularis, quę a d, necessariò pertingit ad medium punctum lineæ b c: quod est propositum secundum.



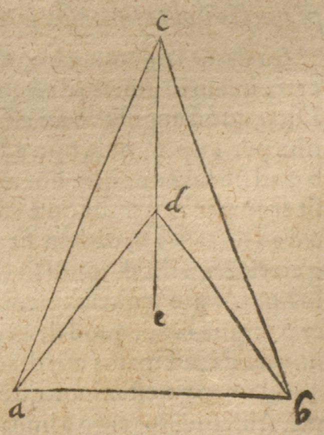
32. Linea ducta à quocunq; puncto unius lateris trigoni producti, ultra trigonum secans latus ab illo puncto remotius, & propinquius illi necessariò secabit.

Sit trigonum a b c, cuius latus a b producatur ultra punctum b ad punctum d: & à puncto d ducatur linea d e secans latus trigoni a c in puncto e. Dico, quòd d e necessariò secabit latus b c. Si enim non secabit latus b c, sed solum latus a c, ducatur linea d c, & producatur in continuum & directum: secabit itaq; linea d c in aliquo puncto lineam d e: quoniam cum linea d c exeat à puncto d, à quo exit etiam linea d e, & terminetur ad pũctum c interiacens punctum e, necessariò illam secabit: sit punctus sectionis f. Palàm itaq;, quoniam duæ rectæ lineæ, quæ sunt d f & d e f includunt superficiem: quod est impossibile. Idem quoque accidit, si linea d e ducatur extra lineam b c ultra punctum a: quod est propositum.



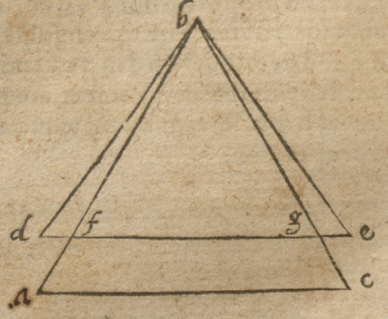
33. Si à punctis terminalibus unius lateris trianguli duæ rectæ exeuntes, intra trigonum ad punctum unum conueniant: erit angulus inferior æqualis superiori, & duobus angulis inter lineas ductas ad alia duo latera trigoni contentis.

Sit trigonum a b c, à cuius unius laterum a b punctis terminalibus, quæ sunt a & b, ducantur lineæ taliter, ut intra trigonum a b c concurrant in puncto d. Dico, quòd angulus a d b est æqualis angulo a c b, & insuper duobus angulis c a d & c b d. Quòd enim angulus a d b sit maior angulo a c b, hoc patet per 21 p 1. Producatur itaq; linea c d ultra punctũm d usq; ad punctum e. Est itaq; per 32 p 1 angulus e d a æqualis duobus angulis d c a & d a c: & similiter angulus e d b æqualis est duobus angulis d b c & d c b. Totus ergo angulus a d b ęqualis est angulo a c b, & angulis d a c & d b c: quod est propositum.



34. Linea æqualis & æquidistans basi alicuius trigoni, uicinior angulo supremo, maiori angulo necessariò subtenditur.

Esto trigonum a b c, cuius basi a c: uicinior angulo a b c ducatur linea æqualis & æquidistans, quæ sit d e. Dico, quòd si à puncto b ducantur lineæ b d & b e, quòd angulus d b e est maior angulo a b c. Quia enim linea d e est æqualis lineæ a c, palàm, quòd ipsa sic producta secat lineas a b & b c, argumento 16 huius: quod etiã patet ex alijs. Nam omnis linea cadens intra trigonum secans latera eius & æquidistans, est minor basi per 29 p 1 & 4 p 6. Secet ergo linea d e latus b a in puncto f, & latus b c in puncto g. Quia itaque per 16 p 1 angulus b g f est maior angulo b e g: erit per 29 p 1 angulus b c a maior angulo b e d: & eadem ratione angulus b a c est maior angulo b d e: necessariò ergo per 32 p 1 erit angulus d b e cum angulis minoribus ualens duos rectos, maior angulo a b c, ualente cum duobus angulis maioribus duos rectos: patet ergo propositum.

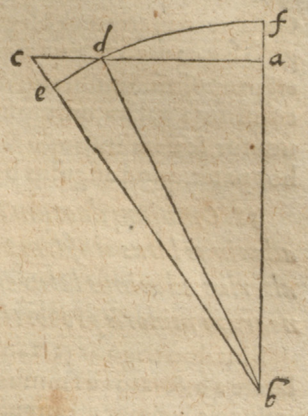


35. In trigono orthogonio ab uno reliquorum angulorum producta linea ad basim: erit remotioris anguli ad propinquiorem recto minor proportio, quàm

partis

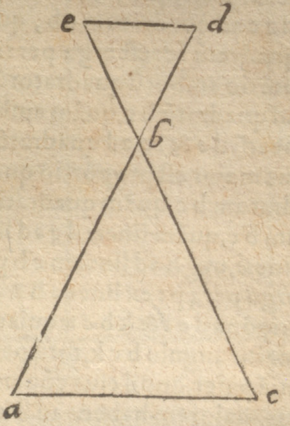
partis basis remotioris ad propinquiorem. ſ p geometriæ Iordani.

Sit trigonum orthogonium a b c, cuius angulus b a c ſit rectus: & à puncto b ducatur ad latus a c (quod eſt baſis anguli a b c) linea recta, quæ ſit b d. Dico, quòd minor eſt proportio anguli c b d remotioris ab angulo recto, ad angulum d b a propinquiorem ipſi recto, quàm partis baſis remotioris ab angulo recto (quæ eſt c d) ad latus d a propinquius ipſi angulo recto. Quoniam enim angulus b a c eſt rectus, patet, quia angulus b d a eſt acutus per 32 p 1: ergo per 13 p 1, angulus b d c eſt obtuſus: ergo per 19 p 1 latus b d eſt maius latere a b, & minus latere b c. A' centro itaque b ſecundum quantitatem ſemidiametri b d deſcribatur arcus circuli ſecans lineam b c in puncto e: & ad ipſum producatur linea b a, in punctum f: factique erunt duo ſectores b d e minor trigono b d c, & b d f maior trigono b d a. Et quoniam eſt proportio ſectoris ad ſectorem, ſicut arcus f d ad arcum d e, ut patet per modum demonſtrationis 1 p 6: quoniam omnes ſectores eiuſdem circuli, ſunt eiuſdē altitudinis, & æquemultiplicia arcuum faciunt æquemultiplicia ipſorum ſectorum: proportio uerò arcus d f ad arcum d e eſt ſicut anguli d b f ad angulum d b e per 33 p 6. Cum itaque trigonum c d b ſit maius quàm ſector e d b, & ſector f d b ſit maior trigono a d b: erit per 9 huius trigoni c d b primi ad trigonum d b a ſecūdum maior proportio, quàm ſectoris e b d tertij ad ſectorem d b f quartum. Eſt autem per 1 p 6 trigoni c b d ad trigonum d b a, ſicut baſis c d ad baſim d a: ſectoris uerò e d f ad ſectorem d b f, ut patet ex præmiſsis, eſt proportio ſicut anguli e b d ad angulū d b f. Patet ergo, quòd maior eſt proportio lineæ c d ad lineam d a, quàm anguli c b d ad angulum d b a. Ergo minor eſt proportio anguli c b d ad angulum d b a, quàm lateris c d ad latus d a: quod eſt propoſitum.



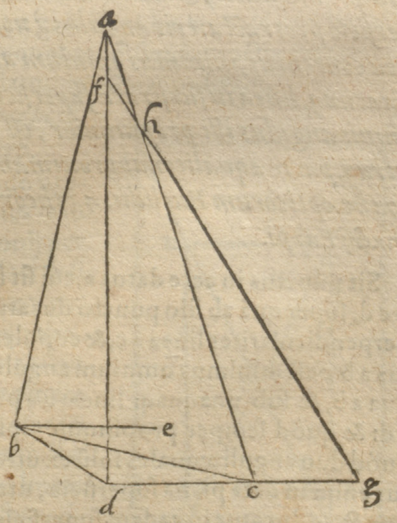
36. *Cuiuslibet trigoni duo latera producta, aliud trigonum priori ſimile principiant, lateribus poſitione & ſitu tranſmutatis.*

Sit trigonum a b c, cuius latus a b ſit dextrum, & latus b c ſiniſtrū, quæ producantur ultra punctum b: & proportionaliter prioribus lateribus abſcindantur per 12 p 6, linea ſcilicet a b in puncto d, & linea c b in puncto e: & coniungatur linea d e. Erit itaque trigonum d b e ſimile trigono a b c: ſed & latus d b erit ſiniſtrum, & latus e b dextrū. Sunt itaque latera iſtorum trigonorum poſitione, & ſitu tranſmutata: quod eſt propoſitum.



37. *Omnium duorum trigonorum rectangulorum, quorum unius unum laterum rectos angulos continentium fuerit maius altero alterius, reliquum uerò minus reliquo: erit angulus acutus unius maius latus reſpiciens, maior angulo alterius ſuum relatiuum latus reſpiciente.*

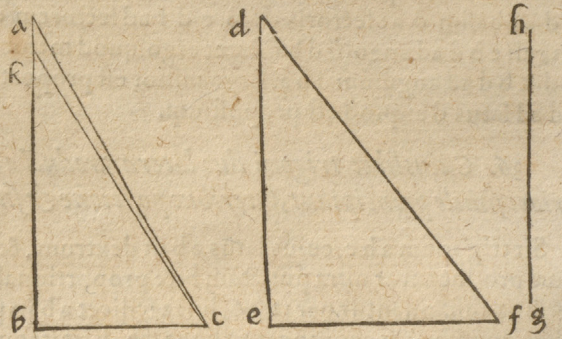
Verbi gratia: ſint duo trianguli rectanguli a b c & a c d: ſintq́; anguli a b c & a d c recti: & ſit latus b c trianguli a b c maius latere c d trianguli a c d, & reliquum laterum rectos angulos continentium a b unius ſit minus reliquo latere alterius, quod eſt a d, ut patet in propoſita figuratione, ſi linea a b intelligatur erecta ſuper lineam b c & ſuperficiem eius, & linea b d intelligatur perpendicularis ſuper lineam d c in eadem ſuperficie iacentem: tunc enim erit linea a d perpendicularis ſuper lineam d c per 22 huius: quod etiam patet, ſi in ſuperficie iacente ducatur linea b e æquidiſtanter lineæ d c per 31 p 1. Et quoniam linea a b eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem iacentem, in qua ſunt lineæ b d, d c, b e, palàm per definitionem lineæ erectæ, quoniam angulus a b e eſt rectus: ſed & angulus e b d eſt rectus per 29 p 1, cum angulus b d c ſit rectus per 22 huius, & lineæ b e & d c æquidiſtēt: ergo per 4 p 11 linea b e eſt erecta ſuper ſuperficiem trigoni a b d: ergo per 8 p 11 linea d c eſt perpendicularis ſuper eandem ſuperficiem trigoni a b d: angulus ergo a d c eſt rectus: ſed & latus a d maius eſt latere a b per 19 p 1: quoniam angulus a b d eſt rectus. Dico ergo, quòd angulus a c d eſt maior angulo a c b. quoniam enim latus a d eſt maius latere b a per 19 p 1, cum angulus a b d ſit rectus: patet, quòd præſens figuratio eſt cōformis hypotheſi. Reſecetur ergo per 3 p 1



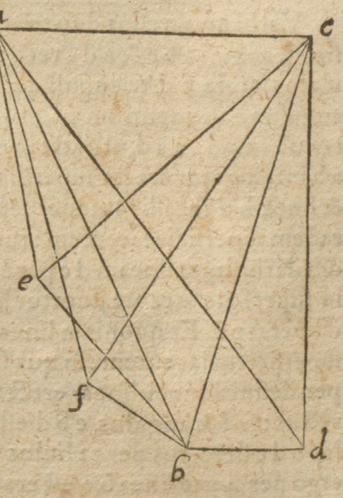
à latere d a æquale lateri b a, quod sit linea d f. Et quia linea d c est minor latere b c per 19 p 1: quoniã angulus b d c est rectus: protrahatur linea d c, & resecetur in pũcto g taliter, ut sit linea d g æqualis lineæ b c. Quia ergo trigoni f d g duo latera f d & d g sunt æqualia duobus lateribus a b & b c trigoni a b c, & angulus f d g æqualis est angulo a b c: quia uterq; rectus: erit per 4 p 1 basis f g æqualis basi a c, & reliqui anguli reliquis angulis: angulus ergo f g d æqualis erit angulo a c b. Quia uerò puncta a & f sunt in linea a d, & puncta c & g sunt in linea d g: palàm, quia lineæ a c & f g sunt in una superficie, quæ est a d g per 2 p 11: ergo intersecant se lineæ g f & c a: sit earũ intersectio in puncto h. Quia uerò in trigono c h g latus g c protrahitur, palàm ex 16 p 1, quoniã angulus h c d maior est angulo h g c: ergo & eius æquali, scilicet angulo a c b: angulus ergo a c d maior est angulo a c b: quod est propositũ. Similiterq; demonstrandũ in alijs: si enim trigona proposita fuerint in diuersis locis constituta, palàm, quia ipsis æqualia & æquiangula trigona sic possunt ordinari, ut in figura disponuntur, & demonstratio facta de ijs se extendit ad alia. Patet ergo uniuersaliter propositum. Et ex hoc patet, quòd angulus b a c est maior angulo d a c per 32 p 1.

38. Omnium duorum trigonorum rectangulorũ, quorũ latus subtensum recto angulo unius ad minus latus eiusdem proportionem habuerit maiorem, quàm latus subtensum recto angulo alterius ad minus latus eiusdem: erit angulus linearum maioris proportionis maior angulo linearum minoris proportionis: & econuerso.

Sint duo trigona rectangula a b c & d e f, quorũ anguli a b c & d e f sint recti: sitq; latus b c minus latere a b, & latus e f minus latere d e: sitq; maior proportio lineæ a c ad lineam f e. Dico, quòd angulus a c b maior est angulo d f e. Quia enim maior est proportio lineæ a c ad lineã c b, quàm lineæ d f ad lineam f e: sed per 47 p 1 quadratũ lineæ a c ualet quadrata duarum linearũ a b & c b: & quadratũ lineæ d f ualet quadrata duarũ linearum, quæ sunt d e & f e: & quia per 20 p 6 proportio quadratorũ est proportio duplicata laterũ: patet, quòd maior est proportio quadrati a c ad quadratum c b, quàm quadrati d f ad quadratũ f e: est ergo per 11 huius maior proportio amborũ quadratorũ linearũ a b & b c ad quadratũ b c, quàm amborũ quadratorũ linearũ d e & f e ad quadratũ f e: ergo per 12 huius maior est proportio quadrati a b ad quadratum b c, quàm quadrati d e ad quadratũ e f: est ergo per 22 p 6 maior proportio lineę a b ad lineam b c, quàm lineæ d e ad lineã e f. Esto, ut, quæ est proportio lineæ d e ad lineã e f, eadẽ sit alicuius lineæ, ut g h ad lineam c b per 3 huius: erit ergo linea g h minor quàm linea a b per 10 p 5. Resecetur ergo per 3 p 1 ex linea a b æqualis lineæ g h: & sit b k, & continuetur linea c k: erunt ergo per 6 p 6 trigona d e f & k b c æquiangula: angulus itaq; b c k est æqualis angulo e f d: sed angulus b c a est maior angulo b c k, totũ parte. Angulus itaq; a c b maior est angulo d f e: & hoc est ꝓpositũ: ex quo etiã patet, quòd eius cõuersa est uera: quoniã in talibus trigonis lineæ maiores angulos continentes, maiorem habent ad seinuicem proportionem.



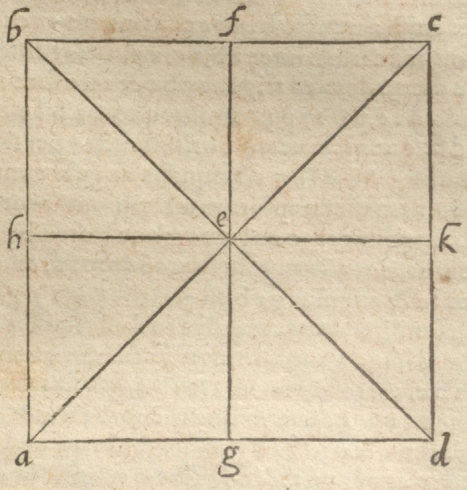
39. A puncto in aere dato ad substratam planã superficiẽ una linea perpendiculariter, alia obliquè incidente, & linea recta inter pũcta incidentiæ in ipsa superficie protracta: erit angulus à non perpendiculari cũ iacẽte linea contentus, minimus omnium angulorum sub illa obliqua & quacunq; linea in substrata superficie protracta contentorum: & omnis angulus illi propinquior, est minor remotiore: & duo ex utraq; parte æqualiter approximantes, sunt æquales. Lemma ad 37 the. opticorum Euclidis. 43 theor 6 libri σωναγωγῶν μαθηματικῶν Pappi.



Sit punctus in aere datus a, cui sit substrata superficies plana, quę b c d, super quã ab illo puncto ducatur obliquè linea a b, ducaturq; perpendiculariter linea a c, & copuletur linea b c. Dico, quòd angulus a b c est minimus omnium angulorũ contentorũ sub linea obliqua a b, & sub unaquaq; linearũ à puncto b ductarũ in superficie b c d: & quòd semper propinquior ipsi est minor quàm remotior: & quòd duo anguli æquales solũ ex utraq; parte ipsius cõsistunt. Ducatur enim in data plana superficie, utcunq; contingit, linea b d, & à puncto c ducatur in eadem superficie linea perpendicularis super lineam b d per 11 p 1, quæ sit c d, & copuletur à puncto a linea a d: est itaq; per 22 huius linea a d perpẽdicularis super lineam b d. Et quoniam angulus a c d est rectus, palàm per 19 p 1, quoniam obliqua linea a d maior est catheto a c: linea itaq; b a ad lineam a c maiorẽ habet proportionẽ quàm ad lineã a d per 8 p 5: & anguli b c a & b d a sunt

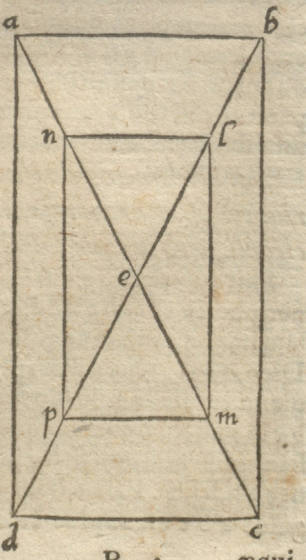
b d a sunt recti: erit itaq; ꝑ præcedētē proximā angulus b a c maior angulo b a d: erit ergo per 32 p 1 angulus a b c minor angulo a b d. Similiterq; patet, quoniā angulus a b c minimus est omniū angulorū cōtētorū sub linea obliquè incidēte à pūcto a lineę b c, & sub ipsa linea b c. Propinquior quoq; illi est minor remotiore. Ducatur enim à pūcto b in substrata superficie linea, ut cōtingit, quę sit b e, & à pūcto c ducatur in eadē superficie linea ꝑpēdicularis super lineā b e, q̃ sit linea c e, & ꝓducatur linea a e, quę ꝑ 22 huius erit perpēdicularis super lineā b e. Et quoniā angulus b d c est rectus, & angulus c e b rectus, & angulus b c d maior est angulo b c e per cōuersam pręmissæ, quoniā linea e c ad lineā c b maiorē habet ꝓportionē q̃ linea d c ad lineā c b. Linea itaq; e c est multò maior q̃ linea c d: sed cathetus a c ꝑpendiculariter incidit lineis c e & c d ꝑ definitionē lineę erectæ: maior ergo est linea a e q̃ linea a d ꝑ 47 p 1: linea enim c e est maior q̃ linea c d. Linea itaq; b a ad lineā a d maiorē habet proportionē q̃ ad lineā e a ꝑ 8 p 5: & anguli a d b & a e b sunt recti: angulus itaq; b a d est maior angulo b a e per præcedentē: ergo per 32 p 1 angulus a b d minor est angulo a b e. Similiter quoque demonstrandū, quòd semper angulus propinquior, minor est remotiore: solū uerò duo ex utraque parte æquales cōsistunt: super punctū enim b terminū lineæ c b in subiecta superficie constituatur angulus æqualis angulo d b c per 23 p 1, qui sit c b f: & à puncto c ducatur linea c f perpendiculariter super lineā b f per 12 p 1, & ducatur linea a f. Quia itaq; angulus c b d est æqualis angulo c b f ex hypothesi, & angulus c d b est rectus æqualis angulo c f b recto, & linea c b est cōmunis ambobus trigonis b c d & b c f: palàm per 26 p 1, quoniam latus b d est æquale lateri b f, & latus d c est æquale lateri c f: sed quia linea a c est cathetus super superficiē b c d, est perpendicularis super ambas lineas d c & f c. Est itaq; linea a d æqualis lineæ a f. Quoniā itaq; æqualis est linea d b lineæ b f, & linea b a est cōmunis ambobus trigonis d b a & b a f, & linea d a æqualis lineæ a f, erit angulus a b d æqualis angulo a b f per 8 p 1. Similiter quoq; demonstrandū, quoniā angulo a b d non erit aliquis alius æqualis. Est ergo angulus a b c minimus, &c. ut proponitur: patet itaq; intentum.

40. Omnium superficierum æquidistantiū laterū diagonij per æqualia se secāt: ex quo patet, quòd punctum intersectionis diagoniorum est medium punctum eiusdem superficiei.



Sit superficies æquidistantiū laterū, siue sit quadrata, siue altera parte longior, quæ a b c d, in qua ducantur diagonij, quæ sint a c & b d, secantes se in puncto e. Dico, quòd diagonij secant se adinuicem per ęqualia: & quòd punctū e est mediū punctū superficiei a b c d. Palàm enim, quia trigona b e c & a e d per 15 & 29 p 1 sunt æquiangula: & erit angulus e b c æqualis angulo e d a, q̃a sunt coalterni. Similiter quoq; angulus e c b, est æqualis angulo e a d: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ b e ad lineam e d, sicut lineæ c e ad lineam e a: & sicut lineæ b c ad lineā a d: sed linea b c est æqualis lineæ a d per 34 p 1. Linea ergo b e est æqualis lineę e d, & linea c e æqualis lineę e a. Illę ergo diagonij diuidūt se adinuicē per æqualia. Et ꝑ hoc manifestū est corollariū: punctū enim e æqualiter distat ab omnibus extremis: in quo tñ si aliquod dubiū fuerit, ducātur à pūcto e lineę æquidistantes lateribus superficiei propositę per 31 p 1, quę sint f g & h k: sequeturq; propter æqualitatem partiū ipsarū diagoniorū modo prædicto argumētādo, lineā f e æqualē fieri lineę e g. & lineā h e æqualē fieri lineæ e k. Patet itaq;, quoniā secundum omnem modum, punctum e æqualiter distat à punctis extremarum linearum: directè igitur oppositum est: ergo medium inter illa: quod est propositum.

41. Datæ superficiei æquidistantium laterū similem superficiē, cuius latera æquidistent datæ superficiei lateribus, inscribere.

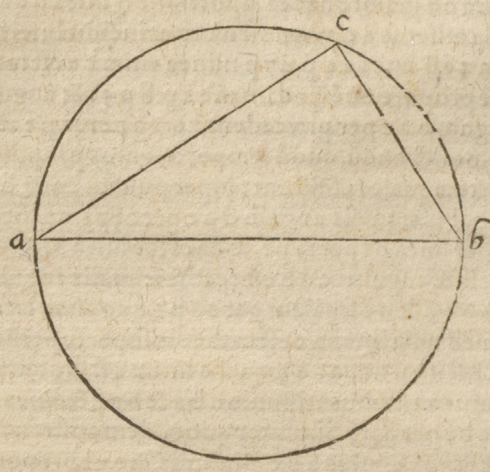


Data superficies ęquidistātiū laterū, cui altera inscribi modo prędicto debeat, sit a b c d, in qua ducātur diagonij a c & b d, secātes se in puncto e: palamq; per proximā pręcedentē, quoniā illæ diagonij per æqualia se secant in puncto e: sed & ipsæ adinuicē sunt æquales: & si quidē data superficies fuerit rectangula: tunc patet per 34 & 47 p 1, quoniā ipsarū diagonij sunt æquales, & ipsarū medietates æquales. A` puncto itaq; e, à medietatibus diagoniorū partes æquales abscindantur ꝑ 3 p 1. Et si data superficies nō fuerit rectangula: tūc erūt diagonij forsitan inęquales: ab illis ergo partes proportionales resecentur, secundū 3 huius: utcunq; autē hoc contingat, abscindantur illæ partes ex parte puncti e, quæ sint e l, e m, e n, e p, & ducantur lineæ l m, l n, n p, m p. Dico itaq;, quòd superficies l m p n est datæ superficiei similis, & quòd latera ipsius æquidistant lateribus datę superficiei. Quoniā enim in trigono b e c resecta sunt latera b e & c e in punctis l & m, & est proportio b l ad l e, sicut c m ad m e: patet ergo per 2 p 6, quoniam linea l m æquidistat lineæ b c, Similiter quoq; linea l n

æquidistat lateri a b, & linea n p lateri a d, & linea p m lateri c d. Ergo p 29 p 1 anguli superficiei l m p n sunt æquales angulis datæ superficiei a b c d, & latera eorum sunt proportionalia per 4 p 6. Patet ergo, quòd illæ superficies sunt similes: & hoc proponebatur faciendū: patet ergo propositum.

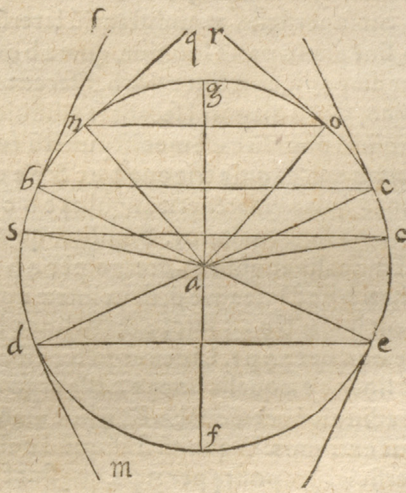
42. *Omnis angulus à diametro & quacunq; linea super circumferentiam circuli contentus, necessariò est acutus. Alhazen 60 n 5.*

Sit circulus a b c, cuius diameter a b, & ducatur linea a c, utcunq; contingit. Dico, quòd angulus b a c necessariò est acutus. Producatur enim linea b c ad peripheriam in pūctum c. Et quoniā angulus a c b est rectus per 31 p 3, patet per 32 p 1, quia angulus b a c est acutus: & similiter angulus a b c. Patet itaq; propositum: & de hoc theoremate nō seruimus intellectui, sed breuitati, quia hanc demonstrationem toties, ut occurrit, repetere, tædium fuit.



43. *Omnes angulos æqualium uel similium portionum eiusdem circuli sub arcu & recta contentos æquales: angulos uerò cuiuscunq; minoris portionis minores, & maioris maiores esse necesse est. Ex quo patet, omnes angulos semicirculorum æquales esse.*

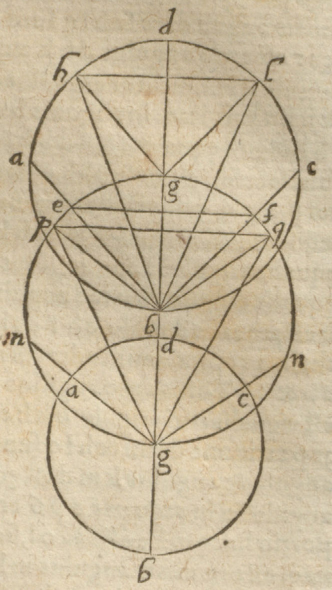
Sit circulus, cuius centrum a, & diameter g f: & in eo signentur arcus æquales, qui sint b c & d e, productis chordis b c & d e. Dico, quòd anguli g b c, & f d e, sub arcubus & chordis contenti sunt æquales. Ducatur enim à puncto b linea contingens circulum per 17 p 3, quæ sit b l, & à puncto d linea d m: & ducantur à centro lineę a b, a c, a d, a e, eruntq; per 5 p 1 anguli a b c & a c b æquales: & anguli a d e & a e d æquales: sed trigona a b c & a d e sunt æquiangula per 4 p 1: angulus enim b a c est æqualis angulo d a e, per 27 p 3: angulus quoq; a b l est æqualis angulo a d m, quoniam uterq; eorū est rectus per 18 p 3: sed angulus contingentiæ l b g est æqualis angulo contingentiæ m d f: quoniam uterq; ipsorum est minimus acutorum per 18 p 3. Relinquitur ergo angulus g b c, a b arcu b g, & recta b c contentus, æqualis angulo f d e, ab arcu f d, & recta d e contento: sed & angulus g c b est ęqualis angulo g b c eadem ratione: similiter quoq; angulus f e d est æqualis angulo f d e. Omnes itaq; hi anguli sunt æquales. Sit quoq; arcus minor arcu b c, qui resecetur ab arcu b c, qui sit arcus n o, & ducātur lineæ a n, a o: ducatur quoq; chorda n o: & ducantur contingētes n q & o r. Quia itaq; trigoni a n o anguli ad basim sunt æquales per 5 p 1, & angulus o a n minor angulo c a b, per 33 p 6: erit per 32 p 1 quilibet angulorum a n o & a o n maior quolibet angulorum a b c & a c b. Sit itaq; angulus o n a maior angulo c b a: sed angulus contingentię q n g est ęqualis angulo cōtingentię l b g: relinquitur ergo angulus g n o minor angulo g b c, cum anguli l b a & q n a sint æquales: quia uterq; rectus per 18 p 3. Sit iam arcus maior arcu b c, qui sit s c, & ducatur chorda s c: & quia angulus c a s est maior angulo c a b per 33 p 6: patet tūc, quòd angulus a s c est minor angulo a b c: & ita concludetur, ut prius, quoniā angulus g s c contentus sub arcu g s, & chorda s c est maior angulo g b c: ergo & angulo g n o. Patet & hoc idem de similibus arcubus quibuscunq; eorundem circulorum, quoniam per definitionem similium arcuū ipsi angulos suscipiunt æquales per 10 defin. 3. Ex quo patet corollarium, quoniam omnes anguli semicirculorum sunt æquales: omnes enim semicirculi sunt similes: & eiusdem circuli similes & ęquales: hoc itaq; proponebatur.



44. *Si idem angulus super centrum unius æqualium circulorum, & super peripheriam alterius consistat, arcus respondens angulo super peripheriā constituto, reliquo arcui duplus erit. In circulis uerò inæqualibus illorū arcuum proportio ad suas totales peripherias duplicatur.*

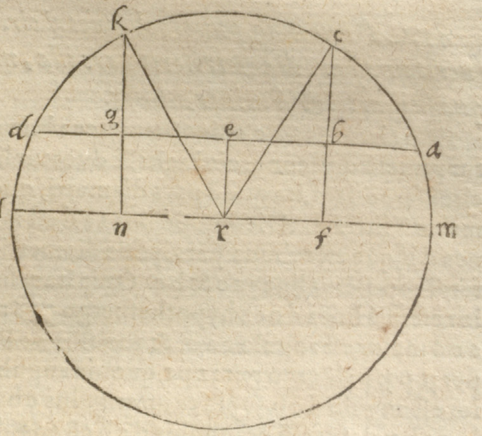
Sint duo circuli æquales, unus a b c d, cuius centrum g: & alius e f g, cuius centrum b, punctum peripheriæ circuli a b c d: & producantur lineę a b & c b, secantes circulum e g f in punctis e & f. Palàm itaq;, quoniam angulus a b c erit super peripheriam circuli a b c & super centrum circuli e g f. Dico, quòd arcus a d c capiens angulū a b c super circūferentiam sui circuli, est duplus arcui e g f, capienti eundē angulū super eius centrū b. Sit enim, ut linea b a secet circulū e g f in puncto e, & linea b c in puncto f: ducatur quoq; linea e f, & ducta linea g h super centrū g, fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo a b c, qui sit h g l, ductis lineis g h & g l ad circumferentiam circuli a b c d: & ducantur lineę b h, b l, h l. Palàm itaq; per 20 p 3, quoniam angulus h g l est duplus angulo h b l: ergo etiam angulus a b c est duplus eidem: ergo per 33 p 6 arcus a d c est duplus arcui h d l: sed arcus h d l est

est æqualis arcui e g f per 26 p 3: erit ergo arcus a d c duplus arcui e g f: quod est propositum primũ. Quòd si circulus a b c d sit minor circulo e g f, & angulus m g n sit æqualis angulo a g c, facto angulo p b q super centrum b, per 23 p 1 æquali angulo a g c, & ductis lineis g p, g q, b p, b q: erit angulus p b q duplus angulo p g q, per 20 p 3. Ergo angulus a g c est duplus angulo p g q. Proportio itaq; arcus m f n ad sui totam circumferentiã duplicatur respectu arcus a c ad totam sui peripheriam. Quoniã enim angulus m g n est duplus angulo p g q, erit per 33 p 6 arcus m f n duplus arcui p f q: sed arcus p f q eiusdem est proportionis ad sui peripheriã, cuius est arcus a d c ad suam: arcus enim a d c si fuerit quinq; partiũ respectu suæ circumferentiæ: erit arcus m f n decem partium respectu suæ peripheriæ: & hoc est propositum.



45. A terminis lineæ intra circulum collocatæ partib. æqualib. resectis, & à punctis sectionum perpendicularibus super illam lineam ad circumferentiam productis: necesse est ductas perpendiculares æquales esse. Et si ductæ perpẽdiculares sunt æquales: necessariũ est à terminis illius lineæ partes resectas æquales esse.

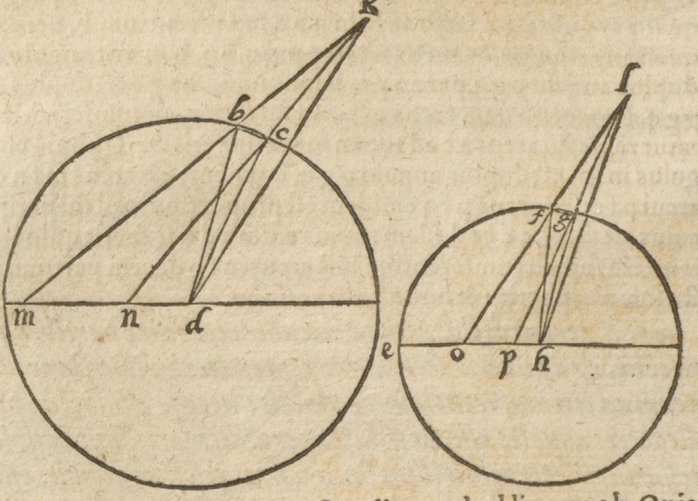
Sit circulus a k d, cuius cẽtrum r: in quo circulo collocata sit linea a d: à cuius terminis a & d resecentur lineæ a b & d g æquales: & à prædictis b & g erigantur duæ lineæ perpẽdiculares super lineã d a, quę productę ad circũferentiã, sint g k & b c. Dico, quòd linea g k est ęqualis lineę b c. Ducatur enim à centro r linea æquidistans lineæ a d per 31 p 1, quæ sit l m diameter: & diuidatur linea d a in duo æqualia in puncto e per 10 p 1, & à puncto e, ducatur perpendicularis super l m per 12 p 1: hęc ergo per 1 p 3 transibit cẽtrum circuli, quod est punctũ r: eritq; linea e r. Educatur aũt linea k g ultra punctum g ad diametrum l m in punctũ n, & linea c b in punctũ f, & copulẽtur lineę k r & c r. Quia itaq; linea d e est ęqualis lineæ a e, & lineę d g & b a ex hypothesi sunt ęquales: remanet ergo linea g e æqualis lineę e b: sed per 34 p 1, linea g e est æqualis lineæ n r, & linea e b ęqualis lineę r f: sunt ergo lineæ n r & r f æquales: sed per 47 p 1, quadratum lineę r k ualet duo quadrata linearum k n & r n: quia ex præmissis angulus k n r est rectus: & similiter quadratum lineę c r ualet duo quadrata linearũ c f & r f: est aũt quadratum lineę k r ęquale quadrato lineæ c r, quoniã linea k r est ęqualis lineæ c r per definitionem circuli: & quadratũ lineæ n r est ęquale quadrato lineæ f r. Relinquitur ergo quadratũ lineæ k n ęquale quadrato lineæ c f. Est ergo linea k n æqualis lineę c f: sed per 25 huius linea g n est æqualis b f. Relinquitur ergo linea k g ęqualis lineę c b: quod est primũ propositũ. Conuersa etiã patet, manente totali dispositione, ut prius. Quia enim linea g n est æqualis lineæ b f per 34 p 1, & linea k g æqualis lineæ c b ex hypothesi: erit tota linea k n ęqualis toti lineę c f. Ergo per 47 p 1 erit linea n r ęqualis lineę r f. Ergo & linea g e ipsi lineę e b ęqualis erit, & linea d g ipsi lineę b a: quod est propositum secundum. Patet ergo, quod proponebatur.



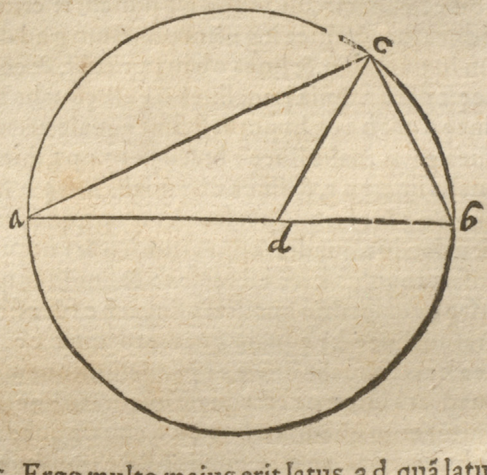
46. In duobus circulis inæqualibus duobus similib. arcubus sumptis, productisq́, præter illos, ad arcus alios similes, semidiametris: si à punctis extra circulos proportionaliter semidiametris distantibus ab utrisq́, extremitatibus amborum arcuum, per terminos similium arcuum, lineæ ad diametros ducantur: pars diametri interiacens lineas arcus circuli maioris est maior parte interiacente lineas arcus circuli minoris.

Sint duo circuli inæquales, quorum maior sit a b c, & eius centrum d, & semidiameter d a: minor uerò sit e f g, cuius centrum h, & semidiameter h e: signenturq; in ipsis arcus similes, in maiori circulo arcus b c, & in minori arcus f g: sitque arcus a b similis arcui e f: sitq; punctũ k extra circulũ maiorem, & punctum l extra circulum minorem, taliter data, ut illa puncta secundum proportionem semidiametri d a, ad semidiametrum h e distent ab utrisque terminis dictorum arcuum: erit ergo proportio lineę k b ad lineam l f, & lineæ k c ad lineam l g, sicut semidiametri a d ad h e: & producãtur lineę ad semidiametros, k b in punctum m, & k c in punctum n. Similiter quoq; producatur linea l f in punctum o, & l g in punctum p. Dico, quòd linea m n, pars semidiametri a d, est maior quã linea o p, pars semidiametri e h. Ducantur enim chordę b c & f g: & copulentur à centris lineæ d b, d c, h f, h g: palamq; propter inæqualitatem circulorum, quoniam linea d b est maior quã linea h f: sed propter similitudinem arcuum angulus b d c est ęqualis angulo f h g: ergo per 5 p 1 trigona b c d & f g h sunt equiangula. Ergo per 4 p 6 latera sunt proportionalia: est ergo proportio lineæ b c ad lineam f g, sicut lineę b d ad lineam f h: ergo ex hypothesi & per 11 p 5, sicut k b ad l f, & sicut k c ad l g:

ergo per 5 p 6 angulus b k c est ęqualis angulo f l g: & angulus k b c æqualis angulo l f g: sed ex pręmissis anguli d b c & h f g sunt ęquales: est ergo angulus d b k æqualis angulo h f l. Ducātur ergo lineæ d k & h l. Quia itaq; in trigonis b d k & f h l anguli ęquales (qui d b k & h f l) sunt laterib. ꝓportiōalib. cōtēti, patet p 6 p 6, quoniā illa trigona sunt æquiangula: ergo angulus b k d est ęqualis angulo f l h, & angulus b d k ęqualis angulo f h l: sed angulus a d b est æqualis angulo e h f ex hypothesi, propter similitudinem arcuū a b & e f. Totus ergo angulus m d k est æqualis toti angulo o h l: ergo p 32 p 1 trigona d k m & h l o sunt ęquiangula, & angulus k m d est ęqualis angulo l o h: ergo per 4 p 6 erit proportio lineę m k ad lineā o l, sicut lineę k d ad lineā l h: ergo p 11 p 5 sicut lineę a d ad lineam e h. Quia itaq; ex pręmissis angulus m k n est ęqualis angulo o l p, & angulus k m n ęqualis angulo l o p: patet per 32 p 1, quoniā trigona k m n & l o p sunt ęquiangula: ergo per 4 p 6 est proportio lineę m n ad lineam o p, sicut lineæ m k ad lineā o l: ergo per 11 p 5, sicut lineæ a d ad lineā e h. Quia itaq; a d semidiameter maior est semidiametro e h: erit linea m n maior quā linea o p: patet ergo propositum.

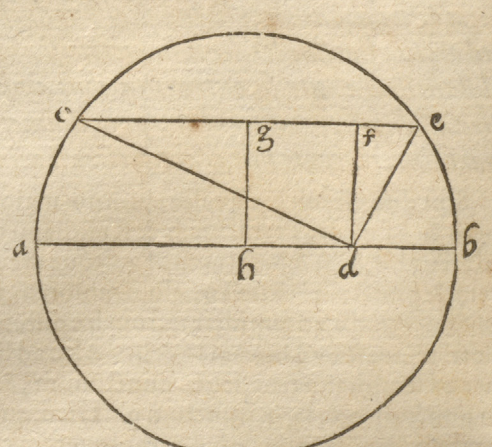


47. À quocunq; puncto diametri circuli producta linea ad peripheriam, si maior, quā illa, fuerit una pars diametri: erit pars illa, maior reliqua sui parte: & si minor, minor.



Esto circulus a b c, cuius diameter a b: in qua sumatur punctū d, utcunq; cōtingit: & ducatur linea d c ad circūferentiam, ita quòd pars diametri, quę est a d, sit maior q̃ linea d c. Dico, quòd linea a d est maior quā linea d b, quę est reliqua pars ipsius diametri: quod patet, si copulētur lineę a c & b c. Quia itaq; linea a d maior est quā linea d c ex hypothesi: ergo p 18 p 1 angulus a c d maior est angulo c a d, & angulus a c b est rectus per 31 p 3: palā ergo per 32 p 1, quoniā angulus c b d maior est angulo d c b. Quia enim angulus c b d cū angulo c a b ualet rectū, & angulus d c b cū angulo a c d, qui est maior angulo c a d, ualet rectū: patet, quòd angulus c b d est maior angulo d c b: ergo per 19 p 1 erit latus d c maius latere d b: sed latus a d est maius latere d c. Ergo multo maius erit latus a d quā latus d b. Et hoc est unum propositorum. Eodem quoq; modo demonstrandum, si pars diametri, quæ est a d, sit minor quā linea d c: quoniā erit linea a d minor quā linea d b: & hoc proponebatur.

48. Si à quocunq; puncto diametri circuli duæ lineæ (quarum semper una sit maior reliqua) ad circuli peripheriā ducantur: erit pars diametri, cui maior linea propinquior ducitur, maior reliqua sui parte.



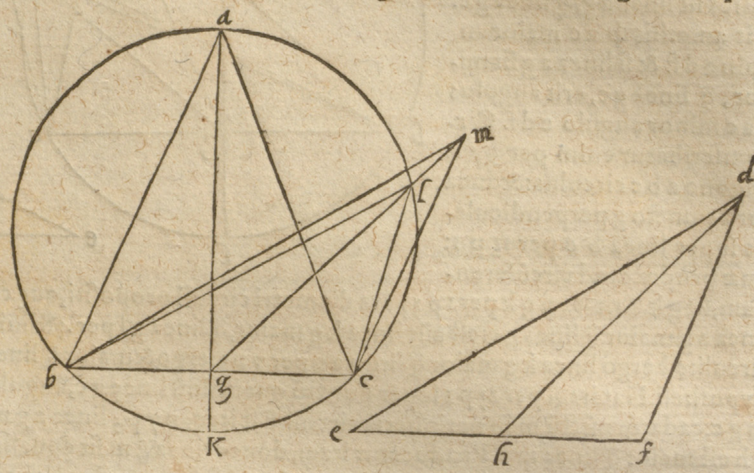
Sit circulus a b e c, cuius diameter sit a b: in qua sumatur punctus d, ut libuerit: ducanturq; à puncto d lineę, d c maior & d e minor: sit aūt c superior uersus a, & e inferior uersus b. Dico, quòd pars diametri, quę est a d, maior est quā d b. Ducatur enim linea c e, & super lineam c e ducatur à puncto d per 12 p 1 linea perpēdicularis, quę sit d f. Quia itaq; quadratū lineę d c per 47 p 1 ualet ambo quadrata linearū d f & f c, & quadratū d e ualet ambo quadrata duarū linearū d f & f e, quadratū uerò lineę d c maius est quadrato lineę d e: ideo, quia linea d c est maior q̃ linea d e: ablato itaq; quadrato lineæ d f: relinquitur quadratū lineæ c f, maius quadrato lineæ f e. Diuidatur itaq; linea c e in partes æquales in puncto g per 10 p 1, & ab illo puncto g ducatur linea g h ad diametrum æquidistanter lineæ d f per 31 p 1: erit itaque per 29 p 1 linea h g perpendicularis super lineam c e: secat autem h g ipsam c e in duo ęqualia: transit ergo linea h g p centrū circuli

per

per 1 p 3. Et quoniam punctum h cadit in diametrum a b: palàm, quia ipsum punctum h est centrum circuli. Est ergo linea a d, pars diametri a b, maior quàm linea d b: & hoc est propositum.

49. Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarũ basiũ æqualiũ una perpendiculariter, alia obliquè æquales lineæ ducantur, sitq́; quælibet ductarum maior medietate suæ basis: erit angulus trigoni, à quo ducitur perpendicularis, maior angulo alterius trigoni, à quo linea ducitur obliqua.

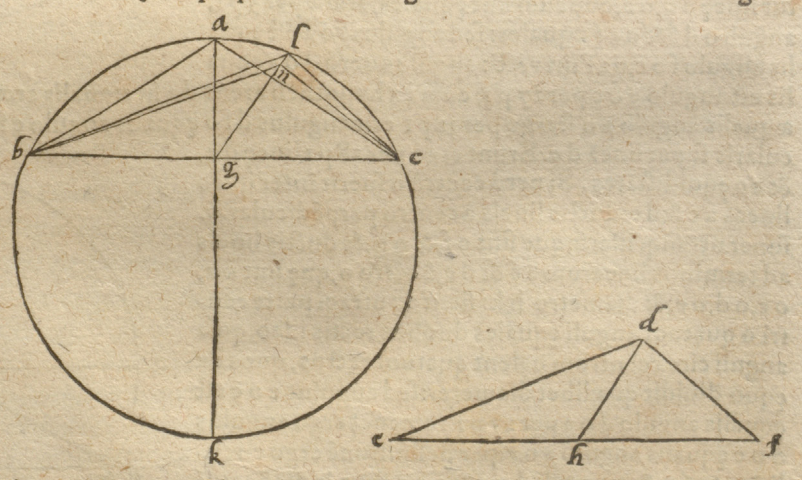
Sint duo trigona a b c & d e f, quorum bases b c, & e f, sint æquales: quæ secentur per 10 p 1 in partes æquales, b c in puncto g, & e f in puncto h: & ducantur ab angulis ad bases lineæ a g & d h, quæ sint ęquales: sitq́; linea a g pẽdicularis super lineã b c, linea uerò d h nõ sit perpẽdicularis sup lineã e f. Sitq́; linea perpendicularis a g maior linea b g parte basis: item obliqua d h maior linea e h parte basis. Dico, quòd angulus b a c est maior angulo e d f. Circũscribatur enim trigono a b c circulus per 5 p 4, & producatur linea a g ad circũferentiã in punctũ k: hoc aũt possibile. Quoniã uerò suppositũ est lineã a g esse maiorẽ linea g b, erit per 47 huius linea a g



maior q̃ linea g k: ergo per 1 p 3 centrũ circuli est in linea a g inter pũcta a & g: & erit a k diameter, & per 7 p 3 linea g a est lõgissima omnium linearũ à puncto g ad circũferentiã productarũ: & linea g k erit omniũ linearũ illarum minima: & quęlibet propinquior lineę g a est maior remotiore. Fiat itaq; per 23 p 1 super punctũ g termini lineę, c g angulus ęqualis angulo f h d minori angulo d h e, qui sit l g c, producta linea g l usq; ad peripheriã circuli. Palã itaq; ex 7 p 3, quoniã linea g a est maior q̃ linea g l: ergo & linea d h, quę ex hypothesi est ęqualis lineę a g, est maior q̃ linea g l. Producatur itaq; linea g l, quousq; sit ęqualis lineę d h per 3 p 1, & sit linea g m ęqualis lineę d h: & ducantur lineę m b & m c: angulus itaq; b m c est ęqualis angulo e d f ex hypothesi per 4.13 p 1. Sed angulus b a c est maior angulo b m c. Producantur enim lineę b l & c l: palã, quia angulus b l c est maior angulo b m c per 21 p 1: sed angulus b a c est æqualis angulo b l c per 21 p 3. Erit ergo angulus b a c maior angulo b m c: ergo & angulo e d f: & hoc proponebatur.

50. Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarum basium æqualium una perpẽdiculariter, alia obliquè, æquales lineæ ducantur, sitq́; quælibet ductarum minor medietate basis suæ: erit angulus trigoni, à quo ducitur perpendicularis, minor angulo alterius trigoni, à quo linea ducitur obliqua.

Remaneat dispositio pręcedentis, nisi quòd perpendicularis a g sit minor medietate basis b g. Dico, qđ angulus b a c est minor angulo e d f. Sit enim, ut prius, angulus c g l ęqualis angulo d h f. Et quoniã linea a g est minor quã linea b g, & linea a k est diameter: palã per 47 huius, quoniam cẽtrũ circuli est inter puncta g & k: ergo per 7 p 3 linea g a est minima omniũ linearũ à puncto g ad peripheriã circuli productarũ: est ergo linea g l maior q̃ linea g a: ergo & maior quã linea d h. Fiat itaq; per 3 p 1 linea g n ęqualis lineæ d h: &

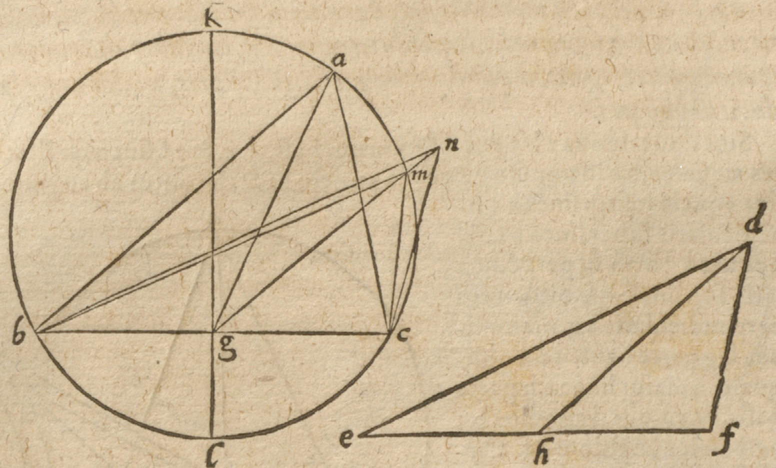


copulẽtur lineę b n & c n: erit itaq;, ut in pręmissa, angulus e d f æqualis angulo b n c: sed angulus b n c maior est angulo b l c per 21 p 1, & angulus b l c æqualis angulo b a c per 21 p 3. Erit ergo angulus b a c minor angulo b n c: ergo & eius æquali, angulo e d f: & hoc est propositum.

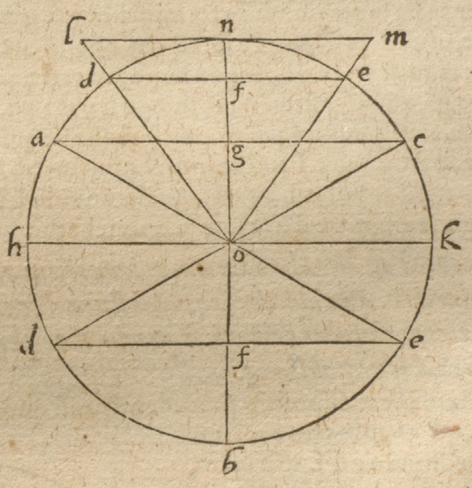
51. Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarum basium æqualium duæ lineæ æquales, obliquè incidant ad angulos inæquales, & si quælibet linearum incidentium maior fuerit medietate suæ basis: erit angulus superior illius trigoni, cuius incidens linea maiorem angulum

lum cum basi continet, maior angulo superiori alterius: & si minor, minor.

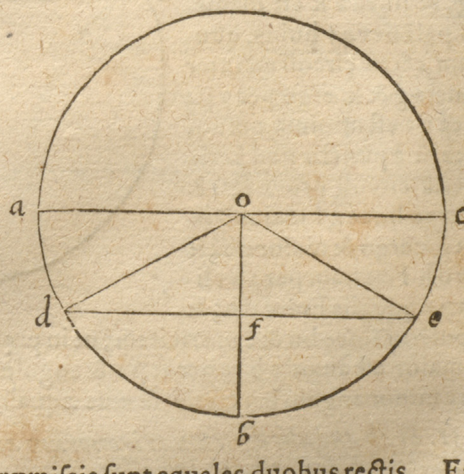
Sint itē duo trianguli a b c & d e f, habentes bases b c & e f æquales: diuidaturq; basis b c p̄ ęqualia in puncto g, & basis e f in pũcto h: & ducãtur lineę a g, d h, quę sint ęquales, & utraq; ipsarum incidat obliquè suæ basi: sit aũt angulus a g c maior angulo d h f. Dico, quòd si maior sit linea a g, q̃ linea g c: erit angulus b a c maior angulo e d f: & si linea a g sit minor, q̃ linea g c, erit angulus b a c minor angulo e d f. Circumscribatur enim per 5 p 4 trigono a b c circulus: & ducatur à puncto g perpendicularis super lineā b c per 11 p 1: quæ producta ad circũferentiam, sit g k. Erit itaq; g k per 1 p 3 pars diametri circuli propositi, quę cōpleta, sit k l. Sit itaq;, ut prius, linea a g maior q̃ linea g c: est aũt linea k g maior, q̃ linea g l per 48 huius. In linea ergo g k est centrũ circuli: est ergo linea k g maior q̃ linea a g per 7 p 3: ergo & maior q̃ linea d h, quę est ęqualis ipsi a g ex hypothesi. Fiat itaq; per 23 p 1 super punctũ g terminũ lineę g c, angulus ęqualis angulo d h f, qui sit m g c: cadatq; pũctũ m in peripheriā circuli. Est itaq; p̄ 7 p 3 linea a g maior q̃ linea m g: ergo & linea d h est maior q̃ linea m g. Producatur itaq;, donec linea g m sit ęqualis lineę d h: & ducãtur lineę n c & n b. Erit itaq; angulus b n c ęqualis angulo e d f: sed angulus b m c est maior angulo b n c: est ergo angulus b a c maior angulo e d f per modum pręostēsum. Similiter quoq; demonstrandũ, si linea a g sit minor q̃ linea g c, quòd minor est angulus b a c angulo e d f: quod proponebatur demonstrandũ.



52. Si duas lineas rectas secantes circulũ, æquales arcus interiaceant, illæ necessariò sunt æquidistantes: idemq́; accidit, si una earum fuerit secans & alia contingens.



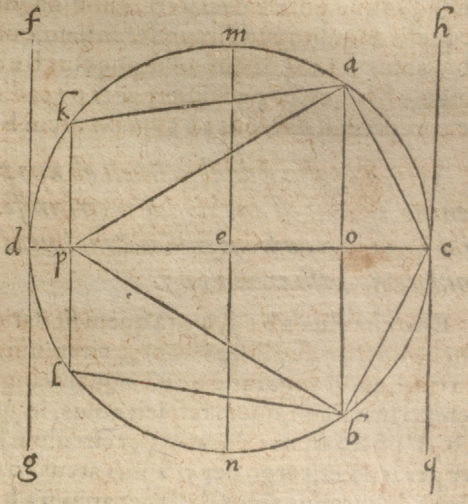
Sit circulus a b c, cuius centrum sit punctum o: secentq; duæ lineę a c & d e illum circulum taliter, ut arcus d a sit ęqualis arcui e c. Dico, quòd lineæ a c & d e sunt ęquidistantes. Aut itaq; o centrũ circuli est in altera illarum linearum, aut in neutra: & tunc uel inter utrasq;, uel extra utrasq;. Si sit in altera ipsarum: esto quòd sit in linea a c, & à centro o ducatur linea perpēdicularis super a c per 11 p 1, & producatur ad circũferentiā, sitq; o b secans lineā d e in puncto f: & ducantur lineę o d, o e, quę cum sint ęquales, erunt per 5 p 1, anguli o d f & o e f æquales: sed angulus f o a est ęqualis angulo f o c, q̄a sunt recti: angulus uerò d o a ęqualis est angulo e o c per 27 p 3, cum ex hypothesi arcus d a sit æqualis arcui e c: erit ergo angulus d o f æqualis angulo e o f: ergo per 32 p 1 erit angulus d f o ęqualis angulo e f o: est ergo linea o f perpendicularis super lineā d e. Erunt ergo per 28 p 1 lineę d e, & a c ęquidistātes. Si uerò centrũ o fuerit inter ipsas lineas a c & d e: ductis lineis à centro perpēdicularib. super utranq; illarũ, quę sint o f, & o g, & ductis lineis ad terminos linearum a c & d e, à cētro o, quę sint o a, o c, o d, o e, & diametro h k: fient ex utraq; parte centri o quatuor anguli ęquales duobus rectis ideo, quia anguli circa centrum ualent quatuor rectos, quos ex ęquo diuidit quælibet diameter: sed angulus e o c est ęqualis angulo d o a per 27 p 3: remanet ergo angulus d o e ęqualis angulo a o c: per definitionē ergo circuli & per 6 p 6 trianguli d o e & a o c sunt inuicē ęquiāguli: ergo erit angulus g c o æqualis angulo o d f: sed angulus o g c est ęqualis angulo o f d: quia uterq; rectus ex pręmissis: ergo per 32 p 1 trigona g o c, d o f sunt æquiangula: ergo per 14 p 1 lineę d o & o c coniunctæ sunt linea una: quia anguli c o h & d o h ex præmissis sunt ęquales duobus rectis. Ergo per 27 p 1 patet propositum. Quòd si centrum o fuerit extra utrasque: ducatur perpendicularis à centro o super ipsarum alteram: & sit linea o g perpendicularis super lineam a c, quæ diuidet ipsam



ipsam a c in duo æqualia per 3 p 3, producaturq; linea o g, ut secet lineam d e in puncto f: & ductis lineis o a, o c, o d, o e: palàm per 4 p 1, cum in trigonis a g o & c g o duo latera a g & g c sint æqualia, & latus g o commune, & anguli ad g recti ex hypothesi: quòd angulus a o g est æqualis angulo c o g: sed angulus a o d æqualis est angulo c o e per 27 p 3: relinquitur ergo angulus d o f æqualis angulo f o e: sed latus d o æquale lateri e o, & latus o f commune: erit ergo per 4 p 1 angulus o f d æqualis angulo o f e: uterq; ergo est rectus. Est ergo angulus o f d æqualis angulo o g a: ergo per 28 p 1 lineę d e & a c sunt æquidistantes: quod est propositum primum. Quòd si una illarum duarum linearum secet circulum, & alia ipsum contingat: si secans transit centrũ, & sit diameter, quæ h k, & linea l m contingat in puncto n: sitq; arcus n h æqualis arcui n k: palàm, quòd illorum arcuum quilibet est quarta circuli: ducatur itaque linea n o: ergo per 18 p 3 angulus l n o est rectus: sed & angulus n o h est rectus: ergo per 28 p 1 lineæ l m & h k ęquidistant: quod est secundũ propositum. Quòd si linea l m circulum contingente in puncto n, linea d e secet circulum nõ per centrũ: ducantur lineę o d l & o e m, & à centro o ad punctum contactus, quod est n, ducatur linea o n secás lineam d e in puncto f. Quia itaque arcus n d est æqualis arcui n e: erit per 27 p 3 angulus l o n ęqualis angulo m o n: sed per 18 p 3 angulus o n l est æqualis angulo o n m: quia ambo sunt recti. Item per 4 p 1 angulus o f d est æqualis angulo o f e: sunt ergo recti. Ergo per 28 p 1 patet propositum tertium.

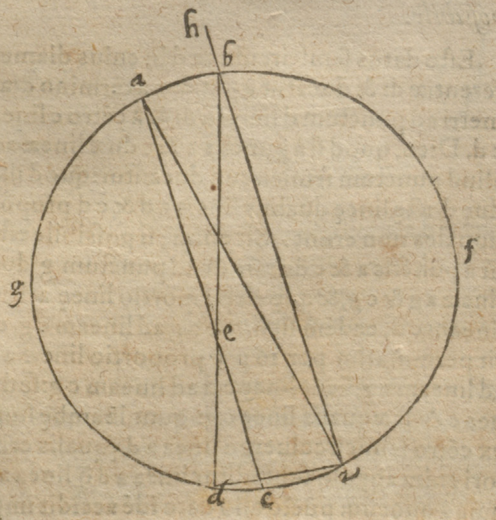
53. Lineas æquidistantes trans circuli superficiem productas, siue ambæ secent, siue ambæ cõtingant, siue una secet & alia contingat, arcus interiacent æquales.

Sit circulus a c b d, cuius centrum e: contingantq; ipsum duæ lineæ ęquidistátes f g in puncto d, & h q in puncto c: & à puncto contingentiæ, quod est d, ducatur linea d e ad centrum e. Est ergo per 18 p 3 linea d e perpendicularis super lineam in illo puncto contingentem, quæ f g. Ducatur quoque linea c e à puncto cõtingentiæ ad centrum e: erit ergo linea c e perpendicularis super lineam h q contingentem in puncto c. Ducatur quoq; à centro e linea ęquidistans lineę f g per 31 p 1, quæ sit n m: hæc quoq; etiam æquidistabit lineæ h q per 30 p 1: ergo per 29 p 1 angulus m e d est æqualis angulo m e c: ergo per 14 p 1 lineæ d e & e c cõiunctæ, sunt linea una: est ergo linea d c diameter circuli, cum tráseat per centrum e: arcus itaque d a c est semicirculus æqualis semicirculo d b c. Sed & si linea a b secet circulum æquidistans lineæ h q contingenti in puncto e, erit iterum arcus a c æqualis arcui c b. Quia enim semidiameter e c secat lineam contingẽtem, quæ h q: palàm per 2 huius, quoniam secabit & eius æquidistantem, quæ est linea a b: sit, ut secet ipsam in puncto o. Et quia angulus h c e est rectus per 18 p 3, palàm per 29 p 1, quoniam angulus b o e est rectus: ergo per 3 p 3 linea a b diuiditur per æqualia in puncto o. Ducantur itaq; lineę a c & c b: palamq; per 4 p 1, quoniá illę erunt æquales: ergo per 28 p 3 arcus a c est æqualis arcui b c. Quòd si linea æquidistans lineę b a secet circulũ: quæ sit k l: palàm, quoniam semidiameter e c producta secabit lineam k l per ęqualia per 29 p 1. 3 p 3: secet ergo ipsam per æqualia & orthogonaliter in puncto p: & ducátur lineæ p a, p b, k a, l b: erit ergo in trigonis p a c, p b c p præmissa, & 4 p 1 latus p a ęquale lateri p b: & angulus p b c æqualis angulo a p c: relinquitur ergo angulus k p a æqualis angulo b p l: sed linea k p est æqualis lineæ p l: erit ergo per 4 p 1 linea k a æqualis lineæ l b. Ergo per 28 p 3 erit arcus k a æqualis arcui l b: quod est propositum.



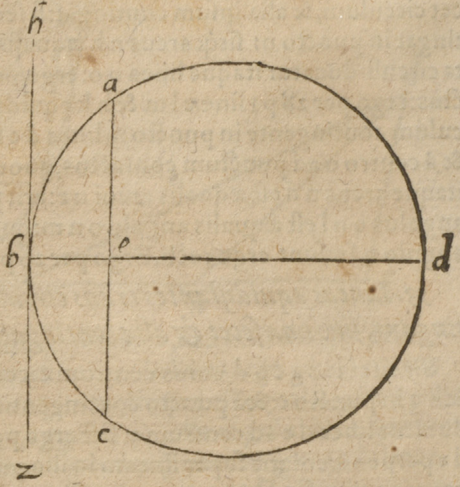
54. Duabus chordis in aliquo circulo se secantibus: erit quilibet angulus sectionis æqualis angulo apud circumferentiam, cadenti in arcum æqualem duobus arcubus scilicet eidem angulo & suo cõtraposito subtensis. Alhazen 24 n 7.

Sit circulus a b c d, in quo secẽt se duę chordę a c & b d: & sit pũctũ sectionis e. Dico, quòd angulus a e b est æqualis angulo, qui est in circumferentia, quam subtẽdunt duo arcus a b & c d: & quòd angulus b e c est ęqualis angulo in circumferẽtia, quá subtendunt duo arcus d g a & b z c. Ducatur enim à puncto b linea b z ęquidistanter lineę a c per 31 p 1. Si ergo linea b z secat circulum, palá, quia arcus c z est ęqualis arcui a b per præcedentem: arcus itaq; z d æqualis est ambobus arcubus a b & d c: quoniam arcus d c utrobiq; est cõmunis: sed arcus d z respicit angulũ d b z,

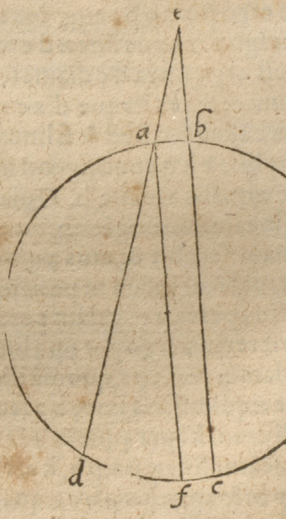


qui est

qui eſt æqualis angulo a e b per 29 p 1: angulus itaque a e b eſt æqualis angulo in circumferentia, cadenti in arcum æqualem duobus arcubus b a, & c d. Item d ucatur linea d z, & producatur linea z b extra circulum in punctum h: erit ergo angulus h b d ext rinſecus æqualis duobus angulis intrinſecis b d z, & b z d per 32 p 1: ſed duo anguli b z d & b d z reſpiciuntur à duobus arcubus b g d, & b f z: angulus ergo h b d eſt æqualis angulo, quem reſpiciunt duo arcus b g d & b f z: hic autem eſt arcus d a z: ſed arcus a b eſt æqualis arcui z c: arcus itaque d a z eſt æqualis duobus arcubus d g a & b z c. Cum itaque per 29 p 1 angulus h b e ſit æqualis angulo b e c: patet, quia angulus b e c eſt æqualis angulo, quem in circũferentia reſpiciunt duo arcus d g a & b z c. Quòd ſi linea h b z contingit circulum, & non ſecat: tunc patet per 32 p 3, quia angulus e b z eſt æqualis angulo cadenti in portionem circuli, quę eſt b a d, & angulus e b h eſt ęqualis angulo cadenti in portionem circuli b c d: ſed angulus e b z eſt æqualis angulo b e a per 29 p 1. Angulus itaque b e a eſt æqualis angulo, qui apud circumferentiam cadit in arcum b c d: ſed arcus b c eſt æqualis arcui b a per proximam pręcedentem: arcus ergo b c d eſt æqualis duobus arcubus b a & c d. Angulus itaq; b e a eſt æqualis angulo, qui apud circumferẽtiam reſpicit duos arcus a b & c d: quoniam angulus cadens in arcum b c d eſt conſiſtens in portione circuli, quæ eſt b g d. Similiter quoque poteſt declarari, quòd angulus b e c eſt æqualis angulo apud circumferentiam, quem reſpiciũt duo arcus b c & a d: quoniam angulus b e c eſt æqualis angulo h b d, cuius ęqualitas per 32 p 3 cadit in portionem circuli b c d, hoc eſt in arcum b a d: eſt autem ex præmiſsis arcus a b æqualis arcui b c: patet itaque propoſitum.



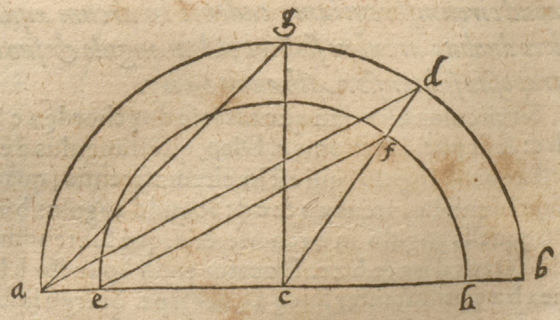
55. *Angulus à duabus lineis ab uno puncto extra circulum dato, circulum ſecantibus contentus, æqualis eſt angulo ſuper circumferẽtiam cadenti in arcũ, quo maior arcuum inter illas duas lineas comprehenſus, excedit minorem. Albazen 25 n 7.*



Eſto circulus a b c d, extra quem ſit datum punctum e: & ducantur à puncto e duę lineę ſecantes circulum, quæ ſint e a d & e b c. Dico itaq;, quòd angulus d e c eſt æqualis angulo, qui eſt apud circumferentiam circuli, quem reſpicit arcus, in quo arcus d c excedit arcũ a b. A' pũcto enim a ducatur per circulum linea a f ęquidiſtans lineę b c per 31 p 1: erit ergo per 53 huius arcus f c ęqualis arcui a b. Eſt itaq; arcus d f exceſſus arcus d c ſuper arcum a b: ſed angulus d a f apud circumferentiã exiſtens cadit in arcum d f: & angulus d a f eſt æqualis angulo d e c per 29 p 1. Ergo angulus d e c eſt æqualis angulo cadenti ſuper circumferentiam in arcum d f: quod eſt propoſitum.

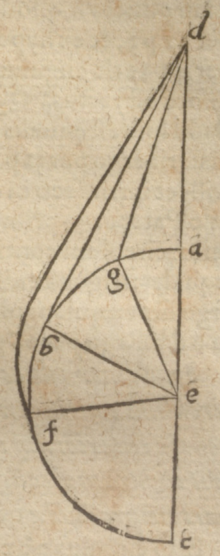
56. *In dato ſemicirculo ad unum punctũ circumferentiæ, duabus lineis: una à termino diametri, & alia à centro ductis: ab eiſdem punctis ad aliud punctum quodcunq; ſemicirculi dati lineas duas prioribus duabus proportionales duci eſt impoſsibile: in diuerſis uerò ſemicirculis hoc eſt poſsibile.*

Eſto datus ſemicirculus a d b: cuius diameter a b: centrum uerò c: & ſit aliquod punctum circumferentiæ d: & ducatur à puncto a termino diametri ad punctum d linea a d: & à cẽtro c linea c d. Dico, quòd ſi à punctis a & c duæ lineæ ad aliud punctum ſemicirculi ducantur: quòd illę duę ductę lineę duabus lineis a d & c d proportionales non erunt. Sit enim, ſi poſsibile eſt, ut à punctis a & c ducantur ad punctum g duę lineæ a g & c g, & quę eſt proportio lineę a d ad lineam c d, eadem ſit lineæ a g ad lineam c g, erit permutatim per 16 p 5 proportio lineæ a d ad lineam a g, ſicut lineę c d ad lineam c g: ſed linea c d eſt æqualis lineę c g: quoniã ambę ſunt ex cẽtro ſemicirculi: ergo linea a d ęqualis erit lineę a g: hoc aũt eſt impoſsibile ex 7 p 3 & 19 p 1: maiori enim angulo ſubtẽditur linea a d q̃ linea a g: & eſt uicinior diametro. Patet ergo ꝓpoſitũ primũ: quia à quocũq; pũcto alio dato idẽ accidit impoſsibile, & eodẽ modo deducẽdũ. In diuerſis uerò ſemicirculis



micirculis hoc est possibile. Si enim semicirculi æquales fuerint: tunc in centro alterius semicirculi super semidiametrum constituto æquali angulo a c d, per 23 p 1, compleatur propositum ex 4 p 1, & 4 p 6. Quòd si alter semicirculus minor fuerit dato semicirculo: inscribatur æqualis illi semicirculo ad idem centrum: eritq; æquidistans primo, & in punctum, ubi linea c d ipsum secabit, (quod sit f) ducatur linea à termino suæ semidiametri, quæ sit e f: & patet propositum per definitionem circuli & 29 p 1, & 4 p 6. Quòd si dato semicirculo alter fuerit maior, circumscribatur æquidistâter eidem, & producta linea à centro primi semicirculi ad datum punctum d, quousq; tangat peripheriam alterius semicirculi, & coniungatur à puncto contactus alia linea ad terminum diametri: & deinde compleatur, ut prius, demonstratio: & patet propositum.

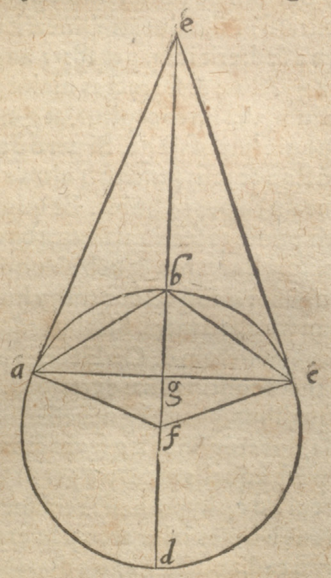
57. *A puncto uno ad datum semicirculum unam tantum lineam contingentē possibile est duci. Ex quo patet, quòd omnis linea ab eodē puncto sub contingēte ducta, secat semicirculũ in uno pũcto supra punctũ cōtingētiæ, & in alio sub ipso.*



Esto datus semicirculus a b c, cuius cētrum e: & sit extra datus punctus d: à quo ad semicirculũ ducatur linea contingēs, quæ sit d b. Dico, quòd à puncto d ad semicirculum a b c, aliam contingētem, quàm lineam d b duci est impossibile. Si enim hoc sit possibile, ducatur: hæc ergo contingens aut cadet ultra punctum b, aut citra: sit primò, ut cadat ultra punctum b, uersus c in punctũ f, & sit d f: ducantur itaq; à centro e ad puncta contingentiæ, lineæ e f, e b, & producatur diameter c e a usq; ad punctum d. Palàm ergo per 18 p 3, quoniam angulus e b d est rectus: similiter angulus e f d est rectus. Sunt itaq; æquales, & cadunt in trigonum e f d: quod est contra 21 p 1. Idē quoq; accidit impossibile, si linea contingēs ducta à puncto d ad semicirculum a b c, cadat inter puncta b & a: ut linea d g. Palàm ergo corollarium: quoniam enim linea d g non contingit semicirculum: ergo ipsa producta secat ipsum: & hoc est propositum.

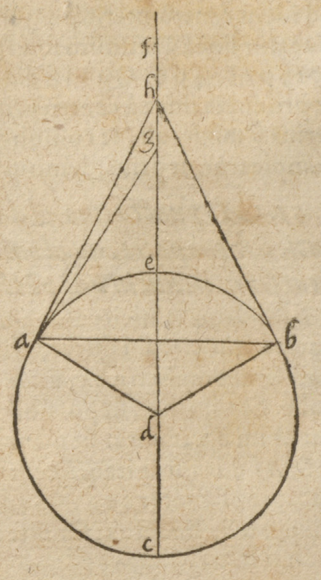
58. *Quælibet duæ lineæ ab uno puncto productæ circulum contingētes, sunt æquales: & arcus interiacens puncta contingentiæ est minor semicirculo. Linea quoq; diuidens angulum illarum per æqualia: & arcum interiacentem diuidit per æqualia: & linea per æqualia diuidens arcum, hæc producta per æqualia diuidit & angulum à lineis contingentibus contentum. Consectarium secundum Campani ad 36 p 3.*

Sit circulus a b c, cuius centrum f: & sit, ut à puncto e ducantur duę lineæ circulum contingentes per 17 p 3, quæ sint e a & e c. Dico, quòd lineæ e a, e c sunt æquales: & quòd arcus a b c interiacens puncta contingentiæ est minor semicirculo: & si producatur à puncto e linea e b, diuidēs angulum a e c per æqualia: dico, quòd linea e b in puncto b diuidet arcum a c per æqualia: & si linea d e diuidat arcum a c per æqualia, diuidet etiam angulum a e c per æqualia. Ducatur enim primò linea e f diuidens a e c, quæ producta secabit circulũ: secet ergo ipsum in punctis b & d. Palàm itaq; per 36 p 3, quoniam illud, quod fit ex ductu lineæ d e in lineam e b, æquale est quadrato lineæ a e: & eadē ratione quadrato lineæ e c. Ergo quadratum lineæ a c est ęquale quadrato lineæ e c. Ergo & linea a e est æqualis lineæ c e: & hoc est primum propositorũ. Sed quia ductis lineis f a & f c, erunt anguli f c e & f a e recti, per 18 p 3: sunt ergo æquales: ergo per 4 p 1 linea f e diuidit angulum a e c per æqualia. Et quia lineæ c e & a e concurrunt in puncto e: palàm per 32 p 1, quoniã anguli e f c & e f a sunt minores duobus rectis. Arcus ergo a b c est minor semicirculo per 33 p 6: quod est secundum. Ducatur quoq; linea a c secans lineam e d in puncto g: & ducantur lineæ a b & a c. Quia ergo linea e g secat angulum a e c per æqualia: patet per 4 p 1, cum linea a e sit æqualis lineæ e c, & latus e g sit commune, quoniã linea a g est æqualis lineæ c g, & angulus e g a est æqualis angulo e g c. Sed & trigonis a b g & c b g latus b g est cōmune: ergo per 4 p 1 erit linea a b æqualis lineæ b c: ergo per 28 p 3 arcus a b est æqualis arcui b c. Eodem quoq; modo patet, quòd si linea g e secat arcum a c per æqualia in puncto b, quòd ipsa etiam diuidet per æqualia angulũ a e c. Quia enim trigona a e b & c e b sunt æquilatera, ut patet: palam ergo per 8 p 1, quoniam angulus a e b est æqualis angulo c e b: & hoc est totum quod proponebatur.



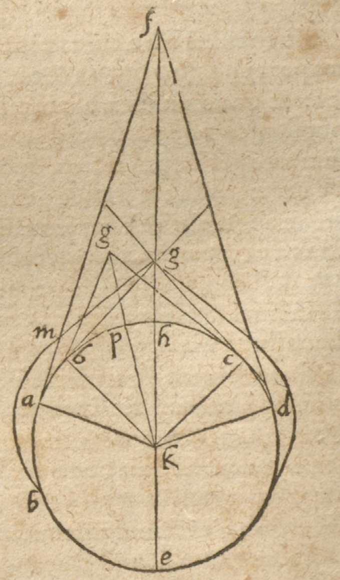
59. *Arcubus æqualibus, minoribus quolibet, quarta circuli ex utraq; parte diametri circuli resectis: à terminis illorũ arcuum ductas contingentes in uno puncto eductæ diametri concurrere est necesse: & ab uno puncto diametri ductas contingētes in terminis æqualiũ arcuum contingere est necesse. Ex quo patet, quoniam omnem angulum & arcum à lineis contingentibus contentum diuidit diameter educta per æqualia.*

Esto circulus a b c, cuius centrum sit d, & eius diameter c e, quæ producatur indefinitè ad punctum f: & ab unaquaq; parte puncti e sint a e & b e arcus æquales: & à punctis a & b ducantur lineæ circulũ contingentes per 17 p 3. Dico, quòd illæ duę lineæ concurrẽt in uno puncto eductæ diametri e f. Quòd si dicatur ipsas nõ concurrere in puncto uno diametri, concurrent tamen ambæ contingentes cũ diametro d f: productis enim lineis d a, d b: erũt anguli ad puncta a & b recti: sed anguli e d a & e d b sunt acuti per 33 p 6: arcus enim a e, b e sunt minores, quilibet, quarta circuli: ergo per 14 huius linearũ contingentium utraq; concurret cum linea d f. Si itaq; non sit hoc in eodem puncto: sit, ut linea contingẽs ducta à puncto a, concurrat cũ linea d f in puncto g: & contingens ducta à puncto b concurrat cum d f in puncto h, quod sit ultra punctum g: & ducatur linea a h: eritq; per 27 p 3, & ex hypothesi angulus h d a æqualis angulo h d b: ergo per 4 p 1 erit angulus h a d æqualis angulo h b a: & per 18 p 3 uterq; ipsorũ est rectus. Quia itaq; angulus d a g est rectus per 18 p 3: patet, quòd ipse est ęqualis angulo d a h recto, & angulus a d g est communis: erit ergo per 32 p 1 angulus a g d ęqualis angulo a h d, extrinsecus scilicet intrinseco in trigono a h g: quod est contra 16 p 1 & imposibile. Patet ergo primum. Sed & si à puncto diametri h ducantur duæ lineæ circulum contingentes in punctis a & b: erunt arcus a e & b e æquales: trigona enim a h d & h b d sunt æquilatera per præcedentẽ: ergo sunt æquiangula per 8 p 1: est ergo angulus a d h æqualis angulo b d h. Ergo per 26 p 3 arcus a e est æqualis arcui b e: quod est propositum: & patet corollarium.



60. Si intra duas lineas circulum contingẽtes ab uno puncto ductas, aliæ duæ lineæ eundem circulum contingentes ducantur: cadent puncta contingẽtiæ interiorum intra puncta contingentiæ exteriorum: & si arcus hinc inde interiacentes puncta contingentiæ, fuerint æquales, erit utrarumq; concursus semper in eadẽ diametro circuli educta: interiores quoq; ad utramq; partem productæ cum exterioribus necessariò concurrent.

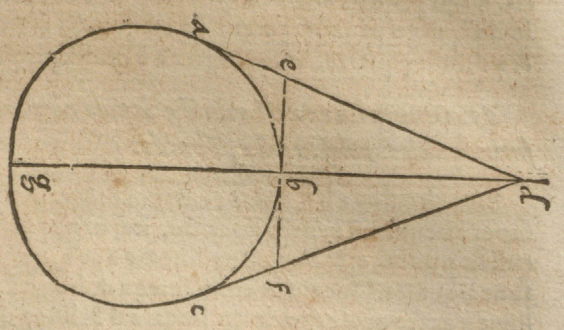
Esto circulus a b c d e, cuius cẽtrũ k: & eius diameter e h educatur: & sit, ut ab aliquo puncto suo, quod sit f, lineæ f a & f d contingentes circulũ ducantur: & inter lineas f a & f d ducantur ab aliquo puncto superficiei a f d, quod sit g, lineæ g b & g c circulũ contingentes in punctis b & c. Dico, quòd puncta b & c cadent intra pũcta a & d. Si enim nõ cadunt intra puncta a & d: aut cadũt in illa puncta aut extra: si in illa, ducãtur lineæ k a & k d à cẽtro k ad puncta contingentiæ a & d: erit itaq; per 18 p 3 angulus k a f rectus: & similiter angulus k a g rectus: & sic rectus maior recto. Itẽ inter contingentẽ f a & circulum, alia linea capitur, ut g a: hoc autẽ est cõtra 16 p 3. Palàm ergo, quoniã imposibile. Si uerò detur, quòd puncta b & c cadant extra pũcta a & d: sit punctũ b ultra a punctũ, secabitq; linea g b producta lineam f a per 14 huius. Et quoniã est contingẽs solum in puncto b, erit punctus sectionis extra circulũ: sit ille punctus m. Palàm itaq;, quoniã lineæ m a & m b ab uno pũcto m productæ semicirculũ contingunt: quod est contra 57 huius. Non ergo cadit punctum b ultra punctũ a, sed intra. Similiterq; demonstrabitur, quia punctũ c cadit intra punctum d. Cadũt ergo puncta contingẽtiæ interiorum intra puncta contingẽtiæ exteriorũ. Sed & arcubus a b & c d existẽtibus ęqualibus, punctũ g necessariò cadit in diametro e h f. Si enim extra illã, ducatur linea k g secãs circũferentiã in pũcto p. Quia ergo arcus b p est æqualis arcui p c per præcedentẽ: arcus quoq; a b est æqualis arcui c d ex hypothesi: remanet ergo arcus c h æqualis arcui h b: sed arcus h b est maior arcu p b: ergo arcus c h est maior arcu c p, pars suo toto: qđ est imposibilẽ. Nõ ergo cadit pũctũ g extra diametrũ e h f. Palàm etiã est p 14 huius, quoniã linea g b ꝓducta ultra pũctũ b, necessariò cõcurret cũ linea f a, & linea c g ꝓducta ultra pũctũ c, cõcurret necessariò cũ linea f d: linea enim k c rectũ angulũ cõtinẽs cũ linea a g, cõtinet acutũ cũ linea f d: patet ergo ꝓpositũ.



61. Si ad mediũ punctũ arcus interiacẽtis puncta contingẽtiæ duarũ linearũ, ab uno puncto ad circulũ productarũ, linea cõtingens circulũ ad alias contingẽtes producatur: illa in puncto suæ contingentiæ per æqualia diuiditur: & ab alijs lineis cõtingentib. partes abscindit æquales.

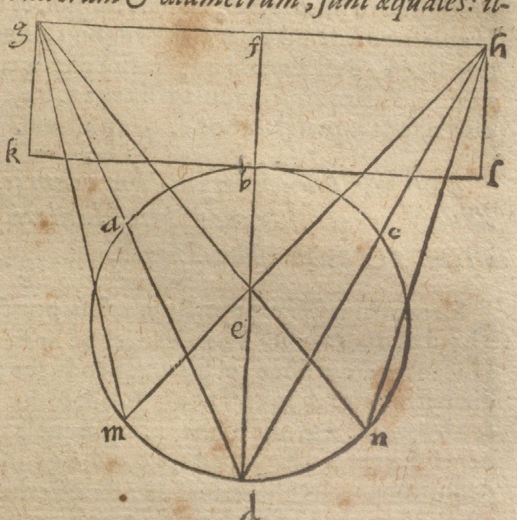
Sit circulus a b c, quẽ contingãt duæ lineæ d a & d c, à puncto d productæ: producatur ergo diameter g b d: & palàm p 59 huius, quoniã ipsa diuidit angulũ a d c, & arcũ a c per æqualia in pũcto b. A puncto itaq; b producatur linea contingens circulũ per 17 p 3: hæc itaq; quoniã est orthogonalis super diametrum g b, ut patet per 18 p 3: palàm per 14 huius, quia ipsa producta secabit lineas d a & d c: sit ergo ut secet lineam d a in puncto e, & lineam d c in puncto f. Quia itaq; e d b & f d b anguli sunt æquales per 59 huius, & anguli d b e & d b f sunt recti: palàm, quia trigona e b d & f d b sunt æqui-

æquiangula per 32 p 1: ergo per 4 p 6 latera sunt proportionalia: sed latus d b est æquale sibi: erit ergo linea e b æqualis lineæ b f, & linea d e ęqualis lineæ d f. Quod etiam sic patere potest. Quia enim à puncto e ducuntur duæ lineæ contingentes circulum, scilicet e a & e b, patet per 58 huius, quòd ipsæ sunt æquales. Omnes ergo lineæ a e, e b, b f, f c sunt æquales. Ergo lineæ e d & f d sunt æquales: patet ergo propositum.



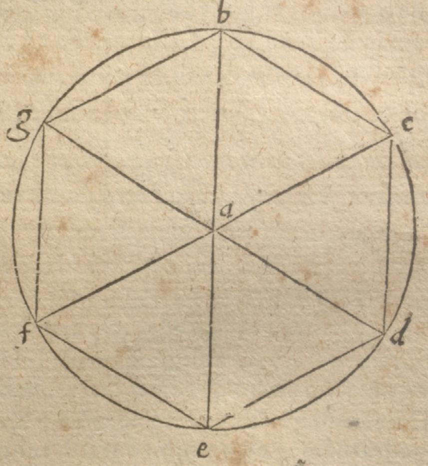
62. *A duobus punctis æqualiter distantibus ab uno termino eductæ diametri, & à linea circulum in termino propiore diametri cõtingente, duabus lineis ad alium terminũ diametri productis: arcus interiacẽtes illarum linearum alteram & diametrum, sunt æquales: illis uerò ad alium punctum circumferentiæ productis, arcus interiacent inæquales.*

Sit circulus a b c d, cuius centrum e: diameterq; eius d b educatur ad punctũ f: sintq; duo puncta g & h ęqualiter distãtia à pũcto f eductę diametri: ducãturque duę lineę g d & h d ad aliũ terminũ diametri secãtes circulũ: linea g d in pũcto a, & linea h d in pũcto c: & à puncto b ducatur linea cõtingens circulũ, quę sit k b l, à qua ęqualiter distẽt pũcta g & h. Dico, quòd arcus a b & b c sunt æquales. Ducatur enim linea g f h: erit ergo ex hypothesi linea g f æqualis lineę h f: ideo, quia puncta g & h ęqualiter distãt à puncto f: & ducãtur lineę h l & g k perpẽdiculariter super lineã k b l cõtingẽtẽ, per 12 p 1: erũt ergo ex hypothesi & illę ęquales: ergo per 33 p 1 linea g h ęquidistat lineę k l. Ergo per 18 p 3 & 29 p 1 anguli d f h & d f g sunt recti: ergo per 4 p 1 anguli g d f & h d f sunt ęquales. Ergo per 26 p 3 arcus a b est ęqualis arcui b c. Patet quoq; manifestè, quòd si à pũctis g & h lineę ad aliud pũctũ circũferentię quã ad pũctũ d producãtur, ut ad pũcta m uel n: quòd illę lineę arcus resecabũt inęquales: quęlibet enim illarũ, quę secat diametrũ, abscindit minorẽ arcum, & alia maiorẽ: & hoc est, quod proponebatur.



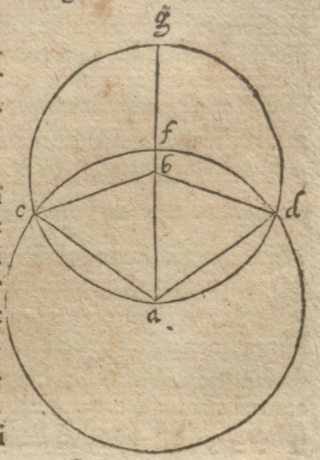
63. *Diameter circuli diuidens hexagonum, eidẽ circulo inscriptum, ab oppositis angulis per æqualia, duob. lateribus medijs hexagoni erit æquidistans.*

Sit circulus, cuius centrũ sit punctũ a: inscriptus hexagonus, qui b c d e f g: & ab oppositis angulis illius hexagoni ducatur diameter b a e. Dico, quòd illa diameter æquidistat duobus medijs lateribus hexagoni, quæ sunt c d & g f. Ducantur enim lineæ a c & a d. Quia itaque lineę b c & c d, (quę sunt latera hexagoni) sunt inter se ęqualia, & utrunq; ipsorũ est ęquale semidiametro circuli per 15 p 4: patet ergo, quòd trigona a b c & a c d sunt ęquilatera: ergo per 8 p 1 ipsa sunt ęquiangula: erit ergo angulus c a b ęqualis angulo a c d. Ergo per 27 p 1 lineæ a b & c d ęquidistant. Similiter quoq; potest demonstrari de lineis a b & f g. Patet ergo, quoniam diameter b e ęquidistat medijs lateribus hexagoni: quod est propositum.



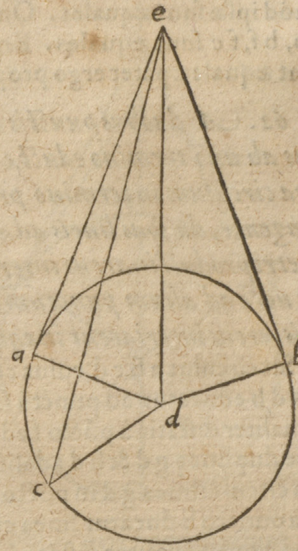
64. *Duobus circulis inæqualibus se secantibus, ita ut minor pertrãseat centrum maioris: arcum minoris interiacentem peripheriã maioris in centro maioris per æqualia diuidi est necesse.*

Sint duo circuli c f d maior, cuius centrũ sit a: & c g d minor, cuius centrum sit b: secentq; se hi circuli in punctis c & d: transeatq; minor (qui c g d) per centrũ maioris, quod est a: eritq; arcus c a d minoris circuli contentus intra peripheriam maioris. Dico, quòd arcus c a d diuiditur per æqualia in puncto a. Ducatur enim linea copulans centra, quę sit a b: & hęc producta compleat diametrũ minoris circuli, quæ sit a b g: & ad pũcta sectionum c & d, ducantur lineæ a d, a c, b d, b c. Quia itaque in trigonis a b c & a b d, duo latera a b & b c unius sunt æqualia duobus laterib. a b & b d alterius: quoniam omnes sunt rectę ex puncto b centro circuli



minoris ductæ ad peripheriam, & basis a c est æqualis basi a d: quoniam sunt ex centro circuli maioris. Ergo per 8 p 1 anguli æquis lateribus contenti sunt ęquales: angulus ergo c a b est æqualis angulo d a b: ergo per 26 p 3 arcus c g est ęqualis arcui d g: reliqui ergo arcus semicirculorum, qui sunt a c & a d, sunt ęquales. Arcus ergo c a d diuiditur per æqualia in puncto a: quod est propositum.

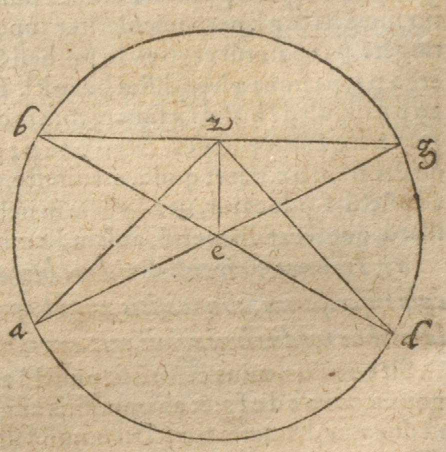
65. Omnes lineæ rectæ ductæ à polo ad peripheriam sui circuli sunt æquales. 5 def. 1 sphæ. Theodo.



Esto circulus a b c, cuius centrum d: & erigatur perpendiculariter super circulum à centro linea d e, ita, ut per definitionem polus circuli sit punctũ e: & ducantur lineæ e a, e b, e c. Dico, quòd ipsæ oẽs sunt æquales. Ducantur enim lineę a d, b d, c d. Quia itaq; quadratũ lineę a e est ęquale quadrato lineæ e d & lineę d a: quadratum quoq; lineæ b e æquale est quadrato lineæ e d & lineæ d b per 47 p 1: quadratum uerò lineæ e d est æquale sibijpsi, & quadratũ lineę d a ęquale quadrato lineæ d b per circuli definitionem: palàm quia quadratum lineæ a e est æquale quadrato lineę b e, & similiter quadrato lineæ c e. Palàm ergo, quoniam lineę a e, b e, c e, & quæcunq; similiter ductæ, sunt æquales: & hoc est propositum.

66. Omnis linea centrum sphæræ cum centro circuli non magni illius sphæræ continuans est perpẽdicularis super superficiem illius circuli. 7 & 23 th. 1 sphæ. Theodo.

Sit centrum sphærę punctum z, sitq; punctum e centrum circuli non magni illius sphæræ, qui sit a b g d, & ducatur linea z e. Dico, quòd linea z e est perpendicularis super superficiem circuli a b g d. Ducantur enim lineę a e, b e, quę productæ cõpleant duas diametros circuli, quæ sint a g, & b d: & ducantur lineę z a & z b & z d & z g, quę omnes erunt æquales per definitionem sphæræ: sed & lineæ e a, e b, e d, e g sunt æquales per definitionem circuli: linea itaq; z e existente communi, patet quòd trigona z a e, z b e, z d e, z g e omnia sunt equilatera: ergo per 8 p 1 ipsorum anguli ęqualibus laterib. contenti sunt ęquales. Oẽs ergo anguli z e a, z e g, z e b, z e d sunt ęquales: sunt ergo recti. Eodemq; modo potest demõstrari de omnibus angulis contentis sub linea z e & omni semi diametro circuli a b g d. Linea ergo z e est perpendicularis super superficiem circuli a b g d: & hoc est propositum.



67. A centro sphæræ ductã perpendicularẽ sup superficiẽ circuli non magni ipsius sphæræ, eiusdẽ circuli cẽtro incidere est necesse. Cõsectariũ secundũ 1 th. 1 sphæ. Theo.

Sit, ut in præmissa, centrum sphęræ punctum z: sitq; punctum e centrum circuli non magni illius sphęrę, qui sit a b g d: & ducatur à puncto z centro sphærę linea perpendiculariter super superficiẽ circuli a b g d, quæ sit z e. Dico, quòd punctum e est centrum circuli a b g d. Ducantur enim lineæ z a, z b, z g, quæ erũt ęquales per definitionẽ sphęrę. Quoniã ergo anguli a e z, b e z, d e z, g e z sunt recti: patet per 47 p 1 quoniam quadratũ lineę z a ualet quadrata linearum a e & z e, & quadratum lineę z b ualet ambo quadrata linearum b e & z e: & similiter quadratũ lineę z g ualet ambo quadrata linearum g e & z e: lineę uerò z a, z b, z g sunt ęquales, & quadrata ipsarum ęqualia: ablato itaque quadrato lineę z e omnib. cõmuni, relinquitur ut quadrata linearum a e, b e, g e sint ęqualia: ergo & ipsę lineę a e, b e, g e sunt ęquales. Ergo per 9 p 3 punctum e est centrum circuli a b g d: quod est propositum.

68. Aequidistantium in sphæra circulorum centra in eadẽ diametro sphæræ consistere est necesse. Ex quo patet, quòd omnes circuli in sphæra æquidistantes eosdem habent polos: & si eosdem habent polos, sunt æquidistantes. 1 & 2 th. 2 sphæ. Theodo.

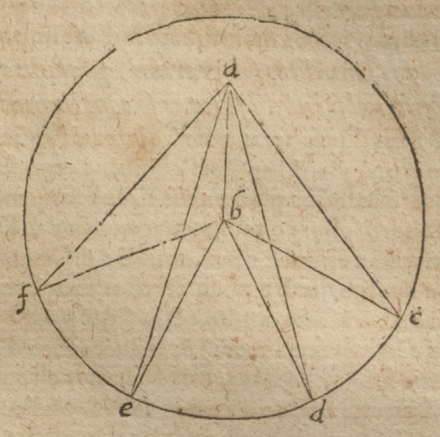


Sit sphęra, cuius centrũ sit punctũ a, & in ipsa sint duo circuli ęquidistãtes: b c, cuius cẽtrũ sit f: & d e, cuius cẽtrũ g: & ducatur linea a f, quę ꝓducta erit diameter sphęrę, cũ ipsa trãseat centrũ sphęrę a: ergo p 66 huius linea a f est erecta sup sup̃ficiẽ circuli b c: ergo p 23 huius erit ea dẽ diameter erecta sup sup̃ficiẽ circuli d e: ergo p p̃missam ipsa trãsit p centrũ circuli d e. Sunt ergo centra illorũ circulorũ in eadẽ diametro sphęrę: qđ est ꝓpositũ. Et ex hoc patet, qđ illi circuli eosdẽ habẽt po-

los per definitionẽ poli. Et ſi aliqui circuli eoſdẽ habent polos, patet per 14 p 11, quòd ipſi ſunt æquidiſtantes: & hoc proponebatur. Quòd ſi etiá reliquus circulorũ æquidiſtantium eſſet circulus magnus, eadem eſſet demonſtratio. Duo uerò circuli magni eiuſdem ſphęræ ſibi inuicem æquidiſtare non poſſunt: quoniam amborum illorum eſt idem centrum, quod eſt centrum ſphæræ.

69. Si plana ſuperficies ſecet ſphærã, cõmunis ſectio erit circulus. Ex quo patet, quoniã à quolibet puncto in diametro uel ſuperficie ſphærica dato, eſt poßibile totali ſuperficiei ſphæricæ circulum circumduci, alÿ etiam circulo illius æquidiſtantem. 1 th. 1 ſphær. Theodoſÿ.

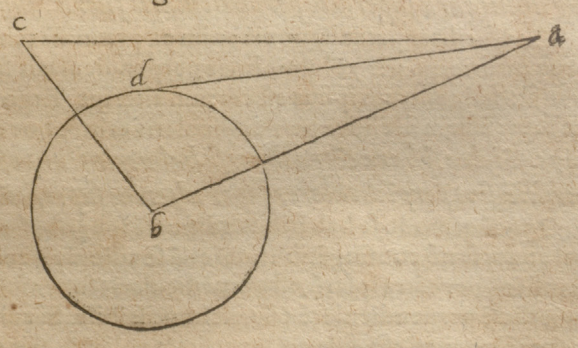
Sit ſphęra, cuius centrũ a, ſeceturq; per planam ſuperficiẽ. Dico, quòd cõmunis ſectio ſuperficiei ſphęricæ & planæ eſt circulus. Si enim fiat ſectio p centrũ a: tũc patet, quòd oẽs lineæ ductæ à cẽtro a ad ſphæræ ſuperficiẽ, quę ſunt in illa plana ſupficie ſecãte, & terminantur ad cõmunem terminũ illorũ, ſunt æquales per definitionẽ ſphęræ: ergo per definitionẽ circuli, illá cõmunis ſectio eſt circulus. Si aũt ſuperficies plana ſecet ſphærá datá nõ per centrũ a: ducatur per 11 p 11 à centro a perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſecantẽ, quę ſit a b, & cõtinuẽtur lineæ a c, a d, a e, a f, & quot quis uoluerit ad illã ſectionem communem à cẽtro ipſius ſphęræ: ducátur quoq; lineę c b, d b, e b, f b, in ipſa ſuperficie ſecãte, ad puncta, quibus incidũt lineę ex centro ſphęræ ductæ. Palàm ergo per 47 p 1, quoniá quadratũ lineæ a c eſt ęquale duobus quadratis linearum a b & b c: & ſimiliter quadratum lineę a d eſt æquale duob. quadratis linearũ a b & b d: ſed quadratũ lineæ a c eſt æquale quadrato lineæ a d: quoniá linea a c eſt æqualis



lineæ a d per definitionẽ ſphęræ, & quadratũ lineæ a b eſt ęquale ſibijpſi: relinquitur ergo quadratũ lineæ c b æquale quadrato lineæ d b: eſt ergo linea c b æqualis lineæ d b: & ſimiliter erit linea d b æqualis lineis e b & f b: eadẽ enim eſt demonſtratio, quotcunq; alijs lineis à cẽtro ſphærę a ad illam communẽ ſectionem productis. Omnes itaq; lineæ à puncto b ad illã communem ſectionẽ ductæ, ſunt æquales: ergo per 9 p 3 & per definitionẽ circuli, ut prius, punctũ b eſt centrũ circuli. Cõmunis ergo ſectio iſtarũ ſuperficierũ eſt circulus: & hoc eſt propoſitũ. Patet etiá ex hoc corollariũ: quoniá à pũcto dato per 12 p 1 producta perpẽdiculari ſuper diametrũ ſphęræ, imaginetur ſuperficies plana ſecás ſphærã ſecundũ illã perpendicularẽ: & patet propoſitũ per præmiſſá. Quòd ſi alicui circulo in ſphęra ſignato æquidiſtás duci debeat: à dato pũcto ducatur perpẽdicularis ſuper ſphęræ diametrũ tranſeuntẽ circuli centrũ, cui æquidiſtás debet duci circulus, & ꝓducatur in continuũ uſq; ad aliá ſphęræ ſuperficiẽ, & ducatur alia linea à pũcto diametri utcũq; ſup productá, & orthogonaliter ſuper diametrũ ſphęræ, imagineturq; ſuperficies plana tráſiens terminos iſtarũ linearũ in ipſá ſuperficie ſphęræ faciẽs ſectionẽ: quę per præmiſſa neceſſariò erit circulus: quia p 4 p 11 diameter ſphęrę, ſuper quã ducitur linea à pũcto dato, erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ in punctis illis, ut præmittitur, ſphæram ſecantem: unde à centro ſphæræ ductis lineis, ut prius, patet quod proponebatur.

70. A` dato puncto ad datam ſphæram lineam contingentem ducere.

Sit enim datũ punctũ a, & centrũ datę ſphęræ ſit punctũ b: & ducatur linea a b: & à cẽtro ſphæræ, quod eſt b, ducatur linea b c, ut cõtingit, & copuletur linea á c: palamq; p 2 p 11, quoniam trigonũ á b c eſt in una ſuperficie plana: hęc itaq; per præcedẽtem ſecabit ſphęrá ſecũdũ circulũ, cui per 17 p 3 à pũcto a ducatur cõtingẽs in pũcto d, quæ ſit a d: & patet ꝓpoſitũ.



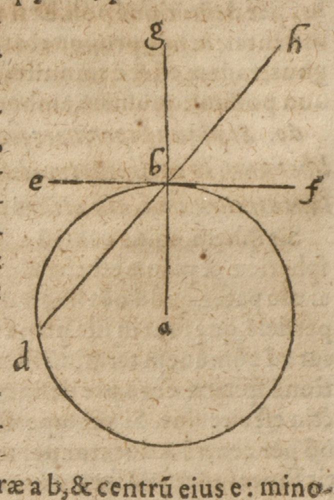
71. Omnis ſuperficies plana contingens ſphæram, ſecundũ unicum punctum eſt contingens. 3 th. 1 ſphær. Theodoſÿ.

Ducatur in plana ſuperficie contingente ſphæram, linea recta trans locum cõtactus, & in ſuperficie ſphęræ circulus magnus. Si ergo ſuperficies plana contingit ſphæram ſecundum aliud quàm ſecundum punctum, & linea recta continget circulum ſecundum idem: non ergo ſecundum punctum continget linea recta circulum: quòd eſt contra 16 p 3: palàm ergo propoſitum.

72. A dato pũcto ſupficiei ſphæricæ ſupficiẽ planã cõtingentẽ ducere. Ex quo patet, ꝙ omnis linea centrũ ſphæræ tráſiens, eſt perpẽdicularis ſup eius ſuperficiẽ: & ſi eſt perpendicularis ſuper ſphæricam ſuperficiem, neceſſariò tranſit centrũ ſphæræ. E` 4 th. 1 ſphær. Theodoſÿ. Alh. 25 n 4.

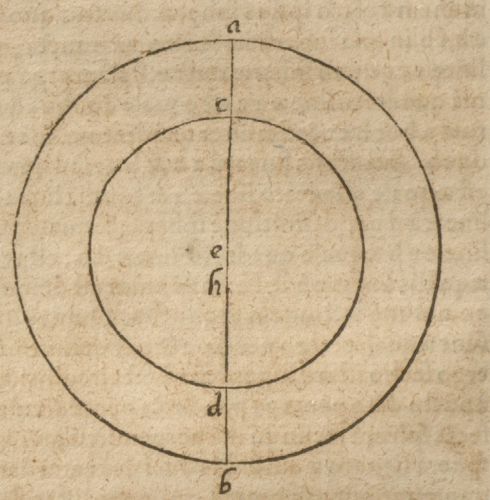
Eſto ſphęra, cuius centrũ ſit a, & circulus eius magnus b d c: ducaturq; linea a b à cẽtro ad circũferentiá: & à pũcto b ducatur linea cõtingẽs circulũ, quę ſit f b e p 17 p 3: erũt ergo anguli a b e & a b f recti. Imaginatis quoq; p 69 huius circulis quotcũq; in ſupficie ſphęrę ſecantib. ſe in pũcto b, & ductis lineis, cõtingentib. illos circulos in pũcto b: palàm p 18 p 3, quoniá linea b a cũ omnib. illis lineis cõtinet angulos rectos. Ergo oẽs illę lineæ ſunt in una ſupficie plana p 2 p 11. Illa itaq; ſupficies con-

tingit ſphęrá ꝑ definitioné ſuꝑficiei planę ſphęrá cótingẽtis. Ex hoc itaq; patet, quoniá omnis linea á cẽtro ſphęræ ducta, ſit erecta ſuꝑ planá ſuꝑficiẽ, ſphęrá ipſam in pũcto ſuæ incidẽtię cõtingentẽ, & anguli incidẽtiæ ſint æquales: quoniá ipſa eſt perpẽdicularis ſuꝑ ſphęrę ſuperficiẽ, ꝑ definitioné perpẽdicularis: anguli enim ſemicirculorũ oẽs ſunt æquales ꝑ 43 huius. Et quoniá linea a b ꝓducta ad punctũ g, eſt adhuc erecta ſuꝑ ſuꝑficiẽ planá, ſphęrá cótingentẽ in pũcto b: palá, ꝗa linea g b, & quęcũq; alia ꝑpẽdicularis erigi poteſt ſuꝑ ſuꝑficiẽ planá in pũcto b, cõtingẽtẽ ſphęrá, tráſit cẽtrũ ſphęræ a: ꝗa ſi à pũcto b poſsit alia linea erigi ſuꝑ ſuꝑficiẽ cõtingẽtẽ, nó tráſiẽs cẽtrũ ſphærę a: ſit illa h b d, & ſit angul⁹ h b e rectus: ſed angul⁹ g b e eſt rectus ꝑ 13 p 1, cũ angul⁹ a b e ſit rect⁹ ex hypotheſi: erit itaq; rectus maior recto: qđ eſt impoſsibile: patet ergo ꝓpoſitũ.



73. Omnium ſphærarum, quarum conuexæ ſuperficies æquidiſtant, uel ſecundũ ſe totas ſe contingunt, neceſſariò eſt idẽ centrum.

Sint duę ſphęræ, quarũ cóuexæ ſuꝑficies æquidiſtẽt, ſectæ ꝑ æqualia ꝑ uná planá ſuꝑficiẽ: cómunis ergo ſectio ſuperficierũ illarũ ſphæricarũ & huius planæ erũt circuli: ſitq; magnus circulus maioris ſphęræ a b, & centrũ eius e: minoris uerò ſphęrę circulus magnus ſit c d. Dico, quòd idẽ punctũ e etiá erit cẽtrũ circuli c d. Ducatur enim linea a e b taliter, ut ſi e nõ ſit cẽtrũ amborũ circulorũ, linea tñ a e b tráſeat ꝑ ambo cẽtra (qđ poteſt fieri cótinuatis cẽtris ꝑ lineá rectá) & ꝓducta illa ad ꝑipheriá maioris ſphęrę: hęc itaq; erit diameter circuli a b. Et quoniá circuli a b & c d ſunt in eadẽ ſuꝑficie: ſit ut diameter a b ſecet ꝑipheriá circuli c d in pũctis c & d: eritq; recta c d diameter circuli c d. Quia ergo ꝓpter æquidiſtantiá circulorũ linea a c eſt æqualis lineæ b d, & linea a e eſt æqualis lineæ e b: remanet linea c e æqualis lineę e d. Et ꝗa diameter c d diuiditur ꝑ ęqualia in pũcto e: patet, quòd pũctus e eſt cẽtrũ circuli c d. Si enim nõ ſit pũctus e centrũ circuli c d: ſit cẽtrũ eius pũctus h: eritq; ꝑ definitioné circuli linea h d æqualis lineæ a c: erit ergo linea h a æqualis lineæ h b: ſed linea h a eſt maior quàm linea a e: ergo h b eſt maior quá linea e b, pars ſuo toto: quod eſt impoſsibile. Eſt ergo pũctus e neceſſariò cẽtrum circuli c d. Et quia circulus c d eſt magnus circulus ſuę ſphęræ, patet quòd æquidiſtantium ſphęrarum eſt idem cẽtrum: quod eſt propoſitum primum. Et eodem modo de ſphæris ſecundum totas ſuas ſuperficies contingentibus, eſt demonſtrandum. Lineæ enim ductæ à centro ad concauum maioris & ad cóuexum minoris, ſunt ęquales: patet ergo illud quod proponebatur.



74. Si duæ ſphæræ fuerint æquidiſtãtes, uel ſecundũ totas ſuꝑficies ſe cõtingẽtes: quæcunq; linea ſuꝑ unius earũ ſuperficiẽ perpẽdicularis fuerit, ſuꝑ alterius quoq; ſuperficiẽ perpẽdicularis erit.

Iſtud faciliter patet. Quoniá enim ex præmiſſa tales ſphęræ idẽ centrum habere neceſſariò comprobantur: ergo per 72 huius linea perpendicularis ſuper alteram iſtarum ſphęrarum, centrũ ipſius tranſit: ſed centrum ipſius eſt cẽtrum alterius. Ergo per eandem 72 huius ſuper alterius etiá ſphæræ ſuperficiem illa linea perpendicularis erit: & hoc eſt propoſitum.

75. Si duæ ſphæræ cẽtra diuerſa habuerint: impoſsibile eſt, ut lineæ ꝑpẽdiculares ſuꝑ unius ſuperficiẽ, ſint perpẽdiculares ſuper alterius ſuperficiẽ, niſi una tantũ, quæ trãſit cẽtra ambarum.

Quocũq; modo ſe habẽtibus adinuicẽ ſphęris, ſiue extrinſecus ſiue intrinſecus ſe cõtingẽtibus, uel etiam ſe nõ contingẽtibus, uel etiá ſe adinuicẽ ſecátibus, ſemper patet ex 72 huius, quoniá linea tranſiens per cẽtra ipſarũ, eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ utriuſq;: aliá quoq; lineá ſuper utriuſq; ſuperficiẽ perpendicularẽ eſſe, eſt impoſsibile. Si enim ſit poſsibile: ducatur aliqua alia perpẽdiculariter ſuper utriuſq; ſphęræ ſuperficiẽ: palamq; erit ex eadẽ 72 huius ipſam per utriuſq; centrũ tráſire: quod eſt oppoſitũ hypotheſi. Patet ergo, quoniá nullá aliam lineá, præter eá, quę tranſit centra ambarũ, perpẽdiculariter duci ſuꝑ utriuſq; ſphęrarũ ſuperficies eſt poſsibile. Et hoc eſt propoſitũ.

76. Si ſphæra ſphærã intrinſec⁹ aut extrinſec⁹ cõtingat: in uno tãtũ pũcto cõtingere eſt neceſſe.

Si enim ſphęræ contingẽtes ſe intrinſecus, nõ in puncto ſe contingant: neceſſe eſt circulos ſuos maiores adinuicem applicatos non ſe in puncto contingere: quod eſt contra 13 p 3, & impoſsibile. Quòd ſi ſphęræ extrinſecus ſe contingentes, non ſe contingant in puncto: etiam hoc eſt contra naturam circulorum extrinſecus ſe contingentium, & contra eandẽ 13 p 3. Poteſt & hoc aliter demonſtrari. Si enim inter illas ſphęras, quę ſe extrinſecus contingunt, imaginata fuerit ſuperficies plana: palàm ex 71 huius, quoniam utraq; illarum ſphęrarum illá ſuperficiem planam contingit in puncto. Ergo & ſeinuicem in puncto contingẽt: & propinquior eſt utriq; ſphærarum ipſa plana ſuperficies interpoſita, quàm ſphæræ inter ſe. Et hoc eſt propoſitum.

77. Sphæ-

77. Sphærarum se contingentium, centra diuersa esse est necesse.

Signentur enim in utralibet sphærarum à puncto contactus duo circuli maiores per 69 huius, secantes eorum superficiebus planis sphæras per sua centra, & per puncta contactuum. Et quia centra horum circulorum sunt centra sphærarum suarum per definitionem circulorum magnorũ: hos autem circulos centra diuersa habere est conclusio 6 p 3. Patet ergo propositum.

78. Centrorum, sphærarum se extrinsecus contingentium, distantiam secundum lineam compositam ex ambarum sphærarum semidiametris: intrinsecus uerò se contingentium, secundum excessum semidiametri maioris ad semidiametrum minoris esse, palàm est.

Hoc patet per 76 huius. Quoniam enim contactus sphærarum fit secundum unum tantùm punctum: punctus uerò est, cui pars nõ est: tunc euidẽs est, quòd punctus ille cõmunis in utraq; intersectione nihil adimit de diametrorum quantitate: indiuisibile enim (cum non sit pars quanti) nec addit nec minuit aliquid de quanto. Et sic patet propositum.

79. Si concauũ alicuius sphæræ, superficiem aliquam secundum eam totam contingat: necesse est superficiem contactam partem sphæræ minoris esse.

Sit, ut aliqua sphæra secundũ suum concauũ contingat aliquã superficiem secundũ oẽs illius partes, sicut uas sphæricũ superficiem aquę contentę. Dico, quòd uerũ est quod proponitur. Ducantur enim lineę plurimę à centro sphærę ad locum contactus sui cum illa superficie. Et quia omnes lineę productæ ad cõcauũ sphærę sunt æquales inter se ex definitione sphæræ, & sunt æquales productis lineis ad conuexũ superficiei cõtactę: patet ex dicta definitiõe, quoniã illa supficies est pars sphærę: & quælibet intellecta extendi secundũ cõcauũ ambientis sphærę, sphærã minorẽ cõplebit. Est ergo pars minoris sphærę. Linea quoq; in illa superficie signata, est pars circuli ex 9 p 3, idem habens centrum cum circulo, cui applicatur. Et sic illa superficies est pars minoris sphærę. Quod est propositũ.

80. Si sphæra sphæram intersecet, communis sectio superficierum sphæricarum se intersecantium erit peripheria circuli.

Quod hic proponitur, patet. Imaginetur enim superficies secans ambas sphæras secundum lineã cõmunẽ sectionis sphærarũ, qualiscũq; fuerit. Hæc ergo superficies propter similitudinẽ corporũ se intersecantiũ plana erit: cõmunis ergo sectio illius superficiei & utriusq; sphærarũ erit circulus per 69 huius. Palàm ergo, quòd cõmunis linea intersectionis superficierũ sphærarum illarum erit peripheria circuli, in qua inclusa superficies, erit circulus communis illi sectioni: quoniam aliàs corpus, quo utræq; sphærę communicant, est corpus cõmune sphærarum intersectioni: & est corpus irregulare, duabus scilicet superficiebus sphæricis contentum & diuersis, secundum dispositionẽ se intersecantium sphærarum. Patet ergo propositum.

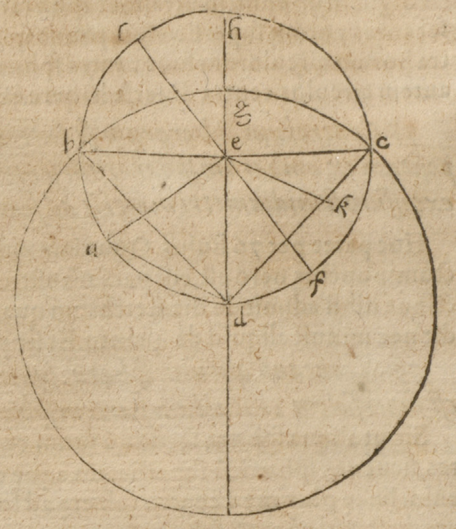
81. Sphærarum se intersecantium, maiores circulos se inuicem secare palàm est. Ex quo patet intersecantium se sphærarum centra diuersa esse.

Primum patet ex definitione sphærarum se intersecantium. Quoniam enim intersecantibus se sphæris, diameter unius per alteram abscinditur, & maiorum circulorũ diametri sunt etiam diametri suarum sphærarum (diuidunt enim circuli magni suas sphæras per æqualia) tunc patet, quòd circulis unius sphæræ & alterius se intersecantium aliqua linea est cõmunis. Cum ergo unus circulus aliũ non cõtineat, quia nec una sphæra sphæram aliam continet: palàm, quia tales circuli se inuicem secant ex definitione taliũ circulorũ. Quia uerò ex 5 p 3 circulorũ se inuicem secantiũ centra esse diuersa necesse est, & idem est centrũ sphærę, quod est centrũ circuli magni in illa sphæra: patet corollarium, scilicet, quia intersecantium se sphærarum centra sunt diuersa. Et hoc proponebatur.

82. Si sphæra sphæram intersecet: linea, quæ centra illarum sphærarum transit, centrũ circuli peripheriæ cõmunis sectionis transire, & super ipsius superficiem perpendicularẽ esse, necesse est.

Circulus cõmunis sectiõis sphærarũ aut est circulus maior alterius spherarũ se intersecantiũ, aut minor: si maior: hoc erit solũ, cũ maior sphæra minorẽ intersecat. Si enim æquales sphærę secundũ circulũ maiorẽ se intersecarẽt, nõ esset sphærarũ intersectio, sed unius sphærę ex duobus hemisphærijs æqualibus cõpositio. Si ergo circulus cõis sectionis sphærarũ fit circulus maior, nõ erit ille circulus maior, nisi in sphæris inæqualibus se intersecãtibus, circulus sphærę minoris: quoniã ipsum esse circulũ maiorẽ sphærę maioris est impossibile: quoniã maior circulus sphærę maioris nõ potest cadere in superficiẽ sphęrę minoris. Sit itaq; circulus talis a b c: & sit centrũ maioris sphærę d: sphærę uerò minoris e: erit quoq; e centrũ circuli a b c ex hypothesi. Ducatur ergo linea d e: & patebit propositum primum. Item ducantur lineę d a, b d, d c, & lineę a e, b e, c e: eruntq; triangulorum d a e & d b e latera æqualia: ideo, quoniam linea d e latus est commune, & latus d a æquale est lateri d b ex definitione sphærę: latus quoque a e ęquale est lateri b e ex definitione circuli: ergo per 8 p 1 anguli ęquis lateribus contenti, erunt ęquales. Angulus ergo d e b ęqualis erit angulo d e a: similiter angulus d e c erit ęqualis angulo d e b: & uniuersaliter à quocunq; puncto circuli a b c ducantur lineę ad e centrum sphærę, anguli super centrum e semper erunt æquales. Et quia super eandem diametrum oppositis punctis signatis linea d e æquales angulos constituit: patet per definitionem perpendicularis, quoniam ipsa linea d e super omnes diametros perpendicularis erit. Ergo per 4 p 11 linea d e super superficiem circuli a b c erecta est, & super eam perpendicularis. Si uerò circu-

lus a b c non ſit circulus maior alicuius ſphærarũ ſe interſecantiũ,ſed minor:intelligatur in ipſo protracta diameter,quæ ſit l f per pũcta l & f,& utraq; ſphæra rum imaginetur ſecta per ſuperficiem planam trans centrũ,& ꝑ puncta f & l, quę ſunt in ſuperficie utriuſq; ſphærę. Erit ergo per præmiſſa quilibet illorum circulorum circulus maior in utraq; ſphærarum ſe interſecantiũ, ſecabitq; circulum a b c uterq; illorum circulorũ maiorum per æqualia: quoniam arcus f l eſt medietas circumferentię circuli a b c: tranſeunt ergo ambo illi circuli maiores per centrũ illius circuli a b c, quod eſt e. Imaginẽtur item duo circuli alij maiores in eiſdem ſphæris,quorum quilibet ſecet portionẽ circuli maioris ſuę ſphærę erectã ſuper circulum a b c per æqualia:quod fieri poterit ex 30 p 3,diuiſo arcu f l utriuſq; circuli ſphærarum ſe interſecantium per ęqualia,& à puncto ſectionis utriuſq; circuli imaginata ſuperficie plana tranſeunte centrum ſphærę utriuſq;. Fiat itaq; ſectio arcus ſphęrę maioris in puncto g: & ſectio arcus ſphæræ minoris in puncto h: & ſiue hi circuli maiores cum illis circulis,quos ſecãt,angulos æquales ſphærales uel inæquales contineant, patet, cum à polo circuli a b c per centra ſphærarum ambarum tranſeant, quoniam ambo ſecabunt circulum a b c per æqualia. Tranſibunt ergo per centrum ipſius, quod eſt e. Linea ergo d g, quę per definitionem maiorum circulorum,& 3 p 11 eſt communis ſectio duorum circulorum maiorũ in ſphęra maiori ſe ſecantium,tranſit per centrum e: quoniã cum centrum e ſit in ſuperficie utriuſq; illorũ circulorum, neceſſe eſt, ut ſit in linea cõmuni utriſq;. Similiter etiã linea e h (quę eſt cõmunis ſectio circulorum maiorũ in ſphæra minori ſe interſecantiũ)tranſit per centrũ e. Sed quia lineę e h, & lineę d g per definitionem circulorũ ſe ſecantiũ,eſt aliqua linea recta cõmunis,ut e g,erit illa per 1 p 11 in eadẽ ſuperficie cum illis: ergo erunt linea una. Tota ergo linea d e g h eſt linea una tranſiens per ambo centra ſphærarum ſe interſecantiũ,& per centrum circuli,qui eſt cõmunis ſectio,cuius centrum eſt in peripheria cõmunis ſectionis ſuperficierum ſphęricarum ſe interſecantium.Patet ergo propoſitum primum.Secundũ uerò patet ex pręmiſsis.Circuli enim maiores per ęqualia diuidentes circulum minorem orthogonaliter eum ſecant,& eorum communis ſectio,ut linea d h per 19 p 11 ſuper eundem circulum perpendicularis erit.Et hoc eſt propoſitum.Poteſt & idem per 66 & 67 huius facilius demonſtrari diligentiam adhibenti.

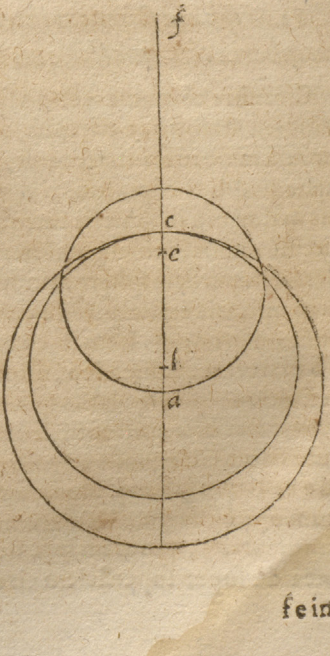


83. Si ſphæra ſphærã interſecet: lineã tranſeuntẽ centrũ circuli peripheriæ cõmunis ſectionis perpendiculariter ſuper ipſius ſuperficiẽ inſiſtentẽ, ambarũ ſphærarũ centra tranſire neceſſe eſt.

Hęc eſt cõuerſa pręcedẽtis,nec oportet in ipſius demonſtratiõe aliter immorari.Si enim ſit poſsibile,ducatur linea per e centrũ circuli cõmunis ſectiõis ſphęrarũ,(qui eſt a b c) perpendiculariter ſuper ipſius ſuperficiẽ ad aliũ aliquẽ punctũ, pręter centum ambarũ, uel alterius ſphęrarũ: & ſit linea e k: & ducatur item per centra ambarũ ſphęrarũ alia linea,quę ſit d h.Patet aũt per pręcedẽtẽ,quoniam hęc erit tranſiens per centrũ e,& erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ circuli a b c. Ab eodem ergo pũcto ſuperficiei circuli a b c, utpote centro e, duę exeũt perpendiculares ſuper eandẽ circuli ſuperficiem a b c, quę ſunt e d & e k:quod eſt contra 13 p 11,& impoſsibile.Patet ergo propoſitum.

84. Si ſphæra ſphærã intrinſecus interſecet:neceſſe eſt centra illarũ ſphærarũ,reſpectu ſitus ſui contactus ſecundum quantitatẽ peripheriæ circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuarum ſuperficierũ plus diſtare:centrumq; ſphæræ continentis plus profundari.

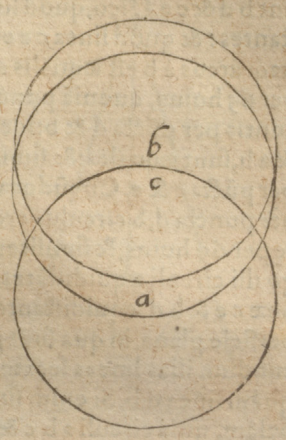
Sphærę datę interſecare ſe debẽtes,ſi ęquales fuerint,& taliter ad inuicẽ collocentur,ut nõ ſe interſecẽt:tunc ipſarũ idẽ erit centrũ:facta uerò interſectiõe ipſarũ,cẽtra diuerſantur per 81 huius:& ſecundũ quod circuli ꝑipheria, quę eſt cõmunis ſectio illarũ ſuperficierũ ſphęricarũ,ſit maior uel minor : ſecũdũ hoc plus uel minus diſtabũt centra.Quòd ſi ſphęrę fuerint inęquales, quarũ una alterã intrinſecus cõtingere poterit: tunc in ſitu ſuę cõtingentię centrorũ ſuorũ diſtantia p 78 huius eſt exceſſus ſemidiametri ſphęrę maioris ad ſemidiametrum minoris. Demus ergo,quòd centrum maioris ſit a, centrũ minoris b, punctus cõtactus ſit c. Et quia cõtactus ſit in puncto per 76 huius,interſectio uerò ſit ſecundũ circulũ per 80 huius:palã, quia facta interſectione ſphærarum,abſcindet ſphęra a diametrũ b c in puncto alio quàm in termino ſuo,qui eſt punctus c. Sit ergo punctus,in quo ipſum abſcindit, punctus e: ponaturq;, ut linea f e ſit æqualis diametro ſphęrę b. Quoniam itaq; linea a c excedit lineam b c in linea a b: linea uerò f e eſt ęqualis ſemidiametro b c: quoniam ſunt ſemidiametri eiuſdem ſphęrę. Linea ergo a c excedit lineam



fe in linea a b: sed linea f e est maior quàm linea e c: ergo a e, in qua linea a c excedit lineam e c, est maior quàm linea a b. Plus ergo distant centra sphærarum in intersectione, quàm in situ contactus: & secundum quòd peripheria circuli, quæ est communis sectio suarum superficierum, minoratur, secundum hoc distantia centrorum augetur: & secundum quòd illa peripheria augetur, secundum hoc distantia centrorum minuitur: & respectu partis uniuersi, ad quam fit intersectio, plus profundatur centrum sphæræ continentis, respectu contactus, in tanto, quantò linea a e fit maior quàm linea a b. Et hoc est, quod proponebatur.

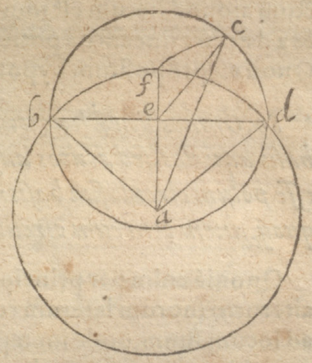
85. Si duæ sphæræ intra tertiam secundum circulũ æqualem circulo maiori sphæræ, intra quã fit intersectio, se intersecent: utraq; illarum sphærarum sphæram, intra quam fit intersectio, intersecabit: et omniũ illarũ superficierũ sphæricarũ cõmunis sectio erit peripheria circuli unius.

Verbi gratia: sit, ut sphæra, cuius centrum a, intersecet sphæram, cuius centrum sit b, intra sphæram, cuius centrum sit c, secundum circulũ æqualẽ circulo maiori sphęrę c. Dico, quòd sphæra a & sphæra b intersecabũt sphæram c: & omniũ superficierum sphæricarum illarum sphærarum erit communis sectio peripheria circuli illius, secundum quẽ sphærarum a & b fiebat intersectio, hoc est cuiusdam circuli magni sphæræ c. Quoniam enim circulus maior diuidit sphæram per æqualia, quia transit per centrũ eius ex definitione: tũc patet, quòd æqualis eidẽ, (undecunq; contingat eũ in sphæra produci) diuidet eã per æqualia: & sic intersecabit secundũ illum circulum utraq; sphærarum, scilicet a & b sphæram c. Sphæra autem a intersecante sphæram b, communis sectio est peripheria circuli per 80 huius: diuidit autem iste circulus sphæram c per æqualia: ergo intersecat. Est ergo eius peripheria in superficie sphærę c: sed & eadem peripheria est in superficiebus sphærarum a & b. In omniũ ergo sphærarum illarũ triũ superficieb. est illa circuli peripheria. Est ergo ipsa cõmunis sectio omnium superficierum dictarum sphærarum. Quod est propositum.



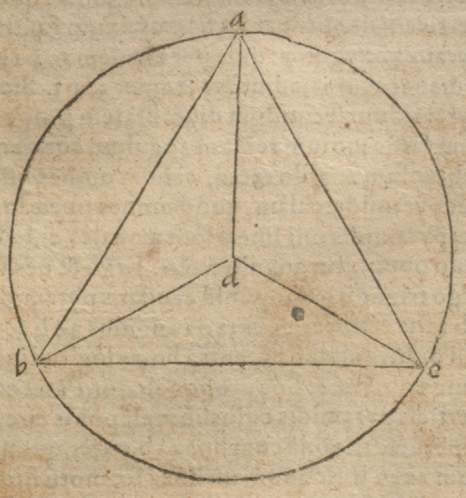
86. Lineam à centro sphæræ per centrum circuli sphæram secantis, orthogonaliter ductam, medio abscissæ portionis est necessarium applicari.

Sit sphæra, cuius centrum a, & sit circulus b c d, cuius centrum sit e, abscindens portionem sphærę: ducaturq; linea a e, & producatur usq; ad superficiem sphæricam, cui incidat in puncto f. Dico, quòd linea a e necessariò applicatur puncto, qui est medium abscissę portionis sphærę in conuexo uel concauo ipsius: & quòd hoc est punctum f. Ducantur enim lineæ a b, a c & a d, & copulentur lineę e b, e c, e d: erunt itaq; trigona a e b, a e c & a e d omnia secundum latera ęquales angulos respicientia adinuicem proportionalia: quoniam illa ipsorũ latera sunt adinuicẽ æqualia, ut patet per sphęrę & circuli definitiones, & quia latus a e est omnibus commune: anguli itaq; b a e, c a e, d a e omnes sunt æquales per 5 p 6: ergo per 26 p 3 arcus b f, c f, d f sunt æquales. Et quoniam productis quibuslibet lineis à centro sphæræ a ad peripheriam circuli b c d, idem semper accidit: palàm, quia punctus f est in medio portiõis abscissę de sphera. Et hoc proponebatur.



87. Proportionem partis superficiei sphæricæ ad totalem superficiem suæ sphæræ, sicut anguli solidi in ipsam à centro sphæræ cadentis, ad octo rectos solidos necesse est esse. E Nicolao Cabasilla in 3 librum magnæ constructionis Ptolemæi.

Verbi gratia: sit a b c pars superficiei sphæricę alicuius sphærę, cuius centum sit d: & ducantur lineæ a d, b d, c d: & in ipsa superficie ducantur lineæ a b, b c, a c: fietq; pyramis, cuius uertex est punctum d, & basis a b c. Palàm quoq;, quoniã angulus circa punctum d est solidus, tribus angulis superficialibus cõtentus. Dico, quòd quę est proportio illius anguli ad 8 rectos angulos solidos, qui replent locum solidum circa centrum d, eadem erit proportio superficiei sphæricæ, quæ est a b c, ad totam sphæricam superficiem suę sphæræ. Imaginentur enim plurimi circuli magni, transeuntes per omnia puncta illius superficiei, non secantes se super illam. Patet itaq;, quoniã aliqui arcus illorum circulorũ determinãtur per lineas terminales illius superficiei: omniũ aũt illorũ arcuũ partialiũ ad totos suos circulos est ꝓpor

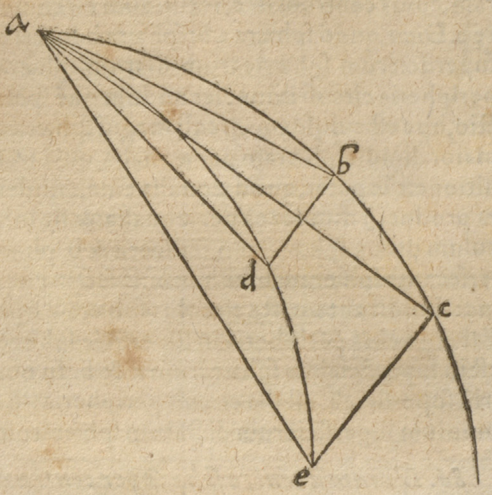


tio, sicut

tio, ſicut angulorum contentorum ſub lineis à centro d ad ipſorum terminos productis ad 4 rectos ſuperficiales per 33 p 6. Patet ergo propoſitum. Et etiam poteſt patere ex hoc, quoniam ſicut ille angulus correſpōdet illi parti ſuperficiei ſphæricæ: ſic reſiduum 8 ſolidorum angulorũ rectorũ totali reſiduo ſuperficiei illius ſphæræ reſpondet: ergò per 16 p 5 erit permutatim anguli ad angulum, ſicut ſuperficiei ad ſuperficiem, & per 18 p 5 coniunctim, & per 5 huius è contrario patet propoſitũ.

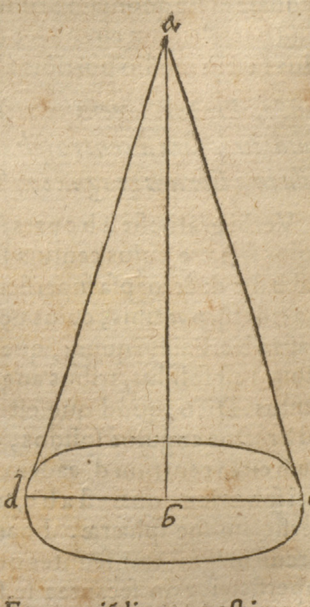
88. Si inter duas quartas circulorũ æqualium in ſphæræ ſuperficie ſe ſecantium, ad extremitates arcuum æqualium lineæ rectæ ducantur: illæ erũt æquidiſtantes: & remotior à puncto ſectionis erit longior. E` 14 p 12 ele. in Campano.

Sint arcus magnorum circulorũ in ſuperficie alicuius ſphæræ ſe ſecantiũ, qui a b c & a d e, ſecantes ſe in puncto a: in quibus ſignentur arcus æquales, ita, ut arcus a b ſit æqualis arcui a d, & arcus b c ſit æqualis arcui d e, & cōtinuentur lineæ rectę, quę ſint b d & c e. Dico, quòd lineæ c e & b d ſunt æquidiſtantes: & quòd linea c e eſt maior q̃ linea b d. Quia itaq; arcus a b eſt æqualis arcui a d: palàm p 29 p 3 & per 65 huius, quoniã punctus a eſt polus circuli tráſeuntis per pũcta d & b: ideo quòd rectę lineę, quę a d & a b, ſunt æquales: & ſimiliter eſt de circulo tráſeũte per pũcta c & e. Circũducatur ergo ſuperficiei ſphęrę per puncta d, b circulus erectus ſuper diametrũ ſphærę per 69 huius, & ſimiliter per puncta e & c. Erũt ergo illi circuli æquidiſtátes per 14 p 11. Erunt ergo lineæ c e & b d æquidiſtantes per 16 p 11, imaginata ſuperficie plana, in qua ſunt puncta b, c, d, e, circulos ſecundum illas lineas ſecáte. Sed & linea c e eſt maior quàm linea d b. Si enim ſit æqualis, cũ ſit æquidiſtás: palàm, quia circuli a b c & a e d æquidiſtantes erunt: quod eſt cōtra hypotheſim: ſupponũtur enim ſe ſecare in puncto a: aut ſequetur circulum tranſeuntẽ per puncta b & d æqualem fieri circulo tranſeunti per puncta c & d, quorum circulorum polus eſt punctum a: quod iterum eſt impoſsibile. Et ſi linea c e ſit minor quàm linea b d, concurrent circuli a b c & a d e ultra lineam c e potius quàm ultra lineam b d. Eſt ergo linea b d remotior à puncto ſectiōis. Quod eſt propoſitum hypotheſis.



89. Omnes lineæ longitudinis unius pyramidis rotundæ, ſunt æquales: & cum ſemidiametris baſis æquales, ſed acutos angulos continentes. Ex quo patet omnem pũctum uerticis pyramidis eſſe polum circuli ſuæ baſis: omnemq́ue lineam longitudinis eſſe in eadẽ ſuperficie cum axe: ipſum quoq; axem centrum circuli baſis orthogonaliter attingere. E` 18 defin. 11 element.

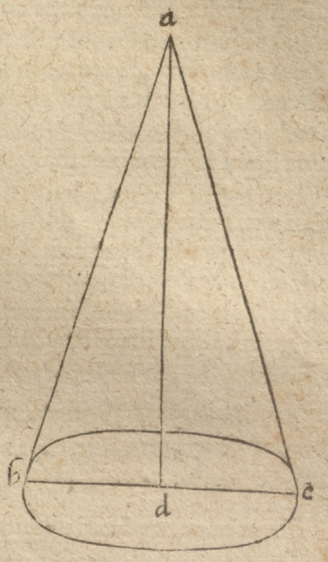
Quoniã enim per principium 11 Euclidis pyramis rotunda fit per tráſitum trianguli rectanguli, alterutro ſuorum laterum rectum angulum continentiũ fixo, donec ad locum ſuum, unde incœpit, redeat, triangulo ipſo circumducto: qui triangulus, ſi fuerit duorum laterum æqualium: & unum laterũ æqualium rectum angulum continentium fuerit fixum, cauſſabitur pyramis rectágula: ideo, quòd angulus duplicati ſui trianguli ad uerticem pyramidis eſt rectus per 5 & 32 p 1. Et ſi fixũ latus fuerit minus latere moto, erit pyramis amblygonia: quoniã per 19 p 1 angulus ad uerticem fit obtuſus. Et ſi latus fixum fuerit maius latere moto, erit pyramis oxygonia: quia per eandem 19 p 1 angulus eius ad uerticem remanet acutus, adiuuáte ſemper 32 p 1. Sic ergo diuerſantur formæ pyramidum, ſecundum diuerſitatem proportionis lateris fixi ad alterum latus motum rectum angulum cōtinens cum fixo. Et quia latus ſubtenſum angulo recto, cauſſat omnes lineas longitudinis in qualibet pyramide: palàm, quòd omnes lineæ longitudinis totius rotundæ pyramidis uni lineæ ſunt æquales ei, ſcilicet q̃ in trigono rectangulo opponitur angulo recto. Ergo & oẽs inter ſe ſunt æquales. Si ergo trigonũ orthogoniũ cauſſans pyramidẽ, ſit a b c, cuius angulus a b c ſit rectus: erit per 32 p 1 angulus a c b acutus: & eſt a c b angulus, cui omnes anguli cōtenti à lineis lōgitudinis & ſemidiametris baſis, ſunt æquales: & hoc proponebatur. Patet etiã ex ijs, quoniã punctus uerticis pyramidis cuiuslibet eſt polus circuli ſuę baſis per 65 huius. Et quoniã linea a c eſt in eadẽ ſuperficie trigona cum linea a b, patet, quoniam omnes lineæ longitudinis ſunt in eadem ſuperficie cum axe a b. Et quoniam linea b c motu ſuo deſcribit circulum baſis, patet, quòd axis a b centrum circuli baſis orthogonaliter attingit per 8 p 1: quia ex circuli definitione & prima parte præſen-



tis, axe existente cõmuni, omnes anguli ad centrum b cõstituti sunt æquales. Patet ergo propositũ.

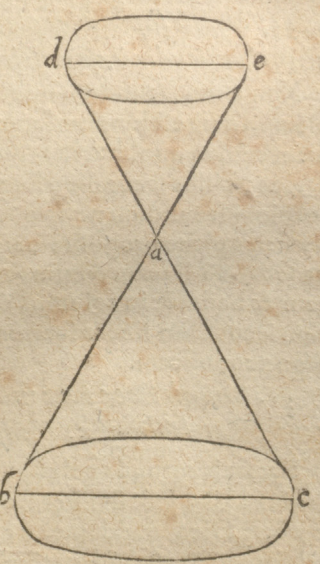
90. Omnis superficiei planæ secantis pyramidem rotundam uel lateratam secundum axis longitudinem & superficiei conicæ communis sectio est trigonum duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentũ. Ex quo patet, quoniam illa superficies diuidit pyramidem per æqualia: & quòd superficies, quæ pyramidem secundum lineam longitudinis per æqualia secuerit, secundum axem necessariò secabit. E 18 defin. 11 element. item 3. theor. 1 Conicorum Apollonij.

Esto pyramis rotunda a b c, cuius uertex a: & diameter basis b c: & sit centrum basis d. Et palàm per præmissam, quoniã linea a d est axis illius pyramidis. Superficies itaq; plana secans pyramidem rotundam secundum axis longitudinem, pertransit puncta a & d: erit itaq; illa superficies plana orthogonaliter erecta super basim pyramidis per 18 p 11. Communis itaq; sectio basis pyramidis & illius superficiei planę est linea recta per 3 p 11, quæ est diameter basis: & sit hæc b c. Trigonũ itaq; a b c est in superficie secante: sed & idem trigonum est in superficie conica pyramidis. Et quoniam trigonum orthogonium b a d est illud, ex cuius pertransitu describitur pyramis a b c, & trigonum a b c est duplum illi per 1 p 6, patet illud, quod primò proponitur de pyramide rotunda. Patet etiam, quòd illa superficies taliter pyramidem secans, diuidit ipsam per æqualia: quoniam transiens uerticem & conclusa diametro, per æqualia diuidit & basim. In laterata uerò pyramide, aut superficies plana secans transit latus aut angulum: eritq; productis lineis ad terminum axis pyramidis, illa communis sectio semper trigonus maior uel minor. Patet ergo propositum: quoniam & conuersa per se & ex præmissis patet.



91. Omnis pyramidis rotundæ uel lateratæ lineæ lõgitudinis super axem in uertice tantùm se intersecant: productæ quoq; aliam similem pyramidem principiant, cuius lineæ longitudinis secundam positionem & situm priori pyramidi modo contrario se habent. E 18 defin. 11 elemen. item 1 defin. 1 Conicorum Apollonij.

Quòd omnes lineę longitudinis pyramidis cuiuscunq; productę se super axem in uertice secent, euidens est: quoniam concurrunt omnes in illo puncto uerticis. Et quoniam omnes sunt æquales per 89 huius: patet, quia citra uerticem nulla ipsarum aliam intersecat. Quòd etiam productæ aliam pyramidem priori similem principient, patet. Secet enim superficies plana pyramidem secundũ axis longitudinem: erit ergo per præcedentem communis sectio istius superficiei & superficiei conicę pyramidis, trigonum æquum duplo trigoni rectanguli pyramidem caussantis: sed palàm per 36 huius, quòd latera cuiuslibet trigoni producta principiant alium trigonũ priori simile, cuius latera positionem & situm prioris trigoni lateribus contrarium habent. Et quoniam tot possunt imaginari planæ superficies trans axem pyramidem secantes, quot sunt lineæ longitudinis imaginabiles in medietate pyramidis, patet, quoniam omnes lineæ longitudinis productæ, principiant aliam pyramidem priori similem, lineis longitudinis à dextro prioris prodeuntibus in sinistrum posterioris, & à sinistro prioris in dextrũ posterioris, & è conuerso. Patet ergo propositum.

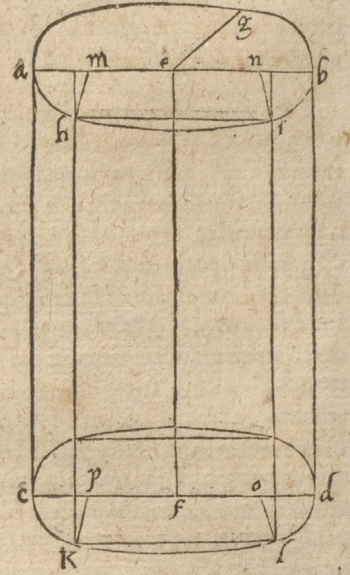


92. Omnes lineæ longitudinis unius columnæ rotundæ sunt æquales, rectos angulos cum semidiametris suarum basium continentes, & in eadem superficie cum axe existentes. Ex quo patet, quoniam axis cuiuslibet columnæ rotundæ centris suarũ basium orthogonaliter insistit. E 21 defin. 11 element.

Hoc non indiget demonstratione alia, nisi simili illi, quæ fit in 89 huius. Sicut enim trigonum orthogonium altero laterum rectum angulum continentium fixo, per reuolutionem suam caussat pyramidem rotundam: sic quadrilaterum rectangulum altero suorum laterum fixo manente, alijs tribus, quousque ad locum suum redeant, circumductis, caussat motu suo figuram columnarem rotundam: fiet ergo probatio omnium eorum, quæ proponuntur hîc, ut in illa: quia patet totum euidenter.

93. Omnis

93. Omnis superficiei planæ secantis columnam rotundam secundum axis longitudinem & superficiei columnæ communis sectio est rectangulum sub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris basium contentum. Ex quo patet, quoniam illa superficies per æqualia diuidit columnam. E 21 defin. 11. element.



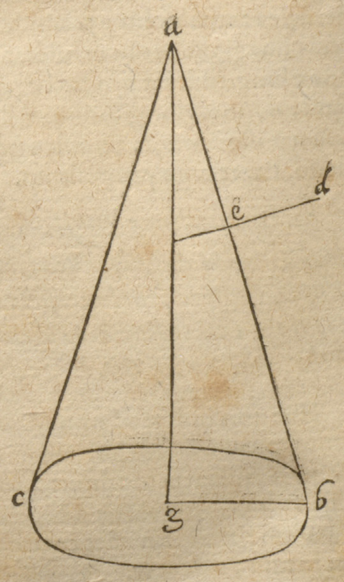
Columna rotunda sit, cuius axis e f: secetq; ipsam per e f superficies plana, sitq; communis sectio secundum puncta a, b, c, d. Dico, quòd sectio a b c d est quadrangula rectangula sub lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris basium contenta. Ducatur enim linea e a in basi columnæ & in superficie secante: hæc est ergo semidiameter circuli basis columnæ. Producatur itaq; taliter, ut linea e g compleat diametrum basis columnæ, cadetq; linea e g in superficie plana columnam secante. Si enim linea e g nō est ducta in superficie plana columnam secante: ducatur linea b e in illa superficie secante. Lineæ ergo b e & e a sunt linea una: quoniam sunt in una superficie productæ ambæ orthogonaliter super axem e f cōtinuè: similiterq; quia linea e g complet diametrum a e, non in superficie secante, sed alia: erit ergo lineæ a g pars in plano, pars in sublimi: quod est contra 1 p 11. Palàm itaq;, quoniam linea a b est diameter basis, & quòd punctus g cadit super punctum b. Similiterq; declarandum de linea c d, quoniam est diameter alterius basis. Lineæ quoq; a c & b d sunt lineæ longitudinis columnæ. Quod est propositum. Ex hoc itaq; patet, quoniā cum illa sectio diuidat per æqualia bases columnæ, quòd etiam diuidit per æqualia columnam.

94. Superficiei secantis columnam rotundam æquidistanter superficiei per axem secanti & superficiei columnaris, cōmunis sectio est rectangulum sub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus lineis minoribus diametris basium contentum. E 21 defin. 11 elem.

Sit, ut in præcedenti propositione, columna secta per planam superficiem secundum sectionem, rectangula a b c d: cuius axis sit e f: sitq; nunc superficies plana columnā secans, æquidistans superficiei a b c d, cuius communis sectio cum superficie columnæ sit h i k l: ducanturq; à punctis h & i lineæ perpendiculares super diametrum a b per 12 p 1, quæ sint h m, i n. Erit itaq; linea m n æqualis lineæ h i, ut patet per 34 p 1: lineæ enim a b & h i sunt æquidistantes ex hypothesi, & lineæ h m & i n sunt æquidistantes per 28 p 1. Est ergo linea h i minor diametro a b. Similiter quoq; l k minor est diametro c d, ductis perpendicularibus lineis, quæ l o & k p: sed lineæ h k & i l sunt lineæ longitudinis columnæ. Patet ergo propositum.

95. Omnis superficies plana contingens pyramidem, uel columnam rotundam: secundum lineam longitudinis est contingens.

Non enim secundum punctū contingit superficies plana proposita corpora sicut sphæram: quoniam in ipsis est longitudo, quæ non est in sphæra: sed nec contingit ipsa secundū superficiem: quoniam cum in quolibet istorum corporū sint infiniti circuli suis basibus æquidistantes & ipsæ bases: accideret illos secundum lineas in superficie plana contingente ductas ad ipsorum contactum, non contingi secundum punctū, sed secari: quod est contra 16 p 3, & impossibile. Non ergo continget superficies plana proposita corpora secundū superficiem. Restat ergo, ut secundū lineam contingat. Et quia contingit in pyramide uerticem & basim & in columna ambas bases: patet, quòd utrunq; illorum secundum lineas suarum longitudinum est contingens. Patet ergo propositum.



96. Omnis linea perpendicularis super curuam superficiem pyramidis, uel columnæ rotundæ: necessariò trāsit per ipsarū axem.

Pyramis rotunda uel columna sit, cuius linea longitudinis sit a b: & eius axis a g: & sit linea d e perpendicularis super curuam illius superficiē. Dico, quòd linea e d transit per axem a g. Ducatur enim semidiameter basis, quæ sit b g. Quia ergo linea e d est perpendicularis super curuam superficiem propositam: palàm per definitionem, quoniā linea e d est perpendiculariter erecta super superficiem contingentem pyramidem secundum aliquam lineam suę longitudinis: sit hoc secundum lineam a b. Cadit ergo linea e d super lineam a b. Palàm ergo per 2 p 11, quoniam lineę d e & a b sunt in eadem superficie. Et quia linea d e est perpendicularis super curuam superficiem pyramidis: patet, quòd illa superficies erit erecta super superficiem conicam pyramidis, & in ipsa est linea a b. Producta ergo trans pyramidem, secabit ipsam secundū lineam longitudinis a b per æqualia diuidens pyramidem, & transibit per

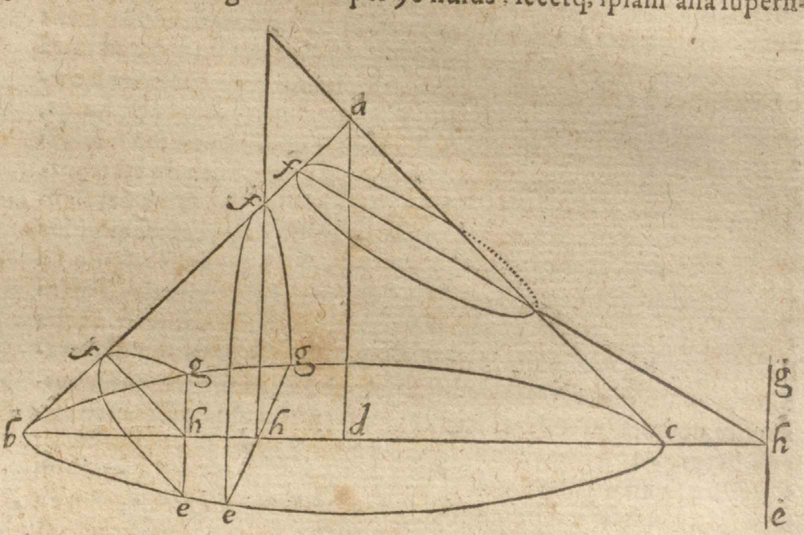
bit per axem a g per 90 huius. Trigonum ergo a b g cum linea d e est in eadem superficie. Quia ergo linea e d cum uno latere trigoni b a g, quod est a b, continet angulũ rectum, qui est d e a: angulus uerò e a g est acutus: palàm, quia linea d e concurret cum linea a g per 14 huius. Transit ergo per axem pyramidis uel columnæ rotundę. Quod est propositum: quoniá in columna rotunda eodem modo demonstandũ. In illa enim, quia linea longitudinis a b æquidistat axi; & lineę d e & a b & axis sunt in eadem superficie: patet per 2 huius, quia linea d e concurrẽs cum una linearum æquidistantium, ideo cum a b & cum axe necessariò concurret. Et hoc proponebatur.

97. Omnis superficies plana superficiei contingenti pyramidem uel columnam in loco contactus orthogonaliter insistens, necessariò secat pyramidem uel columnam per ipsius axem.

Sit pyramis uel columna rotunda, quam contingat superficies plana. Palàm ergo per 95 huius, quoniá continget illam secundũ lineã longitudinis. Superficies itaq; huic superficiei orthogonaliter in loco contactus insistẽs, est perpendicularis super superficiẽ curuam pyramidis uel columnę: & ipsarũ cõmunis sectio est linea longitudinis, super quã in superficie erecta ducantur perpendiculares. Eæ itaq; lineæ per præmissam transibunt axem pyramidis uel columnæ rotundæ. Ergo & superficies illa axem transiens, secabit pyramidẽ uel columnã secundum axem. Et hoc proponebatur.

98. Omnis superficiei planæ secantis pyramidem rotundam non per uerticẽ, & superficiei conicæ pyramidis communem sectionem figuram triangularem esse impoßibile.

Esto pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, centrũ basis d, & axis a d, quã secundum axis longitudinem secet superficies plana secundum trigonũ a b c per 90 huius: secetq; ipsam alia superficies erecta super trigonũ a b c, nõ per uerticem, secundum sectionẽ, quæ sit e f g, cuius supremus pũctus sit f, & sit linea e g æquidistás alicui diametro basis pyramidis, cuius medius punctus sit h: & ducatur linea f h à supremo puncto sectionis ad mediũ suæ basis. Et quia linea e g est linea recta, quę est æquidistás diametro basis pyramidis, & punctũ f signatum est in superficie conica in supremo; superficies e f g secat conicam superficiẽ. Si itaq; sectio e f g sit trigonũ scilicet



rectilineum: patet, quoniá duæ lineæ longitudinis pyramidis, quæ sunt e f & g f, concurrunt in puncto f, præter uerticem pyramidis, quod est impossibile & cõtra 91 huius. Trigonũ quoq; curuilineũ fieri est impossibile: quoniá superficies secans supponitur esse plana, & superficies illius trigoni est curua, ut patet ex definitione. Erit ergo linea e f g linea una. Cum itaq; illa sectio sit linea una: dicatur sectio conica uel pyramidalis. Si itaq; axis pyramidis, qui est a d, sit æqualis semidiametro basis, quæ est d b: palàm, quia pyramis a b c est orthogonia, quoniam angulus b a c trigoni a b c est rectus. Si ergo linea f h, quæ est communis sectio superficiei e f g, & trigoni a b c æquidistet lineæ a c, quæ est latus trigoni, & linea longitudinis pyramidis: palàm per 29 p 1, cum angulus b a c sit rectus, quòd etiam angulus b f h erit rectus: & similiter angulus h f a: tunc itaq; sectio e f g dicetur sectio rectangula, uel parabola: & est illa, quám Arabes dicunt mukefi. Si uero lineæ h f & a c non æquidistent, sed concurrant: si concursus fiat ad partem puncti a, qui est uertex pyramidis: tunc patet per 14 huius, quòd angulus h f a erit obtusus: & tunc sectio e f g dicetur amblygonia uel hyperbole uel mukefi addita. Si uerò lineæ h f & a c concurrant uersus punctum c, qui non est uertex pyramidis: tunc per 14 huius erit angulus h f a acutus: & tunc sectio e f g dicetur oxygonia, uel ellipsis uel mukefi diminuta. Et secundum hunc modum istæ sectiones & earum paßiones amplißimè uariantur.

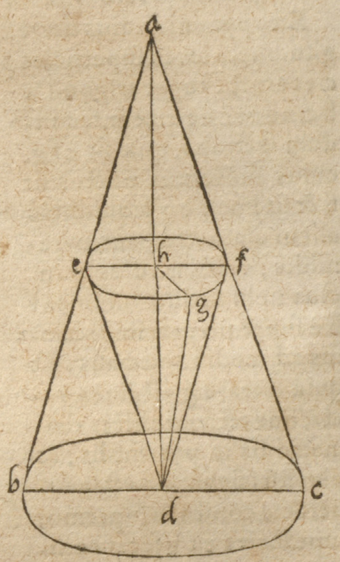
99. Omnis superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam laterată trans axem æquidistanter basi & superficiei pyramidalis uel columnaris cõmunis sectio est similis peripheriæ basis: & si illa sectio peripheriæ basis est similis, superficies secans æquidistat basi pyramidis uel colũnæ.

Si enim illa sectio basi æquidistat, omnes trigoni laterales totius pyramidis & partiales trigoni sunt æquianguli per 29 p 1. Patet ergo per 4 p 6, quòd tota peripheria sectionis est similis basi pyramidis, quoniam omnia latera trigonorum totalium & partialium erunt proportionalia. Et si illa sectio est basi similis, est etiam basi æquidistans. Quoniam si nõ est æquidistans, erit alia secundum idem punctum secans axem, æquidistans basi, similis peripheriæ basis per præmissa, Sequitur itaq; ut una similis, alia quoq; non similis, secundum idem punctum secent axem pyramidis. (Alia uerò

æquidistans basi fieri poterit per 31 p 1, ducta ab uno puncto primæ sectiõis linea æquidistante alicui linearum basis pyramidis, & à terminis illius alijs lineis æquidistantibus reliquis lineis basis producitis.) Ex hoc autem accidit impossibile, quoniã sequitur ex hypothesi angulum extrinsecum propter trigonorum similitudinem æqualem fieri intrinseco: cum ab uno puncto exeant duæ lineæ æquales angulos cõtinentes angulis illis, qui fiunt per lineã aliquã longitudinis & per lineam aliquã peripherię basis. Patet ergo propositum in pyramidibus. Et eodem modo demonstrandũ est in columnis lateratis, & facilius propter æqualitatem linearum per 34 primi.

100. Omnis superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam rotundam trans axem æquidistanter basi, & curuæ superficiei pyramidis uel columnæ communis sectio est circulus: & si illa sectio est circulus, superficies secans est æquidistans basi. Ex quo patet, quòd omnis plana superficies æquidistanter basi secans pyramidem uel columnam, nouam pyramidem constituit uel columnam. 4 theor. 1 Conicorum Apollonij, & 5 the. Cylindricorum Sereni.

Sit pyramis rotũda a b c, cuius uertex a: diameter basis b c, & centrũ basis d: secetq; ipsam superficies plana æquidistanter basi: & sit cõmunis sectio superficiei illius & superficiei conicæ pyramidis linea e f g. Dico, quòd linea e f g est peripheria circuli. Secet enim alia superficies plana pyramidem per uerticem & per axem, qui est a d. Cõmunis itaq; illius superficiei & pyramidis sectio est trigonũ (quod sit a b c) per 90 huius: secetq; superficies e f g axem a d in puncto h: & trigonum a b c secet superficiem e f g in linea e h f. Erit ergo linea e h æquidistans lineæ b d per 16 p 11: est ergo per 29 p 1 & 4 p 6 proportio lineæ b a ad e a, sicut lineæ c a ad lineam a f: ergo per 7 huius erit euersim proportio lineę b a ad lineam b e, sicut lineę c a ad lineam c f: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineę b a ad lineam c a, sicut lineę b e ad lineã c f. Sed linea b a est ęqualis ipsi c a per 89 huius: ergo erit linea b e æqualis lineę c f. Ducantur itaq; lineæ d e, d f. Et quoniã per 89 huius, anguli, quos continent lineę longitudinis pyramidum cum semidiametris basium, sunt æquales: palàm per 4 p 1, quia linea d e est æqualis lineæ d f: & angulus e d b est æqualis angulo f d c. Quia uerò angulus h d b æqualis angulo h d c: quoniã ambo sunt recti: & angulus e d b æqualis angulo f d c: remanet angulus e d h æqualis angulo f d h: quoniã sunt residuę partes rectorũ super angulos æquales. Palàm ergo per 4 p 1 quoniã linea e h est ęqualis lineę h f. Similiterq; ductis lineis h g & d g, & cõpleta, prout in præmissis, figuratione, declarabitur, quoniã linea f h est æqualis lineæ g h: sunt enim trigona æquiangula, ut patet intendenti. Ergo per 9 p 3 punctum h est centrũ circuli. Est ergo e f g linea circũferentia circuli. Quod est propositũ. Et si sectio e f g est circulus, palàm quoniã superficies plana secundum illum circulum secans pyramidem, est æquidistans basi: erit enim e a



f pyramis, cuius axis a h, & centrum basis h: erit itaq; linea longitudinis, quę est e a, æqualis lineę f a per 89 huius: sed & linea b a æqualis est ipsi c a: remanet ergo linea b e æqualis ipsi e f. Erit quoq; linea e d æqualis lineę f d per 4 p 1. Et quia trigona e h d & f h d sunt æqualia inter se latera habentia: ergo per 8 p 1 angulus e h d est æqualis angulo f h d. Ergo per definitionem lineæ super superficiem erectę patet, quòd linea d h erecta est super superficiem e f g: sed eadem linea h d est erecta super basim pyramidis, cuius diameter est b c. Ergo per 14 p 11 superficies e f g est æquidistans basi datę pyramidis. Quod est propositum: quoniam simpliciter secundum præmissum in pyramidibus modum, in columnis quoq; rotundis potest demonstrari, & propter æquidistantiam linearum longitudinis columnę facilitas accedit demõstrationi. Fiunt enim lineę d f, d g, d e æquales: ergo & lineę h e, h g, h f: eritq; sectio e g f circulus per 9 p 3. Et conuersa simpliciter patet per 14 p 11, ut prius. Et hoc proponebatur. Per hæc itaq; patet manifestè, quoniam omnis plana superficies secans quamcunq; pyramidem ęquidistanter suę basi, nouã constituit pyramidem, cuius in pyramide rotunda, basis est circulus, & in laterata pyramide superficies similis basi illius sectę pyramidis, ut patet per 99 huius. Semper tamen uertex illius pyramidis abscissę est idem cum uertice prioris, & axis abscissę, pars axis ipsius prioris datę: basis quoq; æquidistat basi. Similiter quoq; fit in columnis rotundis uel lateratis: superficies enim ęquidistanter basibus secans quamcunq; columnam, nouam efficit columnã rotundam uel lateratam: imò duas, scilicet abscissam & ipsam residuam: quod non accidit in pyramidibus. Patet ergo totum, quod proponebatur.

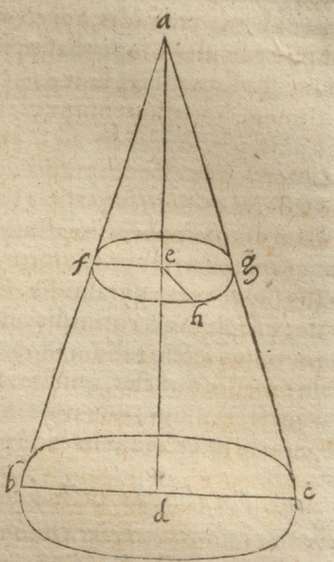
101. In qualibet columna uel pyramide à dato in eius superficie puncto, lineam longitudinis ducere. 7 theo. Cylindricorum Sereni.

Imaginetur enim superficies plana secãs pyramidem uel columnã trans illius punctum & trans axem: quod fiet, si à puncto dato ducatur linea recta super axẽ: illa ergo linea & axis sunt in una superficie per 2 p 11: quę superficies secabit pyramidem secundum lineam longitudinis per illud punctum transeuntem per 90 huius: columnam quoq; per 92 huius. Patet ergo propositum.

102. À dato puncto, siue in axe, siue in superficie curua datæ pyramidis rotundæ uel colũnæ, circulum circumducere.

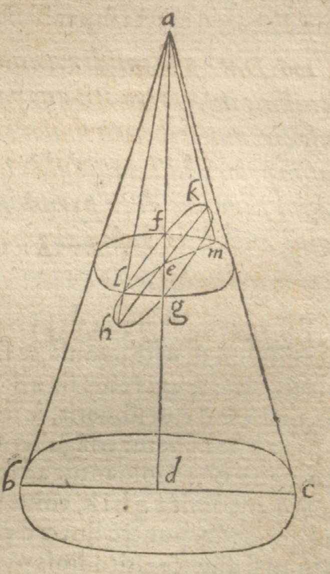
Esto

Esto pyramis, cuius uertex punctū a, axis uerò a d: in quo sit datus punctus e, à quo debemus circulum totali superficiei conicæ circunducere. Sit itaq;, ut superficies plana secet pyramidē secundū axem a d trans punctū e: cōmunis itaq; sectio illius superficiei planæ & superficiei conicæ erit trigonum per 90 huius: cuius basis sit b c, quę erit diameter basis pyramidis. In hac itaq; superficie per 11 p 1 ducatur à puncto e linea perpendiculariter super axem a d, quæ producta ad conicā superficiem sit e f: & item ab eodē puncto e ducatur linea e g perpendiculariter super axē a d: cadatq; punctū g in conica pyramidis superficie: & similiter ducatur linea e h perpendiculariter super axem a d: cadatq; punctus h in conica superficie. Quia ergo linea a e super cōmunem terminum linearū e f, e g, e h orthogonaliter insistit, palàm per 5 p 11, quoniā illæ lineę sunt in una superficie: eritq; per 4 p 11 linea a e perpēdiculariter erecta super illā superficiē f g h. Et quoniā linea a d erecta est perpendiculariter super basim pyramidis per 89 huius, & per definitionē pyramidis: patet per 14 p 11, quoniā superficies f g h æquidistat basi pyramidis. Est ergo per 100 huius f g h circulus. Quòd si pūctus datus sit in superficie conica, sit ille punctus f: & ducatur à puncto f perpendicularis super axem a d, quę sit f e, per 12 p 1: educanturq; à puncto e lineæ e g & e h perpendiculares super axem a d per 11 p 1: & deinde, ut prius, compleatur demonstratio. Patet itaq; propositum: quoniā simpliciter eodem modo negotiandum est in columnis.



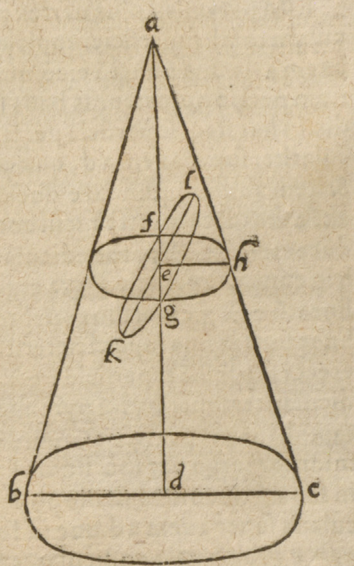
103. Omnis superficiei secantis pyramidem uel columnā rotundam trans axem non æquidistanter basibus, & superficiei curuæ communem sectionem circulum esse est impossibile. 5 theo. 1 Conicorum Apollonij. item 9 theor. Cylindricorum Sereni.

Sit pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c: & centrum basis d, & axis a d: secetq; ipsam superficies plana trans axem a d in puncto e, nō æquidistanter basi: & sit cōmunis sectio huius superficiei planæ & superficiei conicæ linea f g h k. Dico quòd hæc sectio non est possibile, ut sit circulus. Esto enim, ut circa punctum e in pyramidis conica superficie ducatur circulus per præmissam: hic itaq; æquidistabit basi per 100 huius: sitq; f g l m: & signentur lineę longitudinis pyramidis a f, a g, a l, a m. Eæ itaq; omnes erunt æquales per 89 huius, ideo quòd superficies æquidistans basi pyramidis nouā pyramidem abscindit per 100 huius. Et quoniā sectio f g h k nō æquidistat basi pyramidis, patet quòd non æqualiter distat à uertice pyramidis, qui est punctus a: sit itaq; punctus h remotior à uertice a, & cadat in linea a l producta, & punctus k sit propinquior uertici a, & cadat in linea a m. Erit itaq; linea a h maior quàm linea a l, & linea a k minor est quàm linea a m: & continuentur lineę h e, k e, f e, g e, & lineæ e l, e m. Et quoniā angulus a l e est acutus per 89 huius, erit angulus h l e obtusus per 13 p 1. Ergo per 19 p 1 latus h e trigoni h e l est maius latere e l: sed latus e l est æquale lateri e f per definitionē circuli. Linea uerò e f uenit à puncto axis ad punctū sectionis: quia est cōmunis sectio circuli & superficiei obliquè pyramidem secantis: inæquales itaq; lineę ab hoc puncto e producuntur ad peripheriā sectionis. Non est ergo sectio illa circulus per circuli definitionē. Dicemus ergo illam sectionē in pyramidibus pyramidalem, & in columnis columnalem. Est tamē illa sectio in pyramidibus in 98 huius prius dicta sectio oxygonia uel ellipsis. Et quoniam talis sectio est figuræ oblongæ, patet quòd ipsa habet diametros plurimas omnes inæquales, & per idem punctum axis secti corporis transeuntes, ipsam quoq; sectionem per æqualia diuidentes: quarum maxima est, quæ transit longitudinem sectionis, minima uerò est, quæ pertransit latitudinem: & est super maximam diametrum orthogonaliter erecta. Patet itaq; propositum.



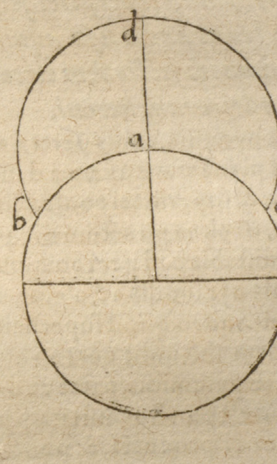
104. Omnium duarum planarum superficierū secantium pyramidem uel columnam rotundam trans idem punctum axis, si una æquidistanter basi, & alia nō æquidistanter secuerit: communis sectio est linea recta transiens pyramidem uel columnam, orthogonalis super axem. Ex quo patet, quòd siue circuli peripheria, siue sectio alia quæcunq, non in eadem superficie, quamcunq, secuerit sectionem, in duobus tantùm punctis ipsam intersecabit.

Sit, ut pyramis, cuius uertex a: & axis a d secetur secundum punctum axis e, per duas planas superficies, quarum una secet æquidistanter basi, ut f g h, alia uerò non æquidistanter, ut f g k l. Dico, quòd communis sectio istarum superficierum est linea transiens pyramidem, orthogonalis super axem, ut est linea f e g. Quòd enim illæ superficies se intersecent, patet per hoc, quòd aliquæ li-



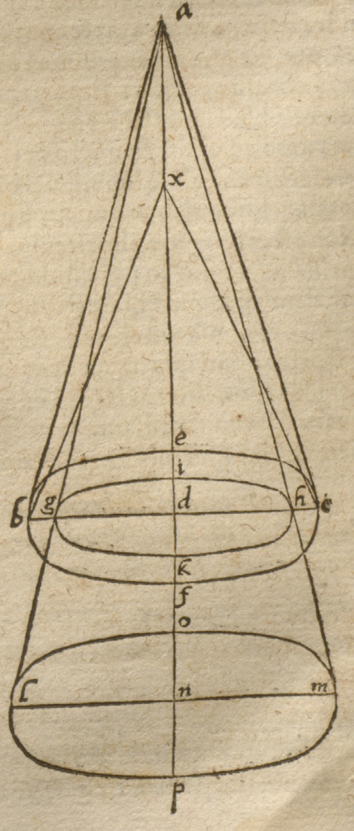
neæ in ipsis productę, ad unum communem terminum copulantur, & in illo se intersecant, ut in puncto e. Quòd enim illarum superficierum communis sectio sit linea recta, patet per 3 p 11: quòd autem illa linea (quæ est illarum linearum communis sectio) sit orthogonalis super axem pyramidis, qui est a d: patet: quoniam per 14 p 11 axis a d est ꝑpendicularis super basim pyramidis & sup superficiē f g h: quoniam illæ superficies sunt ex hypothesi æquidistantes. Ergo per definitionem lineæ super superficiem erectæ, omnis linea ducta à puncto axis e in superficie f g h est perpendicularis super axem a d. Linea uerò, quę est communis sectio istarum superficierū secantium, necessariò cadit in superficie f g h: alioquin nō esset cōmunis sectio. Palàm ergò propositum primum: quoniam communis sectio superficierum taliter, ut proponitur, pyramidem secantium, est orthogonalis super axem pyramidis. Et eodem modo demonstrando, idem patet in columnis rotundis. Ex quo patet & corollarium: quoniam communis sectio talium superficierum est linea recta. In duobus autem tantùm punctis, qui sunt termini illius lineæ, fiet intersectio illarum sectionum, quamuis in pluribus punctis hoc sit fieri possibile, cum se intersecant in eadē plana superficie. Patet ergo propositū.

105. Ex aliquo puncto basis peripheriæ columnæ rotundæ semicirculo in superficie cōuexa uel cōcaua columnari circumducto: necesse est lineam semicirculum illum per æqualia diuidentem ad superficiem basis erectam esse.



Sit, ut ex aliquo puncto peripheriæ basis colūnæ rotundę, qđ sit a, circumducatur semicirculus in superficie columnæ concaua uel conuexa, qui sit b c d, & eius centrum erit punctum a: sitq; ita, ut linea a d diuidat illum semicirculum per æqualia in puncto d. Dico, quòd linea a d est erecta super superficiem basis columnę. Quoniam enim arcus d b est æqualis arcui d c: patet, quòd angulus d a b est æqualis angulo d a c per 27 p 3. Est igitur linea a d pars unius linearū longitudinis colūnę. Est ergo erecta super basim per 92 huius. Patet ergò propositū.

106. Datæ pyramidi rotundæ pyramidem eiusdem uel diuersæ altitudinis inscribere. Ex quo patet inscriptæ angulum ad basim, angulo circumscribentis maiorē esse: & si inscripta pyramis ad aliam basim priori basi æquidistantem producatur, anguli productæ ad basim, angulis datæ pyramidis maiores erunt: & quantumcunq; anguli ad basim augmentantur, tantum anguli ad uerticem minuuntur.



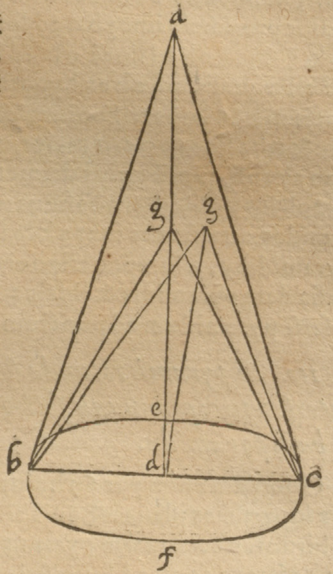
Esto exempli gratia, ut pyramis, cui alia eiusdem altitudinis debet inscribi, sit orthogonia, & sit a b, a c, a e, a f lineis suæ longitudinis signata: & axis eius sit a d: abscindatur itaq; semidiameter basis, quæ est d c, ut libuerit, & sit abscissa in puncto h: producaturq; linea a h, & habetur triāgulus a d h, cuius latera a h, d h latere a d fixo manente, reuoluantur ad locū, unde moueri incœperūt, ꝓuenietq; pyramis a g h i k, cuius axis a d. Et sic potest fieri inscriptio ad quodcūq; punctū lineæ d c. Et hoc est, qđ ꝓponebatur primū. Quod si diuersę altitudinis pyramidē ad basim cōmunē inscribere placuerit similem priori datæ: signato pūcto, ubi uolueris, in linea axis a d, uel extra: tum intra corpus pyramidis, quod sit x, producantur lineæ à puncto x ad totam peripheriam, ut x b, x c, x e, x f. Et patet propositum. Similiter erit faciendum, si quis inscribere uoluerit pyramidem ad basim minorem basi pyramidis datæ. Patet autem ex præmissis, cùm omnes anguli cuiuscunq; pyramidis ad basim sint æquales per 89 huius, quoniā ex motu anguli unius trianguli, omnes illi anguli caussantur: palàm, quòd quicquid in triangulo caussante maiorem pyramidem respectu trianguli caussantis minorem pyramidem proueniet, in omnibus similibus & æqualibus triangulis maioris pyramidis ad similes triangulos minoris prouenire necesse est. Cum ergo in triangulo d h a angulus a h d sit per 16 p 1 maior angulo a c d trianguli d c a: quoniā est extrinsecus: patet, quòd omnes anguli pyramidis a g h i k ad basim

sunt

sunt maiores omnibus angulis pyramidis a b c e f ad basim existentibus. Et eodē modo potest demonstrari in pyramide inscripta pyramidi a g h i k. Et hoc est secundum propositū. Quòd si linea longitudinis, quæ est a h, protrahatur ad punctum m, & axis a d ad punctum n, fiatq; angulus a n m rectus, & secundum eum compleatur pyramis a l m o p super axem a n: patet tertium propositū, quòd anguli productæ pyramidis, qui fiunt ad basim, erunt maiores angulis ad basim primæ datæ pyramidis: quoniam ex 29 p 1 angulus n m a æqualis est angulo d h a, & angulus d h a maior est angulo d c a: ergo angulus n m a maior est angulo d c a. Omnes ergo anguli ad basim pyramidis a l m o p angulis ad basim pyramidis a b c e f sunt maiores, quilibet scilicet suo correspondenti. Eodem autē modo demonstrari poterit, & si pyramis inscripta pyramidi a g h i k, producatur ad basim dictæ pyramidis priori basi æquidistantem: est enim idem modus. Patetq; ex prædictis ultimum propositū, scilicet, quia quantùm anguli ad basim ampliantur, tantùm anguli ad uerticem eiusdem pyramidis minuuntur: quilibet enim anguli cuiuslibet trianguli cùm sint ęquales duobus rectis per 32 p 1: angulo ergo recto in omnibus permanente, reliqui duo ualent unum rectum: quod ergo in uno illorum additur, necesse est, ut in reliquo minuatur. Et hoc est totum quod proponebatur.

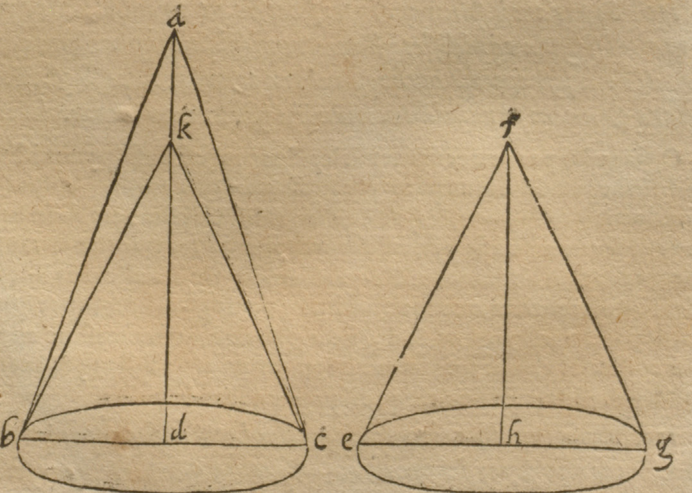
107. Si pyramis rotunda pyramidi rotundæ inscribatur sic, ut ambarum eadem basi existente diuersi sint axes: centrū axis, & uertices ambarū pyramidum in eadē linea cōsistere est necesse.

Esto pyramis data, quæ sit a b c e f: cuius basis sit circulus b c e f: & eius centum d: sitq; axis pyramidis a d: & sit exempli gratia orthogonia: inscribaturq; ei per præcedentem ad eandem basim pyramis breuioris axis taliter, quòd intra illam cōtineatur. Dico, quòd centrum circuli basis ambarum pyramidum, quod est d, & uertex datæ pyramidis, qui est a, & uertex inscriptæ pyramidis, qui sit g, omnes erunt in eadem linea a d. Et hoc quidem patet de punctis a & d. Quòd autem punctum g in eadem sit linea, probatur. Si enim non est in eadem: ergo ad aliquam partem extra illam lineam declinat: sit ergo nunc eius declinatio ad partem dextram uersus lineam a c in superficie trianguli a d c. Producatur linea g d. Quia itaq; per 89 huius omnes lineæ longitudinis eiusdem pyramidis sunt æquales: patet, quòd latera g b & g c sunt æqualia: sed & b d est æqualis ipsi c d, & axis g d cōmunis: ergo per 8 p 1 angulus g d c est æqualis angulo g d b: uterq; ergo est rectus. Sicut autem angulus a d c est rectus, sic & angulus g d c erit rectus. Ergo rectus est pars recti: hoc autem est imposibile. Patet ergo, cum ubicunq; extra lineam a d signato puncto g, semper idem accidat imposibile, quoniam punctus g necessariò erit in linea a d. Quòd est propositum. Quòd si à puncto g ad basim pyramidis productus axis dicatur nō cadere in punctum d, centrum circuli basis: sequetur aliud imposibile contra hypothesim, scilicet quòd ad eandem basim illa pyramis non sit inscripta: quod est cōtra præmissa: uel sequetur, quòd lineæ ductæ à centro ad circumferentiam non sint æquales: quod totum est imposibile. Patet ergo illud quod proponebatur.



108. Duarum pyramidum rotundarū uel lateratarum æqualium basium & inæqualium altitudinum, uerticem altioris acutioris anguli esse necesse est.

Duarum pyramidum rotundarum uel lateratarum sit a b c altior, cuius axis a d, & uertex a: & pyramis e f g, cuius uertex f, & axis f h sit bassior: sintq; ipsarum bases b c & e g æquales: & axis f h breuior axe a d. Dico, quòd angulus b a c est minor angulo e f g. Resecetur enim ab axe a d æqualis axi f h: qui sit d k: & ducātur lineæ b k & c k: erit itaq; pyramis b c k æqualis e f g: secetq; superficies plana ambas pyramides a b c & b k c per axem: eruntq; per 90 huius communes ipsarū sectiones trigoni. Sit ergo ut secetur pyramis a b c secundum trigonum b a c, & pyramis b k c secundum trigonū b k c: erit ergo angulus b k c maior angulo b a c, per 33 huius: ductisq; alijs superficiebus secantibus: erūt semper trigona istis æqualia & æquiangula. Patet ergo propositum.

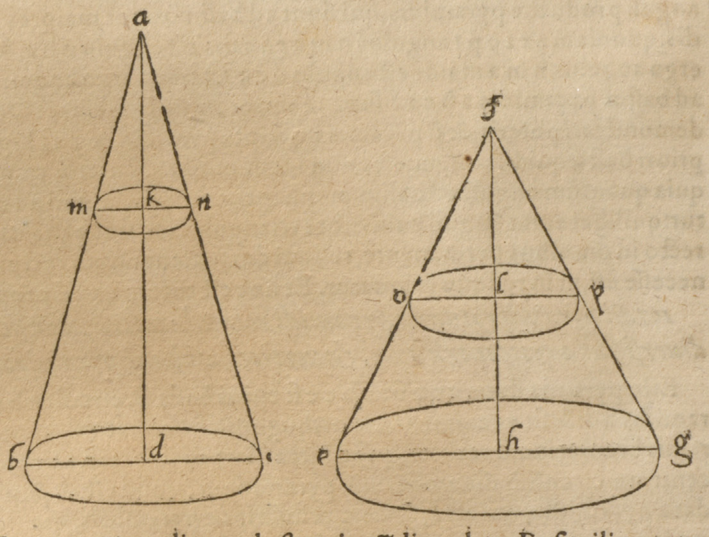


109. Si à uerticibus duarū pyramidum rotundarū uel lateratarū inæqualium altitudinū & æqualium basium, duæ pyramides æqualis inter se altitudinis abscindantur: necesse est basim py

 ramidis

ramidis abscissæ ab altiori, basi alterius abscissæ minorem esse.

Duarum pyramidū rotundarum ambarū, uel lateratarū ambarum, æqualiū basium, sit altior a b c, cuius axis sit a d, & uertex a: & bassior pyramis sit e f g, cuius axis sit f h, & uertex f: abscindatur q; ab axe a d linea a k æqualis lineę f l abscissæ ab axe f h. Secetur itaq; pyramis altior per superficiē planā per axem: eritq; per 90 huius sectio cōmunis trigonus, qui sit a b c. Et similiter secetur altera pyramis per axem: & sit sectio trigonus e f g: & à puncto k ducatur linea k m æquidistanter basi b d. Et similiter à puncto l ducatur linea l o æquidistanter basi e h per 31 p 1: eritq; per 29 p 1 & 4 p 6 proportio lineæ b d ad lineam k m, sicut lineæ d a ad lineā a k: & proportio lineæ e h ad lineam o l, sicut lineę h f ad lineam f l: est aūt linea a k ęqualis lineę f l, & linea d a maior quàm linea f h ex hypothesi. Ergo per 8 p 5 maior est ꝓportio lineę d a ad lineā a k, q̄ sit linea h f ad lineā f l: est ergo maior proportio lineę b d ad lineam m k, q̄ lineæ e h ad lineā o l: sed linea



b d est æqualis ipsi e h ex hypothesi. Ergo per 10 p 5 linea o l est maior q̄ linea k m. Et similiter producta m k ad latus trigoni a c, & linea o l ad latus trigoni f g, sequetur lineā l p esse maiorē, q̄ sit linea k n: & tota linea o p erit maior, quàm linea m n. Circūducatur itaq; per 102 huius pyramidibus datis duo circuli, quorū unius diameter sit m n, & alterius o p: eritq; circulus o p maior circulo m n. Et q̄ circuli illi æquidistant basibus pyramidium, patet per 100 huius, quoniā à uerticibus abscindunt pyramides, quarū axes sunt a k & f l, quę ex prēmissis sunt æquales. Idemq; penitus accidit in lateratis pyramidibus assumptis trigonis, & ductis lineis æquidistantibus basibus trigoni, hoc est lateribus basis datę pyramidis & lineis ad axes æquidistātibus, q busdā lineis ꝓductis à terminis laterū basiū ipsarū pyramidum ad punctum terminantē axem super basim. Patet ergo propositū per 99 huius.

110. *Si pyramis rotunda sphæram intersecet, nec eius conica superficies à superficie sphæræ intersecetur: communis sectio superficierum sphæræ & pyramidis erit circumferentia circuli basis pyramidis.*

Quoniam enim per 69 huius superficies plana secundum circulum secat sphærā, basisq; pyramidis superficies plana est, quia circulus: palàm, quòd illa basis sphæram secundum circulum intersecabit: intersecat autem pyramis sphæræ superficiem secundum totam suam basim: quia superficies eius couexa conica à superficie sphæræ non intersecatur, ut patet per hypothesim. Patet itaq;, quòd communis sectio superficierum dictarum erit circumferentia circuli basis pyramidis, superficiesq; illa circumferentia contenta (quæ est circulus, qui est basis pyramidis) erit superficies communis: quamuis aliās corpusculum (quod est pars sphæræ) resectum à sphæra per illam superficiem, sit corpus utriq; dictorum corporum commune.

111. *Si pyramis sphæram intersecet sic, ut circulus basis pyramidis in sphæræ superficie circulo maiori sphæræ æquidistet: diametrum sphæræ super illum circulum maiorem erectā, centrum circuli basis pyramidis orthogonaliter transire necesse est. Ex quo manifestum est, diametrum sphæræ & axem pyramidis coniuncta esse lineam unam.*

Quia enim per præcedentem circulus (qui est basis pyramidis) communis est sphæræ, sicut pyramidi: tunc per 68 huius patet propositum. Quia enim circulus (qui est basis pyramidis) æquidistat circulo magno sphæræ, & ij circuli æquidistātes sunt ambo in superficie sphærę: erit diameter sphæræ centrū circuli basis pyramidis orthogonaliter transiens: transit enim orthogonaliter centra amborum illorum circulorum. Et quoniam à termino alicuius lineæ ductæ à centro communis circuli ad circumferentiam, exeunt duæ lineæ orthogonaliter super ipsam insistentes, scilicet axis pyramidis, ut patet per 89 huius, & diameter sphæræ, ut præmissum est: patet ex 14 p 1, quoniam illę duæ lineæ coniunctæ, sunt linea una. Diametrum ergo sphærę & axem pyramidis coniuncta esse lineam unam necesse est. Et hoc est quod proponebatur.

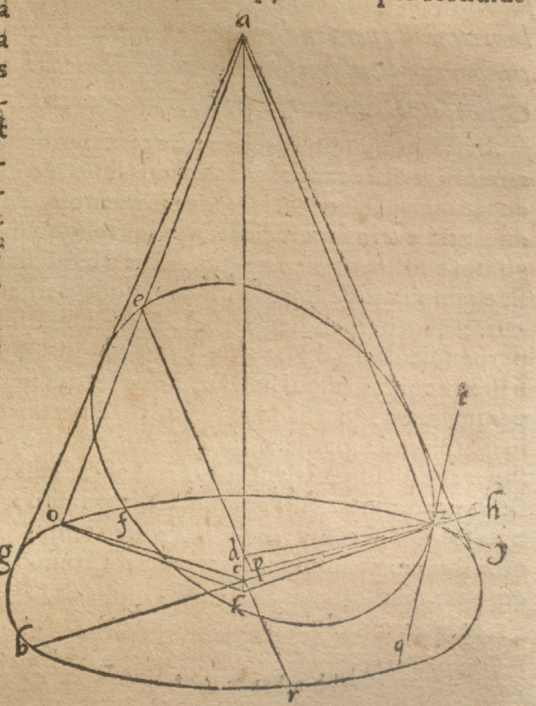
112. *Omnium linearum perpendicularium super peripheriam oxygoniæ sectionis productarum trans eius superficiem, unica est perpendicularis super secti corporis axem: & ipsa est minima diametrorum sectionis.*

Sicut enim patet per 104 huius, communis sectio superficiei ipsius sectionis oxygoniæ & circuli secundum idem punctum axem secantium, est linea orthogonalis super axem secti corporis: in alijs autem

autem omnibus punctis sectionis perpendiculares super sectioné productæ, obliquè incidunt axi: quoniam si aliqua ipsarum ipsi axi perpẽdiculariter inciderit: tunc per 4 p 11 axis super superficiem sectionis perpendicularis erit: quod est contra naturam sectionis. Patet ergo propositum.

113. In sectione pyramidali transeunte punctum datum superficiei pyramidis rotundæ, à puncto dato perpendicularem in superficie sectionis ductam super superficiem pyramidis, cum perpendiculari ducta à puncto eiusdem sectionis remotiore à uertice pyramidis super lineam in illo puncto sectionem contingentem, sub axe pyramidis concurrere est necesse: dum tamen linea ducta à puncto inferiori cum perpendiculari ducta à puncto superiori super axem pyramidis, angulum contineat acutum. Alhazen 30 n 6.

Esto pyramis, cuius uertex sit a, & eius axis sit a c k: sitq; in superficie conica huius pyramidis signatus punctus e, quem pertranseat sectio pyramidalis, quæ sit e f z, in qua etiam sit punctus z remotior à puncto a uertice pyramidis, quã sit punctus e: contineatq; linea ducta à puncto z ad axem cum perpẽdiculari ducta à puncto e angulum acutum. Dico, quòd si ducatur à puncto z linea perpendicularis super lineam in illo puncto z ipsam sectionem oxygoniam contingentem: & alia perpendicularis super superficiem contingentem pyramidem in puncto e ducatur à puncto e, quòd illæ duæ perpendiculares concurrent sub axe a c k. Sit enim, ut superficies plana secet pyramidem super punctum z æquidistanter basi: & hæc quidem per 100 huius secabit eam secũdum circulum: sit ille circulus g b r z, cuius cẽtrum sit c: communisq; sectio huius circuli & sectionis oxygoniæ sit diameter ut chorda circuli, qui est g b r z per 104 huius: & à pũcto uerticis pyramidis per 101 huius ducantur per signata in superficie pyramidis puncta e & z lineæ longitudinis pyramidis, quæ sint lineæ a z & a e: & producatur linea a e, donec ipsa sit æqualis lineæ a z. Veniet quidem ad circulum, eò quòd est linea longitudinis, & quia punctus e propinquior est uertici pyramidis, quàm sit punctus z. Cadat ergo linea a e producta in punctum circuli o: & à pũcto dato (qui est e) ducatur linea perpẽdicularis super superficiem contingentem pyramidem: hæc quidẽ per 96 huius concurret cum axe pyramidis, qui est a c k. Concurrat ergo in puncto d: & sit illa perpendicularis e d: copuletur quoq; linea z d, cõtinens angulum acutum cum perpẽdiculari e d, qui sit angulus z d e. Et quoniam linea d z est in superficie sectionis per 1 p 11, sicut & puncta d & z: tunc à puncto o lineæ longitudinis a e o ducatur perpẽdicularis super lineam a o per 11 p 1, & ducatur à cẽtro circuli g b r z, quod est c, semidiameter c o. Quia ergo per 89 huius angulus c o a est acutus, patet, quòd perpendicularis super lineam a o ducta à puncto o, cadet sub cẽtro circuli, quod est c, in aliud punctum axis. Sit ergo ut cõcurrat cum axe in puncto k: & erit o k ęquidistans lineæ e d per 6 p 11: & ducatur linea k z: & ducatur linea cõtingens sectionem in puncto z, quę sit t q: & ducatur

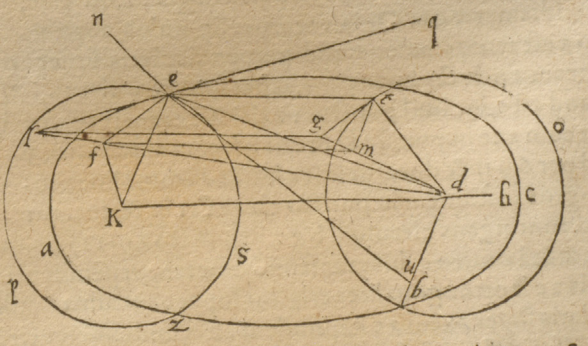


alia contingens circulum b g z in puncto z per 17 p 3, quæ sit z y: & ducatur diameter circuli, quę sit b c z: & à centro c ducatur semidiameter perpendicularis super diametrum b c z, quæ sit c r. Et quia axis a c k orthogonaliter erigitur super centrum circuli b g z per 89 huius, erit linea c r perpendicularis super axem a c k, quoniam est semidiameter circuli. Ergo per 4 p 11 linea c r est perpendicularis super superficiem a c z secantem pyramidem per axem: sed & linea c r est æquidistans lineæ contingenti circulum in puncto z, quæ est y z, per 28 p 1. Ergo per 8 p 11 linea z y est perpendicularis super superficiem a c z. Linea ergo t q contingens sectionem oxygoniam e f z in puncto z, continet angulum acutum cum linea y z. Et quia linea t q continet angulum acutũ cum y z: patet, quòd linea t q non est perpẽdicularis super illam superficiẽ a c z. Verùm, quia punctus k (qui est punctus axis) ut patet per 89 huius & per definitionẽ poli factã in principio, est polus ad circulũ b r z: palàm per 65 huius, quia lineæ k o & k z sunt æquales, & axis a k cõmunis: sed & linea a o est æqualis lineæ a z per 89 huius, cũ sint lineæ longitudinis, ut patet per præmissa. Ergo per 8 p 1 trianguli a o k & a z k sunt ęquianguli: erit ergo angulus a o k ęqualis angulo a z k. Et quoniã angul9 a o k est rectus, ideo quòd linea o k ducta est perpẽdiculariter super lineã a o, ut patet p præmissa: erit ergo etiã angulus a z k rectus. Cum ergo linea k z sit perpẽdicularis sup lineã a z, quæ est linea lõgitudinis pyramidis: palàm, quia linea k z erit perpẽdicularis super superficiẽ contingentem pyramidẽ secundum lineã a z lineã longitudinis: sed linea t q est in superficie illa contingẽte, quia est cõmunis sectio superficiei contingẽtis & superficiei sectionis e f z, quoniã est in superficie contingente pyramidẽ, ducta contingens sectionem. Est igitur linea k z perpendicularis super lineam t q per definitionem lineæ su-

per superficiem erectæ. Ducatur quoq; à puncto z in ipsa superficie sectionis per 11 p 1 perpendicularis super lineam t q, quæ sit linea z h. Cum itaq; linea k z sit extra superficiem sectionis cócurrens cum linea h z in puncto z: palàm, quòd ipsa secabit lineam h z, nec erit una linea cum illa per 1 p 11. Sunt itaq; lineæ k z & h z in una superficie per 2 p 11. Superficies ergo k z h secat superficiem sectionis super lineam eis ambabus communem, quæ est h z, per 19 huius: & secat lineam t q in puncto z: & superficies h z k secat superficiem d z h super lineam communem ambabus illis superficiebus, quæ est linea h z p. Verùm linea d z est in superficie sectionis, ut suprà patuit, & secatur à linea k z in puncto z: & punctus t est supra superficiē k z h, & punctus q infra illam: & ita superficies k z h secat superficiem d z q super lineam communem, quæ est perpendicularis super lineam t q: & est linea z h: quia linea illa est in superficie h z k, & super eam est perpendicularis linea t q, ut patet ex præmissis. Et quoniam superficies h z k secat superficiem d z q, & declinatio superficiei h z k à superficie sectionis, cuius pars est superficies d z q, fit ex parte semidiametri z c: erit linea, quæ est cómunis sectio illarum superficierum (& est linea h z p) cadens inter lineas q z & d z. Et ita linea z h, quæ est à puncto z ducta perpendiculariter super lineam sectionem oxygoniam e f z in illo puncto contingentem, concurret cum perpendiculari e d sub axe a c k. Quoniam perpendicularis e d secat axem pyramidis, quæ est a c k in puncto d. Quòd autem concurrant, patet per 14 huius. Producatur enim linea h z ultra punctum z intra sectionem in punctum p. Quia ergò angulus z d e est acutus, & angulus d z p acutus: palàm, quoniam concurrent lineæ z h & e d sub puucto d: & fit concursus punctum p. Patet ergo propositum.

114. Ab altero duorum punctorum in sectione columnari signatorum ducta perpēdiculari super axem columnæ in ipsa superficie sectionis, & à reliquo puncto ducta linea acutum angulum cum illa perpendiculari super axem columnæ continente: si ab eodem puncto reliquo ducatur perpendicularis super ipsam sectionem: hæc concurret cum priori perpendiculari sub axe, & sub puncto concursus prioris lineæ cum perpendiculari. Alhazen 24 n 6.

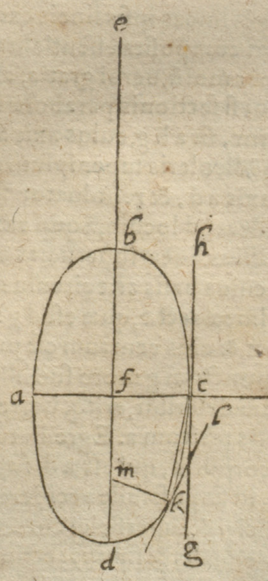
Sit sectio columnaris, quæ a b c e: in qua signati sint duo puncti, qui sint b & e: sitq; columnæ, in cuius superficie cadit illa sectio, axis linea h d k: & ab altero signatorum punctorum, ut à puncto b, ducatur in ipsa superficie sectionis linea b d, perpendiculariter super axem incidens puncto d: & ducatur item in superficie sectionis à reliquo datorum punctorum, quod est e, linea e d acutum angulum continens cū perpendiculari d b, qui sit e d b: sitq; linea cótingens sectionē in puncto e, quæ sit exempli caussa, linea l e q. Dico, quòd perpendicularis à puncto e ducta super lineam l e q, concurret cum perpendiculari b d sub axe h k, & sub puncto d, qui est punctus cócursus lineæ e d cum perpendiculari b d. Fiat enim per 102 huius super punctū sectionis, quod est b, circulus æquidistans basibus columnæ, qui sit b t o, cuius centrū sit d: & ducatur à puncto e linea longitudinis columnæ per 101 huius, quæ sit e t: & à puncto d per 11 p 1 ducatur linea d g perpendicularis super lineam b d in ipsa circuli superficie. Palàm ergo, quòd superficies h d g cum per axem transeat (qui erectus est super circuli superficiem) perpendicularis est super eandem circuli superficiem per 18 p 11. Superficies uerò contingens columnam in puncto b, erit æquidistās superficiei h d g. Ideo enim, quia linea lōgitudinis columnæ ducta à puncto b est æquidistās axi h k per 92 huius, & 28 p 1, & linea circulum b t o contingens super punctū b, est æquidistans lineæ d g per 28 p 1: angulus enim g d b est rectus ex pręmissis, & angulus contentus sub linea d b, & sub linea contingente in puncto b est rectus per 18 p 3. Ergo illæ superficies æquidistant per 15 p 11. Igitur superficies, in qua sunt lineæ l e & e t non est æquidistans superficiei b d g per 24 huius: quoniam superficies contingēs sectionem oxygoniam in puncto b, non est æquidistans superficiei contingenti eandem sectionem in puncto e, in qua sunt lineæ, l e q contingens sectionem, & linea longitudinis, quæ est e t: angulus enim e d b est acutus ex hypothesi. Superficies ergo b d g non æquidistat superficiei l e t. Ergo concurret cum illa. Concurrat ergo in linea l g per 3 p 11: & ducatur linea g t: quæ necessariò erit contingens circulum b t o, cuius superficies, in qua ipsa ducitur, columnam fit contingens. Ducta autem linea t d, erit angulus g t d rectus per 18 p 3: quoniam linea t d est semidiameter circuli, & linea g t contingit circulum in puncto t. Fiat quoq;, ut prius, super e punctum sectionis circulus æquidistans basibus columnæ, qui sit e s z p, & cētrum huius circuli sit punctus axis, qui k: & ducatur linea k e: & ducatur etiam linea d l: quæ quidem secabit superficiem e s p: secet ergo illā in puncto f. Quia itaq; punctū d est in superficie sectionis, ut patet ex præmissis & ex hypothesi, & punctū l, quod est punctū lineæ contingētis sectionem, est in eadē superficie sectionis: ergo per 1 p 11 tota linea d l est in superficie sectionis. Punctū ergo f est in superficie sectionis & circuli e s z p: sed & punctum e est in eisdem ambabus superficiebus: ergo per 1 p 11 linea e f producta erit in ambabus illis superficiebus. Ergo per 19 huius secundum lineam e f secant se superficies sectionis & circuli e s z p. Ducatur itaq; linea k f: & à puncto f ducatur linea perpendicularis



super

ſuper ſuperficiem circuli b t o per 11 p 11, quæ ſit f m: cadetq́; punctus m in linea d g, ut patet ex præmiſsis: & ducatur linea t m. Palàm ergo, quoniam linea k d æqualis & æquidiſtans eſt lineæ f m per 25 huius. Sunt enim lineæ k d & f m ambæ perpendiculares ſuper ſuperficiem circuli b t o & ſuper ſuperficiem circuli e s z p: quoniam illi circuli æquidiſtant per 24 huius: utraq́; enim ipſarum æquidiſtat ambabus baſibus columnæ per 100 huius. Quia itaq́; linea f m eſt æqualis & æquidiſtans lineæ d k, quæ eſt pars axis: ergo per 33 p 1 linea k f æqualis & æquidiſtans eſt lineæ d m. Et ſimiliter erit linea f m æqualis & æquidiſtans lineæ longitudinis, quæ eſt e t per 30 p 1: quoniam linea e t eſt æqualis & æquidiſtans axi k d per 92 huius, cũ ſit linea longitudinis: & erit, ut prius, linea k e æqualis & æquidiſtans lineæ d t, & linea e f æqualis & æquidiſtans lineæ t m per eandem 33 p 1. Verùm etiam ſuperficies k d l (quia tranſit axem columnę, & angulus g d b eſt rectus) eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem ſectionis oxygoniæ a e c b, per definitionem ſuperficiei erectę ſuper ſuperficiem: & eadem ſuperficies k d l eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem circuli e s p. Quoniam enim illa ſuperficies k d l trãſiens per axem, per 18 p 11 erecta eſt ſuper baſes columnæ: ergo & ſuper ſuperficiem circuli e s p æquidiſtantem baſibus columnæ, erecta eſt eadem ſuperficies k d l. Quia itaq́; dicta ſuperficies k d l eſt erecta ſuper ſuperficiem ſectionis oxygoniæ & circuli e s p: ergo per 19 p 11 eſt ipſa orthogonalis ſuper lineam communem dictæ ſectioni & circulo, quæ eſt linea e f. Et quia linea e f eſt erecta ſuper ſuperficiem k d l, in qua ducta eſt linea k f: igitur per definitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, angulus e f k eſt rectus: ergo angulus t m d eſt rectus per 10 p 11: latera enim illos angulos continẽtia in æquidiſtantibus circulorum ſuperficiebus protracta, æqualia ſunt & æquidiſtantia, ut patet ex præmiſsis. Cum ergo angulus d m t ſit rectus, & angulus g d t ſit rectus per 18 p 3: in trigono ergo orthogonio d t g ducta eſt ab angulo ad baſim perpendicularis, quæ t m: ergo per 8 & 17 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ d m in lineam g m eſt æquale quadrato lineæ m t. Et quoniam linea g t contingit circulum b t o, cum ſit in ſuperficie contingente ducta ad punctum contingẽtiæ, quod eſt t: palàm, quoniam linea l g eſt æquidiſtans axi k d. Quoniam enim ſuperficies ſecũdum lineam longitudinis columnam contingẽs, quæ eſt l e t g, & ſuperficies ſecans columnã trans axem, quæ eſt h d g l, ſunt erectæ ſuper baſium columnæ ſuperficies per 92 huius, & per 18 p 11. Ergo per 19 p 11 earum communis ſectio, quæ eſt in propoſito, linea l g, ſuper eaſdem ſuperficies baſium perpendicularis erit. Aequidiſtabit ergo axi h k per 6 p 11: ergo etiam æquidiſtat lineæ f m per 30 p 1. Quia ergo in trigono l d g linea f m æquidiſtat baſi l g, patet per 2 p 6, quòd linea f m ſecat illa latera proportionaliter: eſt ergo proportio lineæ d f ad lineam f l, ſicut lineæ d m ad lineam m g: ergo permutatim per 16 p 5 erit proportio lineæ d f ad lineã d m, ſicut lineæ f l ad lineam m g: ſed linea d f maior eſt quàm linea d m per 19 p 1, quoniam in trigono f d m angulus f d m eſt rectus per 8 p 11: ergo & linea f l eſt maior quàm linea m g. Ergo illud, quod fit ex ductu lineæ f d in lineam f l, maius eſt illo, quod fit ex ductu lineæ d m in lineã m g. Ergo & quadrato lineæ t m: ſed linea t m eſt æqualis lineæ e f, ut patet ex præmiſsis. Ergo illud, quod fit ex ductu lineæ d f in lineam f l maius eſt quadrato lineæ e f. Eſt ergo in trigono d e l angulus l e d maior recto per 30 huius: quia ſi eſſet rectus, cum linea e f ſit perpendicularis ſuper lineã d l: eſſet per 8 & 17 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ d f in lineam f l æquale quadrato lineæ e f. Reſtat ergo ut linea perpendicularis ſuper lineam contingẽtem ſectionem a e c b (quæ eſt q l, ducta à puncto e) cadat ſub linea e d, nõ perueniens in punctum d. Sit ergo illa perpendicularis linea e u. Et quia angulus e d b eſt acutus, & angulus d e u eſt acutus: quoniam angulus u e q eſt rectus. Ergo per 14 huius lineæ e u & d b productæ concurrent in puncto aliquo ſub axe h k, & ſub concurſu lineæ e d cum linea d b: quod eſt euidens. Patet ergo propoſitum: perpendicularis enim ſuper lineam ſectionem contingentem, eſt perpendicularis ſuper ipſam ſectionem columnarem per 5 definitionẽ factam in principio huius libri.

115. *Omnis recta perpẽdicularis ſuper oxygoniam ſectionem, producta taliter diuidet ſectionem, ut in unaquaq; illarum partium unicus tantùm ſit punctus, à quo ducta contingens æquidiſtet ipſi perpendiculari.*



Eſto ſectio oxygonia, quę a b c d: quã perpẽdicularis e b d ſecet in duas partes, quæ ſint b c d & b a d. Dico quòd in unaquaq́; illarum partium eſt unicus tantùm punctus, à quo ducta contingens æquidiſtat perpendiculari e b d. Quoniam enim perpẽdicularis e b d diuidit ſectionem, diuidatur eius pars b d cadens intra ſectionem per æqualia per 10 p 1 in puncto f: & ab illo pũcto f erigatur per 11 p 1 perpendicularis ſuper lineam b d: quę producta ad peripheriam ſectionis in punctum c, ſit f c: & à puncto c ducatur perpendicularis ſuper lineam f c, quæ ſit g c h: eritq́; linea g c h contingens ſectionem: quoniam ad utranq; partẽ producta non ſecabit illam. Palàm itaq;, quoniam linea g c h æquidiſtat perpendiculari ſuper ſectionem, quæ eſt e b d per 28 p 1. Quòd ſi ab alio aliquo puncto partis ſectionis, quæ b c d, ut à puncto k, producatur linea contingens ſectionem, quæ ſit k l: patet, quoniam illa concurret cum linea g c h per 14 huius: quia ducta linea recta c k à puncto contactus c ad illum alium punctum k: fient anguli c k l & k c g minores duobus rectis, ideò quòd angulus f c g eſt rectus, & linea k l cũ aliqua linea ſecante lineam b d, con-

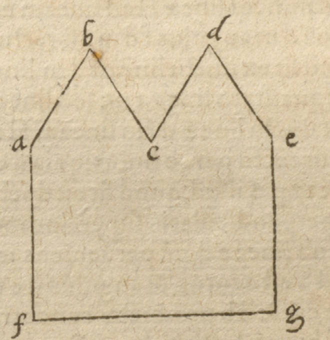
b d, continet angulum rectum, ut fortè cum linea k m. Quia itaq; anguli c k l & k c g sunt minores duobus rectis: concurret linea k l cum perpendiculari h c g per 14 huius. Ergo per 2 huius illa linea contingens, quę k l, concurret cum perpendiculari e b d. Similiter quoq; in parte sectionis, quæ est b a d, facta deductione, patet propositum.

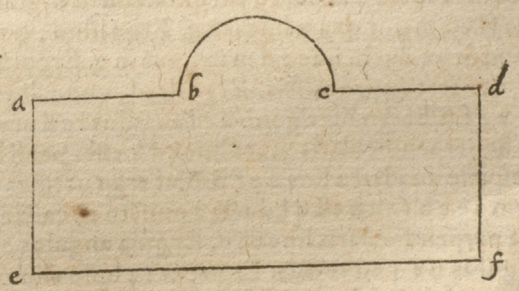
116. Omnes oxygoniæ pyramidales sectiones ampliantur ex parte basis pyramidis: quod nō accidit in columnis.

Hoc quod proponitur, accidit propter corporis pyramidalis acuitatē, & propter columnarum æqualitatem. Si enim secundum punctum axis pyramidis, cui incidit linea perpendicularis super sectionem pyramidalem, circumducatur pyramidi circulus per 102 huius, & imaginetur columna, cuius basis sit ille circulus: patet, quòd inferior pars pyramidis excedit illam columnam, & columna excedit superiorem partem pyramidis: & sic inferior pars sectionis pyramidalis continebit inferiorem partem sectionis columnaris, & superior pars sectionis columnaris cōtinebit superiorem sectionis partem pyramidalis. Partes autem sectionis columnaris sunt æquales propter æqualitatem corporis & angulorum super axem per 92 huius. Patet ergo propositum.

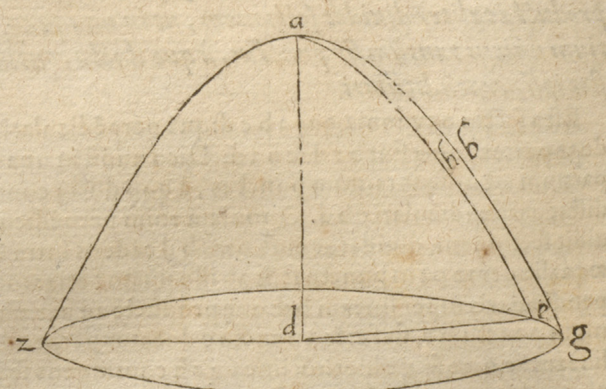
117. Omnis superficiei planæ super axem fixum reuolutæ, donec ad locū, unde exiuit, redeat, linea mota describit superficiem corporis sibi similem, cuius superficiei corporis & superficiei planæ ipsum corpus per axem secantis, communis sectio est linea similis motæ lineæ illam superficiem caussanti.

Quod hic proponitur, patet satis euidenter in lineis rectis motis: quælibet enim illarum linearum circa axem aliquem mota describit superficiem, cuius omnes lineæ sunt similes ipsi lineæ motæ caussanti motu suo illam superficiem. Hoc enim patet in superficie rectangula, quæ uno latere fixo suo & alijs tribus motis describit columnam rotundā, cuius superficiei & superficiei planę columnam per axem secantis, communis sectio est linea similis lineæ priori motæ. Et hoc idem patet in triangulo moto, qui motu suorum duorum laterum, fixo tertio, efficit pyramidem rotundam: &, ut patet per 90 huius, omnis superficiei planæ secantis ipsam pyramidem per axem & superficiei conicæ pyramidis, communis sectio est triangulus continens lineas similes prioribus lineis motis & axi. Hoc idem etiā in semicirculo moto, cuius diametro fixa describitur sphæra, & omnis superficiei planæ secantis sphæram per axem, qui est diameter, & superficiei sphæricæ communis sectio est circulus, ut patent hæc omnia ex principijs lib. II. Quòd si linea mota circa axem fixum (qui sit f g) fuerit composita ex lineis rectis, ut ex a b & b c & c d & d e, continētibus angulos a b c, b c d, c d e: uel si linea mota fuerit composita ex lineis rectis & curuis actu, ut si a b & c d sint rectę, quarū media b c utrāq; rectarum illarū copulans, sit curua, fiatq; motus circa axē fixum, qui e f, fiet adhuc superficies corporis descripti similes habēs lineas ipsis lineis caussantibus illam rotundam superficiem motu suo.





Quòd si linea mota fuerit composita essentialiter ex natura linearum rectarū & curuarum, ut sunt multæ lineæ, quæ fiunt per motū, uerbi grātia, aliqua sectio conica, ut si sectionis parabolæ medietas, quæ mouetur, sit a b g, cuius axis a d, & sit linea g d perpēdicularis super ipsum axem a d, figaturq; axis a d, & reuoluatur sectio a b g, donec redeat ad locum, à quo exiuit: tūc fiet ex motu illius lineæ superficies cōcaua uel conuexa, cuius basis erit circulus proueniens ex motu lineæ rectæ, quæ est d g: sitq; ille circulus g e z, & eius centrum est punctum d: quoniam punctum g motu suo illius circuli peripheriam describit, eritq; uertex illius caussati corporis pūctum a. Egrediatur quoq; ex axe illius corporis, qui est a d, superficies plana, utcūq; id sit possibile accidere, & secet illius corporis superficiē. Palàm itaq; per 3 p II, quoniā illius superficiei & superficiei corporis cōmunis est linea, quę sit a h e. Dico, quòd linea a h e est sectio parabola ęqualis & similis sectioni a b g. Ducatur enim linea d e, & imaginetur moueri sectio a b g circa axē a d. Cum ergo punctū g puenit ad punctū e, cooperit tota supficies a b g d totā superficiē a h e d, & fiēt supficies una. Et quoniā sectio a b g d facit euenire supficiē concauā uel cōuexam: palàm, quoniam

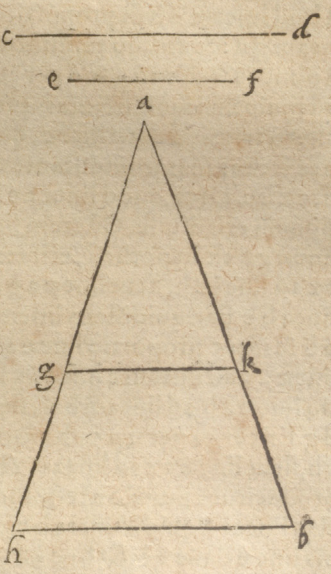


quoniam linea a b g d semper, ubicunq; reuoluatur sectio, est cōmunis differētia inter superficiem sibi continuam & inter superficiem planam secantem. Cum itaq; superponitur sectio a b g d sectioni a h e d, erit communis sectio inter superficiem secantem & superficiem corporis linea a b g d: sed & eadem cōmunis sectio est linea a h e d. Linea ergo a b g d & linea a h e d sibi adinuicem superpositæ sunt linea una. Linea ergo a h e est peripheria sectionis parabolæ æqualis & similis lineæ a b g. Superficies ergo a h e d est sectio parabola. Et idē patet in omnibus lineis illius corporis, quę sunt communes sectiones superficiei planæ secātis corpus per axem a d, & omnis superficiei illius corporis. Patet ergo propositum in illis sectionibus conicis quibuscunq;. Patet etiam eodē modo propositum de quacunq; linea regulari uel irregulari. Et hoc est propositum principale.

118. Omnis superficies conuexa uel concaua regularis, aut est pars superficiei sphæræ: aut columnæ: aut pyramidis rotundæ.

Omnis enim linea regularis, quę uniformis est in qualibet sui parte, aut est circulus: aut linea recta. Circulus uerò motu suo facit sphæram: quoniam sphæra est transitus circumferentiæ dimidij circuli, ut patet ex principio 11. Linea uerò recta una motu suo non potest caussare nisi pyramidem, cum est latus trigoni, uel columnam, cum est latus quadranguli: quoniam in omnibus alijs figuris motis, uno latere remanente fixo, est angulus caussans diuersitatem formæ in superficie figuræ productæ. Non ergo efficit conuexam superficiem uel concauam regularem. Patet ergo, quòd omnis superficies conuexa uel concaua regularis est talis, ut proponitur.

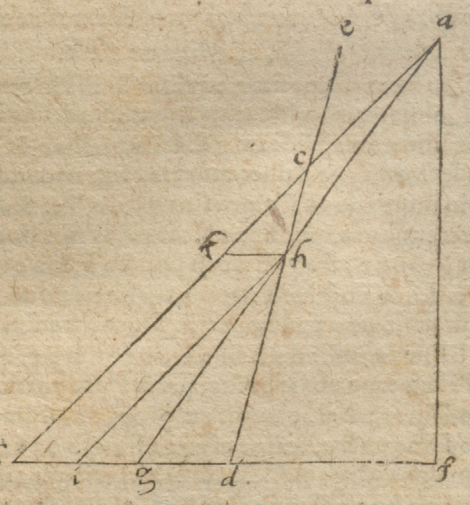
119. Lineā datam secundū quamlibet proportionē duarum datarū diuidere. 10 p 6 element.



Sit linea a b data, quæ debeat diuidi secundū proportionem duarum datarum linearum c d & e f. A puncto itaq; a datæ lineæ a b ducatur linea indefinitè angulariter coniuncta cum linea a b: & à puncto a incipiendo abscindatur æqualis lineæ c d per 3 p 1, quę sit a g, & à puncto g incipiendo abscindatur linea g h æqualis lineæ e f: & ducatur linea b h: & à puncto g ducatur linea æquidistanter lineæ b h per 31 p 1: hęc itaq; producta secabit lineam a b per 2 huius: secet ergo in puncto k. Linea itaq; a b indiuisa proposita erit diuisa secundum modū diuisionis lineæ a h diuisæ: erit enim per 2 p 6 proportio lineæ a k ad lineam k b, sicut lineæ a g ad lineam g h. Ergo sicut lineæ c d ad lineam e f per 7 p 5. Et hoc est propositum.

120. Ducta à puncto dato linea, aliam lineam secūdum datam proportionem partium illarum linearum secāte: ab eodem puncto inter easdem rectas, quæ prius diuisam ab eisdem terminis seruata denominatione proportionis, secundum eandem proportionem secet, aliam lineam duci est impossibile.

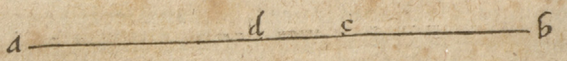
Verbi gratia: sit, ut linea a b ducta à dato puncto a, secet lineam d e in puncto c secundum aliquam datam proportionem. Dico, quòd à puncto a non potest duci alia linea ad lineam d c, quę ipsam secet secundum eandem datam proportionem, ita, ut denominatio proportionis, seruetur ab eisdem terminis lineæ d e. Si enim à puncto a lineam aliam duci taliter sit posibile, fiat super punctum d terminum lineæ e d per 23 p 1 angulus maior recto uersus punctum b terminum lineæ a b: & producatur linea b d, fiatq; angulus c d b obtusus: & producatur linea d b in continuum uersus punctum at & à puncto a ducatur linea perpendicularis super lineam d b, quæ sit a f: & ducatur linea a g secans lineā e d in puncto h secundū proportionem prius datam, quę est lineæ d c ad lineā c e: & ducatur linea h i æquidistans lineæ c b per 31 p 1. Erit itaque linea h i maior quā linea h g per 19 p 1. Angulus enim i g h est maior recto b f a per 16 p 1: angulus uerò b f a rectus est maior angulo f b a per 32 p 1: sed angulus g i h est per 29 p 1 æqualis angulo f b a: angulus ergo i g h est maior angulo g i h. Ergo per 19 p 1 linea i h est maior quàm linea h g. Et ducatur à puncto h linea h k æquidistans lineæ d b: erit ergo per 34 p 1 linea b k æqualis lineæ i h: sed linea b c est maior quàm linea k b: ergo linea c b est maior quàm linea h i: ergo c b est maior quā linea h g: sed & linea h e maior est quā linea c e, quoniā totū maius est sua parte: erit ergo per 9 huius maior proportio lineæ b c ad lineam c e, quàm lineę g h ad lineā h e. Non est ergo eadē proportio: quod est contra hypothesim: aut sequetur lineam e c esse maiorem quàm sit linea e h per 14 p 5: quod totū est impossibile. Faciliter uerò idē patet in linea d e, cū linea d h sit minor quā linea d c, & h e sit maior quā c e: per 9 ergo huius cōcludatur, ut prius. Nō est ergo possibile à puncto a duci aliā lineā secantē lineā d e secundū datā proportionē. Quod est ppositū.



121. Lineam

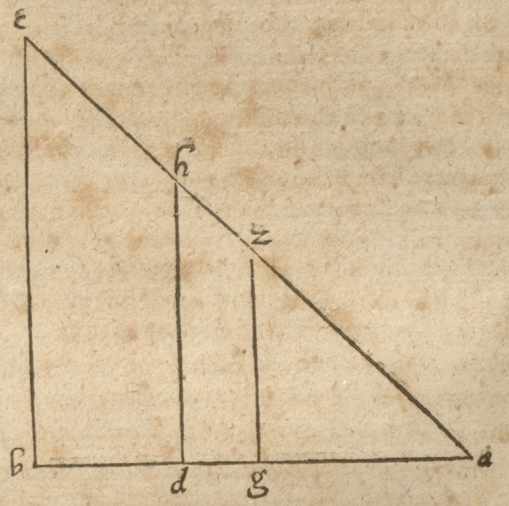
121. Lineam datam in duobus punctis taliter secare, ut sui totius proportio ad unã suarum extremarum partium sit similis proportioni alterius extremæ partis ad eam partẽ, quæ utrasq; interiacet sectiones. E 10 p 6 element.

Esto data linea a b, quam secundum modum propositum debemus diuidere. Diuidatur itaq; secundum proportionem, quam libuerit: & sit diuisa in puncto c: & sit pars eius a c maior quàm pars eius c b. Quia itaq; propositæ sunt nobis tres lineæ a b, a c, c b: diuidatur ergo per 119 huius linea a c secundum portionem lineæ a b ad lineam c b: fiatq; diuisio in puncto d ita, ut sit proportio lineæ a d ad lineam d c, sicut lineæ totius a b ad lineã c b. Palàm ergo, quòd linea a b est modo proposito diuisa: est enim proportio totius lineæ a b ad unam extremarum suarum partium, quæ est c b, sicut reliquæ suæ partis extremę, quæ est a d, ad partem, quę utrasq; interiacet sectiones, quę est d c. Patet ergo factum esse, quod proponebatur.



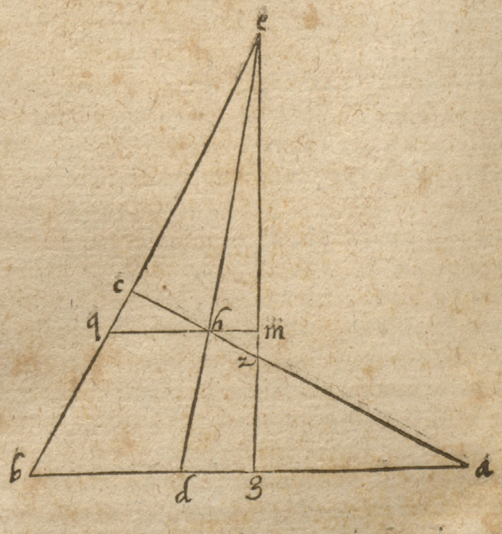
122. Diuisa linea recta taliter, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarũ partium sit similis proportioni partis alterius extremæ ad eam sui partem, quæ utrasq; interiacet sectiones: si fuerint lineæ ductæ ab uno termino datæ lineæ, & à punctis sectionum æquidistantes inter se: à termino q; reliquo datæ lineæ producatur linea secans illas tres æquidistantes: erit linea producta secundum eandem proportionem diuisa. Alhazen 10 n 6.

Sit linea a b diuisa in punctis g & d taliter, ut lineę a b ad lineam d b sit proportio, sicut lineæ a g ad lineam g d: & ab uno termino datę lineæ, qui est b, & à punctis sectionũ g & d per 31 primi ducantur lineæ ad inuicem æquidistantes, quæ sint b c, d h, g z: & ab altero termino datæ lineæ, quę est a, producatur linea secans illas æquidistantes in punctis z, h, c, quæ sit a z h c. Dico, quòd linea a c secundũ hanc proportionem erit diuisa. Cũ enim linea d h sit æquidistans lineæ g z ex hypothesi, erit ex 2 p 6 proportio lineæ a z ad lineã z h, sicut lineæ a g ad lineam g d. Et cum linea b c sit æquidistans lineæ d h, erit per eandem 2 p 6 & 18 p 5 proportio lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a c ad lineam c h: sed ex hypothesi fuit proportio lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a g ad lineam d g. Erit ergo per 11 p 5 proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineam z h. Linea ergo a c, quæ producitur à puncto a termino lineæ datæ, secat ductas lineas æquidistantes b c, d h, g z, & secatur per illas secundum proportionem partium diuisionis lineæ datæ a b. Et hoc est propositum.



123. Linea in duobus punctis taliter diuisa, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarum partium similis sit proportioni alterius extremæ partis ad eam sui partem, quæ utrasq; interiacet sectiones: si ab uno termino illius lineæ, & à punctis sectionis ducantur tres lineæ concurrentes in punctum unum, & ab alio termino producatur linea secans illas tres ductas: erit linea producta secundum prædictum modum proportionaliter diuisa. Alhazen 8 n 6.

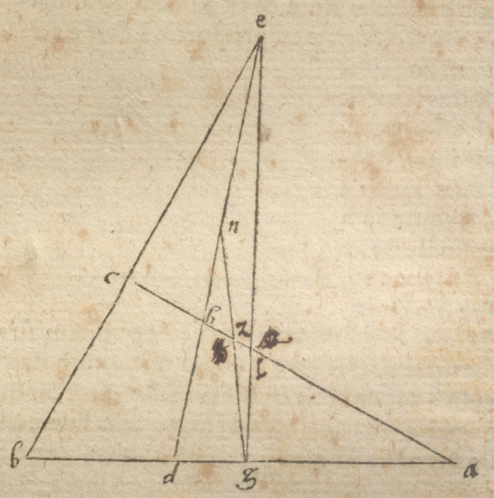
Esto linea proposita a b taliter diuisa in punctis g & d, ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a g ad lineam g d: & à puncto b, & à punctis sectionũ g & d ducantur tres lineæ concurrentes in unum punctũ e, quę sint g e, d e, b e: & à pũcto a ducatur linea, quæ sit a c, secãs illas tres lineas, scilicet g e in puncto z, & d e in puncto h, & b e in puncto c. Dico, quòd erit proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineã z h. Ducatur enim à puncto h linea æquidistans lineæ a b per 31 p 1, quę sit q h. Palàm ergo per 13 huius, quoniã proportio lineæ a b ad lineam b d, constat ex proportionibus lineæ a b ad lineam h q, & lineæ h q ad lineã b d. Sed quoniam linea q h ęquidistat lineę a b, erit per 29 p 1 angulus c q h ęqualis angulo c b a: sed angulus c b a est communis ambobus trigonis a b c & q h c: ergo per 32 p 1 illa trigona sunt ęquiangula. Ergo per 4 p 6 erit proportio lineę a b ad lineam q h, sicut lineę a c ad lineam c h. Similiter quoq; trigona q e h & b e d sunt similia. Est ergo proportio lineę q h ad lineam b d, sicut lineę h e ad lineam d e. Proportio ergo lineę a b ad lineam b d per 13 huius componitur ex



tur ex proportione lineæ a c ad lineam c h,& lineę h e ad lineam e d.Producatur itaque in directum linea q h ad lineam g e,quã secet in puncto m.Proportio itaq; lineę a g ad lineam g d per 13 huius cõstat ex proportione lineæ a g ad lineã h m,& lineæ h m ad lineam g d.Sed cũ angulus e m h sit ęqualis angulo z g d per 29 p 1,erit per 13 & 29 p 1 angulus h m z æqualis angulo z g a: ergo per 15 & 32 p 1 triangulus a g z erit æquiangulus triangulo h z m. Ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ a z ad lineam h z,sicut lineæ a g ad lineam h m:sed triangulus h e m,ut suprà patuit,similis erit triangulo g e d:erit ergo proportio lineæ h m ad lineam d g,sicut lineę h e ad lineam d e.Ergo proportio lineæ a g ad lineam d g constat ex proportione lineę a z ad lineam z h,& lineæ h e ad lineam e d: sed ex hypothesi eadem est proportio lineæ a b ad lineam b d,quæ lineæ a g ad lineam g d.Proportio igitur lineæ a b ad lineam b d constat ex proportione lineæ a z ad lineam z h,& lineæ h e ad lineam e d:constabat autem ex proportione lineæ a c ad lineam c h,& lineæ h e ad lineam e d.Ablata ergo utrinque proportione lineæ h e ad lineam d e:restat, ut sit eadem proportio lineæ a c ad lineam c h, quæ lineæ a z ad lineam z h.Et hoc est propositum.Non tamẽ oportet,quòd lineę a b & a c sint eiusdem speciei proportionis respectu suarum partium: quoniam cum ex præmissis lineæ a b ad lineam q h sit proportio,quæ lineæ a c ad lineam c h,& linea q h sit minor quã linea b d per 4 p 6: palàm per 8 p 5,quoniã minor est proportio lineæ a b ad lineam b d quàm sit lineę a c ad lineam c h.Sunt ergo proportionales secundum generalem similitudinem proportionis. Eadem quoque demonstratio est, quęcunq; lineæ ducantur à puncto a,secantes illas tres lineas à tribus punctis a, d, g ad quodcunque punctũ productas,ut supra e,uel sub e, uel etiam ad aliam partem lineę a b: semper enim linea ducta à puncto a secans illas tres lineas,secabitur modo dicto.Patet ergo propositum.

124. Duabus lineis angulariter coniunctis,diuisisq; sic ambabus, ut cuiuslibet ipsarum proportio ad unam suarum extremarum partium sit, sicut alterius extremæ partis ad illã sui partem,quæ utrasq; interiacet sectiones: si producta basi à punctis diuisionis unius ducantur lineæ ad puncta diuisionis alterius,non æquidistantes ad inuicẽ,neq; basi: necesse est productas lineas ambas concurrere cum basi,producta in puncto uno. Alhazen 9 n 6.

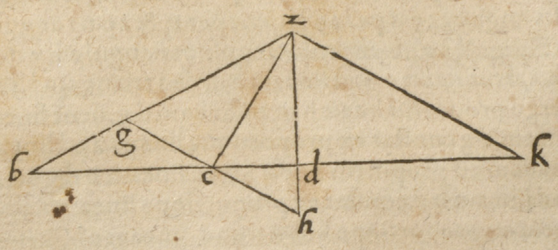
Sit data linea a b taliter,ut proponitur, diuisa in punctis d & g scilicet, ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d,sicut lineę a g ad lineam g d,a diunctaq; sibi angulariter linea a c eodem modo diuisa in punctis h,z ita,ut sit proportio lineæ a c ad c h, sicut lineæ a z, ad z h: si producatur basis b c, ut fiat triangulus b c a, & protrahatur b c in directum, & ducantur lineæ à punctis sectionum unius ad pũctum sectionis alterius,ut d h,g z,protrahanturque omnes illæ lineę in continuum & directum. Dico, quòd omnes concurrent in puncto uno.Cum enim lineæ b c & d h non sint æquidistantes ex hypothesi,patet quòd necessariò concurrent: concurrant ergo in puncto,quod sit e:linea quoque g z necessariò concurret cum illis: cum non æquidistet alicui illarum.Aut ergo ad idem punctum e. Et sic habemus propositum. Aut ad alium punctum cum aliqua illarum concurret:sit illud punctum n,in quo concurrit cum linea d e. Ducatur itaque linea e g: secabit ergo linea e g lineam a c in alio pũcto, q̃ in puncto z:quoniã in pũcto z secat ipsam linea n g:sit illud pũctũ l.Erit ergo per prę missa proportio lineæ a c ad lineã c h,sicut lineæ a l ad lineã l h:fuit aũt ex hypothesi proportio lineæ a c ad lineam c h,sicut lineę a z ad lineã z h: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ a l ad lineam l h, sicut lineæ a z ad lineã z h: ergo p 18 p 5 erit proportio lineæ a h ad lineã h z,sicut lineæ a h ad lineã h l:erit ergo per 9 p 5 linea h z æqualis lineæ h l,maior minori:quod est impossibile. Idẽ etiã patet per 120 huius,quoniã à puncto g ꝓductæ sunt duæ lineę secantes lineã a h. Palàm ergo, quòd linea g z nõ concurret cũ lineis b c,d h in alio puncto quã in puncto e.Quod est propositum. Similiter si ponatur quòd linea g z concurrat cũ linea d h in puncto e:erit prædicto modo demonstrandum,quòd linea b c concurret cum ambabus illis in puncto e. Et si lineæ b c & g z concurrant in puncto e, cõcurret linea d h cum eisdem in eodem puncto e.Patet ergo propositum.



125. Linea taliter diuisa,ut sui totius ad alteram suarum extremarum partiũ sit proportio, sicut alterius suæ partis extremæ ad eam sui partem,quæ utrasq; interiacet sectiones: si à puncto concursus linearum à termino,& à duobus punctis sectionis productarum in puncto concursus æquales angulos cõtinentium,linea ad alium eius terminũ ducatur: necesse est ipsam super mediam productarum perpendicularem esse.

Sit linea b k in punctis c & d taliter diuisa,ut proponitur: sitq; proportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineę b c ad lineam c d:producanturque à punctis b,c,d lineę nõ æquidistantes: quę per proxi-

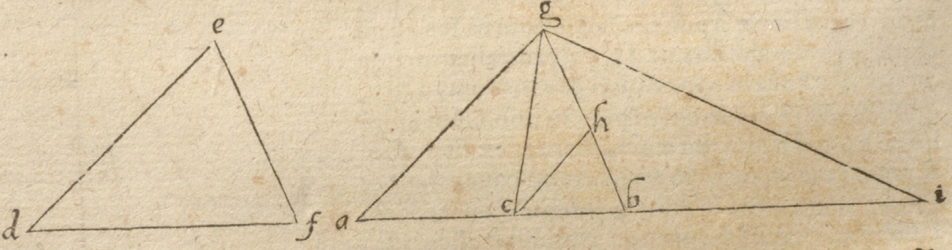
mam concurrent in puncto uno: sit punctus concursus z: & lineæ productę sint b z, c z, d z: sitque an gulus b z c ęqualis angulo c z d: & ducatur linea z k. Dico, quòd angulus c z k est rectus. A' puncto enim c ducatur per 31 p 1 linea ęquidistás lineę z k, quæ sit c h: quæ producta secabit lineam z b per 2 huius: secet ergo ipsam in puncto g: & producatur linea z d, donec concurrat cum linea g c h (concurret autem per 2 huius) & sit cócursus punctus h. Quia igitur ex hypothesi est proportio lineę b k ad lineam k d, sicut lineę b c ad lineam c d, erit per 16 p 5 permutatim proportio lineę b k ad lineam b c, sicut lineę k d ad lineam d c: sed per 29 p 1 trigona b z



k & b g c sunt ęquiangula: ergo per 4 p 6 est proportio lineę b k ad lineam b c, quę est lineę z k ad lineam g c: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ z k ad lineam g c, sicut lineæ k d ad lineam d c: sed quæ est proportio lineæ k d ad lineam d c, eadem est lineæ k z ad lineam c h per 15 & 29 p 1 & per 4 p 6: qa trigona k d z & c d h sunt æquiangula. Habet itaque linea z k ad ambas lineas g c & h c eandem proportionem: ergo per 9 p 5 linea g c est æqualis lineæ c h: sed per 3 p 6 est proportio lineæ g c ad lineá c h, sicut lineæ g z ad lineam z h, cum linea z c diuidat angulum g z h per æqualia. Est ergo linea g z æqualis lineę z h. Et quoniam linea g c est æqualis lineæ c h, & linea g z ęqualis lineæ z h, & latus c z est commune ambobus trigonis g z c & h z c: erit per 8 p 1 angulus z c h æqualis angulo z c g: uterque ergo ipsorú est rectus. Ergo per 29 p 1 angulus k z c est rectus: lineæ enim z k & c h sunt æquidistantes. Patet ergo propositum.

126. Diuisa linea per inæqualia: poßibile est minori suæ parti lineam adiungi, ita, ut illud, quod fit ex ductu totius lineæ diuisæ cum adiecta in ipsam adiectam, æquale sit quadrato eius, quæ constat ex minore & adiecta.

Sit data linea a b diuisa per inęqualia in puncto c: sitq; linea a c maior quá linea b c. Dico, quòd est posibile inuenire quandam lineam, quæ adiecta ipsi lineæ b c, id efficiat, ut hoc, quod fit ex ductu lineę compositæ ex linea a b, & ex adiecta in ipsam adiectam sit æquale quadrato lineæ, quæ constat ex b c parte minore, & ex adiecta. Assumatur enim quædam alia linea æqualis, uel minor linea a b, quæ sit d e, & quæ est proportio lineæ a c ad lineam b c, eadem sit proportio lineæ d e ad quandam aliam lineá per 3 huius: quæ sit e f: assumatúrque linea d f ęqualis lineæ a b. Et quoniam ex lineis d e, e f, d f quęcunq; duę simul iun-

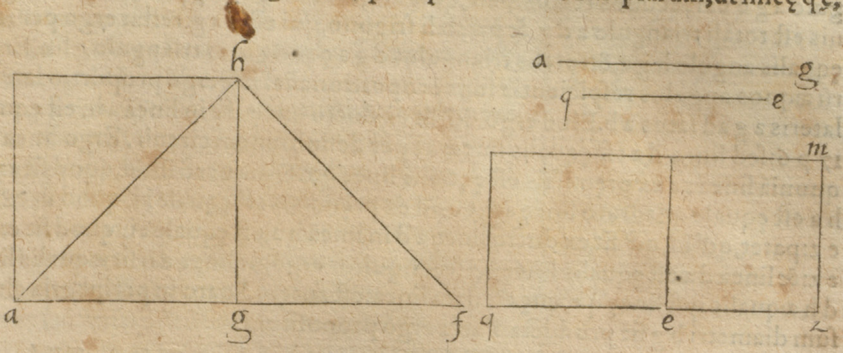


ctæ maiores sunt tertia, ut patet ex præmissis, possibile est constitui triangulum per 22 p 1. Constituatur ergo, & sit d e f. Super terminum itaque lineæ a b, qui est a, constituatur angulus æqualis angulo e d f per 23 p 1, qui sit g a b: & resecetur linea a g ad ęqualitatem lineæ d e, & ducatur linea g b. Ergo per 4 p 1, cum linea d f sit æqualis lineæ a b, & linea a g æqualis lineę d e, & angulus g a b sit ęqualis angulo e d f: erit linea g b æqualis lineæ e f, & reliqui anguli trigoni a g b æquales erunt reliquis angulis trigoni d e f. Ducatur itaq; linea g c. Et quoniam proportio lineæ d e ad lineá e f, sicut lineæ a c ad lineam c b: erit proportio lineæ a g ad lineam g b, sicut lineæ a c ad lineam c b per 7 p 5: ergo p 3 p 6 angulus a g b diuisus est per æqualia: palá autem, quòd angulus g c b est acutus: si enim sit rectus, tunc trianguli a g c & g c b æquianguli per 32 p 1, quoniam ad punctum g duo ipsorum anguli sunt æquales: ergo latera eorum sunt proportionalia per 4 p 6: erit ergo proportio lateris a c ad c b, sicut lateris g c ad seipsum: æqualis est ergo linea a c lineę c b: quod est contra hypothesin & impossibile. Si uerò angulus g c b detur esse obtusus, maior angulo g c a, palá per 32 p 1, quoniam angulus g b c est minor angulo g a c. Ergo per 19 p 1 in trigono a g b latus g b maius est latere a g. Et quia est proportio lineę b g ad lineam g a, sicut lineę b c ad lineam c a: erit per 5 huius, per proportionem scilicet, è contrario latus b c maius quàm latus a c: quod est contra hypothesim. Palàm ergo, quoniam angulus g c b est acutus. Ducatur itaque per 31 p 1, à púcto c linea c h ęquidistans lineę g a, secans lineam g b in puncto h: erit ergo per 29 p 1 angulus g c h æqualis angulo c g a: ergo & angulo c g h: erit quoque angulus h c b ęqualis angulo g a c. Super punctum itaque g terminum lineę b g fiat per 23 p 1 angulus ęqualis angulo g a c: ergo & angulo h c b, qui sit b g i. Et quia angulus g c b est æqualis duobus angulis c g a & c a g, ut patet ex pręmissis, & per 32 p 1: erit angulus i g c ęqualis angulo g c b. Et quoniam angulus g c b est acutus: palá ergo per 14 huius, quoniam lineę g i & c b concurrét: sit punctus concursus i. Ergo per 6 p 1 erit latus g i ęquale lateri c i. Quia itaq; angulus b g i est ęqualis angulo g a i, & angulus g i a communis ambobus trigonis a g i & b g i: erit per 32 p 1 angulus a g i æqualis angulo g b i. Ergo per 4 p 6 erit proportio lineę a i ad lineam i g, sicut lineæ i g ad lineam

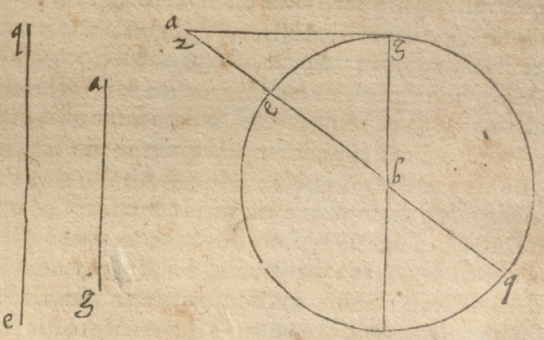
b i:sed linea i c est ęqualis lineæ g i:ergo per 7 p 5 est proportio lineę a i ad lineam c i, sicut lineę c i ad lineam b i. Ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ a i in lineam b i est ęquale quadrato lineę c i: est autem linea b i lineę b c adiecta. Palàm ergo propositum.

127. *Propositis duabus lineis: possibile est uni ipsarum lineam aliam adiungere, ita, ut illud, quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam, æquale sit quadrato reliquæ datarũ. E 36 p 3 element.*

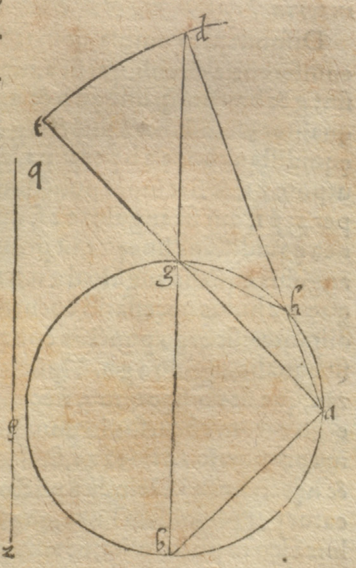
Verbi gratia, proponantur duæ lineæ q e & a g. Dico, quòd possibile est uni ipsarum, ut lineę q e, adiungere quãdam aliam lineam cuiuscunq; sit quãtitatis, ita quòd id, quod fit ex ductu lineę q e, cũ adiuncta in ipsam adiunctã, ęquale sit quadrato lineæ a g. Quadretur ergo linea a g per 46 p 1, & sit eius quadratum a h: & linea a g producta resecetur in pũcto f, ita, ut



linea g f sit æqualis lineæ a g: ducaturq; linea h f. Palã, quoniam triangulus a h f æqualis est quadrato a h: est enim parallelogrammum a h duplum trigoni a h g per 41 p 1, & trigonum a h f est duplum eiusdem trigoni a h g per 1 p 6. Hac ergo triangula superficie proposita, & linea q e, possibile est per 29 p 6 super datam lineam q e datę superficiei trilaterę a h f ęquum parallelogrammum constituere, quod addat super cõpletionem datę lineę q e superficiem quadratã, dato quadrato a h similem. Sit ergo constituta, & parallelogrãmum sit q m ęquale trigono a h f constitutum super lineã q e, addẽs super cõpletionem datę lineę q e quadratũ e m, simile quadrato a h. Palã ergo, quòd illud, quod fit ex ductu datę lineę q e, cum adiecta e z in ipsam adiectam lineam e z, uel eius ęqualem lineam z m, est ęquale proposito trigono a h f. Ergo & eius ęquali, scilicet quadrato a h. Et hoc est propositum: quoniam linea e z est lineę q e taliter, ut proponitur, adiuncta. Potest & idẽ aliter demonstrari. Describatur enim circulus, cuius diameter sit q e, & eius cẽtrum b, ducaturq; linea contingens circulum, ut contingit in puncto g per 17 p 3: & resecetur ad ęqualitatem lineę a g: & sit g a: & ab eius termino a ducatur linea per centrũ b secans peripheriam circuli in punctis e & q. Quia ergo id, quod fit ex ductu lineę q a in lineam a e, est æquale quadrato lineę a g per 36 p 3: patet, quòd lineę q e est adiecta linea e a, ut proponebatur.



128. *Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto æqualiter distante à terminis diametri: possibile est ab eodem puncto ad diametrũ eductã extra circulum, ducere lineam rectam, quæ à circumferentia circuli extra circulum usq; ad concursum cum diametro, sit datæ lineæ æqualis.*



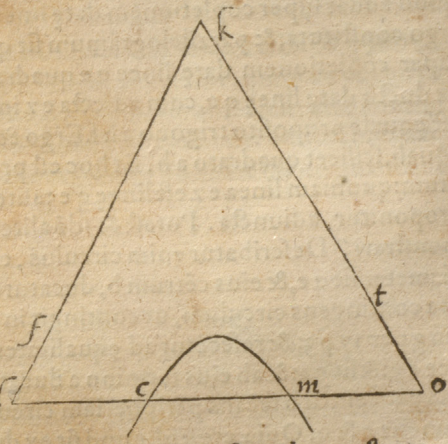
Esto data linea q e: sitq; g b diameter dati circuli, qui sit a b g: & sit a punctus datus in circuli circũferentia æqualiter distans ab extremis terminis diametri, qui sunt g & b. Dico, quòd possibile est ab a pũcto peripheriæ circuli duci lineã usq; ad eductã diametrũ g b, quę sit ęqualis datę lineæ q e. Ducantur.n. duæ lineæ a b & a g: illæ ergo necessariò erunt æquales ex hypothesi, quoniã punctus a ęqualiter distat à terminis diametri g & b: & adiũgatur lineæ q e linea talis, ut illud, qd' fit ex ductu totius lineę cũ adiuncta in adiunctã, æquale sit quadrato lineæ a g per pręcedentẽ proximã: & sit adiũcta e z. Cũ ergo id, quod fit ex ductu q z in e z sit æquale ei, qd' fit ex ductu lineę a g in seipsam: erit linea q z maior q̃ linea a g, & linea e z minor illa. Si enim linea e z fuerit maior, uel ęqualis lineę a g, tũc est impossibile, ut id, qd' fit ex ductu lineę q z in lineã e z, sit ęquale quadrato lineę a g: quoniã linea q z est maior q̃ linea e z, ut totũ parte. Si aũt linea e z sit minor q̃ linea a g, palã, quoniã linea q z est maior q̃ linea a g: producatur ergo linea a g, donec fiat ęqualis lineę z q per 3 p 1: & sit a g t. Posito ergo pede circini sup pũctũ a, fiat circulus secundũ quantitatẽ lineæ a g t, qui circulus secabit diametrũ b g eductam: secet ergo

 ipsam

ipsam in puncto d: & ducatur linea a d, quæ necessariò secabit circulũ: quoniã concurrit cũ diametro: si enim non secet circulum, cõtingens erit & æquidistans diametro g b, nunquã cõcurrens cum eadem: quia ex hypothesi linea a g & a b sunt æquales, & punctum a ęqualiter distat ab utrisq; terminis diametri, scilicet b & g. Secet ergo linea d a circulum a g b in puncto h: & ducatur linea g h. Palã ergo, quòd cum superficies a b g h sit quadrangulum intra circulũ descriptum, quòd duo eius anguli oppositi, scilicet a b g & a h g ualent duos rectos per 22 p 3: sed a g b angulus æqualis est angulo a b g per 5 p 1: angulus ergo a g b cũ angulo a h g ualet duos rectos. Cũ itaq; ꝑ 13 p 1 angulus d g a cũ angulo a g b ualeat duos rectos: palã, quia angulus a h g erit ęqualis angulo d g a: & angulus h a g cõmunis est totali triangulo a d g, & partiali trigono, qui est h a g: restat ergo per 32 p 1, ut angulus h d g sit ęqualis angulo h g a, & totalis triangulus d g a ęquiãgulus triangulo g h a. Ergo per 4 p 6 latera ipsorũ æquos angulos respicientia sunt proportionalia. Est ergo proportio lateris d a ad latus a g, sicut lateris a g ad latus a h. Illud ergo qđ fit ex ductu lineę d a in lineã a h, est ęquale quadrato lineę a g ꝑ 17 p 6: sed linea d a est ęqualis lineæ a t per definitionem circuli. Ergo linea d a est ęqualis lineę q z, quoniã linea t a ex pręmissis est ęqualis lineę q z. Quia uerò illud, quod fit ex ductu lineę d a in lineã h a est ęquale quadrato lineę a g, quod ex pręmissis est ęquale ei, quod fit ex ductu lineę q z in lineã e z: patet, qđ id, qđ fit ex ductu lineę a d in lineã h a, est ęquale ei, quod fit ex ductu lineę q z in lineã e z: & linea d a est ęqualis lineę q z: relinquitur ergo, ut linea a h sit æqualis lineę e z. Erit ergo linea d h æqualis ipsi lineę q e, quę est data linea: est autem à dato in peripheria circuli puncto a ad cõcursum diametri b g sic producta. Patet ergo propositum.

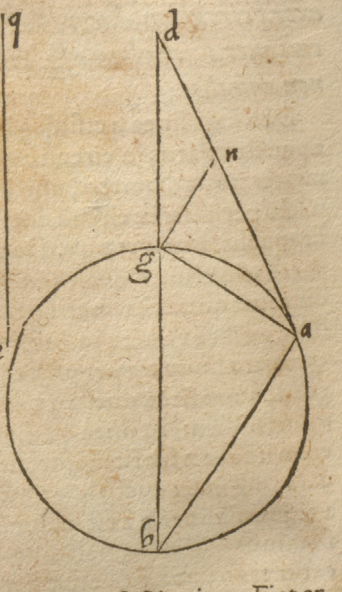
129. Inter duas rectas angulariter cõiunctas à dato puncto rectã ducere, cuius una partium interiacens unã cõiunctarũ, & datũ punctũ, sit cuicunq; datæ lineæ, & insuper reliquæ suæ parti, datũ punctũ & alterã coniunctarum interiacenti æqualis. 4 theor. 2 conicorũ Apollonij.

Exẽpli causa, sit, ut duę lineę rectę in puncto uno angulariter coniungantur: quę sint f k, & t k, cõcurrentes in pũcto k, inter quas sit datus pũctus m, & sit data linea m c: proponitur nobis, ut à puncto m ducatur linea recta intra lineas f k & t k, secans illas in pũctis o & l ita, ut eius pars, quę est l m, sit ęqualis datę lineæ m c, & insuper reliquę suę parti, quæ est m o. Ad hoc aũt ꝑ lineas rectas uel circulares demõstrandũ, lõgus labor & multæ diuersitatis nobis incidit, & nõ fuit nobis hoc possibile cõplere ꝑ huiusmodi lineas absq; motu & imaginatione mechanica, ita ut cũ lineę f k & t k datę sint nobis indefinitę, linea l o fixa in puncto m, imaginetur moueri, quousq; nobis accidat res quęsita. Hoc tñ Apollonius Pergęus in libro suo de conicis elementis libro secũdo, ꝓpositione quarta ꝑ ductionẽ sectionis amblygonię à dato pũcto inter duas lineas asymptotas, nullã eãrũ linearũ secãtis demonstrauit: cuius nos demonstrationem, ut à multis sui libri principijs pręambulis dependentẽ hic supponimus, & ipsa utimur sicut demonstrata.



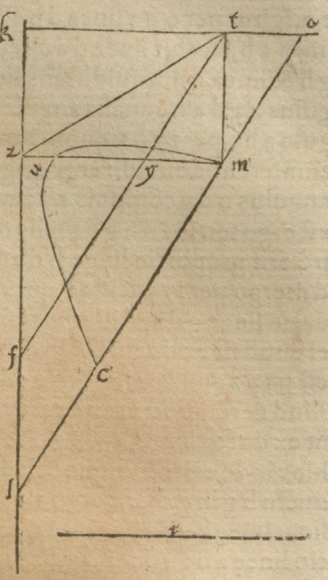
130. Sumpta circuli diametro, & sumpto in circũferẽtia puncto inæqualiter distante à terminis diametri: possibile est à sumpto puncto ad eductã diametrũ lineã ducere, q̃, uel cuius pars interiacẽs ꝑipheriã et diametrũ sit datæ lineæ æqualis. Alha. 30 n 5.

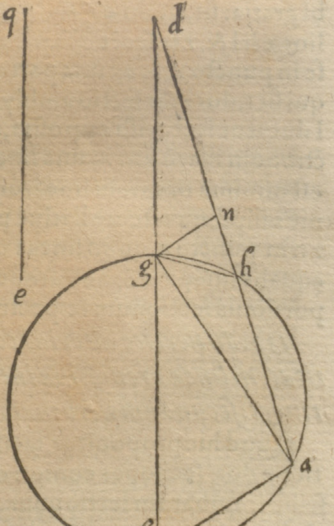
Disponantur omnia, ut in 128 huius, nisi quòd pũctus datus in circumferentia circuli, qui sit a, inęqualiter distet à terminis diametri, q sint g & b: eruntq; lineę a b & a g inęquales: ideo quòd punctũ a inæqualiter est distans à punctis g & b. Protrahatur ergo à pũcto g linea ęquidistans lineę a b per 31 p 1, quę sit g n, & sumatur linea quęcunq;, utpote z t, & fiat super punctum eius z angulus æqualis angulo a g d per 23 p 1, qui sit angulus t z f, ducta linea z f: & ducatur à puncto t linea ęquidistans lineę z f, ut prius, quę sit t m: & ex angulo t z f, secetur angulus ęqualis angulo d g n ꝑ 27 huius, qui sit t z m, ducta linea z m, quę ꝑ 2 huius necessariò cõcurret cũ linea t m, cũ sit ducta inter ęquidistantes: sit ergo punctus concursus m: restat ergo ut angulus m z f sit ęqualis angulo a g n. À pũcto itaq; t ducatur linea ęquidistãs lineę z m, quę sit t o: hęc quoq; necessariò cõcurret cũ linea f z ꝑ 2 huius: sit ergo earum cõcursus in puncto k. Sumatur quoq; ꝑ 3 huius linea, cuius proportio ad lineã z t, sit sicut diameter g b ad lineã q e lineã datã: & hęc sit linea i. Deinde à pũcto m dato inter duas lineas k f & k o ducatur per pręmissam linea, quę sit l c m o secans lineã l k in pũcto l, & lineã k o in pũcto o, ita, ut eius pars c m sit ęqualis datæ lineę i, & eius pars l c sit ęqualis lineę m o: & à puncto t ducatur linea t f ęquidistãs lineę l o per 31 p 1: hęc quoq; per 29 huius secabitur à linea z m: sit ergo punctus sectionis y. Fiat ergo supra punctum a terminũ lineę g a (punctũ scilicet, qui est in circumferẽtia circuli) angulus d a g



æqualis

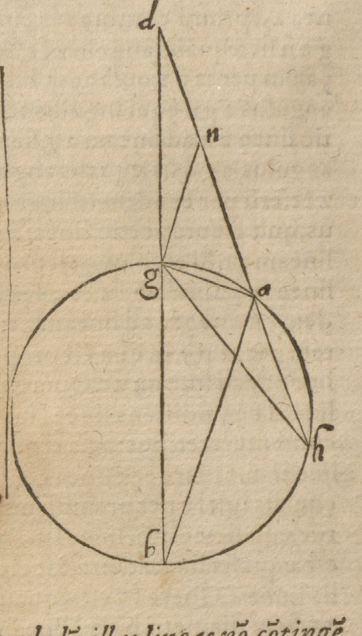
æqualis angulo z f t per lineam a n d. Palàm autem, quòd hęc linea concurret cum producta diametro g d. Cũ enim angulus d a g sit ęqualis angulo z f t, & angulus a g n æqualis angulo f z m, & angulus d g n est æqualis angulo t z m, totusq; angulus a g d æqualis toti angulo f z t, & cũ lineę f t & z t cõcurrãt: ergo & lineę a d & g d cõcurrẽt: ergo linea a d aut cõtinget circulũ, aut secabit ipsum. Sit ergo linea a d primò contingens circulum in puncto a. Cum ergo angulus g a n sit æqualis angulo z f t, & angulus a g n sit ęqualis angulo f z y: palàm per 32 p 1, quia angulus a n g erit ęqualis angulo z y f: eritq; triangulus a g n ęquiangulus triangulo z f y: ergo est per 4 p 6 proportio lineę a n ad lineam a g, sicut lineę f y ad lineam f z. Similiter cum angulus a g d sit æqualis angulo f z t, & angulus g a d ęqualis angulo z f t: erit per eandem triangulus a g d similis triãgulo f z t: ergo ut prius, quæ est proportio lineæ a g ad lineam g d, eadem est lineę f z ad lineam z t. Si ergo, quę est proportio lineę a n ad lineam a g, eadẽ est lineę f y ad lineam f z, & quę est proportio lineæ a g ad lineam g d, eadem est lineę f z ad lineam z t: erit ergo per ęquam proportionalitatem per 22 p 5, ut quę est proportio lineę a n ad lineam g d, eadem sit lineę f y ad lineam z t. Quia uerò linea t m est ęquidistans lineę f l, & linea f t ęquidistans lineę l m: erit superficies l f t m ęquidistantibus contenta lateribus: palã ergo per 34 p 1, quoniam linea f t est ęqualis lineę l m. Quare erit linea f t ęqualis lineę c o, quoniam linea m o est ęqualis ipsi l c per pręmissam: linea ergo c m addita utriq;, adhuc erũt æquales: eritq; linea l m ęqualis lineæ c o: sed linea m o est ęqualis lineæ y t per 34 p 1, & linea y m est æqualis lineæ t o: restat ergo, ut linea f y sit ęqualis lineę c m: sed linea c m ex præmissis est ęqualis lineæ i. Quare f y est æqualis i: est autem ex præmissis & per 5 huius proportio lineę i ad lineam z t, sicut diametri b g ad lineam e q: erit ergo per 7 p 5 proportio lineæ f y ad lineam t z, sicut diametri b g ad lineã e q. Quia uerò est proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ f y ad lineam z t: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ g b ad lineam e q. Verùm angulus g a n est ęqualis angulo g b a per 32 p 3: sed angulus n g d est æqualis angulo g b a per 29 p 1, quia linea n g ęquidistat lineę b a: igitur angulus n g d ęqualis est angulo n a g: & angulus n d g est communis ambobus trigonis n d g & a d g: ergo per 32 p 1 erit angulus d n g æqualis angulo d g a: sunt ergo dicti trianguli æquianguli: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ a d ad d g, sicut lineæ g d ad n d. Ergo per 17 p 6 erit id, quod fit ex ductu lineę a d in d n ęquale quadrato g d: sed id, quod fit ex ductu lineæ b d & d g, per 36 p 3 est æquale quadrato d a: quadratum uerò lineæ d a est æquale ei, quod fit ex ductu lineæ a d in d n, & a d in n a per 2 p 2: & id, quod fit ex ductu lineę b d in d g, est ęquale quadrato lineę d g, & ei quod fit ex ductu b g in d g per 3 p 2. Ablatis ergo æqualibus hinc inde (quæ sunt quadratũ g d & rectangulum a d n) restat ut id, quod fit ex ductu lineę a d in a n, sit ęquale ei, quod fit ex ductu lineę b g in d g, eritque per 16 p 6 proportio lineæ a n primæ ad lineam g d secundam, sicut lineę b g tertiæ ad lineam a d quartam: ostensum est autem suprà, quòd est proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ b g ad lineam e q. Erit ergo per 9 p 5 linea e q æqualis lineæ a d. Quod est propositum: quoniam ipsa linea a d est datæ lineæ æqualis: interiacet autem peripheriam circuli & eductam diametrum, eò quòd est contingens circulum. Quòd si linea a d non sit contingens, sed secans circulum: aut igitur linea a g est maior quàm linea a b: aut è contrario. Sit autem nunc linea a g maior quàm linea b a: palàm, quia linea à puncto a ad diametrum b g extra circulum ducta secabit circulum in arcu a g. Sit ergo, ut secet ipsum in puncto h: & ducatur linea h g. Palàm itaq;, cũ quadrangulum a b g h sit inscriptum circulo, quia duo anguli a h g & a b g per 22 p 3 sunt ęquales duobus rectis. Ducatur quoque linea g n ęquidistans lineę b a: erit ergo per 29 p 1 angulus n g d ęqualis angulo g b a: ergo angulus n g d, & angulus a h g sunt æquales duobus rectis: sed per 13 p 1 angulus n h g cũ angulo a h g ualet duos rectos: ergo angulus n g d est ęqualis angulo n h g: angulus uerò n d g est cõmunis ambobus trigonis g d n & h g d: erit ergo tertius angulus, qui est d n g, ęqualis tertio, qui est d g h per 32 p 1. Ergo per 4 p 6 latera æquos angulos respicientia sunt proportionalia: est igitur proportio lineę h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineam d n. Ergo p 17 p 6 illud, quod fit ex ductu h d in d n est ęquale quadrato d g: & illud, quod fit ex ductu a d in d h est ęquale ei, quod fit ex ductu b d in d g per 36 p 3. Item illud, quod fit ex ductu a d in d h est ęquale ei, quod fit ex ductu d h in d n, & d h in a n p 1 p 2: illud uerò quod fit ex ductu b d in d g est ęquale ei, quod fit ex ductu b g in g d, & quadrato g d p 3 p 2. Ablatis igitur ęqualib. ab utrisq; (scilicet quadrato d g ex una parte, & illo, quod fit ex ductu d h in d n ex altera) restat ut illud, qđ fit ex ductu d h in a n, sit ęquale ei, quod fit ex ductu b g





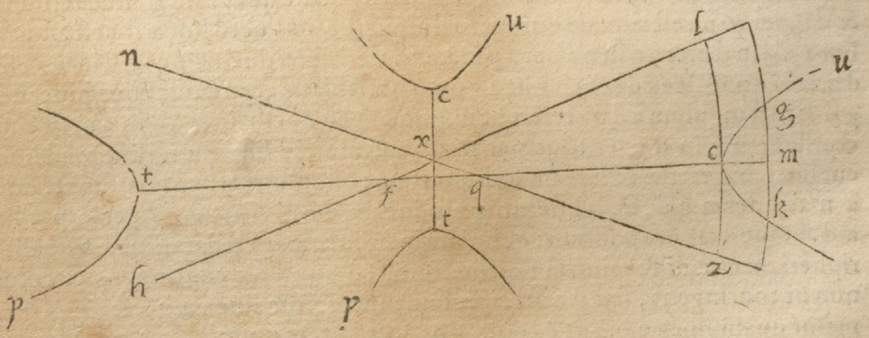
 in d g,

in d g: erit ergo per 16 p 6 proportio a n primi ad g d secundum, sicut b g tertij ad d h quartū: sed probatum est in præcedentibus, quòd proportio lineæ a n ad lineam d g est, sicut diameter b g ad lineā e q. Igitur per 9 p 5 linea d h est æqualis lineę e q. Quod est propositum. Si uerò linea a g sit minor q̃ linea a b, secabit linea d a circulum in arcu a b. Sit ergo ut secet ipsum in puncto h: & ducatur linea g h & linea g n, æquidistans lineę b a. Palá ergo p 29 p 1, quoniá angulus n g d est ęqualis angulo a b g: sed angulus a b g est ęqualis angulo a h g per 27 p 3: quoniá ambo cadunt in arcū g a, & sunt sup circumferentiá circuli: ergo angulus n g d est æqualis angulo a h g: & angulus n d g cōmunis est ambobus trigonis, scilicet n d g & d h g: est ergo tertius d n g ęqualis tertio, scilicet d g h p 32 p 1. Ergo per 4 p 6 erit proportio lineę h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineam d n: ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu h d in d n est ęquale quadrato lineę g d: sed illud, qd' fit ex ductu b d in d g p 36 p 3, est ęquale ei quod fit ex ductu h d in d a: illud aūt, quod fit ex ductu h d in d a, est p 1 p 2 ęquale ei, qd' fit ex ductu lineę h d in d n, & lineę h d in n a: illud uerò quod fit ex ductu lineę b d in d g, per 3 p 2 ualet illud, qd' fit ex ductu lineæ b g in g d & quadratū g d. Ablatis ergo ęqualibus hinc inde, erit illud, quod fit ex ductu h d in n a ęquale ei, quod fit ex ductu b g in g d: erit ergo, ut prius, ꝓportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineę b g ad lineā h d. Sed iá ostensum est suprà, quòd est ꝓportio lineę a n ad lineā d g, sicut lineę b g ad lineā e q. Igitur linea e q, est æqualis lineę h d per 9 p 5. Quod est propositum: quoniá à puncto a dato ducta est linea secás circulū, cuius pars à pūcto sectionis usque ad concursum cum diametro producta, æqualis est datæ lineæ. Patet ergo quod proponebatur.



131. Inter duas rectas se secantes ex una parte à puncto dato hyperbolē, illas lineas nō cōtingētem ducere, ex alia parte cōmunis puncti illarū linearū hyperbolē priori oppositā designare. Ex quo patet, quòd cū fuerint duæ sectiones oppositæ inter duas lineas, et producatur linea minima ab una sectione ad aliā: erit pars illius lineæ interiacens unā sectionū, & reliquā lineam æqualis suæ parti aliam sectionem, & reliquam lineam interiacenti. 4.8 th. 2 conicorum Apollonij.

Quod hic proponitur, demonstratum est ab Apollonio in libro suo de conicis elementis: dicuntur aūt sectiones amblygonię siue hyperbolæ oppositæ, qn̄ gibbositas unius ipsarū sequitur gibbositatē alterius, ita ut illæ gibbositates se respiciát, & ambarum diametri sint in una linea recta. Verbi gratia: sit, ut duæ lineæ h l & z n secēt se in puncto x, & ex una parte ipsarum, scilicet sub angulo h x z, uel sub angulo h x n à dato puncto, qui sit t, ducatur sectio amblygonia, quæ sit t p, & ex altera parte sub angulo n x l, uel sub angulo z x l ducatur sectio illi opposita, quæ sit c u, ita, quòd diametri quarumlibet oppositarum ambarum sectionum illarū sint in una linea, quæ t c, à uertice unius ad uerticē alterius producta: quę necessariò est minima omnium linearum inter illas duas sectiones productarum. Et ex ijs declarauit Apollonius illud, quod corollatiuè proponitur, scilicet, quòd si linea t c secet lineam h l in puncto f, & lineā z n in puncto q, quòd linea t q erit ęqualis lineæ c f: & si linea t c pertrāseat punctum x, erit linea t x ęqualis lineę x c: & nos utimur hoc illo, ut per Apollonium demonstrato, & propter conformitatē portionis sectionum respectu linearum se intersecantium. Patet ergo propositum.



132. In uertice alterius conicarum sectionum posito pede circini immobili, secundum quantitatem lineæ breuissimæ inter illas sectiones ductæ, descriptus circulus sectionem reliquam continget: secundum uerò maiorem, in duobus tantùm punctis reliquam secabit.

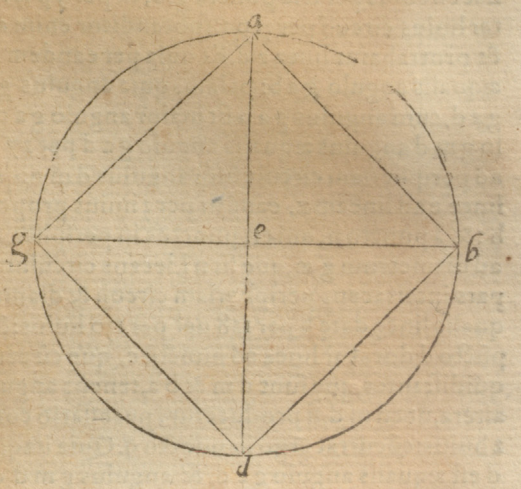
Quod hic proponitur, facile est, & sola indiget declaratione. Sint ut enim in præcedenti propositione duæ sectiones conicæ oppositæ adinuicē, quę sint t p & c u, inter quas linea minima uertices, scilicet ambarum sectionum continuans, sit linea t c: & posito in altero punctorum t uel c pede circini, utpote in puncto t, describatur circulus secundum quantitatem diametri t c. Hic ergo circulus, quia sectionem c u non attingit nisi in puncto c, & omnes alię lineæ ducibiles inter ipsas sectiones, sunt maiores quá linea t c: sunt ergo maiores semidiametro circuli: secabuntur ergo oēs per circulū, nec attinget circulus alicubi sectionem nisi in puncto c. Patet ergo primū propositorū. Qd' si linea t c semidiameter circuli sit maior q̃ linearū minima, inter oppositas sectiōes ꝓductarū,

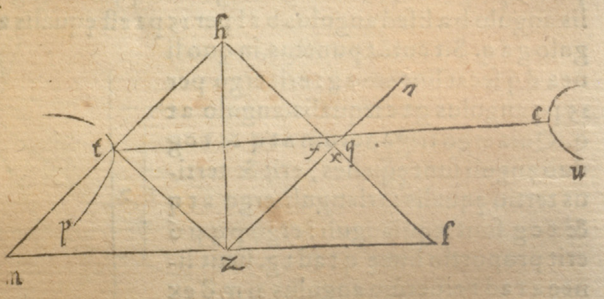
ut

ut eſt t c:patet,quoniá illa minima linea intra ſuperficiem ſectionis producetur ad peripheriam circuli,ut in punctum m : aliqua ergo ſuperficies cõmunis erit circulo & ſectioni : circulus ergo & ſectio ſe ſecabunt.Hęc itaq; ſectio nõ erit niſi in duobus tantũ punctis g & k: quod per modum 10 p 3 conuinci poteſt.Patet ergo propoſitum.

133.A' pũcto dato in circuli circũferẽtia extra diametrũ:poſsibile eſt ducere lineã ꝑ diametrũ ad circũferentiã,ita,ut pars eius interiacẽs diametrũ & reliquã partẽ circũferẽtiæ,ſit æqualis lineæ datæ eidẽ circulo inſcriptibili præmiſſo modo:ſed harum linearum æqualium ab eodẽ puncto dato in eodem circulo producibiles ſunt tantùm duæ. Alhazen 34 n 5.

Eſto circulus a b g,cuius diameter ſit b g:& punctus datus in ſui circũferentia ſit a:& ſit h z linea data minor diametro b g,prẹmiſſo modo poſsibilis inſcribi circulo. Dico,quòd à pũcto a poſsibile eſt ducere lineã tranſeuntẽ per diametrũ b g,cuius pars interiacens diametrũ b g & circũferentiam ſit ęqualis lineę datę,quę h z.Ducantur enim in circulo lineę b a & a g: & ſuper punctũ h lineę datę h z fiat angulus ęqualis angulo a g b:qui ſit m h z,ducta linea m h,& ſuper idẽ punctũ h fiat angulus æqualis angulo a b g,qui ſit l h z,ducta linea h l: & à puncto z ducatur linea æquidiſtans lineę h m, quę ſit z n:quę quidẽ ſecabit lineã h l:ſit,ut ſecet ipſam in puncto x: & à pũcto z iterũ ducatur alia linea æquidiſtans lineę h l,quę ſit z t,ſecans lineã h m in puncto t:ſecabit autem per 2 huius:& à puncto t ducatur ſectio conica,quæ ſit t p,ſicut præmiſſum eſt in 131 huius. Hæc itaq; ſectio non contingit aliquam linearũ z n & h l,inter quas ipſa iacet.Similiter fiat ſectio alia conica,iſti oppoſita,inter eaſdem lineas ex parte alia, quę ſit c u : & inter illas ſectiones omnium linearum ductarum minima ducta à puncto t ad ſectionem c u, ſit linea t c. Hæc ergo linea t c ſi fuerit æqualis diametro circuli b g: circulus factus ſecundum ſemidiametrũ t c (poſito pede circini in puncto t) palàm, quia ſectionem c u cõtinget. Si uerò linea t c fuerit minor diametro b g : circulus factus modo prẹdicto ſecundum quantitatem lineæ b g ſecabit ſectionẽ c u in duobus punctis, ut patet per prẹmiſſam. Sit ergo nunc primùm linea t c ęqualis diametro b g. Cum ergo linea t c ducatur ad ſectionem conicã, quæ interiacet lineas h l & z n : neceſſariò ſecabit linea t c illas ambas lineas: quas ſi in puncto x (q. eſt pũctus communis ſectionis illarum linearũ) ſecuerit, erit linea t x æqualis lineæ x c: quòd ſi ipſas in alijs punctis ſecuerit : ſecet ergo lineã z n in puncto q, & lineam h l in puncto f: & ducatur à puncto z per 31 p 1 linea æquidiſtans ipſi lineæ t c: quæ per 2 huius ſecabit lineas h m & h l,ſicut etiam ſua ęquidiſtans t c: ſecet ergo eas in punctis m & l: & ſit ipſa linea m z l. Super diametri ergo g b terminum g per 23 p 1 fiat angulus æqualis angulo h l m, qui ſit angulus b g d:& ducantur duæ lineæ a d,d b. Palàm ergo, cum angulus g a b ſit rectus per 31 p 3,quòd alij duo anguli trianguli g a b,ſcilicet a g b & a b g ualent rectũ per 32 p 1: angulus ergo l h m (qui æqualis eſt illis duobus angulis) eſt rectus: ergo æqualis angulo g d b:angulus uerò h l m eſt æqualis angulo d g b:ergo per 32 p 1 angulus tertius unius , trigonorum g b d & h l m erit ęqualis angulo tertio alterius, ſcilicet angulus h m l,angulo g b d:erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ g b ad b d,ſicut lineæ l m ad m h. Sit aũt pũctus,in quo linea a d ſecat diametrũ b g, punctus e. Quia ergo p 27 p 3 angulus a d b eſt æqualis angulo b g a: quia cadũt in eundẽ arcũ (qui a b) & angulus b g a æqualis angulo m h z ex ꝓmiſsis:erit ergo angulus a d b æqualis angulo m h z: & patuit prius,qđ angulus d b g eſt æqualis angulo h m z : erit ergo tertius angulus trianguli d e b per 32 p 1 ęqualis tertio angulo trigoni m h z,ſcilicet angulus d e b angulo m z h. Quia ergo trigona d e b & m z h ſunt æquiangula,erit per 4 p 6 proportio lineę b d ad d e,ſicut lineę m h ad h z. Oſtẽſum eſt aũt ſuperius,qđ eſt ꝓportio lineę g b ad b d,ſicut lineę l m ad m h:ergo ꝑ 22 p 5 erit ꝑ ęquã ꝓportionalitatẽ ꝓportio lineę b g ad d e,ſicut lineę l m ad h z:ſed ſicut ꝑ 131 huius declaratũ eſt,patet,qđ linea q t eſt ęqualis lineę f c:ſed linea t q eſt ęqualis lineę m z ꝑ 34 p 1,cũ parallelogrãmũ m t q z ſit ęquidiſtãtiũ laterũ, ut patet ex prẹmiſsis: eſt igitur linea m z ęqualis lineę f c:ſed ꝑ 34 p 1 linea z l eſt æqualis lineę t f.Eſt igitur totalis linea m l æqualis totali lineę t c:ergo ꝑ 7 p 5 eſt ꝓportio lineę t c ad h z, ſicut lineę l m ad h z. Eſt ergo ꝓportio lineæ g b ad lineã d e, ſicut lineę t c ad h z:& ꝑmutatim. Cũ ergo linea t c ſit æqualis lineę g b,erit linea e d æqualis ipſi h z datę lineę.. Quod eſt propoſitũ. Si autem linea t c ſit minor diametro b g: producatur ultra ſectionem, donec ipſa ſit æqualis diametro

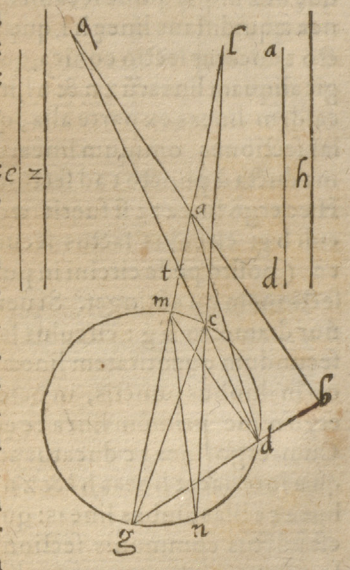


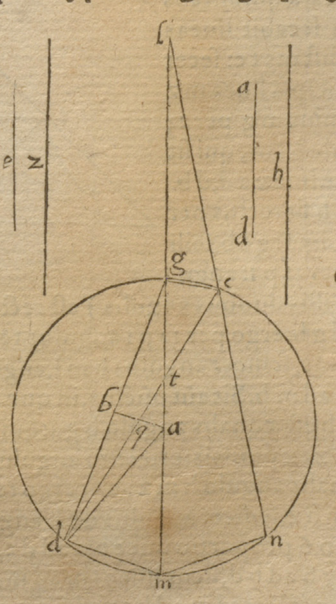


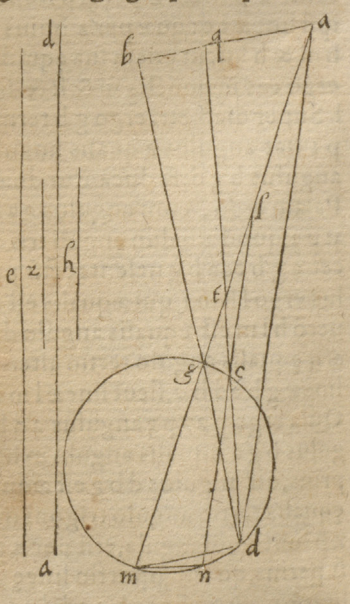
b g, & secundum quantitatem eius fiat circulus. Palàm per prǽmissam, quòd ille secabit sectionem in punctis duobus, qui sint c & u: à quibus lineæ ductę ad punctum t erunt æquales lineę b g per definitionem circuli: & tunc à puncto z ducatur linea æquidistans alteri illarum, & item alia æquidistans alteri: & tunc erit ducere à puncto a per modum prędictum duas lineas e d æquales lineæ datę: & erit idem penitus probandi modus, qui suprà. Patet ergo propositum.

134. Dato trigono orthogonio, & dato puncto in uno suorum laterum angulum rectum continentium: possibile est ducere à puncto illo ad aliud laterum continentium angulum rectum lineam secantem basim ita, quòd pars ductæ lineæ interiacens punctum sectionis, & latus, in quo non est punctus datus, se habeat ad partem basis, quæ est à sectione ad latus, in quo est punctus datus, sicut data linea ad datam lineam. Alhazen 35 n 5.

Esto a b g triangulus datus, cuius angulus a b g sit rectus: & in latere illius b g sit pũctus datus, qui sit d, extra triangulum aut intra: sintq; datę lineę duę e & z. Dico, quòd à puncto d possibile est ducere lineam secantem basim a g, & concurrentem cum latere a b, ita, quòd pars lineæ secãtis interiacens latus a b & basim a g, sit eiusdem proportionis ad partem basis a g, quę est ab illa linea usq; ad punctum g, cuius est data linea e ad datam lineam z. Sit enim primò pũctus d in ipso trigono a b g: & ducatur ab eo linea æquidistans lineę a b per 31 p 1, quę sit d m: & fiat circulus per tria puncta g, d, m per 5 p 4: eritq; linea g m diameter huius circuli per 31 p 3: subtenditur enim angulo recto per 29 p 1: & protrahatur linea a d. Et quia per eandem 29 p 1 angulus g m d est æqualis angulo g a b: palàm, quia angulus g m d erit maior angulo g a d, cum angulus g a b sit maior angulo g a d: secetur ergo ex angulo g m d angulus æqualis angulo g a d per 27 huius, ducta linea m n ad peripheriam circuli: sitq; angulus d m n: quę autem est proportio lineę e ad lineam z, eadẽ sit per 3 huius proportio lineę a d ad lineã h: & à puncto n, qui est punctus in peripheria circuli, ducatur linea ad diametrum g m, quę sit n l, secans circulum in pũcto c, ita, ut eius pars interiacens peripheriam circuli & diametrum, quę est c l, sit æqualis lineę datę h per 128 uel per 130 huius: & ducatur linea g c: & à pũcto d ducatur linea ad punctũ c, quę cũ cadat inter duas lineas ęquidistantes, quę sunt d m & b a, tenens angulum acutũ cum earum altera, ut cũ m d, si producatur, necessariò concurret cũ reliqua per 2 huius: cõcurrat ergo in puncto q. Quia itaq; per 27 p 3 angulus g m d est æqualis angulo g c d, & angulus g m d est ęqualis angulo g a b per 29 p 1: palàm, quòd angulus g c d est ęqualis angulo g a b: ergo per 13 p 1 erit angulus g c q ęqualis angulo b a l: sed angulus b a l per 15 p 1 est ęqualis angulo g a q: angulus ergo g c q est æqualis angulo g a q. Sit autẽ t punctus, in quo linea d q secat lineam a g: erit ergo per 15 p 1 angulus g t c æqualis angulo a t q. Quia ergo trigonorum a t q & t c g duo anguli sunt ęquales, erit & tertius tertio ęqualis: trianguli ergo a t q & t c g sunt æquianguli: ergo p 4 p 6 erit proportio lineę q t ad t g, sicut lineę a t ad t c: uerùm angulus n m d ex pmissis est ęqualis angulo t a d. Quia enim anguli g m d & t a b sunt ęquales: & anguli g m n & d a g ęquales: relinquitur n m a ęqualis angulo t a d: sed & angulus n c d p 27 p 3 est ęqualis angulo n m d: quare angulus n c d est ęqualis angulo t a d: ergo p 15 p 1 angulus t c l, qui est contra positus angulo n c d, est æqualis angulo t a d. Quia ergo angulus t c l est cõmunis duobus trigonis, scilicet trigono t c l & trigono t a d, & anguli t c l & t a d sunt ęquales: erũt p 32 p 1 trigoni t c l & t a d ęquianguli: ergo p 4 p 6 est ꝓportio lineę t a ad lineã t c, sicut lineæ a d ad lineã l c. Fuit aũt ostẽsum superius, qđ est ꝓportio lineę t q ad lineã t g, sicut lineę a t ad lineã t c: ergo p 11 p 5 erit proportio lineę a d ad l c, sicut lineę q t ad t g: sed linea l c est æqualis lineę h, & proportio lineę a d, ad lineam h est, sicut proportio lineæ e ad z. Ergo p 7 & 11 p 5 erit ꝓportio lineæ q t ad lineã t g, sicut lineę e ad lineã z. Quod est ꝓpositũ. Si uerò d pũctus datus sit in latere trigoni, qđ est b g, extra triangulũ ꝓducto: ducatur prius à puncto d linea ęquidistãs lineę a b: & sit d m: & ducatur linea a g, donec cõcurrat cũ linea d m in pũcto m: &



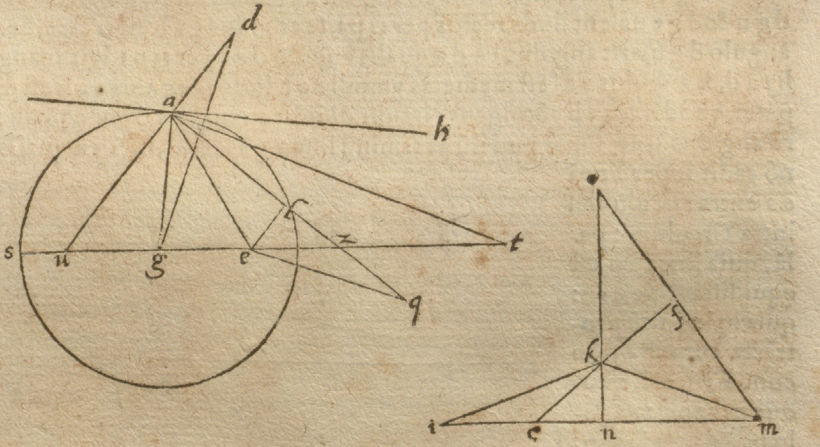




m: & fiat, ut prius, circulus trāſiens ꝑ tria pūcta g, d, m: erit ergo, ut prius, m g diameter iſtius circuli: & ducatur linea a d: erit q̃dē angulus g a d maior angulo g m d ꝑ 16 p 1: fiat ergo, ut prius, ſup pūctū m lineæ d m angulus æqualis angulo g a d ꝑ lineā m n, q̃ ſit angulus d m n: & à puncto n, q̃ ſit in circūferētia circuli, ducatur, ut prius, ꝑ 128 uel ꝑ 130 huius linea ad eductā diametrū m g, cōcurrens cū ipſa in pūcto l, & ſecās peripheriā circuli in pūcto c, ita, ut linea c l ſit ęqualis lineę h aſſumptę, ut prius, ſcilicet ut ꝑ 3 huius ſit ꝓportio lineæ a d ad ipſam h, ſicut lineę datę e ad lineā datā z: & ducatur linea d c ſecans lineā a g in pūcto t, & lineā a b in puncto q. Cū ergo angulus n m d, & angulus n c d per 22 p 3 ſint æquales duobus rectis, & angulus n m d ſit æqualis angulo t a d ex præmiſsis: palàm ex 13 p 1, quoniam erit angulus t c l æqualis angulo t a d: erunt ergo duo trianguli t c l & t a d per 15 & 32 p 1 æquianguli: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ d a ad lineam c l, ſicut lineæ t a ad lineā t c. Cum autem per 27 p 3 duo anguli g c d & g m d ſint æquales, quoniam cadunt in eundem arcum, qui eſt d g, angulus uerò t a q per 29 p 1 eſt æqualis angulo g m d: erit angulus t a q ęqualis angulo t c g: ſed & anguli q t a & g t c ſunt ęquales ꝑ 15 p 1: erūt ergo trigoni g t c & t a q ęquiāguli ꝑ 32 p 1: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ a t ad lineam t c, ſicut lineæ q t ad lineam t g. Eſt ergo ex præmiſsis & per 11 p 5 proportio lineę a d ad lineam c l, quę eſt æqualis lineæ h, ſicut lineæ q t ad lineam t g. Eſt ergo per 11 p 5 proportio lineæ e ad lineam z, ſicut lineę q t ad lineam t g. Quod eſt propoſitum.

135. Datis duobus punctis, uno in circulo, alio extra circulum, uel utroq; extra circulum: poſſibile eſt inuenire punctum in circumferentia dati circuli, ita, ut angulum contentum à lineis à prædictis punctis ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia, linea in illo puncto circulum contingens. Alhazen 36 n 5.

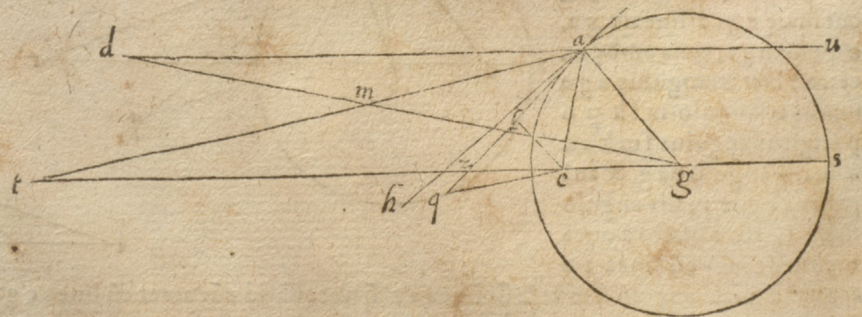
Sunto duo pūcti dati, qui e & d, quorū primò unus, q̃ ſit e, ſit in circulo, & reliquus extra illū: & ſit datus circulus, cuius centrū ſit g. Dico, quòd poſsibile eſt in peripheria circuli g inuenire pūctū, in quo linea cōtingens circulū ducta, ſecet angulū cōtentū à lineis à pūctis d & e ad illū punctū ductis per æqualia. Ducatur enim à pūcto e ad cētrū g linea e g: & ꝓducatur uſq; ad circumferentiā, & ſit e g s: deinde ducatur linea d g: eritq; ex præmiſsis linea e g minor q̃ linea d g. Aſſumatur quoq; linea m i, quę in puncto c taliter diuidatur, ut ꝓportio lineæ i c ad lineā c m ſit, ſicut lineę d g ad lineā g e ꝑ 119 huius: diuidaturq; linea m i ꝑ æqualia in puncto n: à quo ſuper lineā m i ducatur perpēdicularis ꝑ 11 p 1, q̃ ſit n o: & ſuper punctū m ꝑ 23 p 1 fiat angulus ęqualis medietati anguli d g s diuiſi per 9 p 1 ꝑ æqualia: ducaturq; linea m o. Palàm aūt, quòd angulus i m o erit minor recto, quoniā angulus d g s eſt minor duob. rectis: ſed angulus o n m eſt rectus: igitur per 14 huius linea m o concurręt cum linea n o: ſit autem punctus concurſus o: à puncto uerò c ducatur linea ad triangulum m n o, quę ſit c k f, ita, ut proportio lineę k f ad lineā f m ſit, ſicut proportio lineæ e g ad lineam g s: quod fieri poteſt per pręcedentē. Ducatur quoq; linea m k: & ſuper punctū g terminū lineę e g ꝑ 23 p 1 fiat angulus ęqualis angulo m f k, ꝑ lineā uſq; ad circumferentiā productā: q̃ ſit a g: & ſit angulus a g e: & ducantur duæ lineæ a g & a d. Dico, quòd a eſt quęſitus punctus. Ducatur enim linea e a. Cum ergo ex pręmiſsis angulus m f k ſit æqualis angulo a g e, & ꝓportio lineę k f ad lineā f m, eſt, ſicut ꝓportio lineæ e g ad lineā g s: ergo ꝑ 7 p 5 erit ꝓportio lineę k f ad lineā f m, ſicut lineę e g ad lineam g a, æqualem g s, quia ambę ex cētro: erit triangulus a g e ſimilis triangulo m f k ꝑ 6 p 6: igitur angulus f m k eſt æqualis angulo e a g, & angulus a e g æqualis angulo m k f. Igitur à pūcto a ducatur linea tenēs cū linea a e



angulū æqualē angulo n m k: & ſit linea a z, q̃ neceſſariò cōcurret cū linea e g: quoniā eſt proportio e g ad g a, ſicut k f ad f m, & angulus g a z æqualis eſt angulo f m c: fuit enim prius angulus e a g ęqualis angulo f m k. Sicut ergo linea m o cōcurrit cū linea k f in pūcto f, ſic cōcurret linea a z cū linea g e. Sit ergo cōcurſus in pūcto z: & ꝓducatur linea a z uſq; ad pūctū q: donec linea a z ſe habeat ad lineā q z, ſicut linea m c ad c i ꝑ 3 huius: erit ergo ꝓportio lineę a z ad lineā q z, ſicut lineæ d g ad lineā g e: & ducatur linea e q. Deinde à pūcto a ducatur linea æquidiſtās lineę e q, q̃ ſit linea a t ꝑ 31 p 1, & erit angulus a q e æqualis angulo q a t ꝑ 29 p 1, quoniā duo anguli z e a & e a t ſunt minores duobus rectis, ideo, quia ꝑ 29 p 1 anguli q e a & e a t ualēt duos rectos: cōcurret linea a t neceſſariò cū linea e z ꝑ 14 huius. Sit ergo pūctus cōcurſus t. Quia uerò angulus e a z eſt æqualis angulo n m k, ut ſuprà patuit: ducta à pūcto e linea ꝑpēdiculari ſup lineā a z ꝑ 12 p 1, q̃ ſit e l, erūt trigoni a e l & n m k æquiāguli ꝑ 32 p 1: erit ergo angulus a e l æqualis angulo m k n, & angulus a l e ęqualis angulo m n k, q̃a uterq; eſt rectus: ſed etiā angulus a e g eſt ex ꝓmiſsis ęqualis angulo m k f: reſtat ergo ꝑ 13 p 1, ut angulus l e z ſit ęqualis angulo n k c, & angulus e l z rectus eſt ęqualis angulo k n c recto: erit ergo ꝑ 32 p 1 angulus e l z

æqualis

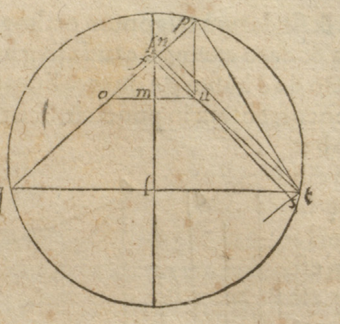
æqualis angulo k c n. Igitur per 13 p 1 erit angulus e z q æqualis angulo k c i. Palàm ergo ex præmissis, quòd triangulus a e g est æquiangulus triangulo f m k: & triangulus e a l æquiangulus est triangulo k m n: & triangulus e l z æquiangulus triangulo k n c: & triangulus e a z æquiangulus triangulo k m c. Est igitur per 4 p 6 proportio a z ad e z, sicut m c ad c k: est autem proportio q z ad z a, sicut proportio i c ad c m, ut patet ex præmissis: erit ergo per 22 p 5 proportio q z ad z e, sicut i c ad c k: est ergo triangulus q z e per 6 p 6 æquiangulus triangulo i c k. Cum ergo triangulus e l z sit æquiangulus triangulo k n c: erit totus triangulus q l e æquiangulus toti triangulo i k n: est ergo per 4 p 6 proportio e l ad l q, sicut k n ad n i: & similiter est proportio a l ad l e, sicut m n ad n k: erit ergo per 22 p 5 proportio n m ad n i, sicut a l ad l q: sed linea n m est æqualis n i ex hypothesi: ergo linea a l est æqualis lineæ l q: ergo per 4 p 1 linea e q erit æqualis lineæ e a: & angulus l q e æqualis angulo l a e: sed & angulus e q z per 29 p 1 est æqualis angulo t a l: angulus ergo e a l est æqualis angulo t a l: quia angulus e q z est æqualis angulo t a l: & angulus e z q est æqualis angulo a z t per 15 p 1: igitur tertius tertio: eritq; triangulus z e q æquiangulus triangulo z a t. Est ergo per 4 p 6 proportio q z ad z a, sicut e z ad z t, & sicut e q ad a t: est autem ex præmissis linea e q æqualis lineæ e a: ergo per 7 p 5 est proportio q z ad z a, sicut a e ad a t: sed q z ad z a est ex pręmissis, sicut e g ad g d. Igitur p 11 p 5 est ꝓportio lineę a e ad a t, sicut e g ad g d. Fiat aũt super pũctũ a angulus ęqualis angulo g a e: qui sit u a g, ꝓducta linea a u, si possibile fuerit, usq; ad lineã g s. Palàm ergo ex pręmissis, quoniã angulus g a l est medietas anguli u a t: cũ enim angulus e a q ex pręmissis & p 5 p 1, ideo, quia lineę a e & e q sunt æquales, sit æqualis angulo a q e, qui per 29 p 1 est æqualis angulo q a t: patet, quòd angulus e a l est æqualis angulo l a t: sed angulus g a e est ęqualis angulo u a g. Est ergo angulus g a l medietas anguli u a t: sed angulus g a l cum sit ex pręmissis ęqualis angulo f m c, qui constitutus est ęqualis medietati anguli d g s, ęqualis est medietati anguli d g u. Angulus ergo u a t est ęqualis angulo d g u: sed anguli t a u & t u a sunt minores duobus rectis argumento 32 p 1, cum lineę a t & u t concurrant in puncto t. Quare duo anguli t u a, d g u sunt minores duobus rectis. Igitur linea a u concurret cum linea d g per 14 huius. Dico autem, quòd concurrent in puncto d: efficiet enim linea u a producta ad lineam g d cum lineis u g & g d, triangulum similem triangulo a u t: quoniam isti trigoni habent angulum a u g communem, & angulus t a u est æqualis angulo d g u: erit ergo tertius tertio æqualis: ergo per 4 p 6 est proportio a u ad a t. sicut u g ad lineam, quã secat a u ex g d: & ꝓportio e a ad a u est, sicut e g ad g u p 3 p 6: quia angulus u a g est ęqualis angulo g a e. Cum ergo ex pręmissis eadem sit proportio e a ad a t, quę e g ad g d: & proportio e a ad a t sit composita ex proportione e a ad a u, & a u ad a t: (quoniam per 13 huius proportio extremorum componitur semper ex proportione cuiuscunq; medię ad ambas extremas) erit proportio e g ad g d cõposita ex eisdẽ proportionibus. Quare erit cõposita ex proportione e g ad g u, & g u ad lineã, quã secat u a ex linea g d: sed est cõposita ex proportionibus e g ad g u, & g u ad g d. Igitur linea, quã secat a u ex g d, est linea g d. Ergo a u secat g d in pũcto d. Producatur ergo per 17 p 3 à pũcto a linea cõtingens circulũ, quæ sit a h: erit ergo angulus g a h rectus per 18 p 3: sed angulus g a l est medietas anguli d g u, ut patet ex præmissis. Igitur angulus l a h est medietas anguli d g e: ideo, quia anguli d g u & d g e ualent duos rectos per 13 p 1, & angulus g a h est rectus. Sed cũ angulus t a u sit æqualis angulo d g u, erit angulus t a d æqualis angulo d g e per 13 p 1. Igitur angulus l a h est medietas anguli t a d, & angulus e a l est medietas anguli e a t. Igitur angulus e a h est medietas anguli e a d. Quare patet, quòd linea a h cõtingens circulũ, diuidit angulũ e a d per ęqualia: quod est propositũ. Cũ uerò angulus u a g super punctũ a terminũ lineæ g a factus, fuerit æqualis angulo g a e: tũc si linea a u nõ cadit super lineã e s extra circulũ uel intra circulum: palã, quia linea a u est ęquidistãs lineæ e s: quia in infinitũ protracta cum illa non concurrit: erit quoque per 29 p 1 angulus u a g æqualis angulo a g e: sed per præmissa angulus g a e est æqualis angulo u a g: ergo angulus g a e æqualis erit angulo a g e. Ergo per 6 p 1 in trigono a g e latus a e est æquale lateri e g. Similiter angulus t a d erit æqualis angulo a t g per 29 p 1: sunt enim coalterni linearum æquidistantium ex hypothesi: sed iam ostensum est, quòd angulus t a d est æqualis angulo d g t. Igitur angulus a t g est ęqualis angulo d g t. Et similiter duo anguli a d g & d g t sunt æquales per 29 p 1: ergo duo anguli a d g & a t g sunt æquales. Sequitur ergo ex ijs, quòd linea, quã secat a u ex linea g d, sit æqualis lineæ a t: & iam præostensum est, quòd linea e g est æqualis ipsi a e, est ergo p 7 p 5 ꝓportio lineæ e g ad lineã, quã secat a u ex d g, sicut a e ad a t: sed ostẽsum est, qđ a e ad a t est, sicut e g ad g d. Igitur linea, quam secat a u ex g d, est g d. Et cũ ex pręmissis angulus t a d sit ęqualis angulo d g t: erit angulus l a h medietas anguli t a d, ut suprà patuit: & angulus e a l medietas anguli e a t. Erit ergo e a h medietas anguli e a d. Quod est ꝓpositũ. Eodéq; modo demõstrãdũ, si ambo

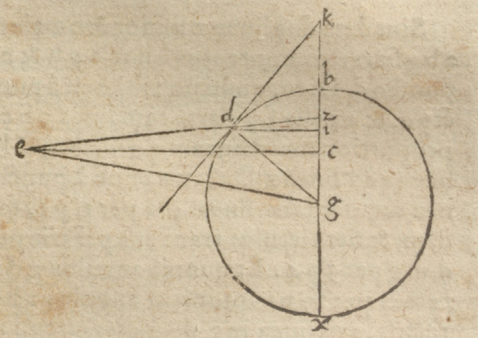


ſi ambo puncta e & d data ſint extra circulum. Patet ergo totum propoſitum.

136. Dato circulo & in eo diametro, punctoq́; extra circulum: poßibile eſt à dato pũcto ad diametrum ducere lineam, ſecantem circulum ſic, quòd pars ductæ lineæ interiacens circumferentiam & diametrum, ſit æqualis parti diametri interiacenti ipſam & centrũ. Alhazen 37 n 5

Eſto datus circulus, cuius centrum ſit g: & in eo data diameter ſit x g b: ſit quoq; punctus e punctus extra circulum. Dico, quòd poſsibile eſt duci à puncto e ad diametrum x g b lineam ſecantem circulum ſecundum prædictum modum. Ducatur enim à puncto e perpendicularis ſuper diametrum x g b per 12 p 1, quæ ſit e c: & ſit exempli cauſſa, ut cadat illa perpendicularis ſuper ſemidiametrum b g, & ducatur linea e g: & aſſumatur linea q t æqualis lineę e c: & fiat per 33 p 3 ſuper lineam q t portio circuli talis, ut quilibet angulus cadens in hanc portionem, ſit æqualis angulo e g b: & compleatur circulus: & à medio puncto l, lineę q t, quod ſit ſuper ipſam q t ducatur perpendicularis per 10 & 11 p 1, & ducatur ex utraq; parte uſq; ad circumferentiam circuli: erit ergo ducta perpendicularis diameter circuli illius per 1 p 3: & à puncto q ducatur linea ad hanc diametrum, ſecans ipſam in puncto f: & producatur uſq; ad p punctum circumferentiæ, ita, ut eius pars, quę f p, ſit æqualis medietati lineę g b ſemidiametro dati circuli: quod fiet per 133 huius: & ducantur lineę p t & t f: & ducatur à puncto p linea p u ęquidiſtans diametro, concurrens cum linea t f in puncto u (concurret autem per 2 huius) & à puncto u ducatur linea æquidiſtans lineę q t, quę ſit u o, ſecans diametrum f l in puncto m, & lineam p q in puncto o: & à puncto t ducatur perpendicularis ſuper lineam p q per 12 p 1, quę ſit t n: & à puncto t ducatur linea æquidiſtãs lineę p q per 31 p 1, quę ſit t s: & à puncto u ducatur perpendicularis ſuper lineam p q, quę ſit u h. Deinde ex angulo b g e ſecetur angulus æqualis angulo q p u per 27 huius, qui ſit b g d, ducta linea g d ad peripheriá circuli: & à puncto e ducatur linea e d z.





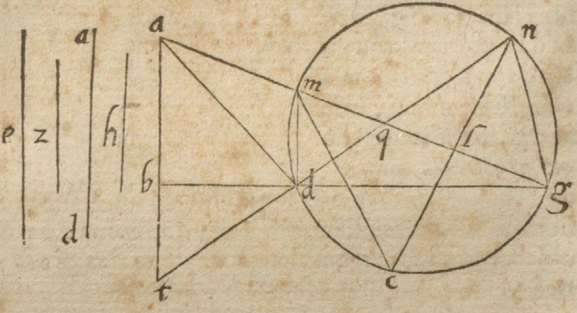
Dico, quòd linea d z eſt æqualis parti diametri, q̃ eſt z g, ſicut proponitur. Ducatur enim à puncto d perpendicularis ſuper lineam b g, quę ſit d i: & ducatur à pũcto d linea contingens circulũ per 17 p 3, quę ſit d k. Palá itaq; (cũ ex præmiſsis diameter f l ſit perpendicularis ſuper lineam q t, & ſuper eius æquidiſtantem o u per 29 p 1, linea uerò p u ſit æquidiſtans illi diametro) quòd angulus o u p erit rectus per eandem 29 p 1. Et cum linea o u diuidatur per diametrum f l in partes æquales, & orthogonaliter per 29 p 1. 4 p 6 & 22 p 5, eò quòd linea q t ſibi ęquidiſtans ſimiliter eſt diuiſa: erũt per 4 p 1 trianguli o f m & u f m ęquianguli: ergo per 4 p 6 cum latus f m ſit ęquale ſibijpſi, erit o m ęquale m u, & f o ęquale f u. Sed cum duo anguli p o u & o p u ualeant unum rectum per 32 p 1, ideo quòd angulus p u o eſt rectus, ut patet ex pręmiſsis & 29 p 1, erit angulus f u p ęqualis angulo f p u: ideo, quia, ut pręmiſſum eſt, angulus f o u ęqualis eſt angulo f u o: ſed angulus f p u cum angulo f o u ualet unum rectum, ut pręoſtenſum eſt: ergo angulus f p u cum angulo f u o ualet unum rectum: eſt ergo angulus f u p æqualis angulo f p u, quia ſi ab ęqualibus ęqualia demas, quę relinquuntur, &c. Ergo per 6 p 1 latus f p ęquale erit lateri f u: erit ergo f p ęquale ipſi f o. Sic ergo erit linea p o ęqualis ſemidiametro g b, ergo & ipſi g d per definitioné circuli: & ita erit per 7 p 5 proportio lineę e c, quę eſt ęqualis lineę q t, ad lineam g d, ſicut lineę q t ad p o ęqualem g d. Sed cum angulus k d g ſit rectus per 18 p 3, ęqualis eſt ipſi angulo recto g i d, & angulus i g d eſt communis: erit ergo per 32 p 1 triangulus i g d ęquiangulus triangulo k g d: erit ergo per 4 p 6 proportio lineę g d ad d i, ſicut lineę g k ad k d: ſed angulus k g d eſt ęqualis angulo q p u, & angulus g d k, qui rectus eſt per 18 p 3, eſt ęqualis angulo recto o u p: erit ergo per 32 p 1 tertius tertio ęqualis, & triágulus k d g ęquiangulus triangulo o u p: eſt ergo per 4 p 6 proportio lineę g k ad k d, ſicut lineę o p ad o u. Et quoniá ex pręmiſsis eſt proportio lineę g k ad k d, ſicut lineę g d ad d i: ergo per 11 p 5 eſt proportio lineę g d ad d i, ſicut lineę o p ad o u: fuit autem ex pręmiſsis proportio lineę e c ad g d, ſicut lineę t q ad p o: ergo per 22 p 5 erit ꝓportio lineę e c ad d i, ſicut lineę q t ad o u: ſed proportio q t ad o u eſt, ſicut t f ad f u per 29 p 1, & per 4 p 6, cum triangulus t f q ſit æquiangulus triangulo o f u. Verùm angulus u t s eſt æqualis angulo h f u per 29 p 1, eſt enim coalternus illi inter lineas ęquidiſtantes, quę ſunt h q & s t: ſed & angulus u s t eſt rectus ęqualis angulo f h u recto, & angulus f u h æqualis eſt angulo s u t per 15 p 1: erit ergo triangulus u s t æquiangulus triangulo h u f: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ t u ad u f, ſicut lineæ s u ad u h: ergo per 18 p 5 erit cõiunctim proportio lineę t f ad f u, ſicut lineę s h ad h u: ſed linea t n ęqualis eſt lineę s h per 34 p 1: ergo per 7 p 5 erit proportio lineę t n ad lineá h u, ſicut lineę t f ad f u. Sed, ſicut patuit ex prę-miſsis, quę eſt proportio lineę t f ad f u, eadem eſt lineę q t ad o u per 4 p 6. Ergo per 11 p 5 proportio lineę q t ad o u eſt, ſicut lineę t n ad h u: ergo & proportio lineę e c ad d i eſt, ſicut lineę t n ad u h. Sed cum angulus g i d ſit rectus, eſt ęqualis angulo p h u recto, & angulus i g d æqualis angulo h p u

ex prę-

ex pręmissis: erit ergo tertius tertio ęqualis ꝑ 32 p 1: est ergo triangulus i g d ęquiangulus triangulo h p u: est ergo ꝑ 4 p 6 ꝓportio lineę i d ad d g, sicut lineę h u ad u p: quare erit ꝑ 22 p 5 ꝓportio lineę e c ad g d, sicut lineę t n ad u p. Sed cū angulus c g e sit æqualis angulo n p t ex hypothesi, & angulus g c e rectus, ęqualis angulo p n t: erit trigonorū n p t & g c e angulus reliquus reliquo ęqualis. Ergo per 4 p 6 erit ꝓportio lineę e g ad e c, sicut lineę p t ad n t: est igitur proportio lineę g e ad g d, sicut lineę p t ad u p per 22 p 5: sed & angulus d g e æqualis est angulo u p t ex hypothesi: quia enim angulus q p t est æqualis angulo b g e, & angulus q p u æqualis angulo b g d: remanet angulus u p t æqualis angulo d g e. Igitur triangulus d g e est æquiangulus triangulo u p t per 6 p 6: ergo angulus g d e ęqualis est angulo p u t: restat ergo per 13 p 1, ut angulus g d z sit æqualis angulo f u p: sed in trigonis g d z & p f u est angulus d g z æqualis angulo u p f: quare tertius tertio per 32 p 1: est ergo ꝑ 4 p 6 proportio lineę d z ad z g, sicut lineę u f ad f p: sed linea u f est ęqualis ipsi f p ex præmissis. Igitur linea d z æqualis est ipsi z g. Quod est propositū. Est aūt uniuersalis hęc propositio siue intra circulū ad aliquā partē diametri fiat ductio, siue ad ipsam peripheriā circuli, ita, ut lineę ductę pars intra circulum fiat ęqualis semidiametro: siue fiat ductio ad aliquem punctum diametri extra circulum sic, quòd linea à puncto, quo tangit circuli peripheriam, sit æqualis parti diametri, quam abscindit. Patet ergo, quoniam hęc omnia eueniunt secundum quantitatem anguli k g d. Et hoc est propositum.

137. Dato trigono orthogonio, datoq́ aliquo puncto in maiore suorum laterum rectum angulum continentium: possibile est à dato puncto ducere lineam ad basim ex alia sui parte cum reliquo latere concurrentem, quæ se habeat ad inferiorem partem abscissam basis, sicut linea data ad lineam datam. Alhazen 38 n 5.

Sint datę duę lineę, z minor & e maior: & sit datum trigonum orthogonium a b g, cuius angulus a b g sit rectus, contentus à lineis g b & b a, & dato exempli caussa in g b latere maiore illius trigoni puncto d. Dico, quòd possibile est à puncto d ad basim g a ducere lineam secantē basim a g in puncto q, & ex alia sui parte cum linea a b concurrentem in puncto t, sic ut ipsa totalis linea t q habeat proportionem ad lineam q g illam, quā habet linea e ad lineā z. Ducatur enim à puncto d linea æquidistans lineæ d a per 31 p 1, quę sit d, m, & fiat circulus transiens per tria puncta d, m g per 5 p 4. Et quoniā angulus g d m est rectus per 29 p 1, quoniam angulus a b g est rectus, erit linea m g diameter circuli per 31 p 3: & ducatur linea d a. Sit quoq; h quædam linea, ad quam se habeat linea d a, sicut linea e ad z per 3 huius. Et cum per 29 p 1 angulus d, m, g sit æqualis angulo b a g: secetur ex angulo d m g angulus æqualis angulo d a g per 27 huius: & sit angulus c m d: & ducatur m c, donec secet circumferentiam in puncto c: & à puncto c ducatur linea ad diametrum m g, & usque ad circumferentiam, quę sit linea c n, secans diametrum m g in puncto l taliter, quòd linea l n sit æqualis lineę h datę per 133 huius: & ducatur linea n g, & producatur d n linea concurrens cum linea a g in puncto q. Cum igitur angulus d m c sit ęqualis angulo d n c per 27 p 3: cadunt enim in eundem arcum, qui est d c: palàm, quia erit angulus q n l æqualis angulo d a q: & angulus n q l est æqualis angulo d q a per 15 p 1: erit ergo per 32 p 1 triangulus n q l ęquangulus triangulo d q a: igitur per 4 p 6 erit proportio lineę a q ad q n, sicut lineę a d ad n l. Sed cum angulus d m g sit æqualis angulo d n g per 27 p 3: quia cadunt in eundem arcum d g: erit autem per 29 p 1 angulus d m g ęqualis angulo t a g: patet, quia angulus q n g ęqualis angulo t a g. Sit itaque t punctus, in quo linea d n concurrit cum a b: eritq; per 15 p 1 angulus t q a ęqualis angulo n q g: ergo per 32 p 1 erit triangulus t q a ęquiangulus triangulo g q n: erit ergo per 4 p 6 proportio lineę a q ad lineam q n, sicut lineę t q ad lineam q g: est igitur per 11 p 5 proportio lineę t q ad lineam q g, sicut lineę a d ad lineam n l: sed linea n l est æqualis h assumptæ lineæ, & proportio lineæ a d ad lineam h est, sicut lineę e ad lineam z. Est ergo proportio lineę t q ad lineā q g, sicut lineæ e ad lineam z. Quod est propositū. Et si contingat quòd à puncto c possint duci duæ lineæ similes lineę c l n: erit possibile à puncto d duci duas lineas similes lineæ t q, ita scilicet, ut utriusque ad partem, quam secat ex basi a g, sit proportio, sicut lineę e ad lineam z: & erit eadem demonstratio. Plures autem huiusmodi lineas quàm duas nō est possibile duci, ut patuit per 133 huius. Patet ergo propositum. Et licet hoc, quod hic proponitur, non uideatur penitus uniuersale, quantum ad quælibet puncta data, & quaslibet lineas datas, ad quarum proportionem fieri debeat ipsius basis proportio: nos tamen hoc proposito theoremate non, nisi modo conuenienti & possibili in sequentibus utemur.



VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER SECVNDVS.

VNiuersalibus huius scientiæ axiomatibus mathematicis præmissis: in hoc secundo libro (ut promisimus) uniuersali actioni sensibilium formarum quædã præambula naturalia præmittentes, de modo proiectionis luminis per mediũ unius diaphani, uel pluriũ super diuersas figuras corporum, & de proiectione umbrarũ, & de figuratione lucis cadentis per fenestras aggredimur tractatum, ut de ijs, sine quibus sermonẽ uisibilium formarũ aggredi conueniens non fuit, prout in processu postmodum patebit: quæ uerò præmittimus, ut nota sensui, sunt ista.

DEFINITIONES.

1. Corpus luminosum, dicitur omne corpus, quod est sui luminis diffusiuũ. 2. Corpus diaphanum dicitur omne corpus, per quod lumini patet transitus. 3. Corpus umbrosum dicitur corpus, per quod lumini non patet transitus. 4. Lux prima dicitur illa, quæ efficit secundã, sicut lux intrans domũ per fenestrã, & illuminãs domũ residuã in loco, cui incidit, dicitur prima: in angulis uerò domus dicitur lux secunda. 5. Lux minima dicitur, quæ si diuidi intelligatur, nõ habebit amplius actũ lucis. 6. Radius dicitur linea luminosa. 7. Linea radialis dicitur linea, per quam fit diffusio formarũ. 8. Linea refracta dicitur linea, cuius partes angulũ continẽt. 9. Pyramis radialis dicitur pyramis, cuius basis est in superficie corporis suã formã diffundentis, & uertex in puncto alterius corporis cuiuscunq;. 10. Pyramis illuminatiõis dicitur illa, cuius uertex est in pũcto corporis luminosi, & basis in superficie rei illuminatę.

PETITIONES.

Petimus autẽ hæc, ut per se sensui nota: 1. Lucẽ cõpressam fortiorẽ esse luce disgregata. 2. Item lucem fortiorem uehementius illuminare, & lõgius se diffundere. 3. Item in absentia luminis umbram fieri. 4. Item in allatione luminis umbram deficere. 5. Item aliquam umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari. 6. Item lucẽ ad omnẽ positionis differentiam ęqualiter diffundi. 7. Item lucẽ res coloratas pertrãseuntẽ illarũ coloribus colorari, ut patet de luce trãseunte uitreas fenestras, quę illorũ uitrorũ colorib. informat, secũ formas illorũ colorũ super obiecta corpora deferendo. 8. Itẽ quòd natura nihil frustra agit, sicut nec deficit in necessarijs.

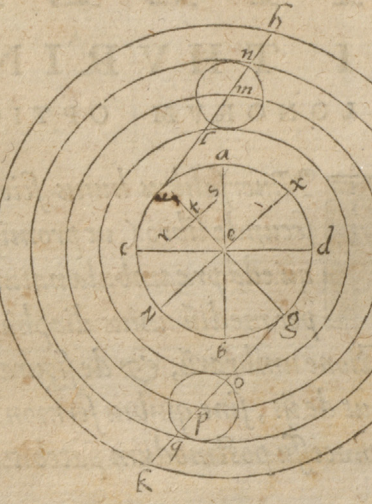
THEOREMATA.

1. Radij quorumcunq; luminum & multiplicationes formarum, secundum rectas lineas protenduntur. Alhazen 2 n 7.

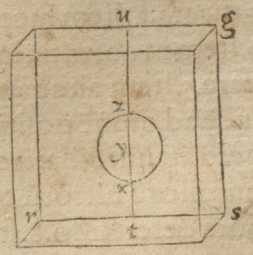
HOc quod hic proponitur, non demonstratione, sed instrumentaliter potest declarari: diuersitas tamen antiquorũ ad hoc probandũ pluribus & diuersis usa est instrumentis, nos uerò utimur isto, quod hic subscribimus, quòd regularius huic ꝓposito credimus cõuenire. Assumatur itaq; uas æneum rotundũ cõuenienter spissum, ad modum matris astrolabij, cuius fundi latitudo sit unius cubiti, uel maior, & altitudo oræ eius sit æqualis latitudini duorũ digitorũ perpẽdicularis super basim uasis: & in medio dorsi huius uasis sit perpendiculariter erectũ aliquod corpus plurimũ rotundũ columnare, cuius longitudo sit æqualis latitudini trium digitorũ, latitudo uerò eius sit minor uno digito: & ponatur hoc uas secũdũ sui puncta media in tornatorio, & tornetur quousq; peripheria eius sit intrinsecus & extrinsecus ueræ rotunditatis, & adæquentur planæ superficies ipsius, & corpus columnare, quod est in medio dorsi, fiat rotundũ. Signentur itaq; in interiori superficie fundi huius uasis duæ diametri orthogonaliter se secantes, quæ sint a b & c d: palàm, quoniam illę diametri transeunt per centrum circuli fundi, quod sit e: deinde signetur in basi oræ istius uasis, quæ est circulus a c b d, in distantia extremitatis alterius diametrorum productarum, ut diametri a b, secundum latitudinem unius digiti pun-

 ctum,

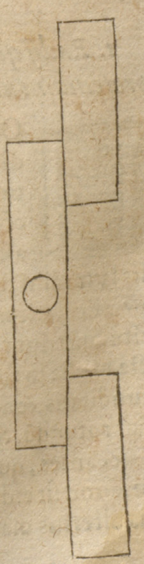
ctum, quod sit f: & ex hoc puncto tertia trahatur diameter per centrũ e, quę sit f g: & à duob. termi-
nis istius diametri f g ducãtur duę lineę in intrinseca
superficie orę uasis: quę necessariò erunt perpẽdicu-
lares super superficiẽ fundi laminę, ideo, q̃d superfi-
cies orę, in qua perpẽdiculares istę ꝓducuntur, sunt
erectę super superficiẽ fundi, ut patet suprà. Illę quo-
que perpendiculares sint f h & g k: & in altera istarũ
linearũ, ut in f h, signentur tria puncta æquidistantia
secundũ quãtitatẽ medietatis grani hordei, quę sint
l, m, n, quorũ primũ, q̃d est l, sit propinquius basi ua-
sis & ipsi puncto f, à quo distet per quantitatẽ medie
tatis grani hordei. Et deinde reducatur uas ad torna
torium, & signẽtur in ipso tres circuli æquidistãtes,
transeuntes ꝑ illa tria pũcta l, m, n: q circuli diuident
lineá g k isti diuisę lineę, quę est f h, oppositá, ꝓpor-
tionaliter prius diuisę per 17 p 11, sintq; diuisiones li-
neę g k puncta o, p, q: & fient in in unoquoq; istorũ
triũ circulorũ duo pũcta opposita, q̃ sunt extremita-
tes alicuius diametri illorũ circulorũ: ut pũcto diui-



sionis lineę f h (q̃d est punctũ l) opponitur in linea g k punctũ o, & fit linea l o diameter circuli æ-
quidistantis circulo a c b d: & similiter linea m p fit diameter alterius circuli, & linea n q fit diame-
ter circuli tertij. Diuidatur itaq; medius istorũ ctrculorũ in 360 partes, & si possibile fuerit, ꝑ minu
ta: deinde super lineã f h alterã duarũ linearũ perpẽdiculariũ, quę sunt f h & g k, punctũ mediũ, q̃d
est m, perforetur foramẽ rotundũ: & sit medietas diametri foraminis secundũ quantitatẽ distantię
circulorũ, quę est linea m l: attinget ergo foramẽ illud ambos circulos extremos, & medius circulo
rũ diuidet circulũ foraminis ꝑ æqualia, quoniá trãsit ꝑ centrũ foraminis. Deinde accipiatur lamina
ænea plana aliquantulum spissa, & sit eius spissitudo sicut orę ipsius instrumẽti, & eius lõgitudo sit
duorũ digitorũ, sicut & ora uasis, & eius latitudo sit prope hoc, & sit ęquidistantiũ superficierũ: pla
neturq; adeò, ut cõmunis sectio superficierũ suę latitudinis & spissitudinis sit linea recta, quę sit r s,
diuidaturq; in duo æqualia ꝑ 10 p 1: & ab eius medio puncto, q̃d sit t, ducatur linea recta perpendi-
culariter super ipsam lineã r s in superficie latitudinis, quę sit t u: & hęc, ut patet ex pręmissis & per
29 p 1, necessariò ęquidistabit ambabus lineis lõgitudinis, diuidens superficiẽ tabulę per ęqualia: &
in hac linea perpendiculari, quę est t u, à parte lineę r s, cui superstat, incipiendo, signentur tria pun
cta ęqualiter distantia ab inuicẽ secũdũ quãtitatẽ medietatis grani hordei, quę sint x, y, z, & à medio
istorũ pũctorũ, quod est y, ꝑforetur lamina foramine rotũdo: sicq; foraminis peripheria ad alia duo
puncta pertinget, eritq; hoc foramen ęquale foramini l m n prius facto in
ora uasis. Deinde in duo ęqualia diuidatur semidiameter uasis fundi, quę
est f e, cuius extremitati in ora uasis superstat una linearũ perpendiculariũ,
quę est f h: sitq; punctus diuisionis t: & ab hoc puncto medio t ducatur li-
nea perpendicularis super eandẽ diametrum, quę sit r t s: deinde ponatur
basis paruę laminę super hãc lineã, donec linea, quę est differẽtia cõmunis
latitudinis & ꝓfunditatis laminę, quę est r t s, supponatur lineę isti perpen
diculari ductę super diametrũ, quę similiter est r t s: sitq; punctus diuidens
lineá laminę, quę est cõmunis differentia superficierum latitudinis & pro-
funditatis, qui est punctus t, superpositus puncto t, signato in linea f e semi

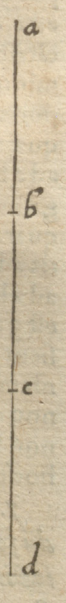


diametro uasis: deinde cõsolidetur parua lamina fundo uasis: erit quoq; tũc foramẽ
x y z, quod est in parua lamina, quę est r u s, directè oppositũ foramini l m n, q̃d est in
uasis ora: & erit linea recta, quę est m y, copulãs cẽtra istorũ foraminũ in superficie cir
culi medij triũ circulorũ prius signatorũ, cuius diameter est linea m p: eritq; linea m y
ęquidistans diametro uasis, quę est f e. Deinde resecetur ex ora uasis pars interiacẽs
duas diametros orthogonaliter se secãtes, quę sit pars quarta proximè sequẽs quartã
illã, in qua est foramẽ, cui foramẽ laminę opponitur: & est in circulo a c b d, correspõ-
dens arcui a d, & planetur locus sectionis, donec fiat una superficies cũ superficie fun
di uasis. Et ducta quarta circuli, quę sit a d, secundũ quãtitatẽ circuli orę diuidatur in
90 grad. & diuidantur grad. in minuta: & isti uasi taliter informato & figurato, dein-
ceps damus nomẽ instrumẽti. Deinde accipiatur regula ęnea quadrãgula, cuius lõgi
tudo sit unius cubiti, & sint quatuor superficies ipsam cõtinentes, latitudinis duorũ
digitorũ, & adęquẽtur superficies eius, donec fiant ęquales rectãgulę. Deinde in me-
dio pũcto lõgitudinis regulę, & in medio alicuius illarũ superficierũ fiat foramen ro-
tundũ, cuius amplitudo sit capax corporis, q̃d est in dorso instrumẽti: & sit foramen
perpẽdiculare super superficiẽ regulę trãsiens ad aliã partẽ superficiei oppositę, fiatq;
taliter, q̃d reuoluatur in ipso instrumentũ nõ leui reuolutione, ponaturq; instrumen
tũ super regulã immisso corpore, q̃d est in eius dorso in foramẽ regulę, donec superfi
cies instrumẽti cõiungatur supficiei regulę: eritq; lõgitudo regulę ęqualis diametro



instrumen-

instrumenti:fiantq; duæ pinnulæ latitudinis & spissitudinis regulæ, sed lõgitudinis plusquã unius digiti, quę cõsolidẽtur super extremitates regulę, ita, quòd ipsorũ præeminẽtia super extremitates regulæ sit unius digiti, uel parũ plus, uel minus, & pinnulę illæ cõsolidatę sint super superficiẽ regulę nõ perforatã. Et quia latitudo regulę est duorũ digitorũ, altitudo uerò corporis in dorso instrumẽti est triũ digitorũ, ille tertius digitus, quo corpus prę eminet regulæ, perforetur, sicut in astrolabio, & immittatur cuspis cõtinens regulã cũ instrumẽto. Deinde assumatur alia regula ænea, cuius latitudo sit dupla suæ spissitudini, spissitudo uerò sit æqualis diametro foraminis, qđ est in ora instrumẽti, & lõgitudo eius sit æqualis medietati cubiti, fiatq; hæc regula recta & uera, & eius superficies æquales & æquidistãtes. Deinde secetur illa regula in una sui parte obliquè, donec finis lõgitudinis eius cõtineat cũ termino latitudinis angulũ acutũ, ut facilius ualeat moueri. In parte uerò altera sit finis latitudinis eius perpendicularis super finẽ lõgitudinis. Deinde diuidatur linea eius latitudinis in duo æqualia, & à puncto sectionis ducatur linea ęquidistans lineis lõgitudinis: quę erit perpendicularis super lineã latitudinis per 29 p 1. Cũ itaq; hæc regula fuerit superposita superficiei fundi instrumẽti taliter, ut eius spissitudo sit orthogonaliter erecta super fundũ instrumenti, & superficies latitudinis applicetur superficiei fundi ipsius instrumẽti: tũc erit eius superior superficies in superficie circuli medij triũ circulorũ in ora instrumenti protractorum, cuius diameter est linea m p: ideo, quia spissitudo regulę est æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis, quę est n l, est æqualis lineæ perpẽdiculari exeunti à cẽtro foraminis super superficiẽ planã instrumẽti, quę est linea m f, cui adiacet linea spissitudinis regulę, æqualis ipsi. Cũ itaq; propositã conclusionẽ experimentaliter placuerit declarare, opponatur instrumẽtum prę missum corpori solari, uel alteri corpori luminoso cuicunq;, uel etiã candelæ, & applicetur cẽtrum foraminis instrumẽti, qđ est punctum m, opposito corporis luminosi, secundum qđ melius fuerit possibile, transibitq; radius luminosus cẽtra amborũ oppositorũ foraminũ unius in ora instrumẽti, & alterius in tabella perforata existentium, quę sunt m & y: describeturq; circulus luminosus in parte orę instrumẽti opposita foramini l m n directè per diametrũ m p: eritq; cẽtrum illius circuli luminosi in puncto p: quod faciliter patẽre potest, si à puncto p ad utranq; partẽ peripheriæ circuli medij illorũ trium circulorũ secundũ gradus & minuta diuisi, partes interiacẽtes luminosi circuli peripheriã cõputentur: inuenientur enim æquales numeri hinc inde. Est ergo punctũ p cẽtrum illius circuli luminosi: linea itaq; m p, secundum quã incidit radius, trãsiẽs per cẽtrum circuli utriusq; foraminis, & per centrũ circuli luminosi, tota est in superficie plana circuli medij illorũ trium circulorũ, & est diameter illius circuli. Est ergo linea recta. Et si aliquod corpus forti colore medio coloratũ, ut uiride uel rubeum, ponatur extra foramen oræ instrumenti, ita, ut lumẽ solis uel alterius corporis transiẽs per illud corpus, postmodũ incidat foraminibus instrumenti, & transeat per illa: tunc, ut patuit per 7 prę missarũ suppositionũ, circa pũctũ p in ora instrumẽti describetur circulus luminis colorati illo colore. Color ergo mixtim cũ lumine diffundit formã suã secũdũ lineas rectas, sicut & ipsũ lumẽ. Patet ergo, qđ radij quorũcũq; luminũ & multiplicatiões formarũ secũdũ lineas rectas ꝓtendũtur. Et hoc est ꝓpositũ.



2. *Lumen non impeditum, per totum sibi proportionatum medium in instanti necessarium est deferri.*

Sit linea proportionata delationi luminis fortioris, ut est in lumine solis mũdi diameter, quę sit linea a b c d, & sit corpus fortiter luminosum in puncto a. Si ergo dicatur, qđ lumẽ in tẽpore defertur per lineã a b c d, & nõ in instãti: ergo in parte illius tẽporis defertur per lineã a b, & in minimo tẽpore sensibili feretur ꝑ minimã partẽ sensibilẽ lineę a b: quoniã si in tempore sensibili ferretur per spatium insensibile, cõtingeret spatium sensibile ex insensibilibus cõponi, sicut tẽpus mẽsuratum post illud spatium cõpositum ex tẽporibus sensibilib. in suis partibus: feretur ergo in tẽpore minimo sensibili per minimum spatiũ sensibile: sed in eodẽ tẽpore feretur per idẽ spatium forma luminosi corporis debilioris illo corpore fortiori luminoso: quoniã minimo spatio sensibili nõ est aliquod spatiũ sensibile minus: etiã minimo tempore sensibili nõ est aliquod sensibile tẽpus minus. Æqualis ergo uirtutis erunt lumẽ fortius & debilius: quod est impossibile, quoniã implicãtur cõtradictoria. Est ergo impossibile lumẽ in tẽpore per proportionatum sibi medium diffundi: necesse est ergo, qđ illa diffusio fiat in instãti. Quod est ꝓpositum. Ad hoc etiã aliquę deseruiunt naturales rationes Aristotelis, quas, qui uoluerit, percurrat, quia sufficit nobis hoc unum inconueniens secutum.

3. *Omnis linea, qua peruenit lux à corpore luminoso ad corpus oppositum, est linea naturalis sensibilis, latitudinem quandam habens, in qua est linea mathematica imaginabiliter assumenda. Alhazen 16 n 4.*

Lux enim nõ procedit nisi à corpore, quoniã nõ est nisi in corpore: unde patet, quia in minima luce, quę sumi potest, est latitudo: quoniã minimã lucẽ dicimus, quæ si diuidatur, non habet amplius actum lucis, quia nõ erit uisibilis, sed utraq; pars extinguetur, quia neutra pars eius erit lux, neque apparebit sensui. Est ergo in linea radiali, secũdum quã fit diffusio luminis, aliqua latitudo, propter quã inest ei sensibilitas, & in medio illius lineæ est linea mathematica imaginabilis, cui oẽs aliæ lineæ mathematicæ in illa linea naturali ęquidistantes erunt. Et quoniã lux minima procedit ad minimã corporis partẽ, quã lux occupare potest: necesse est, quòd processus eius sit secundum lineam

mathematicá, quę est in medio lineę sensibilis, & secundum lineas extremas ęquidistátes lineę mediæ: neq; cadit lux minima in punctum mathematicum corporis oppositi, sed in punctum sensibilé correspondenté omnibus punctis mathematicis indiuisibilibus, ad quos lineæ mathematicæ ipsius lineæ sensibilis possunt terminari: & ob hoc utemur in demonstrandis passionibus lucis figuratione linearum mathematicarum in processu.

4. Corpora diaphana sunt apta penetrationi luminis & coloris sine essentiali sui transmutatione. Alhazen 28 n 1.

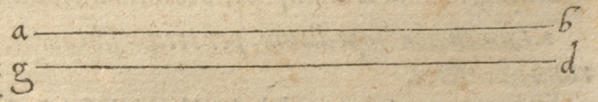
Hęc enim corpora ꝓprietaté habét, ut nó ꝓhibeant formas lucis & coloris se penetrare: attamé nó mutantur à lucibus uel coloribus, nec alterantur ab eis alteratione fixa: sed fit per illa diffusio lucis & coloris secundum lineas rectas per 1 huius: quarum aliquæ sunt ęquidistátes, aliquę secantes se, & quædá diuersi situs: & omnium istarum linearum distinctio fit per distinctum situm corporis luminosi, à quo fit diffusio illius lucis uel coloris. Formæ itaq; lucis & coloris extétæ à corporibus diuersis in eodé diaphano, extenduntur quęlibet ipsarum secundum lineam rectá, & pertranseunt ad corpora opposita. Corpus uero diaphanú nó tingitur per luces uel colores, sed solùm penetratur: neq; enim talia corpora propter luces & colores perdunt suas formas, neq; tinguntur per luces & colores tinctura fixa: quia in eis non remanent formę lucis uel coloris post recessum lucis uel coloris ab ipsorum oppositione. Non ergo transmutantur illa corpora essentiali transmutatione per luces & colores. Quod est propositum.

5. Luces & colores in corporibus diaphanis non admiscentur adinuicem, sed penetrant distincti. Alhazen 29 n 1.

Huius rei experimétaliter declarádæ caussa, ponátur in loco aliquo candelæ multæ localiter distinctæ: & sint oés oppositę uni foramini pertráseunti ad locú obscurum, & opponatur foramini in loco obscuro aliquod corpus non diaphanum. Luces itaq; cádelarum apparent super illud corpus distinctè secundum numerum candelarú, & quælibet illarum apparet opposita uni candelę secundum lineá rectá transeunté per foramé & per medium luminis candelæ: & si cooperiatur una cádela, destruetur unum lumé oppositum illi cádelæ tantùm, & discooperta cádela, reuertitur lumé. Palàm itaq; qđ luces in medio foraminis, ubi se intersecát oés uel plures in puncto uno, nó admiscentur in eodé puncto, sed sunt distinctæ per sui ipsarum essentias: & ob hoc cum ulterius ꝓtéduntur, tunc secundum locorum, quibus incidút, diuersitaté localiter distinguuntur. Et quoniá lux res coloratas pertransiés, illarum coloribus coloratur, ut suppositum est: palàm, si lumé penetrat distinctum, & colores, qui feruntur cum lumine, penetrabunt distincti. Patet ergo propositum.

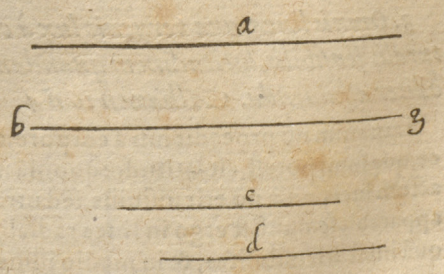
6. Proportio uirtutis totius corporis luminosi ad totum corpus luminosum est, sicut determinatæ partis uirtutis ad partem corporis sibi proportionalem.

Sit corpus aliquod luminosum a b. Dico, quod ꝓportio uirtutis totius corporis a b ad totú corpus a b est, sicut proportio partis uirtutis, quæ est a, ad parté corporis, quę est a. Si enim non est istorum eadé ꝓportio: aut ergo maior, aut minor: sit primú maior: & sit uirtus totius cor



poris a b signata per lineá g d: sitq; g uirtus partis corporis, quæ est a, & d sit uirtus partis corporis, quæ est b: quę est ergo proportio g ad a, eadé est ꝓportio d ad b: ergo per 18 p 5 erit cóiunctim g d ad a b, sicut g ad a. Si ergo ꝓportio g ad a est maior ꝓportione g d ad a b: erit quoq; maior ꝓportio g d ad a b, q̃ g d ad a b: quod est impossibile: nó enim poterunt esse unius rei ad aliá duę ꝓportiões, quarum una sit maior alia. Idé quoq; accidit impossibile danti, qđ minor sit ꝓportio g partis uirtutis ad parté corporis, quę est a, q̃ g d uirtutis ad a b corpus. Si enim minor est proportio g ad a, q̃ g d ad a b: & quę est g ad a, eadé est d ad b: erit ergo per 18 p 5 cóiunctim proportio totius uirtutis, quæ est g d, ad corpus a b, minor proportione g d ad a b: quod est impossibile. Est ergo proportio g ad a, sicut g d ad a b. Et hoc est propositum: & est uniuersale, nisi fortè aliquid cóferat unio uirtuti: quoniam uirtus unita semper est fortior se ipsa diuisa: unde tenet nostra demonstratio, quando partes non diuisæ à toto, agunt in ipso toto non actualiter distinctę: cum enim distinctæ sunt à toto, tunc non sunt partes: quia nomen partis, id quod dicit philosophus, signat potentiam, non actum: & de hoc completus in alijs sermo fuit.

7. Omnis corporis luminosi intransmutabilis secundú formá & sitú, in corpus aliud æquale et homogeneú idé immediatè uel per medium uniforme oppositú, est semper actio æqualis & uniformis.



Sit enim dati alicuius corporis luminosi uirtus a: & sit corpus æquale & homogeneú eidé oppositú b g: & sit impressio uirtutis a in b g corpus signata p c. Dico, quòd a semper imprimit in corpus b g impressioné c, quę est semper æqualis sibijpsi & uniformis. Si enim detur, quòd a quádoq; imprimit in corpus b g impressionem, quę est c, quádoq; uerò nó imprimit c, sed aliud maius uel minus ipso c, ut d: túc cú corpus obiectú sit homo

geneum

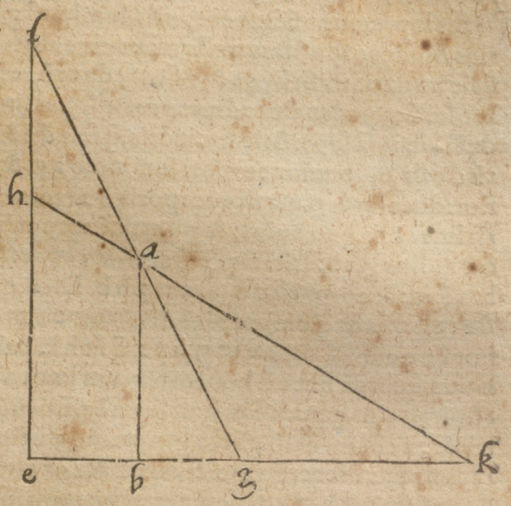
geneum & uniforme: erit diuersitas impreſsionis nō à corpore b g patiente, ſed à uirtute a diuerſificata in ſe: hoc aūt eſt impoſsibile, cū corpus luminoſum poſitum ſit intranſmutabile ſecundum formam & ſitum. Eſt ergo ipſius actio ſemper æqualis & uniformis in corpus eidē immediatè uel per medium uniforme oppoſitum. Et hoc eſt propoſitum.

8. *Neceſſe eſt terminum longitudinis cuiuslibet umbræ radium luminoſum eſſe.*

Quod hic ꝓponitur, ſatis patet ꝑ ꝓmiſſa principia. Quoniá enim ꝑ 3 ſuppoſitionē ſolū in abſentia luminis fit umbra, & ꝑ 4 ſuppoſitionē in allatione luminis umbra deficit: tūc neceſſariò oportet in tanto ſpatio umbrā cauſſari, in quāto lumē deficit: & ubi lumen accedit, ibi umbra deficit. Terminus ergo lōgitudinis cuiuslibet umbrę cum ſit linea: patet, quòd oportet, ut illa linea ſit luminoſa. Eſt ergo illa linea radius luminoſus per 6 definitionem. Patet ergo propoſitum.

9. *A terminis æquidiſtātiū altitudinū corporis luminoſi altioris, & corporis umbroſi baſsioris productæ lineæ cōcurrētes, ſunt ſuis altitudinib. proportionales. Ex quo patet, quòd eadē altitudo corporis umbroſi ex lumine baſsiori longiorem proijcit umbram quàm ex lumine altiori.*

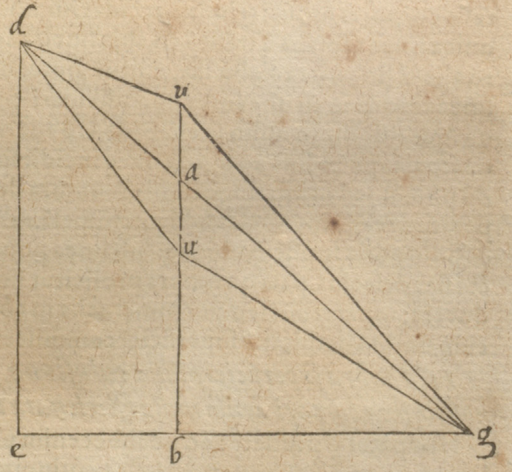
Sit altitudo corporis umbroſi cuiuſcūq; linea a b: & ſit altitudo alia illi æquidiſtás ipſius corporis luminoſi, quæ ſit d e: ſitq; linea d e maior quàm linea a b: ꝓducāturq; lineæ e b & d a, quę ꝓtractæ concurrent ad aliquam partē in puncto g per 16 t 1 huius. Dico, quòd erit ꝓportio lineę g b ad lineā g e, & lineę g a ad lineā g d, ſicut lineæ a b ad lineā d e. Quia enim linea b a æquidiſtat lineæ d e ex hypotheſi: palàm ergo ꝑ 29 p 1, quoniá angulus g b a eſt æqualis angulo g e d, & angulus g a b æqualis angulo g d e: angulus quoq; b g a cōmunis eſt ambobus trigonis d g e & a g b: ergo ꝑ 4 p 6 eſt ꝓportio lineæ g b ad lineā g e, ſicut lineæ b a ad lineā e d: ergo ꝑ 5 t 1 huius, erit è cōtrario proportio lineę g e ad lineā b g, ſicut lineę e d ad lineā a b. Palàm ergo eſt ꝓpoſitū: quoniá eodem modo demonſtrari poteſt de lineis g a & g d. Et ex hoc patet, quoniá eadem altitudo corporis umbroſi ex lumine baſsiori lōgiorē proijcit umbram q̄ ex lumine altiori. Eſto enim q^d aliquod corpus luminoſum ſit in puncto h: cadatq; radius h a in punctū lineæ e g, q^d ſit k:



eritq; ꝑ præmiſſum modū ꝓportio e k ad b k, ſicut h e ad a b: ſed ꝑ 8 p 5 ꝓportio h e ad a b eſt minor q̄ d e ad a b: ſed ꝓportio d e ad a b eſt, ſicut ꝓportio e g ad b g, ut patuit: ergo ꝑ 11 p 5 ꝓportio e k ad b k eſt minor q̄ e g ad b g. Multū ergo excreuit umbra b k reſpectu umbrę b g, ut patet ꝑ 10 p 5 & per 4 t 1 huius. Et ex hoc accidit, quòd umbræ lunares ſemper ſunt lōgiores quàm umbrę ſolares: & ita eſt de alijs corporibus luminoſis altioribus & baſsioribus quibuſcunq;. Patet ergo propoſitum.

10. *Omnem radium luminoſum per medium unius diaphani trans uerticem alicuius corporis umbroſi protenſum, neceſſe eſt eſſe lineam unam rectam.*

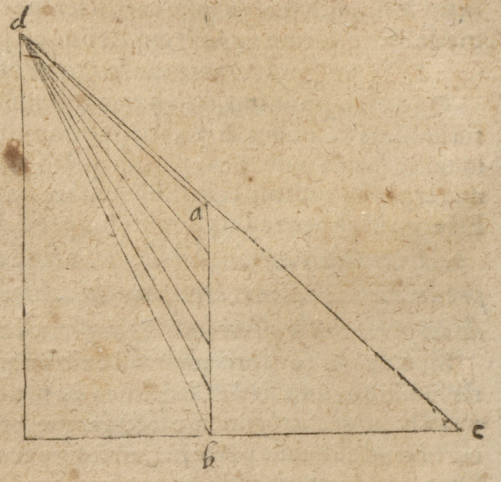
Remaneat totalis diſpoſitio proximæ præcedētis, & ſit punctus g finis umbrę. Quia itaq;, ut patet ꝑ 8 huius, cuiuslibet umbrę terminus eſt radius luminoſus: dico, quòd ille radius terminās umbrā eſt linea recta, ut eſt in propoſita figura linea d a g. Si enim nō eſt recta linea d a g, tūc cū d a linea ſit recta ꝑ 1 huius, ideoq; nullā habet cauſſam impedimēti in ꝓgreſſu, & linea a g ſimiliter eſt recta ꝑ idē: cōiūguntur ergo lineę d a & a g angulariter in pūcto a: ſubtēdatur ergo illi angulo, utcūq; cōtingat, baſis à pūctis d & g: & ſit linea d u g recta: & ꝓtrahatur uel abſcindatur linea a b: trigonū itaq; e d b g diuiditur ꝑ lineā b u æquidiſtātē lineæ e d: ergo ꝑ 29 p 1 erūt trigoni e d g & b u g æquianguli: ergo ꝑ 4 p 6 erit ꝓportio lineę g e ad lineā g b, ſicut lineæ e d ad lineā b u: ſed ꝑ proximā ꝓmiſſam eſt ꝓportio lineæ g e ad lineā g b, ſicut lineæ d e ad lineā b a. Eſt ergo ꝑ 11 p 5 eadē proportio lineę d e ad ambas lineas b u & b a: q^d eſt cōtra 8 p 5 & impoſsibile: ad minorē enim maior, & ad maiorem minor eſt proportio: uel ſequetur maiorem lineam eſſe æqualem minori per 9 p 5: hoc autem eſt impoſsibile. Oportet ergo ut radius d a g ſit linea una recta. Quod eſt propoſitum.



11. *Omnia corpora denſa non diaphana in partem luminoſo corpori aduerſam, umbrā proijciunt uſq; ad incidentiam radij per rei denſæ uerticem producti.*

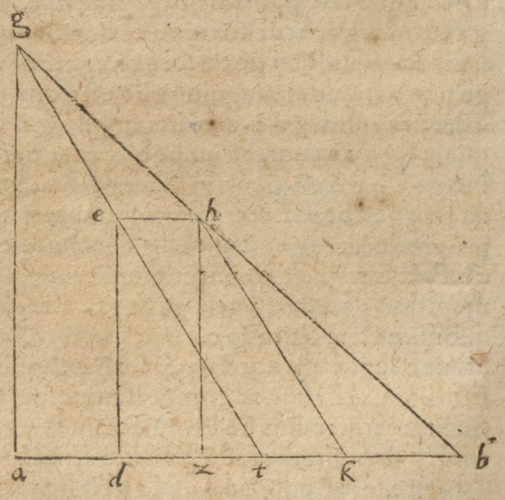
Quia enim in corporibus dēſis nō diaphanis natura diaphanitatis & tranſparentiæ eſt impedita ꝑ admixtionē corporū opacorū terreorū: ſunt enim omnia talia naturæ terre à dño: neceſſe eſt ergo, ut

go,ut trāſitū luminis impediāt:ergo p 3 petitionē in abſentia luminis umbroſitatē efficiūt in ea parte,in qua p ipſas luminis acceſſus impeditur: hoc aūt eſt in parte aduerſa corpori luminoſo. Sit aūt aliquod taliū umbroſorū corporū, cuius altitudo ab horizōte ſit a b, & eius uertex a:& ſit corpus luminoſum altius q̃ linea a b,cuius aliquis ſupremus punctus ſit d: radij itaq; in tota linea a b incidētes, impediuntur à trāſitu ꝓpter corporis opacitatē:cadat uerò radius d c proximus ſupra radiū d a:hic ergo radius,q̃a nō impeditur, trāſit ultra corpus a b:in ſua ergo incidentia,q̃ ſit c,affert lumen.Deficit ergo umbra. Et patet propoſitum.



12. Aequalium altitudinum corporum umbroſorum, quod fuerit corpori luminoſo ſe altiori propinquius,breuiorem facit umbram.

Sit ſupremus pūctus corporis luminoſi g,qđ ſit altius duob.corporibus umbroſis:cuius altitudo à ſupficie horizontis ſit linea a g: ſintq; duorū corporū umbroſorū æquales altitudines erectę ſuper lineā a b,ꝓductā in ipſa ſuperficie horizōtis,q̃ ſint d e & z h:quarū d e ſit ꝓpinquior corpori luminoſo a g, & z h remotior:ducaturq; p uerticē corporis d e radius g e t,q̃ erit linea una p 10 huius: & p uerticē corporis z h ducatur radius g h b:erit itaq; p p̄miſſam corporis d e umbra d e t: & corporis z h umbra z h b. Dico,qđ umbra d e t eſt minor q̃ umbra z h b.Ducatur enim à pūcto h linea æquidiſtās lineæ e t p 31 p 1, q̃ ſit h k: paláq; p 2 t 1 huius,quoniá linea h k cōcurret cum linea a b, cū qua cōcurrit eius ęquidiſtās,q̃ eſt linea e t.Et quoniá lineę h b & e t cōcurrūt in pūcto g ſupremo pūcto coporis luminoſi: cadet ergo punctū k p 2 & 14 t 1 huius inter duo pūcta t & b. Copuletur ergo linea e h, q̃ p 33 p 1 & ex hypotheſi æqualis & æquidiſtās erit lineæ d z: ſed per 34 p 1 lineę e h & t k ſunt æquales: lineę ergo t k & d z ſunt ęquales.Addita ergo linea z t utriq;, erit linea d t æqualis lineæ z k:ergo per 1 p 6 umbra z h k eſt æqualis umbrę d e t: quoniam ſunt eiuſdem altitudinis ex hypotheſi: ſed umbra z h k eſt minor quàm umbra z h b: quoniam eſt pars eius. Ergo & umbra d e t eſt minor quàm umbra z h b.Patet ergo propoſitum.



13. Vmbra lineæ rectæ perpendiculariter corpori luminoſo oppoſitæ, infixæ ſuperficiei corporis denſi nulla eſt:eleuatæ uerò eſt linearis:apparet autem punctualis.

Si enim p ſuppoſitionē 3 in abſentia luminis fit umbra:tūc patet, qđ ſi lineā mathematicā naturalis corporis ſupficiei infixā accidat luminoſo corpori ppendiculariter offerri,nō impedietur,niſi unica linea radialis à trāſitu cū alijs lineis radialibus,q̃ trāſeunt ad ſupficiē illius corporis:nulla uerò aliarū linearū radialiū impeditur ꝓpter obiectū illius lineę:aliàs enim accideret duas uel plures lineas radiales cū una linea ppendiculari ipſis obiecta in uno pūcto cōcurrere: qđ eſt impoſsibile, q̃a indiuiſibilia in nullo ſe excedūt.Cū aūt radius nō ſit aliud q̃ linea luminoſa, ut patet p 6 definitionē:palá,qđ radius ad modū lineę incidit ſupficiei corporis ſecūdū pūctū:ergo & impeditur ſecūdū pūctū: ſed in allatione luminis umbra deficit p 4 ſuppoſitionē.Quia ergo unicus radius eſt impeditus,& ille incidit ſecūdū pūctū:palá,qđ nō manet aliqua umbra. Cū uerò linea eleuatur ſuper dēſi corporis ſupficiē,ubicūq; ſub linea ponatur dēſa ſupficies,umbra inuenitur:& ſi p diuerſa puncta fiat deſcēſus,palá q̃a umbra proijcitur linearis, eò, qđ inter quælibet duo pūcta eſt lineá mediá ducere:apparet aūt ſemper punctualis in cōcurſu ſui cum ſuperficie corporis denſi: quia ibi ſolùm cum umbra denſitatis ſuperficiei commiſcetur.Patet ergo illud,quod proponebatur.

14. Vmbra ſuperficiei planæ cuiuſcunq; figuræ perpendicularis ſuper ſuperficiē corporis luminoſi,infixæ corpori denſo nulla eſt:eleuatæ uerò eſt ſuperficialis:ſed apparet linearis recta.

Hoc patet p p̄cedētē: ad quēlibet enim pūctū lineę terminātis quācunq; datá ſuperficiē corpori luminoſo ppēdiculariter oppoſitá,cōtingit ducere lineá ppēdiculariter oppoſitá corpori luminoſo.Vmbra ergo cuiuslibet illarū linearū,ſupficie ꝓpoſita exiſtēte infixa corpori denſo,nulla eſt:ergo neq; umbra totius ſupficiei fit aliqua.Eleuata uerò ſuperficie oppoſita ab illo dēſo corpore,umbra cuiuslibet illarum linearū p præcedentē propoſitionē eſt punctualis: aggregata uerò talia puncta uidentur lineam conſtituere: apparet ergo umbra ſuperficiei taliter eleuatæ umbra linearis. Et quoniam ſuperficies circulares ex ſuis diametris uel alijs perpendiculariter ſuper corpus luminoſum productis, non accipiunt niſi puncta umbrarum, quæ ad lineam rectam inferius concurrunt, quia impediunt tranſitum rectæ lineæ, fit ipſarum umbra linearis recta: non enim cauſſantur um-

bræ à

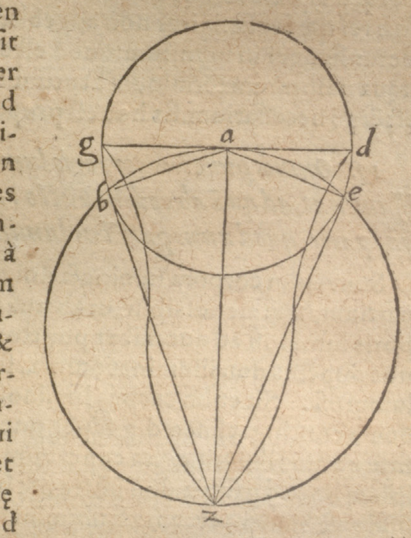
bræ à figura quorumlibet obiectorum, nisi secundum quod transitus luminis impeditur. Cuiuscunque ergo figuræ fuerit proposita superficies, umbra apparẽs semper erit superficialis: uidebitur autem linearis propter præmissas causas. Patet ergo propositum.

15. Omnis corporis densi, cuius æqualis uel amplior est basis, contraposita sibi superficie perpẽdiculariter corpori luminoso oppositi, infixi corpori denso umbra nulla est: eleuati uerò est corporalis: uidetur autem superficialis.

Verbi gratia: sit columna rotunda, uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis uel amplior superficie illius eiusdem corporis contraposita ipsi basi, si ipsius corporis superficies nõ terminetur ad unum punctum, ut est in pyramide, quod infigatur superficiei alicuius corporis solidi, & perpendiculariter opponatur corpori luminoso: dico, quòd uerũ est, quod proponitur. Si enim illud corpus sit columna rotunda uel aliud corpus, cuius basis sit ęqualis superficiei contrapositę basis, & aduersę corpori luminoso, patet, quoniam radij luminosi ex omni parte secundum lineas longitudinis perueniunt ad basim: nulla ergo fit umbra. Et idem patet, si illud corpus sit pyramidale: uel si basis sit maior sibi contraposita superficie aduersa corpori luminoso: tunc enim lumen nullatenus impeditur, quod tamen accideret, si superficies aduersa corpori luminoso, esset amplior ipsa basi corporis umbrosi: tunc enim impedito transitu luminis, causaretur umbra. Sed quacunq; figura corporis existẽte, si ipsum eleuetur ab alio corpore, cui fuit infixũ, apparebit umbra superficialis: superficies enim secantes corpus, & perpendiculariter superficiei corporis luminosi incidentes, umbram constituũt linearẽ per pręmissam. Et quia tota superficies corporis opposita luminoso corpori per tales superficies exhauritur, lineę uerò tales cõiunctę superficiẽ constituũt: palã, omnis corporis sic dispositi umbram superficialem apparere: erit autem illa umbra necessariò corporalis: quoniam erit dimensionata dimensionibus corporis: quod potest declarari, ut prius. Patet ergo propositum.

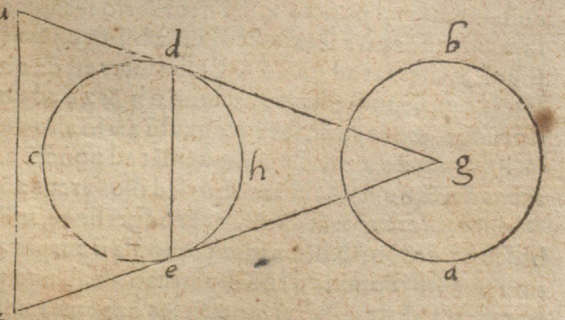
16. Longior radius ad sphæram uel circulum columnæ uel pyramidis rotundarum perueniẽs, quasi linea contingens est.

Sit circulus magnus sphæræ uel columnæ uel pyramidis rotundę, qui d g: cuius centrum sit punctum a, & diameter d g. Et quoniam lumen ad omnem differentiam positionis se diffundit, sicut patet per 6 suppositionem: sit punctum corporis luminosi z, cuius lumen se diffundat super circulum d g: ducaturq; linea z a à pũcto corporis luminosi ad centrum illuminati circuli: & secundum diametrum a z describatur circulus, secans circulum d g in punctis e & b: & copulentur radij z e, z b. Dico, quòd radij z e & z b sunt contingentes sphæram, uel aliud aliorum corporum: & quòd nulli radij longiores illis possunt ad illa corpora peruenire. Ducantur enim à centro circuli d g (quod est punctum a) ad puncta sectionum b & e, lineę a e & a b. Palàm ergo per 31 p 3, quoniam duo anguli z e a & z b a sunt recti: ergo per 16 p 3 patet, quòd lineæ z e & z b contingunt circulum d g: productæ ergo non secabunt circulum d g: sunt itaq; lineæ z e & z b longiores lineę, quę à puncto z ad illa corpora duci possunt. Si enim detur, quòd aliqui longiores radij duci possint à puncto z ad illa corpora: patet per 8 p 3, quòd illę non cadent in arcum e b: ipsæ ergo productę secabunt lineas z e & z b prius, quàm perueniant ad arcus e d uel b g: duę itaq; lineę rectę includent superficiem: quod est impossibile. Et hoc quidem non solùm demonstrabile est in corporibus illuminandis, sed etiam per eundem modum demonstrari potest de corporibus luminosis: quia & ab illis longior radius in obiecta corpora incidens, ipsa corpora luminosa est contingens. Patet ergo propositum.



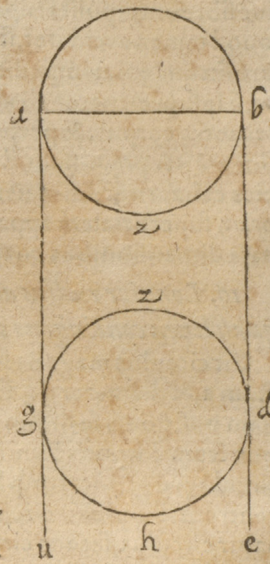
17. Impossibile est, ut lumen egrediens à corpore luminoso, egrediatur tantùm à centro corporis luminosi. Ex quo patet, quòd necesse est à quolibet puncto superficiei corporis luminosi diffundi radios luminosos.

Si enim dicatur, quòd radij luminosi tantùm egrediuntur à centro corporis luminosi: sit corpus luminosum circulus a b: cuius centrum g: sitq; corpus illuminatum circulus d e: & à centro g corporis luminosi egrediantur duo radij longissimi, qui possunt ab illo puncto g corpori illuminando incidere, qui per præmissam erunt duæ lineæ contingentes fines corporis illuminati, quę sint g d u, & g e z: & puncta contactuũ, quæ sint d & e, copulentur per lineã d e: & ei æquidistanter ducatur linea u z per 31 p 1, eritque pars corporis illuminati, super quam cadit lumen, pars d h e: & pars obscura, super quam non cadit lumen, quæ d c e. Et quia pars, supra quam



non cadit radius, non illuminatur: ergo pars contenta sub terminis u d c e z est umbrosa, obscurans lineas d e & u z ęquidistantes: sunt itaq; per 29 p 1 trigoni u g z & d g e æquiāguli: quia angulus d g e est communis ambobus trigonis. Est ergo per 4 p 6 proportio lineæ g e ad lineā g z, sicut lineæ d e ad lineam u z: sed linea z g est maior quàm linea e g: ergo linea u z est maior quàm linea d e. Vmbra ergo corporum omnium (cuiuscunq; sint proportionis ipsarum diametri ad diametros corporis luminosi) semper est maior corpore umbroso, & semper augmentantur secundum modum, quo elongantur ultra corpus umbrosum, cuius contrarium notum est sensui. Vnde fuit suppositum in principio aliquam umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari. Palàm ergo est propositum. Et cùm lumen egrediatur à corpore luminoso, & non solùm à centro, ut ostendimus, manifestum est corollarium: quoniam à quolibet puncto superficiei corporis luminosi necesse habet egredi ad corpora illuminanda: corpus enim luminosum secūdum quodlibet sui punctum unigeneum est: unde qua ratione dabitur ab uno puncto suæ superficiei lumen diffundi, eadem ratione dabitur de quolibet aliorum punctorum. Patet ergo propositum.

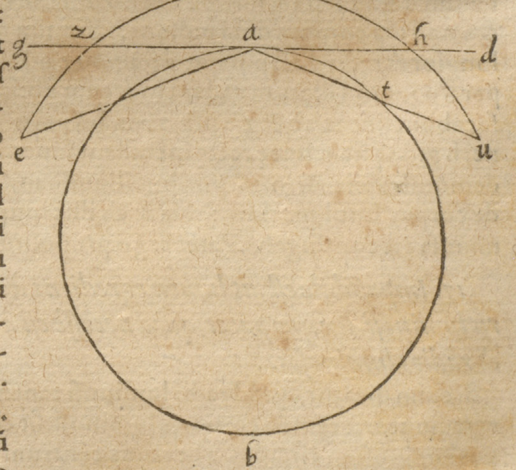
18. Impossibile est, ut à superficie corporis luminosi egrediantur radij solùm æquidistanter corpori illuminando incidentes.



Si enim hoc dicatur esse necessarium, tunc sequeretur euidens impossibile. Sit enim corpus luminosum, cuius diameter a b: & corpus illuminatum d g: & producantur à corpore luminoso duo radij longiores, qui per 16 huius erunt duę lineę contingentes fines corporis g d: quę sint a g u & b d e, & sint æquidistantes ex hypothesi: pars quoq; illuminata, super quā cadit lumen, sit g z d, & pars super quā cadit umbra, sit g h d. Vmbra ergo continetur à duabus lineis e d & u g, quę sunt æquidistantes. Si ergo unicuiq; corpori illuminando correspondeat æqualis sibi pars corporis illuminantis (tunc enim solùm secundum lineas æquidistantes radij incidēt per 33 p 1) patet ergo, quòd omnis umbra in omni sui parte æqualis erit suæ rei umbrosæ: igitur non augebitur umbra, neq; minuetur, sed protendetur semper in infinitum: quod est contra suppositionem: habet enim aliqua umbrarum terminum acutum: est ergo hoc impossibile: oppositum est ergo necessarium. Et hoc est propositum.

19. Omnis punctus corporis luminosi eam partem corporis umbrosi illuminat, ad quā ab eodem pūcto rectas lineas possibile est produci. Ex quo patet, quòd unus punctus luminosi corporis non illuminat omne umbrosum corpus.

Sunt enim corpora luminosa unigenea in suis partibus: non ergo diuersificatur effectus suarum partium, neq; est possibile, ut ab una parte illuminent, & non ab alia: non tamen ab uno puncto corporis luminosi ad quodlibet punctum umbrosi corporis possunt rectæ lineæ produci: & ob hoc unus punctus non illuminat omnia, sed illuminantur corpora umbrosa à diuersis punctis corporis luminosi. Sit enim corpus luminosum circulus a b: quem contingat linea d g super punctum a per 17 p 3: sitq; corpus illuminatum concauum arcus e u, & secet ipsum linea d g super duo pūcta z & h. Dico, quod possibile est omnem arcum z h illuminari à puncto a corporis luminosi: quoniam, ut patet, possibile est, ut ab omni puncto arcus z h ducatur linea recta ad punctū a: sed ab arcu z e, & ab arcu h u aliquas lineas duci ad punctum a est impossibile per 16 p 3: quoniam inter lineam g d contingentem circulum, & inter ipsum circulum a b aliquam lineam rectam intercipi est impossibile. Si ergo aliqua linea ab aliquo punctorum illorū arcuū ducatur ad punctū a, illa necessariò secabit circulum, sicut linea u a secat circulum a b in puncto t, priusquā perueniat ad pūctū a. Et similiter est de omnib. lineis à quocunq; puncto arcuum u h & z e ad punctū a productis: oēs enim secant circulū a b in alio puncto ab ipso puncto a, priusquā perueniāt ad punctū a. Radius itaq; exiēs à puncto a, nō illuminat ambos arcus u h & z e, sed solū arcū h z: sed illos arcus ab alijs punctis luminosi corporis circuli a b, à quib. ad eosdem arcus rectę possunt produci lineę, nihil prohibet illuminari. Et similiter est de alijs quibuscunq; corporib. illuminatis: quoniā si corpora cōcaua (de quibus plus uidetur, quòd possint ab uno puncto illuminari) nō illuminantur ab uno puncto corporis luminosi: ergo multo minus corpora recta plures planas superficies habentia, uel corpora sphærica, uel alia conuexa, possunt ab uno puncto luminosi corporis illuminari. Patet ergo propositum & eius corollarium.



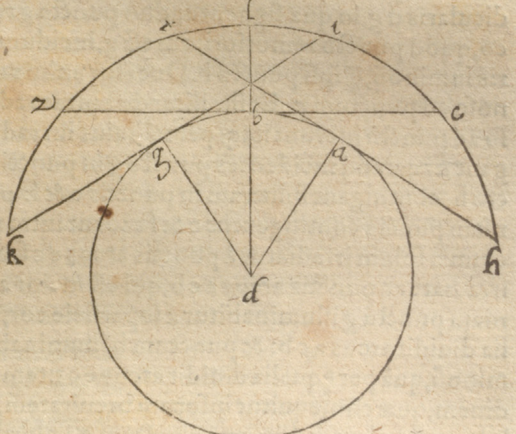
20. A puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur secundum omnem rectam lineam,

neam, quæ ab illo puncto ad oppositam superficiem duci potest: unica tantùm linea perpendiculariter superficiei obiecti corporis incidente. Ex quo patet, lucem cuiuslibet puncti corporis luminosi secundum pyramidem illuminationis diffundi.

Quòd enim lux cuiuslibet puncti corporis luminosi diffundatur secundum omnem lineá ducibilem ab illo puncto super superficiem corporis obiecti, ad omnem positionis differentiá, hoc patet per præmissam. Quòd autem unica tantũ linearum ab aliquo uno puncto corporis luminosi productarũ ad superficiẽ unam corporis oppositi sit perpendicularis, hoc patet ex 20 t 1 huius. Vnica ergo linea perpendiculariter incidit superficiei sibi oppositæ: omnes uerò aliæ lineæ ab eodem puncto productæ incidunt obliquè. Patet ergo ex hoc, quòd cuiuslibet puncti corporis luminosi lumen secundum pyramidem illuminationis diffunditur, cuius uertex est in puncto corporis luminosi & basis in superficie corporis obiecti: & hoc quidem instrumẽtaliter patet per 1 huius. Lumine enim trãseunte foramen instrumenti, cuius cẽtrum est punctum m, & diffuso ipso in partem oppositam oræ instrumenti secundum circulum, cuius centrum est punctum p: erit circulus p maior circulo m: qđ sensibiliter potest uideri, computatis hinc inde partibus in ora instrumenti, quę interiacẽt peripherias illorum circulorum & centra. Patet ergo propositum.

21. Corporis umbrosi pars, cui à pluribus partibus corporis luminosi lumen incidit, plus illuminatur, quàm pars, cui à pauciorib. Ex quo patet, unumquodq; umbrosum circa radium sibi perpendiculariter incidentem plus illuminari.

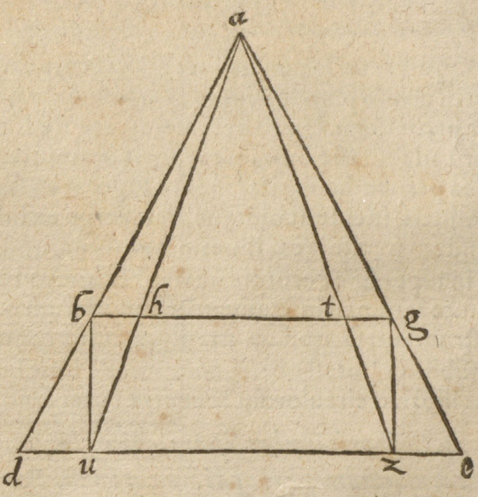
Sit corpus luminosum circulus a b g: cuius centrum sit punctũ d: sitq́; arcus sui cõuexitate respiciens corpus illuminandum (qui a b g) diuisus per æqualia in puncto b: & ducatur linea z c contingens circulum in puncto b per 17 p 3: & in puncto g contingat circulum linea i k, & in puncto a linea t h: sitque corpus umbrosum arcus k z t i c h: ducatur quoq; linea d b l à centro corporis luminosi ad corpus umbrosum: eritq́; hęc perpendicularis super lineá c z, contingẽtem circulũ in puncto b per 18 p 3: unaquęq; igitur partium arcus h t illuminatur à puncto a corporis luminosi per 19 huius: punctus ergo l illuminatur à puncto a. Similiterq́; arcus k i illuminatur à puncto g: ergo & punctus l, totusq́; arcus z c illuminatur à pũcto b: ergo & punctus l: punctus itaq; l illuminatur à tribus punctis corporis luminosi, scilicet punctis a, b, g, & totus arcus t i est communis illuminationi trium punctorum a, b, g: arcus uerò c i est cõmunis duabus tãtùm illuminationib. punctorum a & b: arcus quoq; z t est similiter cõmunis duabus tãtũ illuminationib. punctorum b & g: quoniam est cõmunis arcubus z c & k i ab illis duobus punctis illuminatis: arcus uerò h c illuminatur tãtùm ab uno puncto a, & arcus z k ab uno tantũ puncto g. Illuminatio ergo arcus t i triplicatum habet lumen, quod arcus z t & c i habent duplum, & quod arcus c z & z k habent simplũ: magis ergo omnib. alijs arcubus illuminatur arcus t i, qui est circa lineam perpendicularẽ, quæ est l d: & illuminatio duorum arcuũ z t & c i est ęqualis: quoniam à totidem punctis corporis luminosi illuminatur unus ut alius: ipsorũ uerò amborum illuminatio maior est illuminatione duorum arcuum c h & z k: eritq́; semper proportio excessus illuminationis secundum numerum punctorum corporis illuminantis, respicientis partem corporis illuminati. Patet itaq; ex ijs, quoniá semper id, quod est propinquius perpendiculari, fortius illuminatur illo, quod est remotius ab eadem perpendiculari: super ipsum namq; plus luminis cadit, quòd à pluribus luminosis partibus illuminatur. Quod enim nunc demonstratum est in arcu k h, similiter accidit in alio corporum quocunq;: exemplificauimus aũt istum in corpore concauo, quoniam illud uidetur plus uniformiter debere illuminari. Patet ergo propositum.



22. Omne corpus umbrosum puncto luminoso propinquius, illuminatur ab illo puncto fortius corpore plus distante.

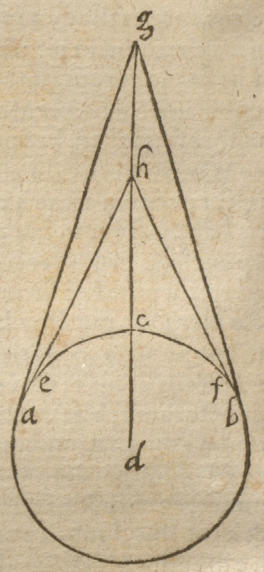
Sit corpus luminosum in puncto a: & corpus illuminatum sit apud lineá b g: & copulentur lineę a b & a g. Virtus itaq; corporis a illuminans corpus b g, illuminat etiá aerẽ mediũ, qui continetur in triangulo a b g: & ducatur linea d e ęquidistans lineę b g per 31 p 1: sitq́; linea b g propinquior corpori luminoso in puncto a existenti q̃ corpus d e. Dico, quòd corpus b g fortius illuminatur quá corpus d e. Sit enim, ut radius a b cadat in punctum d, & radius a g in punctum e: & à puncto b ducatur super lineam b e linea perpendicularis, quę sit b u: & à puncto g perpendicularis, quę sit g z per 12 p 1. Erit ergo per 34 p 1 linea u z ęqualis lineę b g, & linea b u ęqualis lineæ g z. Ducátur itaq; lineæ u a & z a: hæ ergo secabunt lineam b g per 2 t 1 huius: secet ergo ipsam linea u a in puncto h, & linea z a in puncto t. Quia ergo uirtus imprimens lumen in corpus b g est diffusa per totum triangulũ a b g: uirtus autem illuminans corpus u z æquale corpori b g, est diffusa solùm per trigonum a h t: & quia

quia per 1 p 6 triangulus a b g est maior triãgulo a h t, quoniam basis b g est maior basi h t: plus itaq; luminis diffusum est in trigono a b g, quàm in trigono a h t: in quolibet enim istorum triangulorum puncto est lumen æqualiter diffusum. Lumen ergo incidens corpori existenti in linea u z, illud corpus debilius illuminat quã corpus b g: quia paucius sibi lumen incidit: proportio enim uirtutis luminis incidentis lineę h t ad impreßionẽ suã in corpus u z, est minor ꝓportione uirtutis incidentis lineę b g ad impreßionẽ suam in corpus u z per 8 p 5: quoniam, ut patet ex pręmißis, lumen incidens lineę b g, est plus lumine incidente lineę h t. Proportio uerò uirtutis incidẽtis lineę h t ad impreßionẽ suam in corpus u z, est sicut proportio uirtutis incidentis lineæ b g ad impreßionẽ suam in corpus b g per 6 huius: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio uirtutis perueniẽtis ad lineã h t, ad uirtutẽ peruenientẽ ad lineã b g, sicut impreßionis factę in corpus u z ad impreßionẽ factã in corpus b g: sed ꝑ ꝓmissa lumẽ pueniens ad lineã h t est debilius lumine pueniẽte ad lineã b g. Ergo impreßio pueniẽs à linea h t in corpus u z, est debilior impreßiõe pueniẽte à uirtute luminis incidẽtis lineę b g in corpus b g. Corp⁹ itaq; ꝓpinquus corpori luminoso forti⁹ illuminatur q̃ remotius ab eodẽ. Et hoc est ꝓpositũ.



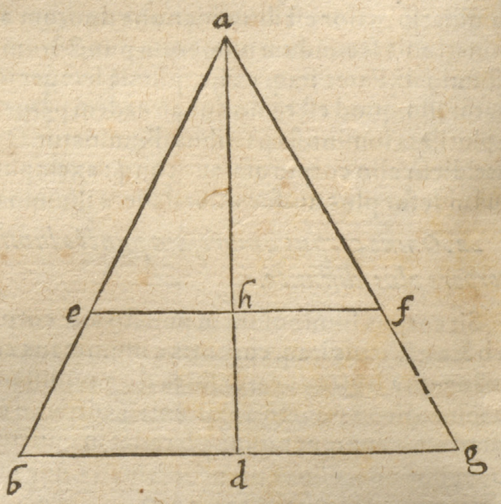
23. Puncto remotiori à corpore luminoso incidunt radij à plurib. punctis corporis luminosi, quàm puncto propinquiori.

Sit corporis luminosi circulus a b c, cuius centrum d: & ducatur perpendicularis d g, in qua signentur duo puncta g remotior, & h propinquior. Dico, quòd puncto remotiori, qui est g, incidunt radij à plurib. punctis corporis luminosi, q̃ ipsi puncto h. Ducãtur enim radij longißimi à corpore luminoso ad punctum g. Et similiter ducantur radij lõgißimi à corpore luminoso ad punctũ h: erunt itaq; per 16 huius illi radij cõtingentes sphęrã. Contingant itaq; radij incidentes puncto g in punctis a & b, & radij incidentes pũcto h, contingant sphæram in punctis e & f: palamq; per 60 t 1 huius, quoniam puncta contingentiæ e & f cadent intra puncta a & b. Quia itaq; punctum h solum irradiatur à punctis arcus e c f, & non ab alijs: punctũ uerò g irradiatur à punctis arcus a c b, qui est maior arcu e c f, patet propositũ: quoniam punctũ g illuminabitur à superficie corporis luminosi, quã per ęqualia diuidit arcus a c b: & punctum h illuminabitur à superficie corporis luminosi, quã per ęqualia diuidit arcus e c f: tamen propter radiorum fortitudinem, quæ consequitur ipsorum breuitatem, fortius illuminabitur punctũ h à paucioribus radijs, quã punctum g à plurib. multiplicitas enim luminis in puncto remotiori est ex concursu radiorum multorum obliquè incidentium & debilium, sed in puncto propinquiori fortificatur lux ex breuitate radij, secundum quam à corpore luminoso immittitur plus uirtutis.



24. Omne corpus luminosum minus spatium, à quo non egreditur, fortius illuminat quàm spatium maius illo.

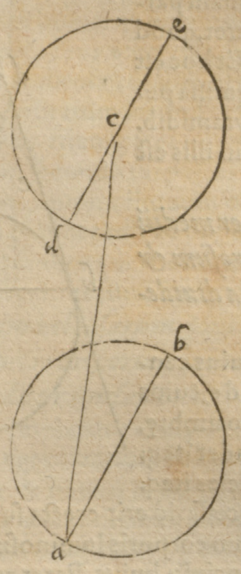
Quod hic proponitur, satis patet per exemplũ: una enim candela paruam cameram fortius illuminat quã domum uel cameram maiorem: potest tamen idem figuraliter demonstrari. Esto enim, ut sit pũctus aliquis corporis luminosi a: à quo per spatiũ magnũ, in quo sit linea b g, diffundantur radij a g, a b, a d: & sit radius a d perpendicularis super lineam b g: illuminatur itaq; spatium totum b g secundum has lineas à puncto a sibi incidentes. Abscindatur itaq; à linea a b linea a e, ut placuerit, & à linea a g abscindetur linea a f æqualis lineæ a e: productaq; linea e f secet lineam perpẽdicularẽ, quę est a d, in puncto h. Si ergo in linea e h f terminetur spatium, ne lumen ultrà pertranseat, erit illud spatium minus spatio terminato ꝑ lineam b d g per 2 p 6. Omnes autem radij peruenientes ad lineam b g, perueniunt ad lineam e f: plus ergo aggregantur radij in spatio e f quã in spatio b g: fortiores ergo fiunt, cum sint uirtutis plus unitæ: magis ergo agunt quã in spatio b g, in quo sunt diffusiores. Plus ergo illuminatur spatium minus, cùm ad eius terminos uirtus luminis terminatur, quàm spatium maius illo. Et hoc est propositum.

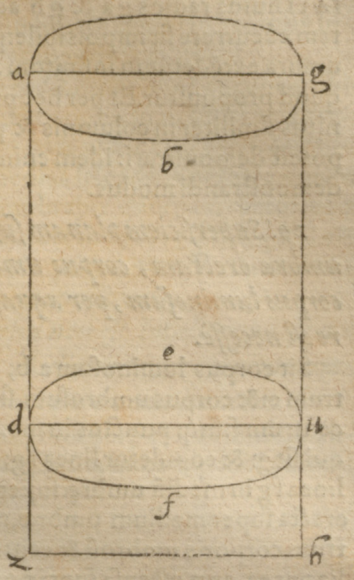


25. Omnis

25. Omnis axis uel diameter corporis umbrosi non perpendiculariter respiciens superficiem corporis sphærici luminosi: alicui diametro illius corporis æquidistat.

Sit enim axis uel diameter corporis umbrosi linea a b, non perpendiculariter respiciens superficiem corporis luminosi sphęrici, cuius centrũ sit punctum c. Dico, quòd linea a b æquidistat alicui diametrorũ corporis c. Ducatur enim linea a c à termino lineę a b ad centrum corporis luminosi: & super punctum c terminum lineæ a c fiat angulus æqualis angulo b a c per 23 p 1, qui sit d c a, producta linea d c taliter, ut anguli b a c & a c d fiant coalterni: lineę ergo d c & a b ęquidistant adinuicem per 27 p 1. Et quoniam linea c d est ducta à cẽtro corporis luminosi: patet, quòd ipsa est pars diametri sphærici illius corporis. Producta ergo diametro d c e, patet, quòd ipsa æquidistat lineæ a b. Et hoc est propositum.

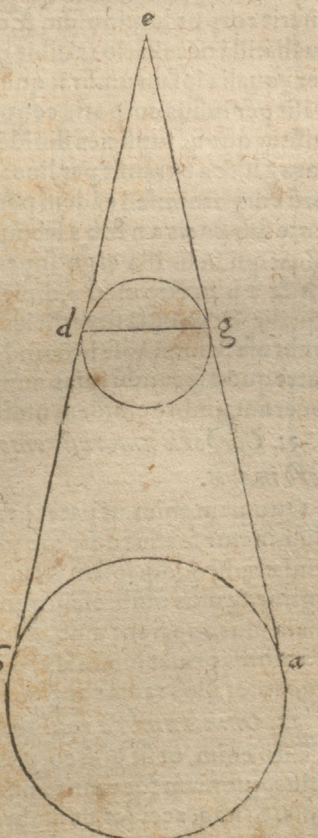




26. Diametro corporis luminosi sphærici existente æquali diametro corporis illuminãdi: tantũ eius medietas illuminatur: & umbra fit æqualis rei in infinitum protensa. Aristarchus Samius in libro de magnitudinib. & interuallis solis & lunæ.

Esto corporis illuminantis diameter a g: cuius pars aspiciens corpus illuminandũ sit a b g: diameter uerò corporis illuminandi sit d u ęqualis ex hypothesi, & per pręmissam ęquidistãs diametro a g: & superficies illuminata sit d e u. Dico, quòd d e u est medietas superficiei corporis illuminandi. Ducantur enim radij a d & g u. Quia itaque diameter a g est æqualis & ęquidistans diametro d u ꝑ hypothesim & per pręmissam: palàm, quòd radij a d & d u sunt æquidistantes & æquales per 33 p 1: ergo in infinitum protracti nunquã cõcurrent: non ergo illuminatur aliqua pars corporis d e u ultra diametrũ d u. Eius ergo corporis tantùm medietas illuminatur: protenditur enim umbra in infinitum æqualis diametri cum diametro corporis: & est extensa inter lineas d z & u h, & est linea z h ęqualis lineæ d u. Portio itaque arcus d f u, quę est medietas totius superficiei corporis d e u: & linea d z & u h continent umbram æqualẽ rei umbrosæ, quæ protenditur in infinitum. Patet ergo propositum.

27. Diametro corporis luminosi sphærici existẽte maiore diametro corporis sphærici illuminandi: plus medietate corporis illuminatur: & basis umbræ est minor magno circulo corporis illuminati, concurrens ad punctum unũ retro corpus. Aristarchꝰ Samius in libro de magnitudinib. et interuallis solis et lunæ.



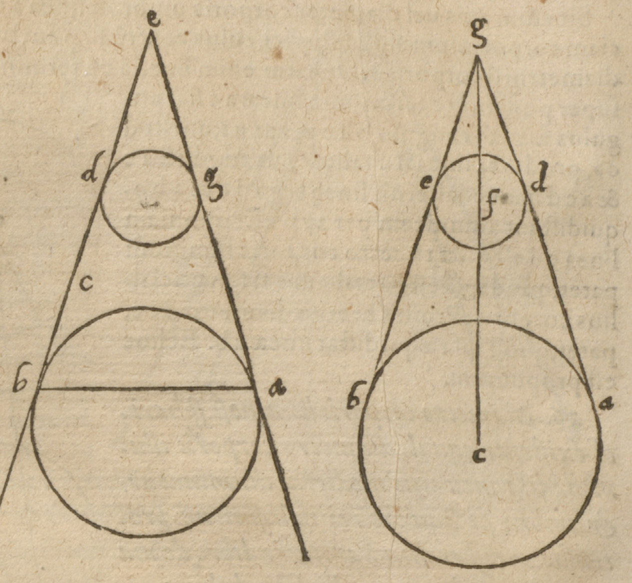
Sit corpus luminosum contentum circulo a b: & sit corpus umbrosum illuminandũ contentũ circulo g d: & sit diameter circuli a b maior diametro circuli g d: & sint radij incidentes a g & b d: ij ergo radij necessariò cõcurrent ultra corpus g d. Si enim nõ cõcurrant, tunc ęquidistabunt: necessariũ ergo erit diametros a b & g d esse æquales, quod est cõtra hypothesim: cõcurrant itaq; in pũcto e: patet ergo, quòd radij a g & b d nõ transeunt terminos diametri circuli g d: si enim transeãt, palã, cũ illi radij per 16 huius circulum g d contingant, quia anguli e g d & e d g erũt recti per 18 p 3. In triãgulo ergo g d e sunt duo anguli recti, quod est impossibile & contra 32 p 1: palã ergo, quòd radij a e & b e nõ transeunt per terminos diametri circuli g d, sed ultra illos cõtingunt superficiẽ corporis illuminãdi: magis ergo medietate corporis illuminatur. Et quia minor circulus illius sphęrici corporis cõtinet umbram, patet, quòd basis umbræ minor est magno circulo corporis illuminati. Quod est propositum.

28. Diametro corporis luminosi sphærici existẽte minore diametro corporis illuminãdi sphærici: minus medietate illuminatur: & est umbra multò maior corpore illuminato in infinitũ ꝓtẽsa.

Sit corpus luminosum, cuius maior circulus sit d g: & corpus illuminãdum, cuius maior circulus sit a b: & sit diameter circuli d g minor diametro circuli a b: concurrent itaque radij g a & b d ultra corpus luminosum g d per præ-

missam

missam diametrorum proportionem: concurrant ergo in puncto e ultra diametrum corporis d g: ij ergo radij non contingunt terminos diametri circuli a b: quia si sic erunt, ut in pręmissa per 16 & 18 p 3 trigoni a b e duo anguli recti: quod est impossibile: minus ergo medietate corporis a b illuminatur. Et quoniam magnus circulus corporis a b cadit intra umbram, & umbra ultra illum protensa semper dilatatur, cum per 14 t 1 huius radios g a & g b ad illam partem cōcurrere sit impossibile: patet, quòd umbra extēdetur in infinitum. Et hoc est quod proponitur. Et per hęc pręmissa penitus similiter in columnis & pyramidib. potest demonstrari: idem enim in illis est demonstrandi modus.

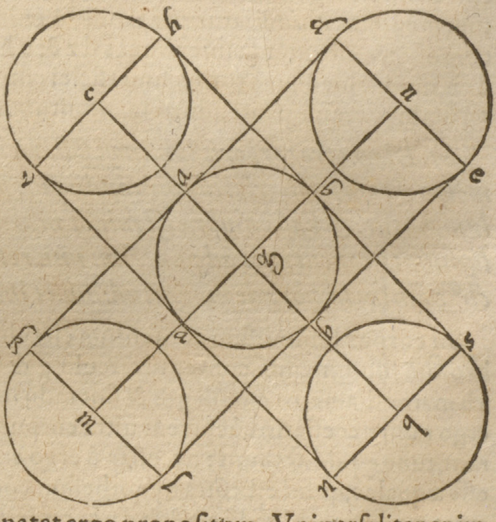


29. Superficiem planam super mediū umbræ erectam, corpus umbrosum & corpus luminosum, per æqualia diuidere est necesse.

Sit corpus luminosum a b, cuius centrum c: & corpus umbrosum sit d e, cuius centrum f: sitq; punctus in medio umbrę, qui sit g: & copuletur linea f g: cadet itaq; linea f g in mediū umbrę: superficies itaq; erecta super medium umbræ, necessariò erit erecta sup lineam g f: transit ergo illa superficies centrum corporis umbrosi & centrum corporis luminosi: necessariò ergo diuidet illa corpora per ęqualia per ea, quæ ostensa sunt in principio huius. Patet ergo propositum.

30. Superficiem planam corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidentem, super medium umbræ erigi est necesse. Ex quo patet, tot esse umbras eiusdē umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.

Sit corpus super quod cadit lumen, quod cōtinetur à circulo a b, cuius centrū est punctū g: & sit unum corporū luminosorū contentū à circulo d e, cuius centrū est u: sitq; aliud corpus luminosum cōtētū à circulo z h, cuius cētrū est c: uidebitur itaq; umbra opposita luminoso corpori d e, contenta à lineis a k, b l, cuius medius punctus sit m. Cū ergo aliqua superficies diuiserit corpus luminosum & corpus umbrosum per ęqualia: illa necessariò trāsibit p lineā u g m: secabit ergo per ęqualia ipsam umbrā: quia perpēdiculariter erecta trāsit per ipsius corporis centrū, quod est punctū g. Similiter quoq; supficies diuidēs per ęqualia ambo corpora z h, & a b transit per lineam c g ductā per centra illorū corporum: sed eadem pertransit centrū umbrę cōtentę sub lineis a n & b s secundum punctū medium ipsius, qui sit q. Illa ergo superficies diuidens corpora z h & a b in duo media, diuidet etiā umbram per duo ęqualia. Et quoniā superficies planæ secantes corpora umbrosa & luminosa hinc inde p æqualia sunt diuisæ: patet quòd secundū ipsas numerantur etiam & umbrę: patet ergo propositum. Vniuersaliter enim tot erunt umbrę eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.



31. Corporis umbrosi remotioris à corpore luminoso umbra minus umbrescit: propinquioris uerò magis.

Quoniam enim, ut patet per 22 huius, omne corpus umbrosum corpori luminoso propinquius, illuminatur fortius corpore plus distāte: patet, quòd umbra corporis propinquioris plus priuat luminis: radij quoq; ipsam terminantes sunt fortioris luminis: umbra ergo inter illos radios apparet nigrior, & plus umbrescit: quoniā radij terminantes illas umbras, sunt plus luminosi, propter quod etiam plus apparent umbræ in pręsentia illorū: Corporis uerò remotioris à corpore luminoso umbra minus priuat luminis: radij quoque continentes ipsam umbram sunt debilioris luminis: umbra ergo inter illos radios apparet debilior: minus ergo umbrescit. Patet ergo propositum.

32. Omnis umbra multiplicata plus umbrescit.

Esto enim, ut sit unū corpus umbrosum obiectū pluribus corporib. luminosis: palā ergo per 30 huius, quoniam tot erunt umbræ eiusdem corporis umbrosi, quot ipsum opponitur corporib. luminosis. Si itaq; accidat, ut umbrę se intersecent: dico, quòd umbra multiplicata plus umbrescit: quęlibet enim umbrarum aufert aliquod lumen: multiplicata ergo umbra plura auferet lumina, quæ

remanent

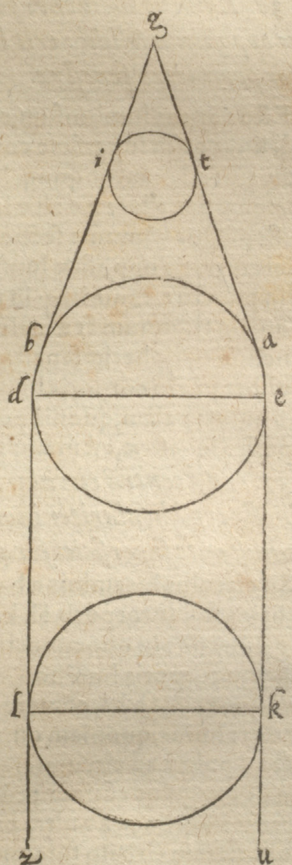
remanet in alijs partibus medij, in quibus umbra nō multiplicatur, sed remanet simpliciter umbra. Ergo illa simplex ꝓfunditur aliquo lumine, qđ ad umbrā multiplicatā nō ꝑtingit. Multiplicata ergo umbra plus umbrescit: quoniā plurimo lumine priuatur locus illius umbræ. Patet ergo ꝓpositum.

33. Duo corpora, quorum unum obumbrat reliquum secūdum sui medium, in eadem superficie erecta super corpus luminosum consistere necesse est: & si in eadem superficie, propinqua adinuicem consistunt: unum reliquum secundum sui medium obumbrabit.

Hoc, quātùm ad primam partem, patet per 30 huius: quoniam enim superficies plana corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidens est erecta super superficiem corporis luminosi, & ipsa erigitur super medium umbræ rei umbrosæ: umbra uerò cadit super lumē corporis obumbrati: ergo oportet, quòd illud corpus obumbratum secundum sui medium sit in superficie erecta super superficiem corporis luminosi. Ex hoc etiam patet secunda pars præsentis theorematis: quoniam si duo corpora propinqua adinuicem secundū sui partes medias in eadē superficie erecta super superficiem luminosi corporis consistunt, unum reliquum obumbrabit: quoniam remotius à lumine, quando fuerit propinquum illi, quod plus accedit ad lumen, cadet in umbra illius, quod est propinquius lumini: ut quando idem radius transiens uerticem propinquioris, transit etiam uerticem remotioris, uel punctum aliquod, quod sit altius illo. Patet ergo propositum.

34. Aequidistantia linearum radialium uel ipsarum concursus non est totaliter per se ex natura radiorum, sed ex proportione diametri corporis luminosi ad diametros corporum umbrosorum. Ex quo patet, quòd lumen diffunditur uniformiter per aerem circumstantem.

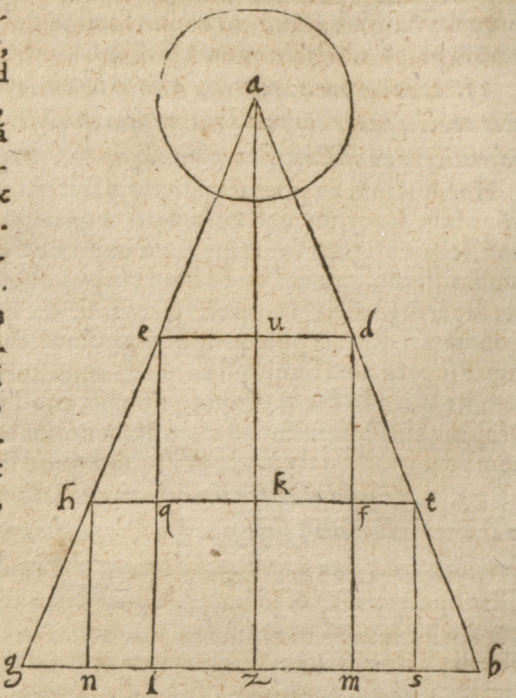
Hoc patet per 17 & 18 huius: & potest sic exemplariter declarari. Sit enim corpus luminosum circulus a b: & una linearum radialium ab ipsa egredientium sit linea a g, & alia linea b g, & cōcurrant illæ in pūcto g: sit item una linea e u, & alia d z: & sint e u & d z æquidistantes, sitq; corpus unum (cuius diameter sit minor diametro corporis luminosi) super quod cadit lumen, positum inter duas a g & b g se contingentes, cuius maior circulus sit t i: & contingat ipsum linea b g in puncto i, & linea a g in puncto t: & corpus aliud æquale corpori luminoso, super quod cadit lumen, sit positum inter duas lineas æquidistantes e u & d z, illud corpus contingentes, cuius diameter sit k l: contingaturq; à linea e u in puncto k, & à linea d z in puncto l. Vmbra itaq; proueniens à corpore t i, minuitur & terminatur, & fit pyramidalis per 27 huius, ideo quia radij contingentes corpus t i, qui sunt a g, b g, concurrunt in puncto g: umbra ergo corporis t i cōtinetur à duabus lineis i g & t g, & superficie corporis t i, quæ est à parte g. Vmbra ergo finitur apud punctum g. Vmbra uerò corporis k l protensa inter lineas æquidistantes l z & k u, ut patet per 26 huius, non terminatur ad aliquod punctum: quoniam illæ lineæ continentes umbram in infinitum protractæ non concurrunt. Si uerò corpus t i motum extra lineas a g & b g ponatur intra lineas e u & d z, concurrent lineæ e u & d z, & uariabitur umbra ab ipsis prius contenta secundum diuersitatem proportionis diametrorum corporis t i, & corporis k l ad diametrum corporis luminosi. Et ex hoc patet, quòd radij per se non sunt lineæ neq; regulares, neq; irregulares, neq; æquidistantes, neq; concurrentes: sed accidit eis lineatio per respectum ad corpora, quibus incidunt: & æquidistantia & concursus accidunt eis per proportionem diametrorum corporum umbrosorum ad diametros corporis luminosi. Diffunditur ergo lumē uniformiter per totum aerem circumstantem, ita, ut omnis punctus aeris, à quo possibile est produci lineam rectam ad aliquod punctum corporis luminosi, illuminetur à lumine corporis luminosi, ut patet per 19 huius. Patet ergo propositum.



35. Radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes, secūdum linearum longitudinem ad æquidistantiam sensibilem plus accedunt.

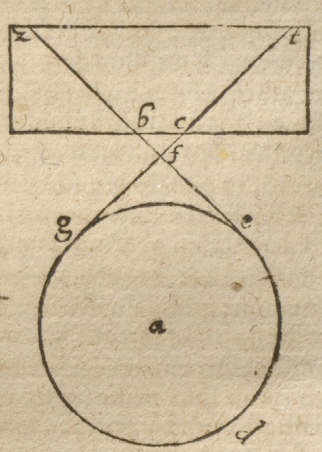
Esto, ut à puncto medio corporis luminosi (quod sit a) egrediantur radij a b & a g ęquales: copuletur quoq; basis b g, & ducatur linea d e secans trigonum a b g citra medium sui lateris a g æquidistanter basi b g per 10 & 31 p 1: protrahaturq; à puncto a linea a z perpendiculariter super basim b g per 12 p 1, quæ secet lineam d e in puncto u: diuidaturq; linea e g in duo æqualia in puncto h per 10 p 1, & linea d b in puncto t: ducaturq; linea h t: linea ergo h t erit æquidistans basi g b per 2 p 6: secabit ergo lineam u z per 2 t 1 huius: sit punctus sectionis k. Ducātur item à punctis e, d, h, t lineæ perpendiculares super basim b g: quæ sint e l, d m, h n, t s: secabit quoq; perpendicularis e l lineam h t: sit punctus sectionis q, & punctus sectionis linearum d m & h t sit f: erit ergo linea q f æqualis lineæ e d per 34 p 1: patet ergo, quòd linea h t est maior quàm linea e d. Quia itaq; trigona a u e & e h q sunt æquiangula per 29 & 32 p 1: erunt per 4 p 6 latera ipsorum proportionalia. Quia ergo, ut patuit suprà, linea a e est maior quàm linea e h: erit ergo linea e u maior quàm linea h q: sed linea h t est maior quàm linea e d, ut præostensum est: ergo per 9 t 1 huius maior est proportio lineæ e u ad lineam e d,

quàm lineæ h q ad lineam h t: est enim proportio lineæ e u ad lineam e d, sicut lineæ h k ad lineam h t per 4 p 6 & per 11 & 16 p 5: sed linea h q est pars lineæ h k: ergo per 8 p 5 minor est proportio h q ad h t, quàm h k ad h t. Minor est ergo proportio lineę h q ad h t, quàm e u ad e d. Eodemq; modo demonstrãdum, quòd lineæ g n ad lineã g b minor est proportio, quã lineæ h q ad lineã h t: excessus itaq; basis g b super basim h t est minor excessu basis h t super basim d e: & quãtò bases sunt remotiores à puncto a corporis luminosi, tantò excessus remotiorum basium super bases uiciniores plus minuẽtur. Palàm ergo, quia in remotiori distantia radij quasi ad æquidistantiam plus procedunt: & cũ quantitas excessus basium sit quantitatis non sensibilis: tunc lineæ radiales erunt quasi æquidistãtes. Quoniam enim linea b g sensibiliter nõ excedit lineã h t: tunc erunt h g & t b radij quasi ęquidistantes secũdum sensum. Et hoc est propositum. Et fortè ad istud multũ cooperatur proprietas radiorũ, quę semper, ut potest, approximat suæ perpẽdiculari: propter quod radij omniũ punctorũ totius corporis luminosi semper concurrunt in quolibet puncto corporis illuminãdi: & sic cõstituunt pyramidẽ radialẽ.



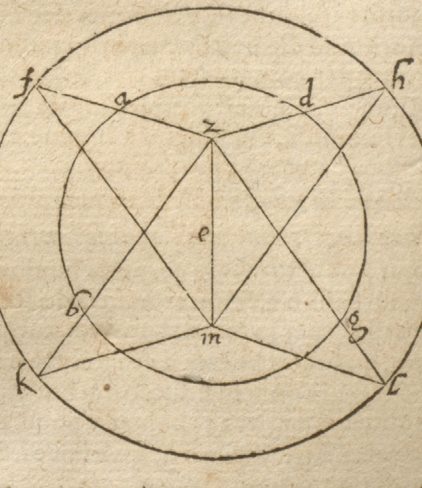
36. *Lumine incidente per fenestram super corpus oppositum solidũ: erit luminis perimeter amplior perimetro fenestræ.*

Esto corpus luminosum, cuius centrum a: & circulus magnus d e g: & sit diameter fenestræ b c: sitq; linea t z in superficie corporis solidi opposita lumini, cui incidit radius: producantur quoq; lineæ radiales tangentes peripheriã fenestræ: quæ sint e b & g c: hæ itaq; lineæ secabunt se in aliqua parte medij: sit pũctus cõmunis sectionis f: & hæ lineæ productę incidãt superficiei corporis oppositæ lumini: cadatq; linea e b in punctũ z, & linea g c in punctũ t. Quia itaq; in trigono f t z, latus t z est maius latere b c: quoniam trigonum f t z maius est trigono f c b. Et quoniã per omnem punctum peripheriæ fenestræ sic incidũt radij se secãtes: ideo quòd à quolibet pũcto corporis luminosi in totam fenestrã fit missio luminis p 20 huius: palàm, quoniã perimeter luminis incidẽtis corpori solido opposito fenestræ, est maior perimetro fenestræ. Et hoc ꝓponebatur.



37. *Ad centrũ circularis foraminis radio à centro corporis luminosi perpẽdiculariter incidẽte: lumen in superficie densi corporis æquidistante superficiei foraminis est uerè circulare.*

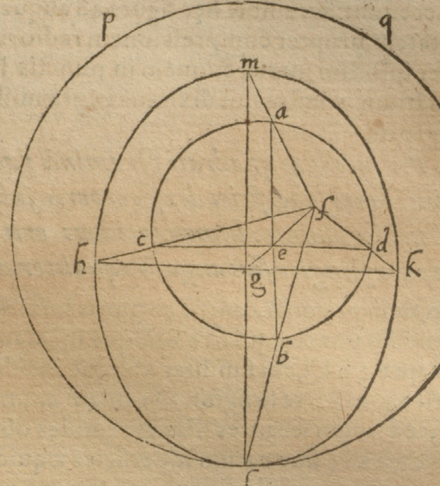
Sit circulus foraminis a b g d, cuius cẽtrum e: cui sit ęquidistans superficies solidi corporis f h k l: & erigatur à centro e linea e z, perpendiculariter super superficiem a b g d circuli: in quocunq; itaq; puncto lineæ e z sit centrum corporis luminosi, dico, quòd lumen incidẽs superficiei f h k l, est uerè circulare. Palàm enim per 65 t 1 huius, quoniam omnes lineę z a, z b, z g, z d ductæ à polo z ad circumferentiam, sunt æquales, & æquales angulos cõtinent cũ linea e z per 8 p 1. Producatur itaq; linea z e ultra punctũ e ad superficiem æquidistãtem circulo foraminis, quæ est f h k l: incidetq; perpendiculariter super illam per 14 p 11: sit ut incidat in punctum m: producaturq; linea z b ad superficiem f h k l in punctum k, & linea z a in punctũ f, & linea z d in punctum h, & linea z g in punctum l: eruntq; lineæ a f, b k, d h, g l per 25 t 1 huius æquales propter æquidistantiam superficierum & æqualitatem angulorum: tota ergo linea z f erit æqualis toti lineæ z h: & z k æqualis lineæ z l. Ducantur quoq; lineæ f m, h m, k m, l m. In trigono itaq; f m z basis f m erit æqualis basi h m trigoni h m z per 4 p 1: eodemq; modo erit linea k m ęqualis lineæ h m, & linea l m æqualis lineæ k m. Palàm ergo per 9 p 3, quoniam superficies f h k l est circularis: & ipsa est, ad quam terminantur radij luminis incidentis per fenestram a b g d: quoniam de omnibus alijs lineis eadem est demonstratio. Patet ergo propositum.



38. Pen

38. Per centrũ circularis foraminis radio luminoso obliquè incidẽte superficiei densi corporis substratæ superficiei foraminis: lumẽ incidẽs erit figuræ sectionis pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie erecta super superficiem fenestræ, & super superficiẽ corporis substrati.

Esto foramen circulare a b c d, cuius centrum e: cui sit superficies æquidistans h m k l: & sit f centrum corporis luminosi: sitq; primò ut linea f e obliquè cadat super superficiem circuli a b c d: hæc itaq; producta incidet superficiei h m k l similiter obliquè propter æquidistantiam superficierũ, argumento 23 t 1 huius: incidat itaq; in punctum g: & ducatur linea a e b diameter circuli: sit itaq; angulus a e f acutus: erit ergo per 13 p 1 angulus b e f obtusus: ducatur ergo lineę f a, f b. Et quia quadratum lineæ f a ualet minus duobus quadratis linearum e f & e a, per 13 p 2, & quadratum lineæ b f est maius quadrato lineæ f e, & quadrato lineæ b e per 12 p 2: quadratũ uerò lineæ b e æquale est quadrato lineæ a e: quia sunt æquales semidiametri: & quadratum lineæ f e est commune: patet, quòd quadratum lineæ f b est maius quadrato lineæ f a: ergo linea f b est maior quàm linea f a: productisq; lineis f a & f b ad superficiem h m k l: si linea f a incidat ad pũctum m, & linea f b ad punctum l: erit linea f l maior quàm linea f m per eadem, quæ prius: copulatisq; lineis l g & m g ad punctum g, cui incidit radius trãsiens centrum foraminis fenestræ: erit quoq; per 2 p 6 & per 11 p 5 proportio lineæ l g ad lineam b e, sicut lineæ g m ad lineam e a: quoniã utrarumq; illarum proportio est adinuicẽ, sicut lineæ g f ad lineam f e: est ergo per 16 p 5 proportio lineæ l g ad lineam m g, sicut lineæ b e ad lineam e a: sed linea b e est æqualis lineæ e a: ergo linea l g est ęqualis lineæ g m. Ducatur tunc c d diameter super a b diametrum orthogonaliter, & continuentur lineæ f c, f d: producanturq; ad superficiem h m k l in puncta h & k: & ducatur linea h g k. Et quoniam superficies, in qua sunt lineæ f e & a b, sola est erecta super circulum fenestræ, quoniam omnes alię superficies, in quibus est linea f e, incidunt illi superficiei obliquè (sic enim accipimus lineam a b) erit ergo superficies a f b erecta super superficiẽ circuli fenestræ. Palàm ergo, quia angulus f e d est æqualis angulo f e c: est ergo per 4 p 1 linea f d æqualis lineæ f c: ergo, ut prius, erit linea h g æqualis k g, & linea f h æqualis lineæ f k, & f g est communis: & quia linea h k est perpendicularis super lineam m l, & super lineam f g: palàm per 4 p 11, quòd linea h g est perpendicularis super superficiem, in qua sunt lineæ f g & m g: ergo per 18 p 11 erit superficies h m k l erecta super superficiem f m g: ergo & superficies f m g est erecta super superficiem h m k l. Imaginetur ergo à puncto g termino axis, qui est f g, circumduci pyramidi illuminationis circulus per 102 t 1 huius: erit ergo per 100 & 89 t 1 huius axis f g erectus super illum circulum, & ipse est obliquus super superficiẽ h m k l: erit ergo per 103 t 1 huius linea h m k l sectio pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie f m l erecta super superficiem h m k l. Patet ergo propositum. Et si superficies fenestræ circularis sit basis pyramidis illuminationis, ita quòd cẽtrum corporis luminosi sit polus circuli fenestræ, & axis erectus sit super superficiẽ fenestræ, superficies uerò solidi corporis excipientis radios luminis, non fuerit æquidistans superficiei fenestræ: adhuc erit figura luminis sectio pyramidalis: quod est præmisso modo demonstrandũ: ducta enim per 102 t 1 huius à pũcto l termino longioris radij, qui est f l, superficie æquidistante superficiei fenestræ: patet per 100 t 1 huius, quòd illa superficies secabit pyramidẽ illuminationis secundũ circulum, qui sit l p q. Ergo superficies h m k l secat ipsam secundũ pyramidalem sectionem. Patet ergo propositum.



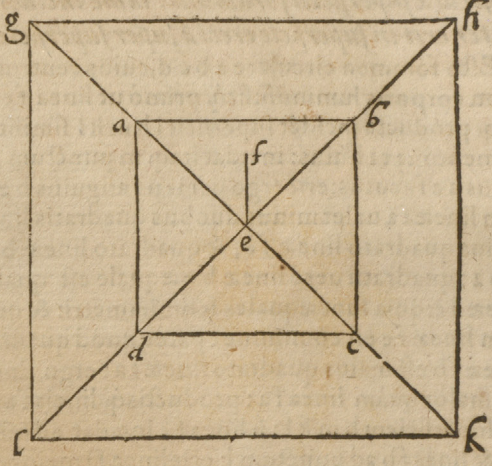
39. Omne lumen per foramina angularia incidens rotundatur.

Quod hic proponitur, patet per 35 huius. Quoniam enim omnes radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes secundum linearum longitudinem ad æquidistantiam sensibilem plus accedunt: patet, quòd radij secundum foraminum angularium dispositionem ipsis angulis incidẽtes, sẽ applicant æquidistantiæ radij perpẽdiculariter uel circa superficiei foraminis incidentis: retrahunt ergo se ab angularitate, & sic lumen superficiei foramini obiectæ incidẽs incipit rotundari. Et quoniam, ut patet per 20 huius, à puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur secundum omnem lineam, quæ ab illo pũcto ad oppositam superficiẽ duci potest: omnes enim illi radij in quolibet puncto medij concurrunt: patet, quòd ipsi in quolibet puncto se intersecent, & radij inferiorum punctorum ipsius corporis luminosi in punctis linearũ fenestrę alios radios superiorum punctorum secant, & ultrà protenduntur: & sic lumen huiusmodi fenestras pertransiens rotundatur: quod non adeò accideret, si solùm ab uno puncto luminosi corporis egrederentur radij fenestram penetrantes. Patet ergo propositum.

40. Radio luminoso medio puncto foraminis quadrati perpendiculariter incidente: lumen superficiei corporis æquidistantis superficiei foraminis incidens, est quadratum ad circularitatem aliquam accedens.

Sit centrum corporis luminosi e: & foramẽ quadratum sit a b c d: cuius puncto medio (qui sit f)

incidat perpendiculariter radius e f: sitq́; superficies corporis densi æquidistans superficiei foraminis, quæ est g h k l. Dico, quòd lumẽ incidens illi superficiei, erit figuræ quadratæ: fiunt enim duæ pyramides unum uerticem habentes punctum e, quarũ maioris basis est g h k l, minoris uerò basis est a b c d, & earum bases sunt æquidistantes: sunt ergo similes per 99 t 1 huius. Quia ergo basis a b c d ex hypothesi est quadrata, patet, quòd & basis g h k l est quadrata. Et est hoc propositum primum. Quoniã uerò per 35 huius radij longiores ad aliquam æquidistantiam accedunt: accedit & hęc figura ad aliquam circularitatem, propter compreſsionem radiorum, uel propter ipſorum interſectionem in punctis linearũ terminãtium feneſtras, ut diximus in præmiſſa. Patet ergo propoſitum.



41. Per medium quadrati foraminis radio obliquè incidente superficiei densi corporis substratæ superficiei foraminis: lumen incidens erit figura altera parte longior suis angulis æqualiter arcuatis.

Esto, ut in pręmiſſa, centrũ corporis luminoſi punctũ e: & peripheria quadrati foraminis a b c d, cuius medio puncto, qui sit e, obliquè incidat radius e f: sitq́; ſupficies corporis dẽſi ſubſtrati illi foramini, quæ g h k l, cui ſimiliter obliquè incidat radius. Dico, quòd figura luminis in ſubſtrata ſupficie erit altera parte longior. Quoniam enim illæ ſuperficies non ſunt baſes pyramidum illuminationis, ſed ſolùm ſecantes illas pyramides obliquè, patet per 99 t 1 huius, quoniam ambæ figuræ a b c d & g h k l (ſiue earum ſuperficies æquidiſtent, ſiue non æquidiſtent) ſunt figuræ altera parte longiores: quoniam illæ figuræ, quę ſecundum illa puncta, quibus axis e f propoſitis ſuperficiebus obliquè incidit, pyramides terminant, ſunt ambæ quadratæ: reliquæ uerò obliquè ſecundum illa pũcta axi incidẽtes, ſunt ambæ altera parte lõgiores. Patet ergo ꝓpoſitũ primũ. Et quoniã, ut patet per 35 huius, radij longiores quaſi ad aliquã æquidiſtantiam accedũt, patet, quòd anguli illius figuræ luminis aliqualiter arcuantur, ſicut & in duabus pręmiſsis declaratũ eſt. Et hoc eſt propoſitũ.

42. Per medium ſecũdi diaphani denſioris primo radius perpendicularis ductus à cẽtro corporis luminoſi ſuper ſuperficiẽ obiecti corporis ſemper penetrat irrefractus. Alhazen 3 n 7.

Huius propoſitionis probatio plus experientiæ inſtrumẽtorum innititur, quàm alteri demonſtrationum. Cùm ergo quis experiri uoluerit modum fractionis radiorum luminoſorum in medio ſecũdi diaphani denſioris primo, ut in aqua, quæ eſt denſior aere: aſſumat uas rectarũ orarum qualiſcunq́; uoluerit materiæ uel figuræ, dum tamẽ ſit altitudo orarum maior medietate cubiti, & diameter latitudinis eius ſit non minor diametro inſtrumenti, quod faciendum præmiſimus in prima huius: & planẽtur oræ illius uaſis, donec ſuperficies per eius oras tranſiens ſit æqualis plana: & ponatur in fundo uaſis aliquod corpuſculum coloratum uiſibile, ut aliquod numiſma uel res picta diuerſi coloris: deinde impleatur uas aquã clara. Cùm ergo quieuerit motus aquæ, ſi aſpiciens uiſum perpendiculariter proiecerit ſuper medium numiſmatis, uel picturæ: inueniet figuram & colorem & ipſorum ſitum & partium ordinationem eo modo, quo ſunt ſecundũ ſe ordinata, ſi in aere uiderentur. Cõſideret ergo experimentator illũ ſui corporis ſitum, ſiue ſit ſtans ſiue ſedẽs, & ſui diſtantiam à uaſe, & ſitum ipſius uaſis, & omnia circumſtãtia illam uiſionem. Ponatur itaq́; uas iſtud plenum aqua clara in loco, in quo ſplendet ſol, & ſiſtatur uas taliter, ut ſuperficies circumferẽtiæ uaſis ſit æquidiſtãs horizonti: hoc autẽ poteſt perpẽdi ex hoc, ſi ſuperficies aquę ſit æquidiſtãs peripheriæ uaſis. Deinde imponatur inſtrumentũ in hoc uas, ita quòd pinnulæ ſuper extremitates regulæ exiſtẽtes ſuperponãtur oræ uaſis ex utraq́; parte: tũc ergo medietas inſtrumenti cũ tota regula erit intra uas: deinde auferatur aqua, donec ſuperficies aquæ ſecet cẽtrum inſtrumẽti: & reuoluatur inſtrumẽtum in circuitu uaſis, donec oræ ſuper aquã obũbrent alias ſub aqua: & tunc retẽta regula cum altera manuum, reuoluatur inſtrumẽtum cum reliqua manu in circuitu ſui centri, donec lumẽ ſolis pertranſeat foramẽ l m n, quod eſt in ora inſtrumẽti, & foramẽ laminæ quadratæ, & perueniat ad ſuperficiẽ aquæ, quia lumẽ pertranſiens foramen rotundũ ampliatur ſemper per 36 huius. Siſtatur quoq́; taliter inſtrumentum, ut lumen cadens ſuper laminam ſecundi foraminis, quod eſt x y z, ſitum habeat æqualẽ: & tunc experimẽtator reductis manibus ab inſtrumento, ſecundum omnem ſitum & modum, quo prius aſpexit numiſma, inſpiciat ad fundũ aquæ ex parte quartæ inſtrumẽti, cuius ora eſt abſciſſa, quæ eſt a d: inuenietq́; lumẽ pertranſiẽs ex duobus foraminibus ſuper ſuperficiem oræ alterius, quæ eſt intra aquam, & lumen inter duos circulos extremos trium circulorum æquidiſtanter ſignatorum, aut addens ſuper diſtantiam illorum circulorum modicũm: & erit additio æqualis ex duobus lateribus circulorum. Ex quo patet, quòd medium punctum huius luminis cadit in aliquod punctum circumferẽtiæ medij circuli illorum trium circulorum, ut in punctum p. Deinde acus ferrea uel lignũ minutum in interiori parte foraminis oræ inſtrumenti applicata pertranſeat medium foraminis diametraliter, & tunc inſpiciẽti, ut prius, uidebitur umbra acus in me-

dio lucis oppoſitæ, per 11 huius, diuidens eũ per æqualia. Deinde retrahatur acus, donec acumen eius ſit in medio foraminis, & erit umbra extremitatis acus in medio lucis, quæ eſt in ſupficie aquę, & eius, quæ eſt intra aquam: & uniuerſaliter ſecundum quam proportionem acus peripheriam foraminis ut chorda abſciderit, ſecundũ eandem proportionem umbra acus peripheriam lucis in ſuperficie aquæ & ſub aqua exiſtentis abſcindet: acu uerò penitus remota, lumẽ reuertetur. Palàm ergo ex his, quòd punctus, qui eſt in medio lucis intra aquam exiſtẽtis, exit à puncto medio lucis in ſuperficie aquæ exiſtentis: & quòd punctus medius huius lucis exit à luce, quæ eſt in centro foraminis ſuperioris. Lux ergo, quæ peruenit ad cẽtrum lucis in ſuperficie aquæ exiſtentis, extenditur ſecundum rectitudinem lineæ rectæ per duo puncta m & y, quę ſunt centra amborum foraminum, tranſeuntis: & hęc linea eſt in ſuperficie medij circuli trium circulorũ: & eſt pars diametri illius circuli, quæ eſt m p, cũ ſit æquidiſtans diametro circuli in baſi inſtrumenti exiſtẽtis, quæ eſt f e g. Punctus ergo, qui eſt in medio lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, eſt in ſuperficie huius medij circuli: ſed & punctus in medio lucis intra aquam exiſtentis, eſt in circumferentia medij circuli: hæc ergo duo puncta erũt in ſuperficie medij circuli: ergo & tota illa linea erit in ſuperficie medij circuli per 1 p 11. Quòd ſi lux, quę eſt in ſuperficie aquæ, non fuerit manifeſta: mittatur regula minor in aquam, & ſuperficies eius, in qua ſignata eſt linea, diuidens ſuperficiem eius latitudinis per æqualia, applicetur ſuperficiei aquæ, ut fiat una ſuperficies cum illa, & alia eius ſuperficies applicetur ſuperficiei baſis inſtrumẽti. Palàm ergo ex præmiſsis in 1 huius, quia linea, quæ eſt in ſuperficie regulæ, eſt in ſuperficie medij circuli per m & y centra duorum foraminum tranſeuntis: apparebitq; lux, quæ eſt in ſuperficie aquæ, ſuper ſuperficiem regulæ, & mediũ illius lucis ſuper lineam, quæ eſt in medio regulæ. Et ſi acus fuerit poſita ſuper medium foraminis ſuperioris, obumbrabitur linea, quæ eſt in medio regulæ: & ſi acumen acus ponatur ſuper cẽtrum foraminis, cadet umbra acuminis acus in medio lucis, quæ eſt ſuper regulam, & ablata acu redibit lumen. Sic ergo apparebit lumẽ cadens ſuper ſuperficiem aquæ, apparitione manifeſta: & patebit, quòd lux incidens cẽtro foraminis ſuperioris, ipſa eſt ſuper lineam tranſeuntem per centra duorum foraminum. Et quoniá ſuperficies aquę tranſit centrum inſtrumenti, & ſuperficies regulæ eſt una cum ſuperficie aquæ: ſuperficies itaq; regulæ tranſibit centrum inſtrumenti. Erit ergo remotio centri lucis à centro inſtrumenti, æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ eſt æqualis perpendiculari, cadenti à centro foraminis ſuper ſuperficiẽ baſis inſtrumenti: erit ergo centrum lucis, quæ eſt in ſuperficie regulæ uel aquæ, cẽtrum medij circuli. Reuoluatur ergo regula, donec angulus ipſius acutus tranſeat per centrũ inſtrumenti, & pars inferior lineæ diuidentis angulũ eius per æqualia, ſit in centro luminis, quod eſt intra aquam: acuitas ergo ſuperior regulæ tranſibit centrum circuli medij: punctus ergo lineæ ſuperficiei ſuperioris regulæ, qui eſt in ſuperficie aquæ, eſt centrũ medij circuli, & lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ: & erit illa linea ſemidiameter circuli medij. Immittatur ergo acus longa in aquam ita, ut acumen ipſius ſit in puncto anguli regulæ, ſecabitq; umbra acus lucem, quæ eſt intra aquam, eritq; umbra acuminis acus ad finem regulæ, quæ eſt in medio lucis. Et ſi fixo acumine acus, moueatur acus: umbra acus mutabit ſitum ad diuerſas partes lucis: umbra tamen acuminis non mutata à medio lucis: ablata uerò totaliter acu, redibit lux totalis. Idem quoq; accidit, in quocunq; puncto lineæ, quæ eſt in ſuperficie regulæ, poſitum fuerit acumen acus. Ex quo patet, quòd lux exiſtens in aliquo puncto lucis intra aquá, procedit à puncto ſibi ſimili in luce, quæ eſt in ſuperficie aquæ, & quòd à medio puncto lucis, quæ ſuper aquam ad medium punctum lucis intra aquam protenditur radius ſecundũ lineam rectam, quæ eſt medium regulæ. Ex quo patet, quòd tranſitus lucis per corpus aquæ eſt ſecundum lineas rectas per 1 p 11. Et hoc eſt, quòd circa propoſitam propoſitionem experimentaliter intendimus declarare.

43. In medio ſecũdi diaphani, quod eſt denſius primo diaphano, fit refractio radiorum obliquorum ab anteriori ſuperficie diaphani ſecundi ad perpendicularem, exeuntem à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis ſecundi. Alhazen 4 n 7.

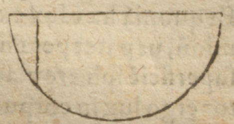
Experimentaliter etiá & hoc propoſitũ theorema poteſt declarari. Oppoſito enim foramine ſuperioris inſtrumenti obliquè ipſi corpori ſolari, ita, ut radius obliquè incidat ad oram inſtrumenti oppoſitá foramini, & perſcrutato per modũ, quo in præmiſſa, centro lucis, quę eſt intra aquá: ſignetur illud per puncturam ferri duri in ſuperficie ipſa inſtrumẽti, & inuenietur illud centrũ non in linea g k perpendiculariter erecta ſuper g terminũ diametri oppoſita lineæ f h, in qua eſt foramẽ oræ inſtrumenti, ſed declinabit ab illa linea ad partem, in qua eſt ſol: eritq; inter hoc centrũ lucis & pũctum p, (quòd eſt communis differentia lineæ g k, perpendicularis ſuper terminũ diametri inſtrumenti, & circũferentiæ circuli medij tranſeũtis per m & y cẽtra foraminũ) diſtantia ſenſibilis. Mittatur itaq; regula in aquam, & applicetur ſuperficiei laminæ, ita, quòd terminus latior regulæ ſit ſupra centrũ laminæ: & moueatur regula, quouſq; acuitas eius ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ, quo ad ſenſum: erit itaq; centrum lucis, quod eſt intra aquam, inter acumẽ regulæ, & lineam g k perpendicularem ſuper f g diametrũ baſis inſtrumenti. Patet ergo ex hoc, quòd hęc refractio eſt ad partẽ perpendicularis, exeuntis à loco refractionis perpẽdiculariter ſuper ſuperficiẽ aquæ. Hoc ita inuẽto ſignetur in circũferentia circuli medij trium ſignatorum circulorũ ſuper punctũ extremum perpendicularis, exeuntis à centro eiuſdem circuli perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ aquæ, ſignum fixũ per ferri duri puncturam. Et quia patuit per præmiſſam, quòd inſtrumento directè ſoli

oppoſito,& radio ſolis ſibi perpendiculariter incidente,lux,quæ peruenit ad cētrum lucis, quæ eſt intra aquam,eſt lux extenſa ſecundū rectitudinem lineæ continuantis duo centra foraminum, quę linea peruenit ad centrum medij circuli æquidiſtantis ſuperficiei baſis inſtrumenti,& eſt diameter illius : ſi hæc linea fuerit imaginata extendi ſecundum rectitudinem intra aquam,donec perueniat ad oram inſtrumenti : tunc erit totaliter æquidiſtans diametro inſtrumenti,& perueniet ad lineam g k perpendicularem ſuper diametrum f g, in interiore parte oræ inſtrumenti ductam. Et quando centrum lucis,quæ nunc eſt intra aquam, nō eſt ſuper illam lineam perpendicularem in ora inſtrumenti productam:tūc patet,quòd lux extenſa à medio lucis,quæ eſt in ſuperficie aquæ,non extenditur ad medium lucis, quæ eſt intra aquam , ſecundum rectitudinem lineæ tranſeuntis per centra duorum foraminum, ſed refringitur ab illa : declaratum eſt autem per 1 huius,quòd hæc lux extenditur rectè à medio lucis,quæ eſt in ſuperficie aquæ, ad mediū lucis , quæ eſt intra aquam. Eſt ergo huius lucis refractio apud ſuperficiem aquæ.Quod eſt propoſitum.

44. Per medium ſecundi diaphani rarioris primo,radius perpēdiculariter incidens , à centro corporis luminoſi ſuper ſuperficiem corporis obiecti penetrat irrefractus. Alhazen 6 n 7.

Inſtrumentali ſimiliter experiētia propoſitum theorema poteſt declarari. Aſſumatur enim uitri clari uel cryſtalli fruſtum figuræ cubicæ, longitudinis duplæ diametri foraminis oræ inſtrumenti: & fiant planę ſuperficies eorum æquales & æquidiſtantes,& latera ipſorum ſint recta,& multū poliantur: deinde ſignetur per ſculpturam ferri duri in medio baſis inſtrumenti linea recta , tranſiens per centrum ipſius,quod eſt e,perpendiculariter ſuper ipſius diametrū,quæ eſt f g , ſuper cuius extremitates ſunt in ora inſtrumenti productæ duę perpendiculares f h & g k:& producatur illa linea in utranq; partem ſuperficiei circuli baſis,& ſit z e x. Ponatur itaq; unum uitrorum iſtorū ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti,& applicetur unum laterum ſuorum perpendiculariter ductæ, quæ eſt z e x,taliter, ut medium lateris uitri ſit uerè ſuper punctum e centrum inſtrumēti : & ſit totum corpus uitri ex parte foraminum , ſcilicet inter foramina oræ & tabulæ , & inter centrum inſtrumenti, quod eſt e.Tranſit ergo dicta diameter inſtrumēti (quæ eſt f g) per medium ſuperficiei uitri ſuperpoſitæ baſi inſtrumenti. Applicetur itaq; uitrum baſi inſtrumēti forti applicatione per bitumen firmum,taliter tamen,quòd poſsit auferri, quando placuerit:deinde ponatur alterū uitrum ultra primū ſcilicet,ex eadē parte foraminū : & applicetur aliqua ſuperficierū eius ſuperficiei primi uitri, & applicetur baſi inſtrumenti applicatione fixa:deinde tertiū uitrum applicetur ſecundo,& adæquetur ſuperficies eius cum duabus ſuperficiebus laterum ſecundi uitri , & applicetur baſi inſtrumēti, & ſic fiat de pluribus uitris, quouſq; perueniant uitra ad aliam perpendicularem ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti aut propè,ſcilicet uerſus punctum t.Cum itaq; uitra fuerint applicata ſuperficiei baſis inſtrumenti ſecundum prædictum modum : palàm quoniam præmiſſa diameter inſtrumenti (quæ eſt f g) tranſibit per medium omniū ſuperficierum uitrorum ſuperpoſitorū baſi inſtrumenti: & altitudo omnium uitrorum eſt dupla diametro foraminis : diameter uerò foraminis eſt æqualis perpendiculari m f exeunti à centro foraminis ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti,& ſuper diametrum eius f g:unaquæq; ergo perpendicularium,exeuntium à centris ſuperficierum uitrorum perpendicularium ſuper diametrū baſis inſtrumenti,eſt æqualis lineæ m f,ſcilicet perpendiculari exeunti à centro foraminis ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti. Linea ergo,quæ tranſit centra amborum foraminum,tranſibit centra ſuperficierum uitrorum perpendicularium ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti. Accipiatur ergo regula ſubtilis,cuius formam præmiſimus: & erigatur ſuper oram inſtrumenti in ſuperficie baſis inſtrumēti : & ponatur ſuperficies regulæ, in qua ſignata eſt linea ex parte primi uitri,quod eſt ſupra e cētrum baſis inſtrumenti: & ponatur regula prope uitrum,& applicetur taliter ut linea,quę eſt in ſuperficie regulæ,ſit in ſuperficie medij circuli, ſecabitq; linea recta,tranſiens per centra amborum foraminum,& per centra ſuperficierum uitrorum lineam latitudinis regulæ perpendiculariter , & tranſibit ad punctum g. Tunc itaq; ponatur inſtrumentū in uas prædictum uacuum aqua, & ponatur uas in ſole directè oppoſitum centro ſolis,ut accipiat radium perpēdicularē:hoc aūt pteſt fieri,ſi moueatur inſtrumentū, quouſq; lux ſolis trāſeat per ambo foramina,& fiat apud ſecundū foramē lux æqualis: & aſpiciatur ſuperficies regulæ oppoſita uitro,& uidebitur lux exiens à duobus foraminibus ipſius inſtrumēti, extenſa ſuper ſuperficiē ipſius regulæ: & illud umbroſum,quod circumdat lucē in ſuperficie regulæ,obumbrabitur per umbrā oræ inſtrumēti:eritq; centrū uiſus ipſius aſpiciētis ſup lineā,quæ eſt in ſupficie regulæ. Deinde acus ſubtilis ponatur ſup ſuperius foramē,ita quòd extremitas acus ſit perpēdicularis ſuper centrū foraminis:cadetq; tūc umbra extremitatis acus ſup centrū lucis in linea,quæ eſt in ſuperficie regulæ. Tūc itaq; ſignetur pūctus illius umbræ cū incauſto ſubtiliter:& auferatur acus à ſuperiori foramine : & eius extremitas ponatur ſuper centrū inferioris foraminis : cadetq; iterū umbra extremitatis acus ſuper punctū ſignatum in ſuperficie regulæ : ablata quoq; acu lux reuertitur. Ex quo patet,quoniā lux,quæ eſt ſup punctū,quod eſt in ſuperficie regulæ,tranſit per cētra amborū foraminum.Deinde cū incauſto ſignetur nota nigra in pūcto medio ſuperficiei uitri ex parte regulæ (poteſt aūt ille pūctus inueniri per 40 t 1 huius , quoniā ille pūctus eſt cōmunis ſectio duarū diametrorū ſupficiei uitri) & tūc intuens lucē,quæ eſt ſuper regulā,inueniet umbrā puncti,qui eſt in medio uitri ſup punctum,quod eſt in ſuperficie regulæ.Patet ergo ex hoc,quoniā lux,quæ trāſit per centra duorū foraminum, tranſit per punctum , quod eſt in medio uitri. Deinde euellatur uitrum primum , quod eſt ſuper

super centrū instrumenti, punctū e: & in superficie secundi uitri signetur punctū medium, ut prius factum est in superficie uitri primi: & componatur instrumentū secundò, & moueatur, quousq; lux transeat per duo foramina, peruenietq; lux transiens per centra duorum foraminū ad centrū lucis, quod est in superficie regulę. Patet itaq; ex hoc, quòd lux pertransiēs centra duorū foraminū, transit per punctum, quod est in medio superficiei secundi uitri: & quòd lux, quę transit per centra duorum foraminū in prima experimentatione, transit etiā per punctū, quod est in medio secundi uitri. Extrahatur itaq; secūdū uitrum, & opponatur tertiū, & sic de cęteris usq; ad ultimū. Et patet uniuersaliter, quòd lux transiēs per centra duorū foraminū, perueniens ad superficiem regulæ, transit etiā per centra superficierū uitrorū omniū, positorū super superficiē laminę: & sunt omnia centra superficierum uitrorū omniū in una linea recta cōtinuante centra duorū foraminū. Lux itaq; pertransiēs centra foraminū tam in corpore uitri q̃ extra corpus in aere, extenditur secundū lineam rectā continuantē centra duorū foraminū: & est illa linea m p, perpendicularis super superficies omniū uitrorum oppositas foramini p 14 p 11: illa enim linea m p est æquidistans lineę f g, diametro laminæ, quæ est perpendicularis super superficiē uitrorū, cum sit perpendicularis super differentiā cōmunem superficiei uitri, & superficiei laminę. Et si omnibus uitris uel ipsorū aliquo præmisso modo super fundum instrumēti disposito, infundatur aqua uasi usq; ad concauū superficiei uitri: accidet tamen idē quod prius, quoniā radius perpēdicularis semper penetrat irrefractus. Itē ne putet aliquis, quòd rectitudo radiorū perpendiculariū adiuuetur per cubicā figurā uitri: accipiatur medietas sphærę uitreæ clarę uel crystallinæ, cuius semidiameter sit minor distantia, quę est inter punctū c & centrum laminę, qđ est punctū e: & inueniatur cētrū basis eius, super qđ signetur linea subtilis cū incausto.



Deinde ex hac linea ex parte centri sphærę separetur linea æqualis l n diametro foraminis orę instrumēti: erit ergo hæc linea æqualis lineę m f, quę est inter m centrū foraminis, qđ est in ora instrumēti, & superficiē laminę: deinde sup extremitatē huius lineę separatę à diametro ꝑducatur perpēdicularis ad utramq; partē superficiei sphæricę, qđ potest fieri per 11 p 1: & secetur sphæra uitrea secundū illā lineā, planeturq; superficies uitri secti, donec sit penitus æqualis, fiatq; perpendiculariter erecta super superficiem planā hemisphęrij (quod per angulū rectum corporeum poterit mensurari) erit ergo tunc cōmunis differentia istius superficiei erectę, & superficiei basis sphærę linea recta, super quā erit perpendicularis linea prius à centro sphærę producta: ergo etiā erit perpendicularis super superficiem erectā. Deinde in medio illius lineæ, quæ est cōmunis sectio, fiat signum cum incausto: deinde uitrū illud politū optimè super hanc superficiem sectā, ponatur super superficiem laminę instrumenti, ita quòd gibbositas eius respiciat foramina, & mediū lineę, quę est cōmunis sectio duarum superficierum planarum uitri, applicetur centro laminæ, & figatur uitrum super laminā, ne cadat. Deinde ponatur regula subtilis super superficiem laminę instrumenti, sicut in experimentatione uitrorū cubicorum, ita quòd superficies regulæ, in qua est linea recta latitudinis sit ex parte uitri, & prope illud. Deinde imponatur instrumentū in uas prædictū, & ponatur uas in sole uacuum aqua, & moueatur instrumentū, donec lux solis transeat ambo foramina: cadetq; lux super superficiem regulę. Deinde ponatur extremitas acus uel stili ferrei super centrum superioris foraminis: cadetq; umbra extremitatis acus super centrum lucis: ablato quoq; stilo, reuertetur lumē ad locum suū. Idem quoq; accidit ponenti extremitatē acus super centrum foraminis secundi. Deinde ponatur extremitas acus super centrū sphærę uitreę: cadetq; umbra extremitatis acus super centrū lucis. Ex quo patet, quia lux transiens per centra duorū foraminū, transit etiā per centrū sphærę uitreę, & per mediū superficiei lucis, quę est in cōuexo uitri. Patet etiā ex his, qđ lux transiens in corpus uitri, extenditur secundū rectitudinē lineę transeuntis per centra duorū foraminū: & est illa linea semidiameter sphærę. Nam perpendicularis, exiens à centro basis uitri ad laminam, est æqualis diametro foraminis & lineę exeunti à centro foraminis perpendiculariter ad superficiem laminę: & quoniam hę duę perpendiculares cadunt super diametrum laminę: palàm, quòd linea transiens per centra duorū foraminū, cum extenditur in rectitudinē, peruenit ad centrum sphærę uitreę: est ergo in illa linea diameter huius sphærę uitreę: est ergo perpēdicularis super superficiē huius sphęrę p 72 t 1 huius: quoniā enim trāsit centrū sphęrę, patet quòd ipsa est perpēdicularis super conuexā superficiē sphærę, sicut superius patuit in uitris cubicis. Auferatur itaq; regula subtilis applicata ad superficiem laminæ, & ponatur instrumentū secundò in uas, ut prius, & moueatur quousq; lux transeat per duo foramina: inuenieturq; lux super oram instrumenti, & inuenietur centrū lucis in puncto p, quod est differentia cōmunis inter circumferentiā circuli medij, & lineam g k, perpendicularē in ora instrumēti: hoc est in extremitate diametri circuli medij, quæ est m p, transeuntis per centra duorum foraminum m & y. Ex quo patet, quoniā lux transiens in corpus uitri, & perueniens ad centrū eius, prodiensq; in corpus aeris, extenditur secundū lineā, quę extendebatur in corpore uitri. Cum enim linea recta transiens centra amborū foraminū, perpendicularis sit super superficiē uitri: patet quòd ipsa necessariò est perpendicularis super superficiē aeris tangentis uitri superficiē. Itaq; si uasi infundatur aqua, remanente uitro in sua positione, donec aqua superfluat centro uitri: adhuc inuenietur centrū lucis super extremitatē diametri circuli medij: & si sphæra uitrea transuertatur, ita ut cōuexū eius situetur ad secundū foramē, & plana superficies ad centrū instrumēti, scilicet punctū e, siue aqua superfundatur, siue nō, adhuc omnia alia accidēt, quę in priori situ accidebāt: quoniā semꝑ radius trāsiens per cētra amborū foraminū, transibit etiā per centrū sphærę. Ex his omnibus ꝑ uitra

cubica & ſphærica patet, quòd ſiue medium ſecundi diaphani fuerit denſius uel rarius, dum tamen linea, per quam extenditur radius, fuerit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſecũdi corporis, quod lux extenditur in ſecundo corpore ſecundum rectitudinẽ lineæ, per quam extendebatur in corpore primo. Patet ergo propoſitum: corpus enim uitri eſt denſioris diaphanitatis, quàm corpus aeris, & etiam quàm corpus aquæ.

45. In medio ſecundi diaphani rarioris primo diaphano, fit refractio radiorum obliquè incidentium à poſteriore ſuperficie ſecundi diaphani, à perpendiculari exeunte à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis ſecundi. Alhazen 7 n 7.

Hoc quod nunc hic proponitur, eſt cõformiter prioribus per inſtrumentalẽ experientiã declarandum. Aſſumatur enim illud uitrũ ſphæricũ, quo iam in præcedenti ꝓximo theoremate uſi ſumus, & ponatur ſuper laminã inſtrumẽti, ita qđ ſuperficies plana ipſius reſpiciat foramina, & quòd mediũ lineæ rectę, quæ eſt in ipſo, ſit ſuper centrũ laminę, & linea, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficierũ planarũ uitri, cadat obliquè ſuper diametrũ laminæ quacũq; obliquatiõe. Palàm ergo, quòd linea tranſiens centra duorũ foraminũ, obliqua eſt ſuper ſuperficiẽ planã uitri. Cõiungatur itaq; uitrũ laminę inſtrumẽti ſecundũ hunc ſitũ firmiter: & ponatur inſtrumentũ in uas, & uas in ſole, moueaturq; inſtrumentũ, donec lux tranſeat per duo foramina: cadetq; lux in interiori ora inſtrumenti: & centrũ lucis erit in circunferẽtia medij circuli, ſed extra illũ punctũ p, qui eſt cõmunis differẽtia circũferentię medij circuli, & lineę ſtanti in ora inſtrumenti, quę eſt g k: & erit declinatio eius ad partẽ, in qua eſt ſol: erit ergo ad partẽ perpendicularis exeuntis à loco refractiõis ſuper ſuperficiẽ ſphæricã uitri. Et quoniã hæc lux extenditur in aere ſecundũ rectitudinẽ lineę tranſeuntis per centra duorũ foraminũ, ut patet per 1 huius: & hæc linea in hoc ſitu ꝑuenit ad centrũ ſphærę uitreę: & eſt obliqua ſup ſuperficiẽ ſphærę planã: palã ergo, quia terminatio extenſiõis illius lucis eſt in centro uitri. Extenditur ergo lux in corpus uitri ſecundũ lineã rectã, exeuntẽ à cẽtro ſphærę ad circunferentiã, quę linea cũ ſit diameter, palàm per 72 t 1 huius, quoniã ipſa eſt perpẽdicularis ſuper ſphęricã ſuperficiẽ uitri: ergo & ſuper concauã ſuperficiẽ aeris continentis ſphærã uitri: nõ ergo refringitur in aere ſecundo, ſicut neq; in primo, ſed neq; refringitur in corpore uitri, nec in cõuexo ipſius: refringitur ergo apud centrum uitri, quia fuit obliqua ſuper ſuperficiem eius planã, in qua eſt centrũ uitri. Palàm itaq; ex his experimentationibus illud, quod eſt etiã ſuperius declaratũ, ſcilicet quoniã lux, ſi fuerit extenſa in corpore ſubtiliori obliquè incidens ſuperficiei corporis groſsioris, refringetur ab ipſo: & erit eius refractio ad partẽ perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſphæricã corporis groſsioris, ſicut p 43 huius patuit: ut ſi fiat refractio ex aere ad aquã, erit illa refractio ad partẽ perpẽdicularis exeũtis à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ aquæ, & nõ peruenit refractio ad perpendicularẽ. Quòd ſi uitrũ ẽ conuerſo ſituetur, ſcilicet ut ſuperficies eius ſphęrica conuexa reſpiciat ſuperius foramẽ, & punctũ mediũ lineę (quę eſt cõmunis differentia ſuperficierũ planarũ) quod eſt centrũ ſphærę uitreę, ſit ſuper centrũ inſtrumenti, cadatq; hæc linea obliquè ſuper diametrũ laminæ: ducaturq; in ipſa ſuperficie laminæ à centro laminæ linea perpendicularis ſuper lineã, quæ eſt cõmunis ſectio illarum planarũ ſuperficierũ, quę neceſſariò erit perpendicularis ſuper ſuperficiem planam uitri erectã ſuper ſuperficiem laminæ: ponaturq; inſtrumentũ in uaſe ſine aqua, & moueatur, quouſq; lux pertranſeat duo foramina: cadet centrum lucis in circunferentia medij circuli extra punctum p, quod eſt differentia cõmunis medij circuli, & lineæ g k perpendicularis ſuper ſuperficiẽ laminæ ducta in ora inſtrumenti, quod punctum p eſt extremitas diametri medij circuli, quæ eſt m p: eritq; declinatio lucis ad partem contrariam illi, in qua eſt perpendicularis educta à loco refractionis ſuper planam ſuperficiem uitri. Hæc autẽ lux extenditur in uitro ſecundum rectitudinẽ lineæ tranſeuntis per centra duorum foraminum: quoniã illa linea cum per centrum ſphæræ uitreæ tranſeat, eſt illa diameter ſphæræ uitreæ: fit itaq; refractio lucis apud centrum ſphæræ uitreæ: quoniam lux tranſiens centra amborum foraminum fit obliqua ſuper ſuperficiem planam uitri, & ſuper ſuperficiem aeris contingentis uitrum. Et ſi aqua infundatur uaſi, quouſq; ſupereemineat centro inſtrumenti: cadet adhuc centrũ lucis in circumferentia medij circuli extra extremitatem ſui diametri obliquè ad partem contrariam illi parti, ſuper quam cadit perpendicularis. Et quoniã aer eſt ſubtilior quàm aqua, & aqua ſubtilior uitro: maior fiet diſtantia centri lucis ab extremitate diametri medij circuli in aere, quàm in aqua. Quòd ſi uitrum ponatur aliter in ſuperficie laminæ, ſcilicet ut linea, quæ eſt communis differentia duarum ſuperficierũ planarum ipſius uitri, ſit ſuper lineam perpendiculariter diametrum laminæ ſecantem, non tamen ſit eius medius punctus (qui eſt centrum ſphæræ uitreæ) ſuper centrum laminæ, & uertatur conuexum uitri ad foramina, & figatur regula ſubtilis ſuper ſuperficiem laminę erecta ſuper oram eius, ſitq; ſuperficies eius, in qua eſt linea, ex parte uitri: & terminus regulæ ſecet diametrum laminæ perpendiculariter: palàm, quia linea tranſiens per centra foraminum duorum, non tranſit per centrũ ſphæræ, ſed per aliud punctum ſuperficiei planæ ipſius uitri: & erit obliqua ſuper ſphæricam ſuperficiem per 72 t 1 huius. Ponatur itaq; inſtrumentum in uaſe, & uas in ſole, & moueatur inſtrumentum, quouſq; lux tranſeat per centra duorum foraminum: & non cadet lux directè ſuper ſuperficiem regulæ, neq; centrum lucis cadet in linea, quæ eſt in ſuperficie regulæ, ſed declinabit obliquè extra lineam, quæ tranſit per centra duorum foraminum ad partem, in qua eſt centrum uitri, hoc eſt ad partem contrariam perpendicularis, exeuntis à loco refractionis perpendiculariter ſuper ſuperficiem uitri ſphæricam: eritq; linea pertranſiens centra duorum foraminum

raminum

raminum perpendicularis super superficiem uitri planã per 8 p 11: quoniã illa linea est æquidistans lineæ f g diametro laminæ,quæ ex hypothesi est perpendicularis super superficiem planam uitri. Si ergo lux transiret per centra duorum foraminũ,& extenderetur secundũ rectitudinem ad planã uitri superficiem:palàm,quòd tunc extenderetur secundũ rectitudinem in aere:sed centrũ lucis,quæ est in regula,cum nõ cadat in rectitudinẽ huius lineę:patet, quòd lux nõ extenditur in eius rectitudine ad superficiem planã uitri:est ergo lux refracta,sed nõ refringitur in aere,neq; in corpore uitri. Refringitur itaq; apud sphæricã superficiem uitri:incidit enim obliquè super sphæricã superficiem, quoniã linea transiens centra duorũ foraminũ,nõ transit per centrũ uitri:& hæc lux egrediẽs à plana superficie uitri,quoniã obliquè aeri incidit,plus refringitur.Quòd si uitrũ è cõtrario disponatur, ut eius superficies plana opponatur foramini primò sic, quòd cõmunis differentia sit super lineam secantẽ diametrum laminæ perpendiculariter, & medius punctus illius lineæ sit extra centrum laminæ:tunc ergo linea pertransiens centra duorũ foraminum non transit pẽr centrũ uitri, sed per alium punctũ illius planę superficiei,& est perpendicularis super illam superficiem.Moueatur itaq; instrumentũ in sole,donec lux transeat per ambo foramina:cadetq; centrum lucis,quę cadit in interiore parte oræ ipsius instrumenti in peripheria medij circuli, extra punctũ p, quod est extremitas diametri medij circuli, quæ est linea m p, sed declinabit ad partẽ, in qua est centrũ uitreæ sphærę:& linea,quę egreditur à centro huius sphærę in imaginatione ad locum refractionis,est perpendicularis super superficiem huius sphærę: est ergo perpendicularis super superficiem aeris contingentis superficiem sphærę uitreæ. Hæc itaq; refractio est ad partem contrariã illi, in qua est perpendicularis,exiens à loco refractionis super superficiem aeris cõtingentis sphæram. Lux uerò transiens centra duorum foraminũ, pertransit corpus uitri rectè, cũ sit perpẽdicularis super superficiem planam uitri:sed non est perpendicularis super superficiẽ conuexam, cum non pertranseat centrũ sphæræ: ergo etiam non est hæc lux perpendicularis super superficiem aeris contingentis conuexũ uitri: & quia hæc lux refracta inuenitur:refringitur ergo apud cõuexam superficiem sphæræ uitreæ. Quòd si aqua tunc infundatur uasi infra centrum laminæ:inuenietur etiam lux refracta ad partem, in qua est centrum uitri:hoc autem est ad partẽ contrariam illi,in quam cadit perpendicularis,exiẽs à loco refractionis,quæ extenditur in corpore aeris perpendicularis super concauam ipsius aeris superficiem conuexam uitri contingentem.Et hoc est propositum.

46. Omnem radium incidentem & refractum in eadem plana superficie consistere est necesse: Alhazen 5 n 7.

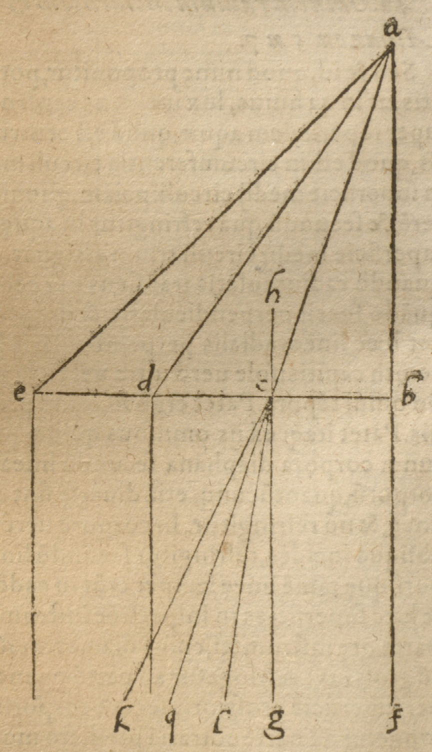
Sed & id, quod nunc proponitur,potest experimẽtaliter declarari. Quoniã enim omnibus dispositis,ut in 43 huius, lux incidens centro lucis, quę est in superficie aquæ, & à centro lucis existentis super superficiem aquæ,quod est centrum medij circuli,incidens centro lucis intra aquam existentis,quod est in circumferentia circuli medij,transit per centra amborũ foraminũ, quæ similiter sunt in superficie medij circuli:palàm,quoniã linea,secundũ quã lumẽ incidit superficiei aquę per mediũ aerẽ,& secundũ quã refringitur in aquę medio,sunt in eadem superficie: quoniã utraq; ipsarũ est in superficie medij circuli trium assignatorũ circulorum. Inuenitur autẽ hæc refractio in radio solari, quando radius solaris transiens per centra foraminum, fuerit obliquus super aquæ superficiem,nõ quãdo fuerit perpendicularis:& propter obliquitatẽ situs instrumenti à centro sphærę aquæ, nunquam fiet hæc linea radialis perpendicularis super superficiẽ aquæ, nisi sol fuerit perpendiculariter super zenith capitis:sole uerò ultra uel citra zenith capitum existente, satis euidens est hæc experimentatio omni tẽpore.Patet ergo id,quod proponebatur.Et hanc superficiẽ dicimus superficiẽ refractionis.Patet itaq; ex ijs omnibus quinq; præmissis propositionibus, quoniã omnis lux pertrãsit quæcunq; corpora diaphana secundũ lineas rectas: & quãdiu lineę sunt ꝑpendiculares sup superficies corporũ,quantũcunq; etiã diuersę sint diaphanitatis, semper extẽditur secundũ rectitudinẽ eiusdẽ lineę,& nõ refringitur. In corpore uerò diuersę diaphanitatis omnis lux superficiei secũdi corporis obliquè incidẽs,refringitur secundũ lineas rectas alias ab illis, secundũ quas incidebat primo corpori:quę tamẽ lineę semper erũt in eadẽ superficie plana, imaginatæ secare utrunq; illorũ corporũ: & hæc superficies in inspectiõe instrumẽti est medius circulus triũ circulorũ signatorũ in interiore parte orę instrumẽti,cuius diameter est linea m p. Cũ uerò lux obliqua exiuerit à corpore subtiliori ad grossius: refringetur ad partẽ ꝑpendicularis exeũtis à loco refractionis,quę est ꝑpẽdicularis super superficiẽ grossioris secũdi corporis:& cũ lux obliqua exiuit à corpore grossiori ad subtilius,refringetur ad partẽ cõtrariã prędicto modo ductę sup superficiẽ corporis secundi,scilicet subtilioris.

47. Radio perpendiculari omne corpus diaphanũ penetrante, radius obliquè incidens in medio secũdi diaphani densioris refringitur ad perpẽdicularẽ ductã à pũcto incidẽtiæ super secundi diaphani superficiẽ: & in medio secundi diaphani rarioris refringitur ab eadẽ. Alhazen 8 n 7.

Illud,quod particularibus experientijs hactenus instrumentaliter probatũ est, naturali demonstratiõe intendimus adiuuare. Omnes enim motus naturales,qui fiunt secundũ lineas perpendiculares,sunt fortiores, quoniã coadiuuãtur uirtutẽ uniuersali cœlesti secundũ lineã rectã breuissimã, omni subiecto corpori influẽte. Impulsiones ꝓiectationũ factarũ perpendiculariter,sunt fortiores eis,quę fiunt obliquè:& similiter percussiones,quę fiunt perpendiculariter,sunt omnibus obliquis percussionib.fortiores:& inter oẽs obliquas,fortiores sunt illę,quæ plus accedũt ad perpẽdicularitatẽ.Quia itaq; omnis corporis dẽsitas impedit transitũ luminis,necesse est lumẽ imaginari repelli à

transitu

transitu per resistentiã corporis densi,& plus per resistentiã corporis densioris:& per hanc resistentiam qualitatis passiuæ, quæ est densitas ad qualitatẽ actiuam, quæ est lumen,intelligimus quendã modũ motionis luminis per medium corporũ resistentiũ, quæ secundũ plus & minus capacia sunt impressionis luminaris, nõ quòd in transmutatione locali ipsius luminis sit aliquis motus, ut patet per 2 huius: sed quia lumen in eodẽ instanti secundũ diuersitatẽ mediorũ se plus comprimit uel diffundit:& hoc uocamus hic motũ ipsius lucis. Omnis itaq; lux pertrãsiẽs corpus diaphanũ,motu uelocissimo & insensibili pertrãsit: sic tamẽ, quòd per magis diaphana uelocior fit motus q̃ per minus diaphana. Omne enim corpus diaphanũ plus & minus resistit penetrationi lucis,secundũ quod est participans diaphanitate plus uel minus: grossities enim corporũ resistens est semper luminis penetrationi. Cũ ergo lux pertransiuerit corpus aliquod diaphanũ obliquè,& occurrerit corpori alij diaphano grossiori: tũc corpus grossius resistit luci uehementius, q̃ prius corpus rarius resistebat: necesse est ergo, quòd ꝓpter resistentiã illius corporis densioris motus lucis trãsmutetur:& si resistentia fuerit fortis, tunc motus ille ad partẽ contrariã refringetur: quia uerò nõ resistit fortiter, ideo lumen nõ redibit in partẽ, ad quã mouebatur. Si uerò resistentia fuerit debilis ꝓpter maiorẽ raritatẽ corporis plus diaphani: tũc lux incidens nõ refringetur ad contrariã partẽ, nec poterit per illã lineã ꝓcedere, per quã inceperat, sed mutabitur in situ: cũ uerò ꝑpendiculariter inciderit quibuslibet corporibus diaphanis & quantũcunq; diuersæ diaphanitatis, nõ mutabitur, sed directè omnia penetrabit: quoniã perpendicularis fortior est omnibus,& obliqui uiciniores perpẽdiculari, sunt fortiores omnibus remotioribus. Cũ itaq; corpori diaphano grossiori lux incidit obliquè, extenditur secundum lineã rectam approximantẽ ad perpendicularẽ, exeuntẽ à puncto, in quo lux occurrit superficiei corporis diaphani grossi, productã super superficiẽ corporis grossioris, ideo, quia facilimus motuũ est secundũ lineam perpendicularẽ. Si ergo radius lucis inciderit super lineã perpendicularẽ, transibit rectè ꝓpter fortitudinẽ motus super perpendicularẽ:& si radius inciderit obliquè, tunc nõ poterit transire ꝓpter debilitatẽ motus super lineas obliquas. Accidit ergo ut declinet ad partẽ aliquã, per quã facilior sit transitus, q̃ per illam partẽ, ad quã per lineam incidentię mouebatur: facilior aũt motuũ,& plus adiutus cœlesti influentia est super lineã perpendicularẽ: quod enim uicinius est perpendiculari, facilioris est transitus, q̃ remotius ab illa. Sit itaq; ut à puncto a corporis luminosi incidant radij quàm plures per mediũ a b super superficiem alterius diaphani corporis, in qua sit linea b c d e:& sit b f linea profunditatis illius corporis: & sit linea a b perpendicularis super illam superficiẽ. Palàm itaq; secundũ rationẽ præmissam fortitudinis perpendicularium, & per experientias instrumẽtales p 42 & 44 huius, quoniã radius incidẽs secundũ lineã a b perpẽdiculariter, penetrat totũ corpus b e f. Radius uerò incidens secundũ lineã a c, si directè trãseat corpus b e f: tunc nõ erit diuersitas in diaphanitate corporũ a b e & b e f: quod est cõtra hypothesim: linea itaq; a c ꝓpter diuersitatẽ resistentiæ nõ erit linea cõtinua. Sed si per corpus minus resistẽs mouebatur liberè per lineã a c, nõ potest in corpore plus uel minus resistẽte per eandẽ lineã moueri. Si ergo corpus b e f sit densius corpore a b e, patet ex præmissis, quòd difficilior est trãsitus per illud. Si itaq; linea a c refringitur à linea perpẽdiculari, ducta à puncto c super superficiẽ corporis b c d e, quę sit c g, debilitabitur, nec ad aliquid perueniet effectus eius: frustra ergo incidebat: natura aũt frustra nihil agit, sicut in principio suppositũ est: linea ergo a c (ut etiã ostensum est experimentaliter p 43 huius) refringitur necessariò ad partẽ perpendicularis c g, ut fortificetur actio eius: similiter quoq; est de radijs incidentib. secundũ lineas a d & a e. Quod si corpus, in cuius superficie est linea b c d e, fuerit diaphanitatis rarioris, q̃ sit corpus a b e, adhuc ꝓpter fortitudinẽ actionis, radius perpendicularis, q est a b, penetrat irrefractus, radius uerò secundũ lineã a c transiens corpus densius,& in puncto c incidens superficiei corporis rarioris, nõ inuenit resistentiã quã



prius. Et quia formarũ propriũ est semp se diffundere secundũ amplitudinẽ omnis capacis materię: patet, quòd radius a c nõ ꝓcedit secundũ lineã a c: quia sic dispositio diaphanorũ corporũ secundũ resistentiã ad receptionẽ luminis esset uniformis, quod est contra hypothesim: refringitur ergo radius a c, sed nõ ad perpendicularẽ c g: quoniã illa refractio nõ fit propter resistentiã materię, sed ꝓpter uictoriã formæ agentis super materiã plus dispositã q̃ prius: unde forma diffundit se uirtute ꝓpria ab incepto ꝓgressu secundũ lineã a c,& ad partẽ cõtrariã ipsius perpendicularis c g,& eius æquidistantis, quę b f:& similiter est de omnib. alijs obliquis radijs ut a d & a e. Motus itaq; radij incidentis obliquè secũdũ lineã a c in corpore secũdi diaphani densioris, quod est b e f, cõponitur ex motu in partẽ ꝑpendicularis a b, trãseuntis per corpus b e f, in quo est motus,& ex motu facto super lineã c b, quæ est perpẽdicularis super lineã c g. Quoniã enim trãsitus perpẽdicularis est fortissimus & facillimus motuũ,& densitas corporis resistit termino motus, ad quẽ intẽdebat, linea a c necessariò mouebitur

ad per-

ad perpendicularem c g, exeuntem à puncto c, in quo radius a c occurrit superficiei corporis densioris. Et quoniã illi motui resistitur propter grossiciem medij, & etiam propter naturã alterius motus, qui est super lineam c b, qui propter resistentiã medij non omnino dimittitur, sed tantùm impeditur: declinabit ergo lumen uersus punctum b, semper approximans perpendiculari a b f: fit itaq; in medio secundę diaphanitatis grossiore medio primo, refractio radij a c secundũ lineam c l, propinquiorẽ perpendiculari c g, exeũti à puncto c, in quo occurrit corpori densiori, quàm linea a c, per quam incidebat superficiei illius corporis, producta ultra punctum c ad punctũ h, propinqua fuerit eidem perpendiculari eductæ ultra punctũ c ad punctum h, ita, ut angulus a c h sit maior angulo l c g: non concurret tamen cum perpendiculari b f uersus punctum f, sed uersus punctum a per 2 1 huius, quoniã concurrit cũ eius æquidistante linea c g in puncto c. Cum uerò radius a c exiuerit à corpore grossiore ad subtilius: tunc quia minus habet resistentiæ, erit motus eius uelociter & magis sui diffusiuus. Et quoniam resistentia medij densioris impellit semper lucem obliquam, ut coadunetur ad perpendicularẽ lineam à puncto incidentiæ super superficiem illius corporis productã, quæ est c g: patet, quòd in medio rarioris diaphani illa resistentia erit minor quàm prima: fit ergo motus lucis ad partem, à qua per resistentiã repellebatur motus maior. Mouetur ergo lux in corpore diaphano rariore plus ad partem contrariã parti perpendicularis, ita, quòd angulus g c k sit maior angulo a c h: fit tamẽ semper motus lucis a c in refractione à corpore secundo rarioris diaphani quàm primum, inter lineas c g & c e: quoniam cum angulus g c e sit rectus, angulus g c k nunquam potest fieri rectus. Patet ergo propositum.

48. A superficie plana corporis diaphani omnium radiorum illi superficiei incidentiũ, non est possibile fieri refractionem ad aliquod punctum unum.

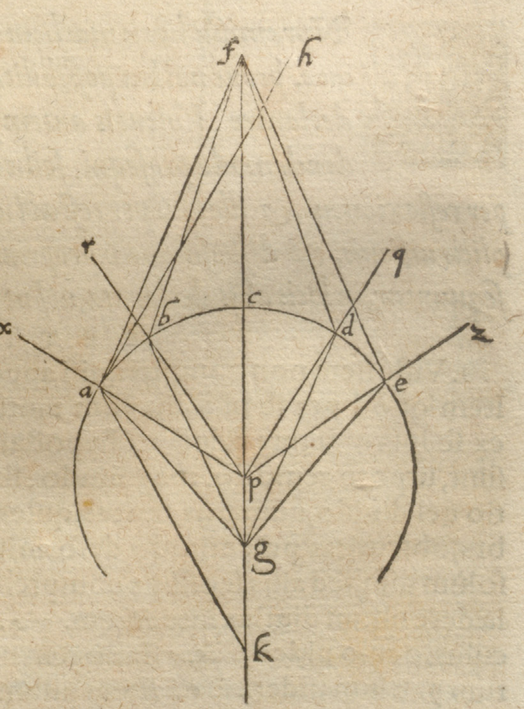
Quoniã enim, ut patet per præmissas, in omni corpore diaphano semper fit refractio uel ad ipsas perpendiculares ductas à punctis incidentię radij super superficiem corporis diaphani, à qua fit refractio: uel ab illis perpendicularibus (quomodocunq; autem hoc contingat) patet, cum illę perpendiculares super planam superficiem sint æquidistantes per 6 p 11, quoniam siue ad ipsas perpendiculares, siue ab ipsis fiat refractio: non est possibile, ut omnium radiorum illi planæ superficiei incidentium refractio fiat ad punctum unum. Patet ergo propositum.

49. Nulla refractio transmutat situ partiũ formæ refractæ, sed solũ auget uel minuit figurã.

Quoniam enim, ut patet per 47 huius, omnis refractio fit in medio secundi diaphani, & in rariori à perpendiculari, in densiori uerò ad perpendicularẽ: palàm, quòd semper dexter radius remanet dexter, & sinister sinister: & similiter de alijs differentijs positionis. Situs ergo partium formæ refractæ non mutantur, sed semper permanẽt: modo aũt suo: cum à perpendiculari fit refractio, augetur forma secundum dilatationem: & cum ad perpendicularem fit refractio, minuitur: quoniam anguli ipsam continentes, angustantur. Patet ergo propositum.

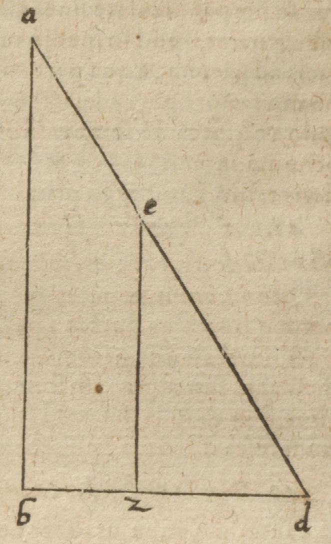
50. In omni simili superficie eiusdem diaphani, radij secundum æquales angulos incidentes, secundũ æquales angulos refringuntur: & si maiores sunt anguli incidentiæ, maiores sunt anguli refractionum, & si minores, minores.

Siue enim refractionis modus attendatur à parte superficierum corporũ, in quibus fit refractio: quoniam alia fit refractio à superficie sphærica, & alia à plana: siue à parte dispositionis diaphanorum: quoniam alia fit refractio à rariori diaphano, alia à densiori, ut patet per plures propositiones libri huius: siue attendatur à parte angulorum incidentiæ, patet semper quòd angulis incidentiæ existentibus æqualibus, secundum modum propositum nulla subest caussa diuersitatis modi refractionis. Fiet ergo semper refractio secundum angulos æquales. Et hoc est propositũ primum. Et est huius exemplum, ut sit corpus sphæricum diaphanum densius ipso aere, in cuius superficie sit circulus a b c d e: cuius centrũ sit p: & à puncto f corporis luminosi incidant lineæ radiales, quæ sint a f, b f, c f, d f, e f: incidatq; radius f c perpẽdiculariter, & alij obliquè: patet, quòd omnes radij incidentes obliquè in superficie illius corporis diaphani, refringentur per 47 huius. Sit ergo exempli caussa & breuitatis figuratiõis & denominatiõis linearũ, ut oẽs illi radij refracti cõcurrãt in puncto g: & ducãtur ppendiculariter sup superficiẽ corporis lineę, quę sint p d q & p b r & p a x & p e z. Dico, quòd si angulus incidẽtię (qui est f d q) sit ęqualis angulo f b r, quòd angulus g d p erit æqualis angulo g b p, p pręmissa, ppter uniformitatẽ omniũ prędictarũ conditio-



conditionum. Similiter quoq; dico, quòd ſi angulus f d q ſit maior angulo f a x, quôd angulus p d g erit maior angulo p a g. Fiat enim ſuper punctũ a terminũ lineę x a angulus æqualis angulo f d q per 23 p 1, qui ſit angulus h a x: refringaturq; radius h a in puncto a: concurratq; cum linea f g in puncto k: eritq; per primam partem huius, angulus p a k æqualis angulo p d g: eſt autẽ angulus p a k maior angulo p a g: non enim eſt æqualis, quoniam tunc ex præmiſsis ſequeretur angulos incidentiæ eſſe æquales, quod eſt contra hypotheſim, ſunt enim ſuppoſiti eſſe inęquales: ſed neq; minor: quoniã ſic fieret refractio irregularis: quod eſt cõtra 43 & 45 huius: eſt ergo maior: ergo & angulus p d g eſt maior p a g. Idẽ quoq; poteſt demõſtrari facilius, ut ſi angulus f e z fiat æqualis angulo f a x per 8 p 3, utpote ſi arcus a c & c e aſſumantur æquales: tũc enim anguli p a g & p e g erunt per præmiſſa ęquales: angulus uerò p d g minor eſt angulo p e g: quod patet etiã, ſi anguli refractiõis ponantur eſſe æquales. De hac autem materia hic ſummariè loquimur, quoniã ipſam in 10 huius libro, ubi locum proprium habet, perfectius perſequemur. Patet ergo propoſitum.

51. Datam altitudinem per umbram quanta ſit cognoſcere ſole apparente. Euclides 18 theo. opticorum.



Sit data altitudo a b, quam proponimus, quanta ſit cognoſcere ſole apparẽte: & ſi illa altitudo eſt erecta ſuper ſuperficiem horizontis, ducatur in illa ſuperficie linea b d perpendicularis ſuper terminum altitudinis a b, qui ſit b: & incidat radius ſolaris per uerticem a b (qui ſit a) ipſi pũcto d: & ſit a d: ergo per 11 huius, erit linea b d umbra altitudinis ipſius a b: erigaturq; nota linea e z inter umbrã b d & radiũ a d æquidiſtanter altitudini a b, ut ſi z e ſit baculus notæ quantitatis. Erit ergo trigonus d z e per 29 p 1 æquiangulus trigono a b d: ergo per 4 p 6, uel per 9 huius, erit proportio d z ad z e, ſicut d b ad b a: ſed d z ad z e proportio eſt nota: quoniam cum z e ſit aſſumpta nota, poteſt & linea umbræ ſuæ, quæ eſt z d, modica menſuratione fieri nota: ergo d b ad b a proportio eſt nota: ſed d b poteſt menſurando fieri nota. Ergo & a b erit nota. Quod eſt propoſitum, ut ſi linea a b ſit altitudo alicuius turris uel parietis, qui ualeat adiri ad menſuranda ſpatia umbrarum.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER TERTIVS.

IN præmiſsis libris mathematicalia & naturalia principia præmiſimus, per quæ, prout noſtra poſsibilitas fert, noſtri propoſiti conſequentia intendimus declarare. Volentes autem formarum naturalium actiones ſub triplici uidendi modo proſequi, ſcilicet illo, qui fit per ſimplicem uiſionem, & eo, qui per reflexionem, & illo, qui per refractionẽ: in hoc tertio libro proſequimur modum ſimplicis uiſionis, & diſpoſitionem propriam organi uiſiui. Supponimus autem hæc, quæ ſequuntur, in locis alijs declarata, uel ut per ſe ipſa nota.

PETITIONES.

1. Viſionem non compleri, niſi apud peruentum formæ uiſibilis ad animam. 2 Item quòd per ſe uiſibilia ſunt tantùm duo, ſcilicet lux & color: quoniam lux ex ſe ipſa uidetur: & ipſa eſt hypoſtaſis colorum: alia uerò per accidens uiſibilia ſunt, utpote remotio, magnitudo, ſitus, corporeitas, figura, continuitas, ſeparatio uel diuiſio, numerus, motus, quies, aſperitas, lenitas, diaphanitas, denſitas, umbra, obſcuritas, pulchritudo, deformitas, cõſimilitudo & diuerſitas. Hæc enim non ſolùm uiſu, ſed alijs ſenſibus comprehenduntur. 3. Item petimus lucem fortem lædere uiſum diutius intuentem. 4. Item rem maioris quantitatis, quàm ſit oculus, oculo uideri. 5. Item rem uiſam ſecundum ſitum, figuram & ordinẽ ſuarum partium uideri. 6. Item uiſum ſimul diuerſa uiſibilia uidere. 7. Item ab ambobus uiſibus ſimul unam rem uideri. 8 Itẽ quòd color nõ eſt motiuus uiſus, niſi ſecundũ actũ lucidi. 9. Itẽ ſine contactu uiſionẽ nõ fieri, ſicut nec aliquã actionẽ naturalẽ. 10. Item uirtutẽ uiſiuam finitã eſſe, & non extendi in infinitũ.

THEO-

THEOREMATA.

1. *Visibili lucem actu non participante: ipsum impossibile est uideri. Alhazen 39 n 1.*

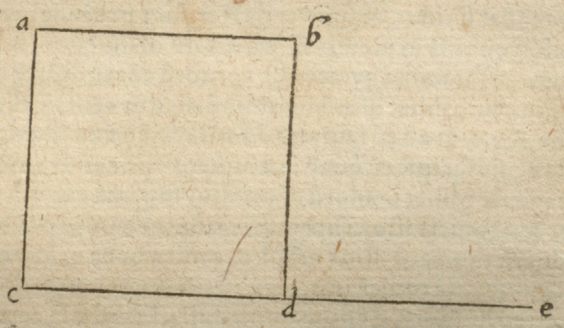
Quæ enim, ut suppositum est, per se sunt uisibilia: sunt lux & color: lux autẽ non est uisibilis, præterquam ex seipsa: & etiam lux cum sit hypostasis colorum, non est possibile colores uideri sine luce: forma enim coloris est forma debilior, quàm sit forma lucis: cum color sit quædam lux incorporata corporibus mixtis. Visus ergo nõ recipit formam coloris rei uisæ, nisi ex luce admixta cum forma coloris: & propter hoc alterantur colores multarum rerum apud uisum per alterationem lucis orientis super ipsas: & si color, qui est per se uisibilis, non est motiuus ipsius uisus, nisi secundum actum lucidi: patet, quòd omni uisibili actu lucem non participante ipsum impossibile est uideri. Patet ergo propositum.

2. *Inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctũ superficiei uisus produci posse rectas lineas est necesse, ut res actu uideatur. Ex quo patet, solùm in oppositione rei uisæ ad uisum fieri uisionem. Alhazen 21 n 1.*

Visio enim siue fiat ex eo, quòd radij egrediuntur à uisu super puncta rei uisæ, siue ex hoc, quòd formę punctorum rei uisę per lineas radiales perueniunt ad superficiẽ organi uisiui: semper necesse est inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus produci posse lineas rectas, ut res uideantur actu. Vnde cum hæ lineę secundũ quemcunq; propositũ modũ produci possunt, fit uisio: nisi fortè propter alterius impedimenti resistentiá uisus fuerit impeditus. Cum itaq; uisus fuerit oppositus rei uisæ, uidebit ipsam: & cũ aufertur ab eius oppositione, non sentiet ipsam, & cũ reuertetur ad oppositionẽ, reuertetur sensus: quoniá ab alijs partibus q̃ ab oppositis directè non potest linea produci à punctis uisibiliũ ad puncta superficiei uisus. Patet ergo ꝓpositũ.

3. *Organum uirtutis uisiuæ necesse est sphæricum esse. Alhazen 35 n 1.*

Si enim non sit sphæricum: dico, quòd non impeditur uisio, utpote si sit superficiei planæ: tunc enim nõ uidebit uno aspectu, nisi sibi ęquale. Siue enim radij egrediantur à uisu super rem uisam, siue formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisiui: patet, quòd semper perpendiculares sunt breuiores per 21 t 1 huius: unde res magis approximat uisui secundum illas, quoniam res uisa directè secundum ipsas perpendiculares uidetur, nõ per aliquas lineas obliquas, quæ refringantur: quia ut patet per 48 t 2 huius, in corporibus planis nõ potest fieri refractio formarum ad aliquod punctum unum: eò quòd in talibus nullus punctus est omnibus communis. Sola ergo illa ab organo uisiuo superficiei planæ uideri possunt, quæ sine refractione directè perueniunt ad ipsum: hæc autẽ sunt secundum perpendiculares lineas peruenientia ad uisum. Sit itaq; superficies plana uisus, in qua sit linea a b: & sit in superficie plana alicuius rei uisę æquidistantis uisui, & lineæ a b, linea recta, quę c d e: & à pũcto c ducatur perpẽdicularis super superficiẽ uisus per 11 p 11, quæ incidat in punctũ a, & sit c a: & à puncto d ducatur similiter sup superficiẽ uisus perpendicularis, quæ sit d b. Cum itaq; lineæ a c & b d sint æquidistátes & ęquales per 25 t 1 huius: ergo per 33 p 1 linea a b æqualis erit lineæ c d. Et quoniá linea a b æqualis est lineæ c d, sed linea c d e est maior quàm linea c d: ergo nõ uidetur simul tota linea c d e: q̃a in hac dispositione non potest res uisa excedere quantitatẽ superficiei uisus. Et quoniá hoc est falsum & contra suppositionem, quæ patet sensui: quoniam possibile est rem maiorem ipso oculo uideri: palàm, quia non est possibile, ut superficies organi uisiui sit plana: sed neq; alterius figuræ quàm sphæricæ: quia semper accident impossibilia inæqualitatis uisionis. Necessariò ergo erit sphærica superficies organi uisiui, in cuius centro fiat cõcursus linearum radialium ex longè maiori magnitudine quàm sit ipsum organum uisiuum. Patet ergo propositum.



4. *Oculus est organum uirtutis uisiuæ sphæricum, ex tribus humoribus & quatuor tunicis à substantia cerebri prodeuntibus sphæricè se intersecantibus compositum. Alhazen 4 n 1.*

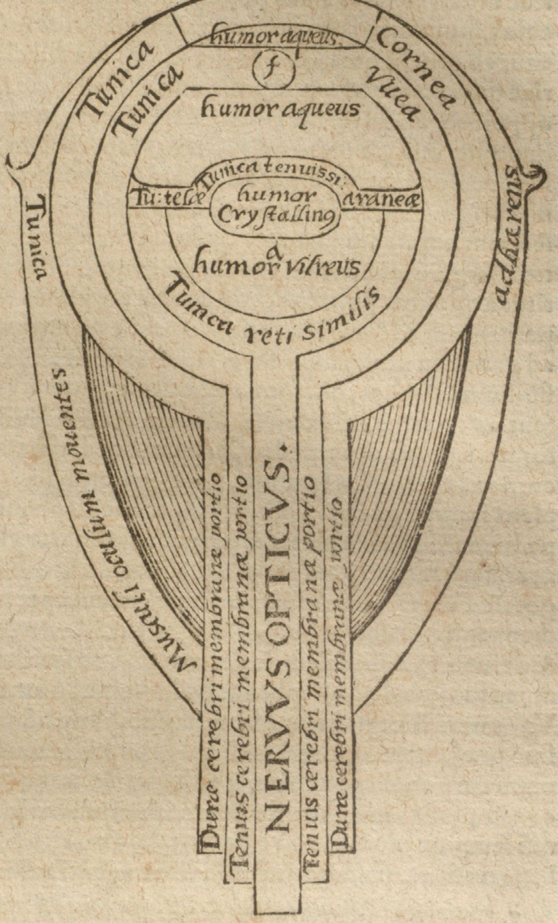
Quomodo sit oculus uirtutis uisiuę organum, negotio alterius partis philosophiæ relinquimus: quòd aũt sit sphæricus, necessariũ est per præcedentẽ propositionẽ: & etiá ex eo, quòd est naturę aqueæ, cuius proprietas est semper rotundari, ut alibi est declaratũ. Quòd aũt sit oculus ex tribus humoribus & quatuor tunicis cõpositus, diligens anatomizantiũ cura edocuit. Primus itaq; humorũ istorũ dicitur crystallinus uel glacialis, qui propriè est organũ uirtutis uisiuæ, & est in medio oculi situs: estq; sphæra parua, alba, humida, humiditatis receptibilis formarũ uisibiliũ, in qua est diaphanitas nõ intensa ualde, cũ sit in ea aliqua spissitudo: unde diaphanitas eius assimilatur diaphanitati crystalli uel glaciei: & ob hoc dicitur humor crystallinus uel glacialis. Quia uerò eius humoris diaphanitas mutatur in sui parte posteriori uersus cerebrũ, à qua parte totus oculus recipit nutrimẽtũ, quod anteq̃ perfectè uniatur humori crystallino (qui principaliter intenditur nutriri) nondũ plenè in formis substantialibus & accidentalibus eidẽ assimilatũ, necessariò est alterius diaphanitatis ab

illo: & ob hoc dicitur alter humor: & uocatur uitreus: quia assimilatur uitro quasi frustato. Et quia
in omni, qđ nutritur, semper purū ab impuro separatur: illud, qđ ab humore crystallino nutrito, ut
suę puritati incōueniēs, separatur ad partē oppositā parti nutrimētali, hoc est, ad anterius crystallini
humoris ꝓfluit: & quia est diaphanū, quoquo modo assimilatū humori crystallino, nondū tamē suæ
perfectę cōsistentię in densitate, eò quòd est superfluū nutrimēti corporis densioris: patet, quòd ne-
cessariò est diaphanū liquidū: unde uocatus est humor albugineus, q̃a simile est albumini oui in te-
nuitate & albedine & diaphanitate: est enim humor albus, clarus, tenuis, diaphanus: & hunc humo
rem ad partē anteriorē, sicut uitreū humorē ad partē posteriorē pro custodia humoris crystallini, ne
ab extrinsecis occasionib. uel intrinsecis citius patiatur, & cadat ab officio organi uisiui, naturę saga
citas deputauit. Cōtinet aūt primos duos humores, scilicet crystallinū & uitreū tela ualde tenuis &
subtilis, separās eos ab albugineo, & circundās ambos eos, cuius etiā telę aliqua pars descendēs per
mediū separat crystallinū à uitreo: & hęc tela ꝓpter sui subtilitatē tela aranea nominatur. Cū aūt hu
mor albugineus sit liquidus, per se nō consistens, necessariū fuit ipsum per aliquod solidū pro oculi
custodia retineri: circūdedit ergo ipsum natura pelle uiscosa solida forti, nō multū diaphana, quę sui
densitate melius retineat, & sui caliditate humorē albugineū temperet, ne crystallinus cōgeletur, &
fiat inhabilis receptioni uisibiliū formarū. Et q̃a ꝓpter eius tunicę densitatē & uiscositatē formę uisi
biles ad humorē crystallinū undiq; tali tunica circundatū nō peruenissent: ideo in anteriori parte o-
culi, ubi est locus receptionis formarū uisibiliū, natura hanc tunicā intercîdit, factumq; est foramen
rotundum, cuius diameter est quasi æqualis lateri cubi inscriptibilis intra illā sphærā, uel lateri qua
drati inscriptibilis circulo magno illius sphærę: & est hoc foramen ideo rotundū, ut sit magis aptum
susceptioni omniū formarū pertransiēs usq; ad eiusdē tunicę concauū: & ob hoc hęc tunica dicta est
uuea, quia assimilatur uuæ in aspectu: & est hæc tunica plurimū nigra, sæpe tamē uiridis, & quādoq;
glauca: & corpus illius tunicę est tenue densum nō rarū. Ne uerò humor albugineus effluat ex fora-
mine uueę, & ut nō impediatur operatio uirtutis uisiuę, necessariū fuit naturę foramini uueæ suppo
nere uelamē diaphanū solidū ad modū cornu albi clari: dictaq; est hæc tunica cornea. Vbi uerò con
iungitur hęc tunica alijs partibus corporis circūpositis oculo, ibi cessat diaphanitas, fitq; alterius di
spositiōis tunica solidior q̃ cornea nō diaphana, cū ipsa tamē cornea cōplēs sphærā unā, quę est sphæ
ra totius oculi, & illius sphærę posterior pars nō diaphana, sed carnosa fit alia tunica: & hæc dicitur
cōiunctiua uel consolidatiua, quoniā cōiungit oculū & cōsolidat ipsum cū partibus corporis uicinis.
Erit ergo tunica cornea humor albugineus & humor glacialis & humor uitreus se ad inuicē conse-
quentes: & omnia ista sunt diaphana propter meliorē formarū uisibiliū receptionē. A` substantia ce
rebri prodeūt humores & tunicę oculi, quoniā ex anteriori parte cerebri à duabus partibus ipsius
crescūt duo nerui optici, id est cōcaui cōsimiles habentes duas tunicas ortas à duab. telis cerebri, &
procedunt ij nerui ad mediū anterioris partis cerebri, ubi efficitur neruus unus opticus, qui in pro-
cessu iterū diuiditur in duos neruos opticos cōsimiles & æquales, q̃ transmutatis suis sitibus, ita, ut
dexter fiat sinister, & sinister dexter, sunt procedētes ad cōuexa duorū ossiū concauorū cōtinentiū
oculos, quoniā in medijs istorū duorū ossiū cōcauorū sunt duo foramina æqualiter perforata, quæ
dicuntur foramina gyrationis neruorū cōcauorū: & quoniā illa duo foramina sunt rotunda, pūctus
medius cuiuslibet illorū foraminū dicitur centrū illius foraminis. Illi ergo nerui intrāt ista duo fora
mina, & exeūt ad cōcauitatē duorū ossiū prædictorū, & illic dilatātur & ampliātur, & efficitur extre
mitas cuiusq; ipsorū quasi instrumentū ponendi uinū in dolijs, hoc est ad modū pyramidis rotundę
cōcauæ: & q̃libet oculorū cōponitur sup unā extremitatē istius nerui, & cōsolidatur cū ipso. Cōsimi
liter & à tunicis istorū neruorū oriuntur tunicę oculorū: nā tunica cornea oritur ex tunica extrinse
ca duarū tunicarū istius nerui: & tunica uuea oritur ex tunica intrinseca duarū tunicarū duorū ner-
uorū: intra istā tunicā uueā ordinatur humor crystallinus sup extremitatē cōcauitatis nerui median
te uitreo humore, q̃ ambo ex medullari substātia cerebri oriuntur: & inter humores istos & tunicā
uueā ex subtilissimis filis tunicę uueę cōtexitur tela aranea, quā alij uocāt tunicā retiuā, q̃a est cōte-
xta ad modū retis. Sphęricè se intersecāt humores & tunicę oculi: quia enim tunica uuea nō ꝑuenit
intra oculū ad cōplemētū sphęrę, cū, sicut pręmissū est, in anteriori sui parte sit foramē rotundū, qđ
tegitur à cornea tunica: sphæra ergo tunicę corneę necessariò intersecat sphærā uueæ: & cōis sectio
suarū superficierū sphęricarū est circūferētia illius foraminis: & est linea circularis p 80 t 1 huius. In
anteriori quoq; humoris crystallini ꝓpter meliorē formarū receptionē est cōpressio supficialis par
ua minoris curuitatis, q̃ sit supficies cornea cōtinēs illā: sphęricitas. n. supficiei humoris crystallini
assimilatur cōpressiōi supficiei lenticulę, ut patet cōsiderātib. anatomiā oculi. Superficies ergo ante
rior ipsius est portio superficiei maioris sphęrę, q̃ sit sphęra uuea continēs ipsam: & hęc cōpressio ę-
qualiter deflectitur ad oppositionē foraminis, qđ est in anteriori parte uueę: quia situs eius ab eo est
cōsimilis. Sicut aūt foramē rotundū, quod est in anteriori parte uueę, est directè oppositū extremi-
tati cōcauitatis nerui, sup quē collocatur oculus: sic etiā in parte posteriore cōcauitatis uueę est fo-
ramen rotundū, quod est super extremitatē cōcauitatis nerui: & foramē, quod est in anteriori uueę,
est oppositū foramini concauitatis nerui: quoniā neruus opticus intersecat tunicā coniunctiuā &
uueam, & penetrat omnes tunicas oculi usq; ad sphærā crystallinā, quæ pyramidē nerui intersecat,
sicut & humor uitreus, qui in nerui optici pyramidali cōcauo collocatur: itaq; cōmunis sectio pyra
midis nerui optici, & sphærę crystallinæ, est circulus per 110 t 1 huius: sphæra itaq; glacialis est com-
posita in extremitate cōcauitatis nerui optici, & in foramine posteriori uueæ rotundo. Extremitas
ergo

ergo nerui continet medium ſphærę glacialis: & eſt neruus ille concauus deferens in ſe ſpiritum uiſibilem à cerebro ad oculum,& per eius uenas paruas peruenit nutrimentū ad oculum,& diffunditur in illo per uias nutrimenti: & eſt in interſectiõe huius nerui in anteriori parte cerebri uirtus uiſiua ſentiēs & dijudicās omne uiſibile: & conſolidatur uuea cum glaciali in circulo continente foramen rotundum in poſteriori uueæ. Interſecāt quoq; ſe ſphæræ iſtæ duæ,ſcilicet glacialis & uitrea neceſſariò:cum cõuexum unius obuiet cõuexo alterius: ſicut enim ſunt diuerſę naturę & diaphanitatis,ſic ſunt portiões diuerſarum ſphærarum ſe ſecantium: cõmunis itaq; ſectio illarum ſphærarum eſt circulus per 80 t 1 huius. Idem ergo circulus eſt baſis pyramidis nerui optici, & interſectionis eiuſdem pyramidis,& ſphærę cryſtallinæ, & conſolidationis uueæ ſphæræ cum ſphæra cryſtallina,& fortè interſectionis earundē ſphærarū. Corpus uerò conſolidatiuę continet partē pyramidalem nerui,quę eſt intra foramen oſsis, per quod tranſit neruus,& intra circumferentiam ſphærę glacialis:& continet ſphærā uueam. Ex his itaq; patet humorē glacialem propriè eſſe organū uirtutis uiſiuę:nam huius ſolius diaphanitas eſt receptibilis formarum uiſibiliū:&eſt in medio omnium & humorū & tunicarū collocatus: & ſi alij cuicūq; tunicę uel humori accidat læſio, ſal uo glaciali humore,ſemper auxilio medicinę recipit oculus curationem, & ſanatur ac reſtituitur uiſus:ipſa uerò corrupta,corrumpitur uiſus totus ſine ſpe reſtitutiõis per auxiliū curę medicinalis. Eſt itaq; humor cryſtallinus uel glacialis principaliter uirtutis uiſiuę organū:propter quod eſt diligentius conſeruatū.Et cõſtituit natura duos oculos propter perfectionē bonitatis uiſionis,& complementū eius. Sic ergo patet, quòd humores & tunicę oculi ſphæricè ſe interſecant:& patet declaratio definitionis propoſitæ oculi ſecundū omniū eorū experientiā qui de ipſius anatomia hactenus ſcripſerūt. Hæc aūt omnia,quæ ſcilicet de cõpoſitione oculi in hac quarta propoſitione huius tertij libri noſtræ perſpectiuæ ſunt præmiſſa: nunc ſummatim in figura mathematica adiecta ſpectanda proponimus.

VERA OCVLI DESCRIPTIO

atq; effigies è recentioribus anatomicis libris deſumpta.



5. *Impoſsibile eſt uiſum rebus uiſis applicari per radios ab oculis egreſſos. Alhazen 23 n 1. item 23 n 2.*

Si enim aliqui radij egrediuntur ab oculis, per quos uirtus uiſiua rebus extra cõiungitur: aut illi radij ſunt corporei,uel incorporei. Si corporei, tūc cum uiſus uiderit ſtellas & cœlum:neceſſarium eſt,ut à uiſu corporeū exiēs impleat totū ſpacium uniuerſi, quod eſt inter uiſum & partē cœli uiſam præter diminutionē ipſius oculi:quod & impoſsibile eſt fieri,& etiā tam citò fieri (ſubſtātia & quantitate oculi manente ſalua.) Si uerò detur, quòd radij ſint incorporei,cum ſenſus nõ ſit niſi in re corporali:tunc ipſi radij nõ ſentirent rem uiſam: ergo nec oculus corporeus mediante hoc incorporeo non ſentiente poterit ſentire:nec enim talia incorporea reddunt aliquid uiſui,quo uiſus poſſet comprehendere rem uiſam, cum uiſus non fiat,niſi per contactū uiſus cum forma uiſa:quia ſine cõtactu nõ fit actio.Radij ergo procedentes ab oculo ſi nihil reddunt uiſui:tunc non fiet per ipſos uiſio:ſi uerò aliquid reddunt uiſui,hæc erunt luces uel colores,quę per ſe uidentur,& quæ inter radios multiplicantur ad uiſum.Radij ergo nõ ſunt cauſſa applicationis uiſus cum rebus uiſis, ſed aliquid aliud, quod ſe multiplicat ad uiſum, eſt per ſe cauſſa uiſiõis.Impoſsibile eſt ergo radios per ſe eſſe cauſſam uiſionis,niſi fortè radij dicantur lineæ deſcriptę per puncta formarū multiplicata à ſuperficiebus rerum uiſarum ad uiſum:quoniam,ut patet per 2 huius,inter quodlibet punctum ſuperficiei rei uiſibilis,& aliquod punctum ſuperficiei uiſus neceſſe eſt poſſe produci lineas rectas,ut res actu uideatur: tales uerò radij ab oculis non egrediuntur.Patet ergo propoſitum.

6. *Viſio fit ex actione formæ uiſibilis in uiſum, & ex paſsione uiſus ab hac forma. Alhazen 1.2.3.14 n 1.*

Formas uiſibiles agere in uiſum ex 2 & 3 ſuppoſitione patet:lęditur enim uiſus ex forti luce,ut in

 aſpectu

aſpectu corporis ſolaris uel alterius lucis fortis,ut lucis reflexæ ad oculum à corpore polito, uel ab alio corpore ualde albo. In his enim debilitatur uiſus taliter,ut à ſua cadat operatione, quouſq; per uirtutem intrinſecam naturalem fuerit reſtitutus. Sed & uiſus patitur à ſenſibilibus formis:retinet enim quandoq; in ſe fortes earũ impreſsiones. Viſus enim poſtquá diu inſpexerit fortem lucem uel colorẽ,ſi poſtea aſpiciat locũ obſcurũ uel locũ debilis lucis:inueniet fortè illud uiſibile, quod prius inſpexerat in ſe ipſo cũ luce,colore,& figura ſua: & quandoq; color fortis impreſſus uiſui permiſcebitur coloribus rerũ uiſarũ in obſcuro, & uidebuntur res illæ alio colore mixto coloratę, ut fortè uiride uiſum facit res albas poſtea uiſas in loco obſcuriori mixtim uirides apparere : & ſi claudatur oculus,nihilominus occurret uiſui forma prius uiſa. Formæ ergo uiſibiles agunt in uiſum,& uiſus patitur ab illis. Et quia uiſibilia per ſe ſunt lux & color,& lux eſt hypoſtaſis colorũ:lux aũt ſemper ſphęricè diffunditur ad omnẽ poſitionis differentiá : palàm ergo, ſic etiá colores diffundi. Cũ itaq; uiſus opponitur alicui rei illuminatę uel coloratę,tunc multiplicatur lumẽ uel per ſe,uel cũ illo colore rei oppoſitæ uiſui,& perueniẽs ad uiſus ſuperficiem & agit in uiſum, & uiſus patitur ab illo. Cum itaq; lux & color ueniunt ſimul ad ſuperficiem uiſus,& agunt in illũ,& uiſus patitur ab illis,& uirtus animæ propter unionẽ formarum uiſibilium cum ſuo organo fit cognoſcẽs: tunc fit uiſio propter præſentiam uiſibilium formarũ agentium in uiſum: & fit hæc actio & paſsio modo aliarum actionũ naturalium: quoniá totum agens agit in quodlibet paſsi punctũ,etiá in indiuiſibile,& totũ paſſum patitur à quolibet puncto agẽtis. Forma ergo lucis & coloris, quę ſunt in aliquo punctorũ rei uiſibilis, perueniunt ad totá ſuperficiem oculi:& formę omniũ punctorũ ſuperficiei rei uiſibilis perueniunt ad punctum unum ſuperficiei oculi:& ſic fit actio & paſsio inter iſta. Non fit aũt actio formarum uiſibilium in uiſum , niſi forma uiſibilis ſit potens ad agendũ & completæ hypoſtaſis ex luminis præſentia,& niſi mediũ extrinſecũ oculo & rei uiſibili ſit lucidum actu,& niſi organũ uiſus ſit receptiuũ formarũ per tunicas medias, & humores diaphanos ſuæ propriæ diaphanitatis . Pars enim tunicæ corneæ ſuperpoſita foramini uueę,quę primò aeri extrinſeco cõiungitur, & humor albugineus implens foramẽ uueæ,ſi à propria ceciderit diaphanitate, utpote mutata qualitate ſibi propria uel impedimento alio occurrente, uel etiá ipſe humor glacialis ſi per nimiam congelationẽ,uel alio modo à formarũ receptione fuerit impeditus, nõ fit uiſio : quia forma ſenſibilis organo uiſiuo imprimi nõ poteſt. Forma itaq; uiſibilis ueniens à re uiſa per medium lucidũ uſq; ad ſuperficiẽ uiſus, tranſit per diaphanitatẽ tunicarũ uiſus,& peruenit ad uirtutẽ uiſiuam ex foramine,quod eſt in anteriori uueę, & peruenit ad glacialem,& pertranſit in eo ſecundũ modum ſuæ diaphanitatis: & ob hoc natura omnes tunicas oculi diaphanas ordinauit,ut à formis ſenſibilibus actũ lucidi habentibus patiantur. Viſus uerò licet patiatur à formis uiſibilibus:nõ tamen tingitur à forma lucis uel coloris poſt receſſum præſentię corporis lucidi uel colorati,ſicut uniuerſaliter oſtendimus hanc paſsionẽ conuenire omni corpori diaphano per 4 t 2 huius:& licet quandoq; propter fortitudinẽ lucis & coloris fiat aliqua impreſsio in uiſum,& alteratio ſecundum illas luces & colores:nõ tamen illę remanent in uiſu, niſi tempore modico : nõ eſt ergo talis alteratio fixa. Viſus itaq; non tingitur & coloribus & formis lucis tinctura fixa,formis ſenſibilibus agentibus in uiſum. Patet ergo propoſitum.

7. Centrum ſphæræ totius oculi: & centrũ glacialis: & centrum ſuperficierum extrinſecæ & intrinſecæ corneæ: & centrũ conuexæ ſuperficiei humoris albuginei neceſſe eſt idẽ eſſe. Ex quo patet, quoniá ſuperficies intrinſeca corneæ ſuperficiei ſuæ extrinſecæ æquidiſtat. Alhazen 12 n 1.

Reſumpta figura oculi,quam pręmiſimus in 4 huius:dico,quod uerum eſt,quòd hic proponitur, quoniá punctũ a eſt cõmune centrum propoſitarũ ſphærarũ. Si enim detur,quòd centrũ ſphærę totius oculi (quod eſt punctũ a) non ſit centrum ſphærę glacialis,palàm per 75 t 1 huius,quoniá lineæ rectę perpendiculares ſuper ſuperficiem ſphærę oculi, non ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſphærę glacialis,niſi ſolùm illa,quæ tranſit per ambarum centra:cæterę uerò omnes,quę erunt perpendiculares ſuper ſuperficiẽ uiſus, erunt declinantes ſuper ſuperficiem glacialis . Si ergo glacialis comprehendat formas rerũ uiſarum ſecundũ incidentiá iſtarum linearũ, quę ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem oculi,& obliquantur declinantes ſuper ſuperficiem glacialis:tunc neceſſariò glacialis comprehendit oẽs formas rerum uiſibiliũ obliquatas,& declinantes à ſuo ſitu & figura,quam habent extrà in ſuperficiebus rerũ uiſibiliũ, quod eſt contra 5 ſuppoſitionẽ præmiſſam in principio huius libri. Et quoniá formę incidentes medio ſecundi diaphani denſioris ſecundũ lineas non perpendiculares refringuntur ad perpendicularẽ, ut patet per 47 t 2 huius:ſubſtantia uerò humorũ & tunicarũ oculi denſior eſt aere circũſtante,& ſubſtantię diuerſę diaphanitatis inter ſe,ut patet per 4 huius:palàm, quòd in ipſa ſuperficie glacialis fiet refractio alia quàm in ſuperficie corneæ:nõ diſtinguet ergo glacialis aliquid in rebus uiſis propter refractionẽ formarũ in ſua ſuperficie factarũ:manifeſtum eſt enim, quòd lineæ obliquè incidentes ſuperficiei uiſus,magis obliquãtur in ſuperficie glacialis:cum glacialis ſit alterius diaphanitatis à cornea uel albugineo humore:eſt enim in glaciali aliqua diaphanitas,propter quá recipit formas,& aliqua ſpiſsitudo prohibens tranſitũ formarũ : & ob hoc figuntur formę in eius ſuperficie & corpore. Nullam ergo formarũ uiſibilium cõprehendit glacialis ſecundum eius ſitum,& figurá,quam habuit extra uiſum:hoc autẽ eſt impoſsibile:quoniá patet manifeſtè per 5 ſuppoſitionẽ , quòd glacialis cõprehendit formas rerũ uiſibilium ſecundũ ſitum & figurá,quę habent in rebus extrà. Eſt ergo neceſſariũ,quòd lineę,quę ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem oculi, ſint perpendiculares ſuper ſuperficiẽ glacialis:erunt ergo ſuperficies oculi,& glacialis

cialis superficies sphærarum contentarum habentes idem centrum,& extremitates omnium linearum imaginatarũ produci à quolibet puncto superficiei rei uisæ perpendiculariter super superficiẽ oculi,cõcurrunt in hoc centro per 72 t 1 huius: & sunt perpendiculares super superficiem glacialis per 72 t 1 huius. Et quoniã superficies corneæ anterius cõplet oculi superficiem sphæricã, & fit cum illa una superficies sphærica: patet, quoniã centrum oculi est centrũ corneæ per definitionẽ sphæræ. Patet itaq;, quoniã centrum oculi,& centrum glacialis,& centrum corneę sunt idem centrum. Quia ergo centrum oculi (quod est centrum superficiei exterioris ipsius corneæ, & centrum sphærę glacialis) sunt unum cum centro totius oculi ex omnibus suis humoribus & telis cõstante: conuenientius naturæ est, ut centrũ glacialis sit ipsum centrum superficiei interioris corneæ, ita quòd centra omnium superficierũ oppositarũ foramini uueæ sit unum punctum cõmune,& superficies concaua corneæ sphæræ fiat æquidistãs eius superficiei conuexæ: sic enim per 72 & 74 t 1 huius erunt omnes lineæ exeuntes à centro ad superficiem oculi perpendiculares super omnes superficies oppositas foramini,& augebitur bonitas uisionis: & erit totus oculus rotundus propter unitatẽ centri corneę cum toto oculo. Et quoniã per 73 t 1 huius superficies intrinseca corneæ æquidistans est superficiei extrinsecę ipsius, cum ipsarum ambarum sit idem centrum: humor uerò albugineus secundum eius conuexum contingit concauum corneæ, ut præmissum est per experientiam anatomizantium in 4 huius: ergo per 79 t 1 huius superficies conuexa humoris albuginei erit pars superficiei sphæricæ secundum eius conuexum superficiem concauam sphærę corneæ contingentis. Patet ergo per 73 t 1 huius, quoniam conuexæ superficiei humoris albuginei & concauę superficiei corneę est idem centrum. Et hoc est propositum. Et patet corollarium.

8. Sphæram uueam necesse est toti oculo eccentricã esse, centrumq́ eius ad anterius oculi plus accedere: centrum uerò oculi amplius profundari. Ex quo patet, centrum uueæ centris omnium tunicarum & humorum anterioris partis oculi amplius eleuari. Alhazen 8 n 1.

Cum enim (ut patet per 4 huius,& per præcedentem) sphęra cornea secundum eius superficiem manifestam sit continua cum superficie totius oculi, & pars sphæræ ipsius,& totus oculus sit sphæra maior quàm sphæra uuea: quoniam intra se cõtinet maximũ circulum sphærę uueæ: patet per definitionem sphærarũ se intrinsecus intersecantiũ, quòd superficies sphærę corneę est maior superficie sphæræ uueæ: palàm itaq; ex definitione sphærę maioris, quoniam semidiameter corneæ est maior semidiametro uueæ. Et quia superficies intrinseca corneæ superposita foramini uueę, est superficies concaua sphærica æquidistans superficiei manifestæ ipsius corneæ, eò quòd tota cornea est æqualis spissitudinis, ut ostensum est in præcedenti, ideo quòd centrum superficiei intrinsecæ corneæ idem est cum centro superficiei manifestæ conuexæ eiusdem corneę: sed superficies concaua corneæ secat superficiem sphærę uueæ super circumferentiam foraminis, quod est in anteriori parte uueę, ut præmissum est in 4 huius,& declaratum per 80 t 1 huius: ergo per 84 t 1 huius centrum sphærę corneæ continentis sphæram uueam necesse est remotius esse in profundo quàm centrum sphærę uueę. Patet ergo, quoniã sphæram uueam necesse est toti oculo eccentricam esse, centrumq́; eius ad anterius oculi plus accedere, centrum uerò oculi amplius profundari: quod est principale propositũ. Et ex hoc etiam patet corollarium, quia cum sphæra uueę non sit in medio cõsolidatiuę, sed anterius ad partẽ superficiei manifestę oculi,& cũ superficies manifesta ipsius oculi sit pars sphęræ maioris: palàm, ut præmissum est, quia centrum eius erit remotius in profundo centro uueæ. Manifestum uerò oculi ęst superficies ipsius corneæ extrinseca cõuexa, cui æquidistat eiusdem superficies intrinseca concaua. Centrum ergo tam superficiei concauæ quàm superficiei conuexæ ipsius corneæ plus profundatur in oculo quàm centrum uueæ. Et quia superficies concaua corneæ contingit superficiem humoris albuginei, qui est in anteriori foraminis uueæ, & superponitur ei: patet ex præmissa, & per 79 t 1 huius, quoniam superficies conuexa humoris albuginei est superficies sphærica, cuius centrum est centrum superficiei sibi superpositæ. Superficies ergo conuexa corneæ,& superficies concaua ipsius, & superficies conuexa humoris albuginei, attingens concauum corneę, cum sint superficies sphæricę æquidistantium sphærarũ, palàm per 73 t 1 huius, quia centrum ipsarum omnium est unus punctus, qui amplius profundatur centro uueę. Et quia superficies anterioris glacialis est sphærica concentrica totali oculo per præcedentẽ: & etiam quia superficies sphærę glacialis cõuexa secat superficiem sphærę uueæ intrinsecus: patet per 84 t 1 huius, cum superficies glacialis sit portio sphærę maioris, quàm superficies sphærę uueę, quod amplius profundatur centrum glacialis quàm centrum uueæ. Centrum itaq; uueæ centris omnium tunicarum & humorum oculi, qui sunt anterioris partis oculi ad partem aeris extrinsecam respicientes, amplius eleuatur. Quod est totum propositum.

9. Inter centrum oculi & centrum uueæ producta linea recta centrum circuli sectionis uueæ, & medium concauitatis nerui optici necessariò penetrabit. Alhazen 7 n 1.

Ostensum est per 7 huius, idem esse centrum totius oculi & centrum corneæ: sed linea, quæ cõtinuat duo centra corneę & uueę (quæ in præmissa figura oculi in 4 huius est linea a f) hæc producta peruenit ad centrum circuli communis earũ sectionis per 82 t 1 huius, ut in punctum f, centrum circuli foraminis uueę, secundum cuius peripheriã illæ sphærę se intersecant: superficies enim concaua corneæ, & superficies conuexa uueę sunt duę superficies sphæricę secantes se secundum peri-

pheriam foraminis uueæ, ut patet per 4 huius: palàm quoq; per 86 t 1 huius, quòd eadem linea producta peruenit ad duo media duarum superficierum corneæ inter se æquidistantium superpositarũ illi foramini uueæ, cuius foraminis peripheria est circumferentia circuli sectionis. Et quoniam foramen, quod est in anteriori uueæ, est directè oppositum foramini, quod est in posteriori uueæ, quod est extremitas concauitatis nerui: palàm per 111 t 1 huius, quoniam eadem linea producta medium concauitatis nerui optici necessariò penetrabit: & hoc est centrum circuli basis pyramidis nerui optici concaui. Patet ergo propositum.

10. Inter centra sphærarum glacialis & uueæ linea recta producta ad centrum circuli consolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum uuea necessariò pertinget: & super illius circuli superficiem erecta erit. Alhazen 9 n 1.

Patuit ex præmissis in 4 huius, quoniã sphæra glacialis intersecat intrinsecus sphæram uueam: linea ergo per centra istarum sphærarum transiens 82 t 1 huius, erit perpendicularis super centrum circuli cõmunis sectionis ipsarũ. Iste uerò circulus sectionis, aut est circulus distinguens finem consolidationis harum sphærarũ ad inuicẽ, aut æquidistans ei: superficies enim, quæ est in anteriori parte glacialis, opposita est foramini, quod est in anteriori parte uueæ, & situs eius ab eo est situs consimilis, ut patuit in 4 huius: terminus ergo istius superficiei, qui est circulus sectiõis inter duas superficies sphærę glacialis & uitreæ, aut est ipse circulus consolidationis istarũ sphærarũ cum uuea, aut æquidistãs ei. Si ergo circulus sectionis inter duas superficies, glacialis scilicet sphæræ & uitreæ fuerit ipse circulus cõsolidationis ipsarũ cum uuea: iste ergo circulus, est circulus sectionis inter superficiẽ glacialis & uueę: & tũc, ut prius, per 82 t 1 huius patet ꝓpositũ. Quòd si circulus sectionis inter superficiẽ sphærę glacialis & superficiẽ sphærę uitreæ nõ fuerit ipse circulus cõsolidationis sphærarum crystallinæ & uitreę cũ sphæra uuea, sed fuerit æquidistãs circulo cõsolidationis earũ cũ uuea: tunc superficies sphærę glacialis si imaginetur extendi intellectu mathematico, super id, quod forma naturalis suæ sphærę extenditur, secabit sphæram uueę super circulum æquidistantẽ isti circulo sectionis sphærę glacialis & uitreę: quoniã iste circulus æqualem habet situm à circunferentia sphæræ uueæ: & quia iste circulus est æquidistans circulo consolidationis: erit necessariò circulus sectionis inter superficiem glacialis & superficiẽ uueæ, aut ipse circulus consolidationis, aut æquidistans ei. Quòd si circulus iste fuerit ipse circulus consolidationis, palàm per 82 t 1 huius, quia linea transiens per centrum glacialis, & per centrum uueæ, transibit perpendiculariter per centrum istius circuli, eò quòd iste circulus est circulus sectiõis inter duas illas superficies sphæricas. Sed si iste circulus fuerit æquidistans circulo consolidationis, & est æquidistans circulo sectionis inter superficiem glacialis & superficiem uueę: est ergo cum circulo sectionis inter superficiem glacialis & uitreæ, in superficie una sphærica, quæ est superficies glacialis, & est æquidistans circulo dictę sectionis. Sed si in aliqua sphæra duo circuli fuerint æquidistantes, linea transiens perpendiculariter centrum unius, necessariò trãsibit perpẽdiculariter centrũ alterius, ut patet per 68 & 66 t 1 huius. Linea igitur quæ transibit per centrũ uueę & per centrũ glacialis transit per centrũ circuli consolidationis sphærarum glacialis & uitreę cum uuea secundum omnes dispositiones sphærarũ & illorum circulorũ: est ergo illa linea erecta super superficiem illius circuli per 66 t 1 huius. Quod est propositum. Sunt tamen necessariò hi tres circuli circulus unus, quamuis etiam si fuerint diuersi circuli, & æquidistantes, eadem proposita omnibus occurrunt: secundum eundem enim circulum secant se glacialis & uitrea, & ambę illę secant uueam, & consolidantur secundũ eundem circulum cum illa: & est ille circulus basis concauitatis nerui optici: & sic ille unus circulus obtinet officium quatuor circulorum.

11. Sphæram uitream necesse est sphæræ glaciali eccentricã esse: centrumq; uitreæ ad anterius oculi plus accedere. Alhazen 10 n 1.

Quia enim superficies sphærę glacialis, & superficies sphærę uitreæ sunt duæ superficies sphæricæ secantes se: centrum ergo superficiei anterioris respectu manifesti oculi, est remotius in profundo, quam centrum superficiei posterioris per 84 t 1 huius. posterior uerò harum duarum est superficies ipsius uitreæ, ut præostensum est in 4 huius. Patet ergo propositum.

12. Lineam transeuntem centrum glacialis & uueæ, centrũ quoq; uitreæ, & medium concauitatis nerui optici necessarium est transire. Alhazen 11 n 1.

Quia linea recta transiens centrum sphæræ glacialis & uueę, producta super centrum circuli consolidationis glacialis cum uuea, perpendicularis est super superficiem circuli consolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum uuea, ut patet per 10 huius. Huic autem circulo aut idem est circulus intersectionis glacialis cum uitrea, aut æquidistans ei: quocunq; uerò istorũ modorũ existente, semper erit prædicta linea perpendicularis super circulũ sectionis sphæræ glacialis cum uitrea: palàm ergo per 83 t 1 huius, quoniam ipsa transit per centrum sphæræ uitreæ. Quia ergo linea ista transit per centrum uitreæ, patet per 82 t 1 huius, quòd ipsa necessariò centrum circuli cõsolidationis perpendiculariter transibit. Extenditur ergo in medio cõcauitatis nerui optici, super quẽ componitur oculus: quoniã circulus consolidationis est basis, & extremitas cõcauitatis nerui optici, ut patet ex 4 huius. Quia uerò ostensum est suprà per 9 huius, quòd inter centrum oculi & centrum uueæ producta linea centrum circuli sectionis uueæ, & medium concauitatis nerui optici necessariò penetrat,

netrat, cùm ab eodem puncto, ut à medio nerui optici super eandem superficiem plures perpendiculares non possunt produci, ut patet per 20 t1 huius: palàm quoniam linea eadem per cẽtrum circuli sectionis sphæræ uueæ & glacialis, & centrum uueæ & centrum oculi, & sphęræ glacialis & uitreæ, & per centrum circuli consolidationis est transiens. Patet itaq; ex præmissis, quòd una & eadem linea transit per medium cõcauitatis nerui optici & per duo media omnium tunicarum oppositarum foramini uueæ: & est ipsa per 74 t1 huius, perpendicularis super superficies omnium tunicarum oppositarum foramini uueæ: & est perpendicularis super superficiem foraminis uueę: & est perpendicularis super superficiem circuli cõsolidationis: & extenditur in medio concauitatis nerui optici, super quẽ componitur oculus: & ipsa est axis totius oculi: qui in proposita superius figuratione est in rectitudine literarum f a, extensa per medium concauitatis nerui optici.

13. Visus non cõprehendit res uisas nisi corpore medio diaphano existẽte. Alhaz. 22. 41 n 1.

Quia enim, ut patet per 6 huius, uisio non est nisi ex actione formę uisibilis uenientis à re uisa ad uisum: formæ uerò non extenduntur nisi in corporibus diaphanis consimilis diaphanitatis, in quibus fit lucis & formarum extensio secundum lineas rectas, ut patet per 1 t2 huius. Cum ergo lineas productas à rebus uisibilibus ad uisum nõ abscindit aliquod corpus medium non diaphanum: tũc perueniunt formæ ad uisum, & uisio completur: quòd si aliquod corpus non diaphanum interuenerit, impeditur multiplicatio formæ ad uisum. Patet ergo propositum.

14. Non fit uisio corpore uisibili existẽte similis diaphanitatis cum medio. Alhazen 42 n 1.

Si enim corpus uisibile sit diaphanum: tunc non est coloratum, nec est habens formam lucis, sed solum lucidi: ergo non uidetur, quoniam ut patet per 4 t2 huius, lux non figitur in corporibus diaphanis taliter, ut ipsa tingat, uel quòd eis præstet actum uisibilitatis. Cum ergo diaphanitas corporis uisibilis fuerit similis diaphanitati aeris: tunc erit eius dispositio sicut dispositio aeris, & non apprehenditur à uisu, sicut nec aer. Et similiter est de alio medio quocunq;: nullum enim talium uidetur, cùm diaphanitas rei uisæ non fuerit spissior corporis medij diaphanitate. Si uerò corpus uisum fuerit diaphanum, sed minus quàm medium: sicuti cryståallus respectu aeris: tunc res uisa, quoniam habet aliquem colorem respectu suæ spissitudinis, uidebitur per mediũ aerem ueluti res colorata: quoniam cum lux oritur super ipsum, figetur in ipso aliqua fixione, scilicet secundum id, quod est in ipsa de spissitudine, & pertransibit in eo secundũ suam diaphanitatem: & erit in eo forma in aere secundum colorem & lucem, quę sunt in sua superficie, & illa forma cum peruenerit ad uisum, operabitur in uisum, & sentiet uisus rem uisam. Patet ergo propositum.

15. Inter uisibile & oculi superficiẽ distantiam mediam necessariũ est esse. Alhazen 37 n 1.

Non enim apprehendit uisus rem uisibilem, nisi quãdo fuerit in ea aliqua lux media per 1 huius: hoc autem non est nisi per mediam distantiam. Quando ergo uisibile fuerit superpositum uisui sine medio, tunc ipsum non uidetur: res enim per se luminosæ non possunt immediatè superficiei uisus applicari: talia enim sunt, ut stellæ & ignis, quæ uisui immediatè non possunt applicari: quoniam ex eorum applicatione sequeretur corruptio uidentis. Reliqua uerò corpora nõ luminosa si uisui applicentur, illa sine lumine non uidebuntur: requiritur ergo media distãtia inter illa corpora, & inter superficiem ipsius uisus, in qua se diffundant corporum illorum formæ mediante luce. Et etiã corporibus uisibilibus ipsi uisui immediatè applicatis: tunc corpus oculi secundum situm suum prohibetur à uisuali operatione. Quia enim uisio non fit, nisi ex parte opposita foramini uueæ, ut patet per 4 huius: si ergo uisus comprehendat rem uisibilem per immediatam applicationem: non comprehendet illam nisi secundum partem applicatam foramini uueæ, & nõ comprehendet residuum rei uisæ: & si imaginetur res uisa moueri super oculi superficiem quousq; uisus totã illam rem contingat, non propter hoc erit iudicium per uisum, sed potius per tactum: nec enim sic aget in uisum forma uisibilis, quę est forma multiplicata extra rem sensibilem, sed res ipsa. Non ergo erit uisio, nisi inter uisibile & oculi superficiem sit aliqua media distantia. Et hoc proponebatur.

16. Visio non fit sine dolore & passione à substãtiâ oculi abijciente. Ex quo patet, uisum oportere conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut completè exerceat uisionem. Alhazen 26. item 1. 2 n 1.

Quoniam enim glacialis recipit formam lucis & coloris: & lux & color operantur in glacialem: erit necessariò illa operatio non sine dolore, quãuis quandoq; non sentiatur ille dolor, ut cum non est ualde fortis. Luces uerò fortes angustiant uisum, & lædunt ipsum manifestè, ut patet in luce solis, uel in luce reflexa à corporibus politis ad uisum. Et quia operatio omnis lucis in uisum est ex uno genere, non diuersificata nisi secundum magis & minus: & maior operatio cuiuslibet lucis in uisum est ex genere doloris, & non diuersificatur in hoc nisi secundum magis & minus, sic etiam quòd quandoq; latet dolor ipsum sensum: semper tamen illa passio quantumcũq; insensibilis abijcit à substantia oculi. Ex hoc ergo patet, quòd oportet uisum conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut completè exerceat uisionem: quoniam semper comprehẽsio uisibilium à uisu est secundum fortitudinem uisus: quia sensus uisus oculorum diuersificatur secundum uigorem & debilitatem ipsorum: humidi enim oculi citius læduntur à lucibus & coloribus, & sicci minus. Et hæc uoluimus declarare.

17. Visio distincta fit solùm secũdum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas. Ex quo patet, omnem formam uisam sic ordinari in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ. Alhazen 15.18 n 1.

Licet enim, ut ostensum est in 6 huius, tota forma rei uisibilis agat in uisum, & in quodlibet punctum superficiei uisus: quia tamen per 20 t 1 huius forma tantùm unius puncti totius superficiei rei uisæ oppositæ uisui perpendiculariter incidit uni puncto superficiei uisus, & formæ omnium punctorum residuorum superficiei rei uisæ ueniunt ad illud idem punctũ superficiei uisus super lineas declinantes per 13 p 11, & in quolibet puncto superficiei uisus transeunt in eodem tempore formæ omnium punctorum, quæ sunt in superficiebus omnium uisibilium oppositorum uisui in illo tempore: quoniá suppositum est in principio huius 6 suppositione, uisum simul diuersa uisibilia uidere: sola uerò forma puncti, quæ perpendiculariter incidit illi puncto superficiei uisus, per 47 t 1 huius transit rectè per diaphanitatem omnium tunicarum oculi: formæ uerò omnium aliorum punctorũ refringuntur, & transeunt per diaphanitatem tunicarum uisus secundum lineas declinantes super superficiem uisus: & etiam ex quolibet puncto superficiei glacialis erit una tantùm perpendicularis super superficiem uisus: quoniam cũ sphæræ glacialis & totius oculi sit idem centrũ, ut patet per 7 huius: quęcunq; linea fuerit perpendicularis super superficiẽ unius, & super alterius superficiem, perpendicularis erit per 74 t 1 huius: sicut autem ex eodem puncto superficiei sphæræ glacialis secundum ponentes radios egredi à uisu, exeũt lineæ infinitæ ad superficiẽ uisus, quæ sunt declinantes super superficiem uisus: sic à puncto aliquo superficiei glacialis, ex quo exit perpendicularis super superficiem uisus, & pertransit foramen uueæ, exeũt lineæ aliæ infinitę transeuntes in foramen uueæ, & peruenientes ad superficiẽ uisus declinantes. Et sicut radij imaginati egredi à uisibus quádo fuerint imaginati refringi secundũ modũ differẽtiæ diaphanitatis corneæ à diaphanitate aeris, per 47 t 2 huius perueniunt ad diuersa loca & ad puncta diuersa in superficiebus rerum uisibilium oppositarũ uisui in uno tempore, & nulla istarum linearũ occurrit puncto, quod est apud extremitatem perpendicularis. Sic etiam secundũ nos ponentes radios non egredi, sed formas diffundi ad uisum, formæ punctorũ uisibilium, quæ sunt apud extremitates harum linearum, extenduntur secundum rectitudinem harum linearũ, & perueniũt ad superficiem uisus, & per 47 t 2 huius refringuntur ad idem punctũ superficiei glacialis: solus autem punctus, qui est apud extremitatem perpendicularis, non refringitur, sed semper extenditur secundũ rectitudinem perpẽdicularis, & pertransit ad illum punctũ glacialis. Si itaq; glacialis secundũ lineas non perpendiculares sentiat: tunc puncti, qui sunt in superficiebus uisibilium, nunquá ordinabuntur in sensu secundũ modum ordinis sui in superficie rei uisæ: quoniam in eodem puncto occurrũt formæ admixtæ ex multis formis diuersis, & ex coloribus diuersis, & nõ distinguetur aliquid in illis: sed si glacialis secundum lineas perpendiculares tantùm sentiet: tunc distinguentur in eo puncti, qui sunt in superficiebus uisibilium, nec erit differẽtia situs & ordinationis formarum uisibilium in superficie glacialis & in rebus uisibilibus, quæ sunt extrà. Quoniam autem secũdum 5 suppositionem nostram formæ uisibilium perueniunt ad uisum sub figuris, quas habẽt in rebus extrà: patet quòd secundũ solas perpendiculares lineas fit uisio: tunc enim solùm forma uisa sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ. Patet ergo propositum. Omnes itaq; lineæ diffusionis quarumcunq; uisarum formarũ, quæ sunt perpendiculares super superficies tunicarũ uisus, continẽtur in pyramide, cuius uertex est centrũ uisus, & cuius basis est circulus foraminis uueæ, uel pars superficiei illius circuli: & quantò magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uisu, tantò magis amplificatur: & omnes formæ rerum cadentiũ intra illam pyramidem, extendũtur in rectitudinem linearũ radialiũ, & pertranseunt tunicas oculorũ refractæ: & hác pyramidem dicimus pyramidem radialem. Formæ uerò rerum uisibiliũ, quæ sunt extra hanc pyramidem, nunquam incidũt per aliquam illarũ linearũ perpendiculariũ, sed fortè accidit ipsas extẽdi per lineas rectas, quæ sunt inter ipsas & superficiẽ uisus oppositam foramini uueæ, & illæ formę refringũtur à diaphanitate tunicarũ uisus, & nõ perueniũt ordinatè ad uirtutem uisiuam: unde non fit distincta uisio secundũ illas: ueruntamẽ illas formas refractas aliqualiter accidit uideri, sed indistinctè, in cõcursu scilicet ipsarum cũ lineis perpendicularibus à cẽtro oculi extra pyramidem radialem productis. Dicimus autem nũc superficiem uisus illá partem superficiei oculi, quæ est opposita superficiei foraminis uueæ. Quòd autem uisus comprehendat quádoq; illa, quæ sunt extra pyramidẽ radialem, patet experimentaliter. Extremitas enim acus uel stipulæ subtilis positæ in postremo oculi, ut inter palpebras uel in parte lachrimali quiescente uisu, uidebitur, cũ tamen illa extremitas sit extra pyramidem radialẽ. Similiter quoq; in eisdem locis circa oculũ erecto indice uel alio digito extra pyramidẽ radialem, quæ ualde subtilis est, quoniam pyramidalitas eius nõ est ampla: unde nihil sui peruenit ad loca, quæ circũdant oculũ, uidebitur tamen superficies ipsius indicis uel alterius digiti. Forma itaq; istorũ uisibiliũ peruenit ad superficiẽ uisus per lineas obliquas, quæ sunt extra pyramidẽ radialẽ. Patet ergo, quòd formæ rerũ taliter situatarũ respectu pyramidis radialis, perueniũt ad superficiẽ uisus ꝑ refractionẽ factá in superficie uisus ab aere, q̃ est rarioris diaphani, quá sint tunicæ ipsius uisus. Quòd aũt refractio fiat in sup̃ficie ipsi⁹ uisus formarũ obliquè uisui incidẽtiũ, patet etiá in illis, quorũ formæ nisi ꝓhiberẽtur, caderẽt intra pyramidẽ radialẽ. Si enim acus uel alia res subtilis minuta directè opposita foramini uueæ interponatur uisui & parieti albo: uidebitur tñ forma toti⁹ parietis, cũ secũdũ ueritatẽ formæ

partis

partis parietis directè oppositæ acui & uisui, directè nõ perueniat ad superficiem ipsius uisus, peruenit autem, ut patet, quoniam uidetur. Palàm ergo, quoniam peruenit per refractionem factam in superficie ipsius uisus: omnia autem hæc uidétur indistinctè: unde reductis ipsis intra pyramidem radialem, & ablato quolibet corpore interposito, uidebuntur illarum formæ distinctè & perfectius quàm prius. Fit ergo uisio distincta solùm secundum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas: indistincta uerò uisio fit per lineas non perpendiculares, & ita uisio indistincta coadiuuat distinctam.

18. Omnium formarum uisibilium distincta uisio fit secundum pyramidem, cuius uertex est in centro oculi, basis uerò in superficie rei uisæ. Ex quo patet, omne quod uidetur, sub angulo uideri. Euclides 2 hypothe. opt. Alhazen 19 n 1.

Cum per 6 huius omnis uisio fiat ex actione formę uisibilis in uisum: & quælibet pars formæ uisibilis & pũctus se multiplicet per medium extrinsecum ad oculi superficiem totam: & tota superficies rei uisæ ad unum punctũ oculi: quia tamen oculorũ tunicæ sunt alterius diaphanitatis quàm aer extrinsecus: solæ illæ lineæ formarum à superficie rei uisibilis ad superficiẽ oculi productæ, quę protractæ centrum oculi penetrant, cum sint perpendiculares super superficiem oculi, non refringuntur in medio diaphani ipsius corneæ, ut patet per 72 t 1 huius, & 47 t 2 huius, & per præmissam: aliæ uerò lineæ omnes refringuntur, quia incidunt obliquè: unde nõ fit uisio secundum illas. Quoniam autem solus glacialis propriè est organum uisus, & non superficies oculi, quæ est pars sphęræ corneæ: oportet necessariò ut lineæ, per quas debet fieri uisio, perueniãt ad glacialem. Et quia non est possibile, ut uisus comprehendat rem uisam secundum suum esse, nisi quando apprehendit formam unius puncti rei uisæ ex uno tantùm puncto suæ superficiei: quoniam, ut in præmissa ostẽsum est, omnis forma rei uisæ sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ. Nõ est ergo possibile, ut glacialis comprehendat rem uisam secundum suum esse, nisi quando comprehendit colorem uel formam unius puncti rei uisæ ex uno tantùm puncto superficiei uisus uenientem ad se. Et cum centrum oculi & centrum sphæræ glacialis, sicut patet per 7 huius, sit idem punctum: necesse est, quòd omnes lineæ perpendiculariter productæ à punctis uisibilium super superficiem oculi diaphanam concurrant in centro glacialis: eruntq; quidẽ diametri in superficiebus tunicarum oculi perpendiculares super ipsas tunicas oculi: eritq; quælibet perpendicularis occurrẽs superficiei corneæ in puncto uno, & occurrens superficiei glacialis in puncto uno: & una tantùm perpendicularis transit per punctum aliquod glacialis à centro corneæ per ipsam superficiem corneæ superpositam illi puncto glacialis, quæ sit perpendicularis super superficiem rei uisæ: quoniam per 20 t 1 huius ab aliquo puncto super superficiem unam una tantùm perpendicularis duci potest. Vnde cum superficies rei uisæ fuerit æquidistãs superficiei ipsius uisus, erit per 23 t 1 huius illa linea perpendicularis super superficiem uisus & super superficiem rei uisæ: aliæ uerò lineæ omnes sunt obliquæ super superficiem rei uisæ, quamuis productæ ad centrum uisus, fiant perpendiculares super superficiem uisus, & super superficiem ipsius glacialis. Forma ergo cuiuslibet puncti superficiei rei uisibilis mota ad uisum secundum lineam unam perpendicularem productam ab eo ad superficiem uisus, occurrit superficiei uisus super unum punctum, super quem non occurrit ei aliqua formarum punctorum aliorum rei uisibilis. Productis ergo à quolibet pũcto superficiei rei uisibilis ad cẽtrum oculi lineis: palàm, quoniam istæ lineæ productæ in diuersis punctis oculi, superficiẽ sphæricam oculi secabunt, & omnes in centrum oculi concurrent: quia omnes lineæ istæ continentur quasi in uno corpore continuo, quia à punctis quasi continuis unius superficiei rei uisæ ad unum punctum, qui est centrum oculi, terminantur. Palàm ergo, quoniam omnes istæ lineæ imaginandæ sunt in quadam pyramide uerticem habente in cẽtro oculi & basim in superficie rei uisæ: erit enim forma cuiuscunq; puncti superficiei rei uisæ extensa secundum rectitudinem lineæ, quæ est inter illud punctum & uerticem pyramidis, qui est centrum uisus: & omnes tunicarũ oculi & humorum superficies secant hanc pyramidem, quoniam formæ penetrant per illas: & ob hoc, quia superficies glacialis conuexa secat hãc pyramidem quasi æquidistanter basi, figuratur in illa superficie glacialis quasi noua pyramis, cuius basis est in ipsa superficie glacialis & uertex, ubi prius, & bases illarũ pyramidum fiunt quasi similes, ut patet per 99 & 100 t 1 huius. Et ex hoc patet, omne quod uidetur, sub angulo uideri, quem continent lineæ radiales concurrentes in centro uisus. Patet ergo propositum. Linea itaq; recta transiens per omnia centra tunicarum uisus ad locum gyrationis concaui nerui, super quem componitur oculus, quia illa, ut patet ex præmissis & 12 huius, transit per centrũ uisus & per centrum foraminis, quod est in anteriori uueæ, & per centrum ipsius uueæ extenditur in medio pyramidis radialis, dicatur axis pyramidis radialis: aliæ uerò lineæ huius pyramidis dicantur lineæ radiales.

19. Corpus uisibile oportet ut sit alicuius quãtitatis respectu superficiei uisus, ad hoc, ut actu uideatur. Alhazen 40 n 1.

Iam enim ostensum est, quoniã uisio semper fit per pyramidẽ, cuius conus est in centro oculi, & basis in superficie rei uisæ per præmissam: & quòd ista pyramis distinguit ex superficie mẽbri sentientis paruã partẽ, in qua ordinatur forma rei uisæ, ut patet per 17 huius. In rebus ergo ualde paruis erit pyramis parua, & pars distincta per ipsam ex superficie conuexa glacialis, quæ est primum membrum sentiens, erit quasi punctus uel ualde parua: sed membrũ sentiens non sentit formã, nisi

quando

quando pars suæ superficiei, ad quam peruenit forma, fuerit quantitatis sensibilis, respectu totius oculi, quoniá uirtutes sensus sunt finitæ, & nõ extenduntur in infinitum: unde sunt secundũ unum aliquẽ terminum, ad quẽ peruenire potest uirtus sensitiua. Cum ergo pars membri sentiẽtis, ad quã peruenit forma, nõ est quantitatis sensibilis apud totum membrũ sentiens: tunc nõ sentit membrũ actionem, quá agit forma rei uisibilis in illa parte ꝓpter paruitatẽ ipsius: quare nõ cõprehendit formam rei tam paruę. Solæ itaq; res sunt sensibiles actu, quarũ pyramides inter uisum & centrũ uisus distinguunt ex superficie glacialis partẽ aliquá sensibilis quátitatis, respectu totius superficiei glacialis: illæ ergo res oportet ut sint alicuius quátitatis respectu superficiei uisus. Et hoc est ꝓpositũ.

20. Visio non completur, nisi cum ordinatio formæ recepta in superficie glacialis, ad neruum peruenerit communem. Alhazen 25 n 1.

Quoniam enim, ut patet in 4 huius, in concursu amborũ neruorum opticorum in anteriori parte cerebri constituta est uirtus uisiua sentiens & dijudicans omne uisibile, propter quod in uno uidente est unitas sensus uisus, ob cuius unitatem ambobus uisibus unam & eandẽ rem simul accidit uideri: patet quòd uisio nõ cõplebitur nisi cũ forma uisibilis unietur uirtuti sentiẽti, quę est in cõcauo cõmunis nerui: oportet enim cognoscibile semper uniri ipsi cognoscẽti. Quia uerò per 17 huius formarum uisibiliũ fit ordinatio in ipsius oculi superficie, sicut ordinatæ sunt in superficie rei uisæ, & ex 5 suppositione huius res uisa secundum situm, figuram & ordinẽ suarum partium uidetur: necesse est ergo fieri ordinationem formæ in ipso neruo communi secundum modum ordinationis, quo est recepta in superficie glacialis, & aliter non complebitur uisio. Patet ergo propositum.

21. Humorem uitreum alterius diaphanitatis à glaciali necessarium est esse. Alhaz. 2 n 2.

Si enim diaphanitas istorum duorum, corporum glacialis scilicet humoris & uitrei, sit consimilis: tunc (ut patet per 1 t 2 huius, & per 17 huius & per 72 t 1 huius) formę uisibiles receptæ in superficie glacialis non refractæ secundum lineas radiales concurrent in cẽtro oculi propter consimilitudinem diaphanitatis, & ibi se intersecátes ulterius se diffundent. Quia uerò, ut patet per præmissam, uisio non completur, nisi postquam ordinatio formæ, quæ recipitur in superficie glacialis, peruenit ad neruum communem: situs autem partium formæ secũdum suum esse in superficie glacialis non potest peruenire ad neruum communem, nisi per extensionem eius in cõcauo nerui, super quem componitur sphæra glacialis, quia aliter est ipsum impossibile peruenire: forma uerò nõ potest extendi à superficie glacialis ad concauum nerui communis secundum extensionem linearum rectarum, & cõseruare situs suarum partium secundum suum esse, nisi natura alterius diaphani clarioris sibi occurrat, antequá perueniat ad cẽtrum oculi: quoniá si non sit medium alterius diaphani cõmunis, istæ lineæ cõcurrent apud cẽtrum oculi, & efficietur quasi unũ punctum. Et quia hoc cẽtrum oculi est ante locum unionis neruorum opticorum, patet per 91 t 1 huius, quòd si illę lineæ ultra cẽtrum oculi debeát extẽdi, necessariò erit linearum illarum intersectio in cẽtro, & post cẽtrum creabitur noua pyramis, cuius lineæ longitudinis secundum positionem & situm priori pyramidi modo contrario se habebunt. Cõuertetur ergo totus situs figuræ rei uisæ, quem habet in superficie rei uisæ & in superficie glacialis, taliter, ut illud, quod est in superficie glaciali dextrũ, fiat sinistrum apud sensum, & econtrariò, & superius fiat inferius, & econtrariò: nec perueniet aliquid formæ directè ad neruum communem, nisi solum unum punctum, quod est in extremitate axis pyramidis. Omnes ergo res secundum modum suo naturali situi contrarium uidentur: quod est contra 5 suppositionem, & manifestè contra id, quod accidit in sensu. Patet ergo quod necessarium est, quòd isti humores sint diuersæ diaphanitatis. Quod est propositum.

22. Superficiem communis sectionis sphæræ glacialis & uitreæ ad anterius cẽtro oculi sitam esse: humoremq́; uitreum & spiritum uisibilem eiusdẽ quasi diaphanitatis, & utraq; plus diaphana humore glaciali necesse est esse. Alhazen 30 n 1. Item 4.5.6 n 2.

Quoniam, ut patet per 20 huius, omnis forma rei uisæ secundum situm, figuram & ordinem suarum partium peruenit ad neruum communem: palàm sicut in præmissa ostẽsum est, quòd necessarium est, quòd fiat aliqua refractio ante peruentum formę ad centrum oculi: quia etiam si fiat refractio post centri transitum, erunt necessariò formæ cõuersæ: quoniá & tunc per 91 t 1 huius erit mutatus situs partium formę. Refractio uerò cum solum fiat ad perpendicularẽ, uel à perpẽdiculari, ut patet per 47 t 2 huius: palàm, quia non transmutat situm partium, sed solum auget uel minuit figuram per 49 t 2 huius. Quia uerò glacialis, ad quem perueniunt formæ secundum rectitudinẽ, totus est unius diaphani: refractio uerò nõ fit nisi medio alterius diaphani: palàm, quia nõ potest fieri refractio formarum nisi apud humorem uitreum, cuius corpus, ut in præcedẽti ostensum est, diuersæ est diaphanitatis à corpore glacialis. Hic ergo humor necessariò antecedit cẽtrum oculi, ideo ut refringantur formæ apud ipsum, priusquá perueniát ad ipsum cẽtrum oculi, quod est idẽ cẽtrum humoris glacialis per 7 huius: quia aliàs enim in centro illo fieret cõcursus omnium linearum radialiũ per 72 t 1 huius: quia illæ lineæ sunt omnes perpẽdiculares super superficiẽ glacialis: accideret quoq; illis formis ulterius progrediẽtibus transmutatio secundum situm per 91 t 1 huius, ut pręmissum est: & qa hoc est impossibile, patet ergo, quòd humor uitreus antecedit cẽtrum glacialis. Quá uis itaq; glacialis, in quo est principiũ sensus, indigeat lineis radialib. extẽsis secũdũ rectitudinẽ, eò quòd impossibile est, ut forma rei uisę sit ordinata in sup̃ficie uisus ꝓpter magnitudinẽ rei uisę, & p

unitatem

unitatem superficiei corporis uisus nisi per istas lineas, per quas completur comprehensio rei uisæ secundum suum esse: peruentus tamen formarum ad ultimum sentiens non indiget tantùm extensione formarum secũdum rectitudinem istarum linearum: quoniã receptio formarum in membro sentiente non est omnino similis receptioni formarum in corpore diaphano: membrum enim sentiens recipit istas formas propter suam diaphanitatem, & sentit eas propter eius uirtutem sensibilem: & sic recipit formas secundũ receptionem sensus, cùm alia corpora diaphana recipiãt formas tantùm ad repręsentandũ ipsas uisui, non aũt ad sentiendum. Qualitas ergo receptionis formarum in humore uitreo secundum lineas refractas, est propter diuersitatem suæ diaphanitatis à corpore glacialis, & propter qualitatẽ receptionis sensibilis, quæ non est completa in humore glaciali. Sed & corpus subtile, quod est in concauitate nerui inter humorẽ uitreum & neruum cõmunem, quod corpus nominatur spiritus uisibilis, quoniam in ipso primò discurrunt spiritus uisibiles, necesse est diaphanum esse: quoniã formæ rerum uisibilium quando perueniunt in corpus humoris uitrei, extenditur sensus ab illo in corpus sentiens extensum in concauo nerui continuati inter uisum & anterius cerebri, & secundum extensionem sensus extendũtur formæ ordinatæ secundũ suam dispositionem. Patet ergo, quòd ordinatio partium corporis sentientis formas, & ordinatio uirtutis sentientis æqualiter est necessariò in corpore uitreo, & in omni corpore subtili extenso in cõcauo nerui. Cum enim forma peruenit ad aliquod punctum superficiei uitreæ, extenditur directè, & non alteratur eius situs in concauitate nerui, in quo extenditur corpus sentiens, & erunt formæ omnium punctorum consimilis ordinationis adinuicem. Corpus itaq; sentiens, quod est in concauo nerui, erit necessariò diaphanum propter receptionem formarũ uisibilium: eritq; diaphanitas eius quasi eadem cum diaphanitate humoris uitrei, ut nõ obliquentur uel fiant monstruosæ formæ apud peruentum earum ad ultimam superficiem uitrei uicinantem corpori, quod est in concauo nerui. Pertranseunt ergo formæ in isto corpore subtili ratione diaphanitatis, & apparent uirtuti sensitiuæ ratione spissitudinis eiusdem corporis. Sentiens itaq; ultimum, quod est in neruo cõmuni, comprehendit lucem ex illuminatione corporis huius & colorem ex eius coloratione, quoniã horum formæ transeunt & figuntur in ipso. Fit autẽ refractio formarum apud humorẽ uitreum tam propter diuersitatẽ qualitatis receptionis sensus, quàm propter diuersitatẽ diaphanitatis humoris glacialis & uitrei. Et si diaphanitas suorũ corporum esset cõsimilis: esset forma extensa in corpore uitreo secundum rectitudinem linearũ radialiũ propter consimilitudinẽ diaphanitatis, & esset refracta propter diuersitatẽ qualitatis sensus inter hęc duo corpora: & sic fieret forma aut mõstruosa, aut essent duæ formæ. Quãdo uerò propter diaphanitatis diuersitatẽ fit refractio, & diuersitas qualitatis sensus affirmat illã refractionẽ aut obliquationẽ: tunc erit forma post obliquationẽ refractionis, forma una ordinata secũdum suarũ partium situm, figurã, & ordinẽ, quã habet forma in re extrà, & uirtus sensitiua sentit formam rei uisæ ex toto corpore sentiente extenso à superficie uisus primò sentiẽtis & sensibiles formas recipiẽtis usq; ad cõcauũ nerui cõmunis, quod est ultimũ corpus sentiẽs: quoniam in ipso cõstituta est uirtus sensitiua. Sunt itaq; humor uitreus & corpus, quod est in cõcauitate nerui, eiusdẽ quasi diaphanitatis: quia inter ipsa nõ fit refractio aliqua sensibilis diuersa, sed regulariter per unitatẽ uirtutis sensitiuę ad unitatẽ simplicis extẽsionis formę post refractionẽ in superficie uitreæ. Et quoniã in ijs ambobus corporib. fit ꝓgressio formarũ ultra centrũ oculi: patet, quòd illa refractio facta est à ꝑpẽdiculari erecta à pũcto refractionis suꝑ superficiẽ glacialis: utrũq; ergo illorũ corporũ est plus diaphanũ corpore ipsius glacialis ꝑ 45 uel 47 t 2 huius. Patet ergo ꝓpositũ.

23. *Superficiem communis sectionis sphæræ glacialis & uitreæ necesse est planã esse: aut partem sphæræ maioris, quàm sit sphæra glacialis, & eccentricam superficiei oculi. Alhazen 3 n 2.*

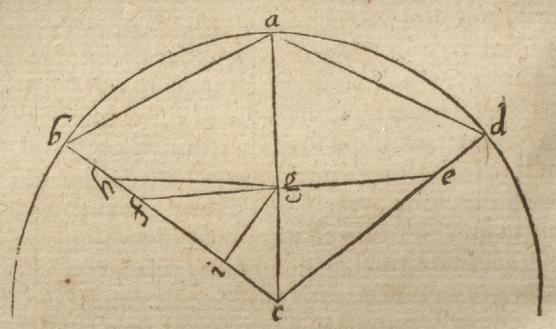
Istarum sphærarum glacialis scilicet & uitreæ cõmunis sectionis superficies est necessariò plana, aut talis, qualis proponitur: quoniã oportet superficiẽ huius sectionis esse similis ordinationis, ita quòd eius extremitates ordinẽtur in cõsimili & eadẽ distantia à cẽtro oculi, ut nõ appareãt formæ monstruosæ post refractionẽ. Superficies cõsimilis ordinationis, aut est plana, aut est sphærica: hæc autẽ superficies nõ potest esse ex sphæra cõcentrica oculo: tũc enim essent lineæ radiales, quæ sunt perpẽdiculares suꝑ superficiẽ glacialis: perpẽdiculares etiã super ipsam ex 74 t 1 huius: & nõ fieret refractio formarũ, sed cõcurrerent in cẽtro, & fierent formæ monstruosæ, sicut per præmissam ostẽsum est. Est ergo illa superficies, si fuerit pars sphæræ, necessariò eccentrica oculo: ergo non potest esse ex sphæra minore quàm sit sphæra eccẽtrica oculo: quoniã ratione diuersitatis cẽtri formæ cõcurrerẽt ante peruentũ suum ad centrũ oculi: minoris enim sphæræ minor est diameter quantũ est de natura sphæricitatis, & propter maiorẽ diaphanitatẽ sphæræ uitreæ super glacialẽ, quę ostẽsa est in præmissa, refringerẽtur formæ ab ipsa perpendiculari per 47 t 2 huius, ratione rarioris diaphani, cui incidũt: ratione uerò sphæræ minoris in superficie cõmunis sectionis frangerẽtur ad perpendicularẽ. Sic ergo efficerẽtur formæ monstruosæ, quoniã procederẽt ad perpendicularẽ ratione suæ perpẽdicularis super superficiẽ sphæricã, quæ perpẽdiculares semper transeũt per centrũ per 72 t 1 huius, & refringerẽtur à perpẽdiculari. Ista ergo superficies est aut plana aut sphærica, utpote pars sphæræ alicuius bonæ quãtitatis, ita quòd sphæricitas eius cõueniat ordinationi secundũ proportionẽ refractionis à perpẽdiculari, quæ fit ꝓpter naturã alterius diaphanitatis. Omnes ergo formæ peruenientes in superficiẽ glacialis, extendũtur per corpus glacialis secundũ rectitudinẽ linearũ radialiũ, quousq; peruenerint ad istã superficiẽ: tunc refringũtur apud ipsam secundũ lineas cõsimilis ordinationis secãtes lineas radiales. Forma itaq; perueniẽs in aliquod pũctum superficiei glacialis,

semper

ſemper extenditur ſuper eandem incidentiam lineæ ad idem punctum ſuperficiei uiſus,& ad idem punctum loci nerui communis: à quibuslibet ergo duobus punctis cõſimilis ſitus in reſpectu duorum neruorum extenduntur duæ formæ ad idem punctum in neruo communi, donec fiat perfecta unitas formarum.

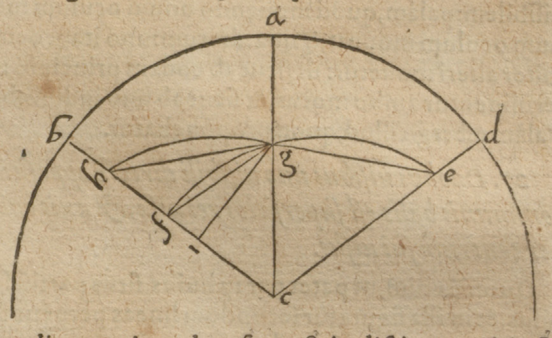
24. *Inter omnes lineas pyramidis radialis neceſſe eſt ſolum axem tranſeuntem per centrum foraminis uueæ ſuper ſuperficiem communem glacialis & uitreæ, & ſuper poſteriorem ſuperficiem uitreæ perpendicularem eſſe. Alhazen 7 n 2.*

Axis enim hic,ſi non fuerit perpendicularis, ſed declinãs ſuper aliquam iſtarum ſuperficierum, accidet diuerſificatio ordinationis formarum peruenientium ad illam ſuperficiem, & mutabuntur diſpoſitiones illarum formarum propter declinationem axis: ſolùm enim tũc,cum axis fuerit perpendicularis ſuper ſuperficiem glacialis, perueniet forma rei uiſæ in ſuperficiem glacialis ordinata ſecũdum ordinem partium ſuperficiei rei uiſæ, & perueniet forma puncti, quod eſt apud extremitatem axis in ſuperficie rei uiſæ, ad punctũ, quod eſt ſuper axem in ſuperficie glacialis,ut patet per 17 huius. Et quia axis radialis eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem glacialis, palàm ex 18 p 11, quoniam omnes ſuperficies planæ exeuntes ab axe, & ſecantes ſuperficiem glacialis,erunt perpẽdiculares ſuper iſtam ſuperficiem. Et quia ſuperficies humoris uitrei reſpiciens ipſam ſuperficiem glacialis,quæ eſt cõmunis ſectio ſphæræ glacialis & uitreæ,ut patet per præmiſſam, aut eſt ſuperficies plana,aut ſphærica, & centrum eius non eſt centrum uiſus: ſi ergo axis radialis eſt declinans ſuper iſtam ſuperficiem, & non eſt perpendicularis ſuper ipſam, non exibit ab axe ſuperficies plana perpendicularis ſuper iſtam ſuperficiem,niſi una tantũ ſuperficies,illa ſcilicet,quę tranſit per inæqualitatem maximam angulorum,quæ patet per 30 t 1 huius: & omnes ſuperficies reſiduæ exeuntes ab axe,erunt declinantes ſuper ipſam ſuperficiem uitreæ. Si enim duę ſuperficies uel plures exeuntes ab axe,ſunt perpendiculares ſuper dictam ſuperficiem, cum illæ ſuperficies de neceſsitate ſe interſecent, & ſua communis differentia ſit axis pyramidis radialis: erit per 19 p 11 axis perpendicularis ſuper eandem ſuperficiem: datum autem fuit,quòd eſſet declinans. Sit itaq; centrum oculi punctũ c: in ſuperficie quoq; oculi ſiue in ipſa ſuperficie glaciali, quæ per 7 huius & per 73 t 1 huius æquidiſtat ſuperficiei ipſius oculi,ſit linea b a d: & in ſuperficie humoris uitrei recipiente humorem glacialem ſit linea e g f: ſitq; axis pyramidis radialis linea a c. Imaginemur ergo ſuperficiem a b c d exeũtem ab axe, & erectam ſuper ſuperficiem glacialis tranſeuntẽ per centrum oculi,quod eſt c: & hæc ſuperficies erecta ſit etiã ſuper ſuperficiem humoris uitrei, quæ eſt e g f: ſitq; communis ſectio huius ſuperficiei erectę a b c d cum ipſa ſuperficie glacialis linea b a d: & ſint puncta b & d æqualiter diſtantia à pũcto a, quòd ſit terminus axis



pyramidis uiſualis: & ſit cõmunis ſectio eius cum ſuperficie humoris uitrei linea e f: exeant quoq; duæ lineæ à centro c,quæ ſint c b & c d: erunt ergo iſtæ duę lineæ c b & c d cum axe c a in ſuperficie communi perpendiculari ſuper ſuperficiem e g f per 1 p 11: quoniam omnia puncta c b d ſunt in illa ſuperficie: eruntq; ex hypotheſi duo anguli a c b & a c d ęquales: quod patet per 8 p 1, ſi illis arcubus b a & a d ſubtendãtur chordæ b a & d a: ſint quoq; lineæ c b & c d ſecantes lineam e f, quæ eſt communis ſectio dictæ ſuperficiei erectę & ſuperficiei uitreæ ſuper duo pũcta f & e: ſecetq; axis c a eandem lineam e f ſuper punctum g. Si ergo ſuperficies, quæ eſt communis ſectio ſphæræ glacialis & uitreæ,eſt plana: erit differẽtia communis,quæ eſt e g f,linea recta: & ſi axis a c fuerit declinans ſuper ſuperficiem uitreæ, & ipſa eſt in ſuperficie a b c d erecta ſuper ſuperficiem e g f: tunc neceſſariò erit axis c a declinans ſuper lineam e f: erunt ergo anguli e g c & f g c inæquales: quoniam linea à puncto g perpendiculariter producta ſuper lineam e g f ex 11 p 1 faciet angulos æquales cum linea e f. Cum itaq; anguli e g c & f g c ſint inęquales: angulus quoq; c g f ſit exempli cauſſa,minor angulo c g e, & duo anguli a c b & a c d ſint æquales: erunt per 24 p 1, duæ lineæ e c & e f inęquales: eſt enim linea e f breuior quàm linea e c: ſi enim illæ lineæ ſint æquales,cum anguli e c g & f c g ſint æquales, & linea g c communis ambobus triangulis: erũt per 4 p 1 anguli e g c & f g c æquales,quod eſt contra datum: cum axis a c ſit declinans ſuper lineam e f. Sit ergo linea c h æqualis lineæ c e, & ducatur linea h g, quæ per 4 p 1 & ex præmiſsis erit æqualis lineæ e g: & à puncto g ducatur perpendicularis g i ſuper lineam c h per 12 p 1. Ex penultima ergo primi latus g h oppoſitũ angulo recto in triangulo h i g,eſt maius latere g i: ergo per 19 p 1 erit linea g h maior quàm linea g f: cum enim angulus g f h ſit extrinſecus angulo g i f recto: palàm,quòd angulus g f h eſt obtuſus: eſt ergo maior angulorum trigoni f g h: ergo linea e g,quæ eſt æqualis lineæ g h,maior eſt quàm linea g f: erunt ergo duo puncta e & f diuerſæ diſtantiæ à puncto g: & iſta duo puncta e & f ſunt illa,ad quæ perueniunt formæ duorum punctorum ſuperficiei glacialis,ſcilicet b & d,quæ ſunt æqualiter diſtantia ab axe. Puncta itaq; æqualiter diſtantia ab axe in ſuperficie glacialis, inæqualiter diſtant à puncto axis incidẽtis ſuperficiei uitreæ: quod cum ita ſit,palàm,quia cum forma peruenerit à ſuperficie glacialis ad ſuperficiẽ humoris

humoris uitrei,erit ordinatio formæ non secundum esse,quod habet in superficie glacialis,nec secundum suum esse in superficie rei uisæ. Quando ergo axis fuerit declinãs super superficiẽ planam, quę est cõmunis sectio superficiei glacialis & uitreæ:erit linea, quę est differentia cõmunis cuiuslibet superficiei,exeuntis ab axe,erectæ super superficiẽ uitreę,& superficiei ipsius uitreę, cõtinẽs cũ axe duos angulos inæquales,pręterquã in una tantùm superficie,quæ secat secundum angulos rectos superficiem transeuntem per decliuitatem axis:quoniam huius tantũ superficiei cõmunis differentia continebit cum axe angulos rectos. Et cum duo anguli prædicti fuerint inæquales,& anguli apud centrum glacialis ęquales:erunt duę partes differentię cõmunis,quę est in superficie uitrei, inęquales. Formę ergo secundum ista puncta,quæ sunt in extremitatib. istarum differentiarũ peruenientes ad superficiem uitreę,erunt diuersæ distantiæ à puncto axis, quod est in ista superficie: sed quia puncta istarum linearum in superficie glacialis æqualiter distant à puncto axis:in eadẽ superficie uidebuntur formæ non secundum suam ordinationem in superficie glacialis & in rei uisæ superficie. Similiter quoq; demonstrandum, si superficies uitreę fuerit sphærica, & fuerit axis declinans super ipsam:tunc enim axis non transibit per centrum uitreę, & tamen transibit per centrum glacialis:lineę ergo quę exeunt à centro glacialis ad puncta,quorum distantia à puncto axis in superficie glacialis est æqualis,continent cũ axe apud centrum glacialis angulos ęquales: & quia centrũ glacialis non est centrũ uitreę,ut patet per 11 huius,distinguẽt istæ lineę ex superficie uitreæ arcus inęquales. Cum enim linea e c, ut prędictum est,sit maior q̃ linea c f: sit linea c h ęqualis lineę c e: & protrahatur linea g h, super quã descripta portio circuli e g f, quæ sit g h, erit ęqualis portioni e g p 24 p 3:ideo q̃a chorda e g est æqualis chordę g h per 4 p 1: producta ergo perpendiculari g i,erit, ut prius, chorda g h maior q̃ chorda g f: ergo arcus g h erit maior arcu g f per 28 p 3: ergo & linea recta, quę est e g ęqualis lineę g h, erit maior quàm linea g f recta: arcus ergo e g est inęqualis arcui g f per 28 p 3:nullę ergo lineę cõtinentes cum axe angulos rectos & existentes cum linea a c in eadem superficie,distinguunt ex superficie uitreę duos arcus ęquales,nisi duę tantùm lineę,quæ sunt in superficie secante orthogonaliter superficiem erectam super superficiẽ uitreæ. Cũ ergo axis fuerit declinans super superficiẽ uitreę,formæ peruenientes ad superficiẽ uitreę,erunt diuersæ ordinationis, siue sit superficies uitreę plana,siue sphærica. Cũ uerò axis fuerit perpendicularis super superficiem uitrei,erit perpendicularis super omnes differentias quarumcunq; superficierum planarum ductarum per lineã a c, & superficiei ipsius uitreę: & erunt quęlibet duę lineę,exeuntes à cẽtro glacialis, quod est unus pũctus axis, continentes cũ axe angulos ęquales,& distinguentes ex differentia cõmuni,quę est in superficie uitreę,duas partes æquales,siue sit superficies illa plana,siue sphærica: & comprehenduntur formæ à sensu secundũ suam ordinationem in superficie glacialis & in superficie rei uisæ. Et quia talis est cõprehensio formarum,ut patet ex 5 suppositione:palã,quia semper axis pyramidis uisualis est perpẽdicularis super superficiem humoris uitrei anteriorem & posteriorem: quoniam eadẽ est caussa & eodem modo demonstrandum. Omnes uerò alię lineę erunt declinãtes super has superficies, quoniam procedunt,ac si secare possint axem super centrum glacialis, & nulla ipsarum transit per centrum uitreę,si fuerit sphærica,nisi axis tãtùm per 72 t 1 huius: quoniam solus ille est perpendicularis super ipsam. Patet ergo propositum.



25. *Motu oculi secundum se totum existente possibili: non est possibile situm suarum partium mutari. Alhazen 5. 13 n 1.*

Ostensum est in 4 huius,foramẽ esse in concauo ossis, per quod transit neruus opticus: sed inter hoc foramen ossis & inter circũferentiam glacialis cõiunctam cũ uuea, est spatium aliquantulũ, & neruus opticus extenditur in illo spatio ex fine foraminis usq; ad circũferentiã glacialis secundum pyramidalitatem,& amplificatur quousq; perueniat ad circumferentiam sphærę glacialis,cum qua consolidatur. Cum ergo iste neruus declinatur,erit eius declinatio apud foramen cõcauitatis ipsius ossis. Et quoniam cõcauitas ossis continet totum oculum,declinatò sic neruo, etiam oculus mouebitur secundum se totũ in ista cõcauitate:consolidatiua enim,quę consolidatur cũ eo,quod est in anteriori oculi ex neruo & ex tunicis residuis semper est custodiens situm eius: declinatio ergo nerui apud motum oculi non est nisi à posteriore totius oculi: non est ergo possibile situm partiũ oculi mutari,quoniam ut per 7 huius patuit,centrum superficierũ tunicarum uisus oppositarum foramini uueę & corneę,est idẽ cũ centro oculi. Sicut ergo cum mouebitur oculus,non mutabitur centrũ oculi,quoniam sphęra aliqua aliqualiter mota,nõ propter hoc mutatur situs centri:sic nec centrum superficierũ tunicarum oppositarũ foramini uueę mutatur: ergo neq; situs tunicarũ oculi mutatur. Quia enim linea transiens per centra omniũ tunicarũ & humorũ oculi, transit per medium cõcauitatis nerui orthogonaliter erecta sup basim pyramidis nerui,ut patet per 9 huius,& linea,quę trãsit orthogonaliter per centrũ circuli basis alicuius pyramidis, necessariò attingit uerticẽ pyramidis p 89 t 1 huius:in pyramide uerò concaua nerui optici uertex pyramidis moto oculo nõ mutatur: ne-

cesse est moto oculo secundum se totũ, partes eius nullo modo mutari: quoniã linea, quæ trãsit per centra illarum partium, transit per mediũ concauitatis nerui optici per 9 huius. Ex quo patet, quòd partes oculi nullo modo mutantur. Declinatio enim partis pyramidalis nerui sup superficiẽ circuli cõsolidationis est semp declinatio cõsimilis: partes ergo oculi secundũ suum sitũ non mutantur. Et hoc est propositum. Et quoniã oculi ambo sunt cõsimilis dispositionis in suis tunicis & partib. & in figuris suarũ tunicarũ, & in situ cuiuslibet tunicarum respectu totius oculi: patet, quòd nõ est diuersitas inter illos, quò ad hoc, quod proponitur de suarũ partium situs mutatione, ipsis oculis motis: situs enim linearum ambarum transeuntium per centra tunicarũ uisus in utroq; oculorũ est semper situs consimilis in omnibus dispositionibus oculorum. Patet itaq; illud, quod proponebatur.

26. Vno oculo moto, necesse est alium eidem conformiter moueri.

Quoniam enim situs partium oculi non mutatur in utroq; oculorum, & motus unius oculi fit p motum nerui optici in centro foraminis ossis, motus uerò nerui partialis procedit à puncto nerui communis: quoniam semper illud, quod mouetur in partib. aliarum, mouetur circa aliquod fixum: motus itaq; nerui partialis incipit in puncto nerui cõmunis ambobus neruis opticis amborum oculorum, in quo est uirtus animæ sentientis & mouentis. Et quoniam illa uirtus est indiuisibilis & uniformis & principium, quo primo mouet, est corpus naturale secundum sui formam naturalẽ indiuisibilem: palàm, quòd mouendo unum oculum mouet & alterum: nec enim est maior ratio, qua unum oculum moueat, q̃ qua alterum: uno itaq; oculo moto, ambo oculi mouentur, & unus conformiter alteri mouetur: ut sicut ab eodem principio motus amborum incipit, sic ad eundem terminũ terminentur ambo motus, & sicut ab uno indiuisibili incipiũt, sic ad unum diuisibile terminentur. Palàm est ergo illud, quod proponebatur.

27. Duobus uisibus uno uisibili directè oppositis: necesse est duas figurari pyramides, quarum communis basis est superficies rei uisæ, & axis cuiuslibet transit per centrum foraminis uueæ, et per centrum sui uisus.

Quoniã enim, ut patet per 17 huius, situs partiũ superficiei rei uisæ peruenit ad superficiẽ utriusq; uisus, & in illa figuratur secundum lineas perpendiculares ab omnib. punctis superficiei rei uisæ ad oculi illius superficiẽ productas, quarũ omnium cõcursus secundũ puncta suarũ incidentiarũ respicit centrũ oculi, cuius superficiei incidit, & demũ post refractionẽ quælibet illarũ figurarũ peruenit ad mediũ punctum nerui communis: ambarũ itaq; illarum formarũ concursus fit in puncto medio nerui communis, cui incidunt. Quia itaq; centra duorũ uisuum sunt duo, palá, quia in uisione eiusdem rei à duobus oculis duæ pyramides uisuales modo proposito figurantur. Superficies enim rei uisæ semper erit basis utriusq; pyramidis ab utroq; oculorũ prodeuntis, propter multiplicationem formæ cuiuslibet puncti superficiei rei uisæ æqualiter ad uisum, & axis cuiuslibet earum transit per centra foraminis uueæ ad centrum sui uisus. Sicut enim uisibile directè opponitur uni uisui, sic directè opponitur & alteri, ex hypothesi: & quoniam ambo uisus æqualiter mouentur ad aliquid uidendum, per præmissam, patet, quòd semper in uisione unius rei medium punctum superficiei uisus oculi opponitur medio puncto superficiei rei uisæ, uel propinquo illi: medium autem punctũ superficiei uisus uel oculi est centrum foraminis uueę per 4 huius. Forma ergo illius puncti medij superficiei rei uisę uel puncti propinqui illi, per centrum foraminis uueę peruenit ad centrum sui uisus. Et hoc est propositum.

28. Duobus existentibus oculis, unius rei unam tantùm formam accidit uideri. Alhazen 27 n 1. Item 9 n 3.

Quoniam enim, ut prius pluries dictum est, forma recepta in superficie glacialis, pertransit corpus glacialis, deinde extenditur per corpus subtile, quod est in neruo optico, & uenit ad anterius cerebri, in quo est sentiens ultimum, quod est uirtus sensitiua, comprehendens sensibilia, cuius uirtutis oculus est instrumentum, recipiens formas rerũ, & reddens eas ultimo sentienti, sic quòd apud neruũ communem ambobus oculis, cuius nerui situs à duobus oculis est situs consimilis, demum completur uisio: licet ergo duę formæ perueniant in duobus oculis ab una re uisa: illæ tamen formę ambę q̃n perueniunt ad neruũ communem, concurrunt & fiunt una forma, & per unionem harum formarum comprehendit ultimum sentiens formam rei uisæ, & sic unius rei tantùm unam formam accidit uideri: nisi fortè per aliquam occasionem interuenientem accidat formas duobus oculis acceptas non uniri, eò quòd non concurrunt in unionem amborum neruorũ opticorum: tunc enim duas formas accidit uideri, ut cum aspiciẽs mutauerit situm unius oculi ad anterius, & alius oculus fuerit immotus. Quando uerò situs duorum oculorum fuerit naturalis, tunc quia situs ipsorũ ab una re uisa est situs consimilis, peruenit forma ab una re uisa in duo loca consimilis situs, & cũ situs unius oculorum fuerit declinans, tunc diuersatur situs oculorum ab illa re uisa, & sic perueniunt duę formę illius rei uisæ diuersi situs: sed hoc non inest uisui naturaliter, sed solũ per uiolentiam, quá facit uoluntas uel naturalis debilitas consuetudini naturæ. Quando itaq; situs oculorum fuerit naturalis, tunc semper ambobus uisibus unius rei unam formam accidit uideri. Quod est propositum. Duæ ergo formæ uisi puncti infiguntur in duobus medijs duarum superficierum amborum uisuũ, & quilibet punctus alius formæ uisæ infigetur in duobus locis consimilis positionis in duobus uisibus:

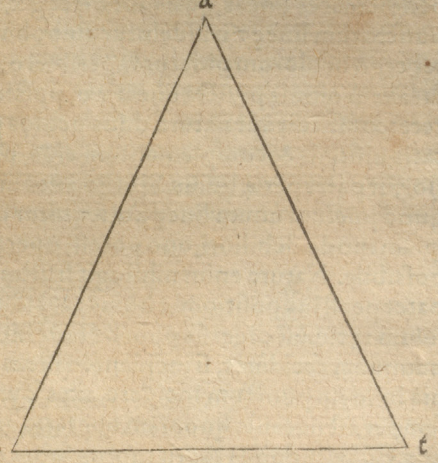
ſibus: deinde formæ uiſæ perueniunt ad concauitatem communis nerui, & perueniũt duæ formę, quę ſunt in puncto, quod eſt in duobus axibus illarũ duarum pyramidum radialiũ,ſecundum quas fit uiſio,ad punctum,quod eſt in communi axe,& efficiuntur una forma:& quęlibet duę formę,quę ſunt in duobus punctis conſimilis poſitionis à duobus uiſib.peruenient ad idem punctum puncto-rum circumſtantium punctum,qui eſt in axe communi. Sic ergo duæ formę totius rei uiſę ſuperponuntur ſibi, & efficiuntur una forma: & ſic uiſum comprehenditur unum.

29. Omnem punctum formæ incidentem ſuperficiebus uiſuum per axes radiales, ad centrum foraminis gyrationis nerui concaui pertingere eſt neceſſe.

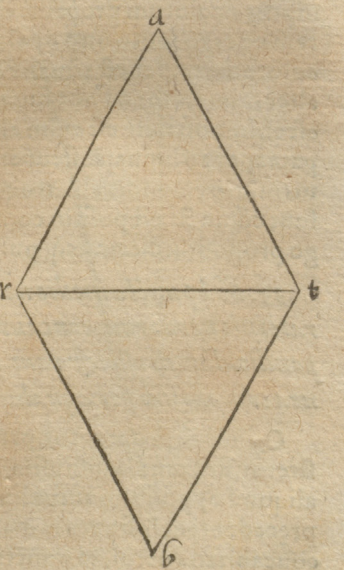
Quoniam enim quilibet axium tranſit per centrũ foraminis uueę ad centrum uiſus, ut patet per 27 huius: ergo & pertranſit centrũ ipſius ſphęrę uueę per 8 huius: omnis uerò linea recta producta inter centrum oculi & uueę, centrũ circuli ſectionis uueę & medium punctum concauitatis nerui neceſſariò penetrabit per 9 huius: palã ergo, cũ perpẽdicularis ſemp maneat irrefracta per 47 t 2 huius, quòd omnem punctum formę incidentem ſuperficieb. uiſuum per axes radiales ad centrum gyrationis nerui communis pertingere eſt neceſſe: ab hoc autem puncto diffunditur forma ad medium punctum nerui communis: & quoniam medius punctus nerui communis eſt tantùm unus: palàm, quia axes amborum uiſuum in uno puncto nerui communis ſemper concurrunt. Patet ergo propoſitum.

30. Si à terminis lineæ inter duo centra foraminum gyrationis neruorum concauorum productæ duæ rectæ lineæ ad medium communis nerui producantur: neceſſe eſt in conſtituto triangulo angulos ad baſim æquales eſſe. Ex quo patet, quòd lineæ illæ productæ ſunt æquales. Alhazen 6 n 3.

Sint duo cẽtra foraminum gyrationis neruorum concauorũ r & t, inter quę producatur linea r t: ſitq́; medius punctus nerui communis a: & cõſtituatur triangulus r a t: dico, quòd angulus a r t eſt æqualis angulo a t r. Cum enim poſitio duorum neruorũ in reſpectu concauitatis nerui communis ſit poſitio conſimilis: quia concauitas nerui unius eſt omnino ſimilis concauitati alterius per 4 huius: ergo & medium concauitatis unius eſt ſimile medio concauitatis alterius: unde axis nerui unius æqualis eſt axi nerui alterius: ſed per eandem 4 huius poſitio duorum neruorum in reſpectu duorum foraminum, eſt poſitio conſimilis, in quorum neruorum medio ferũtur lineę r a & t a, ut axes. Palàm ergo, quoniam poſitio duarum linearum r a & t a apud lineã r t eſt poſitio conſimilis: hoc autem eſt impoſsibile, niſi anguli a r t & a t r ſint æquales: quoniam ad inæqualitatem iſtorum angulorum ſequitur inæqualitas poſitionis medij axis ipſorum neruorum concauorum: & ex conſequenti ipſorum neruorum. Sunt ergo illi anguli ad baſim æquales: ergo per 6 p 1 lineę illæ productę ſunt ęquales, ſcilicet linea a r lineæ a t. Patet ergo propoſitum.



31. Vno puncto rei uiſæ, ſuperficiebus amborum uiſuum perpendiculariter incidente: neceſſe eſt axes radiales in centris foraminum gyrationis neruorum concauorum angulariter refringi.

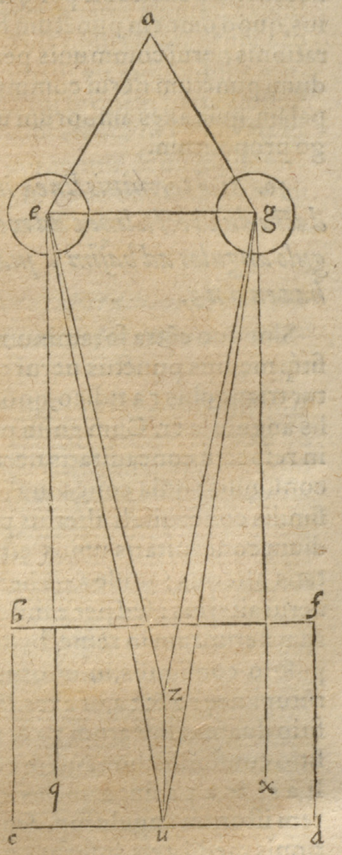


Quoniam enim, ut patet per 27 huius, quilibet illorũ axium pertranſit centrum foraminis uueæ & centrum oculi: motus autem cuiuslibet oculorum fit in centro foraminis gyrationis nerui optici: patet, quoniam ſecundum motum oculorum uariantur axes illi radiales, in quibus ſunt ſemper eædem ſemidiametri oculorum, quæ ſcilicet ab ipſorum centris ad centra foraminum uueæ protenduntur: partes autem ſuperiores illorum axium, quibus à centris foraminum gyrationis neruorum concauorum formæ perueniunt ad punctum medium nerui communis, ſemper manent ſecundum modum unum. Cum itaque aliæ partes illorum axium ſemper ſint immobiles, & alię ſemper mobiles, cum per ipſas unus punctus uidetur: patet per 1 p 11, quoniam illę lineę nõ ſunt linea una: utpote ſi forma puncti b uideatur ſecundum ambos axes b r & b t, & ſicut factũ eſt in præmiſſa, ducantur lineæ r a & t a ad medium punctum nerui communis, qui ſit a, patet per 1 p 11, quoniam lineę b r & r a, non ſunt

linea una: eius enim partem in sublimi, partē in plano accideret esse: quod est impossibile. Patet ergo, quoniam angulariter coniunguntur: quod est propositum. Et licet axes præmisso modo refringantur: formatio tamen pyramidum uisualium fit, ac si axes integri ad uerticem peruenirēt, neque accidit uisui aliqua diuersitas ex illo.

32. Necesse est axes pyramidum uisualium amborum uisuum transeuntes per centra foraminum uueæ, semper coniungi in uno puncto superficiei rei uisæ, etiam motis uisibus per superficiem rei uisæ. Alhazen 2 n 3.

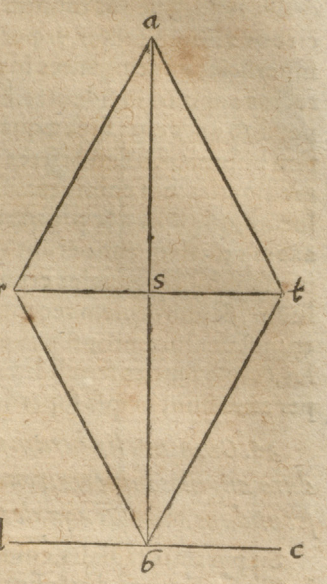
Cum enim uidens intuebitur aliquam rem uisam: tunc uterque uisus erit in oppositione illius rei uisæ per 2 huius, & utraque pupillarum dirigetur ad illum uisum directione æquali, propter uisuum æqualitatem per 4 huius. Sint ergo duo centra duorum uisuum e & g: & sit medius punctus nerui communis punctus a: & sit superficies rei uisæ b c d f, quę sit exempli caussa ęquidistans lineę, centra uisuum connectenti, quæ sit e g. Palàm ergo, quoniā à centris uisuum perpendiculares super ipsam superficiem b c d f productæ, sunt ęquidistantes per 6 p 11, quæ sint e q & g x. In hac itaq; superficie b c d f signetur punctus, qui sit u: dico, quòd propter ęqualitatem am borum oculorum in omnibus suis dispositionib. si alter uisus fuerit motus ad uidendum pūctum u, statim etiam reliquus mouebitur ad uidendum idem punctum u: ita quòd axes amborum pyramidum uisualium transeuntes per centra foraminū uueę coniungentur in puncto u, uno ipsorum ibi pertingente. Si enim uno illorum axium incidente in puncto u, alius incidit in alio puncto: sit illud punctum z: eritq; duo axes e u & g z, inter quorū terminos linea z u producatur. Et quoniam axes sic protensi à duobus uisibus non concurrunt in aliquo punctorū lineę z u, sicut neq; concurrūt si solū secundum perpendiculares lineas, quæ sunt e q & g x, fiat uisio: palàm, quòd nullū punctorum lineę z u uidebitur ambobus uisibus, sed tantùm uno: alter ergo oculorum uidetur superfluere, cum unus oculorū secundū sui axem omnia puncta lineæ z u, possit imperceptibiliter transcurrere: constituit aūt natura duos oculos propter perfectionem bonitatis uisionis & complementum eius, ut ipsorum uirtus unita sit fortior, ut patet per 4 huius. Si ergo axes uisuales non concurrant in aliquod pūctum unum lineę z u, sequitur uel naturam superfluere, uel ipsam modo debiliori, quo potest, operari: quorum utrumq; est impossibile. Natura enim nihil agit frustra, nec deficit in necessarijs, ut patet per 8 suppositionē 2 huius: accidit aūt hoc impossibile, si axes solum incidant diuersis punctis superficiei uisibilis: impossibile aūt nunquam accideret, si incidant in idem punctum. Palàm itaq;, quoniā in idem punctum incidere axes pyramidum amborum uisuum semper est necesse: quoniam operatio amborum uisuum est uniformis. Cū igitur uisus fuerit motus super rem uisam: tunc uterq; uisus mouebitur super illam, & axes congregati in uno puncto superficiei rei uisæ, moto uisu ambo mouebuntur simul ad aliquod unum punctum super superficiem illius rei uisæ: ambo enim oculi sunt ęquales in omnib. suis dispositionibus: & est ambobus oculis unus neruus communis. Et quoniam motus oculorum procedit ab una uirtute, necesse est uirtutem motam per unitatem nerui procedere: hæc ergo moto uno oculo ambos oculos mouebit, ut patet per 26 huius. Actio itaq; & passio oculorum semper est ęqualis & consimilis: & si alter uisuum motus fuerit ad aliquid uidendū, statim alter mouebitur ad hoc idem uidendum illo eodem motu: & si alter uisuum quiescat, reliquus quiescet. Impossibile est enim alterum uisuū moueri, & alterum quiescere, nisi alter fuerit impeditus, ut patet per 26 huius: & sicut etiam declaratum est per 18 huius, superficies rei uisæ semper erit basis utriusq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis: quoniam tunc positio pūcti, in quo ambo axes sunt cōiuncti, est positio consimilis: quia est oppositio duobus medijs amborum uisuum. Palàm ergo propositū: dicemusq; punctū cōcursus amborū axiū in superficie rei uisæ punctū cōiunctionis.



33. Si à puncto medio nerui communis ad medium lineæ connectentis centra foraminum gyrationis neruorum concauorum linea recta producatur: necesse est productā super diuisam perpendicularem esse: & eam, puncto uiso cum axibus incidente, trigonum ab axibus & diuisa linea contentum per æqualia diuidere. Alhazen 7 n 3.

Quod hic proponitur, patet per præmissam & per 31 primi huius: ut autem particularius demonstretur, sint omnia disposita ut in 30 huius: & sit linea r t, diuisa per ęqualia in puncto s: sitq; uisibile aliquod oppositum ambobus uisibus, quod sit d c, in cuius puncto medio, quod sit b, concurrant p pręcedentem ipsi axes radiales, qui sint r b & t b: & producatur à puncto a, quod est medius pūctus concauitatis nerui, ad punctū s linea a s. Dico, quòd linea a s est ppendicularis super lineā r t. Quoniā enim angulus a r t est ęqualis angulo a t r, p 30 huius, & linea a r est æqualis lineę a t: sed linea a s est æqua-

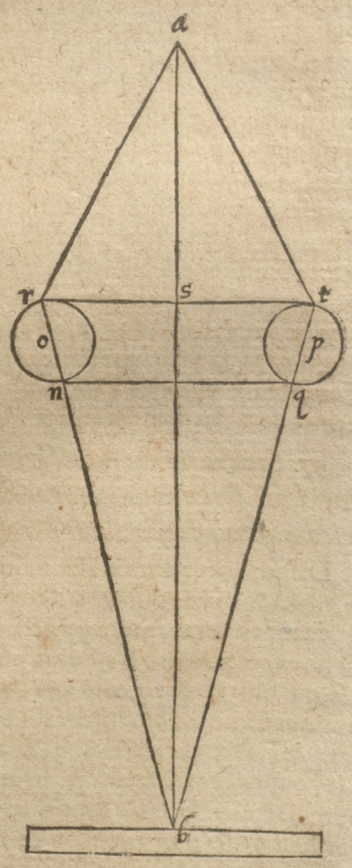
est æqualis sibi ipsi: ergo per 8 p 1 trigona a r s & a t s, sunt ęquiangula: angulus ergo a s t est æqualis angulo a s r: ergo per definitionem perpẽdicularis, linea a s est perpendicularis super lineam r t. Producatur item linea a s usq; ad punctum coniunctionis amborum axium, quod sit punctum b: dico, quòd linea s b, diuidit per ęqualia trigonum r b t: hoc autem patet ex præmissis & ex 4 p 1: erit enim trigonum partiale s r b æquale trigono partiali s b t. Patet ergo propositum. Et ex hoc patet, quoniam tota linea a b cuicunq; puncto uiso incidit, utcunq; transmutatis axibus, non mutatur, sed semper in medio eorum cõsistit: possumus ergo illam nominare axem communem, quia semper ducitur ęqualiter ad punctum coniunctionis amborum axium in superficie rei uisę à pũcto, qui est in medio concauitatis nerui, in quo duæ lineę extensę in duobus medijs concauitatum neruorum duorum se intersecãt: hic uerò punctus semper est unus, non transmutabilis: & pũctus etiam s semper est unus, non transmutabilis, per quem semper transit hęc linea a b. Est ergo & ipsa semper intrãsmutabilis, licet alij axes trãsmutentur quandoq; ab ipso communi axe.



34. Axe communi cum axibus radialibus puncto rei uisæ incidente: lineam copulantem centra foraminum gyrationis neruorum concauorum, & lineas ab his centris ductas ad nerui communis medium & axem communem, ambosq; axes radiales in eadẽ superficie consistere est necesse. Alhazen 8 n 3.

Sit dispositio, quæ in proxima: dico, quòd lineam r t, & duas lineas r a & t a, & axem communem, qui est a b, & duos axes radiales, scilicet r b & t b in eadem semper superficie cõsistere oportet. Duo enim axes t b & r b transeunt per centra r & t, per 29 huius: transeunt enim per centra foraminum gyrationis duorum neruorum concauorum: & quia in puncto coniunctionis concurrunt cum axe communi ex hypothesi: necessariò erunt cum axe communi in eadem superficie per 2 p 11: sed & linea r t connectens centra foraminum gyrationis neruorum, secat hos duos axes radiales in punctis r & t, & axem communem in puncto s: lineę quoq; r a & t a secant lineas r t & a b in punctis, in quibus cum ipsis concurrunt: & quia omnes hæ lineę sunt rectę, palàm per 1 p 11, quoniam quælibet ipsarum est in una superficie. Patet ergo per 2 p 11, quoniam omnes sunt in eadem superficie. Et hoc est propositum.

35. Necesse est axes radiales cum axe communi concurrẽtes in puncto, cuius distantia à uisu sit multiplex lineæ connectenti centra oculorum: secundum sui partes interiacentes punctum coniunctionis, & superficies ipsorum uisuum, æquales esse, superficiebusq; amborum uisuum, nec non superficiei anteriori ipsius uitreæ æqualiter incidere, & secundum angulos æquales. Alhazen 2 n 3.

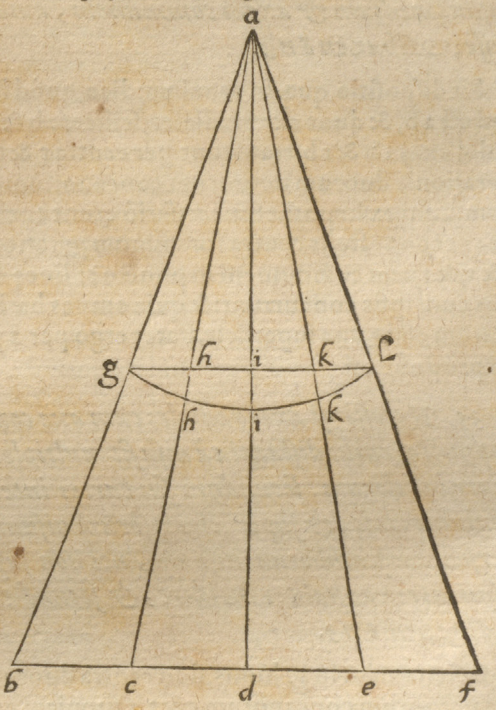


Sint item, ut in 30 huius, duo centra duorum foraminũ gyrationis neruorum concauorum r & t. Quoniam ergo oculus mouetur secundum totum nõ secundũ partem per 25 huius: palàm, quoniã puncta r & t sunt posteriora oculo: figurentur ergo duo oculi quasi contingentes puncta r & t, circa centra o & p: & ab aliquo puncto superficiei rei uisæ, quod sit b, procedant axes ad centra uisuũ: & producantur ultrà ad puncta r & t. Palàm itaque, quoniam axes r b & t b, transibunt totum uisum: transeat ergo axis r b superficiẽ anteriorem sui uisus in puncto n: & axis t b, transeat anteriorem superficiem sui uisus in puncto q: & producatur linea n q: sunt ergo puncta q & n, puncta illa superficierum uisus, quibus infigitur forma puncti coniunctionis axium, quod est b. Et quoniam axes r b & t b sunt æquales per præmissam: dico, quòd partes axium, quæ sunt b n & b q, sunt æquales: & quòd incidunt uisui secundum angulos æquales. Cum enim lineę r n & t q sint ęquales, quia sunt diametri æqualium oculorum ęqualiter à punctis r & t distantium, necesse est, si illæ ab æqualibus axibus abscindantur, quòd residuum sit æquale: erit ergo linea b n æqualis lineæ b q. Et quoniam linea n q æquidistat lineę r t per 2 p 6: ideo quoniam latera t b & r b, proportionaliter diuiduntur per lineã n q: ergo per 29 p 1 erit angulus b n q ęqualis angulo b q n: angulus aũt b r t ęqualis est angulo b t r, quoniã linea b s diui

dit trigonum r t b per æqualia & basim eius r t, ut patet per præmissam. Patet ergo, quoniam axes radiales superficiebus uisuum ęqualiter incidunt & secundum angulos ęquales. Et si incidant superficiebus uisuum taliter, ut per centra uisuū transeant: palàm ergo, quoniam orthogonales sunt super superficies contingentes in punctis n & q: incidunt ergo superficiebus uisuum ęqualiter secundum rectos angulos incidentes. Et propter hoc in omnium oculorum ordinatione, motu, uel quiete semper duo axes eius sunt æquales, aut non est in eis diuersitas sensibilis, quę causset aliquam diuersitatem uisionis, maximè cū res uisa non fuerit ualde propinqua uisui, sed cū distantia eius à uisu fuerit mediocris: cum enim res uisa ualde uisui approximauerit, ita ut linea, quę est inter duo centra oculorum, quę sunt o & p, proportionem ęqualitatis uel excessus uel paruę diminutionis habuerit ad axem radialem: tunc erunt axes sensibiliter inęquales, & facient angulos inęquales: aliàs uerò semper sensibiliter ęquales erunt: & constituent angulos sensibiliter ęquales: quia propter unitatem uisuum, & uniformem receptionem formarum quodlibet punctum multiplicatur uniformiter ad utrunq; oculum: propter quod etiā omnes lineę ęqualiter distantes ab axibus faciunt angulos æquales, & ipsę omnes sensibiliter sunt ęquales. Eodē quoq; modo demonstrari potest, quòd anguli, qui per axes fiunt in ipsa superficie uitreę, in qua fit refractio, sunt ęquales. Patet ergo propositum.

36. Omnium linearum pyramidis radialis obliquarum, plus uicinarum axi refractio fit secūdum angulos minores: remotiorum uerò secundum angulos maiores: æqualiter uerò distantium secundum angulos æquales. Alhazen 9 n 2.

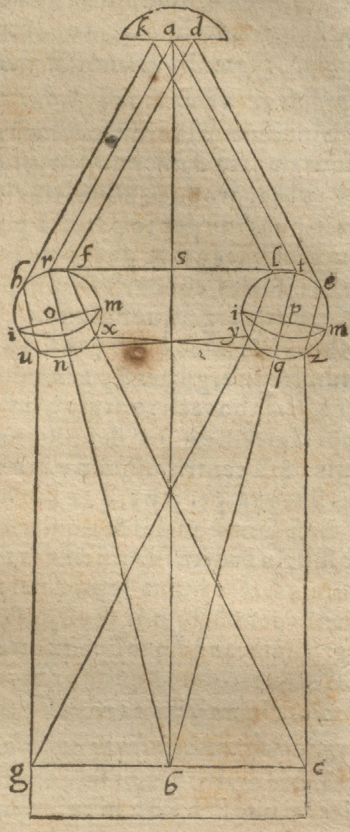
Sit pyramis radialis, cuius uertex a: & diameter basis, quæ per 18 huius, est superficies rei uisæ, sit b c d e f: axis uerò d a: & sint lineę c a & e a, lineę radiales obliquę, uicinę magis axi d a: & sint b a & f a remotiores. Dico, quòd lineę c a & e a secundū minorem angulū refringentur, & lineę b a & f a, secundū angulum maiorem. Intelligantur enim omnes istę lineę concurrere in puncto a, quod est uertex pyramidis: & sit in superficie uitreę linea, cui incidūnt illæ lineę, g h i k l: hęc ergo linea erit recta uel curua circularis per 23 huius: sit primū recta: & incidat linea b a illi lineę in puncto g: & linea c a in puncto h: & linea d a axis in puncto i: & linea e a in puncto k: & linea f a in puncto l. Quia ergo angulus g i a est rectus per pręcedentē: palā per 32 p 1, quòd angulus g h a est obtusus: ergo per 19 p 1, linea a g est maior quàm linea a h. Et quia à puncto a exeunt duę lineę a c & a b, quę sunt ad basim triāguli a g i, quę est g h i: angulus ergo a h i maior est angulo a g i per 16 p 1. Quia ergo angulus a h i cū angulo c h i ualet duos rectos per 13 p 1: & similiter angulus b g h cū angulo a g h ualet duos rectos: palā, quia angulus c h i minor est angulo b g i: ergo per 50 t 2 huius, angulus refractionis lineę c h est minor angulo refractionis lineę b g. Patet ergo, quòd linea c h refringetur secundum minorem angulum, quàm linea g b: & similiter est de lineis e k & f l. Et quia lineæ æqualiter distantes ab axe a d, ut sunt exempli caussa lineę a c & a e, secundum modum præmissum æquales angulos faciunt in superficie uitreę, qui sunt c h i, & e k i: patet per 50 t 2 huius, quoniam anguli refractionis sunt æquales. Patet ergo propositum: quoniam quando linea g h i k l fuerit linea circularis: erit eodem modo demonstrandum per 50 t 2 huius.



37. Omnes formæ punctorum æqualiter circumstantium puncta, quæ superficiebus uisuum incidunt secundum axes radiales: ad puncta æqualiter circumstantia medium punctum nerui communis consimiliter pertingunt.

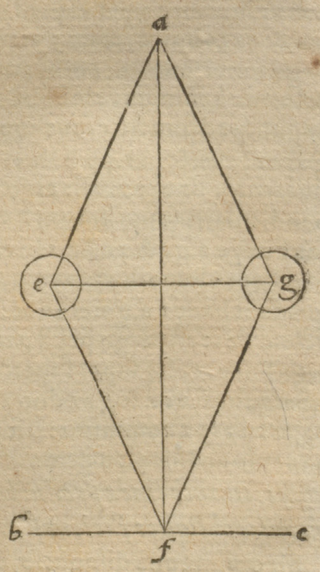
Disponantur omnia alia, ut in 35 huius: signenturq; in superficie oculi, cuius centrum est punctū o, ex utraq; parte puncti n duo puncta u & x: & in superficie oculi, cuius centrum est punctum p, signentur ex utraq; parte puncti q duo puncta y & z: sitq; superficies rei uisę opposita uisibus, in qua sit linea recta, quæ g b c, cuius punctus medius sit b, & extremi puncti g & c: incidantq; axes radiales, qui sunt r b & t b, cum axe communi, qui sit a b, ipsi puncto b, qui sit punctus coniunctionis omnium trium axium: protrahanturq; à punctis u & x superficiei uisus, cuius centrum est o, ad puncta g & c, superficiei rei uisę, duæ lineę rectæ, quæ sint u g & x c: & à punctis y & z superficiei uisus, cuius centrum est p, protrahantur lineæ y g & z c. Dico, quod formæ punctorum superficiei rei uisæ, quæ sunt g & c, quæ in superficie oculi o incidunt in punctis u & x, & in superficie oculi p in punctis y & z, non perueniunt ad medium punctum nerui communis, quod est a, sed circumstant ipsum punctum a, similis dispositionis, ut puncta c & g disposita sunt ad punctum b, in ipsa superficie rei uisæ taliter, ut punctus, qui est dexter ad punctum b, qui est punctus

punctus coniunctionis axiū in superficie rei uisę, fit dexter pertingēs ad pūctū a, & sinister ipsi puncto b, fiat sinister ipsi pūcto a: & sic de alijs differētijs positionū, ut quod est sursum ad pūctū b, fit sursum ad pūctū a, & quod est deorsum ad pūctum b, deorsum fiat ad punctū a. Producatur enim in utroq; oculorum linea i m, recta uel curua, distinguēs superficiē uitreę à superficie glacialis: & hęc linea siue recta fuerit siue curua, quorū alterū est necessariū per 23 huius: semper tamē anguli incidētię erūt ęquales p 35 huius, quoniā & eadē de illis est demōstratio: sed & anguli refractionis fiunt ęquales per pręmissam, & ideo, quia propter conformitatē uisuū & ęqualē distantiā pūctorū g & c à pūcto b ex hypothesi, sequitur trigona y g u & x c z esse ęquiangula: anguli ergo g y u & c x z, sunt æquales: sed & figurę oculorū sunt penitus similes, & diaphanitas est cōformis: fiet ergo linearum c x & g y in superficie refractionis cōformis refractio: & similiter linearum g u & c z fiet cōformis refractio & secundū angulos æquales: quælibet ergo ipsarum refringetur æqualiter à perpēdiculari: fit ergo ut linea c x refringatur ad punctum f, & linea g u ad punctū h, quę sunt puncta foraminis gyrationis nerui circa punctū r: linea uero g y refringatur ad punctū l: & linea c z ad e punctum alterius foraminis, quod est circa punctum t. Et quoniam omnia puncta formarū secundū lineas rectas breuissimas refringūtur à perpēdiculari n r: palàm, quia non concurrūt cum illa, sed directè diffundētes se ad pūcta nerui cōmunis similē situ & dispositionē recipiunt eis, quę habēt in superficie rei uisæ, quę est basis pyramidis uisionis. Linea ergo x f, quæ uenit à puncto c rei uisæ, refringitur ad aliquod pūctū nerui aliud à pūcto a, quod sit d: & linea u h, quę uenit à pūcto g rei uisæ, refringitur ad punctū aliud à pūcto a, quod sit k. Et quoniam unius dispositionis sunt ambo uisus, & oculorū distantia est res modica, ut patet per 4 huius: & lineę ad talia pūcta productę à uisibus ambobus sunt æquales: & anguli incidētię sunt ęquales per 35 huius, anguli quoq; refractionis sunt æquales p pręmissam: palàm, quia linea y l, quæ est forma pūcti g, refringetur ad punctū k, in quo cecidit forma eiusdē pūcti g, ueniens per lineam u h: linea quoq; z e, quæ est forma puncti c, refringetur ad pūctum d, in quo cadit eadē forma pūcti c, ueniens per lineam x f. Similiter quoq; demōstrandū de quibuslibet duobus pūctis superficiei rei uisę, æqualiter distantibus à puncto coniunctionis, quod est b. Omnes ergo formę pūctorum rei uisę æqualiter circūstantium puncta, quę superficiebus uisuum incidūt secūdum axes radiales, ad pūcta æqualiter circūstantia medium pūctum nerui communis consimiliter pertingūt: & seruatur figura & dispositio totius superficiei rei uisę in partibus suis, & in remotione à pūcto, quod est in axe, secūdum modū distantiæ & declinationis pūctorum, quorum formę illic recipiuntur à pūcto coniūctionis in superficie rei uisæ secūdum dispositionem angulorum refractionis in superficie uitreæ: & duæ formę, quę infiguntur in duobus pūctis consimilis positionis apud superficies duorū uisuum, perueniūt ad illū eundē pūctum concauitatis nerui communis, & superponūtur sibi in illo pūcto, & erūt una forma: lineæ quoq; obliquè superficiebus uisuum incidētes, quę in superficie ipsius uisus refringūtur, ad eandē ordinationem formę possunt peruenire. Patet ergo propositum.



38. Necesse est ambos axes radiales cum axe communi concurrentes in superficie rei uisæ, cum linea æquidistante lineæ cōnectenti centra oculorum, uel cum totali superficie æquales hinc & inde angulos continere.

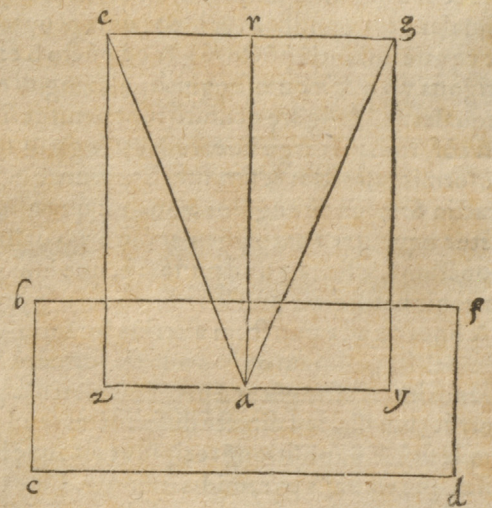
Sunt enim ambo oculi ęqualis dispositionis per 4 huius: patet etiam sensui, quòd sunt distantię modicę ab inuicem, & axis semper in quolibet oculo una tantū linea transiens per cētrū foraminis uueę & centra omniū tunicarū, ad cētrū foraminis gyrationis nerui concaui pertingēs, ut patet p 29 huius. Sit ergo, ut linea b f c ęquidistet lineę e g, cōnectēti cētra oculorū e & g: sitq; medius pūct⁹ nerui cōmunis, q a: & sit ut forma pūcti supficiei rei uisę, qđ sit f, p axes f e & f g perueniat ad cētra oculorū, quę sunt e, g, connexa per lineā e g: pertingātq; ad punctum a, quod sit punctus medius nerui communis: & sit axis communis, qui a f, incidēs superficiei rei uisę in puncto f secundū angulos rectos: quoniam superficies, in qua sunt omnes asignatę lineę axium & pūcta per 34 huius, erecta est super superficiē rei uisę, & axis cōmunis incidit directè p 33 huius, & p 29 p 1: quoniā linea cōnectēs centra oculorū, lineę r t connectēti cētra foraminū gyrationis nerui concaui est ęquidistans: ergo & lineę uel superficiei illi ęquidistanti



per 30 p 1. Quia ergo per 33 huius angulus a f e est æqualis angulo a f g: erit ergo residuũ duorũ rectorum contentorum ab axe & linea b c, quę est communis sectio superficiei rei uisæ, & superficiei axium inter se, hinc inde æquale. Axes ergo radiales incidunt superficiei rei uisæ secundum angulos ęquales. Et hoc est propositum: quoniam angulus e f b fit æqualis angulo g f c.

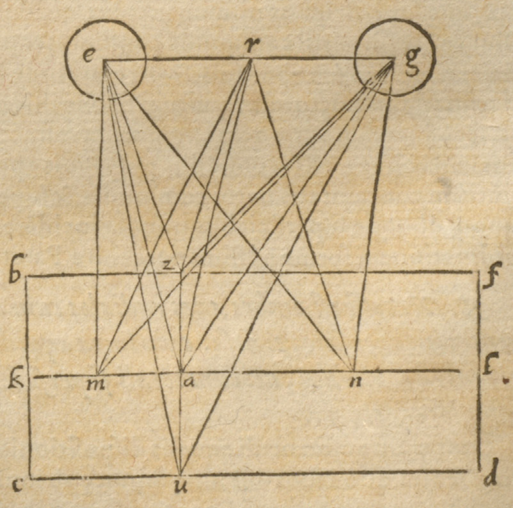
39. A puncto coniunctionis lineam æquidistantem lineæ connectenti centra oculorum in superficie rei uisæ illi æquidistante protrahere.

Sint centra duorum oculorũ puncta e & g: & ducatur linea e g: sitq; superficies rei uisæ b c d f, à cuius puncto dato, quod sit a, linea æquidistans lineę e g debeat produci. Diuidatur itaq; linea e g per ęqualia in puncto r per 10 p 1: & à puncto a ad punctum r ducatur linea a r: & ducantur lineę e a & g a, quę sint axes uisuales, concurrentes in puncto a superficiei rei uisę: patet ergo, quoniã axis e a ęqualis est axi g a per 35 huius: & linea e r est ęqualis lineę g r, & linea r a cõmunis: erit ergo per 8 p 1 angulus e r a ęqualis angulo g r a, & ambo recti: erit ergo linea a r perpendicularis super lineam e g per definitionem lineę perpendicularis: & à centris uisuum e & g ducantur æquidistantes lineę r a, per 31 p 1, quæ sint lineę e z & g y: hę ergo inter se sunt æquales & æquidistantes per 25 t 1 huius, & sunt in eadem superficie per 1 t 1 huius. Et quia communis sectio huius superficiei & superficiei rei uisæ transit per pũctum a: & est per 33 p 1 æquidistans lineę e g: palàm, quòd ipsa linea z a y est linea, quę quęritur. Est ergo factum id, quod proponebatur.



40. Omnes lineæ productæ ab ambobus uisibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus pyramidum radialium angulos rectos facientis, necessariò sunt æquales. Alhazen 3 n 3.

Verbi gratia: sint, ut suprà in proxima pręcedente, centra duorum uisuũ puncta e & g: & superficies rei uisę sit b c d f: in cuius puncto a concurrant axes e a & g a: & à puncto a ad utranq; partem producatur linea una, quæ sit z a u, rectos angulos continens cum utroq; axium: producanturq; à centris uisuum lineæ e u, g u, e z, g z. Dico, quòd lineę e u & g u sunt æquales inter se, & lineę e z & g z ęquales inter se. Quoniam enim axes uisuum æquales sunt per 35 huius, palàm quòd axis e a est ęqualis axi g a, & angulus e a u ęqualis angulo g a u: quoniam uterq; ipsorum est rectus ex hypothesi: sed linea a u est communis in triangulis e a u & g a u: erit ergo per 4 p 1 basis e u æqualis basi g u: & similiter erit basis e z æqualis basi g z: & eodẽ modo in punctis omnibus lineę z u accidit. Palàm ergo est quod proponitur. Potest & hoc aliter demonstrari: ducatur enim à pũcto a superficiei rei uisę, in quo concurrunt axes, linea æquidistans lineę e g, quę est inter duo centra oculorum, per pręcedentem: quæ sit linea k l: eritq; illa linea k l in superficie rei uisę: ducatur quoq; linea z a perpendicularis super lineã k l per 12 p 1. Item ducatur à puncto a linea orthogonaliter super lineam e g, quę sit linea a r: diuidetq; linea a r lineam e g per æqualia in pũcto r, per 31 t 1 huius, & ex 35 huius, & ex 5 p 1: quoniam enim axes e a & g a sunt æquales, erunt anguli ad basim ęquales, & linea r a cõmunis ambobus trigonis e a r, & g a r, anguliq; ad punctũ r sunt ęquales, quia recti: erit ergo per 32 p 1, & per 4 p 6 linea e r ęqualis lineę r g: producaturq; linea r z: erit ergo per 29 p 1 linea r a perpendicularis super lineam k a l. Et quoniã per 34 huius lineę e a, g a & r a sunt in eadem superficie, & linea z a est perpendicularis super lineas e a & g a, ut patet ex hypothesi: ergo per 4 p 11 linea z a est perpendiculariter erecta super illam superficiẽ, in qua sunt lineę e a, g a: ergo & super lineam r a. Itẽ per 4 p 11 linea k a erit perpẽdicularis super superficiem r z a: erit ergo per 8 p 11 linea e r perpẽdicularis super eandẽ superficiem r z a: ex definitione ergo lineę erectę super superficiem, erit linea e r perpendicularis super lineam r z. Quia ergo duorũ triangulorũ e r z & g r z duo anguli e r z, & g r z sunt ęquales, quia recti, & linea e r ęqualis lineę r g, & latus r z commune: erit per 4 p 1 linea e z ęqualis lineę g z. Et eodẽ modo de quolibet aliorum punctorum lineę z u demonstrandum. Patet ergo propositum.



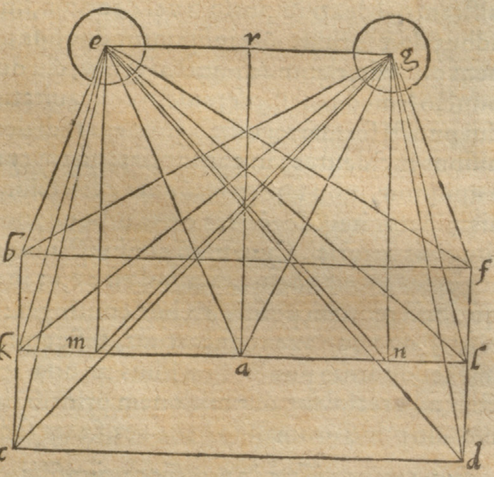
41. Omnes lineæ productæ ab ambobus uisibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus angulos obliquos facientis, necessariò sunt inæquales. Alhazen 4 n 3.

Sit omnimoda dispositio, ut suprà in pręcedente. Dico, quòd oẽs lineę ab ambobus uisibus ad idem

idem punctum extra lineam u z, quę sola cũ ambobus axibus facit rectos, semper sunt inæquales. Signentur enim in linea k l, utcunq; secante lineam u z duo puncta à puncto a, prout placuerit, distantia, quę sint m & n:& ducantur lineę e m & e n. Dico,quòd lineæ e m & g m sunt inæquales, & lineæ e n & g n inęquales. Ducatur enim à puncto r ad pũctum m linea, quæ sit r m. Quoniam ergo angulus e r a est rectus,ut patuit in præmissa:palàm,quia angulus e r m est minor recto:angulus ergo g r m est maior recto per 13 p 1.In triangulis ergo g r m & e r m latus r m est commune, & linea e r æqualis est lineę g r,& angulus g r m maior angulo e r m:ergo per 24 p 1 erit latus g m longius latere e m: & similiter est de omnibus alijs punctis extra lineam u z argumentandum. Patet ergo propositum. Ista tamen inæqualitas illarum linearum minus est sensibilis, cum puncta declinationis fuerint propinqua puncto coniunctionis.

42. Omnes lineæ ad puncta æquidistantia à puncto coniunctionis axium in linea cum ambobus axibus angulos obliquos faciente, ab alternis uisibus productæ, necessariò sunt æquales, & æquales cum illis lineis angulos continentes. Alhazen 3 n 3.

Sit omnis dispositio ut suprà in duabus pręmissis, & sint m & n puncta in linea k l,angulos obliquos faciente cũ ambobus axibus, æqualiter distantia à pũcto a, quod sit pũctum coniũctionis axium, ita quòd linea m a sit æqualis a n. Dico,quòd protractæ lineæ ab alternis uisibus ut e n & g m, & e m & g n sunt æquales. Quoniã enim axis e a est æqualis axi g a per 35 huius,& angulus incidentiæ axis e a,qui est angulus e a m,æqualis est angulo incidentię axis g a,qui est angulus g a n:ideo quia anguli r a m & r a n sunt recti:anguli quoq; r a e & r a g sunt ęquales,ut hæc patent ex prędemõstratis in præmissis duabus propositionibus: remanet ergo anguli e a m & g a n æquales: sed & axes e a & g a sunt æquales, & linea m a æqualis est lineæ n a ex hypothesi: erit ergo linea g n æqualis lineę e m per 4 p 1: & angulus g n a ęqualis angulo e m a.Ergo in triangulis quoq; e m n & g n m per 4 p 1 basis e m æqualis est basi g n. Et similiter demonstrari potest in omnibus alijs pũctis similibus:lineæ enim g b & e f, g f & e b, & g k & e l, g l & e k, g c & e d, g d & e c, omnes, ut sic nominantur,& ut ab alternis uisibus ad puncta æqualiter à pũcto a distantia producũtur,necessariò sunt ęquales. Patet ergo propositum,quotcunq; etiam alijs lineis modo simili productis.



43. Secundum omnes lineas pyramidis radialis formarum fit certa comprehensio à uisu: magis autem secundum lineas axi uiciniores: & maximè per axem centrum foraminis uueæ transeuntem. Alhazen 8 n 2.

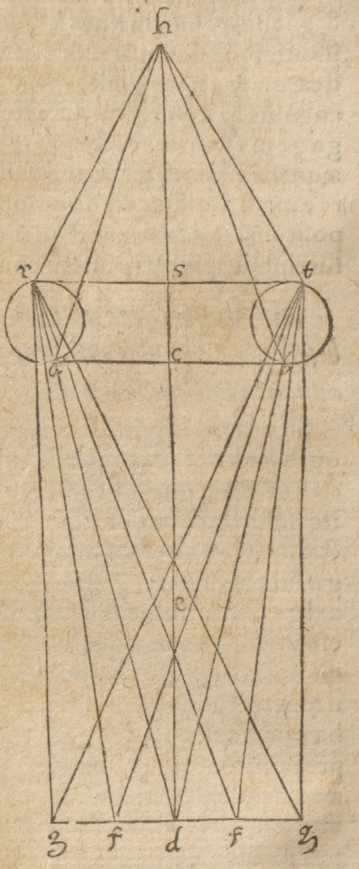
Solus enim axis extenditur secundum rectitudinem, quousque perueniat ad locum gyrationis concaui nerui,& omnes aliæ lineæ obliquantur, ut patet per 24 huius: forma ergo rei uisæ oppositæ medio superficiei uisus, perueniet ad glacialem & uitreum secundum extensionem usq; ad locum gyrationis nerui concaui:formę uerò,quæ ueniunt secundũ lineas alias,obliquantur. Et quia dispositio formarũ obliquatarũ non est sicut dispositio formarũ extensarũ rectè:quoniam obliquatio necessariò ipsas alterat aliqua alteratione in certitudine comprehensionis:punctus ergo formæ perueniens ad locũ gyrationis concaui nerui,qui extenditur secundũ rectitudinem axis,est magis uerificatus omnibus punctis formarum.Et quia obliquatio linearũ uicinarum axi est minor, & remotiorum maior,eò quòd anguli,qui fiunt ex lineis,super quas ueniunt formæ, & ex perpendicularibus super axem productis in superficie obliquationis,linearũ uicinarũ axi sunt acutiores, & remotiorũ minus acuti,ut patet per 36 huius:formę uerò,quarũ obliquatio est minor,magis manifestantur,quàm formę,quarũ obliquatio est maior: punctus ergo,qui est super axem, perueniens ad locũ gyrationis nerui concaui,est manifestior omnibus alijs pũctis, & certioris comprehensionis: & qui est propinquior illi,est manifestior remotiore ab illo:& similiter est de forma perueniente in neruũ communem,ex quo comprehendit uirtus sensitiua formas rerũ.Patet ergo propositum.

44. Puncto coniunctionis in axe communi existente,certissima fit uisio: propinquè uerò illi axi adhuc certa:remotius uerò minus certa. Alhazen 10 n 3.

Sit linea connectens centra foraminũ uueę,quę a b:& sit linea c e axis communis:pũctus quoq; coniũctionis in ipsa linea c e sit d,in quo concurrant axes a d & b d: & sit medius pũctus concauitatis nerui cõmunis punctũ h.Dico,quòd pũcto d existente in linea c e,tũc certissima fit uisio.Formę enim uisæ peruenietes ad superficiẽ uisus sunt tũc magis cõsimiles,eò qđ axibus cadẽtibus in centra foraminũ uueę,quę sunt signata per puncta a & b,formę punctorũ circumstantium punctum d, distinctè & consimiliter incidunt circa illa centra. Et quoniam axis communis, qui est e c, diuidit lineam a b per æqualia in puncto c per 33 huius,& per 29 p 1, ideo quia linea connectens centra

foraminum

foraminum uueæ est æquidistans lineæ r t, cōnectenti centra foraminum gyrationis neruorū concauorum, ut patet ex præmissis, & per 4 huius: unde per 31 t 1 huius patet, quòd linea h c per æqualia diuidit lineam a b, & est perpendicularis super illam: est ergo palàm per 4 p 1, quoniam axis a d est æqualis axi b d, & angulus d a c æqualis angulo d b c: sed & per 30 huius anguli h a c & h b c sunt æquales: & quoniam axis cōmunis, qui est e c, pertingit ad h punctum mediū concauitatis nerui communis, ad quod formæ à punctis a & b diffunduntur: palàm per 26 p 1, quoniam anguli c h a & c h b sunt æquales. Idem quoq; accidit in omnibus punctis, quibus incidunt lineæ radiales ipsis axibus a d & b d propinquè, quæ sunt æquales quasi ad sensum, ut patet per 40 huius: hæ enim lineæ radiales quasi æqualiter incidūt punctis æqualibus superficiei nerui communis per 37 huius. Formæ itaq; pūctorum taliter uisorum sunt magis consimiles: unde fit tūc uisio certior. Sed cum punctus coniunctionis fuerit modicū extra communem axem, ut in puncto f, siue remotio illa fit ad partem sinistram uel dextram, sursum uel deorsum, siue ad alias utcunq;: tūc adhuc duæ formæ, quę infiguntur duobus uisibus, non multū habent diuersitatis: unde puncto formæ, cui duo axes infigūtur, ipsi puncto h medio, scilicet puncto concauitatis nerui incidente, residui puncti formæ rei uisæ per lineas radiales uicinas axibus, ipsis uisibus incidentes, in concauitate nerui communis circa pūctum h uniuntur, non tamen secūdum perfectionem prioris dispositionis: uidetur itaq; & tūc res certa uisione, non tamen in gradu certitudinis prioris. Cum uerò coniunctionis punctus fuerit remotus extra communem axem, qui est c e, ut in puncto g, ad quamcunque differentiam positionis hoc contingat: tūc adhuc punctus rei uisæ, in quo duo axes concurrunt, infigetur ipsi puncto h: sed formæ residuorum punctorum illius rei uisæ infixæ in circuitu puncti h, non recipient dispositionem priorib. duabus similē, neq; erit illorum punctorum uisio bene uerificata, sed remanet minus certa. Patet ergo propositum.



45. Omne uisum in puncto coniunctionis duorum axium uisualium certius uidetur eo, quod per radios axibus propinquos: & secundum remotionem ab axibus gradus certitudinis decrescit. Ex quo patet, quòd puncta superficiei rei uisæ æqualiter distantia à puncto cōiunctionis, similiter uirtuti uisiuæ offerentur. Alhazen 15 n 3.

Quoniam enim, ut patet p 43 huius, secūdū oēs lineas cuiuslibet pyramidis radialis fit certa comprehēsio formę uisibilis à uisu: magis aūt secūdū lineas axi uiciniores, & maximè p axem centrū foraminis uueæ transeuntē: in pūcto aūt coniūctionis concurrūt duo axes p 32 huius. Palàm ergo, cū uirtus duplicata sit fortior sui medietate, quòd in pūcto coniūctionis certior fit uisio secūdū totam superficiē rei uisę, quę est basis ambarū pyramidū uisionis, & secūdū proportionē dupli ad duplū, quę est simpli ad simplū. Secūdū lineas uerò radiales, quæ sunt propinquæ axibus, fit minus certa uisio quàm per axes: quoniam formę punctorū peruenientes ad uirtutem sensitiuam, nō perueniunt directè ad mediū cōmunis nerui: unde non fit adeò perfectū de illis iudiciū, ut de formis peruenientibus per ipsos axes. Secūdū remotionem uerò illarū linearū ab axibus gradus certitudinis uisionis decrescit: quia cū partes superficiei rei uisæ, quibus axes incidūt, & partes illis proximæ manifestius uideantur per 43 huius: secūdū partes remotiores illius superficiei, quibus incidūt extremæ lineæ longitudinis pyramidis radialis, est debilissima certitudo uisionis: & secūdū alias partes medias fit media dispositio certitudinis, secūdū quod plus accedūt axibus, uel secūdū quod ab illis plus remouentur. Palàm ergo propositū. Et per hoc patet corollariū, quoniam in pūctis superficiei rei uisæ æqualiter à pūcto coniūctionis distātibus eadē est ratio certitudinis uisionis hinc & inde: quoniam illarū formæ æqualiter in superficie ipsius uisus, & ex consequēti in superficie nerui communis semper figurantur. Patet ergo totum, quod proponebatur.

46. Omne uisum, in quo concurrunt duo axes uisuales uel radij illis propinqui, uidetur semper unum. Alhazen 14 n 3.

Quoniam enim formę per axes radiales peruenientes ad uisum, æqualiter incidunt uisibus ambobus per 35 huius, & per 30 huius æqualiter perueniunt ad medium pūctum concauitatis nerui: concurrunt ergo ambæ illæ formæ ad punctum unum, & una ipsarū supponitur alteri, & fiunt forma una. Et quoniam omnia uisa nobis assueta semper sunt opposita ambobus uisibus, & ambo uisus aspiciunt ad quodlibet illorum uisibilium, propter quod duo axes duorū uisuum semper concurrunt in uno puncto illorum uisibilium per 32 huius: & positio radiorum residuorū, qui circumincidunt communi pūcto ipsorū, est positio consimilis per 37 huius: maximè quando non differūt in remotione à duobus axibus maxima differētia: propter hoc ergo quodlibet uisorū assuetorū uidetur ambobus uisib. unū. Et quia, ut præmissum est, patet per 37 huius, quoniā oēs formę pūctorū

æqualiter circumſtantium puncta, quæ ſuperficiebus uiſuum incidunt ſecundum axes radiales, ad puncta æqualiter circumſtantia medium punctum nerui cõmunis conſimiliter pertingunt. Lineæ uerò radiales propinquæ axibus uiſualibus, quia nõ multum obliquè incidũt uiſibus, ideo nõ multum obliquè refringuntur, quoniam ipſarum refractio eſt ſecundum angulos minores per 36 huius: directius ergo perueniunt ad cõcauitatẽ nerui: cõtingunt ergo ſe circa mediũ punctum cõcauitatis nerui, & ſupponuntur ſibi adinuicem, fiuntq́; forma una. Et hoc proponebatur.

47. Omne uiſum, in quo concurrit axis communis, & unus axium uiſualium, comprehenditur ſemper unum.

Axis enim cõmunis adiuuat certitudinem cõprehenſionis, & axis uiſualis unicus unam tantùm formam regulariter diſpoſitam imprimit medio puncto nerui communis: uidetur ergo una tãtùm forma, quia tunc nõ fit refractio alterius formæ ad aliquam partem nerui diſtinctam ſecundum partem uel ſecundum remotionem. Patet ergo propoſitum.

48. Nullum uiſorum ſimul totum æqualiter uidetur. Euclides in præfatione & 1 the. opticorum. Alhazen 16 n 3.

Quoniam enim, ſiue aliquod uiſum exiſtat in axe communi, ſiue extra illum, ſemper punctum eius, cui incidunt axes uiſuales, certius uidetur, quàm puncta, quibus incidunt radij propinqui: & illa puncta certius uidentur, quàm puncta, quibus incidunt radij remoti per 45 huius: patet, quòd nullum uiſum totum ſimul æqualiter uidetur. Cum enim omnia puncta ipſius communiter per omnes tres axes, uel ſaltem per duos uiſuales motu oculi tranſcurſa fuerint: tũc ſolùm æqualiter eſt totum uiſum: quoniam tunc forma cuiuslibet ſui puncti infigetur puncto medio concauitatis nerui, & erit ſemper noua diſpoſitio totius formæ circa punctum illud: magis ergo æqualiter perpendetur tunc partium æqualitas adinuicem in omnibus diſpoſitionibus ſuis: tunc ergo tota res ęqualiter uidebitur: nullus autem motus eſt in inſtanti, ſed ſolùm in tempore: palàm ergo, quòd nullũ uiſorum ſimul totum æqualiter uidebitur: ſed bene eſt poſsibile ipſum totum ſimul uideri inæqualiter: quoniam omnia puncta formæ oppoſitæ uiſui, à quibus lineæ rectæ poſſunt produci ad uiſum, ſimul multiplicantur ad uiſum, quamuis ſecundum diuerſitatem angulorum diuerſimodè ſecundum diuerſas partes uideantur: parua tamen corpora & propinquarum diametrorum æqualius uidentur, quàm corpora diametrorum maiorum: remotiores enim partes à puncto coniunctionis non adeò bene certificantur, ut propinqua per 45 huius: & ſi uiſum fuerit unius coloris uniforme, minus accidit in eo inæqualitatis, quàm ſi fuerit plurium colorum, aut ſi fuerit in ipſo lineatio, aut pictura, aut aliæ ſubtiles intentiones: tunc enim forma extremorum erit magis dubitabilis, & non bene certificata: hæ enim comprehenduntur per lineas radiales remotas ab axe. Patet ergo propoſitum.

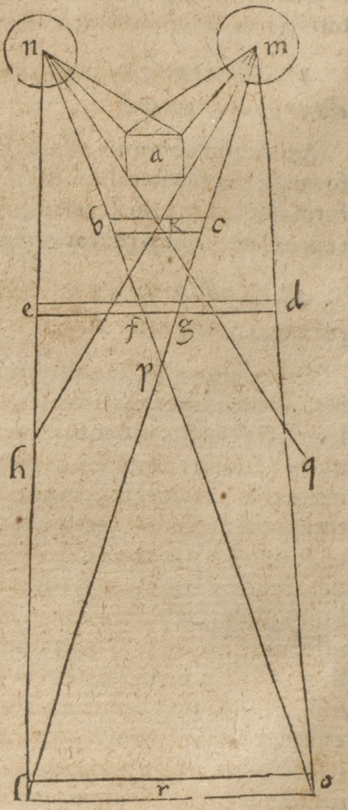
49. Impoßibile eſt plura ſimul æqualiter uideri.

Quamuis enim uiſus quãdoq; eodem tempore opponitur multis uiſibilibus diuerſi coloris, inter quorum quodlibet & uiſum produci poſſunt lineæ rectæ in aere cõtinuato medio inter ea & uiſum, perueniantq́; formæ lucis & coloris, quę ſunt in rebus uiſis, ad ſuperficiem uiſus in eodẽ tempore, & forma cuiuslibet ipſarum ad quamlibet partem ſuperficiei uiſus, propter earum directam oppoſitionem: & licet uidens uideat in eodem tempore uiſibilia diuerſi coloris oppoſita uiſui, & ſic in tota ſuperficie uiſus ſint multa lumina diuerſa & multi colores diuerſi, quorum quilibet implet ſuperficiem uiſus ſibi oppoſitam, prout incidit perpendiculariter uel obliquè: tamen, ut patet per 17 huius, non fit diſtincta uiſio, niſi ſolùm ſecundum perpendiculares lineas à punctis rei uiſæ ad oculi ſuperficiem productas: & ſecundum hæc diſtinguuntur formæ ſecundum diſtinctionem partium ſuperficiei uiſus, in quas ſolùm incidunt perpendiculares: & licet ſic perueniant ad ſuperficiem uiſus formæ admixtæ luminibus & coloribus diuerſis, uiſus tamen comprehendit omnes formas ſecundum ipſarum proprietatem: non eſt ergo impoſsibile plura ſimul uidere, ſed inæqualiter & indiſtinctè. Nam licet, ut patet per 17 huius, humor glacialis ſentiat formam unius rei ſecundum ſuum eſſe, & figuram ordinatam in ſui ſuperficie ſecundum ordinem, quem habet in ſuperficie rei uiſæ: extrà tamen poterit etiam ſentire in illa diſpoſitione formas aliarum rerum uiſarũ, pręter illam rem uiſam ex pyramidibus diſtinguentibus ex ſua ſuperficie alias huius rei partes: & poterit ſentire formam cuiuslibet illarum rerum uiſarum ſecũdum ſuum eſſe, & ſentire ſitus earum adinuicem, non tamen æqualiter: ſed perfectius illud, quod uidet ſecundum pyramidem, cuius axis incidit per centrum circuli uueæ ipſi centro uiſus, minus uerò perfectè alia, quorum pyramidum axes incidunt ſecundum alia puncta ſuperficiei dicti circuli, ut patet per 43 huius: illorum enim omnium axes ſunt longiores, etiam ſi ab eadem diſtantia procedant. Aſpiciens itaque quando fuerit oppoſitus multis rebus uiſibilibus, & uiſus eius fuerit quietus: inueniet rem oppoſitam medio ſui uiſus manifeſtiorem illis, quæ ſunt à parte laterum illius medij, & quod eſt propinquius medio, erit manifeſtius, & quod eſt remotius, erit minus manifeſtum, ut hæc omnia patent per 43 huius. Eſt ergo impoſsibile, plura ſimul æqualiter uideri: quoniam impoſsibile eſt axem pyramidis radialis tranſeuntem per centrum uueæ ſimul pluribus punctis, ne dum ſuperficiebus, incidere per 20 11 huius. Patet ergo propoſitum.

50. Inter-

50. Interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotiorum quandoq; secundum aliquid uisio impeditur. Alhazen 5 n 3.

Exempli causa, sint duo puncta n & m centra duorũ uisuũ, & sit r punctũ cuiusdam rei uisę, quæ sit l o, remotior ab ambobus uisibus quàm sit res uisa, quæ sit b k c: in cuius puncto k concurrãt ambo axes uisuales, qui sint m k & n k: sitq; punctum r taliter positũ, ut ipsum protractis axibus n k ad punctum q, & m k ad punctũ h, intercipiatur inter axes, nihilq; eius capiatur per interpositionem rei uisæ, quę est b c: sit aũt uisibile e d remotius quàm sit ipsum b c, & propinquius pũcto r, inter duos axes taliter dispositum: ita quòd lineæ n b & m c protractæ, & cõcurrentes in ipso p, aliquã partẽ eius intercipiãt, quæ sit f g: lineæ uerò m p & n p intersecantes se in puncto p protractæ cõtingant peripheriã corporis, in quo est punctum r, in punctis l & o: sit uerò a quoddam uisum proximum uisui, cadens inter axes m k & n k. Dico, quando uisus cõprehendit in eadem hora in simul formas uisibilium, quæ sunt b c & e d & r, quòd quandoq; impeditur secũdum aliquid uisio ipsius e d: quoniã impeditur secundũ sui partem, quæ est f g, quę cũ sit obumbrata uisui per interpositionẽ uisibilis, quod est b c: patet, quòd forma illius partis nõ perueniet ad uisum, neq; seruabitur in neruo cõmuni: forma uerò uisibilis remotioris, quod est l o, in quo est punctũ r, quoniã ipsum cadit inter lineas n b & m c, secantes se in puncto p, quæ productę ultra punctum p, suis terminis l & o incidunt: patet quòd perueniet ad uisum, nõ impediente uisibili b c: quã tamen in nullo eius puncto cõcurrunt axes uisuales, forma eius uidebitur inordinata secundũ sitũ earundẽ partium ipsius formę, quę sibi directè nõ superponentur, ut ostensum fuit in 37 huius: ergo erunt inordinatæ secundũ remotionẽ à puncto medio nerui cõmunis, quæ remotio erit hinc inde inæqualis, propter diuersitatem incidentiæ ipsarũ linearũ, per quas adueniunt eadẽ puncta formarũ, ut sunt lineæ m l & n l, respectu formę puncti l, & lineæ m o & n o, respectu formæ puncti o: pars tamen uniuersi, quæ attẽditur secundum dextrã uel sinistrã, sursum uel deorsum partium ipsius formæ nõ mutatur. Visum enim b c cũ sit minus uiso l o, in quo est punctũ r, quando in puncto k rei uisæ b c cõiunguntur duo axes m k & n k: tũc forma uisi b c fit in duobus locis duorum uisuum consimilis positionis, & forma uisi, quòd est l o, diuersificabitur secundum situm partiũ suæ formę, & secundum remotionẽ inæqualẽ à puncto medio nerui cõmunis: quoniã est magna diuersitas in angulis refractionis suarum partialium formarum, sicut & in angulis incidentiæ earundẽ, ut hoc patere potest per 36 huius: nõ tamen erit error in parte uniuersi: quia formæ partiũ suo ordine disponẽtur, ut sunt in re, & res uidebitur una: quòd nõ accidit in forma uisi, scilicet ipsius a, quod ꝓpinquius est uisui, si ipsum paruę fuerit quantitatis, & nõ sit in illorum corporũ positione differẽtia sensibilis, ita quòd corpus a cadat inter axes m k & n k. Quando itaq; ambo uisus ambas res uisas, in quibus sunt r & d e, cõprehendunt, & quando duo axes fixi sunt in uiso b c, secundũ loca nõ obumbrata instituuntur illarũ rerum uisarũ d e & l o formæ in duobus locis duorum uisuũ, & fiunt cõsimilis positionis in parte uniuersi, & nõ in remotione à puncto medio nerui cõmunis, aut nõ oẽs partes earum erunt cõsimilis positionis in remotione à duobus axibus, nec forma earum erit certificata. De uiso uerò a, quod est proximum uisibus, quoniã ipsum cadit inter axes m k & n k, & est propinquius uisui, quia non figuntur in ipso axes, potest fieri positio eius, in respectu amborũ uisuum, diuersa in parte ipsius uniuersi, ita, ut nec uideatur ad sinistrã nec ad dextrã, quoniã forma ipsius quantum est de se, ad nullã partium uniuersi secundum respectum puncti medij ipsius nerui concaui, cui axes uisuales incidunt, ordinatur. Sic ergo uisu existente fixo, interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotiorum quandoq; secundum aliquid uisio impeditur, ut patet. Cum autem uisus fuerint moti, & axes fuerint coniuncti in unoquoque uisibiliũ cõprehensorũ in simul: tunc formæ omniũ uisibiliũ cõprehẽdentur simul in ambobus uisibus cõsimiles in parte & remotione, & cõprehendentur secundum modũ suę certitudinis formæ uniuscuiusq; uisibiliũ. Huius aũt rei totius ratio est hæc, quia certitudo uisionis fit secundum axes, & uisio fit per multiplicationẽ formæ uisibilis in uisum, quę nonnunquã tunc per corpus interpositum impeditur, cũ linea multiplicationis formæ aliã superficiem corporis medij oppositam uisui aliqualiter attingit. Et hoc est quod uolebamus.



51. Omnis uisio fit uel per aspectum simplicẽ, uel per intuitionẽ diligentẽ. Alhazen 64 n 2.

Aspectum primũ simplicẽ dicimus illũ actum, quo primò simpliciter recipitur in oculi superficie forma rei uisę: intuitionẽ uerò dicimus illũ actum, quo uisus uerã cõprehensionem formę rei diligenter perspiciendo perquirit, nõ cõtentus simplici receptione, sed profunda indagine. Visus itaq; per aspectum simplicẽ comprehendit intentiones manifestas, quę sunt in rebus, nec certificat illas:

per

per intuitionem uerò conſiderat oẽs intẽtiones partium formę uiſæ occultas aſpectui, & certificat omnes diſpoſitiones illius formę uiſę. Et quia aſpectus ſimplex poteſt eſſe ſine intuitione, quamuis intuitio non poſsit eſſe ſine ſimplici aſpectu: patet, quòd omnis uiſio aut fit per unum iſtorum modorum, aut per alium. Et hoc eſt propoſitum.

52. *Aſpectu ſimplici ſecundum totam pyramidem uiſualem exiſtente poſsibili: intuitio fit ſolùm ſecundum incidentiam axis pyramidis uiſualis. Alhazen 65 n 2.*

Quoniam enim, ut patet per pręmiſſam, aſpectus ſimplex eſt ſolũ receptio formę ſenſibilis in ſuperficie uiſus: palàm, quòd ipſa fit ſecũdum totam pyramidẽ uiſualẽ: quęlibet enim perpẽdiculariũ ſiue linearũ radialium illam pyramidẽ conſtituentium per 17 huius adducit aliquam formam puncti ſuperficiei rei uiſibilis, quã tũc aſpicit uiſus: quia uerò intuitio certificat ueritatẽ formarũ comprehẽſarum: certificatio uerò omnium formarum uiſibilium plus fit per axes pyramidum uiſualiũ, quàm per aliquã aliarum linearum illius pyramidis per 43 huius: patet, quòd intuitio fit ſolùm per incidentiam illius axis. Cũ ergo uiſus fuerit fixus oppoſitus alicui rei uiſæ, quę fuerit alicuius quantitatis: & illud, quod opponitur medio uiſus ex illa re uiſa, fuerit per axem uiſualẽ aut prope illum: tunc erit ipſum, quod eſt in axe, uel quod approximat axi, manifeſtius reſiduis partibus rei uiſæ. Si itaq; uidens uoluerit certificari de forma totali rei uiſæ, mouebit ambos uiſus, donec medium eius opponatur cuilibet partium, uel punctorum ſuperficiei rei uiſę ſibi oppoſitę: & tunc, quia ambo axes radiales per 32 huius incidẽt unicuiq; punctorum, fiet hoc modo intuitio completa totius formæ. Quando enim uiſus fuerit oppoſitus rei uiſę, tunc ſentiens comprehẽdet totam formam comprehẽſione qualicunq; per 43 huius, & partẽ, quę eſt apud extremum axis, comprehẽdet uera comprehẽſione: deinde mutatis axibus ad aliud punctum, tunc idẽ punctum uerius comprehẽdetur, & tunc cum hoc tota forma prius comprehẽſa comprehẽdetur ſecundò, & etiam ille punctus, in quo prius fixi fuerũt axes, & cum axes mutabũtur ad pũctum tertium, fiet tertiò cõprehẽſio totius formę & etiã illorum pũctorum, quibus prius axes incidebãt, & ita ſecũdum numerũ pũctorum, quibus incidũt axes, numeratur comprehẽſio totius formę: ſemper tamẽ punctus, cui axes incidunt, certius alijs punctis comprehẽdetur. Sic ergo intuens per motum axium cõprehẽdit certitudinem cuiuslibet puncti rei uiſę, & inſuper reiterat frequẽtationẽ comprehẽſionis totius formæ ſecũdum numerum punctorum, quibus incidunt ipſi axes. Apparet ergo uiſui tunc omne id, quod poſsibile eſt apparere in forma illius rei uiſę, & nõ certificabitur forma rei uiſę, niſi poſt motus uiſus ſecũdũ ſuos axes radiales ſuper oẽs partes uel puncta ſuperficiei rei uiſę: nec enim intẽtiones ſubtiles, quę ſunt in re uiſa, apparẽt uiſui niſi per motum uiſus, & per tranſitum axis, aut radialium linearũ, quæ ſunt prope ipſum, ſuper quamlibet partium rei uiſę. Et etiam ſi res fuerit in fine paruitatis, & fuerit oppoſita uiſui: non intuebitur illã uiſus intuitione perfecta, niſi donec moto uiſu axis radialis tranſiuerit per oẽs particulas uel puncta illius rei. Sic ergo fit ſolùm intuitio ſecundum axis pyramidis radialis incidẽtiam, quamuis aſpectus ſimplex fiat ſecundum omnes lineas radiales totius pyramidis uiſualis. Patet ergo propoſitum.

53. *Axis radialis in toto motu ipſius oculi ſemper manet fixus in ſuo ſitu: quoniam ille motus oculi eſt inſenſibilis uelocitatis. Alhazen 42 n 2.*

Motus enim axis ſuper partes rei uiſæ nõ eſt ꝑ gyrationẽ axis à loco cẽtri ipſius uiſus, ſed ꝑ motum eius ꝑ ſe ſuper partes rei uiſæ: patet enim ꝑ 25 & 32 huius, quòd linea axis extẽditur rectè uſq; ad locum gyrationis nerui, ſuper quẽ componitur oculus: & quòd ſitus eius à uiſu nõ mutatur, ſed cum totus oculus mouetur in oppoſitione rei uiſæ, & medium oculi, in quo eſt ſenſus uiſus, opponitur cuilibet partium rei uiſæ, tunc axis trãſit ꝑ quamlibet partium rei uiſę: & ſecundum iſtum modum tota forma cuiuslibet partis rei uiſæ extẽditur ad uiſum ſemper ſecundum rectitudinẽ axis: & erit gyratio axis immutabilis à loco ſuo, reſpectu omnium partium & tunicarum oculi: ſed circum gyrabitur axis in concauo oſsis cũ motu totius oculi. Et cũ uiſus uoluerit intueri rẽ uiſam, & incœperit intueri in extremitatẽ rei uiſæ: erit tunc extremũ axis ſuper extremitatẽ rei uiſæ, eritq; in diſpoſitione maior pars totius rei uiſæ in parte ſuperficiei uiſus declinante aut obliqua ab axe ad aliã partẽ, pręter partẽ, ſuper quam eſt axis: quoniã forma eius erit in medio uiſus & in loco axis, eritq; reſiduum formæ obliquum ad aliam partẽ ab axe: & cũ uiſus poſt illam diſpoſitionẽ mouebitur ſuper aliquã diametrum rei uiſæ, trãsferetur axis ad partẽ ſequẽtẽ illã partẽ rei uiſæ, & erit forma primæ partis declinans ad locum alium oppoſitũ loco, ad quẽ mouetur axis, & nõ ceſſabit forma declinare, quamdiu mouetur axis ſuper illam diametrum, quouſq; axis perueniat ad ultimũ illius diametri rei uiſæ, quę eſt pars alterius rei uiſæ: & ſic erit forma totius rei uiſæ in iſta diſpoſitione obliqua uiſui & puncto oppoſito ipſi axi, etiam cui prius fuit obliqua, axe radiali in alijs punctis diuerſis incidẽte, pręterquam ultima pars & extrema ipſius rei uiſæ, quę remanebit ſuper axem & in medio uiſus: & axis in iſto toto motu erit fixus in ſuo ſitu, quantum ad pertranſitum uniformẽ omnium tunicarum oculi. Patet ergo illud, quod proponebatur.

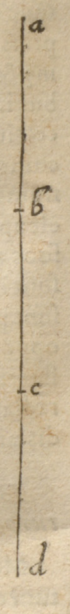
54. *Axis in motu intuitionis nunquam fit baſis anguli, quem reſpicit ſuperficies rei uiſæ, neq; ſemper ſecat angulum, quem reſpicit aliqua diametrorum rei uiſæ. Alhazen 43 n 2.*

Quia enim iam oſtẽſum eſt in præcedẽte theoremate, quòd axis in toto motu oculi ad intuendũ

semper manet fixus: si ergo axis fieret basis anguli, quē respicit superficies rei uisę: oporteret immotas remanere lineas illū angulū cōtinētes, & moueri axem: hoc autē nō esset possibile, nisi quando axis moueretur per se, toto oculo quiescēte: & quia hoc est impossibile per præcedētē, totus enim oculus mouetur apud intuitionē, & axis mouetur ꝑ motū eius, & moto axe, mouētur oēs lineæ cōtinētes angulum pyramidis, & tota pyramis uariato axe uariatur. Incidēte enim axe radiali diuersis punctis superficiei rei uisę, licet idē remaneat uertex pyramidis, & etiam eadē basis sit: uariato tamē axe, caussatur semper noua pyramis, quamuis uideatur semper una: ideo quia motus oculi est insensibilis uelocitatis. Per hunc itaq; motum comprehendit uisus quodlibet punctum superficiei rei uisæ uisui medio oppositum, in puncto scilicet axis, & per hunc motum mouetur forma rei uisæ ad ipsam superficiē uisus, & mutatur pars superficiei uisus, in qua prius fuit forma: quoniam forma rei uisæ apud motum axis erit in una parte superficiei uisus post aliam partē superficiei uisus. Quotiens enim comprehēderit uirtus sentiens partē rei uisæ, quæ est apud extremum axis, totiens comprehēdet cum hoc totam superficiē rei uisę, & comprehendet totam illam partē superficiei uisus, in qua peruenit forma totius rei uisæ, quę semper est alia & alia: quādiu itaq; axis cadit in aliquod punctorum diametri rei uisæ, non terminantium ipsam diametrum, tunc axis diuidit angulum, cui in cētro uisus subtēditur illa diameter: sed cum incidit ipsi termino diametri, tunc ipse axis fit una linearum cōtinētium illum angulum. Non ergo secat semper illum angulum. Quod est propositum.

55. Necesse est omnem uisionem, quæ fit aspectu simplici, fieri in instanti.

Si enim fiat aspectus simplex in tempore, quantumcunq; paruum sit illud tēpus: erit ipsum pars magni temporis: & quoniam non datur uisio fieri in tempore, nisi per distantiam uisibilis ab ipso uisu: palàm tunc, quòd secundum spatium distantiæ uisibilis à uisu multiplicabitur & tempus. Producatur itaq; linea a b c d, & sit uisus ad punctum a, & aliquod uisibile sit apud punctū b. Cum itaq;, ut dictum & declaratum est in 6 huius, forma puncti b multiplicatur ad uisum, si hoc fiat in tempore quocunq;, etiam fortè imperceptibili: sit aliud uisibile in puncto c: & sit spatium a c multiplex spatio a b: erit ergo tempus, in quo forma puncti c multiplicatur ad uisum a, multiplex tempori, in quo forma puncti b multiplicatur ad uisum a: & si hoc tempus nondū sit sensibile, sit in ulteriori puncto uisibile d remotius à uisu a, quàm est ipsum c: sitq; spatium d a multiplex spatij c a: ergo erit ipsum magis multiplex spatij b a. Forma itaq; puncti d multiplicabitur ad uisum a in tempore multiplici tempori, in quo peruenit ad uisum a forma puncti c: sed in pertransitu formæ puncti d per ipsum spatiū a d non requiritur in ipsa operatione uisiua plus temporis, quàm in spatio a b: apertis enim oculis æquè citò uidentur remota & propinqua: neq; enim est sensibilis differētia temporis, quo uidetur res proxima, aut aliqua stellarum fixarum, cuius ferè distantia est secundum mundi semidiametrum, quæ est maxima linearum naturalium entium. Impossibile est ergo uisionē, quæ fit aspectu simplici, fieri in tempore: sed necesse est omnē huiusmodi uisionem, quantum ad aspectum simplicē, fieri in instāti & subitò: eius itaq; principiū nō differt ab eius fine. Et hoc est ꝓpositū.



56. Omnem intuitionem in tempore fieri est necesse: tempusq́ intuitionis intentionum uisibilium diuersatur secundum diuersitatem intentionum formarum intuitarū. Alhazen 70. 74 n 2.

Cum enim, ut patuit in 51 huius, intuitio sit actus uirtutis uisiuæ, quo uisus ueram comprehensionem formæ rei uisæ diligenter perspiciendo perquirit, & semper in ipsa intuitione axes radiales per omnia puncta superficiei rei uisæ moueantur, ut declaratum est per 52 huius. Cum ergo omnis motus sensibilis fiat in tempore sensibili ideo, quia, ut alibi declarauimus, tempus est proportionale motui: palàm, quia omnem intuitionē in tempore sensibili fieri est necesse. Tempus quoq; intuitionis diuersatur secundum diuersas intentiones formarum uisibilium eorum, quæ quis intuetur, cuius exemplum est: ut si uisus comprehendat animal longū multorū paruorū pedū, quod moueatur: tunc primò per modicam intuitionē comprehēdit motū eius, & per motū comprehēdit ipsum esse animal: deinde per modicā intuitionē in pedibus comprehēdet ipsum esse multorum pedū ex comprehēsione distantiæ inter pedes, non tamē cognoscet numerū ipsorum pedū: & deinde diligētius intuēs cognoscet numerum pedum pluri intuitione & maioris tēporis conatu. Comprehēsio ergo animalitatis eius erit in paruo tēpore, & comprehensio multitudinis pedum erit in tēpore maiore illo tempore priori, in quo cognitū est ipsum esse animal: numerus aūt pedū erit adhuc in tēpore maiori aliquo illorū tēporum: oportet enim uisum intueri quēlibet illorū pedum, & numerare illos: erit aūt quantitas tēporis intuitionis pedū secundum numerū multitudinis uel paucitatis pedum: & hoc etiā patet per diuersitatē aliarum uisibilium intētionum. Tēpus itaq; intuitionis intentionum uisibilium formarū, quarum una est numerus, diuersatur secundum diuersitatem intentionum formarum intuitarum. Patet ergo propositum.

57. Visus non potest comprehendere ueram formam rei uisæ primo aspectu simplici, sed post diligentem intuitionem. Alhazen 76 n 2.

Cum enim formæ uisibilium sint cōpositæ ex multis intentionibus particularibus, quibusdam

illarum existentibus grossis, primo aspectui se offerentibus, quibusdam uerò subtilibus ualde, ut sunt lineationes minutæ & colores minutatim dispersi,& similia,quę primo aspectui,qui est instantiuus per 55 huius,statim se offerre non possunt: unde indigēt tēpore ut uideantur: post diligētem ergo intuitum uidebuntur,& non prius. Visus enim non comprehendit ueram formam rei uisę,nisi per comprehensionem omnium intentionum particularium, quæ sunt in illa forma. Patet ergo, quòd forma rei uisæ, in qua subtiles sunt intentiones, non comprehenditur à uisu secundum ueritatem sui esse primo aspectu,sed post intuitionem diligentem. Et quoniam etiam in formis, in quibus non sunt subtiles intentiones, uisus illarum carentiam à primo aspectu dijudicare non potest: ideo etiam tunc est opus intuitione: nec enim potest certificare ueritatē formæ,nisi post diligentē intuitionē cuiuslibet partis illius formę rei uisæ. Palàm itaq;, quia uisus nūquā potest cōprehēdere uerā formā rei uisæ in primo aspectu,sed solùm post diligentē intuitionē. Et hoc proponebatur.

58. Intuitus repetiti plus figunt & certificant formas sensibiles in anima remanentes. Alhazen 66 n 2.

Cum enim uisus comprehendit aliquam rem uisam,& fuerit certificata forma eius apud sentientem: tunc forma illius rei uisæ remanet in anima,& figitur in imaginatione ipsius uidentis,ut in naturalibus animæ passionibus declaratum est: & si iterabitur comprehensio rei uisæ: tunc erit forma eius magis fixa in anima quàm forma rei semel uisæ: quia uisus rarò comprehēdit perfectè rem semel uisam,sed semper ex iteratione uisionis peruenit forma denuò ad animam, & renouatur forma prius uisa apud animam: & si aliquid ex intētionibus illius formæ obliuioni traditum est,restauratur,& si prius uisum non est,recuperatur. Anima autem per formam secundam rememoratur formæ primæ, & cum pluries iteratur euentus eiusdē intētionis super animam, erit anima magis rememorans illam intentionē: & sic erit illa forma magis fixa in anima: sed & magis certificata: quia in prima uisione,in qua forma rei uisæ uenit ad animam, fortè anima non comprehēdet omnes intentiones,quæ sunt in illa forma,neq; certificabit ipsas: & cum forma redierit secundò,comprehendet anima ex ea aliud,quod in prima uice non comprehendit: & quantò magis forma iterabitur super animam,tantò magis manifestabitur ex ea,quod prius non apparebat: & cum anima comprehenderit intentiones subtiliores formarum,magis certificabitur sibi esse totius formæ. Patet ergo ex his,quia intuitus repetiti erunt certiores,ut proponitur.

59. Nullum uisibilium comprehenditur solo sensu uisus, nisi solùm luces & colores. Alhazen 18 n 2.

Sola enim hęc cum sint per se uisibilia,sicut in suppositionibus huius libri præmissum est: patet, quòd ipsa sunt priora omnibus alijs uisibilibus: unde ipsa sine alijs offeruntur uisui,ut sine situ,figura,& magnitudine, & similibus: alia uerò non offeruntur uisui sine illis,uisibili enim actu lucem nō participiante impossibile est illud uideri,ut patet per 1 huius: circa lucem ergo & colorem nō fit aliqua alia operatio animæ nisi sola sensatio uisionis. Lux enim,quæ est in corpore illuminato,comprehenditur à uisu secundum suum esse & per se ex ipso sensu: lux uerò & color,quæ sunt in corpore colorato & illuminato,comprehenduntur à uisu in simul & admixta: comprehenditur autem utrunq; illorum solo sensu uisus: lux enim prima comprehenditur à uisu ex illuminatione corporis sentientis, quod est de substantia oculi, & color ex alteratione formæ eiusdem corporis sentientis & eius coloratione cum admixtione lucis,quæ est hypostasis coloris. Sicut enim sentiens comprehendit in peruentu formæ lucis primæ solam lucem: sic in peruentu formæ coloris comprehendit lucem coloratam. Ergo hæc duo comprehenduntur solo sensu uisus sine alijs animæ potentijs & operationibus, quod non accidit in aliquo aliorum inuisibilium: quoniam illa quasi plura à pluribus sensibus sentiuntur: & si aliqua ipsorum solo sensu uisus sentiantur, & non alijs sensibus particularibus: hoc accidit uel ex istorum aliqua participatione, uel istorum priuatione,sicut est in diaphanitate & opacitate, tenebris & umbra, in quibus necessaria est ratio conferens hinc inde, quæ non est necessaria in comprehensione lucis & coloris. Patet ergo propositum.

60. Omne uisibile aut comprehenditur à uisu solo simpliciter: aut cum ratione & distinctione. Alhazen 10 n 2.

Vt enim patet per præcedentem,lucem & colorem per se simpliciter comprehendit solus uisus: sunt tamen plura aliorum,quæ de numero uisibilium sunt supposita, quę uisus quidē comprehendit,non tamen simpliciter per se ipsum,sed alijs actionibus animę accedentibus: & sunt plura talia uisibilia, quorum cōprehēsio non est puro sensu uisus: quoniam uisus quando cōprehēdit duo indiuidua eiusdem speciei & formę eodem tempore: tunc comprehendet indiuidua,& cōprehēdet quòd sunt similia: sed similitudo duarum formarum non est ipsæ formæ ambę, neq; una ipsarū, sed neq; forma tertia propria consimilitudini, sed est conuenientia illarum duarum formarum in aliquo. Non ergo cōprehēdetur duarum formarum similitudo, nisi ex comparatione unius ipsarum ad alteram. Non fit ergo similitudinis comprehensio per solum uisum, sed ex potentia animæ, quam dicimus rationem per actum ratiocinationis diuersas formas uisas ad inuicem comparantē. Et etiam quando uisus uidet duos colores albos,quorum unus est albior alio, comprehendet am-

borum albedinem, & quod alterum est fortioris albedinis: comprehendet ergo similitudinem illorum duorum alborum in albedine, & diuersitatem illorum in fortitudine & debilitate: distinctio uerò inter illas duas albedines non est ipse sensus albedinis: quoniam sensus albedinis est ex dealbatione superficiei uisus, quę fit ab utraq; albedine: distinctio autem illarum albedinum fit propter diuersitatem actionis illarum duarum albedinum in ipsum uisum. Non est ergo illa distinctio à solo sensu, sed est ab alia uirtute animæ, quam dicimus distinctiuam. Et similiter est de comparatione & distinctione aliarum sensibilium formarum: nihil enim illorum accipitur solo uisu, sed ratione & uirtute distinctiua coadiuuantibus: uisus enim per se non habet uirtutem distinguendi, sed uirtus distinctiua animæ distinguit omnia illa mediante uisu. Patet ergo propositum.

61. Ex intentionibus formarum indiuidualium sæpius intuitarum, remanet in anima fixio & certificatio formæ uniuersalis, existens uisui principium cognoscendi omnia indiuidua eiusdem speciei. Alhazen 14.67 n 2.

Quia enim quodlibet uisibilium indiuidualium habet formam & figuram, in quibus cōueniunt omnia indiuidua illius speciei, quæ diuersantur solùm in intentionibus particularibus, comprehēsis per sensum uisus, & fortè erit in omnibus illis indiuiduis color unius modi, ut quasi uniuersaliter in indiuiduis auium, ut cygno, coruo, pica, & graculo, & similibus, in quibus est uniformitas coloris, conueniens toti speciei, uelut in pluribus, quia iam uidimus coruum album & ursum album. Si itaq; forma & figura & color & omnes intentiones, ex quibus componitur forma cuiuslibet indiuidui speciei, est forma uniuersalis totius speciei: & uisus comprehēdit illam figuram & formam & colorem & omnium illorum intentiones, quę conueniunt illi speciei: tunc anima iudicabit illud particulare uisum esse indiuiduum illius speciei: non tamen propter hoc cognoscet unum indiuiduum ab alio indiuiduo eiusdem speciei distinctum: donec comprehenderit etiam intētiones particulares, per quas diuersantur indiuidua, & donec illæ quieuerint in anima & in ipsa uirtute imaginatiua: tunc enim aliquo prius uisorum indiuiduorum ipsi uisui occurrente, per intentionem indiuiduorum illius speciei, cuius forma est apud animam, iterabitur à uisu intentio illius formæ uniuersalis, quæ est illius speciei, cum diuersitate formarum particularium illorum indiuiduorum: & cum illa forma uniuersalis per intētionem alterius indiuidui eiusdem speciei comparabitur in anima: tūc figetur in anima, & quiescet. Ex diuersitate itaq; formarum particularium uenientiū ad uisum cum formis uniuersalibus, apud intuitionem comprehēdet anima diuersitatem indiuiduorū eiusdē speciei, & per cōuenientiam accidentium uisibilium in diuersis indiuiduis, comprehendet quòd forma, in qua conueniunt omnia indiuidua illius speciei, est forma uniuersalis illorū omniū. Sic ergo remanet in anima forma uniuersalis, & in eius uirtute imaginatiua: & est illa forma uisui principium cognoscendi omnia indiuidua eiusdem speciei, quantum ad illud, quod est in ipsis ex intentionibus uniuersalibus indiuiduatum, & de intentionibus particularibus sensibilibus quibuscunque. Patet ergo propositum.

62. Omnis uera comprehensio formarum uisibilium, aut est per solam intuitionem, aut per intuitionem cum scientia præcedente. Alhazen 69 n 2.

Comprehensio uisibilium sola intuitione fit, quando comprehenduntur uisibilia extranea, ut quando uisus comprehēdit rem uisam, quam antea non percepit nec in se nec in sua specie: per intuitionem uerò diligentē acquirit omnes dispositiones & formam eius ueram: non tamē cognoscit formam eius, quia ipsam antea non percepit, uel non recolit: sic ergo comprehendetur illa forma uera comprehensione per solam intuitionem. Comprehensio autem uera formarum uisibilium alia ab alia, quæ fit per solam intuitionem, quandoq; fit per intuitionem cum scientia præcedente, ut quando uisus comprehendit formā alicuius rei uisæ, quā cōprehēdit etiam ante, & cuius formę intentio est apud animam aut tota, aut aliqua pars illius: tūc enim uisus statim in aspectu illius rei cōprehendet eius formā: & deinde modica intuitione comprehendet totam formam eius, quę est scientia uniuersalis suæ speciei, & cognoscet formam uniuersalem, quam comprehendet in illa re uisa apud comprehensionē formæ in anima per rememorationem illius rei uisæ specialiter: & deinde intuens intētiones residuas, quæ sunt in illa re uisa, certificabit particularem formam illius, ipsi uiso indiuiduo appropriatam: & si fuerit rememorans illius formę particularis, ut prius per uisum comprehensę, tunc cognoscet illam formam indiuidualem. Et quia nulla res uisa comprehenditur uera comprehensione, nisi aliquo istorum modorum. Patet ergo propositum.

63. Comprehensio uisualis per cognitionem semper fit per aliquem modum rationis conferentis. Alhazen 11 n 2.

Est enim cognitio comprehensio consimilitudinis duarū formarū, scilicet formæ, quam comprehendit uisus apud cognitionem, quando sentit se cognoscere rem, quam uidet, & formæ quiescentis in anima, prius cōprehensæ: unde non fit uisualis cognitio, nisi per rememorationem: quoniam si nulla forma talis fuerit quiescens apud animā & pręsens memoriæ, non cognoscet uisus rem uisam. Semper itaq; fit cognitio ex assimilatione formæ quiescentis in anima ad formā postea uisam extrà, siue forma quiescens sit forma speciei uel indiuidui cognoscendi. Visus itaq; comprehendit multas

multas res p cognitionem: cognoscit enim hominem esse hominem, & equũ esse equũ, & Socratẽ esse Socratem: & cognoscit animalia sibi assueta, & arbores, & plantas, & lapides, quę prius uidit, & cognoscit illis similia, & omnes intentiones sibi assuetas in rebus uisibilibus, & quantitates omniũ rerum sibi consuetarũ, quę non cognoscuntur solo uisu per 59 huius: nec tamen cognoscit uisus omne, quod uidit prius, nisi quando fuerit rememorans formæ prius uisæ. Non est ergo cognitio uisualis comprehensio solo sensu, sed per rationẽ formam pręsentis rei uisæ formę prius uisæ & apud se quiescenti conferentem: nunquam enim potest fieri cognitio, nisi per comparationẽ formæ quiescentis in anima ad formã uisam extra. Sic ergo patet, quoniã compreheñsio uisualis per cognitionem semper fit per aliquem modum rationis conferentis. Patet ergo propositum.

64. Omnem comprehensionem uisualem cognoscitiuam in tempore fieri est necesse: sed in minori, quàm sit tempus comprehensionis per solam intuitionem. Alhazen 13. 71 n 2.

Quoniam enim, sicut in præcedente propositione pręmissum est, omnis uisualis cognitio fit per intuitionem & formam in anima quiescentem rememoratam & applicatam formæ nunc per diligentem intuitum perspectę: & quoniam omnis intuitio fit in tempore per 56 huius, & omnis rememoratio formę prius uisæ fit plurimũ in tẽpore, quoniam fit per discursum animę per formas, quas apud se habet in imaginatione, quæ si quęrenti animæ statim occurreret, nõ esset rememoratio, sed continuata memoria. Quia itaq; ambo hęc, scilicet intuitio & rememoratio, uel ipsorum alterũ fit in tempore: patet etiam, quòd omnis compreheñsio uisualis cognoscitiua fit necessariò in tempore: sed in minori, quàm sit tempus comprehensionis per solam intuitionem: quoniam intẽtiones existentes in anima pręsentis memoriæ non indigent, ut cognoscantur omnes intentiones, quę sunt in formis rerum cognitarum, ex quibus componuntur in rei ueritate, sed sufficit in comprehensione eorum comprehensio alicuius intẽtionis propriæ illis. Cum ergo uirtus distinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipsam aliquam intentionem propriam illi formæ, erit rememorans primæ formæ, & cognoscet omnes formas uenientes ad ipsam, quoniam omnis intentio appropriata alicui formæ, est signans super illas formas: ut quando uisus intuens Socratem, comprehendit lineationem manus humanæ, statim comprehendit quòd sit homo, & antequam comprehendat lineationem suæ faciei uel partium aliarum. Ex comprehensione ergo quarundam intentionũ, quæ appropriantur formæ hominis, comprehendit quòd idem uisibile sit homo sine indigentia cõprehensionis partium aliarum, quas comprehendit solùm per cognitionem pręcedentem ex formis residentibus in anima, & per comprehensionem alicuius intentionis propriæ illi indiuiduo, ut per glaucitatem oculorum uel oris grossiciem aut arcuitatẽ superciliorum, aut similibus comprehendit totalis illius indiuidui intentiones: & similiter cognoscet equum per aliquam maculam in fronte aut alibi in corpore: & scriptor ex quarundam comprehensione literarum cognoscit omnes partes dictionis uel orationis, quam frequenter & continuè uidet. Et quoniam comprehensio, quę acquiritur tantùm per intuitionem, fit per considerationem omnium partium rei uisæ, & omniũ intentionum, quæ sunt in ea: comprehensio uerò per cognitionem fit per considerationem solũ quarundam intentionum, quæ sunt in illa forma: palàm, quòd uisio, quę est per cognitionem, est in minori tempore, quàm sit uisio per solam intuitionem: & propter hoc uisus comprehẽdit uisibilia assueta uelociter in paruo tẽpore quasi latente sensum, & maximè illa, quę à sui primordio cognoscere cõsueuit, uel cum quibus multo tẽpore perseuerauit. Patet ergo illud, quod proponebatur.

65. Visio per cognitionem præcedentem per modicam intuitionem non efficit certam formæ rei comprehensionem. Alhazen 75 n 2.

Quoniam enim uisio per cognitionem pręcedentem non est nisi circa totalitatem & uniuersitatem rei uisæ superficialiter & in grosso & per quædam exteriora signa illius rei uisæ: & uirtus distinctiua comprehendit intentiones particulares, quæ sunt in illa re uisa, secundum modum, quo cognouit res uisas ex prima forma illius rei uisæ in anima existente: sed omnes particulares intentiones uisibilium, quæ sunt in rebus corruptibilibus, mutantur temporis mutatione: uisus autem non comprehendit mutationem intentionum rei uisæ per formam prius habitam, cum mutatio fuerit non manifesta nec comprehensibilis à uisu primo aspectu. Cognitio ergo præcedens non efficit ueram rei cognitionem: utpote si in homine mundæ faciei prius cognito accidat postmodum macula uel cicatrix in facie, quæ non sit manifesta: tum enim postea longo tempore uiso illo homine, nõ cognoscet ipsum uidens secundum formam sui, quam prius memoriter seruauerat, nec tum comprehendet maculam uel cicatricem illam in facie illius, nisi post intuitionem diligentem factam in illam maculam uel cicatricem: & tunc comprehendet formam eius secundum suum esse. Et similiter est si macula semper in facie ipsius cogniti fuerit, non tamen fuerit uisui multum manifesta: tũc enim licet habeat uidens apud se formam illius non maculatam, non tamen applicabit ipsam illius faciei maculatæ, & non cognoscet ipsum nisi post multam aliarũ intentionũ particularium intuitionem. Et similiter est in alijs indiuiduis uisibilium & intentionibus diuersis ipsorum. In omnibus enim ipsis uisio per cognitionem præcedentem per modicam intuitionem non efficit certam formæ rei comprehensionem.
Patet ergo propositum.

66. Nullius entium quidditas per se est uisibilis, sed per accidens, mediantibus intentionibus sensibilibus, quæ per se uidentur. Alhazen 68 n 2.

Quoniam enim, ut suppositum est in principio libri huius, uisio nō completur nisi apud peruentum formarum uisibilium ad animam, quę omnes sunt de genere accidētis, ut patet in ipsarum singulari enumeratione: palàm (cum nullius substātiæ quidditas sit de genere accidētis) quòd nulla ipsarum per se est uisibilis: per accidens autem quidditas substantiarum corporalium percipitur à uisu, scilicet per comprehēsionem suarum intētionum uisibiliū, quę per se uidētur. Sic ergo quidditas substantiæ non fit nisi per cognitionem intrinsecam animæ, quæ fit ex comparatione formæ unius posterius comprehēsæ, ad formam aliam prius comprehēsam quiescētem in imaginatione. Comprehensio ergo quidditatis substantiæ uisæ, ut hominis uel canis uel alicuius alterius substantiæ, non est nisi ex comprehēsione assimilationis formæ rei uisæ ad aliquam formarum uniuersaliū quiescētium in anima & fixarum in imaginatione, quam uisus antè comprehēderat. Et quia uirtus distinctiua, quę est in anima, per quam anima rerum differētias dijudicat, ut hominem non esse canem, & ecōuerso, naturaliter assimilat ipsas formas uisibilium nouiter scilicet uisas, uisibilibus formis fixis in imaginatione. Cum ergo uisus comprehēderit aliquam rem uisam, statim uirtus distinctiua quærit eius similem in formis existentibus in imaginatione, & illa inuenta cognoscit per illā, rem uisam, & comprehēdit quidditatē eius: & si non inuenerit ex formis quiescētibus in anima formam similem formę illius rei uisę, nō cognoscet illam rē uisam, neq; comprehēdet quidditatē eius. Sic ergo nulla quidditas alicuius substantię comprehēditur per se à uisu, sed per accidēs, ut proponitur. Si enim aliqua talium quidditatum per se comprehenderetur à uisu: ergo & omnis quidditas cuiuslibet uisibilis substantiæ esset comprehēsibilis à uisu, sicut patet in lucibus & coloribus, & substantię quantum ad sensum & sensibilem operationē existentes indiuisibiles per suas quidditates uiderētur, quod nō est uerum: oportet enim ut corpus uisibile sit alicuius quantitatis respectu superficiei uisus, ad hoc ut ipsum actu uideatur, ut patet per 19 huius. Similiter quoq; patet de omnibus alijs quorumcunque entium quidditatibus: semper enim quidditas cuiuslibet compositi composita est, & eius compositionem uisus per se comprehendere non potest: & si uisus aliquam quidditatem, ut est quidditas, cognosceret: tunc uisus omnem quidditatem cognosceret, quarum multæ tamen sunt inuisibiles, cum omnes ipsæ sint per se intelligibiles: & cum hoc sit impossibile: patet ergo propositum.

67. Primum quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formæ uisibili, est quidditas lucis & coloris. Alhazen 17 n 2.

Quamuis enim lux & color sint per se ipsa & primò uisibilia, ipsorū tamē quidditates & differentiæ essentiales solo sensu uisus comprehēdi non possunt: quidditas enim lucis nō comprehenditur solùm per uisum, nisi cooperante uirtute animæ, quę est cognoscitiua, quoniam uisus cognoscit lumē solis, & distinguit inter ipsum & lumē lunæ & lumē ignis per cognitionem prius factam & per formam in anima reseruatam: similiter etiam quidditas coloris non comprehenditur à uirtute distinctiua nisi per cognitionem, quando color rei uisę fuerit ex coloribus assuetis. Illa autem cognitio distinctiua fit ex comparatione formæ coloris nunc uisi ad formas similes illi colori prius comprehensas: non enim potest uisus comprehendere colorē rubeum & quòd sit rubeus, nisi quia cognoscit ipsum, quia in ipsa anima uidentis permansit forma eius, ut prius uisa. Si enim uisus nunquam colorem rubeum antea uidisset, nūc ipsum uisum cognoscere nō posset, sed ipsum coloribus illi propinquis sibi cognitis assimilaret, ut quotidie facit in noua permixtione quorūlibet colorū. Cum itaq; uirtus distinctiua comprehendit diuersitatem lucis super res uisas & diuersitatem coloris, comprehendit etiam diuersitatem quidditatis lucis à colorum quidditate, quamuis forma, quā comprehendit uisus, sit admixta ex forma lucis & coloris, quæ sunt in re uisa. Et quoniam lux & color sunt prima uisibilia, quorū participatione & auxilio omnia alia uidentur: ideo necesse est ut primum, quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formę uisibili, sit quidditas lucis & coloris, ut sicut illis primò & per se debetur uisiua comprehensio, sic & illorū quidditatibus debeatur per se & primò operatio uirtutis distinctiuæ, ut illis, quorum præsentia prius relucet in organis uisiuis, quæ omnia secundum plus & minus accedunt ad diaphanitatem. Patet ergo propositum.

68. Comprehensio coloris, in eo, quod est color, est prior comprehensione quidditatis coloris. Ex quo patet, quòd prior est comprehensio omnium uisibilium in eo, quòd in suo genere uisibilia sunt, quàm suarum specialium quidditatum. Alhazen 19 n 2.

Visus enim comprehēdit colorem, & sentit quòd est color, prius quàm sentiat cuiusmodi sit ille color, ut patet in coloribus fortibus positis in loco non multum luminoso. Ibi enim comprehendit quidem uisus colores indistinctè tantùm: distinguuntur autē per aduentum maioris lucis aut per longam intuitionem. Primum ergo, quod comprehendit uisus ex forma coloris, est mutatio membri sentientis & coloratio eius: quoniam apud peruentum formæ in uisum coloratur uisus, qui sentiens se coloratum statim sentit colorem: & deinde ex distinctione & comparatione ipsius ad colores notos uisui, comprehendit quidditatem coloris. Comprehensio ergo coloris in eo, quod est color, est ante comprehensionē quidditatis ipsius coloris, quę fit non per solū sensum uisus, sed per cognitionem,

cognitionem,quando idem color prius fuit à uisu comprehensus,& forma eius est in memoria animæ conseruata. Et si uisus comprehendat colorem extraneum, quem nunquam uidit, tunc comprehendet quòd est color,& tamen nesciet cuiusmodi sit coloris,sed comparando ipsum coloribus alijs, assimilabit propinquiori colori simili sibi, & fortè plures uidentes illum colorem simul in eodem lumine,assimilabunt ipsum colorib.diuersis,ut accidit in colore confecto ex dissolutione corporis commixti ex cupro & argento. Illum enim aliquis assimilabit uiriditati, quæ est ex cupro, & aliquis lazulio colori,qui fit ex argento. Patet ergo per has experimentationes, quòd comprehensio coloris in eo,quòd est color,est prior comprehensione quidditatis coloris.Et quoniam color est primũ uisibile post lucem,patet,quòd prior est comprehensio omnium uisibilium in eo, quòd uisibilia sunt,quàm suarum specialium quidditatum: prius enim comprehenditur in sensu uisus in genere ipse situs,quàm aliqua species situs, & prius figura in genere,quàm aliqua specialis figura: & si contingat in uisu absolui specialem,remanet tamen generalis,uel illa,quę est primi generis,uel illa, quæ est generis secundi.Et hoc proponebatur.

69. Diuersarum intentionum uisibilium per rationem & distinctionem fit comprehensio simul in instanti: similium uerò in tempore. Alhazen 13.15.71 n 2.

Figura enim & magnitudo, & diaphanitas,& plura similia, quando comprehenduntur primo aspectu,qui semper fit in instanti temporis per 55 huius, statim ut se uisui præsentant, per rationem & distinctionem,propter uelocitatem rationis in eodem instanti comprehenduntur, & omnes intentiones,quæ sunt in illis. Virtus enim distinctiua non arguit per compositionem & ordinationẽ propositionum ad formam syllogisticam.Sicut ergo in intellectu, qui est habitus principiorum, in actuali intelligentia propositionum uniuersalium & per se manifestarum non indiget aliquanto tẽpore,nec etiam indiget aliquanto tẽpore in apprehendẽdo conclusiones particulares ex illis, quoniam cum intellectu propositionis uniuersalis simul accipit conclusionem, quæ immediatè sequitur ex illa: ideo quia anima humana apta nata est ad arguendum sine difficultate & labore: unde etiam non percipit homo,quòd comprehensio, quæ fit per rationem & distinctionem, fiat per argumentum,sicut puerulus ex duobus pulchris distinguens & eligens pulchrius,non percipit quòd id fiat per uiam argumentationis & considerationis eligendorum.Hoc itaque modo simili & conformi, quatenus est possibile, fit omnium intẽtionum uisibilium per rationem & distinctionem in instanti comprehensio. Distinctio enim & argumentatio uirtutis distinctiuæ fit statim uenientibus formis intra medium nerui communis: quoniam totum corpus extensum à superficie primi oculi recipiente formas usque ad medium nerui communis, est sentiens & diaphanum, & fit per ipsum transitus intentionis formarum in instanti, cum statim ultra oculi substantiam sit spiritus uisibilis diaphanus, per quem uirtus sensitiua defertur ad totum diaphanum omnium humorum & tunicarum amborum oculorum: omnia enim diaphana illa illuminãtur à luce, & colorantur à colore uno uel diuersis secundum diuersitatem colorum corporis sensati: & corpus, quod est in cõcauitate nerui communis, est ultimum corpus,ad quod perueniunt lux & color. Cum ergo extenditur forma à superficie prima membri sentientis usque ad medium nerui communis, quælibet pars corporis sentientis sentiet formam: & cum peruenerit in concauum nerui communis, tunc comprehenditur ab ultimo sentiente: & tunc fit distinctio formarum: non tamen inter actum distinctionis & actum primi aspectus est differentia temporalis: quoniam sicut lumen in uno instanti se multiplicat per mundi diametrum propter corporis medij diaphanitatem: sic etiam formæ sensibiles, ut ostensum est per 55 huius,in instanti pertingunt trans medium quodcunque corpus diaphanum ad medium nerui communis,ubi per uirtutem animæ sentiuntur,comprehenduntur & distinguuntur.Et quoniam uirtus animæ est indiuisibilis,fit hoc totum simul in unico instanti. Quando uerò intentiones uisibilium sunt similes ualde, ut est uiriditas rutæ uiriditati mentę: tunc non fit ipsorum distinctio in instanti illo,quo utraq; illarum uiriditatum comprehẽditur à uisu, sed post comparationem unius ad alteram factam: fit ergo in alio instanti, & sic inter instans primi aspectus simplicis & instans distinctionis ex comparatione, necessarium est tempus medium assumi. Patet ergo illud, quod proponebatur.

70. Comprehensionem quidditatis coloris in tempore fieri est necesse. Ex quo patet, quòd comprehensio quidditatis omniũ similium uisibilium non fit nisi in tempore. Alhazen 20 n 2.

Fit enim comprehensio quidditatis coloris post comprehensionem coloris in eo,quòd est color, ut patet per 68 huius. Et quoniam color in eo,quòd est color,non potest comprehendi per aspectum simplicem nisi in instanti per 55 huius: cum ergo comprehensio quidditatis alicuius coloris fit composita ex comprehensione coloris in eo, quòd est color, & insuper ex alia distinctiua comparatione consequente, per quam quidditas unius coloris distinguitur à quidditate alterius coloris: ideo quòd omnes colores mixti habent essentialem conuenientiam in actu & hypostasi lucis,& insuper habent plures ipsorum adinuicem maximam conuenientiam in proximitate mixtionis: palàm, quia illa distinctio quidditatis ipsorum colorum completur in alio instanti temporis, quàm comprehendatur à uisu, sed inter quælibet duo distantia est tempus medium. Quia itaque cõprehensio quidditatis coloris fit per distinctionẽ unius coloris ab alio, palã per præmissam,quo-

niam illa distinctio completur in tempore: ergo & comprehensio quidditatis necessariò fit in tempore. Visus quoque non comprehendit quidditatem coloris, nisi per intuitionem: quoniam si color non fuerit in aliqua superficie, ita ut sibi possint infigi axes uisuales in tempore sensibili, non cōprehendit uisus quidditatem colorum: unde in rebus ueloci ter motis nō distinguitur quidditas coloris: sed si plures in re ueloci ter mota sint colores, uidebuntur omnes indistinctè unus permixtus color, ut patet in pila diuersi coloris ueloci ter mota per iactum fortem. Patet ergo, comprehensionem quidditatis ipsius coloris in tempore fieri est necesse: & ex hoc patet, quòd cōprehensio quantitatis omnium formarum uisibiliū non fit, nisi in tempore. Si enim uisus non comprehendit quidditatem coloris, qui comprehēditur solo sensu uisus, nisi in tempore: palàm, quòd plus indiget tempore in intentionibus aliorum uisibilium, quæ comprehenduntur plurimum distinctione & cognitione. Omnium itaque intentionum uisibilium quidditatum comprehensio fit in tempore, licet illud tempus quandoque sit ualde paruum. Et hoc proponebatur.

71. Visus in formis indiuidualibus minori tempore comprehendit intentiones speciales quàm indiuiduales. Alhazen 72 n 2.

Quando enim uisus comprehendit aliquod indiuiduum hominis, comprehendit ipsum esse hominem prius, quàm comprehendit formam eius particularem: & fortè per intentiones formæ hominis, uel per aliqua conuenientia propria formæ hominis comprehendit ipsum esse hominem, quamuis non comprehendat lineationem suæ faciei, utpote ex rectitudine corporis & ordinatione membrorum corporis. Indiuidualitas autem rei uisæ non comprehendetur nisi ex comprehensione intentionum particularium illi indiuiduo propriarum omnium aut quarundam: & hæc comprehendi non possunt nisi post comprehensionem uniuersalium intentionum, quæ sunt ex genere uel specie illius indiuidui, omnium aut quarundam: sed comprehensio formæ partialis est in minori tempore quàm formæ totius. Et quoniam indiuidualitas addit aliquid super specialitatem, patet, quòd indiuidualitas est quasi quædam totalitas respectu specialitatis. Comprehensio ergo specialitatis rei uisæ est in minori tempore quàm comprehensio indiuidualitatis. Et hoc proponebatur.

72. Intentiones speciales & indiuiduales quorundam uisibilium assuetorum minori tempore alijs intentionibus specialibus & indiuidualibus comprehenduntur. Alhazen 73 n 2.

Quædam enim specierum uisibilium assuetorum non assimilantur alijs speciebus, ut species hominis, quæ propter corporis rectitudinem nulli aliorum animalium assimilatur: & quædam assimilantur alijs speciebus, ut species equi, quæ assimilatur multis animalibus in tota forma. Tempus ergo, in quo uisus comprehendit speciem indiuidui hominis, & comprehendit ipsum esse hominem, est minus tempore, in quo comprehendit equum esse equum, & maximè quando comprehendit utrunque istorum in magna remotione: quoniam uisus comprehendens indiuiduum hominis motum localiter, statim comprehendet ipsum esse animal: ex motu & ex corporis erectione comprehendet ipsum esse hominem: sed licet per motum etiam possit comprehendere, quòd indiuiduum equi sit animal, & per numerum quatuor pedum comprehendat ipsum esse bestiam, non tamē propter hoc comprehendet ipsum esse equum: quoniam intentiones equinę, quæ sunt à spatio remoto uisu perceptibiles, sunt in pluribus quadrupedum, quæ assimilantur equo in pluribus essentialibus & accidentalibus intentionibus, ut in mulo & alijs. Si itaque uisus non comprehendit aliquam intentionum propriarum equo, non comprehendet illum esse equum. Quia itaque tempus, in quo comprehendit uisus erectionem corporis hominis, non est sicut tempus, in quo comprehendit formam equi cum intentionibus particularibus, per quas distinguitur equus ab alijs bestijs, ut est lineatio suæ faciei, & extensio colli, & uelocitas motus, & passuum amplitudo: comprehensio igitur speciei hominis est in minori tempore quàm comprehensio speciei equi: quamuis enim illa duo tempora sunt parua, tamen unum ipsorum secundum omnes dispositiones eius est maius altero: & similiter quia rosę hortensi nullus alius flos assimilatur in forma suæ speciei, uel etiam in intentione suæ rubedinis, ideo uisus in minori tempore comprehendit eius speciem per rubedinem roseaceum, quàm speciem rutæ per eius uiriditatem, cui multæ herbarum assimilantur. Et uniuersaliter quidditates omnium specierum, quæ possunt assimilari alijs, non adeò citò comprehenduntur à uisu, sicut quidditates omnium specierum, quæ paucis uel nullis assimilantur. Et similiter etiam est de indiuiduis: quoniam indiuiduum nulli alij assimilatum comprehenditur per modicam intuitionem & per signa: illud autem indiuiduum, quod assimilatur alij indiuiduo, oportet quòd comprehendatur per multam intuitionem. Patet ergo illud, quod proponebatur.

73. Virtus sensitiua comprehendit quantitatem anguli, quem in centro uisus respicit superficies rei uisæ solùm ex comprehensione partis superficiei uisus, in qua figuratur forma rei uisæ. Alhazen 44 n 2.

Quamuis enim ordo puræ mathesis sit in hoc, ut per quantitatem angulorum sciatur quantitas partium superficierum sphæricarum illis angulis subtensarum, eò quòd sicut centrum est principium constitutionis totius sphæræ: sic partes angulorū 8 solidorū, qui sunt circa centrū sphæræ, ut

circa

circa quodlibet uniuersi punctum sint principium distinctiuū omnis partis superficiei sphæræ per 87 t 1 huius: tamen in hac scientiæ sensibilis experientia, quę naturalium rerū conditione permiscetur, uirtus sensitiua ex cōprehensione partis superficiei uisus, in qua figuratur forma rei uisæ, cōprehendit à posteriori uia sensib. competente quantitatem anguli, quem in centro uisus respicit superficies pręfata. Sensus enim uisus naturaliter comprehendit illam superficiem, in qua figuratur forma rei uisæ per distinctionem lucis & coloris, qui per se accidūt in illa parte ab alijs superficieb. uisus distincta: & quando comprehendit quantitatem illius partis, tūc imaginatur angulos, quos respiciūt illę partes, & comprehendit quantitates eorū apud centrū uisus secūdū quantitatem partiū superficiei uisus illis angulis subtensarū: anguli autem tūc non certificantur, nisi per motum uisus respicientis super diametros rei uisę, aut super spatiū, cuius uisus magnitudinem uult scire. Patet ergo propositū. Et licet lineę radiales in centro uisus non concurrant, quoniam peruenit intersectio axium uisualiū ad mediū punctum nerui cōmunis, ut in pręcedentium theorematum pluribus patuit: partes tamen superficiei ipsius uisus informantur secundum modū, quo lineę radiales concurrerent in centro ipsius uisus, nisi ipsos refractio in medio secundi diaphani præueniret, ut patet per 22 huius: & hoc est notatu dignū, quoniam nos in sequentib. utemur centro uisus, ac si lineę radiales in ipso angulariter concurrant: quia secundum hoc omnis uisio informatur.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER QVARTVS.

TRACTAVIMVS *in præmisso tertio libro de proprietatibus organi uisiui, & de essentialibus modis uidendi: nunc aūt restat, ut in hoc quarto libro prosequamur proprietates omnium uisibiliū, quæ, ut in principio tertij diximus, sunt uigintiduo, quorum tantū duo, scilicet lux & color sunt per se uisibilia: alia uerò uidentur per accidens: uel quia pluribus alijs sensibus percipiuntur: uel quia non uidentur, nisi propter luces & colores, ut patet in singulis ipsorū. Et quoniā in præmisso tertio libro de uisione lucis & coloris satis præmisimus: ideo nūc alia 20 uisibilia restant pertractāda. Hæc itaq; omnia, paßiones quoq; et deceptiones, quæ accidunt uisib. & potentijs intrinsecis animæ circa illa naturaliter uel mathematicè, prout natura rei et poßibilitas nostra fert, sub modo demōstratiōis suo ordine percurremus, unicuiq; ipsorū suæ uisionis modū, et in se et in suis partib. præmittentes: deceptiones quoq;, quæ in ipso uel tantū uirtuti uisiuæ, uel etiam potentijs animæ intrinsecis, ut quæ uirtuti distinctiuæ & ratiocinatiuæ accidūt, cū studio subiungemus: quæ aūt præmittimus, sunt ista.*

DEFINITIONES.

1. Forma dicitur directè uisibus incidere, à qua producta linea recta super superficiem uisus est perpendicularis, incidens ipsi centro foraminis uueæ. 2. Obliquè uerò incidere dicitur, à qua producta recta dicto modo, nō est perpēdicularis. 3. Linea directè uisui opposita dicitur illa, cui axis radialis perpendiculariter incidit secundum aliquod eius punctum. 4. Linea obliquata ad uisum dicitur, cui axis radialis ad nullum sui punctum perpendiculariter potest incidere. 5. Superficies directè opposita dicitur, quando axis radialis perpendiculariter erigitur super illam. 6. Superficies uerò obliquata ad uisum dicitur, quando axis radialis punctis illius superficiei incidit obliquè. 7. Complementū directionis in oppositione uisus est, cum axis perpēdicularis incidit medio superficiei, uel lineæ oppositæ uisui: & quātò magis punctus, cui incidit axis perpendiculariter, fuerit medio superficiei aut lineæ propinquior, tantò erit superficies uel linea maioris directionis in oppositione. 8. Vera comprehensio per uisum, dicitur illa, inter quā & ueritatem rei uisæ non est diuersitas sensibilis omnino, respectu totius rei uisæ. 9. Remotio unius rei ab altera, est priuatio contactus inter illa. 10. Conus dicitur pyramis ro-

mis rotunda, uel uertex pyramidis cuiuſcunque rotundæ uel lateratæ.

P E T I T I O N E S.

Petimus autem hæc. 1. Sub eleuatioribus radijs uiſa eleuatiora apparere, ſub decliuioribus uerò decliuiora: & ſimiliter ſub dexterioribus radijs uiſa dexteriora apparere, ſub ſiniſterioribus uerò ſiniſteriora. 2. Item ſub pluribus angulis uiſa perſpicatius uideri. 3. Item omnes uiſus æqualis diſpoſitionis æquè ueloces eſſe. 4. Item omne totum uideri maius ſua parte.

THEOREMATA.

1. Ex intemperata proportione circumſtantiarum formarum uiſibilium ad uiſum fit deceptio in uiſu, non ſolùm ſecundũ ſe, ſed ſecundum uirtutẽ animæ diſtinctiuam. Alhazen 1 n 3.

Ex his, quæ declarata ſunt in libro tertio, patet octo eſſe neceſſaria ad perfectam operationem uiſus, quæ ſunt: lux per 1 th 3 huius. Item diſtantia uiſibilis à uiſu per 15 th 3 huius. Item ſitus oppoſitionis ipſius uiſus per 2 th 3 huius: uel ſitus reſpectu axis cõmunis per 44 th 3 huius. Item magnitudo corporis per 19 th 3 huius. Item ſoliditas corporis uidendi per 14 th 3 huius. Item diaphanitas aeris per 13 th 3 huius. Item tempus conueniens intuitioni faciendę per 56 th 3 huius. Item ſanitas uiſus per 16 th 3 huius. Quodlibet autem iſtorum latitudinem habet proportionatam ad rem uiſam. Lux enim habet latitudinem, quoniam lux maxima impedit uiſum, & lux debilis non educit uiſibilia in actum agendi in uiſum: unde corpora minuta uel intentiones uiſibiles minutæ non uidentur in luce debili: ſed eſt etiam latitudo in ea luce, quæ eſt magnitudini corporis proportionata. Diſtantia quoq; uiſibilis à uiſu ſiue ipſius remotio latitudinem habet: corpus enim aliquod ab aliqua diſtantia plenè comprehenditur, & ab alia non plenè: & inter illas diſtantias eſt latitudo magna, in qua fit plena comprehenſio corporis illius, & ſecundum quod maius fuerit corpus, maior erit latitudo diſtantiæ ſpatij, ſecundum quam ipſum poterit uideri. Similiter cum magna fuerit declinatio alicuius corporis à directione oppoſitionis ipſius uiſus, non comprehenduntur particulæ uel notæ paruæ, quæ ſunt in ipſo, quę in parua declinatione corporis uiderentur: & eſt etiam inter illas declinationes latitudo. Similiter corpus paruum ſitum extra axem communem uidebitur multum elongatum & occultatum, & idem corpus ſitum circa axem communem uidebitur apertè: palàm autem, quòd ſitus reſpectu axis communis habet latitudinem, quoniã habet habitudinẽ proportionatam ad corporis magnitudinem & minutias ipſius. Magnitudo etiam corporis habet latitudinem: ſi enim partes rei uiſæ non fuerint proportionales totali magnitudini uiſæ, occultabuntur uiſui: & ſi fuerint proportionales totali uiſę magnitudini, fit tamen corpus totale modicum, adhuc non uidebuntur: unde in picturis modicis aliquas particulas non ſtatim percipimus uiſu, licet proportionales ſint ſuis totis: latitudo ergo magnitudinis rei uiſæ proportionata debet eſſe ad totale corpus, cuius fuerit pars illa uiſa magnitudo. Soliditas quoque habet latitudinem proportionatam ad rem uiſam. Si enim in corpore aliquo color ualde acutus fuerit, licet ipſum ſit paucæ ſoliditatis: illud tamen corpus uideri poterit, quod non accideret maiori ſoliditate in illo corpore exiſtente, quoniam fortè color propter reflexionem uehementem luminis impediret uiſum, quæ reflexio fieret propter magnam corporis ſoliditatem: & ſi color fuerit obſcurus, tunc fortè accidet minus ſolidum debilius uideri colore eius obſcuro exiſtente. Diaphanitas etiam aeris habet latitudinem: quia per flammas & per fumos non fit uiſio rerum minutarum, ſed fortè groſſarum, ſicut ſi per ipſa uideretur charta, non ſcriptura. Tempus etiam conueniens intuitioni faciendæ latitudinem habet: quia corpus ſubitò uiſum pertranſiens, non comprehenditur à uiſu, & quandoque motus trochi non uidetur, quia eſt uelociſsimus in tempore ualde paruo. Sanitas etiam uiſus latitudinem habet: in quibuſdam enim infirmitatibus minutiæ corporis, niſi abſcondantur, in minori ſpatio percipiuntur, & uiſus debiliores non uident illa, quæ occurrunt uiſibus fortioribus. Vniuerſaliter ergo quilibet iſtorum modorum, in quo non uerificatur forma rei uiſæ, ſicut eſt in rei ueritate, eſt egreſſus à temperantia ad rem illam uidendam proportionata: & hęc omnia ſe alterutrum reſpiciunt ſecundum conuenientes adinuicem proportiones: & quodlibet ipſorum ad alia octo conuenientem oportet quòd habeat diſpoſitionem, quorum pertractationem relinquimus conſiderationi animæ res propinquius intuentis.

2. Impoſsibile eſt uiſum unam intentionum uiſibilium per ſe ſolam comprehendere. Alhazen 63 n 2.

Viſus enim per ſe comprehendit formas uiſibilium, quæ ſunt corporales: omnes autem formæ corporales ſunt compoſitę ex multis intentionibus uiſibilibus particularib. prædictis: ſicut magnitudo nõ eſt ſine figura, & figura nõ eſt ſine ſitu: & hæc omnia nõ ſunt ſine colore, & color nõ eſt ſine luce, & lux non diffunditur niſi in corpore. Viſus itaq; non comprehendit aliquam iſtarum particulariũ intentionũ, niſi ex cõprehenſione formarũ uiſibiliũ cõpoſitarũ ex plurib. intentionibus particularibus, quarũ quælibet ſimul cõprehendit uiſus. Et quoniã nulla intentionũ per ſe ſola cõplet aliquam

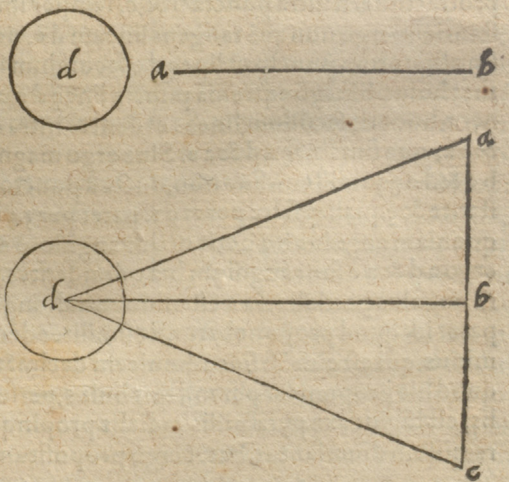
quá formarum corporalium sensibiliũ:palã,quòd impossibile est uisum cõprehendere aliquã illarũ intentionum solam per se,sed semper sunt plures illarum intentionum simul in forma sensibili congregatæ. Visus ergo cõprehendit simul semper multas intentiones particulares, quę solũ distinguũtur auxilio uirtutis distinctiuæ per imaginationẽ : & sic demum uisus comprehendit intentionem particularium quamlibet distinctam. Quod est propositum.

3. Non sub quocunq; angulo res sensibiles uidentur.

Quod omne quod uidetur, sub angulo uideatur, patet per corollarium 18 t 3 huius: & etiam cum per 19 th 3 huius, corpus uisibile, oportet, ut sit alicuius quantitatis respectu uisus, ad hoc ut actu uideatur: palàm ergo, quòd sub angulo contingentiæ, qui est indiuisibilis per 16 p 3, non erit possibile aliquam rem uideri. Omnis enim angulus, sub quo potest fieri uisio, est diuisibilis per axem pyramidis radialis superficiei ipsius uisus perpendiculariter incidentem: eò quòd omnis uisio fit per pyramidem uisualem, cuius basis superficies rei uisę per 18 t 3 huius: uel ad minus ille angulus est sub illo axe, & sub alia linea longitudinis radialis pyramidis contentus, ut declaratum est in 54 th 3 huius: est ergo rectilineus: est ergo diuisibilis per 9 p 1. Et quoniam maximus angulorum, sub quo fit uisio, est quasi rectus, ideo, quòd diameter foraminis uueæ, quæ subtenditur illi angulo in centro uisus, est quasi æqualis lateri cubi inscriptibilis sphæræ uueę, uel lateri quadrati inscriptibilis circulo magno illius sphæræ, ut ostendimus in 4 t 3 huius: illi autem lateri semper subtenditur angulus rectus per 33 p 6: quoniam eius chorda est quarta circuli. Si ergo uisio fieret ac si lineæ radiales in centro uueę concurrerent: tunc maximus angulus, secundum quem fit uisio, esset quasi angulus rectus solidus, ita quòd pyramis uisualis maxima fieret rectangula, & semidiameter basis illius pyramidis fieret æqualis axi: fit autem uisio ac si lineę concurrant in centro uisus, ut patet per 73 th 3 huius: centrum uerò uisus est remotius in profundo, quàm centrum uueę per 8 th 3 huius. Maior ergo angulus, secundum quem fit uisio, est minor recto, sed non multùm minor, quia illorum centrorum, sphę ræ scilicet uueę & oculi, non est magna distantia: & fit axis maximæ pyramidis uisualis maior semidiametro basis eius, sed non multò maior. Et hoc patet etiam experimento: quoniam si aliquis stet in campo plano erectus, & aperiat oculum, ut amplius potest, tunc uidebit quasi quartá circuli maioris sphærę cœlestis per Zenith capitis transeuntis: & per anguli huius diuisionem fit uisio partiũ illius, & omnium rerum illis angulis subtensarum, quousq; perueniatur ad angulum minimum, qui si diuideretur, non fieret uisio secundum illum. Licet enim omnis angulus rectilineus mathematicus sit in infinitum diuisibilis: in angulis tamen naturalib. secundum quorum dispositionem fit passio operationis sensibilis, oportet ut sit status in diuisione, quãdo minus sensibile illo non erit: neq; ergo erit uisio sensibilis secundũ illũ: sed omnis uisio est sensibilis, cũ sit actio sensitiua: nulla ergo uisio erit secũdum angulum minorem illo. Non ergo sub quocunq; angulo res sensibiles uidentur: & hoc intelligendũ est secundum lineas radiales perpendiculariter superficiebus uisuũ incidentes, nõ obliquè, secundum quas obliquas fit incerta uisio, & confusio formarum rerum uisibilium in uisu, ut ostendimus in 17 th 3 huius. Patet ergo propositum.

4. Forma lineæ perpendiculariter superficiei uisus oppositæ non uidetur: quoniam per ipsam solùm fit distinctio punctualis: oppositæ uerò uisui secundum longitudinem, secundum sui formam propriam uidetur.

Esto, ut uisui, cuius centrum sit d, perpendiculariter incidat linea a b, quæ sit linea sensibilis, utpote corpus longum insensibilem habens latitudinem, ut pilus, qui, licet sit columna rotunda, uel laterata, basis tamen eius à uisu percipi non potest: dico, quòd tale corpus taliter dispositum non uidetur: est enim angulus in centro uisus, cui subtenditur basis eius diametri penitus insensibilis, secundum quẽ nõ potest fieri uisio per præmissam. In formis tamen alijs uisis fiet per incidentiam formæ huiusmodi corporis aliqua distinctio pũctualis insensibilis: quoniam forma puncti illius perpendiculariter incidentis se formis punctorum circumstantium aliarum formarum immiscebit: & cum non sit de genere illorum, necessariò aliquam faciet distinctionem, ita, ut illorum corporũ formæ actu, licet non multum sensibiliter distinguantur, nec ad naturam continuitatis unius lineæ pertingant. Opposita uerò linea uisui secundum longitudinem, siue sit positio directa uel obliqua, semper ipsa secundũ sui formã propriam uidebitur: quoniã tota



eius lõgitudo sub angulo uno, & partes eius sub angulis sensibilib. perueniẽt ad uisum: ut si linea a b c opponatur uisui d secũdũ sui lõgitudinẽ, & sit distãtia cõueniens: tũc ipsa tota uidebitur sub angulo a d c: & pars eius a b sub angulo a d b, & pars eius b c sub angulo b d c: & siue sit recta uel curua, uel irregularis, semp aliqua lõgitudo secũdũ latitudinẽ describetur in oculi supficie, secundũ qđ est in

ipsa linea,& per longitudinem sensibilem & latitudinem non sensatam uirtus distinctiua formã lineę iudicabit,ut accidit in lineis naturalibus,quę sunt,ut quidam pili.Patet ergo propositum.

5. Superficiei opposita uisui taliter,ut imaginata protrahi secet oculum per eius cētrum, una tantum linea: opposita uerò uisui secundum latitudinem forma propria uidetur.

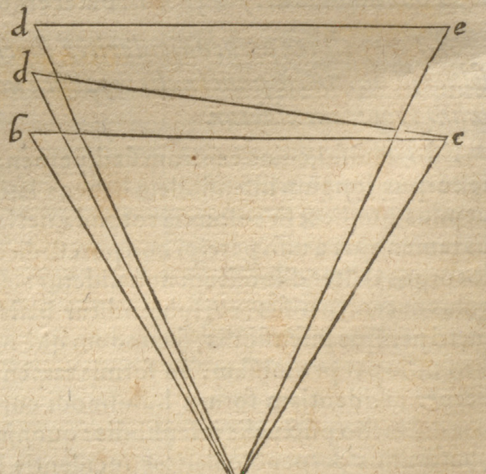
Opposita enim uisui superficie quacunq; per modum,quo proponitur,formæ omnium punctorum perpendiculariter incident superficiei uisus, & concurrent in centro. Et quoniã forma cuiuslĩbet illorum punctorũ facit aliquam distinctionem in uisu per pręcedentem: & omnia illa puncta secundum longitudinem incidentia coniuncta cadunt in quadam linea: patet,quòd illius superficiei sic dispositę una tantùm linea uidetur. Opposita uerò illa superficie secundum sui longitudinem uisui,forma cuiuslibet suę lineę uidetur secundum sui formam propriam linearis per pręcedentē. Tota ergo superficies secundum sui formam propriam uidetur, quoniam semper uidebitur longitudo & latitudo aliqua,siue illa superficies sit plana,siue concaua,uel conuexa: quia non est differentia in illis,quantum ad propositam passionem. Patet ergo propositum.

6. Corporum uisibus oppositorum solæ superficies à solo uisu comprehenduntur.

Quia enim à solo uisu corpora uidentur,secũdum quòd formę ipsorum uisui se offerũt, & in eius superficie depinguntur,ut patet per 17 t 3 huius: formę uerò profunditatis corporum uisib. non offeruntur,sed solùm ea,quibus secundum longum & latum lineę ductę à centro uisus incidunt, ut patet per 2 t 3 huius: hęc aũt est dispositio superficialis. Corporum ergo uisibus oppositorũ solę superficies à solo uisu comprehenduntur: & si una sit corporis superficies, siue sit illud corpus sphæricũ cõcauum uel conuexum,una tantũ uidebitur superficies: & si plures sint corporis unius superficies,ut in corporibus omnium planarum superficierum & columnarum rotundarum,& pyramidum & portionum sphęricarum quarumcunq;,semper non nisi plures superficies uidebuntur, ac si non esset corpus,sed quędam superficies sic extensa, sine corporis medij inclusione. Patet ergo propositum. Quia itaq; passio in lineis uisui accidens,descendit in superficierum uisionem, & passio in superficiebus uisui accidens descendit in corporũ uisionem,sola uerò corpora per se uideantur, quia solùm corpora per se sunt entia naturalia sensibilia, & superficies & lineę in illis sunt imaginabilia: parcendum nobis est,si uisuales passiones corporum proponimus per modũ passionum uisualium superficierum uel linearum: quia quòd uisibus in lineis accidit,corporum longitudini solùm uel latitudini solùm æstimamus accidere,& quod superficiebus accidit, corporum longitudini simul cũ latitudine necessarium est euenire: unde secundum istorum conueniẽtiam superficiebus uel lineis nos posterius utemur.

7. Omnium æqualium uisibilium quod à propinquiori uidetur, sub maiori angulo uidetur: quod uerò à remotiori, sub minori. Euclides 5 th. opticorum.

Sint duę magnitudines ęquales b c & d e: sitq; centrum uisus a: sitq; b c propinquior uisui a,quã ipsa d e. Dico,quòd b c uidetur sub maiori angulo quã d e. Ducantur enim lineę a b & a c: & quoniam hę lineę concurrunt in puncto a, palàm quòd non ęquidistant per definitionem ęquidistantium linearum: sed neque concurrent in aliquo alio puncto quã in a: quia sic duę rectę lineę superficiem includerent, quod est impossibile. Nunquam ergo concurrent alibi quã in puncto a: protractę uerò ultra puncta b & c, semper ibunt in distantiam: ergo nunquã tangent lineam d e, nec erit uisio aliquorum punctorũ lineę d e secundum illas per 2 th. 3 huius. Si ergo extrema puncta lineę d e uideri debent,hoc erit secũdum lineas cadentes intra lineas b a & c a, quę sint lineę a d & a e. Siue ergo magnitudines b c & d e ęquidistent,siue non,ducta à puncto d ęquidistante & ęquali ipsi b c per 31 p 1, patet per 34 t 1 huius, quoniam angulus b a c erit maior angulo d a e: lineæ ergo a d & a e sunt angulum b a c diuidentes. Quia uerò angulus partialis d a e est minor totali angulo b a c,

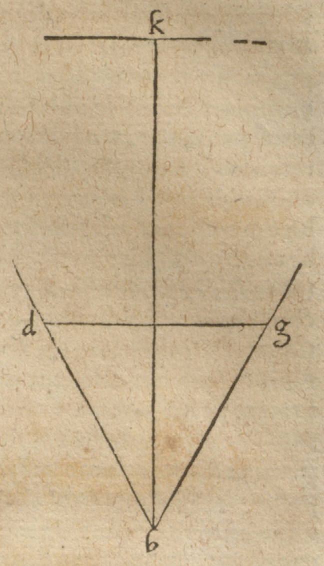


patet id, quod proponebatur. Et similiter demonstrandũ est, si linearũ b c & c d ęqualiũ sit idem terminus,qui est c: uel si sint adinuicem declinãtes: tũc enim idem accidit, quod prius. Totum tamen, quod hic proponitur per 108 th. 1 huius,perfectius patet: remotioris enim uisi axis pyramidis radialis, est lõgior axe pyramidis radialis propinquioris uisi: unde anguli solidi in uerticibus illarum pyramidum diuersantur. Patet ergo propositum.

8. Vnumquodq; uisorũ longitudinem habet spatij, ultra quod non uidetur. Eucli. 3 th. optico.

Sit centrũ oculi b: res autẽ d g sit uisa sub minimo angulo uisui determinato. Dico, quòd illa res, quę est d g, in ulteriori spatio nõ uidebitur. Sit enim positũ g d in spatio ulteriori, in quo sit pũctus k: si igitur

ſi igitur g d uidetur in pũcto k,neceſſe eſt per præmiſſam ipſam ſub minori angulo uideri quàm ſub illo minimo,qui eſt uiſui determinatus. Non auté ſub minori angulo uiſibile potuit ad uiſum multiplicari: angulus enim multiplicationis formarũ ad uiſum tam diu poteſt diminui, donec formæ punctorum extremitatis rei uniantur,& fiant pũctus unus , nec res uidebitur niſi punctualis,uel nullo modo uidebitur.Patet ergo propoſitum.



9. Remotio rei uiſæ ab ipſo uiſu non eſt comprehenſibilis à ſolo ſenſu uiſus, ſed auxilio uirtutis animæ cognoſcitiuæ & diſtinctiuæ. Alhazen 24 n 2.

Intentio enim remotionis inter duo corpora eſt priuatio cõtactus propter aliquod ſpatium inter illa duo corpora exiſtens:nõ comprehenditur ergo remotio per ſe à uiſu,ſed auxilio uirtutis cognoſcitiuæ & diſtinctiuæ cognoſcentis utrumq; extremorũ corporum & diſtinguentis inter illa: fit tamẽ talis comprehenſio non in tempore, ſed in inſtanti:quieſcunt enim in anima intẽtiones ſenſibiles, per quas com prehenditur remotio. Et quia illæ intentiones requieuerũt in anima per tempora longiora, ideò propter nimiam frequentationem & iterationem formarum illarum pluries in uiſu factam, nõ indiget uirtus diſtinctiua nouis collationibus temporalibus apud comprehenſionẽ illarum intentionũ,ſed ſtatim comprehendit remotionem ſimul cum rei comprehenſione propter cognitionem antecedentem. Quia enim oculis apertis res oppoſita uiſui ſtatim uidetur,& ſtatim clauſis oculis uel re ablata ab oppoſitione res non uidetur: concludit ratio,quòd illud,quod accidit eſſe in uiſu apud aliquem certum ſitum,& non manet poſt eius ablationem,non eſt fixum intra uiſum. Et quoniam forma ipſius,per quam uidetur, nõ eſt intra uiſum: eſt ergo ab extrinſeco,à corpore ſcilicet exiſtente extra uiſum,non contingente uiſum : eſt ergo inter uiſum & illam rem uiſam remotio. Fit autem hæc argumentatio nõ in tempore,ſed ſtatim ſimul cum ſimplici aſpectu uiſionis : quoniam ex frequẽtia uiſionis cum hac argumentatione quieſcit in anima uniuerſalis propoſitio,quam etiam anima non percipit apud ſe quieſcentem: & eſt,quòd omnia uiſibilia ſunt extra uiſum,& quòd inter quamlibet rem uiſam & ipſum uiſum eſt remotio. Patet ergo propoſitum.

10. Quantitas remotionis comprehenditur à uiſu auxilio uirtutis diſtinctiuæ, cum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata. Alhazen 24 n 2.

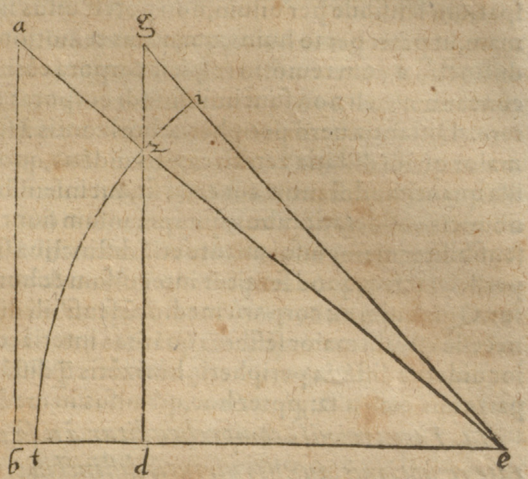
Quantitas remotionis diuerſa eſt ab intẽtione remotionis in eo,quòd eſt remotio : quoniam intentio remotionis facit priuationem contactus aliquorum duorum corporum propter ſpatium inter illa duo corpora exiſtẽs : ſed quantitas remotionis eſt quantitas ſpatij inter illa duo corpora remota exiſtentis. Nulla itaq; quantitas remotionis omnium uiſibilium comprehenditur per ſolum ſenſum uiſus etiam cum auxilio uirtutis diſtinctiuæ, niſi quantitas remotionis illorum uiſibilium, quorum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata , & quorum remotio eſt mediocris : tunc enim cum uiſus comprehẽdit corpora ordinata & continuata, reſpicientia remotiones aliquorum corporum,& certificat menſuras illorũ corporum: conſequenter quoq; certificat remotionis menſuram per menſuras illorum corporum & per quantitates ſpatiorum , quæ ſunt inter extremitates eorum:ſpatium enim,quod eſt inter duas extremitates uiſus & corporis,reſpicit remotionem,quę eſt inter uiſum & rem illam uiſam. Vnde cum uiſus comprehenderit menſuram illius ſpatij , comprehendet etiam menſuram remotionis rei uiſæ: & hoc fit certitudinaliter per corpora ordinata & continuata in illo ſpatio exiſtentia & uerè comprehenſa , & cum remotio eſt mediocris. Dicimus uerò corpora ordinata & continuata, quæ ſunt in aliqua linea quaſi recta diſpoſita, in æquali quaſi ab inuicem diſtãtia,ut ſunt arbores,uel montes,uel altæ turres,& ſimilia : per iſtorum enim numerationem cum ipſorum diſtantia ab inuicem aliqualiter fuerit nota, & innoteſcit quantitas remotionis eius,quòd ſecundum illam lineam à uiſibus eſt remotum. Mediocris uerò remotio eſt illa,in qua non latet omnino quantitas rei ſenſibilis reſpectu quantitatis totius remotionis. Solum itaq; illorum corporum remotio à uiſu comprehenditur uera comprehenſione, quorum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata,quorum corporum & ſpatiorum ipſa interiacentium quantitas & menſura à uiſu poteſt comprehendi uera comprehenſione,& cum remotio eſt mediocris. Vnde ſiue deficiat comprehenſio corporum cõtinuatorum & ordinatorum , ſiue deficiat mediocritas remotionis,nunquam comprehendetur remotio illorum corporum uera comprehẽſione , ſed ſolùm ſecundum æſtimationem. Vnde uidens nubes in loco non montuoſo, æſtimabit nubes ualde propinquas cœlo : ſi autem nubes uideantur ſuper cacumina montiũ,uel ſub illis,tunc ſciet uiſus,quia nubes ſunt propinquæ terræ.Cum ergo uiſus comprehendit uiſibilia,quorum remotionum quantitates non certificantur à uiſu : tunc uirtus diſtinctiua cognoſcit menſuras remotionis eorum ſecundum æſtimationem , non ſecundum certitudinem , & comparat remotionem earum ad remotionem ſibi ſimilium ex uiſibilibus prius comprehenſis à uiſu. Quando itaq; uiſus comprehendit aliquam rem uiſam remotam, ſtatim uirtus diſtinctiua comprehendit remotionem eius & menſuram remotionis eius ſecundum quod poterit comprehendere,aut per certitudinem , aut per æſti-

mationem, & statim remotio illius rei habebit in anima mensuram imaginatam. Corpora uerò ordinata & continuata respicientia remotiones uisibilium, sunt utplurimum partes terræ & uisibilia assueta, quæ semper uel frequentius comprehenduntur à uisu, ut quæ sunt super terræ superficiem, & corpus terræ interiacet illa corpora, sicut etiam interiacet illa & corpus hominis aspicientis: corpus autem terræ interiacens illa corpora, mensuratur à uisu per numerum pedum, quoniam pes est minima mensura consueta hominibus ad mensurandum partes terræ propinquas, per quas partes terræ propinquas mēsurantur partes terræ remotæ per uim distinctiuam animæ, propter frequentationem comprehensionis similium partium illi parti terræ, quarum partium mensura quiescit in anima, ita, quòd etiam anima non percipit illarum partium quietem apud se ipsam. Peruenit autem hæc mensura ad animam, quoniam quantitas spatiorum, quæ sunt apud pedes hominum, comprehenduntur à uisu: mensurãtur enim etiam sine intentione per pedes hominum, quando frequenter ambulant super illa spatia, sicut etiam mensurantur per extēsiones brachiorum, & uirtus distinctiua comprehendit istam ueram mensurationem, & certificat ex ea quãtitates partium terræ continuatarum cum corpore hominis uidentis: & hoc quiescens in anima est principium mensurationis omnium remotionum secundum æstimationem. Cum enim uisus comprehendit semper quantitatem partium terræ sibi uicinarum, remanet apud animam etiam quantitas linearum protensarum ab extremitatibus illarum partium terræ ad uisum, & quantitas partis superficiei membri sentientis, ad quam peruenit forma illarum partium terræ, & per consequens quantitates angulorum peruenientium in centro uisus, quos respiciunt illæ partes superficierum uisus per 73 th. 3 huius: unde si homo erectus aspexerit terram, quæ est ante pedes eius, tūc longitudo linearum radialium erit quantitas lineæ erectionis, & superducta superiori palpebra uisui, erit quasi indiuisibilis (sicut angulus contingentiæ) ille angulus, secūdum quem fit uisio: & cum prospexerit ulterius, augmentabuntur lineæ radiales per 47 p 1, & eleuata superiori palpebra, augebitur angulus, ita, ut cū quantitas spatij uisi ad quantitatem semidiametri mundi accesserit, etiā quantitas anguli peruenit quasi ad rectum angulum, quoniam illi angulo subtendetur quarta circuli magni ipsius sphæræ cœlestis uisæ. Cum itaq; hæ intentiones linearum & angulorum in anima quieuerint, fiunt principia comprehensionis quantitatum remotionum quarumcunq;: quoniam æquales lineæ radiales & anguli æstimantur partibus æqualibus correspondere, & utitur ijs uidens præter intentionem comparationis, & coadiuuat in hoc quantitas angulorum & augmētatio ipsorum in longiori quantitate respectu breuioris: & similiter est in proportione longitudinis linearū radialium, quam per se sentit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, perpendēs quòd omne totum est maius sua parte. Hoc itaq; modo comprehendit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ quantitatem remotionis rerum uisarum secundum lineas distantiarum suarum abinuicem & à uisu, sicut etiam uisus quandoq; per uirtutem distinctiuam comprehendit quantitates altitudinum aliquorum corporum eleuatorum super superficiem terræ, sicut turrium, parietum & montium, maximè cum remotio fuerit mediocris, uel etiam altitudo. Cum autem remotio uel altitudo fuerit maxima: tunc partes paruæ, quæ sunt in ultimo spatij, non comprehenduntur à uisu, nec distinguuntur per uirtutem distinctiuam, quoniam parua quantitas in remotione maxima latet uisum: non enim facit angulum sensibilem apud centrum uisus, propter quod quantitas illorum nō certificatur per 3 huius. Nihil itaq; ex quantitatibus remotionum uisibilium certificatur, nisi per corpora ordinata & cōtinuata mediocris distantiæ ab inuicem & æqualis. Nulla quoq; remotio potest certificari, nisi cum uisus assimilat remotionē rei uisæ remotioni sibi simili ex remotionibus assuetis & notis: remotio uerò mediocris, cuius quantitas certificatur à uisu, est remotio, apud cuius ultimum non latet uisum pars habēs proportionem sensibilem ad totam remotionem: & cum uidens scit quantitatem anguli, secūdum quam uidet remotionem certam cognitam sibi: tunc secundū excessum uel diminutionem, uel æqualitatē, ad illum angulum notum uirtus distinctiua iudicat remotiones ignotas, accipiendo secūdum quantitatem anguli, quantitatem ipsius remotionis. Et etiā certificatur remotio per motum uisus super corpus respiciens remotiones extremorū alicuius superficiei aut spatij. Generaliter autem forma rei uisæ & forma remotionis rei uisæ, cuius remotio est mediocris, & respiciens corpora ordinata & continuata, perueniunt communiter in imaginatione simul apud intuitionem rei uisæ, & uirtus distinctiua illam dijudicat modo dicto. Patet ergo propositum.

11. *Aequalibus quantitatibus ex inæquali distantia uisis: maior est proportio distantiæ maioris ad minorem, quàm maioris anguli, sub quo fit uisio, ad minorem. Euclides 8 th. opt.*

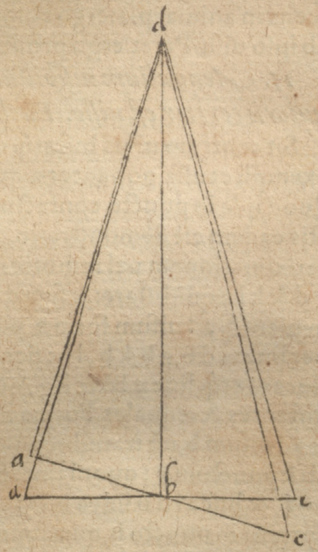
Sint, exempli caussa, datæ duæ æquales & æquidistantes magnitudines, quæ a b & g d: sitq; centrum uisus punctum e: & sit g d propinquior uisui, a b uerò remotior: sitq; illarum magnitudinum una remota ab altera, & utraq; ipsarum ab ipso centro uisus sensibili remotione: statuanturq; taliter, ut puncta b & d, quæ sunt extremitates illarum duarum magnitudinum, sint in uno axe pyramidis uisualis: & secundum illum axem formæ illorum punctorum perueniāt ad uisum. Cum itaq; puncta b & d secundum eandem lineam ad uisum se multiplicent: palàm quòd oportet puncta a & g secundum diuersas lineas, quę a e & g e, ad uisum peruenire. Et quoniā, ut patet per 7 huius, magnitudo a b, quę est remotior à uisu, sub minori angulo uidetur, patet quòd linea e a secat angulum g e d: ergo per 29 th. 1 huius ipsa secabit basim g d: sitq; punctus, in quo linea a e intersecat lineam g d, punctus z: & centro existente puncto e fiat arcus circuli ad quantitatem semidiametri e z: qui necessariò

cessariò secabit lineas e g & e b, cum linea e z, quæ est semidiameter, sit minor illis ambabus lineis, linea scilicet e b ex hypothesi, & linea e g per 21 p 1: secet ergo lineam e g in pũcto i, & lineã e b in puncto t: sitq; ille arcus i z t. Quia itaq; trigonum e g z est maius sectore e z i, & trigonũ e z d minus sectore e z t: ergo per 9 th. 1 huius trigonum e g z maiorẽ habet proportionem ad trigonũ e z d, quàm sector e z i ad sectorẽ e z t: ergo per 11 th. 1 huius erit coniunctim maior proportio trigoni e g d ad trigonum e z d, quàm sectoris e i t ad sectorẽ e z t: sed proportio e g d trigoni ad e z d trigonum per 1 p 6 est, sicut proportio lineæ g d ad lineam z d: sed linea d g est æqualis lineę a b ex hypothesi: ergo per 7 p 5 linearum g d & a b ad lineam d z est eadẽ proportio. Et quoniam per 29 p 1 & ex hypothesi trigona a e b & e z d sunt æquiangula, quia ambobus ipsis angulus a e b est communis: est ergo per 4 p 6 proportio lineæ a b ad lineam d z, sicut lineæ b e ad lineam e d: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ b e ad lineam d e maior quàm proportio sectoris e i t ad sectorem e z t: sed sicut se habet sector e i t ad sectorem e z t, ita se habet arcus i t ad arcum z t: quod patet per 1 p 6, & nos hoc declarauimus in 35 th. 1 huius: est autem proportio arcus i t ad arcum z t, sicut anguli i e t ad angulum z e t per 33 p 6. Est ergo maior proportio lineę b e ad lineam d e, quàm anguli i e t ad angulum z e t. Palàm ergo, quòd maior est proportio distantiæ maioris ad distantiam minorem, quàm anguli maioris, sub quo fit uisio, ad angulum minorem. Et hoc proponebatur. Illud enim, quod in æquidistantibus magnitudinibus declaratum est, in non æquidistantibus amplius patet: quoniam tunc uisionis anguli minuuntur, ut ostendimus in 7 huius. Patet ergo propositum.



12. *Aequalitas remotionis extremorum lineæ uel superficiei rei uisæ à centro uisus, directionis comprehensionis uisiuæ est caussa, sicut inæqualitas eadem eorundem est caussa obliquationis. Alhazen 45 n 2.*

Aequalitas enim remotionis extremorum lineæ uel superficiei rei uisæ caussat æqualitatem angulorum ipsorum axium radialium illi lineæ uel superficiei incidẽtium secundum media ipsorum puncta. Vt si lineæ a b c extrema, quæ sunt a & c, æqualiter distent à centro uisus, quod est d: & ducatur axis radialis, qui d b: & lineæ radiales, quæ d a & d c: tunc patet ex hypothesi, & per 8 p 1, quoniã anguli d b a & d b c sunt æquales. Si uerò extrema punctã, quæ sunt a & c, inæqualiter distent à centro d: tũc lineæ d a & d c fiunt inæquales: & similiter anguli d b a & d b c fiunt inæquales, & fit uisio obliqua. Si itaq; linea uel superficies rei uisę fuerit directẽ opposita uisui: sentiet uisus directionem eius ex sensu æqualitatis remotionum suarũ partium ab axe uisuali perpendiculariter illi lineæ uel superficiei incidente: quoniam tunc per definitionem lineæ uel superficiei directẽ uisibus oppositæ, & per 38 th. 3 huius patet, quoniam ambo axes radiales cõtinent hinc & inde angulos æquales. Et si superficies rei uisæ fuerit obliqua: tũc sentiet uisus obliquationem eius ex sensu inæqualitatis quantitatum remotionum extremorum eius, & etiam angulorum eius: & sic incipit latere quantitas magnitudinis eius uirtutem distinctiuam. Quoniam uirtus distinctiua comprehẽdit ex inæqualitate remotionum diametrorum extremorũ illius obliqui spatij, obliquationem pyramidis continentis ipsum. Quare sentit diminutionem magnitudinis basis eius propter obliquationem: & non conuenit secundum assimilationem quãtitas magnitudinis obliquẽ uisui oppositæ quantitati magnitudinis directẽ uisui oppositæ, nisi tunc, quando comparatio fuerit ad angulum solum: sed si fiat comparatio ad angulum & ad longitudines linearum radialium interiacentium uisum & extrema rei uisæ: tunc nullum erit dubium in diuersitate quantitatum magnitudinis hinc inde: remotissima enim remotionũ mediocrium, respectu rei uisæ per obliquationem, est minor remotissima remotionum mediocrium, respectu illius eiusdẽ rei uisæ per directionem. Remotio uerò mediocris, respectu rei uisæ, est, in qua nõ latet uisum pars rei uisæ proportionem habẽs sensibilẽ ad totã rem uisam. Tota itaq; res obliquata uisui latet in remotione minori illa remotiõe, in qua latet illa res uisa in directiõe, & diminuitur quãtitas eius in remotione minori illa remotione, in qua minuitur quãtitas eius, quãdo fuerit directẽ uisui opposita. Patet ergo ꝓpositũ.



13. *Horizon uidetur quasi peripheriæ terræ cohærere: distantiæ tamẽ maioris apparet, quàm zenith capitis uidentis.*

Quia enim inter horizontem (qui est circulus terminator uisus ad cœli concauam superficiem)

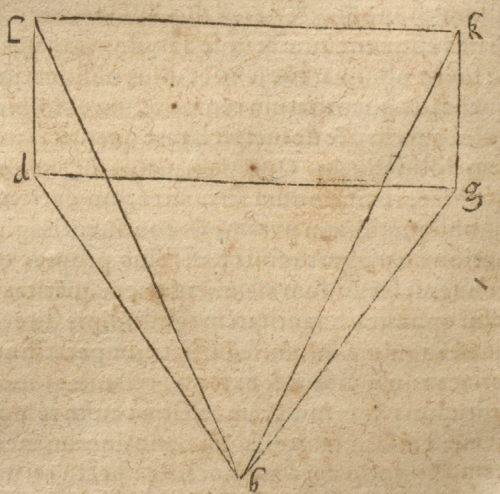
& inter extremã terræ peripheriam, quæ est ultima pars terrę uisibilis, non comprehẽditur aliquod spatium sensibile per uisum, non potest uisus illorũ certam remotionẽ ad inuicem discernere: quoniam, ut patet per 10 huius, quantitas remotionis tũc solùm comprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ, cum remotio respicit corpora cõtinuata & ordinata: & quia inter peripheriam terræ & concauum cœli non sunt huiusmodi corpora: uidetur ergo horizon quasi peripheriæ terræ cohærere. Distantia uerò peripheriæ horizontis à suo cẽtro (quod est centrũ uisus) apparet sensibiliter maior quàm distãtia zenith capitis uidẽtis, quod est polus horizõtis. Quia licet secundũ ueritatem illa quantitas distantiæ aut eadẽ sit, aut insensibiliter maior (propter quod quasi in omnibus astronomicis cõsiderationibus, quæ per uisum fiunt, centrũ uisus ponitur centrũ mundi) apparet tamẽ sensibiliter maior uisui uirtute etiã distinctiua sic iudicãte: quod accidit propter latitudinẽ spatij superficiei terræ, quod sentitur inter uisum & horizõta, cũ inter zenith capitis & terrã nihil percipiatur. Quia enim ex corporũ mediorũ sensibili distantia quãtitas remotionis cognoscitur p 10 huius, necesse est, ubi maior sẽsibilis quãtitas interiacere uidetur, maior distãtia iudicetur: multò ergo maior uidetur distãtia peripherię horizõtis q̃ distãtia zenith capitis uidẽtis: & similiter est de qualibet parte alia cœli uisa: ꝑpter hoc, qđ uisus in medio terræ latitudinẽ cõprehẽdit. Patet ergo ꝓpositũ.

14. *Locus rei uisæ comprehenditur à uisu ex remotione, & ex parte uniuersi, & ex quantitate remotionis, auxilio uirtutis distinctiuæ. Alhazen 22 n 2.*

Quia enim intentio remotionis non est ipsa quantitas remotionis: intentio enim remotionis est priuatio contactus duorum corporum, & ex consequenti comprehensio cuiusdam situs rerum ab inuicem remotarum: comprehensio uerò quantitatis remotionis est comprehensio quantitatis uel magnitudinis spatij illa corpora interiacentis: palàm ergo, quòd comprehensio loci rei uisæ non est comprehensio remotionis eius. Consistit autem comprehensio loci rei uisæ ex comprehẽsione lucis & coloris rei & remotionis rei, & partis uniuersi, in qua est res illa uisa, respectu uidentis, & ex comprehensione quantitatis remotionis, quando hæc omnia simul comprehenduntur per uiam cognitionis: & etiam quia, ut patet per 17 th. 3 huius, uisio distincta fit ex peruẽtu formarum secundum lineas perpendiculares super superficiem oculi incidentium ad ipsum uisum. Cum ergo uisus senserit formam sic aduenientem, æstimabit uirtus distinctiua rem uisam esse apud extremitatem illius lineæ, & secundum directionem illius lineæ comprehendet locum rei uisæ. Locus ergo rei uisæ comprehenditur à sentiente ex comprehẽsione situs rei uisæ apud uisionem per directionem lineæ radialis ab illo loco ad uisum. Cum itaq; forma rei uisæ peruenit ad uisum: tunc sentiet uisus partem membri sentientis, ad quam peruenit illa forma, & uirtus distinctiua comprehendet statim locum rei uisæ per directionem lineæ radialis ab illo loco: & quoniam intẽtio remotionis est quiescens in anima ipsa: ergo comprehendet locum & remotionem in simul in comprehensione formæ ab ipso uisu. Patet ergo propositum.

15. *Aequalium uisibilium inæqualiter à uisu distantium æquali intuitu uisorum, propinquioris certior est uisio. Euclides 2 the. opt. Alhazen 40 n 2.*

Sit centrum uisus b: sintq; duo uisibilia g d & k l inæqualiter distantia à centro uisus b, quæ nunc exempli caussa, ponantur æquidistantia inter se (quoniam si sint se contingentia uel secantia, patet quòd ipsa in puncto contactus uel sectionis æqualiter distant à puncto b: de alijs uerò ipsorũ punctis eadem est demonstratio, quæ de ipsis æquidistantibus, ipsorum partibus uariatis secũdum approximationem uel remotionem à uisu, quantum ad modum certitudinis uisionis.) Ponatur itaq; g d & k l æquidistare: & sit g d propinquius uisui: perueniantq; ad uisum formæ punctorum terminalium per lineas d b, g b, k b, l b: fientq; trigoni b g d & b k l: ducanturq; lineæ l d & k g, quæ per 33 p 1 erunt æquidistantes & æquales. Forma itaq; puncti l multiplicãs se ad uisum b, nõ transibit punctũ d, neq; forma puncti k punctum g: quoniam si sic, esset linea k g b linea una, & linea l d b linea una: ergo lineæ k g & l d concurrent in puncto b, quæ sunt æquidistantes: hoc autem impossibile. Sed neq; fient formarum punctorũ k & l multiplicationes ad uisum b, extra aliquod pũctum lineæ g d: quia tunc, cum in trigono l k b cadat linea d g æquidistanter lineæ k l, palàm per 2 p 6, quoniam erit linea g d minor quàm linea k l: posita autẽ est ęqualis illi: palàm ergo, quoniã lineæ k b & l b pertranseunt aliqua pũcta lineæ g d: erit ergo aliqua pars lineæ g d intra pyramidẽ uisionis, quæ b k l. Sub quocunq; ergo angulo uidetur k l, sub eodẽ uidetur & aliquid ipsius g d, & nõ econuerso: quoniã ut patet per 34 th. 1 huius, uel p 7 huius, angulus g d b est maior angulo k b l. Quicquid ergo uirtutis uisiuæ applicatur ipsi k l, applicatur etiam ipsi g d, & non econuerso: fortius autem patet illud per 108 th. 1 huius. Sub plurib. ergo uisibus & angulis uidetur g d quàm k l: ergo perspicatius uidetur per 5 suppositionẽ præmissam in principio libri huius. Ipsius ergo certior est uisio. Et hoc est propositũ.



16. Viſioni uirtutis diſtinctiuæ error accidit in remotionis uiſione ex intẽperata diſpoſitione octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ. Alhazen 23.34.45.52.58.64.66.69 n 3.

Accidit enim uirtuti diſtinctiuæ in uiſione remotionis ex intemperata lucis diſpoſitione error in remotione rerum uiſarum. Exiſtẽte enim remotione temperata, non multum certa & debili luce, ſi fiat hominum uel aliarum rerum talis diſpoſitio, ut unus poſt alium ſit poſitus: tunc de nocte uel in crepuſculis, & maximè uno uiſo adhibito, uidebuntur illi homines uel res aliæ ſibi quaſi cohærere, quia propter lucis debilitatem non comprehenditur diſtantia inter illa: & ſi illi homines ad eandem partem moueantur æquali motu, ſemper ſimul moueri putabuntur, & non perpendetur diſtantia inter illa, ſed uidebuntur quaſi res una. Similiter etiam ex nimia diſtantia uirtuti diſtinctiuæ accidit error in rerum uiſarum remotione ab inuicem. Cum enim quis arbores ualde remotas inſpexerit, licet illæ plurimum diſtent inter ſe, uidebuntur tamen quaſi coniunctæ uel quaſi propinquæ ad inuicem: & ita ſtellæ cœli aliquæ reputantur quaſi coniunctæ, licet plurimum à ſe diſtent in ueritate: propter egreſſum etiam diſtantiæ à temperãtia ſtellæ uagantes æſtimantur ferri in eadem ſuperficie cum ſtellis fixis, licet plurimum diſtent ab illis. Ex intemperata etiam diſpoſitione ſitus in oppoſitione rei uiſibilis ad uiſum error accidit in remotionis uiſione: ut ſi uideantur duo corpora, quorum unum ſit retro alterum, ita quòd anterius cooperiat partẽ poſterioris, & alia pars emineat, nec inter ea fuerint aliqua corpora uiſa, & ſit remotio temperata non multum certa: tunc non plenè æſtimabitur menſura longitudinis unius ad alterum, & fortè iudicabit uiſus ipſa eſſe ſibi ualde propinqua: & eſt hic error ex ſola ſitus oppoſitionis intemperãtia, quoniam ſi unum non occultaret partem alterius, ſed utrunq; totum exponeretur uiſui, ita ut eſſet ſenſibilis diuerſitas inter illa, tunc diſcerneretur diſtãtia unius ab alio: & ita patet, quòd ille error eſt propter intemperantiam ſitus, quoniam ſolo ſitu ad temperantiam reducto non accideret error talis. Ex intemperantia etiam diſpoſitionis quãtitatis error accidit in uiſione remotionis: unde ſi ſint duo corpora æqualiter à uiſu diſtantia ſecũdum temperatam remotionem non multum certam, quorũ unum ſit longè maius alio, æſtimabitur maius propinquius uiſui, quia certius uidebitur: & ſic propter quantitatem erit deceptio in remotione, quoniam æquè remotorum unum uidetur remotius altero. Ex intemperata quoq; ſoliditate corporũ accidit error uiſui in remotionis uiſione: ſi enim corpus fuerit ualdè rarum minimæ ſoliditatis, ſicut eſt cryſtallus pura, & ſit retro ipſum corpus ualde coloratum lucidum: tunc non plenè comprehenditur cryſtallus, ſed quaſi non eſſet intermedia, comprehendetur corpus per ipſam: & accidit error in comprehenſione cryſtalli propter remotionem cryſtalli à uiſu. Ex intemperãtia etiam diaphanitatis error accidit uiſui in remotionis uiſione: ſi enim fuerit aer nubiloſus, ſicut accidit plerunq; in crepuſculis: tunc res aliqua, ut turris oppoſita uiſui in longitudine temperata, æſtimabitur à uiſu plus elongata quàm ſit ſecundũ ueritatem: quia tunc propter denſitatem aeris non comprehenditur quantitas terræ interiacens uiſum & rem uiſam, per quam accipitur menſura elongationis turris: ſitq; erroris cauſa ex ipſa intemperantia diaphanitatis aeris. Ex intemperantia etiã temporis fit error uiſui in remotione: ſi enim intueatur quis aliquod remotum à turri alta, quod ſtatim uiſui ſurripiatur: tũc uirtus diſtinctiua non poterit plenè diſcernere inter remotionem illius à turri, & iudicabit fortè aut minus remotum à turri, aut magis, quàm fuerit in rei ueritate: quoniam in tam modico tempore non percipitur à uidente quantitas terræ interiacens turrim & aliam rem uiſam, ſecundum quam per 10 huius perpenditur menſura remotionis illorum ab inuicem: nec enim in tam breui tempore potuit axis uiſualis quãtitatem terræ intermediam per diligentem intuitum tranſcurrere: unde illam non plenè comprehendit: & ſic ex breuitate temporis fit error in remotione. Ex intemperantia etiam debilitatis uiſus error accidit uiſui in remotione: ſi enim opponantur uiſui duo corpora, quorum unum, quod eſt remotius à uiſu, ſit coloris fortis, & alterum, quod eſt propinquius, ſit coloris debilis: tunc debilitas uiſus incertam faciet collationem: & quia apud fortes uiſus expertum eſt, & patet per præcedentem, quòd corpus uiſui propinquius eſt maioris certitudinis: æſtimabit uiſus debilis illud, quod eſt certius, eſſe propinquius: & ſic quia fortior color à uiſu debili melius percipitur, iudicabit uiſibile fortiori colore coloratum propinquius ſibi, licet ſit remotius ſecundum ueritatem: & fit error in remotione ex uiſus debilitate. Et etiam quia ab oculis groſſa humiditate infectis fit reflexio formarũ, ſicut etiam à ſpeculis, cum ab uno uiſuum facta reflexio peruenit ad alterum propter groſsitudinem aeris extrinſecam, uidebit uiſus debilis formam ſibi propinquam, quæ eſt forma rei remotæ ſcilicet. Sic ergo uiſioni uirtutis diſtinctiuæ error accidit in remotione ex intẽperata diſpoſitione circumſtantiarum quarumlibet rei uiſæ, quæ ſunt tantum octo, ut patuit per 1 th. huius, quarum euentum percurrimus his exemplis & experimentationibus per ſe notis. Patet itaq; propoſitum.

17. Magnitudo rei uiſæ comprehenditur à uiſu ſecundum magnitudinem partis ſuperficiei uiſus, ad quam peruenit forma rei, & anguli ſolidi, qui ſit in centro uiſus. Alhazen 37 n 2.

Pars enim ſuperficiei uiſus, ad quam peruenit forma rei uiſæ, per angulum uerticis pyramidis radialis, ſecundum quam per 18 th. 3 huius fit rei obiectæ uiſio, qui eſt apud centrum uiſus, ſemper menſuratur. Quamuis enim uirtus ſenſitiua comprehendat quantitatem illius anguli ex comprehenſione partis ſuperficiei uiſus, in qua figuratur forma rei uiſæ, ut patet per 73 th. 3 huius: propriè tamen angulus eſt per ſe cauſſa menſurationis illius ſuperficiei: eſt enim ſemper proportio illius

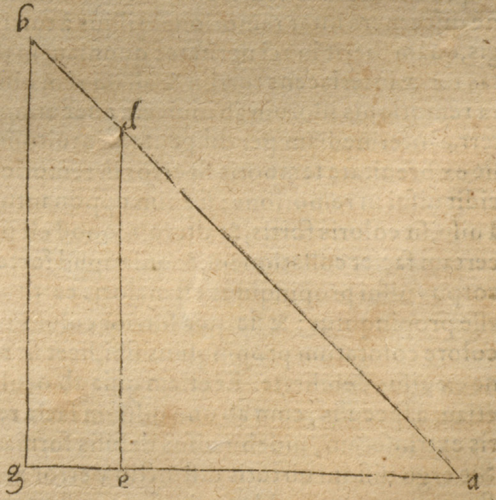
partis superficiei oculi ad totam sphęricam superficiem oculi, sicut illius anguli ad octo angulos rectos solidos per 87 th.1 huius. Cũ enim pyramidis radialis basis semper sit in superficie rei uisæ per 18 th.3 huius, secatur tamen ipsa pyramis quasi æquidistanter suæ basi per superficiem ipsius uisus, & sic unus angulus sit ambabus pyramidibus communis, radiali uidelicet totali & eius parti resectæ per ipsam superficiem oculi: magnitudo itaq; partis superficiei uisus, ad quam peruenit forma rei, & angulus, quem continet pyramis radialis, continens illam partem superficiei uisus, sunt ambo radix comprehensionis magnitudinis rei uisæ. Quamuis autem & hic angulus & hæc pars superficiei uisus diuersificentur secundum diuersitatem remotionis: quantò enim magis elongatur res, tantò magis ille angulus minorabitur per 106 th.1 huius, quia pyramis radialis fit strictior, & quasi una pyramidum radialium, quæ est rei uisæ remotioris, inscribitur pyramidi radiali, quę est rei uisæ propinquioris: angulus ergo in cẽtro uisus fit acutior, & pars superficiei uisus correspondens illi angulo fit minor, & quantò plus approximat res uisui, tantò plus ampliatur magnitudo. Semper tamen magnitudo rei uisæ comprehenditur à uisu secundum magnitudinem partis præmissæ superficiei uisus, & anguli illius solidi, qui fit in centro uisus. Patet ergo propositum.

18. *Magnitudines omnes comprehensæ à uisu secundum oppositionem, sunt quantitates superficierum uisibilium & partium illarum superficierum: nec non suorum terminorum & spatiorum inter uisibilia distinctorum. Alhazen 41 n 2.*

Quantitas enim totius corporis rei uisæ non comprehenditur à uisu: quoniam uisus non comprehendit totam superficiem corporis, sed solum illud, quod sibi opponitur ex superficie corporis aut ex superficiebus eius, quamuis corpus sit paruum: utpote illud, inter quod & aliquam partem superficiei uisus duci possint lineę rectæ per 2 th.3 huius. Sic ergo uisus comprehendit solam rei superficiem: & si uisus comprehenderit corporeitatem corporis: non propter hoc cõprehendet quantitatem eius, sed tantùm figuram corporeitatis: quòd si fortasse corpus fuerit motum aut uisus motus, ita quòd uisus comprehendet totam corporis superficiem: tunc uirtus distinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius alia operatione quàm uisa sit apud uisionem: & similiter est de partibus corporis. Quantitates ergo, quas uisus comprehendit per oppositionem, non sunt, nisi quantitates superficierum & linearum terminantium illas superficies uel ipsas mensurantium secundum longum uel secundum latum. Et quoniam comprehensis diuersorum corporum superficiebus diuersis & ipsarum terminis, necessariò cõprehenditur distantia inter illa corpora per comprehensiones partium superficiei uisus nõ coloratarum colore uisorum corporum, sed interiacentium partes superficiei uisus coloratas coloribus illorum corporũ, nec sunt plures magnitudines, quæ uisu comprehendantur: patet ergo propositum.

19. *Omnia uisa sub eodem angulo, quorum distantia ab inuicem non perpenditur, æqualia uidentur. Euclides 7 hypothesi opticorum.*

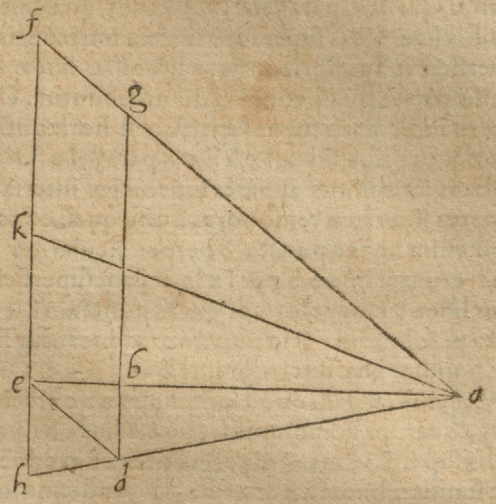
Sit uisus centrum punctum a: & sit res uisa linea b g: sintq; lineæ, secundùm quas puncta g & b perueniunt ad uisum, g a & b a: uidetur itaq; linea b g sub angulo g a b: sitq; alia res, quæ est d e, cadens inter easdem lineas g a & b a, ita ut ipsa uideatur sub eodem angulo g a b: dico, quòd lineæ g b & d e uidebuntur æquales, si lineæ d b & e g non perpendantur à uisu. Quia enim uisus a comprehendit duo puncta d & b super unam lineam, quæ est a b, & duo puncta e & g super unam lineam, quæ est a g: non ergo uidet aliquem terminum alicuius duarum quantitatum b g & d e egredi ab alia, sed uidet fines extremitatum æquales. Et quia nõ perpendit quantitatem linearum d b & e g esse aliquam, apparet uisui punctus d super punctum b, & punctus e super punctum g: eorum uerò, quorum alterum alteri superpositum non excedit reliquum, nec exceditur ab illo, illa sunt ad inuicem æqualia: duæ ergo lineæ d e & b g uidentur æquales: quoniam secundum iudicium uisus una ipsarũ aliam cooperit, neq; extremitates unius superant alterius extremitates. Et per hũc modum in noctibus aliqualiter lucidis, ut cum luna lucet de sub nubibus, uel in horis crepuscularibus, si accidat hominẽ uel aliud aliquid cum alta arbore uel turri sub eodem angulo uideri: iudicabitur homo uel res alia fortè altitudinis ipsius arboris uel turris: & sit propter hoc multa deceptio in uisu. Patet itaq; propositum.



20. *Omne quod sub maiori angulo uidetur, maius uidetur, & quod sub minori minus: ex quo patet idem sub maiori angulo uisum apparere maius se ipso sub minori angulo uiso: & uniuersaliter secundum proportionem anguli sit proportio quantitatis rei directè uel sub eadem obliquitate uisæ. Euclides 5 & 6 hypothesi opt.*

Esto

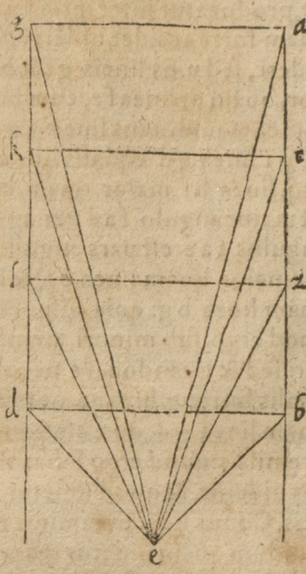
Esto centrum uisus in puncto a: & sit res, quę f e, uisa sub angulo f a e: productis quoq; lineis a f & a e, producatur inter ipsas linea g b æquidistanter lineæ f e: uidebitur ergo linea g b sub angulo f a e, quam fortè accidet uideri esse æqualem lineæ f e per præmissam, ut si lineas g f & b e non contingat uideri, sed uisis lineis g f & b e, uidetur minor, quia est secundum ueritatem per 4 p 6 linea g b minor, quàm sit linea f e, cum linea a g sit minor quàm linea a f ex hypothesi. Ducatur itaq; à puncto e linea æquidistans lineæ a g per 31 p 1, quæ secet protractam lineam g b in puncto d: erit ergo per 34 p 1 linea g d æqualis lineæ f e: ducaturq; linea a d, secans protractam lineam e f in puncto h: eritq; linea h f maior quàm linea e f: & angulus f a h est maior angulo f a e per 29 th. 1 huius. Et quoniam angulus f a e est pars anguli f a h, linea uerò f h uidetur maior quàm linea e f, & linea d g uidetur maior quàm linea b g: quia uisus partem à toto dijudicat: quod ergo sub minori angulo uidetur, minus uidetur: sed & quandoq; f e per præcedentem uidetur æqualis lineæ g b: ergo potest uideri linea e f minor quàm linea g d, quæ est æqualis lineæ f e, ut patet ex premissis: quod ergo sub maiori angulo uidetur, maius uidetur, & quod uidetur sub minori, uidetur minus. Conus itaq; pyramidis uisualis, quæ est f a e, secundum quam uidetur res remotior, quæ est f e, minor & acutior est quàm conus pyramidis g a d. Et quoniam superficies oculi secat ambas istas pyramides, cum ipsarum ambarum conus sit quasi in centro oculi per 18 th. 3 huius, necesse est ergo basim pyramidis abscissæ à pyramide f a e minorem esse basi pyramidis abscissæ à totali pyramide g a d per 109 th. 1 huius, cum illæ duæ abscissæ pyramides æqualis sint altitudinis: quoniam linea producta à centro foraminis gyrationis nerui concaui ad superficiem oculi extrinsecam est axis ambarum illarum pyramidum abscissarum. Pars ergo superficiei uisus ibi figurata per formam rei uisæ, quæ est g d, est maior quàm pars eiusdem superficiei figurata per formam rei uisæ, quæ est f e: uidetur ergo linea g d maior quàm linea f e. Et quoniam secundum quantitatem illarum partium superficiei ipsius uisus uirtus sensitiua comprehendit angulum, quem lineæ radiales continent in centro per 73 th. 3 huius: patet quod rei, quæ uidetur maior, correspondet angulus maior, & rei, quæ uidetur minor, correspondet angulus minor: quoniam secundum quod forma rei uisæ recipitur in superficie organi uisiui, secundum hoc accipitur quantitas anguli, sub quo fit uisio, & secundum hoc idem etiam fit iudicium quantitatis rei uisæ. Omnis ergo res sub maiori angulo uisa maior uidetur se ipsa uisa sub angulo minori. Et uniuersaliter in rebus directè uisis secundum excrementum anguli fit excrementum quantitatis rei uisæ: unde sub duplo angulo uisum duplum uidetur, & sub triplo triplum, & sic secundum proportionem angulorum. In obliquè tamen uisis, uel in his, quorum unum uidetur directè, & aliud obliquè, non sic. Si enim trigonum a e f sit orthogonium, ita ut eius angulus a e f sit rectus, diuidaturq; angulus f a e per æqualia, producta linea a k, secante lineam f e in puncto k: non propter hoc diuidetur linea e f per æqualia in puncto k: quoniã, ut patet per 35 th. 1 huius, minor est proportio anguli f a k ad angulũ k a e, quàm lineæ f k ad lineam k e: & sic secundum proportionem anguli ad angulum, non semper fit proportio quantitatis uisæ ad quantitatem uisam: neq; enim talia uisa secundum eandem uidentur dispositionem & situm respectu ipsius uisus. In conformibus autem uisibilibus secundum distantiam & situm & alia accidentia, quæ requiruntur ad conditionem & circunstantiam uidendi, quæ patent per 1 the. huius, semper secundum proportionem anguli uidetur proportionaliter quantitas rei uisæ: unde etiam illud, quod sub minimo angulo uidetur, minimum uidetur, & quod sub nullo uel insensibili angulo peruenit ad uisus superficiem, nullo modo uidetur, ut patet per 19 th. 3 huius. Patet ergo propositum.

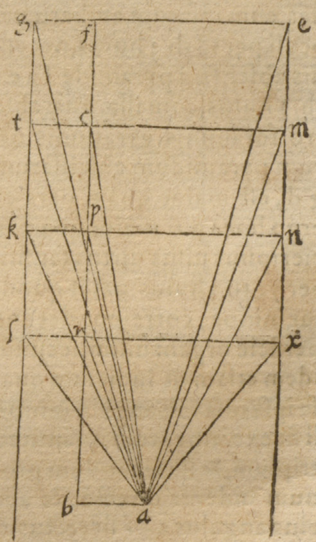


21. Parallelæ lineæ secundum remotiores à uisu partes quasi concurrere uidentur: nunquam tamen uidebuntur concurrentes. Euclides 6 the. opt.

Vniuersale est quod proponitur, uisu quocunq; modo se habente ad illas lineas parallelas: siue enim uisus sit in illarum superficie, siue supra illam, siue sub illa, semper eadem passio uisui accidit. Sit ergo primò uisus in illarum superficie, & sint duæ parallelæ lineæ a b & g d: hæ ergo per 1 th. 1 huius necessariò erunt in eadem superficie: sit ergo in ipsarum superficie uisus, qui sit e, uel prope illam. Dico, quòd superficiei interiacentis lineas a b & g d, inæqualis apparebit latitudo: & quòd pars sui propinquior uisui apparebit latior, quàm pars eius à uisu remotior, & ita lineæ a b & g d quasi concurrere uidebuntur. Signentur enim puncta æquidistanter & similiter in lineis a b & g d, quæ sint in linea a b puncta z & t, & in linea d g puncta l & k: & coniungantur illa puncta, & puncta terminalia ductis lineis b d, z l, t k, a g: quæ omnes erunt æquidistantes ex hypothesi & per 33 p 1: & producantur lineæ e b, e z, e t, e a: e d, e l, e k, e g. Et quoniam angulus b e d maior est angulo z e l, sicut totum parte (quod patet per 34 theo. 1 huius) palàm per præmissam quia maior uidebitur

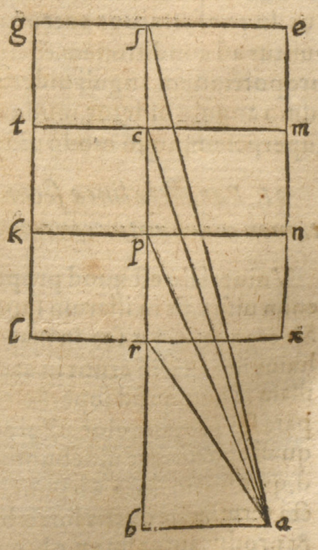
linea b d quàm linea z l: & eodem modo maior uidebitur linea z l quàm linea t k, maiorq́; uidebitur linea t k quàm linea a g. Et quia sic diminuuntur in uisu lineæ latitudinis: palàm, quòd superficies interiacens lineas minor uidebitur: lineæ ergo a b & g d quasi concurrere uidebuntur: nunquam tamen uidebuntur concurrentes, quia semper lineæ latitudinis sub aliquo angulo uidentur, cui in termino uisionis subtenditur basis cuiuscunq; fuerit paruitatis: nunquam ergo uidebuntur concurrentes. Si uerò uisui, qui sit a, parallelæ subiaceant, quæ sint lineæ l g & x e, ita quòd uisus sit erectus super superficiem horizontis, & lineæ illæ sint in superficie ipsius horizontis, adhuc illæ lineæ secundum remotiores à uisu partes quasi concurrere uidebuntur. Dimittatur enim à uisu a perpendicularis super superficiem horizontis per 11 p 11, quæ sit a b: sintq́;, ut prius, lineæ l x, k n, t m parallelæ. Dico, quoniam adhuc inæqualis latitudinis apparet superficies interiacens lineas l g & x e: & partes linearum remotiores à uisu quasi concurrere uidentur. Ducatur enim linea à puncto b perpendiculariter super lineam l x, quę sit b r: eruntq́; lineæ b r & l x in eadem superficie per 2 p 11: & producatur linea b r super lineam g e in punctum f: secetq́; lineam k n in puncto p, & lineam t m in puncto c: & ducantur lineæ l a, k a, t a, x a, n a, m a: similiter etiá ducantur lineæ a r, a p, a c. Quoniá itaq; angulus a b r est rectus, palàm quòd superficies a b c erecta est super superficiē l x e g, & earum communis sectio est linea b f per 19 th. 1 huius: quoniam illa linea b f est in ambabus illis superficiebus. Quia ergo linea a r producta est in superficie a b c, & similiter lineæ a p & a f: palàm per definitionem, quoniam anguli a r x & a p n & a c m sunt recti: & ita illi trigoni, qui sunt a b r, & a b p, & a b c sunt orthogonij: sed linea p n est æqualis lineæ r x ex hypothesi, & per 34 p 1. Quia uerò angulus a b r est rectus, erit angulus a r b acutus per 32 p 1: ergo per 13 p 1 angulus a r p est obtusus: linea ergo a p maior est quàm linea a r per 19 p 1: angulus ergo r a x per 34 the. 1 huius maior est angulo p a n: maior ergo uidebitur linea r x quàm linea p n, per præmissam: similiterq́; maior uidebitur linea l r quàm linea k p: quoniam eadem est demonstratio: est enim linea l r æqualis lineę k p per principium: si ab ęqualibus, &c. Tota ergo linea l x uidebitur maior quàm tota linea k n: eodemq́; modo tota linea k n uidebitur maior quàm tota linea t m. Superficiei ergo l x g e partes remotiores uisui uidebuntur strictiores: lineæ ergo l g & x e uidebuntur quasi concurrere: nō tamen uidebuntur unquam concurrentes, quia semper sub angulo aliquo uidebuntur. Et eodem penitus modo demonstrandum, si lineæ parallelæ uisæ sint uisu superiores, ut si uisu inferius existente lineæ ipsæ paralellæ sint in aliqua superficie super uisum, ut accidit in tectis domuum, & similibus, uisu existente inferius. Patet ergo propositum.





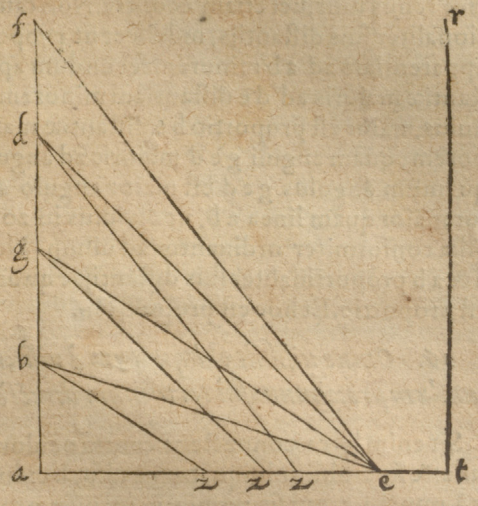
22. Lineis pluribus æqualiter ab inuicem æquidistantibus, obiectis uisui: distantia remotiorū minor uisui apparet. Euclides 4 theo. opt.

Esto, ut in præmissa, uisus, cuius centrum sit a, erectus in aere secundum erectionem uidentis: in superficie quoq; horizontis subiaceant uisui lineæ æquales & æquidistantes, & secundum æqualem distantiam ab inuicem distantes, quæ sint l x, k n, t m, g e, hoc ordine positæ ut linea l x sit uisui propinquior, aliæ uerò suæ nominationis ordine sint remotiores à uisu. Dico, quòd linearum k n & t m distantia minor uidebitur quàm linearum l x & k n. Cum enim istæ lineæ sint æquales & æquidistantes, quæ sunt l x, k n, & t m: copulatis ipsarū terminis per lineas l g & x e: erit per 30 & 33 p 1, linea l g æqualis lineæ x e: & ducatur, ut in proxima præcedente, linea a b perpendicularis super superficiē l x g e: & facta demonstratione, ut in illa, sequetur angulum r a p esse maiorē angulo p a c. Facilius tamen patet hoc per 35 th. 1 huius: quoniá in trigono orthogonio a b f partes æquales sūt abscissę ab uno laterū rectū angulū cōtinentiū, quę r p, & p c, & c f: est ergo angulus r a p maior angulo p a c p 10 p 5: linea ergo r p p 20 huius uidebitur maior q̃ linea p c, & linea p c maior q̃ linea c f. Remotior ergo istarū distantiarū, quę sunt r p, & p c, & c f, minor apparet uisui per 20 huius. Et hoc est propositū. Et uniuersaliter in omni uisus dispositiōe ad datas parallelas potest hoc idem, ut in præcedenti, demonstrari.



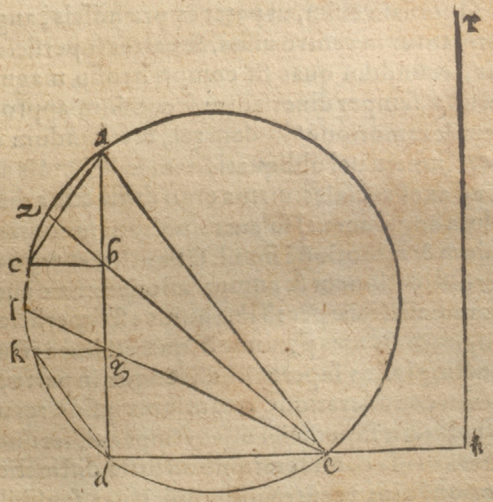
23. *Aequalium partium eiusdem uisibilis lineæ connectenti centra foraminum gyrationis neruorum concauorum æquidistantis, remotior à uisu minor uidetur. Euclides 4 theor. opt.*

Sit linea r t connectens centra foraminum gyrationis neruorum concauorum: sintq; æquales partes eiusdem uisibilis super lineam æquidistantem lineæ r t collocatæ: quæ sint a b, b g, g d, d f: trahaturq; perpendicularis a e, in qua sit centrum oculi e: Dico, quòd maior apparebit pars a b quàm b g, & b g quàm g d, & g d quàm d f. Cum enim perpendicularis e a sit breuior omnibus lineis ducibilibus à puncto e ad lineam a d, ut omnibus lineis e b, e g, e d, quod per 47 p 1 palàm est: manifestum est ergo, quoniam pars a b est propinquior uisui omnibus illis partibus, quæ sunt b g & g d & d f. Ducantur enim lineæ, per quas accedunt formæ punctorum ad uisum, quæ sint b e, g e, d e, f e: & ducatur per 31 p 1 linea b z æquidistans lineæ g e. Quia igitur in trigono a e g linea b z æquidistat lateri e g: palàm per 2 p 6, quoniam est proportio lineæ a z ad lineã z e, sicut lineæ a b ad lineam b g: sed linea a b æqualis est lineæ b g ex hypothesi: ergo linea a z est æqualis lineæ z e: sed per 47 p 1 linea z b est maior quàm linea z a: ergo linea b z est maior quàm linea z e: angulus ergo z e b per 18 p 1 maior est angulo z b e: sed angulus z b e per 29 p 1 æqualis est angulo b e g, quia sunt coalterni inter lineas æquidistantes, quæ sunt z b & e g: ergo angulus a e b maior est angulo b e g. Ergo per 20 huius maius uidebitur a b quàm b g: sub maiori enim angulo uidebitur. Similiter quoq; ducta à puncto g linea æquidistante lineæ e d, eadem est demonstratio. Idem quoq; accidit, si lineæ e a, e b, e g, e d, e f non sunt in una linea naturali, dum tamẽ linea mathematica inter ipsas imaginata æquidistet lineæ g e. Et hoc est propositum.



24. *Aequalium diuersorum uisibilium secundum eandem rectam lineam æquidistantem lineæ connectenti centra foraminum gyrationis neruorum concauorum uisui obiectorum, quod propinquius est uisui, apparet maius. Euclides 7 theo. opt.*

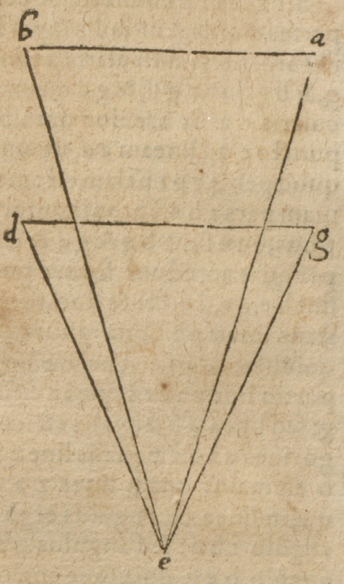
Sint duo uisibilia discontinuata diuersa, sed æqualia a b & g d, opposita uisui secundum lineam a d: quæ sit æquidistans lineæ r t, connectenti centra foraminum gyrationis neruorum concauorum: & sint inæqualiter distantes à centro uisus, quod sit e: ducanturq; lineæ à terminis uisibilium ad centrum uisus, quæ sint e d & e a: & sit linea e a maior quàm linea d e. Dico, quòd g d apparebit uisui maius quàm a b. Producantur enim lineæ e g & e b: & circa trigonum a e d describatur circulus per 5 p 4: & producatur linea e g ad circumferentiã in punctum l, & linea e b in punctum z: & à puncto g ducatur perpendicularis super a d per 11 p 1, quę protracta ad circumferentiam sit g k: & à puncto b ducatur linea b c æquidistans lineæ g k: erit ergo per 29 p 1 linea b c perpendicularis super lineam a d: secetq; peripheriam circuli in puncto c. Quia itaq; à terminis lineæ a d intra circulum collocatæ æquales partes sunt resectæ, quæ sunt a b & g d, quoniam illæ sunt æquales ex hypothesi: & à punctis sectionum sunt duę lineæ perpendiculares super lineam d a productæ ad peripheriam illius circuli, quæ sunt g k & b c: erit ergo per 45 th. 1 huius linea b c æqualis lineæ g k: sed & linea a b est æqualis lineæ g d ex hypothesi, & angulus a b c æqualis est angulo k g d, quia uterq; rectus: ergo chorda k d æqualis est chordæ c a per 4 p 1: ergo per 28 p 3 arcus d k æqualis est arcui c a: sed arcus c a est maior arcu z a: ergo & arcus k d maior est arcu z a: arcus uerò l d maior est arcu k d: ergo multò maior est arcus l d arcu z a: sed in arcum z a cadit angulus a e z, & in arcũ l d cadit angulus l e d: ergo per 33 p 6 angulus l e d maior est angulo z e a: sed sub angulo a e z uidetur linea a b, & sub angulo l e d uidetur linea g d: maior ergo apparet uisui linea g d, quàm linea a b per 20 huius. Quod est propositum.



25. *Aequalium & æquidistantium magnitudinum inæqualiter à uisu distantium propinquior semper maior uidetur: non tamen proportionaliter suis distantijs uidetur. Euclides 5 theo. opticorum.*

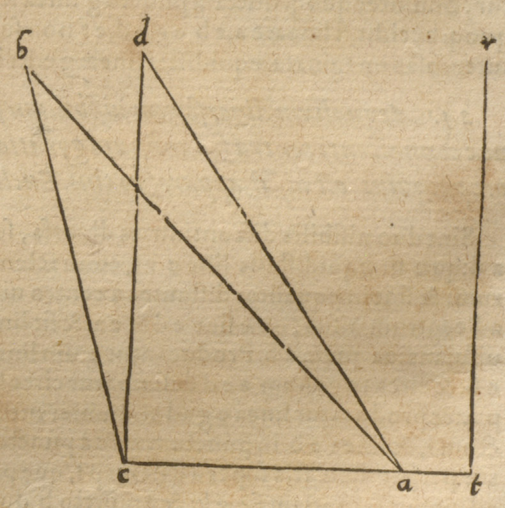
Sint

Sint duæ magnitudines uisæ a b & g d inæqualiter distantes ab oculo: cuius centrum sit e, sitq́; ui sui propinquior g d quàm a b. Dico, quòd maior apparebit g d quàm a b. Producantur enim lineæ e a, e b, e d, e g: uidebiturq́; g d sub angulo g e d, qui est maior angulo a e b, ut parte sua per 34 th. 1 huius. Patet ergo per 20 huius, quia linea g d uidebitur maior quàm linea a b. Et hoc eodem modo demonstrandum, siue centrum uisus & res uisæ sint in eadem altitudine, siue in diuersis: ut si uisus sit altior rebus uisis, uel etiam econtrà. Non tamen uidentur hæc proportionaliter suis distantijs, uidelicet ut proportio g d maioris secundũ apparentiam ad a b minorem secundum apparentiam sit, sicut b e distantiæ maioris ad d e distantiam minorem: quoniam, ut patet per 11 huius, maior est proportio b e distantiæ maioris ad d e distantiam minorem, quàm anguli g e d maioris ad angulum a e b minorem. Sed quantùm angulus g e d est maior angulo a e b, tantò linea g d uidetur maior quàm linea a b, ut diximus in 20 huius, quoniam illa uisibilia conformiter ordinantur ad uisum. Non uidentur ergo lineæ g d & a b proportinaliter suis distantijs: quoniam distantiarum maior est proportio. Et hoc est propositum.



26. *Omne uisibile obliquatum à uisu, minus uidetur se ipso, secundum proximum sui terminum directè uisui opposito.*

Sit enim linea connectens centra oculorum r t: sitq́; centrum uisus a: & sit uisibile obliquatum à uisu, b c: ducanturq́; lineæ a b & a c: & à puncto c, qui sit terminus rei uisæ proximus uisui, ducatur linea c d, æqualis lineæ c b, & æquidistans lineæ r t, connectenti centra oculorum, quod fieri potest per 39 th. 3 huius: illa ergo directè uisui opponetur per 1 definitionem huius: ducatur quoq́; linea a d. Et quoniam per 7 huius linea c d sub maiori angulo uidetur quàm linea c b: patet per 20 huius, quoniam minor uidetur linea c b obliquata quàm sua æqualis, quæ est linea c d, directè uisui opposita secundum proximum terminum ipsius lineæ c b, quo uisui plus appropinquat, qui est punctus c. Et hoc est propositum.



27. *Vera rerum quantitas non comprehenditur à uisu, nisi auxilio uirtutis distinctiuæ. Alhazen 36. 38 n 2.*

Quoniam enim, ut patet ex præmissis, anguli, qui formantur in centro uisus, & partes superficierum uisus, secundum quas fit comprehensio magnitudinis rei uisæ, semper diuersantur secundum approximationem & remotionẽ eiusdem rei, & secundum eandem directionem uel obliquationem se habentis ad uisum & ad axes radiales: uirtus ergo distinctiua distinguens quantitatẽ ueram rei uisæ, non considerabit solum angulum uel solam remotionẽ: quoniam neutrum illorum per se sufficit, sed considerabit angulum & remotionẽ simul. Quantitates ergo ueræ ipsorum uisibilium non comprehendentur nisi per distinctionem & comparationem: hæc autem comparatio erit simul: & erit ipsius basis pyramidis radialis (quæ per 18 th. 3 huius est superficies rei uisæ) ad angulum pyramidis, & ad quantitatem longitudinis axis pyramidis, quæ est linea remotionis rei uisæ à uisu: Consideratio uerò uirtutis distinctiuę ipsius superficiei est semper in parte colorata superficiei uisus, angulo dicto correspondenti, cum consideratione remotionis ipsius rei uisæ à superficie uisus: quoniam quantitas illius partis coloratæ superficiei uisus semper est secundum quantitatẽ illius anguli per 73 th. 3 huius. Nõ est autem in illa consideratione uirtutis distinctiuæ inter remotionem rei uisæ à superficie uisus & remotionẽ eius à centro uisus diuersitas sensibilis. Cum itaq́; uisus comprehendit lineas pyramidis radialis perpendiculariter sibi incidentes: tunc uirtus distinctiua imaginabitur quantitatem extensionis, secundum quantitatẽ extensionis istarum linearum à centro uisus usq́; ad terminos rei uisæ: & quando cũ hoc comprehenderit quantitatẽ remotionis rei uisæ per 10 huius: tunc imaginabitur quantitatẽ longitudinũ istarum linearũ & quantitatẽ spatiorũ, quæ sunt inter ipsarũ extremitates, quæ spatia sunt diametri ipsius rei uisæ. Quando ergo uirtus distinctiua imaginabitur quantitatẽ anguli, & quantitatẽ partis superficiei uisus, correspondentis illi angulo, & quantitatẽ longitudinis linearum radialium, & quantitatem situs ipsarum adinuicem, & quantitatem spatiorum, quæ sunt inter extremitates earum: tunc ipsa comprehendet quantitatem rei uisæ secundum suum esse: quoniam tunc nihil eorum, quibus comprehenditur magnitudo rei uisæ, remanet incomprehensum. Hæc est itaque qualitas comprehensionis magnitudinis rerum uisarum, & fit plurimum propter assue-

assuetudinem uisus in distinctione remotionum uisibilium: qui quando senserit formam & remotionem rei uisæ, statim imaginabitur quantitatem loci & quantitatem remotionis, & ex ijs comprehendet magnitudinem rei uisæ. Patet ergo illud, quod proponebatur.

28. In magnitudinis uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 26.37.47.54.59.64.66.69 n 3.

Ex intemperata enim lucis dispositione, ut de nocte uel in crepusculis cum lux est dubia, inspecto homine & uiso nemore aut pariete remotis ab illo homine, cum latuerit hominem uidentem distantia inter hominem & nemus aut parietem uisum, quamuis illa distantia secundum ueritatem sit plurima: tunc uidebitur propinquitas hominis ad nemus uel ad parietem: & si accidit, ut idem radius pertingens ad caput hominis perueniat ad cacumen nemoris: tunc per 19 huius uidebuntur homo & nemus aut paries eiusdem altitudinis: quoniã sub eodem angulo uidentur: & forsitan homo uidebitur maioris altitudinis ipso nemore: ut si radius transiens caput hominis ad nemoris uel parietis altitudinem non pertingat. Et huius simile accidit iuxta ciuitatem Vratislauiæ apud nemus uillæ Boret: uisi sunt enim homines ibi in crepusculis altiores nemore illo alto: & uisus est lupus iuxta lignum & castrum Poloniæ æqualis altitudinis ipsi nemori: sed hoc accidit in horis crepuscularibus: cum lux est dubia: & æstimata sunt illa uisa fuisse phantasmata à uidentibus. Non acciderent autem aliquid talium, luce existente in temperamento, quoniam tunc distantia hominis à nemore discerneretur, & altitudo uniuscuiusq; secundum terminum ipsius apparentem mensuraretur. Similiter etiam ex coloris debilitate accidit error in uisione magnitudinis: quoniam si in aliquo loco statuatur aliquod corpus fortis coloris, non latebit uisum: quòd si in eodem loco ponatur corpus æquale priori, sed coloris debilis, non uidebitur illud corpus. Sic etiam accidit error iste ex colorum identitate in corpore medio & in re uisa. Vnde corpus album in loco aliquo positum effusa aliqua albedine in superficie terræ interiacentis uisum & rẽ uisam, nõ uidebitur: remota uerò albedine spatij interiacẽtis: statim forma illius albi corporis cõprehendetur. Fit ergo tũc occultatio ex conuenientia colorum: quoniam si loco illius albi corporis ponatur corpus æquale sibi alterius coloris, bene uidebitur ipsum trans medium dealbatum. Ex intemperata etiam longitudinis distantia fit error in magnitudinis uisione: quoniam tunc uidebitur res multò minor quàm sit in ueritate per 24 th. huius: tunc enim etiam partes eiusdem rei improportionales suo toti absconduntur uisui, quia non possunt in tanta distantia uideri per 23 th. huius: & fit minor totalis rei apparentia: quoniam plura insensibiliter abscondita faciunt rei sensibilem ablationem, quæ non fieret in distantia temperata. Intemperata etiam approximatio errorem inducit in uisione magnitudinis: quoniam corpus approximatum oculo, uidetur maioris quantitatis quàm sit reuera: quoniã propter magnitudinem anguli corpus uidetur maius, ut prius propter paruitatẽ anguli corpus uisum est minus: & patent hæc per 20 th. huius: secundum quantitatem enim ampliorem anguli pyramidalis amplior superficies uisus informatur, ut patet per 87 th 1 huius: unde secũdum quantitatẽ illius anguli & elongationem corporis fit æstimatio quantitatis rei uisæ, ut præmissum est in præcedente propositione: nec enim longitudo distantiæ rei ad interiora uidentis penetrat, cum pars capitis interior non sit capax totius quantitatis radialium linearũ, nec potest certitudinaliter mensurari: & propter hoc rei quantitas refertur ad anguli capacitatem & notam longitudinem. Vera autem remotio corporis attenditur secundum lineam à centro uisus ad superficiem rei procedentem, respectu cuius lineæ semidiameter oculi incipit esse insensibilis: unde non facit aliquem sensibilem errorem in longitudinis illius æstimatione: sed corpore approximato uisui ultra illam distantiam, tunc fit semidiameter oculi proportionalis distantiæ corporis proportione sensibili: erit enim aliquando maior, aliquando æqualis, aliquando minor proportione modica, ut fortè subdupla uel subtripla, uel huiusmodi: unde in tali propinquitate rei uisæ, magnitudo anguli pyramidalis, & sensibilis minoritas longitudinis æstimatæ, respectu ueræ inducunt sensibilem apparentiam maioritatis in corpore. Ex inordinata etiam situs oppositione fit error in magnitudinis uisione: cum enim aliquis in alto existens uidet sub illa altitudine aliqua existentia inter se æqualia, quorum est unum post aliud in ordine dispositum: tunc enim per 25 huius iudicabitur postremum, quod est uidenti propinquius, altius omnibus alijs uel maius: ut uigil stans in turris alicuius eminentia, uidens homines uel arbores æquales, inæqualiter à se distantes, propinquiorem sibi æstimat altiorem. Ex intemperata etiam quantitatis rei uisæ dispositione accidit error in magnitudinis uisione: propositis enim uisui duobus corporibus, quorum unum sit modicum maius alio, aut in sola longitudine, aut in latitudine, aut in utraq; ipsarum: forsitan illa iudicabuntur æqualia in omni dimensione, quoniam paruitas illius excessus non sentitur propter sui paruitatem: non enim excedit fines temperantiæ respectu ipsius uisus. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione magnitudinis: in crystallo enim angulata, extrema angulorum, quia parum solida sunt, quandoq; non uidentur, cum corporis solidi anguli uideri possent. Ex intemperantia etiam raritatis in uisione magnitudinis error accidit: quoniam in aere nubiloso obscuro, ut in horis crepuscularibus plurimum accidit, quòd corpus uisum maius apparet quàm in aere temperato, ut nos infrà declarabimus, cum tractatum de ijs, quæ uidentur per medium secundi diaphani faciemus. Ex intemperantia etiam temporis fit error in uisione quantitatis: cum enim ardens titio sæpius per aliquod spatium uelociter mouetur, apparet totum spatium ignitum: quia non perpenditur quantitas temporis,

propter uelocitatem motus titionis: & sic ignis paruus æstimatur maior propter sui motus temporis breuitatem. Ex intemperantia & uisus debilitate in magnitudinis uisione error accidit: quia etiam res fortè parua nullo modo uidetur: ut patet in senibus, qui non possunt discernere literam minutam. Patet ergo propositum.

29. Visio comprehendit omnem situm per comprehensionem debitæ remotionis in ipsis rebus situatis. Alhazen 26 n 2.

Siue enim nomen situs dicat totius rei uisę, siue partium eius oppositionem ad uisum secundum directionem uel obliquationem: siue dicat ordinationem superficierum rei uisæ, uel partium eius apud superficiem ipsius uisus, ut cum res uisa est multarũ superficierum apparentium uisui: siue nomen situs dicat situationem linearum, quæ sunt ipsarum superficierum uisibilium: siue dicat situm spatiorũ, quæ sunt inter quælibet duo uisibilia simul comprehensa à uisu: semper accepto situ secundum quemcunq; istorum modorum, hæc omnia & singula comprehendit uisus, ut hæc sunt disposita in corporibus lucidis uel coloratis, ut in per se uisibilibus & in illis fundata: & semper cõprehendit quemlibet modũ situs, cõprehensa remotione à uisu uel inter se, quæ debentur ipsis totis uel partibus situatis. Patet ergo propositũ: quoniã hos modos particulariter in sequentibus prosequemur.

30. Situs oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum, comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuæ. Alhazen 27 n 2.

Cum enim situs cuiuslibet habentis situm ad aliud, componatur ex remotione illorum duorum ad inuicem: palàm, quòd oppositio rei uisæ ad uisum, quæ quidem situs est, componitur ex remotione rei uisæ à uisu, & ex parte uniuersi, in qua est res uisa respectu uisus. Comprehensio autem remotionis rei uisæ est ab ipsa uirtute distinctiua per intentionem quiescentem in anima, ut ostensum est per 9 & 10 the. huius. Cum ergo uirtus distinctiua comprehendet locum rei uisæ & suam remotionem: tunc in simul cum illis comprehendet rei oppositionem: uerus autem locus rei uisæ comprehenditur ex situ ipsius uisus, & ex situ ipsius rei uisæ apud uisionem, quoniam uisus nõ comprehendit rem uisam nisi ex oppositione. Distinguet ergo uirtus distinctiua inter locum obliquum uisui, & locum propinquum ei: uirtus enim distinctiua comprehendit omnia loca rerum locatarũ per comprehensionem remotionis & partis uniuersi, ad quam est illa remotio, ut patuit per 14 huius: unde etiam comprehendet locum oppositum uisui apud comprehensionẽ rei uisæ. Et quoniam uisu ablato ab illa re uisa, destruitur uisio illius rei, tunc uirtus distinctiua comprehendit, quòd res uisa non est, nisi in parte opposita uisui apud uisionem illius rei uisæ: & secundum hunc modum distinguuntur loca uisibilium, quoniam uisibilia distincta non distinguuntur à uisu nisi ex distinctione locorum distinctorum in superficie membri sentientis, ad quod perueniunt formæ uisibilium distinctorum. Sicut itaq; loca uocum & sonorum comprehenduntur à sensu auditus: & deinde mediante auditu à uirtute distinctiua: ita loca uisibilium comprehenduntur mediante uisu à uirtute distinctiua. Cum enim forma rei uisę peruenerit in superficiem uisus, sentiet uirtus uidens locum membri sentientis, ad quem peruenit illa forma, & ex rectitudine lineæ perpendiculariter incidentis illi loco comprehendet uirtus distinctiua locum rei uisæ: & quia intentio remotionis est quiescens apud ipsam animam, ipsa ergo comprehendet locum rei uisæ, & remotionem eius in simul apud comprehensionem formæ à uisu sentiente. In peruentu ergo formæ uisę ad uisum comprehendit uisus lucem & colorem rei uisæ, & partem superficiei uisus, quæ illuminatur & coloratur ab ista forma, & uirtus distinctiua comprehendit locum & remotionem rei uisæ, & per consequens oppositionem ipsius totius rei uisæ & omnium partium eius adinuicem in suo toto, & omnium istorum comprehensio fit simul. Situs ergo oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuæ. Quod est propositum.

31. Visus comprehendit directionem & obliquationem linearum, superficierum, & spatiorum ex comprehensione diuersitate remotionum suarum extremitatum, auxilio uirtutis distinctiuæ. Alhazen 28 n 2.

Cum enim axes radiales secant lineas, uel superficies, uel spatia, ut super illa perpendiculariter erecti: tunc uisus comprehendit superficiem rei uisæ, & remotiones extremitatum eius æquales ex utraq; parte axis erecti: & tunc comprehendit illam superficiem esse directè uisui oppositam, & iudicabit uirtus distinctiua superficiem illam directè oppositam uisui. Cum autem uisus comprehenderit remotionem extremitatum superficiei uisæ diuersam, & à puncto coniunctionis axium extra lineam, in quam incidunt axes perpendiculariter, non inuenit in tota superficie sibi opposita duo puncta æqualis remotionis à superficie uisus: tunc comprehendet illam superficiem obliquatam in eius oppositione, & uirtus distinctiua iudicabit ipsam obliquatam. Et similiter est de sitibus linearum & spatiorum cadentium inter res plures uisas simul: ipsorum enim directionem & obliquationem iudicabit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ. Et ista æqualitas directionis & diuersitas obliquationis multotiens comprehenditur à sentiente per solam æstimationem & per signa: in maxima enim distantia uel remotione comprehendetur superficies uel linea uel spatium, quod est obliquatum, quasi sit directum, quando scilicet non perfectè comprehenditur diuersitas, quæ est inter remotiones extremitatũ eius: unde ad hoc, quòd uisus bene hoc comprehendat, oportet ut talium

uisibilium

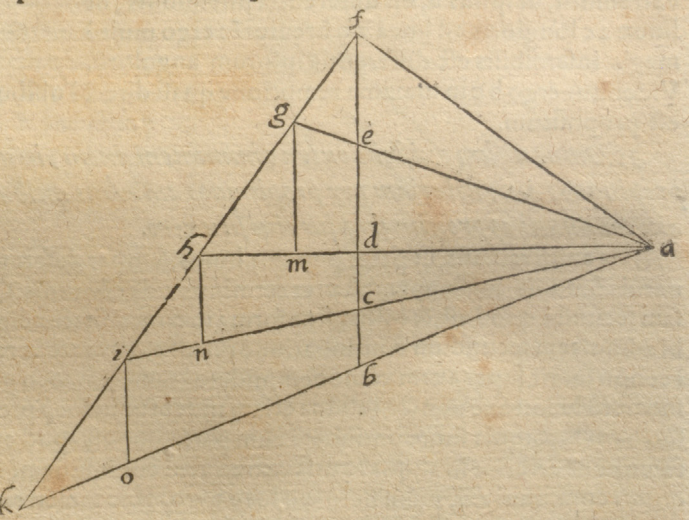
uisibilium sit distantia mediocris: quia etiam in magna distantia parum obliquata uidentur, ut penitus directa. Et licet secundum modum prædictum superficies aliqua, uel linea, uel spatium uisui sint directè opposita: nulla tamen pars illius superficiei, lineæ, uel spatij per se directè opponitur uisui: quoniam axes radiales ubicunq; extra unum punctum perpendicularitatis incidant, semper incidunt obliquè, & secundum angulos inæquales per 20 th.1 huius. Si autem superficies, lineę, uel spatia æquidistent axibus uisualibus, nec secentur ab illis, opponantur autem uisui: tunc etiam situs ipsorum in directione & obliquatione comprehenditur à uisu per remotionem suarum extremitatum: & potest fieri proportio istorum ad superficies, lineas, uel spatia, quæ secant axes radiales, quibus axibus ipsa æquidistant. Patet itaq; illud, quod proponebatur.

32. Situs partium & situs terminorum superficiei rei uisæ: aut situs superficierum eius adinuicem: & situs plurium uisibilium simul uisorum ex comprehensione diuersitatis in remotione & ordinatione formarum peruenientium ad uisum, comprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ. Alhazen 30 n 2.

Quoniam enim forma cuiuslibet partis superficiei rei uisæ peruenit ad aliquam partem superficiei uisus, ad quam peruenit forma totius rei uisæ: unde cum superficies rei uisæ fuerit diuersorum colorum distinctorum: tunc erit forma perueniens in uisum, diuersorum colorum, & erunt partes eius distinctæ secundum distinctionem partium superficiei rei uisæ. Tunc itaq; uisus sentiet quamlibet partem formæ uisæ ex sensu colorum illarum partium & lucis, quæ est in eis, & sentit loca formarum partium in superficie uisus ex sensu colorum partium illarum & lucis earũ: & uirtus distinctiua cõprehendit ordinationẽ illorum colorum ex cõprehensione diuersitatis partiũ formę, & ex comprehensione differentiarũ ipsarũ partiũ: & sic cõprehendit aliquid cõtiguũ & aliquid separatũ. Similiter etiã est de ipsis uisibilibus contiguis uel disiunctis. Situs uerò partium rei uisæ adinuicẽ secundũ accessionem & remotionẽ, uel secundũ præeminentiã unius ipsarũ super alterã, & profundationẽ unius ipsarũ sub altera, cõprehenditur à uisu ex cõprehensione quantitatis remotionis partium secundũ magis & minus. Termini aũt superficiei rei uisæ aut superficierũ eius, quę sunt lineæ ipsas superficies terminantes, & ordinatio ipsorũ, cõprehenditur à uisu per comprehensionẽ partis superficiei eius, in quã peruenit color ipsius superficiei rei uisę per illos terminos uel lineas terminatæ, & lux eius, & per comprehensionem terminorum illius partis & ordinationis illius partis, auxilio uirtutis distinctiuæ. Et quoniam omnia proposita secundum hunc modum comprehenduntur: patet ergo illud, quod proponebatur.

33. Omnis linea uel superficies rei uisæ directè uisibus uel uisui opposita, perfectius uidetur quàm obliquata: & secundũ quantitatẽ obliquationis fit imperfectio uisionis. Alhazen 17 n 3.

Esto centrum uisus a: & sit, exempli gratia, superficies plana rei uisæ directè uisibus oppositæ, in qua sit linea b c d e f: & sint b c, c d, d e, e f partes illius lineæ æquales uel inæquales: sitq; superficies obliquata uisibus, in qua sit linea f g h i k: & sit taliter, ut obliquatio illius superficiei incipiat à puncto f: sitq; linea a d perpendicularis super lineã b f: ducanturq; à centro uisus lineæ a f, a e, a d, a c, a b: quæ omnes producantur ad superficiem obliquatam: incidatq; linea a e in punctum g, & linea a d in punctum h, & linea a c in punctum i, & linea a b in punctum k. Et quia per 13 p 1 angulus h d f est rectus, quia angulus a d f est rectus ex hypothesi: palàm ergo p 47 p 1, quoniam linea f h est maior quàm linea f d. Et si à puncto g ducatur linea ęquidistans lineę f d per 31 p 1, quę sit g m: erit per 29 p 1, & 4 p 6, & 47 p 1, linea g h maior quàm linea e d: & similiter fiet de omnibus punctis inter puncta f & h datis.



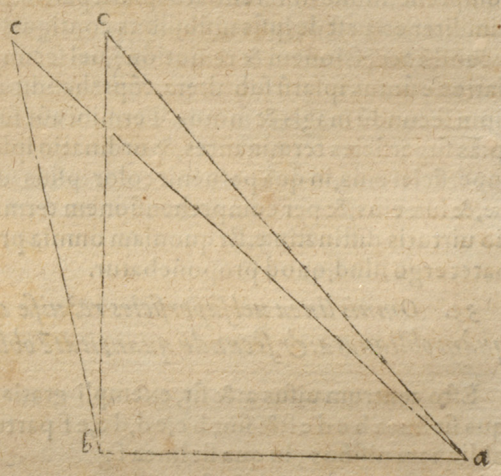
Item à puncto h ducatur linea æquidistans lineę d c: quæ sit h n. Et quoniam per 32 p 1 angulus a c d est acutus, erit per 13 p 1 angulus i c d obtusus: ergo per 29 p 1 angulus i n h est obtusus: ergo per 19 p 1 & per 4 p 6 linea h i est maior quàm d c. Eodẽ modo fit de omnibus punctis lineæ h k. Patet ergo, quòd eidem angulo, qui fit in centro uisus, semper subtenduntur maiores partes lineæ obliquatæ, quàm lineæ directè oppositæ uisui. Partes itaq; superficiei rei uisæ directè uisui uel uisibus oppositę, æqualiter distantes à puncto axis, uel à puncto cõiunctionis, similiter uirtuti uisiuę offeruntur per 45 th.3 huius, propter quod perfectius tota illa superficies uidetur, & oẽs subtiles intentiones, quę sunt in ipsa: superficies uerò obliquata uisibus acquirit formam dubitabilem, siue per unũ uisum uideatur, siue per ambos: & siue illa forma per axes perueniat ad uisum, siue extra axes: & etiã si distantia sit mediocris ipsius superficiei obliquatæ

 à uisu:

à uiſu: partes enim ſuperficiei illius æquales partibus ſuperficiei directè uiſui oppoſitæ, ut patet ex prædemonſtratis, ſub minori angulo uidentur, quàm ſi eſſent directè uiſibus oppoſitæ: quia lineæ ſuarum extremitatum à centro uiſus productæ, minoribus angulis ſubtenduntur. Sic ergo totales illæ ſuperficies inſtituuntur in ſuperficiebus uiſus, quaſi congregatæ propter ſuam obliquationem: angulus enim, quem ſubtendit ſuperficies ipſius uiſus, quæ eſt informata forma ſuperficiei obliquatæ, eſt paruus & ſenſibiliter minor eo, quem faceret eadem ſuperficies uiſibus oppoſita directè, uel ſuperficies aliqua alia æqualis ſuperficiei obliquatæ. Quia ergo ipſa ſuperficies uiſus informata ex illa obliquata ſuperficie eſt minor, & partes paruæ illius ſuperficiei obliquatæ incidunt angulis quaſi inſenſibilibus, propter maximam obliquationem: ideo de neceſsitate illa ſuperficies obliquata uidetur minus perfectè. Cum enim parua ſuperficies fuerit multũ obliquata: tunc duæ lineæ exeuntes à centro uiſus ad extrema illius partis, fient quaſi linea una: quapropter ſentiens non comprehendet angulum contentum inter illas, neq; partem, quam diſtinguunt ex ſuperficie uiſus. Tota ergo ſuperficies obliquata uiſui multũ amittit ſenſibilitatis: quia ſi in ipſa fuerint ſubtiles aliquę intentiones, non comprehendentur à uiſu, propter latitantiã ſuarum partium paruarum. Et quoniã ſuperficiebus plus obliquatis plus accidit propoſitæ paſsionis: ideo ſecundum quantitatẽ obliquationis fit imperfectio uiſionis. Patet ergo illud, quod proponebatur.

34. Exceſſu remotionis nimio exiſtente: res à uiſibus obliquata quandoq; uidetur directè oppoſita. Alhazen 29 n 2.

Quoniam enim, ut patet per 10 huius, quantitas remotionis attenditur ſecundum quantitatem diametrorum rei uiſæ: ideo & nimietas exceſſus remotionis attenditur ſecundum quantitatem diametrorum rei uiſæ. Quæ enim magno uiſibili non eſt nimia diſtantia à uiſu, hæc minori uiſibili eſt nimia: quoniam nõ eodem modo in eadem diſtantia maius & minus percipiuntur à uiſu, ut patet per 7 & 20 huius. Sit itaq; centrũ uiſus a: & res uiſa obliquata, quæ b c: cuius alter terminorum, qui ſit b, propinquior ſit uiſui: ſitq; illa res uiſa ſub angulo b a c: erit ergo argumento 26 & 20 huius angulus b a c minor, quàm ſi ipſa res uiſa (quæ b c) à proximo ſui termino ad uiſum (qui eſt a) directè uideretur: ſed per 11 huius in omnibus uiſis maior eſt proportio diſtantiæ maioris ad diſtantiam minoris, quàm ſit anguli maioris ad angulũ minorem: in nimia aũt remotione diſtantiarum proportio diſtantiæ maioris unius extremorum rei uiſę, ut in propoſito ipſius c ad diſtantiã minorẽ alterius extremorũ, ut ipſius b, eſt differentia inſenſibilis, ut lineæ a c longioris ad lineã a b breuiorẽ: ergo multò magis inſenſibilis eſt differentia ipſorum angulorũ. Videbitur ergo b c in maxima remotione quaſi directè uiſibus oppoſita, cum ſit obliquata. Et hoc eſt propoſitum.



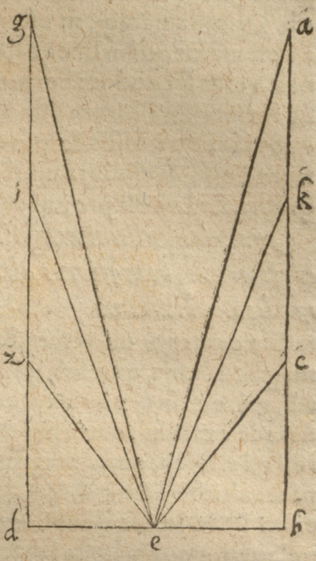
35. Omne uiſum exiſtens extra communem axem, in uno tantùm axe uiſuali: uel per radios propinquos axi: uel etiam per propinquos ambobus axibus uiſualibus comprehenſum, uidetur axi communi approximare plus eius ſitu uero.

Axis enim radialis, ut patet p 37 th. 3 huius, ſemper defert punctũ, cui incidit ad punctũ medium nerui cõmunis, cui ſemper inhæret terminus axis cõmunis. Cum ergo uiſus comprehendit rem uiſam ſecundũ quod eſt, & inſtituitur forma in concauitate cõmunis nerui in uno loco, & continua ſibi adinuicem ſecundum continuationẽ rei uiſæ, & punctus rei uiſæ, qui eſt ſuper radialem axem, licet non fuerit ſuper axem cõmunem, uidetur tamen in loco propinquiori axi communi, quàm ſit in ſuo uero loco: tunc puncta reſidua etiam uidentur in loco propinquiori axi communi, quàm ſint in ſuo uero loco: quia ſunt continuata cum parte, quę eſt apud extremum axis: & ſi axes amborum uiſuum concurrerint in aliqua re uiſa extra axem communem: uidebitur tunc illa res in loco propinquiori communi axi, quàm ſit in ſuo loco uero. Hoc tamen rarò accidit, quia cum axes uiſuales concurrerint in aliquo uiſo: tunc ut plurimũ axis communis tranſibit per illud uiſum: quia rarò axes amborum uiſuum concurrunt in aliquo uiſo extra axem communem, niſi per laborem aut impedimentum cogens uiſum ad hoc: unde hæc diſpoſitio non eſt uiſibus aſſueta, quia ſi eſſet talis diſpoſitio uiſibus multum aſſueta: tunc ipſa accideret in omni uiſione uel in pluribus: quod tamen nõn eſt uerum. Patet itaq; propoſitum.

36. Omnium uiſibilium ſecundum ſui longitudinem ante oculos extenſorum: quæ ſunt à dextris in ſiniſtram, & quæ in ſiniſtris, ad dextram educi uidentur partem. Euclides 12. th opt.

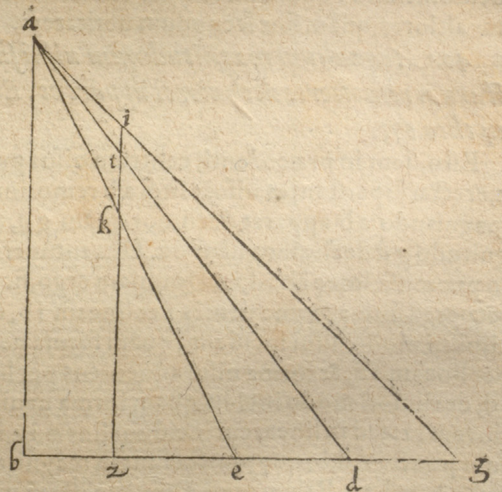
Sint duo uiſibilia ſecundũ ſui longitudinẽ ante oculos extenſa, quæ exẽpli cauſſa ſint ęquidiſtantia: & ſint a b & d g: ſitq; centrũ uiſus e: ducaturq; lineæ ad puncta illorũ uiſibiliũ: in dexteriore quidẽ parte, quę ſit a b, ducãtur lineę e b, e c, e k, e a: & in ſiniſteriore, quę ſit g d, ducãtur lineæ e d, e z, e i, e g. Dico

e g. Dico, quòd lineę e z, e i, e g uidentur quasi in partē sinistrā productæ, & lineæ e c, e k, e a uidentur quasi protractæ in partē dextrā. Sit enim linea e d perpendicularis super lineā d g, & linea e b perpendicularis super lineam b a: erit ergo per 19 p 1 linea e d breuior omnibus lineis e z, e i, e g: & linea e b breuior omnibus lineis e c, e k, e a. Lineæ ergo e d & e b minimam à uisu denotabunt distantiam linearū g d & a b: secundum illas ergo lineas perfectior fit uisio partiū rerum uisarum, quibus incidunt per 23 huius: linea ergo e d apparebit dexterior omnibus lineis suo uisibili incidentibus, & linea e b sinisterior omnibus lineis suo uisibili incidentibus: illis quoq; lineis propinquis incidentes mutabunt situs dispositionem secundum recessum ab illis lineis: eritq; linea e z dexterior quàm linea e i, & linea e i dexterior quàm linea e g. Palàm ergo, quoniam linea e g uidetur in sinistra à linea e i, & linea e i similiter uidetur in sinistra à linea e z. Eodem quoq; modo uidebitur linea e a in dextram educi à linea e k, & linea e k uidetur in dextram educi à linea e c: punctum ergo z plus approximat ad sinistram quàm punctum d, & punctum i plus quàm punctum z, & punctum g plus quàm punctum i. Tota ergo linea d g uidetur sinistrari, & tota linea b a uidetur dextrari: quoniam puncto b existente sinistro, punctum c uidetur plus dextrum illo, & item punctum k plus dextrum puncto c, & punctum a plus dextrum puncto k. Patet ergo propositum: quoniam similiter est in quibuslibet alijs punctis demonstrandum: quæ enim sub dexterioribus radijs uidentur, dexteriora apparent, & quæ sub sinisterioribus sinisteriora, ut patet per 1 suppositionem huius. Hæc autem omnia ideo accidunt, quia lineæ parallelæ secundum remotiores sui à uisu partes concurrere uidentur per 21 huius. Et hoc est propositum.



37. *Superficierum sub oculo iacentium, remotiores à uisu, altiores uidentur. Euclides 10 theo. opticorum.*

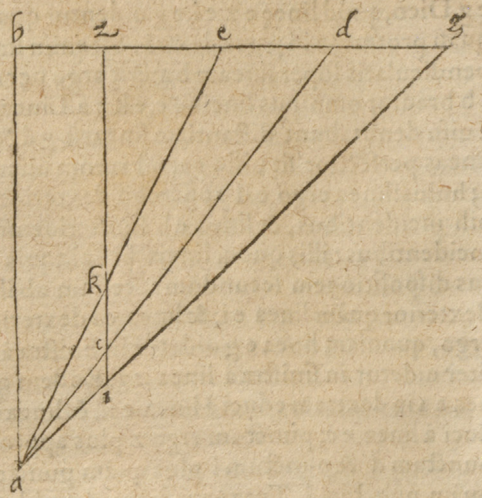
Sit centrum uisus a in altiori situ collocatum, quàm superficies rei uisæ, in qua sint lineæ b e, e d, d g: ducanturq; lineę a b, a e, a d, a g: sitq; caussa exempli situs talis, ut linea a b sit perpendicularis super lineam b g, in qua collocantur lineæ b e, e d, d g: quoniā in alijs sitibus maior est diuersitas. Dico quòd linea d g altior uidetur quàm linea d e, & linea d e altior quàm linea b e. Sumatur enim in linea b e, punctus z, à quo ducatur per 11 p 1 linea z i perpendicularis super lineam b e. Quoniam ergo punctorum formæ g, d, e procedentes ad uisum, primò pertranseunt lineam z i, quàm perueniant ad punctum a centrū uisus: sit, ut linea g a secet lineam z i in puncto i, & linea d a in puncto t, & & linea e a in pūcto k. Quia ergo punctus i eleuatior est puncto t, & punctus t puncto k: ideo quòd linea a t maior est quàm linea a i, & linea a k maior q̄ linea a t per 19 p 1: & in linea, in qua est punctum i, est etiam punctum g, & in linea, in qua est punctum t, est etiam punctū d, & in linea, in qua est punctum k, est etiam punctum e: per comprehensionem uerò punctorum d & g uidetur linea d g: & per puncta e & d uidetur linea e d: palàm, quoniam linea g d eleuatior apparebit quàm linea d e: & similiter d e apparebit eleuatior quàm linea b e. Cuius enim pūcti forma multiplicando se ad uisum magis eleuatur, hoc altius apparet uisui per 1 suppositionē huius, quia in altiori situ offertur uisui, & secundum illum modū figuratur in superficie uisus. Patet ergo propositū. Et patet ex hoc, quòd multum exaltato uisu superficies planæ iacentes longè à uisu concauæ uidebuntur: tendunt enim formæ talium punctorum ad uisum per modum circumferentiæ circa centrū uisus propter æqualitatē uirtutis uisiuę. Patet ergo propositū.



38. *Superficierum uisui superiacentium remotiores à uisu decliuiores uidentur. Euclides 11 theo. opticorum.*

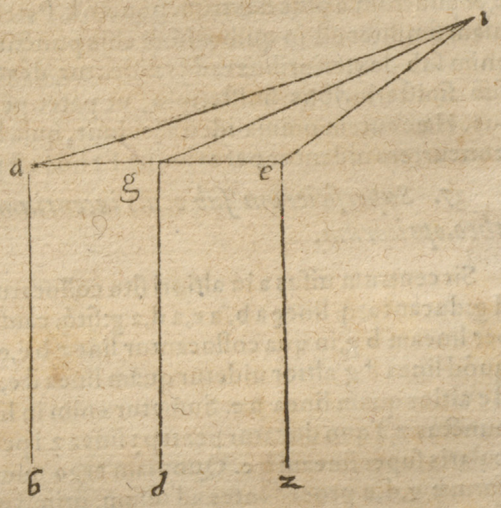
Sit centrum uisus punctus a in inferiori situ collocatum, quàm superficies rei uisæ, in qua sint lineæ b e, e d, d g: & ducantur, sicut in præcedenti, lineæ a b, a e, a d, a g: quarum a b sit perpendicularis super superficiem suppositam uisui. Dico, quòd linea g d apparebit decliuior quàm linea d e, & linea d e decliuior quàm linea b e. Ducatur enim, ut in præcedente, linea z i æquidistans lineæ a b, secans lineam g a in puncto i, & lineam d a in puncto c, & lineam e a in puncto k: ergo per ea, quæ in præcedenti diximus, forma puncti g decliuior uidebitur quàm forma puncti d, & forma puncti d

decliuior quàm forma puncti e, & forma puncti e decliuior quàm forma puncti b: sed per formas punctorum g & d forma lineæ g d occurrit uisui, & per formas punctorum d & e uidebitur forma lineæ d e, & per formas punctorum e & b uidebitur forma lineæ e b. Quoniam itaq;, ut ostendimus in præmissa, linea a c est maior quàm linea a i, & linea a k maior quàm linea a c: & secundum harum linearum dispositionem fit formarum illorum punctorum uisio. Palàm ergo, quoniá centro uisus & ipso uisibili sic dispositis, remotiora à uisu, decliuiora uisui occurrunt, quàm propinquiora. Et hoc est propositum.



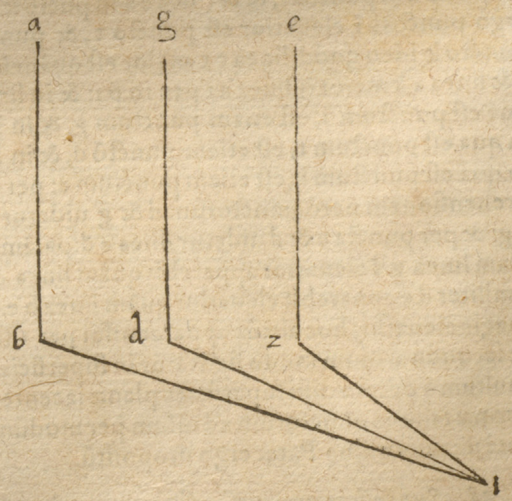
39. Aequalium magnitudinum sub eodem uisu erectarum, remotiores altiores apparent. Euclides 13 theo. opticorum.

Sit centrum uisus punctum i: & sint uisæ æquales magnitudines, quæ sub ipso uisu sint erectæ, quæ sint a b, g d, e z: sitq; a b remotior à uisu, & deinde g d, & deinde e z: & sit centrum oculi punctum i eleuatius existẽs illis magnitudinibus: ducanturq; lineæ i a, i g, i e. Dico, quòd magnitudinum illarum a b apparet altior quàm g d, & g d altior quàm e z. Quoniá enim linea i a est eleuatior quàm linea i g, & linea i g eleuatior quàm linea i e, & in linea, cui incidunt lineæ i a, i g, i e sunt pũcta a, g, e, & per 37 huius uidẽtur puncta remotiora uisui altiora: pũcta uero a, g, e sunt in magnitudinibus a b, g d, e z: ergo magnitudo a b apparet eleuatior quàm ipsa magnitudo g d, & magnitudo g d apparet altior quàm ipsa e z. Quod est propositũ. Et quia de qualibet magnitudine longiori potest abscindi æqualis breuiori: ideo in omnibus magnitudinibus subiacentibus uisui præsens tenet demonstratio: quoniam semper remotiores uidentur altiores, quàm sint secundum ueritatem.



40. Aequalium magnitudinum uisui supererectarum remotiores decliuiores apparent. Euclides 14 theo. opt.

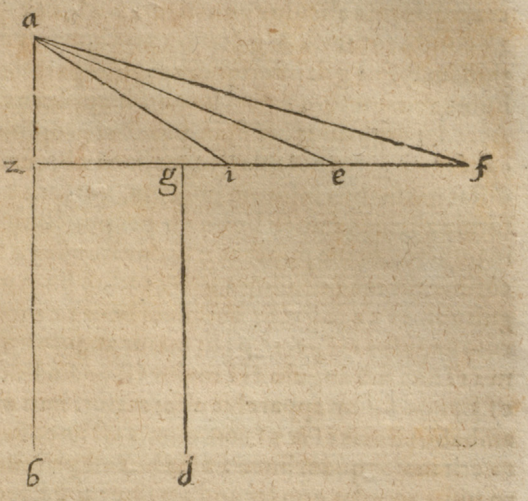
Esto, sicut in præcedenti, centrum uisus punctum i: & sint æquales magnitudines, quæ a b, g d, e z, erectæ superstantes uisui: sitq; a b remotior uisui quàm aliæ, & e z propinquior uisui. Dico, quòd magnitudo a b apparet decliuior quàm g d, & magnitudo g d decliuior quàm e z. Ducantur enim, ut in præmissa, lineę i b, i d, i z. Quoniam ergo, sicut patet per 38 huius, forma ueniẽs per lineam i b, est decliuiori modo uisui incidens, quàm forma ueniens per lineam i d, & forma uisui adueniens per lineam i d, decliuiori modo incidit, quàm forma ueniẽs per lineam i z: sed in linea, cui incidunt lineæ i z, i d, i b, sunt puncta z, d, b, quę puncta sunt in magnitudinibus a b, g d, e z. Palàm ergo, quoniam istarũ magnitudinũ illa, quę est a b, decliuior apparet quàm g d, & g d quàm e z. Et hoc est propositũ. Est autem uniuersale illo modo, quo diximus in præcedenti.



41. Altioris magnitudinis uisibilis per uerticem inferioris aspectæ, accedente & recedente uisu secundum lineam uertici inferioris perpendiculariter incidentem: semper idem erit excessus, non uidebitur autem idem. Euclides 17 th. opt.

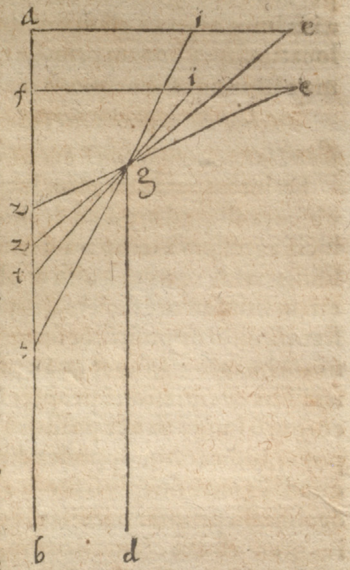
Sint duæ uisæ magnitudines inæquales a b maior, & g d minor: quarum uertices sint a & g: & sit centrum uisus punctum e: ducaturq; linea g e perpendicularis super lineam g d, secans lineam a b in puncto z. Dico, quòd oculo accedente & recedente secundum lineam g e, semper idem uidebitur excessus lineæ a b super lineam g d, qui excessus est linea z a. Accedat enim uisus ad punctum i, propinquius puncto g quàm punctum e, uel remoueatur ad aliud punctum f, remotius quàm punctum e: semper autem perpendiculariter non incidet forma alicuius punctorum lineæ g d ipsi uisui, nisi

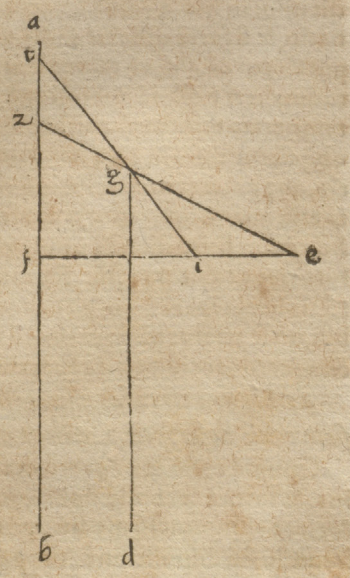
niſi ſola forma puncti z, in quam cadit perpendiculariter e z: quoniam per 20 th. 1 huius duas lineas eidem ſuperficiei ab eodem puncto ductas perpendiculariter inſiſtere eſt impoſsibile: palàm ergo propoſitum. Videbitur tamen linea a z minui uel augumentari ſecundum diuerſitatẽ angulorum, ſub quibus fiet uiſio per 20 huius. Et eſt, ut patet ex præmiſſis, & per 21 p 1, angulus a i z maior angulo a e z, & angulus a e z maior angulo a f z: ſecundum hoc autem diuerſificatur in uiſu quãtitas lineæ a z: ſemper tamen illius lineæ a z eadem eſt quantitas in ſe ipſa. Et hoc eſt propoſitum.



42. *Altioris uiſibilis per uerticem inferioris aſpecti, accedente uiſu ſecundum lineam exceſſui altioris perpendiculariter incidentẽ: maior pars altioris uidetur, recedente uerò uiſu ſecundũ eandem lineam minor pars altioris uidetur: ſecundũ aliam uerò lineam accedente uel recedente uiſu, accidit econuerſo. Euclides 16 the. opt.*

Sint, ut in præmiſſa, duæ inæquales magnitudines, quæ a b & g d, quarum maior ſit a b: & ſit centrum uiſus in puncto e poſitũ in linea e a, perpendiculariter incidente puncto a, qui ſit altior terminus lineę a b: ambę ergo magnitudines tam a b quàm g d ſubiacebunt uiſui, cum uertex altioris (qui eſt a) ſit in perpendiculari ducta à centro uiſus ad magnitudinem altiorem: ſint enim magnitudines a b & g d taliter erectæ, ut punctum a ſit altius, quàm punctum g, perueniatq; forma alicuius punctorũ lineæ a b, quod ſit z, per uerticem lineę d g, qui ſit g, ad uiſum e: & ſit linea, ſecundũ quã aduenit illa forma, linea z e. Sub linea itaq; z e uidetur linea z a, pars magnitudinis a b, & tota magnitudo d g, remanetq; pars lineæ a b, quæ non uidetur per uerticem g: & hęc eſt linea z b. Accedat autem uiſus propinquius ad punctum a, ut fiat in eadem linea in puncto i. Palàm quoq;, quia in hoc ſitu aliquis punctus lineæ a b inferior puncto z peruenit ad uiſum, qui ſit punctus t: & ducatur linea t i per uerticem g ad uiſum: ſub linea ergo i t uidetur pars magnitudinis a b, quæ eſt t a, & tota magnitudo g d, remanetq; pars lineæ a b, quæ eſt a t, uiſa. Et quoniam linea a t eſt maior quàm linea z a, quæ uidebatur uiſu exiſtente remotiore: neceſſarium autem eſt lineam t a fieri maiorẽ quàm ſit linea z a: ideo quòd angulus a i t eſt maior angulo a e z per 16 p 1: illud ergo, quod uidetur ſub angulo a i t, eſt maius illo, quod uidetur ſub angulo a e z p 20 huius: linea ergo a t maior uidebitur: & per 19 p 1 maior eſt quàm linea a z. Et quando linea, in qua e centrum uiſus, perpendiculariter incidit cuicunq; puncto exceſſus lineæ a b ſuper lineam g d, eadem eſt demonſtratio. Palàm ergo, quòd accedente uiſu ſuperapparens pars lineæ a b ſemper fit maior, recedente uerò uiſu fit minor. Et hoc eſt propoſitum primum. Secundum aliam uerò lineam, quæ ſit perpendicularis ſuper lineam a b, non tamen incidat in punctum a, uel in aliquod punctum exceſſus, ſed in aliquod aliud punctum lineæ a b, baſsius toto exceſſu lineæ a b ſuper lineam g d, ut in punctum f: uiſu accedente uel recedente accidit ecõuerſo. Nam accedente uiſu, totius magnitudinis a b minus uidetur per uerticem g, & recedente uiſu, magis: exiſtente enim uiſu in pũcto e, multiplicabitur ad uiſum forma lineę z a, accedente uerò uiſu in punctum i, & ductis lineis e g z & i g t, patet, quòd illæ lineæ ſecabunt ſe in puncto g, & non perueniet ad uiſum forma alicuius punctorum lineæ z t, ſed ſolùm forma lineæ t a, quę eſt neceſſariò minor quàm linea z a. Patet ergo propoſitum.



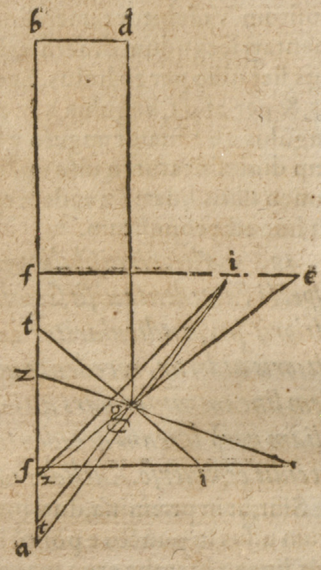


43. *Inæqualium uiſibilium uerticibus in eadem linea æquidiſtante horizonti exiſtentibus: pars inferior longioris uiſa per baſim breuioris accedente uiſu ſecundum lineã exceſſui longioris perpendiculariter incidentem, maior pars longioris uidebitur: recedente uerò uiſu ſecũdũ eandẽ lineã minor pars altioris uidebitur: ſecundũ aliam uerò lineam accidit econuerſo. Euclides 15 th. opt.*

Hæc non differt in hypotheſi à præmiſſa, niſi quòd in illa uiſibilia ſunt ſubiacẽtia uiſui, in hac uerò ſunt ſuperſtantia. Sint ergo inæquales quantitates a b & g d: quarũ maior ſit a b: ſintq; uertices illarum

M 3 quanti-

quantitatum b & d: & ſit linea b d æquidiſtans horizonti: ſitq́; centrum uiſus in puncto e: multipliceturq́; forma alicuius puncti lineæ a b, ut z, per baſim g ad uiſum e: fiatq́; linea z g e: ſub linea ergo z e continentur z a & g d: & b z non apparet uiſui, propter interpoſitionem ipſius g d: inferior uerò ipſius pars decliuior apparet per 40 huius, remanetq́; a z pars lineæ a b apparens uiſui ultra lineam g d. Accedat ergo uiſus, & ſit in puncto i propinquiori ad punctum a, in eadē linea perpendiculari ſuper lineā a b, quæ ſit e f: hæc enim æquidiſtat uerticibus ipſorum uiſorum, qui ſunt b & d: multiplicabiturq́; forma alicuius puncti lineæ a b per punctum g ad uiſum exiſtentem in puncto i: ſit ille punctus t: & ducatur linea t g i: ſub linea ergo t g i cōtinentur magnitudines g d & t a: ſub linea uerò e z cōtinentur magnitudines z a & g d. Et quoniam linea t z a maior eſt quàm linea z a, cum angulus t i f per 16 p 1 ſit maior angulo z e f: ergo per 20 huius linea t f uiſa ſub angulo t i f maior eſt quàm linea z f, uiſa ſub angulo z e f. Et non ſolùm apparebit uiſui maior: imò & erit maior. Quia itaq́; ambabus lineis t f & z f communis eſt linea f a: patet, quòd tota linea t a erit maior quàm linea z a. Et hoc eſt primum propoſitorum. Si uerò uiſus accedat non ſecundum lineam e f, ſed fiat in puncto i, extra illam lineam e f, in alia linea e f perpendiculariter incidente lineæ a b, non in aliquod punctorum exceſſus a b ſuper d g: dico, quòd accidet econuerſo: erit enim linea t a minor quàm linea z a. Ducantur enim lineæ t g i, & a i, & i z: palàm quoq́; per 32 p 1 quoniam angulus a i t eſt minor angulo a i z: ideo quia angulus a z i minor eſt angulo a t i per 21 p 1, & angulus t a i communis: uiſum ergo à puncto i ſub angulo a i t eſt minus uiſo ſub angulo a i z: linea ergo z a eſt maior quàm linea t a: & uidetur maior. Et hoc accidit, cum centrum uiſus collocatur ſupra lineam primā e f, & altius quàm illa: ſi uerò ipſum collocetur inferius, quàm linea prima e f: tunc accidit econuerſo. Patet ergo propoſitum.



44. In ſitus uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ. Alhazen 24.35.46.53.58.64.66.69 n 3.

Ex intemperantia enim lucis uirtuti diſtinctiuæ error accidit in uiſione ſitus: ut ſi in nocte non obſcura aliquid modicè declinet à uiſu: tunc æſtimabitur in eo ſitus rectitudo propter debilitatem lucis egreſſam à temperamento. Nimia etiam remotio in uiſione ſitus errorē inducit: unde res uiſibilis ualde remota à uiſu & obliquata uiſui, uidebitur directè oppoſita per 34 huius. Intemperātia etiam ſitus errorē facit in ſitus uiſione: cadente enim axe uiſuali in corpus ſecundum temperatā diſtantiā uiſui oppoſitū, & ſumpto alio corpore multū elongato ab axe, & declinato modicū ſuper lineam imaginatā, ſuper quā cadit axis radialis perpendiculariter: tunc uiſus non cōprehendit corporis illius declinationē propter ſitum à temperamento egreſſum: quoniā non fit plena cōprehenſio corporū longè ab axe poſitorū per 45 th. 3 huius: & ita propter hunc errorē res obliquè uiſibus oppoſita, iudicabitur oppoſita directè. Intemperātia etiā magnitudinis in uiſione ſitus efficit errorē: quoniā granū ſinapis ſi fuerit ab oculis declinatū, uidetur tamē ac ſi eſſet directè oppoſitū: quia eius declinatio propter paruitatē corporis non poteſt cōprehēdi: nec enim eſt ſenſibilis declinatio huius grani ab axe cōmuni orthogonaliter ſuper uiſibilia cadente, ſecundū quā diſcernitur obliquatio rerum uiſarū reſpectu uiſus: quoniā nō plenè diſcernitur diſtātia inter hunc axem & extremitates grani, quæ eſt quaſi minima linea omniū linearū ſenſibiliū. Ex intēperata etiā ſoliditate error accidit uiſui in ſitu: quoniā ſi corporis rari ſitus, reſpectu uiſus, fuerit declinatus, occultabitur eius declinatio, & ſi fortè uidebitur directè opponi: una enim extremitatū illius corporis eiuſdē diſtantiæ reputabitur cū alia, cū tamen ſint diuerſæ: & accidit hoc propter nimiā raritatē non terminantē certitudinaliter uiſibilē operationē, & inducentē incertitudinē in quātitate anguli, ſub quo fit uiſio. Intemperata etiā diaphanitas efficit errorē uiſui in ſitu: ſi enim corpus uiſum ſub parua obliquatione obijciatur uiſui in aere denſo obſcuro, ſicut accidit in horis crepuſcularibus, occultabitur declinatio, quę pateret in aere lucido claro: fit ergo error in ſitu oppoſitiōis corporis ad uiſum. Ex intēperata etiā quantitate tēporis fit error uiſui in ſitu: ut cū aliquid occurrit uiſui ſubitò, qđ ſtatim recedit: hoc enim fortè directè uiſui oppoſitū reputabitur obliquatū, uel ecōuerſo, ſi fuerit obliquatū uiſui, fortè reputabitur rectū. Ex diſpoſitiōe etiā uiſus in ſanitate fit error uiſui in ſitu: ut ſi ab aliquāta diſtātia licet tēperata corpus aliqđ in oppoſitiōe uiſus modicū obliquetur: tūc enim uiſu exiſtēte debili, nō ſentietur obliquatio, cū tamē ſit obliquatio ſecūdū uerū. Sic ergo in ſitus uiſiōe uirtuti diſtinctiuę error accidit ex intēperata diſpoſitiōe octo circūſtantiarū cuiuslibet rei uiſæ, ut ꝓponebatur.

45. Figura circularis ſuperficiei rei uiſæ cōprehenditur à uiſu ex circularitate formæ in ſuperficie oculi deſcriptæ. Alhazen 32 n 2.

Quoniā enim formę rerū deſcribuntur in oculi ſuperficie, ſicut ſunt in rebus extrà per 17 th. 3 huius, & formæ ſecundū figurā, qua deſcribuntur in oculi ſuperficie, ſic perueniūt ad neruū cōmunē, & circa eius punctū mediū figurantur, prout patet p 37 th. 3 huius, & ibi cōprehenduntur ab anima ſecundū ſui diſpoſitionē: tūc patet, quòd forma circularis ſuperficiei rei uiſæ cōprehenditur à uiſu

ex circu-

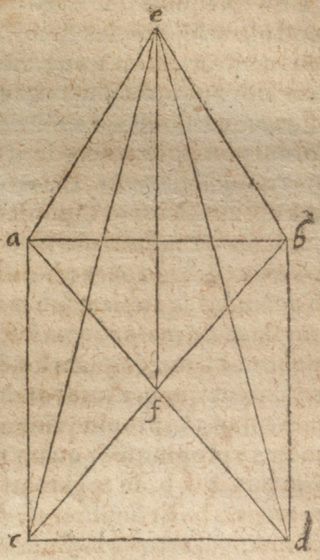
ex circularitate formę in superficie oculi descriptæ: & similiter comprehenditur circularitas cuiuslibet partium superficiei rei uisæ. Certificatur autem hæc uisio, cum uidens mouerit axes radiales ambos uel saltem unum per totam circumferentiam rei uisæ aut partis eius: sic enim ex certificatione situum terminorum formæ comprehendet figuram superficiei circularem ex consimilitudine uel dissimilitudine partium, & ex comprehēsione æqualitatis uel inæqualitatis remotionis partium rei uisæ ab inuicem, uel æqualitatis uel inæqualitatis eleuationum, partium rei uisæ ad inuicem. Patet ergo propositum.

46. Figura rectilinea comprehenditur à uisu ex suorum terminorum comprehensione.

Quoniam enim figura est, quæ termino uel terminis continetur: termini autem figurarum sunt lineæ, quæ comprehenduntur uisu non decepto secūdum ipsarum situationem in superficie oculi, sicut est ipsarum situatio in superficie rei uisæ. Palàm ergo, quoniam ipsarum comprehensio à uisu est comprehensio figuræ in ipsis contentæ, cuius sunt termini illi. Et hoc est propositum. Sed in his omnibus uisus requirit distantiam mediocrem & alias circumstantias uisui debitas, ne fortè fiat deceptio in ipso uisu.

47. Planicies superficiei secūdum mediocrem distantiam directè uisui opposita comprehenditur ex comprehensione æqualitatis remotionis partium, & consimilitudinis ordinationis ipsarum. Alhazen 35 n 2.

Sit superficies plana a b c d: & sit centrum uisus e: à quo ducatur super datam superficiē perpendicularis e f. Et quoniam superficies illa est directè uisui opposita, sic quòd perpendicularis incidat in medium punctum illius superficiei: producantur quoq; ad puncta æqualiter à puncto f distantia, quæ sunt a, b, c, d lineæ e a, e b, e c, e d: & continuentur lineæ f a, f b, f c, f d: quæ omnes erunt æquales propter æqualem ipsarum distantiam à puncto f. Cum ergo omnes illæ lineæ f a, f b, f c, f d per definitionem lineæ super superficiem erectæ sint perpendiculares super lineam e f: patet per 4 p 1, quoniam lineæ e a, e b, e c, e d sunt æquales: superficies itaq; a b c d secundum illos eius terminos æqualiter distat à uisu. Sed & alijs lineis ad puncta alia æqualiter distantia à puncto f, à centro uisus productis, illarum omnium ad inuicem ex præmissis concluditur æqualitas. Tota ergo superficies secundum omnes sui partes æqualiter distantes ex omni parte à puncto f consimiliter peruenit ad uisum. Tota itaq; superficies uidebitur plana ex comprehensiōne æqualitatis remotionis partium & consimilitudinis ordinationis ipsarum. Et hoc est propositum. Sed & si axes radiales non incidant ad medium, nihilominus per eadem demonstrandum: semper enim termini cuiuslibet partiū superficiei erunt lineæ rectæ. Superficies ergo est plana.



48. Conuexitas superficiei comprehenditur à uisu ex propinquitate partium mediarum, & æquali remotione partium extremarum. Alhazen 33 n 2.

Cum enim superficies cōuexa directè uisui opponitur secundum mediocrem distantiam: tunc cum omnis regularis superficies conuexa sit pars alicuius sphæræ uel columnæ rotundæ uel pyramidis rotundæ per 118 th. 1 huius: si superficies illa opposita uisui sit pars sphæricæ superficiei, & si à centro uisus ad centrum sphæræ linea recta ducatur, aliæq; præter centrum lineæ plurimæ producantur, patet per 72 th. 1 huius, quòd sola illa, quæ centrum transit, est perpendicularis super sphæræ superficiem: aliæ uerò omnes lineæ à centro uisus ad illam sphæricam superficiem productæ, sunt super illam superficiē incidentes obliquè. Erit ergo per 8 p 3 pars perpendicularis interiacens centrum uisus & superficiem sphæricam omnium aliarum linearum breuissima: ergo secundum illam fit maxima approximatio ad uisum, & omnes circuli secundum punctum, cui incidit illa perpendicularis, in superficie sphæræ descripti, erunt uisui proximiores secundum illa puncta, & secundum alias lineas obliquè incidētes, erunt uisui remotiores: quia omnes lineæ perpendiculari lineæ propinquiores modo dicto, sunt minores remotioribus: quoniam per prænominatam 8 p 3 omnes lineæ à centro uisus ad peripherias maiorum circulorū productæ sunt longiores lineis propinquioribus ipsi perpendiculari. Ex comprehensione ergo propinquitatis partium mediarum in illa superficie, & remotione aliarum partium, quæ sunt in terminis, apparet maior eleuatio partium mediarum quàm extremarum: & ex inæqualitate eleuationis partium superficiei uidetur gibbositas, quæ est caussa conuexitatis. Et quoniam in omni puncto superficiei sphæricæ secant se circuli magni transeuntes per centrum illius sphæræ, & omnes lineæ, quę lineæ breuissimæ utrinq; æquè appropinquant, sunt æquales: ideo secundum æqualem distantiam à perpendiculari fit æqualitas omnium linearum ad sphæræ superficiem à centro uisus productarū, & apparet deflexio gibbositatis æqualis secundū omnem differentiam positionis in sphæricis superficiebus, maximè cū directè uisibus opponūtur. Si uerò superficies cōuexa opposita uisui fuerit pars superficiei columnaris aut pyramidalis rotundarum: tunc fit eadē demonstratio productis lineis perpendicularibus à centro

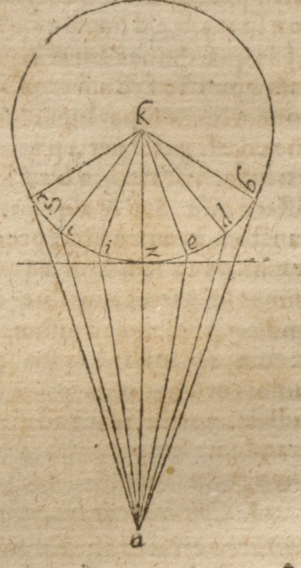
uisus ad centrum circuli basis,& omnium circulorum æquidistantium basi:alijs quoq; lineis pluribus ab eodem cêtro uisus non perpendiculariter per eosdem circulos productis, complebitur demonstratio ut prius. Et si illæ superficies quomodocunq; obliquatæ sint ad uisum,nihilominus per eadem est demonstrandum:siue enim gibbositas sit inferius,siue superius,siue à dextris,siue à sinistris,semper partium inæqualis distantia propositum côcludet:& de irregularibus conuexitatibus per eadem fit comprehensio in uisu. Patet ergo propositum. Vniuersaliter enim conuexitas comprehenditur à uisu ex propinquitate partiû mediarum,& æquali remotione partium extremarum. Patet ergo quòd proponebatur.

49. Concauitas superficiei comprehêditur à uisu ex remotione partium mediarû, & æquali appropinquatione partium extremarum. Alhazen 34 n 2.

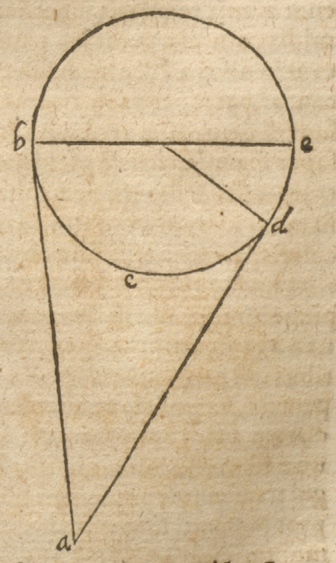
Per eadem, quæ in præcedenti, demonstrandum, & similiter per omnem superficiem transcurrendum. Semper enim per 8 p 3 linea à centro uisus ad centrum sphæræ uel circuli producta, quia continet diametrum,est omnium longissima,& sibi propinquiores sunt cæteris remotioribus maiores,& omnes æqualiter ab illa distantes sunt æquales. Ergo termini illius superficiei uidebuntur arcuales,& tota superficies uidebitur concaua. Et si illæ superficies sint obliquatæ uisibus,siue arcualitas terminorum sit superius,siue inferius,siue à dextris,siue à sinistris, semper per eandem demonstrandum. Patet ergo propositum.

50. Centro foraminis uueæ & circumferentia circuli in eadê superficie existêtibus: circumferentia ad aliquam rectitudinem accedere uidetur. Euclides in præfat. & 22 the. opt.

Esto foraminis uueæ centrum a, in eadem existens superficie cum circumferentia circuli uisi: ita quòd plana superficies circuli imaginata produci secet sphærã oculi trans centrum: illius quoq; circumferentia circuli sit g b: & eius centrum k: & à punctis illius circumferentiæ ducantur lineæ plurimæ ad uisum a: quæ sint b a, d a, e a, z a, i a, c a, g a: secûdum quas lineas formæ illorum punctorum accedunt ad uisum. Dico, quoniam arcus b g apparet uisui linea recta. Ducatur enim à centro illius circuli lineæ k b, k d, k e, k z, k i, k c, k g. Quoniam ergo linea k b uidetur sub angulo k a b, & linea k d sub angulo k a d, qui minor est angulo k a b, quoniam pars eius est: ergo per 20 huius palàm est, quia maior uidebitur linea k b quàm k d, quoniam sub maiori angulo uidetur: & similiter uidebitur linea k d maior quàm k e, & k e maior quàm k z: & eodem modo uidebitur k g maior quàm k c, & k c maior quàm k i, & k i maior quàm k z. Punctus quoq; z inter omnes datos punctos, quoniã cadit in perpendiculari a k, propinquior uidebitur centro k quàm punctus e, & punctus e propinquior quàm punctus d, & punctus d propinquior quàm punctus b. In apparentia ergo uisui aliquid tollitur de curuitate arcus z b. Et similiter est de arcu z g. Accedere ergo uidetur ad rectitudinem arcus g b. Cum enim per 8 p 3 linea a z sit omnium breuissima, & linea a e breuior sit quàm linea a d, & a d breuior quàm a b: patet quòd in uisu aliquid remanet curuitatis apprehẽsæ: & sic non uidebitur tota peripheria linea recta, sed ad rectitudinem aliqualiter accedens. Patet ergo propositum.



Et hoc idê accidet côuexis & concauis partibus peripheriæ circuli uisui oppositis. Quia si à puncto z ducatur aliqua perpendicularis super lineam a z: tunc non est differentia magna uisui inter arcum & lineam contingentem, cum per maius spatium uisio fit, propè uerò existente uisu, maior percipitur conuexitas uel concauitas: & magis apparet. Quòd si centrum oculi & circulus non sint in eadem superficie: tunc circumferentia circuli uidebitur curua: quoniam tûc situs partiû lineę circularis secundû suû sitû & esse propriû peruenit ad uisum, & depingitur secundû suã curuitatê in superficie illius, licet quãdoq; forma sphærica illius curuitatis secundû aliquid sui uarietur.



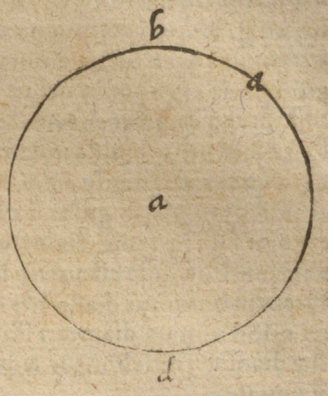
51. Circulo centroq; foraminis uueæ in eadem superficie existentibus: minus semicirculo uidetur.

Sit centrum foraminis uueæ, quod sit punctum a: & circulus b c d, cuius diameter b e, in eadem superficie plana existentia: uideaturq; arcus b c d: dico, quòd minus semicirculo uidebitur. Si enim arcus b c d, qui uidetur, sit semicirculus, necesse est lineas a b & a e super terminos diametri b e incidere: aliter enim semicirculus non uidebitur: quia sola diameter est, quæ diuidit circulû per æqualia per 17 defin. 1. Ergo lineæ a b & a e semper contingent circulum, quoniam à terminis diametri producuntur. Palàm ergo per 18 p 3, quoniam utraq; cum diametro b e angulû rectum continebit: triangulus itaq; a b e habebit duos angulos rectos, & tertium angulum: quod est côtra 32 p 1, & impossibile. Patet ergo propositum.

52. Centro

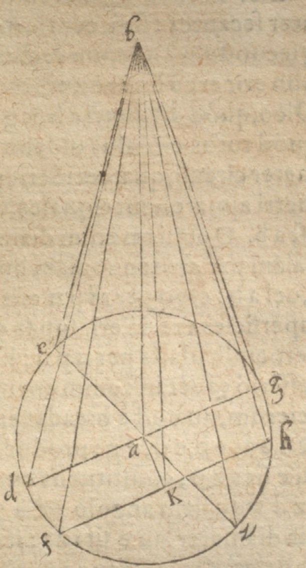
52. Centro foraminis uueæ existente in circumferentia uel in centro circuli: totalis circulus uidetur.

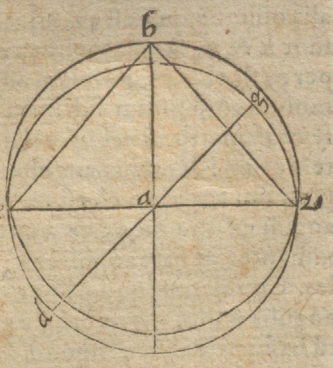
Esto centrum foraminis uueæ punctum a in circumferentia circuli d b: dico, quòd totus circulus d b uidebitur. Nec enim est punctus in toto circulo, à quo ad quemlibet punctum datum in circumferentia duci linea recta non possit. Et quia, ut ostensum est per 2 th. 3 huius, possibilile est solum illud uideri, inter cuius quodlibet pūctum & aliquod punctum superficiei uisus produci lineas rectas est possibile: formæ ergo omnium punctorum circuli pertingere possunt ad uisum nullo extrinseco corpore impediente. Totalis ergo circulus secundū omnia sua puncta uideri poterit cētro foraminis uueæ in illius circuli circumferentia collocata. Et quoniam centro foraminis uueæ in centro circuli existente, adhuc omnes lineæ ducibiles à punctis circumferentiæ ad centrum, ad ipsum uisum perueniunt: patet, quia fiet uisio secundum lineas, quæ à punctis circumferentiæ ducūtur ad centrum uisus per 17 th. 3 huius. Et hoc est propositum.



53. Existente cētro oculi in linea à centro circuli super superficiem circuli erecta, aut in termino lineæ obliquè superficiei circuli insistētis æqualis semidiametro: omnes diametri in eodem circulo productæ æquales uisui apparebunt. Euclides 35. 36 th. opt.

Esto circulus d e g: cuius centrum sit punctus a: erigaturq; linea a b perpendiculariter super circuli superficiem: & ducātur diametri e z & d g: ponaturq; centrū oculi in linea a b in puncto b. Dico, quòd omnes diametri ductæ trās superficiem circuli, ut e z & d g, æquales adinuicem uidebuntur. Ducantur enim à centro uisus lineæ b e, b z, b d, b g. Quoniam ergo linea z a æqualis est lineæ a g, & linea b a cōmunis ambobus trigonis a b g & a b z, anguli quoq; ad centrum a sunt æquales, quia recti: palàm per 4 p 1, quoniam linea b g est æqualis lineæ b z, & angulus a b z est æqualis angulo a b g: & eodem modo erit angulus a b d æqualis angulo a b e, & omnes anguli ad centrum uisus inter se sunt æquales. Ergo per 19 uel 20 huius omnes semidiametri æquales apparent: imò & ipsi diametri: sub æqualibus enim angulis omnia uidētur, & totales diametri & partes. Sed & omnes lineæ æquidistantes alteri diametrorum, uidentur minores diametris, & remotiores minores propinquioribus: quod patet ducta linea f h æquidistante diametro d g, cuius medio pūcto, qui sit k, incidat linea b k: & copulentur lineæ b f, & b h, & a k: eritq; linea a k per 3 p 3 perpēdicularis super lineam f h, quoniam ueniens à centro diuidit ipsam per æqualia in puncto k. Quia itaq; in trigonis b a g & b k h anguli b a g & b k h sunt recti, ut b a g ex hypothesi, & b k h per 22 th. 1 huius: linea uerò b k est maior quàm linea b a, & linea a g est maior quàm linea k h: ergo per 37 th. 1 huius angulus b h k est maior angulo b g a: similiter quoq; angulus b f h erit maior angulo b d a. In trigonis ergo d b g & f b h erit per 32 p 1 angulus d b g maior angulo f b h: diameter ergo d g uidebitur maior, quàm linea f h per 20 huius. Similiter quoq; est de omnibus alijs lineis æquidistantibus diametro, respectu ipsius diametri, & ad inuicem demonstrādum. Quælibet ergo minor uidebitur minor: & ita totus circulus uidebitur propriæ suæ figurę. Et hoc est propositum primum. Si uerò linea a b non sit erecta super circuli superficiem, sed obliquè insistens, sit tamen æqualis semidiametro circuli, adhuc diametri d g & z e uidebuntur æquales, centro uisus in puncto b existente. Cum enim ex hypothesi z a semidiameter sit æqualis lineæ a b, & semidiameter a e æqualis sit eidem: palàm quoniam lineæ a b, a e, a z sunt æquales. Si ergo super punctum a ad quantitatem semidiametri e a circulus describatur in superficie, in qua sunt lineæ a e, a z, a b: palàm quia transibit per punctum b: ergo per 31 p 3 angulus e b z est rectus: similiter quoq; ostendetur angulum g b d esse rectum. Et quia omnes anguli recti sunt æquales, & sub æqualibus angulis uisa æqualia apparēt p 19 uel 20 huius: palàm quia omnes diametri illius circuli, quotcūq; ducātur, ęquales apparebūt, sicut diameter e z ipsi diametro g d: quod est ꝓpositū secundū. Patet ergo totū, quod ꝓponebatur.

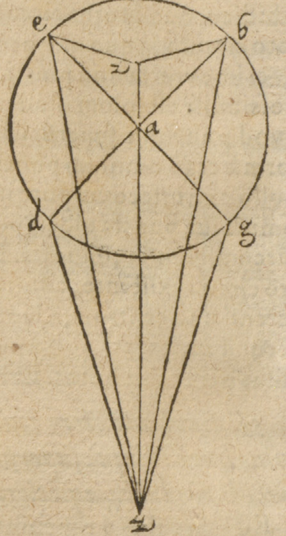




54. Centro oculi existente in termino lineæ maioris uel minoris semidiametro circuli (cuius superficiei in centro obliquè est insistens) æquales angulos cum diuersis semidiametris continentis: illæ diametri eiusdem circuli æquales apparebunt Euclides secunda parte 36 & 38 th. opt.

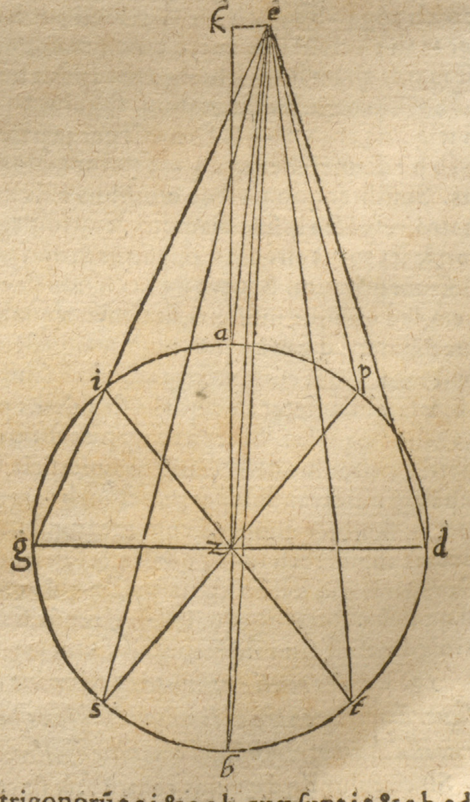
Sit circulus b g d e, cuius centrū a: & sit centrū uisus z: sitq; linea a z nō erecta, sed obliquè incidēs super-

ſuperficiei circuli maior uel minor ſemidiametro d a: ſit tamē angulus d a z æqualis angulo g a z, & angulus e a z æqualis angulo b a z. Dico, quòd adhuc diametri d b & e g uidebuntur æquales: quoniam enim linea d a eſt ęqualis a g, & linea z a communis duobus trigonis z a g, & z a d: eſt quoq; ex hypotheſi angulus d a z æqualis angulo g a z: erit per 4 p 1 linea z d æqualis lineæ z g, & angulus d z a æqualis angulo g z a: ergo per 19 uel 20 huius baſis d a uidebitur æqualis g a baſi. Similiter quoq; per eadem demonſtrabitur angulus e z a æqualis angulo b z a: & per præmiſſa uidebitur linea e a ęqualis lineæ b a, & angulus a z g æqualis eſt angulo a z d, & angulus e z a æqualis angulo a z g: ideo accidit ut totalis angulus d z b totali angulo e z g fit æqualis. Videbitur ergo, ut ſuprà patuit, diameter d b æqualis diametro e g. Quod eſt propoſitum. Poſsibile eſt autem hoc in quibuſdam diametris accidere, non autem in omnibus diametris circuli taliter uiſui oppoſiti: nō ergo oportet quòd omnes diametri illius circuli uideantur æquales: non enim illæ diametri uidebuntur æquales, cum quibus linea z a facit angulos inæquales.



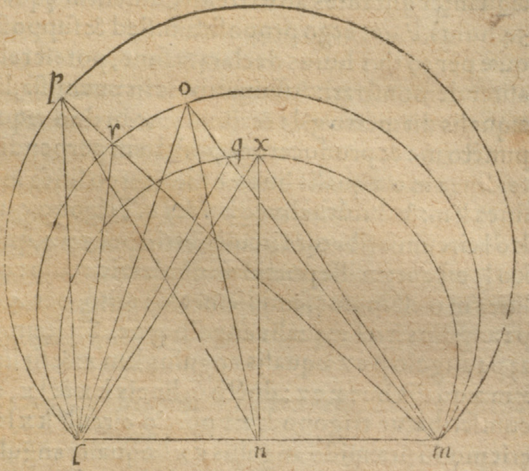
55. Si recta linea à centro circuli centro oculi incidens, non erigatur ſuper ſuperficiem circuli, neq; æquales angulos contineat cum diametris, ſitq́; maior ſemidiametro: diametri illius circuli inæquales apparebunt: totusq́; circulus uidebitur ſectio columnaris: cuius maxima eſt diameter illa, cui perpendiculariter incidit linea radialis. Euclides 37. 39 th. opt.

Eſto circulus a g b d: cuius centrum z: & ducantur diametri a b & g d, ſe ad inuicem orthogonaliter ſecantes: ſitq; centrum oculi e: à quo ducatur linea e z ad centrum circuli, diametro quidem d g ſecundum angulum rectum perpendiculariter incidens, diametro uerò a b obliquè, ut acciderit: non erit ergo linea e z erecta ſuper ſuperficiem circuli: ſitq; linea e z maior ſemidiametro circuli. Dico, quòd diametri a b & g d uidebuntur inæquales: & g d maxima quidem, a b uerò minima: & quòd totus circulus uidebitur altera parte longior, ueluti ſectio columnaris: & quòd omnis diameter circuli, quæ ceciderit propior minimæ, uidebitur minor remotiore ab illa: & duæ tātùm diametri apparebunt æquales, ut illæ, quæ æqualiter diſtant ab utraq; parte à minima diametro, quæ eſt a b. Quoniam enim diameter g d eſt perpendicularis ſuper diametrum a b, & ſuper lineam z e, palàm per 4 p 11 quoniam linea g z eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem, in qua ſunt lineæ e z & a z, uel a b: ergo per 18 p 11 erit circulus propoſitus orthogonalis ſuper ſuperficiem e a z: ergò & e a z ſuperficies erecta erit ſuper circulum. Ducatur ergo à puncto e ſuper ſuperficiem circuli a b g d perpendicularis per 11 p 11: hæc itaque per præmiſſa neceſſariò cadet in communem ſectionem illarum ſuperficierum, quæ eſt a b: cadat ergo, & ſit e k: & ducantur lineæ e a, e b, e d, e g: producaturq; diameter circuli alia, quæ ſit s z p, conſtituens cum diametro g z d angulum p z d æqualem angulo g z s per 15 p 1: ducatur quoque alia diameter, quæ ſit i z t: ita ut anguli g z s & i z g ſint æquales. Quia itaque à puncto e in aere dato ſuper ſubſtratam planam ſuperficiem circuli, qui eſt a b g d, ducuntur duæ lineæ, una perpendiculariter, quæ eſt e k, & alia obliquè, quæ eſt e z, & inter puncta incidentiæ, quæ ſunt k & z, copulatur linea z k in ipſa ſuperficie: patet per 39 th. 1 huius, quoniam angulus e z k minimus eſt omnium angulorum ſub linea e z obliquè incidente, & ſemidiametro z i uel z p, uel quacunq; alia diametro contentorum: & omnis angulus iſtorum angulorum propinquior angulo e z k eſt minor remotiore: duo quoque anguli ex utraque parte æqualiter angulo e z k approximantes, ut ſunt anguli i z k, & p z k inter ſe ſunt æquales. Copulentur quoq; lineæ e i, e s, e p, e t. Quia itaq; ab angulis duorū trigonorū d e g & t e i, ad medietates ſuarū baſiū æqualiū in trigono d e g linea e z perpēdiculariter incidit, & in trigono t e i obliquè, eſtq; linea e z maior medietate utriuſq; illarū baſium g d, & i t, ut patet ex hypotheſi: ergo p 49 th. 1 huius erit angulus d e g maior angulo t e i: ergo p 20 huius diameter d g uidebitur maior diametro i t. Et quoniā, ut oſtēſum eſt p 39 th. 1 huius, angulus e z i eſt maior angulo e z a, ambabus uerò baſib. trigonorū t e i & a e b, quæ ſunt i t & a b, ad



medium

medium punctum, quod est z, linea e z incidit obliquè: erit per 51 th. 1 huius angulus t e i maior angulo a e b: ergo per 20 huius diameter i t uidebitur maior diametro a b. Et sic per præmissa de qualibet aliarum diametrorum, respectu diametri a b, est demonstrandum. Omnium itaq; diametrorum circuli propositi g d uidetur maxima, & a b minima: & propinquiores diametro g d uidētur maiores, & propinquiores diametro a b uidentur minores: duæ quoq; diametri æqualiter hinc inde distantes, uidentur æquales, ut sunt i t & s p per præmissam: quoniam propter æqualitatem angulorum aliquorum, qui sunt e z i & e z p per 39 th. 1 huius, anguli t e i & s e p fiunt æquales per 4 p 1. Totus ergo circulus uidetur altera parte longior, ueluti sectio colūnaris. Sed & suppositis ijs, quæ per 39 th. 1 huius declarata sunt, potest reliquum aliter demonstrari. Extra hanc enim figuram protrahatur linea l m æqualis diametro d g per 3 p 1, & diuidatur linea l m per æqualia in puncto n per 10 p 1: & à puncto n ducatur linea n x perpendiculariter super lineam l m per 11 p 1, & resecetur linea n x ad æqualitatem lineæ z e, quæ est ex hypothesi maior quàm linea n m, æqualis semidiametro z g, ut patet ex præmissis: ductisq; lineis l x & m x, compleatur trigonum l m x: & per 5 p 4 circumscribatur ei portio circuli, quę sit l m x: est itaq; illa portio circuli l m x maior semicirculo, ideo quia linea n x est maior utraq; linearum n m & n l. Et quoniā trigonorum g z e & l n x latus g z est æquale lateri n l, & latus z e æquale lateri n x, & angulus g z e æqualis angulo l n x, quoniā, ut patet ex prĕmissis, uterq; ipsorū est rectus: erit per 4 p 1 basis g e æqualis basi l x: & similiter iterata demonstratione in trigonis d z e & n x m: erit linea d e æqualis lineæ m x: & erit totus angulus l x m æqualis totali angulo g e d. Fiat quoq; super punctum n terminū lineæ l n per 23 p 1 angulus æqualis angulo i z e: & sit angulus l n o: fiatq; per 3 p 1 linea n o æqualis lineæ e z: & ducātur lineæ l o & m o: describaturq;, ut suprà, circa trigonum l o m portio circuli, quæ sit l o m: erit quoq; secundum præmissum probandi modum angulus l o m æqualis angulo i e t.



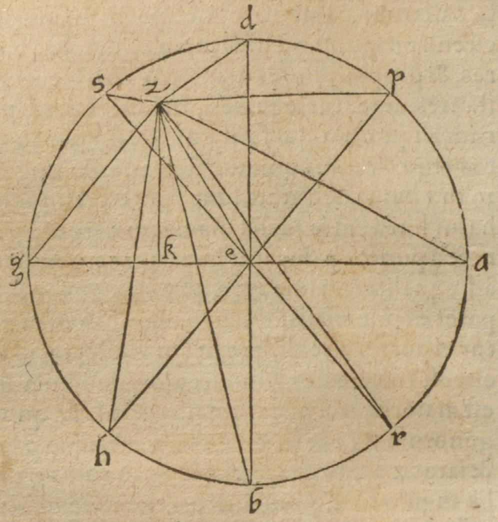
Item, ut prius, per 23 p 1 constituatur super punctum n terminum lineæ l n angulus l n p æqualis angulo a z e: & fiat linea n p æqualis lineæ e z: & ducantur lineæ l p & p m: & circa trigonum l p m describatur portio circuli, ut prius, quæ sit l p m: erit quoq; modo præmisso angulus l p m æqualis angulo a e b: ducaturq; linea à puncto l ad punctum sectionis, ubi linea m o secat circumferentiā portionis circuli, quæ l x m, quæ linea sit l q. Et quia per 27 p 3 angulus l q m æqualis est angulo l x m, cadūt enim in eundem arcum, quem chordat linea l m: angulus uerò l q m maior est angulo l o m per 16 p 1, patet quia angulus l x m maior est angulo l o m: angulus uerò l x m æqualis est angulo g e d, & angulus l o m æqualis est angulo i e t: palàm ergo, quoniā angulus g e d maior est angulo i e t. Similiter quoq; ducta linea l r ad punctum sectionis, in quo linea m p secat arcum l o m: palàm ut prius, quoniā angulus l o m maior est angulo l p m: & quoniā angulus l p m est æqualis angulo a e b: erit angulus i e t maior angulo a e b: ergo per 20 huius maior apparebit uisui in puncto e posito diameter g d, quàm diameter i t, & diameter i t maior diametro a b. Et quoniam de omnibus diametris cadentibus in arcum i a eadem est demonstratio, respectu diametri a b: patet quòd omnibus illis maior uidebitur diameter g d, & minor uidebitur diameter a b. Omnium itaq; diametrorum cōcurrentium cum linea e z in puncto z diameter a b uidetur minima, & g d maxima: diameter uerò media diuidēs angulū a z g per ęqualia, modo medio uidebitur inter diametros g d & a b. Et quia per præmissa angulus i e t æqualis est angulo s e p, palàm quia diametri i t & s p ęquales uidebuntur, quoniam sunt à diametris g d & a b æqualiter distantes, ut patet per præmissam & per 15 p 1. Hoc ergo est propositum.

56. Si linea recta à centro circuli centro uisus incidens, non erigatur super superficiem circuli, neq; æquales angulos contineat cum diametris, sitq; minor diametro: diametri illius circuli inæquales apparebunt: totusq; circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima diameter est illa, cui obliquè incidit linea radialis. Euclides 37. 39 th. opt.

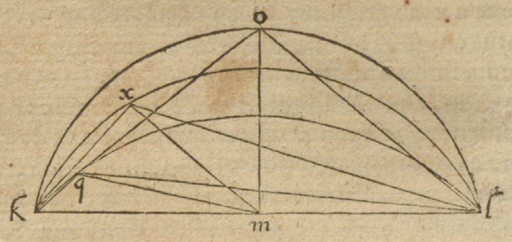
Esto circulus a b g d: cuius centrum e: & ducantur duæ diametri a g & b d se inuicem ad rectos angulos secantes in centro e: & ducatur linea e z, quæ neque sit erecta super superficiem circuli dati, nec angulos æquales continens cum diametris a g & b d: & sit minor semidiametro continens angulos rectos cum diametro g a, & inæquales cum diametro d b. Dico, quòd diametri propositi circuli apparebunt inæquales: & quòd totus circulus uidebitur sectio columnaris, cuius diameter g a apparebit omnium minima, & diameter d b maxima: diametri uerò æqualiter ab istis ambabus diametris distantes, æquales apparebunt oculo in puncto z existente, ut sunt diametri h p & s r. Quia enim angulus z e g est rectus: ducantur lineæ z g, z d, z a, z b: & ducantur ad diametrum h p lineæ z h, z p: & ad diametrum s r lineæ z s & z r, & omnibus alijs, ut in præmissa, dispositis, scilicet ducta linea z k super diametrum g a, cui perpendiculariter incidit linea z e. Per 39 itaque th. 1 huius patet, quòd angulus z e k est minimus omnium angulorum

illorum:

illorum: & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore. Quia uerò ab angulo trigoni g z a descendit linea z e ad medium basis, quæ est a g, perpendiculariter, & ab angulo trigoni h z p descedit eadem linea z e obliquè ad medium basis h p: estq; linea z e minor medietate utriusq; illarum basium æqualiũ, ut patet ex hypothesi: palàm per 50 th. 1 huius, quoniã angulus g z a est minor angulo h z p: item per 51 th. 1 huius angulus h z p est minor angulo d z b. Similiter quoq; de quibuscunq; diametris medijs demonstrandum. Patet ergo per 20 huius, quoniam omnium illarum diametrorum a g uidetur minima, & d b maxima, & mediæ medio modo se habentes, secundum quod plus approximant hinc & inde. Duæ quoq; diametri æqualiter distantes ab extremis, uidentur ęquales per 54 huius. Patet ergo propositum. Sed & suppositis ijs, quæ per 39 th. 1 huius declarata sunt, potest reliquum aliter demonstrari: Assumatur, ut in præmissa, linea k l æqualis diametro g d: & diuidatur in duo æqualia in puncto m: & producatur à puncto m perpendiculariter linea m o æqualis lineæ e z: erit ergo linea m o ex hypothesi minor semidiametro g e, & minor

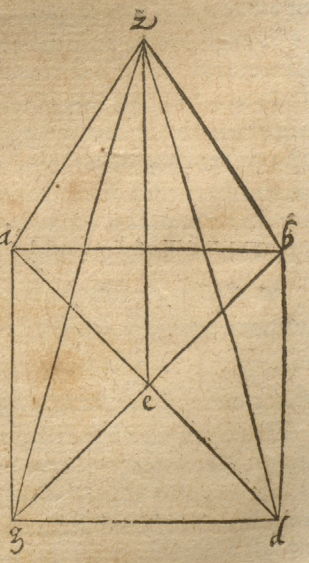


linea k m: & ducãtur lineę k o & l o. Trigono quoq; k o l circumscribatur circuli portio per 5 p 4, quę sit k o l: est autem illa portio minor semicirculo: quia linea m o est minor semidiametro: eritq; per 4 & 8 p 1 angulus k o l æqualis angulo g z a. Sit item per 23 p 1 angulo p e z æqualis angulus k m x: & sit linea x m æqualis lineæ e z: ductisq; lineis k x & l x, circumscribatur trigono k x l portio circuli k x l: & erit modo præmisso angulus k x l æqualis angulo h z p. Item sit angulus k m q æqualis angulo a e z: & sit linea m q æqualis e z: ductisq; lineis k q & l q, ut prius, describatur portio circuli k q l: & erit angulus k q l æqualis angulo d z b. Et quia ut in præmissa patuit, erit angulus k o l minor angulo k x l, & angulus k x l minor angulo k q l: erit angulus g z a minor angulo h z p, & angulus h z p minor angulo d z b. Apparebit ergo diameter d b maior quàm diameter h p, & h p maior quàm g d. Diameter uerò h p & e i æqualiter condistans (quæ s r) à diametro g a, æquales apparebunt per 54 huius. Et hoc est propositum.



57. Centro uisus existente in linea erecta super superficiem quadrati in pũcto intersectionis duorũ diagoniorũ: latera quadrati æqualia apparent, & diametri æquales. Euclides 59 th. opt.

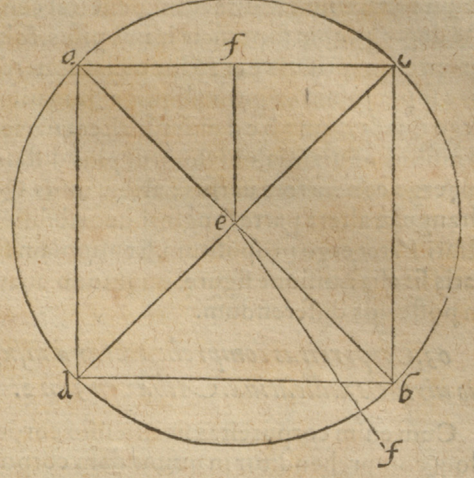
Sit tetragonus a b g d: & protrahãtur in ipso diagonij a g, b d: & earum intersectio sit e: erigatur e z super superficiem tetragoni per 12 p 11: ponaturq; oculus in aliquo puncto lineæ e z, ut in z: & ducãtur lineæ z a, z b, z d, z g. Quia itaq; per 40 th. 1 huius medietates diagoniorum inter se sunt æquales, ut d e & g e, & linea e z est communis duobus trigonis d z e & g z e, & anguli circa e sunt recti per definitionem lineæ super superficiem erectæ: erit per 4 p 1 basis z g æqualis basi z d, & angulus e z g ęqualis angulo e z d: uidebitur itaq; linea d e æqualis lineæ g e per 20 huius. Et similiter per eadem, quia angulus a z e est ęqualis angulo b z e, uidebitur ergo linea a e æqualis lineæ b e: tota quoq; linea d b apparebit æqualis toti lineæ a g. Et quoniã linea g z est æqualis lineæ b z, & linea a z æqualis lineæ d z, & linea a b est æqualis ipsi g d: quoniam sunt latera eiusdem quadrati, & sic tria latera unius trigoni sunt æqualia tribus lateribus alterius: ergo per 8 p 1 anguli æqualibus lateribus contenti sunt æquales: omnia itaq; latera ipsius quadrati hoc modo æqualia apparebunt. Et hoc est propositum: quoniam in omni puncto lineæ e z eadem est demonstratio, concludendo semper per 20 huius.



58. Si recta linea maior uel minor medietate diagonÿ quadrati, à medio puncto centro uisus incidens, obliquata super eius superficiem, æquales angulos contineat cum diuersis medietatibus diagoniorum: diagonÿ illius quadrati apparebunt æquales.

Sit quadratum a b c d: cuius medius punctus inueniatur per 40 th. 1 huius, quod sit e: & ducãtur diagonij a e b & c e d: sitq; cẽtrum uisus f: & linea f e sit maior quàm linea e a medietate diagonij, uel minor illa: sit quoq; linea f e obliquata super superficiem quadrati, sit tamen angulus f e a æqualis angulo f e c. Dico, quòd adhuc diagonij ipsius quadrati ęquales apparebunt. Circa pũctum enim e describatur circulus ad quantitatem semidiametri e a: palàm ergo (cum omnes medietates diagoniorum

niorum sint ęquales per 40 th. 1 huius) quoniam per 9 p 3 circulus iste circũscribetur totali quadrato, omnes terminos diagoniorũ attingens: erunt ergo diagonij quadrati diametri descripti circuli. Sed manifestum est per 54 huius, quoniam diametri circulorum in hac dispositione omnes uidetur ęquales: ergo & diagonij quadrati, cum sint eędem cũ illis. Et hoc est propositum. Idem quoq; accidit in omnibus figuris polygonijs cuiusc unq; formæ: & per eadẽ ue similia demonstrandum.



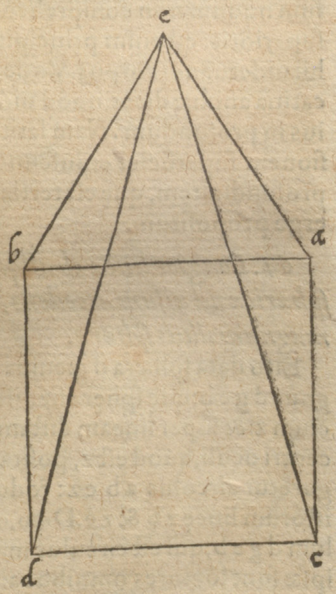
59. Linea recta ad punctum medium superficie i quadratæ obliquè à centro uisus incidente, & in æquales angulos cum diagonijs continente, siue maior siue minor sẽmidiagonio fuerit: semper diagonij quadrati inæquales apparebunt. Euclides 61 th. opticorum.

Remaneat dispositio proximę pręcedentis: contineatq; linea f e inęquales angulos cum diagonijs, ita quòd angulus f e a sit inęqualis angulo f e c: & circunducatur circulus quadrato circa centrum e, ut prius: & si linea f e fuerit maior semidiagonio a e, concludetur per 55 huius diametros circuli (qui sunt diagonij propositi quadrati) inęquales uideri. Quòd si linea f e fuerit minor semidiagonio a e: tunc similiter per 56 huius cõuincetur diagonios quadrati inęquales uideri. Diuersitas tamẽ istarũ inęqualitatum fit secundum modum illic in circulis propositum, secundum diuersitatem angulorũ incidentię hinc inde. Patet ergo propositum. Et eodem modo potest de alijs figuris, ut de quadrangulo altera parte longiore, & de hexagonis, octogonis, & uniuersaliter de omnibus polygonijs parium angulorum faciliter demonstrari, quòd ipsorum diagonij quandoq; ęquales uidentur, & quandoq; inæquales: nec in talibus duximus immorandum, quia quilibet huius scientiæ perscrutator hoc faciliter comprehendet.

60. Centro foraminis uueæ in puncto medio superficiei cuiuscunq; figuræ recti lineæ existente, semper figura secundum sui formam propriam uisui occurret.

Verbi gratia sit figura data, exempli caussa, quadrata: & inueniatur pũctus medius per 40 th. 1 huius, in quo ponatur centrum foraminis uueę: & hoc est, ut superponatur oculus illi puncto. Et quoniam ab illo puncto ad omnem punctum laterum & angulorum possunt duci lineę ęquales uel proportionales ijs, quę in ipsa superficie: patet, quòd forma cuiuslibet illorum punctorum uidebitur: & propter ęqualitatem linearũ radialium ad eas, quę in superficie, lineas, figurabitur figura in oculi superficie, sicut est extrà in superficie rei uisę. Patet ergo, quòd totalis forma & figura illius superficiei uidebitur, sicut est propria illi figuratio, cuiuscunq; sit figurę. Et hoc est propositum.

61. Figura quadrata uno solo latere directè uisui opposito, è distantia uisa altera parte longior uidetur.



Sit enim figura quadrata a b c d: & centrum uisus e: & latus quadrati, quod sit a b, opponatur uisui directè: palàm ergo, quoniam alia uisui opponentur obliquè: sed per 26 huius quantitas obliquè uisui opposita uidetur minor, quoniam sub minori angulo uidetur: directè uerò uisui opposita uidetur suę proprię quãtitatis, quàm obliquè uisa: sub maiori enim angulo uidentur omnia directè uisibus opposita, q̃ sibi æqualia, quæ opponuntur uisibus obliquè. Tota ergo figura quadrata uidebitur altera parte longior. Superficies uerò quadrata è distantia uisa altera parte longior uidetur, ut proponitur: sed & est possibile, altera parte longior appareat uisui esse quadrata, ut si latus eius breuius directè opponatur uisui & lõgius obliquè: tũc enim potest fieri propter dispositionẽ obliquitatis, ut longius latus appareat æquale breuiori. Multa quoq; similia accidunt ex hac radice, utpote irregularitas in quibuslibet polygonijs figuris æquilateris & ęquiangulis. In alijs quoq; accidit suę formę diuersitas in uisiõe, quę omnia relinquimus diligentię particulariter perquirentis: sufficit enim nobis hoc uniuersaliter propositum in radice.

62. Si quadratum, cuius latus non sit excedens distantiam oculorum, uisibus propius apponatur: uidebitur altera parte longius: & latera uisibus obuiantia ex parte uisuum concurrere uidebuntur.

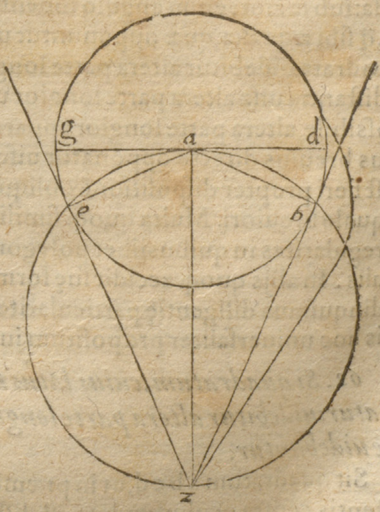
Sit quadratum a b c d, ut in præmissa, cuius latus a b non sit excedens quantitatem lineæ connectentis centra oculorum, hoc est distantiam oculorum: & applicetur uisibus, ut propius potest, se-

cundum latus suũ a b: dico, quòd uidebitur altera parte longius. Latera enim eius duo, scilicet a c & b d directè subijciuntur uisui, quoniam quodlibet illorum laterum imaginatum extendi secundum suum continuum & directum, penetrat centrum uisus, cui directè subijcitur: & sic forma eius directè depingitur in superficie ipsius uisus, & latus c d directè opponitur uisui: uidebũtur ergo illa suæ propriæ quantitatis per 26 huius: latus uerò a b uidetur obliquè, quoniam cadit intra axes uisuales, nec super ipsum erigitur aliquis axium uisualium: uidetur ergo minus per eandem 26 huius. Totũ ergo quadratum a b c d uidetur altera parte longius, & lineæ c a & d b, quę sunt latera illius quadrati uisibus obuiantia, uidebuntur plus distare secundum lineam c d, quã secundum lineam a b: uidentur ergo concurrere uersus partem uisus. Quod est propositum. Et eadem passio accidit figurę quadrangulæ altera parte longiori, nec est differentia quò ad illam: quod etiam per eandem potest demõstrari. Patet ergo propositum. Et quoniam figura corporalis quædam figura est, licet uisio corporeitatis sit alia à uisione figurę, quomodo uirtuti distinctiuæ error in uisione figuræ accidat, duximus in posterius differendum.

63. Corporeitas comprehenditur à uisu, in quibusdam corporibus per se, & in quibusdã auxilio uirtutis iudicatiuæ. Alhazen 31 n 2.

Cum enim corporeitas sit extensio corporis secundum trinã dimẽsionem: dico, quòd ipsa quandoq; comprehenditur in quibusdam corporibus à uisu per se: quædam enim corpora continentur à superficiebus planis secantibus se rectè uel obliquè adinuicem: & quædam à superficieb. cõcauis & conuexis: & quædam à superficiebus cõuexis & planis: & quędã à superficieb. concauis & planis: & quędam à diuersis superficiebus conuexis, cõcauis & planis se intersecantibus: & quædã cõtinentur ab una sola superficie rotunda. Corpus itaq; contentum à superficiebus secantib. se, cuius una superficies est plana: quando superficies eius fuerit opposita uisui secundum directã oppositionem siue obliquatam, ita tamen, quòd cõmunis sectio duarum superficierum uideatur, & quòd ambę superficies se secantes occurrant simul uisui: tunc extensio corporis secundum longitudinem & latitudinem, & secundum profunditatẽ à uisu comprehendetur. Sic ergo corporeitas comprehendetur. Corpora quoq;, quorum superficies est conuexa, siue sit una, siue multæ, cum opponuntur uisui secundum directionem uel obliquationem, erunt remotiores partiũ eius à uisu inæquales, & erit mediũ cõuexi eius propinquius extremitatibus uisus per 8 p 3: reliquę uerò partes eius erunt à uisu remotiores, qua comprehensione sentiet uisus corporeitatem: quoniam cõprehendet profunditatem partium plus remotarum à se respectu partium propinquiorum sibi: & cum hoc comprehẽdet longitudinem & latitudinem dimensionum illorum corporum. Corporis quoq; concaui concauitas percipi potest à uisu secundum mediocrem distantiam: tunc enim, quia medium eius maximè elõgatur à uisu per 8 p 3, ut prius: profunditas illius corporis cõprehẽditur à uisu propter maiorem distantiam unius partis respectu aliarum: sed ex consequenti lõgitudo & latitudo patent. Quòd si plures sunt in ipso superficies se secãtes, quarũ communes sectiones se ad uisum offerant, corporeitas ipsorum cõprehenditur à uisu cum sentitur obliquitas illarum superficierum. In ijs aũt omnib. attendenda est mediocritas distantię, quoniam in maximis remotionib. est secus: tunc enim per uisum nudum non comprehenditur corpus propter uisionem superficiei, sed auxilio uirtutis animæ superioris: est enim principium quiescens in anima ex consuetudine uisionum: & est tale, quòd nihil uidetur nisi corpus. Vnde quando uisus uidet aliquam uisibilem superficiem, statim uirtus iudicatiua animæ dicet, quòd uidens uidet corpus, quamuis non comprehendat uisus extensionem eius in profundum. Nam latitudinem & longitudinem per se comprehendet uisus per comprehensionem superficiei cuiuscunque per 17 th. 3 huius: non autem comprehendet semper corporum profunditatem, quę est tertia dimensio ipsorum, nisi auxilio uirtutis superioris ipsius animę. Patet ergo propositum.

64. Longior linea ab aliquo puncto superficiei conuexæ sphæricæ ad uisum accedens, est linea contingens circulum magnum illius sphæræ.



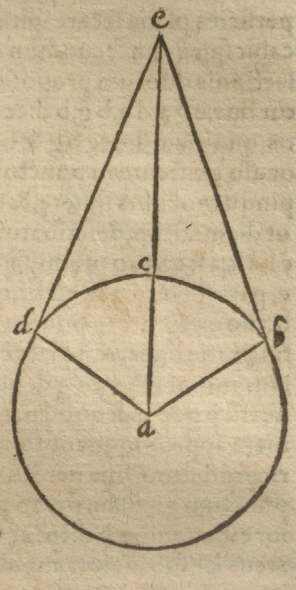
Esto data sphæra d g: cuius centrum sit a: circulus eius magnus d g e b: quę sphęra sit uisa ab oculo, cuius centrũ sit pũctum z: & super lineam distantiæ centri sphęrę, quod est a, & centri oculi, quod est z, positam pro diametro, quæ sit a z, figuretur circulus a b e z: & ducantur ad sectiones circulorũ istorum lineę z b & z e. Dico, quòd hę lineę cõtingunt circulum d g e b, qui est circulus magnus propositę sphęrę: & quòd ipsæ sunt lõgiores omnibus alijs lineis ducibilib. à quibuscunq; punctis superficiei sphærę ad centrum uisus. Ducantur enim à centro sphærę, quod est a, duę lineę ad terminos linearum z e & z b, quę facient cum eis angulos rectos: fient enim anguli a e z & a b z recti per 31 p 3, quia uterq; illorum cadit in semicirculo: ergo per 16 p 3 illæ duę lineę z e & z b sunt contingentes circulum d g e b: protractæ ergo circulũ

non seca-

non secabunt. Si uerò dicatur, quòd illę cõtingentes nõ sunt longissimę, quę perueniunt à punctis superficiei sphærę uisę ad centrum uisus z: sint alię longiores. Et quia, ut patet ex præmissis, si linea z b protrahatur, ipsa non secabit circulum, quem contingit per 16 p 3: ergo si à pũcto z centro uisus in superficie, in qua sunt lineę z e & z b, protrahatur linea longior quã sit linea z b usq; ad circulum: palàm ergo, quia ista recta cum linea z b superficiem includet: quod est impossibile. Illæ ergo duæ lineę contingentes circulum, sunt omnibus alijs lineis longiores. Quod est propositum.

65. Sphæræ à remotissimo uisæ superficies cõuexa uel cõcaua uidetur plana. Euclides 25 th. opt.

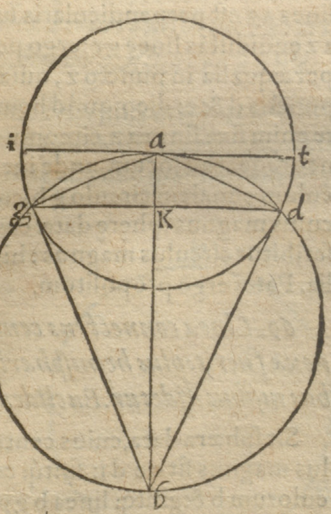
Sit sphæra, cuius centrum sit a: & in ea circulus magnus b c d: & sit centrum uisus e: ducanturq; lineę e a, e b, e c, e d: palamq; per 50 huius, quoniam forma arcus b c d ipsi uisui e à remotiori incidentiæ arcus b c d, accedit ad rectitudinem: & idem est de alijs arcubus quibuscunq; uisus incidit in tota data sphæra. Totalis ergo portio conuexæ superficiei sphęrę, cui uisus incidit, uidetur plana: & sicut arcus circulorum in superficie ipsius descriptibilium accedunt ad rectitudinẽ linearum, sic totalis sphærę superficies ad planiciem accedit. Et per eadem potest fieri demonstratio de concaua superficie ipsius sphærę. Cum enim nulla partium rei uisę plus altera distare uidetur, necesse est unius dispositionis apparere totam superficiẽ rei uisæ. Cum itaque totum conuexum corpus uel concauum in remotione maxima fuerit à uisu: tunc uisus non comprehendet concauitatẽ uel conuexitatem, sed comprehendet ipsum quasi planũ: quia situs partium superficiei suę adinuicem nõ comprehẽduntur à uisu in aliqua diuersitate, sed secundum continuitatem ęqualem perueniunt ad uisum, & in ipsius uisus superficie secundum diuersitatẽ situs figurantur: unde plana iudicantur, & plana uidebitur totalis superficies rei uisæ. Et ob hoc figuræ superficierum solis & lunę uidentur planæ: semidiametri enim ipsorum ad lineam suæ distantię, quę à centro uisus ad ipsorum solis & lunę centra ducitur, non habet aliquã sensibilem proportionẽ: unde nihil aufert à quantitate lineę à centro uisus productę contingente



sphæras illas per præmissam. Longior enim linea ab aliquo puncto superficiei conuexę ipsius sphęrę ad uisum accedens, est linea circulum magnum illius sphęrę contingens: & illæ lineę omnes sunt ęquales inter se per 58 th. 1 huius. Et quoniam sensibiliter non excedunt lineam à centro uisus super superficies illaram sphęrarum productas: ideo omnes illæ lineę uidentur quasi ęquales ipsis perpẽdicularibus, quę transeunt centra illorum corporum à centro uisus productę, & arcus interiacentes rectitudini accedunt: unde totales superficies uidẽtur planę. Et hoc idem propter eandem caussam accidit in omnibus alijs stellis, quę propter remotionem maximã quasi quędam superficies paruorum circulorum uidentur. Patet ergo propositum.

66. Sphæricæ superficiei conuexæ illuminatæ uno oculo uisæ, semper minus hemisphærio apparet: & pars eius uisa circulo continetur. Euclides 23 th. opt.

Sit sphærę uisę centrũ a: & sit centrum uisus b: producaturq; linea a b: sitq;, ut superficies plana transiens punctum b, secet sphęram: erit ergo per 69 th. 1 huius communis sectio illius superficiei & sphærę circulus: sit ille circulus g d: & super diametrum a b, quæ interiacet centrum uisus & centrum sphærę uisæ, describatur circulus, qui sit a g d b: & producãtur lineæ g b, d b, a g, a d. Quia ergo arcus a g b est semicirculus, palàm per 31 p 3, quia angulus a g b est rectus: similiter autem & angulus a d b est rectus: ergo lineæ b g & b d sunt contingentes circulum per 16 p 3. Copuletur itaq; linea g d ducta à punctis contactuum, quã secabit linea b a per æqualia per 58 th. 1 huius: sit ergo punctus sectionis k: eruntq; per 4 p 1 trigona g k b & d k b æquiangula: patet & hoc per 3 p 3. Ducatur quoque per centrum a linea i t æquidistanter lineæ g d per 31 p 1: erit ergo per 29 p 1 linea a b perpendicularis super lineam i t, cum ipsa sit perpendicularis super lineam g d ęquidistantem lineę i t: ergo per 16 p 3 erit linea i a contingens circulum a g b d: & ipsa est diameter circuli d g: arcus ergo d g, qui uidetur, minor est semicirculo, prout etiam patet per 51 huius. Trigonus itaq; b g k, manente fixo latere b k, intelligatur circũduci, quousq; redeat ad



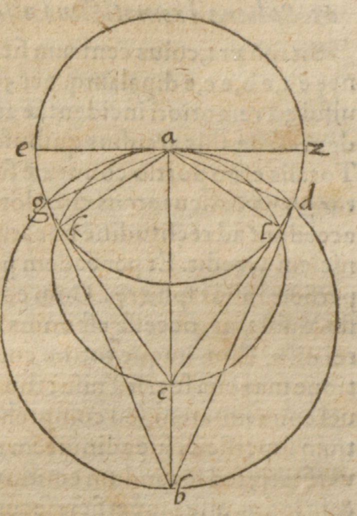
locum unde cœpit: & palàm, quoniam linea b g contingens circulum d g, unumquodq; punctũ superficiei sphęrę, cui ipsa circũducitur, continget, & linea k g motu suo faciet circuli sectionem, fietq; pyramis, cuius uertex erit punctum b, quod est centrum uisus, basisq; eius erit circulus per motum lineę k g factus: pars ergo uisa sub circulo continetur. Palàm quoque, quoniam uidetur minus hemisphærio: est enim, ut præmissum est, sphæræ uisæ diameter i t, & linea g d illi ęquidistans minor dia-

 metro:

metro: est autem linea g d diameter basis pyramidis uisionis: minus ergo hemisphærio uidetur. Quod est propositum.

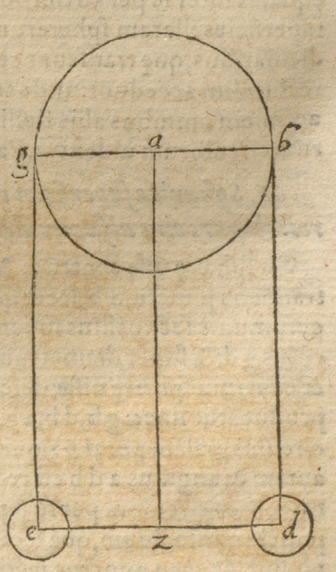
67. Visu sphæræ illuminatæ conuexæ approximante, minus superficiei sphæræ uidetur: apparet autem quasi magis uideatur. Euclides 24 th. opt.

Esto, ut in præmissa, sphæra, cuius centrum a: sit quoq; centrum uisus b: & ducatur linea a b: & circa diametrum a b describatur circulus g b d: & ducatur à pũcto a linea e a z perpendiculariter super lineam a b per 11 p 1. Et quia lineæ a b & e z sunt in una superficie per 2 p 11: intelligatur hæc superficies plana secare sphæram: ipsa autem per 69 th. 1 huius secabit sphæram secundum circulum, qui sit g e z d: eruntq; puncta sectionis duorum propositorum circulorum, quę g & d: & ducantur lineæ g a, d a, b g, b d: & patet per modum proximæ præcedẽtis, quoniam lineę b g & b d contingunt sphæram, & uidetur ab oculo existente in puncto b pars sphæræ g d. Sit ergo, ut appropinquet oculus sphęrę, & fiat in pũcto c: ducaturq; c a, circa quã, ut diametrum, describatur circulus a k c l: ducanturq; lineæ c k, c l, a k, a l: ergo p pręmissam uidebitur ab oculo existẽte in pũcto c, pars sphæręquę est k l, quæ minor est parte sphærę g d uisæ ab oculo existente in puncto b: quoniã arcus cadẽs inter puncta cõtingentię linearum c k & c l, quę per 64 huius contingunt sphęram, minor est arcu g d, qui cadit inter puncta contingentiæ linearũ b g & b d: quod patet per 60 th. 1 huius. Palàm ergo quoniam appropinquante oculo ipsi sphęrę, minus superficiei sphęricę uidetur. Quia uerò, ut patet per 60 th. 1 huius, lineę g b & c k concurrunt, si producantur uersus punctum g: palàm per 16 p 1, quoniam angulus k c a maior est angulo g b a: similiter angulus a c l maior est angulo a b d: totus ergo angulus k c l est maior toto angulo g b d. Pars ergo sphęrę, in qua est arcus k l, sub maiori angulo uidebitur, quã pars sphęrę, in qua est arcus g d. Apparet ergo per 20 huius maior uisui pars sphęrę, quę est k l, quàm pars eius, quæ est g d. Et hoc est propositum.

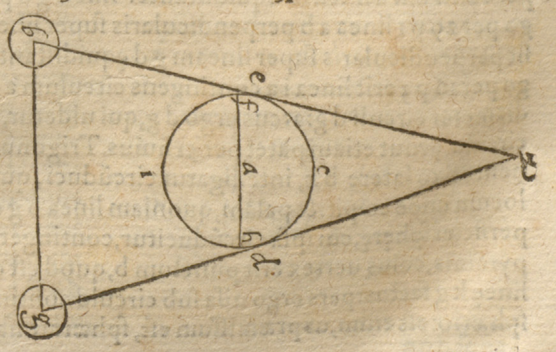


68. Diametro sphæræ illuminatæ conuexæ, lineæ connectenti centra amborum oculorum æquali existente: hemisphærium est, quod ambobus uisibus uidetur. Euclides 26 th. opt.

Sphæræ datę sit centrum a: sitq; circulus eius maior, cuius diameter sit b g: quę ex hypothesi sit ęqualis distantiæ oculorum, hoc est lineę connectenti centra uisuum amborum, qui sint e & d. Ducantur quoq; à punctis b & g perpendiculares b d & g e, quę fiant ęquales per 3 p 1: & copuletur linea d e: quæ per 33 p 1 & ex hypothesi erit æqualis & ęquidistans lineæ g b. Ducatur quoque perpendicularis à puncto a centro sphęrę super lineam g b per 11 p 1: quę producta ad lineam d e secet ipsam in puncto z. Palàm ergo per 29 p 1, quoniam linea a z est perpendicularis super lineam e d, & per 28 p 1 erit linea a z ęquidistãs lineę g e: ergo per 33 p 1 patet, quòd linea e d diuiditur per æqualia in puncto z, quia, ut patet ex hypothesi, oculi sunt in punctis d & e: dico, quòd hemisphęrium est quod uidetur. Manente enim fixa linea a z, circumuoluatur parallelogrãmum a b z d, donec redeat ad locum, unde incœpit: linea ergo a b mota describet circulum ęqualem circulo g b, cuius ipsa est semidiameter: est autẽ circulus magnus sphęrę datæ circulus g d: ergo per motũ lineę a b describitur circulus magnus: hic autem sphęram diuidit in duo ęqualia. Patet ergo propositum.



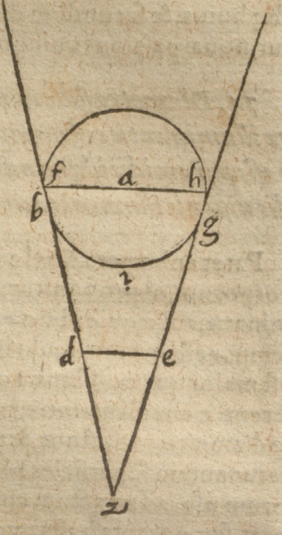
69. Linea connectens centra amborum oculorum, si maior diametro sphæræ illuminatæ conuexæ fuerit: plus hemisphærio est, quod ambobus uisibus uidetur. Euclides 27 th. opt.



Sit sphæra data, cuius centrum a: & eius circulus magnus sit e c d i: sintq; centra amborum oculorum b & g: sitq; linea b g producta maior diametro datę sphęræ & eius circuli magni. Dico, quòd ambobus uisibus maius hemisphęrio uidebitur. Ducantur enim à centris oculorum lineæ b e & g d contingentes circulum e d c i per 17 p 3: contingantq; in punctis e & d: & ducatur à puncto a diameter sphęrę ęquidistãs lineę b g

per 31 p 1. Et quia diameter sphęrę ex hypothesi est minor quàm linea b g, palàm quoniam lineæ b e & g d ultra diametrum f h concurrent per 16 th. 1 huius: concurrant ergo in puncto z. Quia ergo ab uno puncto z ducuntur duę lineę contingentes circulum, scilicet e z & z d: palàm, quia portio circuli, quæ est e c d est minor semicirculo per 58 th. 1 huius: ergo portio eiusdem circuli reliqua, quæ est e i d est maior semicirculo: hęc autem portio est illa, quę uidetur. Et quia idem est de omnib. circulis magnis in tota sphęra signatis: palàm, quia maius hemisphęrio est, qd de superficie sphęrica, hypothesi tali existente, uidetur. Et hoc est propositum.

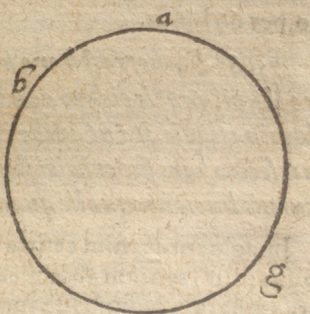
70. Linea connectens centra amborum uisuum, si diametro sphæræ conuexæ minor fuerit: minus hemisphærio est, quod uidetur. Euclides 28 th. opt.



Sit sphęra data, cuius centrum a: & circuli eius magni diameter sit f h: sintq́; centra oculorum d & e: & producatur linea d e, connectens centra oculorum minor existens diametro f h: ducanturq́; lineæ illũ circulum cõtingentes, quę sint d b & e g. Dico, quòd minus hemisphęrio est illud, quod uidetur. Protrahantur enim lineę b d & g e. Et quoniam linea d e, est minor diametro f h, palàm per 16 th. 1 huius, quoniá lineæ b d & g e, concurrent ultra ambos uisus: sit ergo concursus punctus z. Palàm per 58 th. 1 huius, quoniam cum à puncto z ducátur duę lineæ unum circulum contingentes, quæ sunt z b & z g, quòd arcus b i g est minor semicirculo: minus ergo semicirculo b g uidetur sub oculis d & e. Ergo, ut prius, minus hemisphærio uidebitur sub oculis d & e. Et hoc est, quod proponebatur.

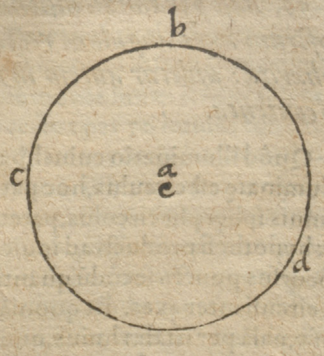
71. Centro foraminis uueæ in superficie sphæræ concauæ illuminatæ existente, tota sphæra intrinseca superficies uidetur. Alhazen 44 n 4.

Esto centrum foraminis uueæ punctus a: & sit sphæra data, cuius maior circulus sit b a g transiés per centrum a. Patet ergo per 52 huius, quoniam sic uisu disposito totus circulus b a g poterit uideri. Et quia plurimi circuli magni sphæræ se secant super polos sphęrę, quilibet autem punctus sphęræ est polus sphæræ: palàm, quia omnes circuli magni sphærę datę, qui per omnia puncta superficiei sphęrę imaginari possunt, transeuntes se intersecabunt super punctum a: erit ergo punctum a, quod est centrum foraminis ipsius uueæ in quolibet illorum magnorum circulorũ: omnes aũt illi circuli magni sphæræ totam sphæræ superficiem euacuant: quia non est dare punctum in sphærę superficie, quem aliquis circulus magnus non transeat. Visu ergo taliter disposito, tota concaua sphærę superficies uidebitur. Et hoc est propositum.



72. Centro foraminis uueæ intra sphæræ concauæ illuminatæ superficiem, uel extra illam existente, portio circularis sphæræ uidebitur, cui incidunt æquales lineæ à centro uisus ductæ: eritq́; uisum quandoq́; hemisphærium: quandoq́; maior portio: quandoq́; minor. Alhazen 44 n 4.

Esto centrum foraminis uueę punctum a, & sit sphęra concaua, cuius circulus magnus sit b c d: & centrum sphærę sit punctum e. Si ergo centrum uisus fuerit in puncto e centro sphæræ, quod est etiam centrum circuli magni, qui est b c d, per definitionem circuli magni: tunc manifestum est per 52 huius, quòd totus circulus b c d uidebitur: sed & per eandé 52 huius, omnes alij circuli subiecti hemisphærij æquidistantes circulo b c d uidebuntur, quoniam omnium illorum polus erit centrum uisus: omnes quoq́; lineę rectæ ductę à polo ad peripheriam sui circuli sunt æquales per 65 th. 1 huius: & quoniam hi omnes circuli totum hemisphęrium exhauriunt: patet, quòd in hoc situ existente uisu, totum hemisphęrium uidebitur. Quòd si punctum a, centrum foraminis uueæ sit sub centro sphæræ, quod est punctum e, tunc per eadem minus hemisphęrio uidebitur: si sit supra centrum e, siue sit intra sphęram, siue extra: tũc similiter per 2 th. 3 huius, omnes circuli, ad quorum circumferentias possunt produci lineę rectę, uidebuntur: maius ergo hemisphęrio uidebitur. Et si linea à centro uisus ad superficem sphæræ ducta, obliquè incidat superficiei ipsius sphęrę: tunc palàm, quòd etiam superficiebus multorum circulorũ obliquè incidet: & potest accidere, quòd tota figura sphærę uidebitur inęqualis, suorum circulorum peripherijs quibusdam tendentibus ad figuram sectionis columnaris per 55 & 56 huius. Patet ergo propositum.



73. Visu hemisphærio concauo appropinquante, minus superficiei sphæræ uidebitur: apparet autem plus uideri.

Hęc poteſt demonſtrari, ſicut & 67 huius, de ſphæra cōuexa eſt demonſtrata: eſt enim per omnia idem hinc inde demonſtrandi modus. Vnde hic ſphæra concaua figuretur, ut illic conuexa, & ſub eiſdem literis conſignetur figuratio totalis, & per eadem concludetur. Et hæc quidem de uiſione ſphærarum dicta ſunt, ſuperficiebus ipſarum oppoſitis uiſui totaliter exiſtentibus luminoſis per ſe, uel illuminatis aliunde: quoniam hoc non exiſtente, licet in ſphærarum ſuperficiebus permaneat dictorum modorum uiſibilitas, non tamen actu uidebuntur, niſi luminis interuentu, ut patet per 1 th. 3 huius, & ſecundum diuerſitatem luminoſitatis in partibus ſuperficiei ſphærarum, quæ uidentur, nouæ paſsiones uiſibus generantur, quales ſunt hæ, quas nunc intendimus explicare.

74. Diametro ſphæræ uiſæ illuminatæ maiore diſtantia oculorum exiſtente, & diametro ſphæræ illuminantis eidem æquali uel maiore, circuloq́ baſis pyramidis uiſionis æquidiſtante circulo baſis pyramidis illuminationis uel ipſum intrinſecus contingente: tota ſuperficies baſis pyramidis uiſionis illuminata uiſibus occurrit: uidetur autem in maiori diſtantia quaſi plana.

Patet enim per 26 uel 27 th. 2 huius, quoniam tanta exiſtente quantitate diametrorum iſtorum corporum, ut proponitur: tunc baſis pyramidis illuminationis aut eſt circulus magnus ſphæræ illuminatæ, aut æquidiſtans ei. Circulus autem, qui eſt baſis pyramidis uiſionis, ut patet per 70 huius, ſemper eſt minor circulo magno ſphęrę uiſę, quoniam, ut patet ex hypotheſi, diameter ſphæræ uiſæ eſt maior quàm diſtantia oculorum. Si ergo circūferentia circuli minoris ſit ęquidiſtans circumferentiæ circuli maioris: tunc per 68 th. 1 huius, centra duorum illorum circulorum in eadem ſphæræ diametro conſiſtunt, & tota baſis pyramidis uiſionis occurrit uiſibus, quia tota eſt illuminata: uidetur autem ſuperficies plana per 65 huius. Et hoc proponebatur. Sed etiam ſi centra iſtorum circulorum uſq; ad punctum contactus circumferentiarum mutentur, quandiu unus circulus alium non ſecat, ſemper tota baſis pyramidis uiſionis uidetur illuminata: & lumen in ſphæræ uiſę ſuperficie uidetur ſemper circulare, & tota baſis pyramidis illuminata: plus tamen tenebreſcit baſis pyramidis uiſionis ad illam partem, ubi ſit contactus illorum circulorum per 21 th. 3 huius. Patet ergo propoſitum. Et quod hic de duobus oculis oſtenſum eſt, euidentius patet, ſi uiſio tantùm uno fiat oculo, per 66 huius.

75. Si diametro ſphæræ uiſæ illuminatæ maiore diſtantia oculorū exiſtente, diametroq́ ſphæræ illuminantis eidem æquali uel maiore, baſis pyramidis uiſionis interſecet baſim pyramidis illuminationis, ita ut ambo centra baſium ſint ſub ſuperficie communis ſectionis: erit illa communis ſectio pars ſuperficiei ſphæricæ irregularis: uidebiturq́ ſuperficies plana gibberoſa, ut duabus curuis lineis inæqualis quantitatis & curuitatis contenta.

Imaginentur enim centra baſium (quę per pręcedentem in eadem diametro ſphęrę uiſę fore diſponuntur) tantùm ab inuicem elongari, ut circuli baſium ſe ſecent quantumcunq;, dum tamen cētra ambarum baſium ſub ſuperficie, quæ eſt communis ambabus illis baſibus, remaneant: tunc illa communis ſectio erit pars ſuperficiei ſphęricæ figurę irregularis: quoniam, ut patet per 26 uel per 27 th. 2 huius, & ex 70 huius, & ut oſtenſum eſt in præmiſſa proxima, arcus circuli baſis pyramidis illuminationis eſt maior arcu circuli baſis pyramidis uiſionis: & ſi illius ſuperficiei acciperetur punctus medius, lineæ ab illo puncto ad peripherias arcuum ductę, eſſent inęquales. Videtur autem ſuperficies illa eſſe plana per 65 huius: & erit gibberoſa, ut duabus præmiſsis curuis lineis inæqualis quantitatis & curuitatis contenta: quoniā arcus circuli pyramidis uiſionis eſt curuior & maior portio ſuę circumferentię, quàm arcus circuli baſis pyramidis illuminationis ſit portio ſuę circumferētię. Quod accidit propter inęqualitatem circulorum. Patet ergo propoſitum.

76. Baſi pyramidis uiſionis ſphæræ interſecante baſim pyramidis illuminationis, ita quòd ipſorum axes angulum rectum contineant: communis earum ſectio eſt quarta ſuperficiei ſphæricæ: uidetur autem in maiori diſtantia plana ſuperficies una recta linea & ſemicirculo contenta.

Quòd illuminatio cuiuslibet ſphæræ fiat ſecundum pyramidem, cuius baſis in ſuperficie ſphærę illuminatę eſt circulus, hoc patet per 26 & 27 & 28 th. 2 huius: quòd etiam baſis pyramidis uiſionis omnis ſphęrę ſit circulus, patet per 66 & 68 & 69 & 70 huius. Et quoniam axes iſtarum pyramidū ex hypotheſi producti ad inuicem angulū rectū continent: tunc patet per 33 p 6, quòd ab illorū axiū cōcurſus puncto ſecūdū quantitatē ſemidiametri ſphæræ uiſę circūducto circulo, interiacebit quarta circuli inter axes. Et quoniā uterq; axiū eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē ſphæræ illuminatæ uiſæ, palā per 111 th. 1 huius, quòd uterq; axiū tranſibit per centrum illius ſphęrę: punctus itaq; interſectionis axium eſt in cētro illius ſphæræ: & ſolū ille punctus, qui eſt centrū ſphærę, ambobus axibus erit cōmunis. Axibus itaq; interiacet quarta magni circuli ſphæræ ęqualiter diſtātis à duobus punctis duarū interſectionū circulorū baſis pyramidis illuminationis & baſis pyramidis uiſionis: cōmu-

nis

nis itaq; sectio istarum duarum basiũ est quarta superficiei sphęricę. Et quoniã tota superficies sphęrica in maiori distantia uidetur plana superficies per 65 huius: palàm & hãc superficiem sphęricam planã à maiori distantia uideri: axis enim pyramidis uisionis cadit in superficie circuli basis pyramidis illuminationis, propter erectionem sui super axem illius pyramidis, quod patet per 4 p 11. Palàm ergo cum centrũ uisus sit in uertice axis pyramidis uisionis, quoniam circulus basis pyramidis illuminationis est in eadem superficie cũ centro uisus: palàm ergo per 50 huius quoniã ipse uidetur linea recta. Semicirculus uerò basis illuminationis, quia non est in eadẽ superficie cũ centro uisus, uidetur circularis. Sic ergo illa superficies communis sectionis uidetur superficies plana, una linea recta & alia curua contenta. Quod est propositum.

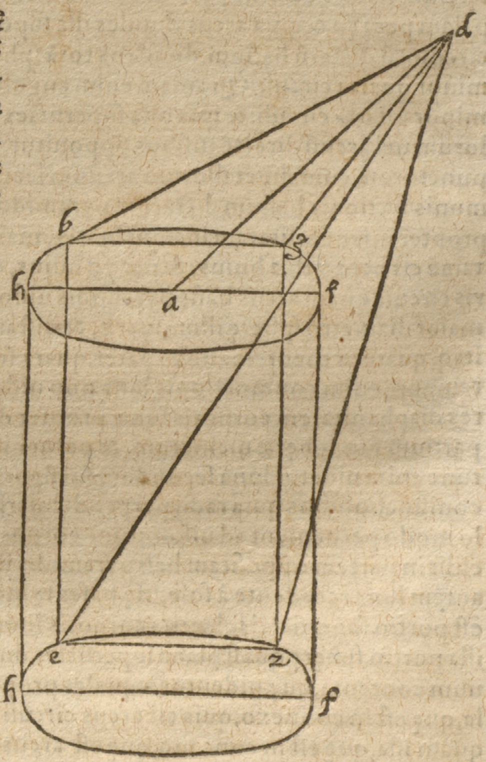
77. *Basi pyramidis uisionis sphæræ intersecante basim pyramidis illuminationis, earum communis sectio, cui neutrius axis incidit, est portio minor quarta parte superficiei sphæricæ: uidetur autem plana superficies duobus quasi æqualibus circunferentiarum basium arcubus contenta.*

Quia enim, ut in proxima præmissum est, omnis illuminatio sphærę fit secundũ pyramidẽ, cuius basis est circulus, ut patet per plures propositiones secũdi huius, & similiter basis pyramidis uisionis est circulus per 66 huius: palàm si isti circuli, qui sunt bases pyramidũ, se non secent, ut quia ipsi siti sunt in oppositis quasi partibus superficiei sphærę, cuius una pars est illuminata uel aliàs uisa, nec incidentia luminis, quæ sic superficiei sphærę incidit, aliqualiter à uisu perpendetur, utpote si globum ligneum uel cereum, cuius diameter sit maior distantia oculorum, oculis & lumini directè interponas, reuoluto aũt globo ita ut lumẽ superficiei sphęricæ ipsius globi incidens aliqualiter appareat, tunc uidebitur ipsius superficiei globi illuminata pars, quã recipit circũferentia basis pyramidis uisionis. Et quoniam illa pars uisa, ut illuminata est, terminatur per circũferentiam basis pyramidis illuminationis: patet quòd illa uisa portio sphærę est minor quarta parte superficiei sphærę. Cum enim neutrius pyramidũ axis incidat superficiei cõmunis sectionis, ut patet ex hypothesi: palàm per 33 p 6, quia arcus diuidẽs illã superficiẽ, æqualiter distãs à duobus punctis intersectionũ circulorũ dictarũ basium, diuidens totã sphęrã & illã cõmunem sectionis superficiẽ per æqualia, est minor quarta circuli. Quoniam enim angulus ei subtensus est minor recto, patet quòd arcus ille est minor quarta circuli: & ipsa uisa superficies uidetur plana per 65 huius. Et quia nullus illorũ circulorum uel arcuũ directè uisibus opponitur: quilibet illorũ in sua uidetur curuitate, quoniam forma punctorum cuiuslibet illorum arcuum secundũ sitũ suum peruenit ad uisum. Illa ergo portio communis sectionis basium dictarum pyramidum uidetur quasi duobus æqualibus arcubus contenta propter insensibilitatem inæqualitatis, maximè cũ à remotiori spatio fit uisio per 50 huius. Certũ tamẽ est per 27 th. 2 huius, & per 70 huius, quia arcus basis pyramidis illuminationis est pars maioris circuli, quàm arcus basis pyramidis uisionis: quoniã diameter sphærę corporis illuminantis est maior diametro sphęrę illuminatæ, & distantia oculorũ minor illa. Patet ergo propositum. Ex his itaq; quatuor theorematibus patet, quare forma lunæ fit in recessu à coniunctione nouacularis. In tempore enim coniunctionis luna non uidetur, nisi fiat eclipsis solis, ita quod radij solis penetrantes diaphanitatem corporis lunæ propter differentiã densitatis corporis lunaris ad diaphanitatem partium suæ sphæræ uicinarum, & peruenientes ad uisum faciant corpus sphæricum lunę uisibile: tunc enim uidetur luna secundum sui figuram distinctè: sed proprio lumine priuata. In alijs autem coniunctionibus quia radij perpendiculariter incidentes corpori lunę, aut ualde obliquè aut nullo modo peruenient ad uisum: tunc corpus lunę non uidetur, eò quòd basis pyramidis uisionis incidit in partem oppositam basi pyramidis illuminationis, nec secat una illarum basium aliam. Cum autem luna recedente à sole, istę bases se incipiunt intersecare: tũc ipsorum communis sectio (quę est portio superficiei sphærici corporis lunę) uidetur, & propter magnitudinem distantię uidetur illa portio sphęrę quasi plana superficies duabus curuis lineis secundum eius conuexum & concauum contenta, quę uidentur æquales propter remotionem: non sunt autem æquales, sed semper illa, quę est in conuexo, quia est arcus circuli basis pyramidis illuminationis, est pars maioris circuli, quàm illa, quę est in concauo, quę est arcus circuli basis pyramidis uisionis. Et quoniam axis pyramidis illuminationis semper est perpendicularis super corpus solis, ut patet per 111 th. 1 huius: ideo semper conuexum lunæ est auersum soli, & cornua uidentur semper respicere ad solem. Vnde illorum situs semper uariatur secundum situm solis, & secundum latitudinẽ motus lunæ. Et durat semper in luna hæc figura, quousq; axes pyramidum secant se ad angulos rectos per 76 huius: tunc enim luna uidebitur in quadratura, quoniam quarta pars suę sphęrę interiacens peripherias dictarum basium uidebitur: & in prima quadratura & in secunda semper arcus illuminationis, quia directè uisibus opponitur, uidebitur linea recta, & arcus pyramidis illuminationis semper curuus. Mutato autem hoc situ, tunc centra basium ambarum pyramidum sunt in superficie communis sectionis: uidebitur ergo luna gibberosa & planę superficiei per 65 huius: & hoc durabit, quousque circuli basium intrinsecus se contingant, tunc enim luna uidetur plena. Et quando centra circulorum dictarum basium sibi ad inuicem superponentur, ita ut ambo fiant in linea una, ut quando illi circuli fiunt ęquidistantes in eadem superficie sphęrę lunę, ut patet per 68 th. 1 huius: tunc erit uera lunę impletio, & lumen ex omni parte circunfertur ęquale: & deinde luna mota usque ad concauum circulorum ipsarum basium, uidetur semper plena, tamen aliquantum obfuscatur lumen

approximans tenebrositati: & sic procedit luna in figuris eidem distantiæ competentibus ab oppositione ad coniunctionem, sicut à coniunctione ad oppositionem. Et hoc quidem in luna propter eius propinquitatẽ ad uisus nostros euidentius apparet: in alijs tamen omnibus stellis suum lumẽ & actualitatem sui luminis à sole uel ab alijs stellis accipientibus, necesse est easdem figuras ex pręmissis tribus theorematibus prouenire. Et secundum hoc cœlestium influentiarum aspectus & modi diuersificantur: non apparet aũt hoc uisibiliter in stellis alijs à luna, propter ipsarum magnam remotionem à uisu, ratione cuius accidit error uisui, ut patet per 16 huius. Videntur itaq; omnes aliæ stellæ, præter lunam semper rotundæ propter sui remotionem à uisibus, propter quod etiam ignis remotus à uisibus uidetur rotundus. Videntur aũt stellæ eædem maximè plenæ quãdoq; maiores quandoq; minores, quod nos eidẽ caussæ paucitati scilicet suæ illuminationis uel multitudini credimus ex præmissis adscribendum. De his tamen suo loco sermo erit, ad præsens uerò nobis sufficiat ex pręmissis propositionibus demonstrationem præsentibus attulisse: siue enim stellarum diametri sint omnes ad inuicem æquales, siue una ipsarum sit maior altera: semper tamen patet, quòd omnis diameter cuiuscunq; stellę est maior quàm sit distantia oculorum cuiuscũq; uidentis: & sic hãc passionem uisibus in ipsarum illuminatione accidere est necesse, quamuis illam distinctè non comprehendat uisus. Et hoc quidem & ante nos dixit arabs Messahala, sed super hoc nullam attulit demonstrationem.

78. Columnæ rotundæ uel cylindri conuexi sub uno oculo uisi, minus medietate curuæ superficiei uidetur. Euclides 29 th. opt.

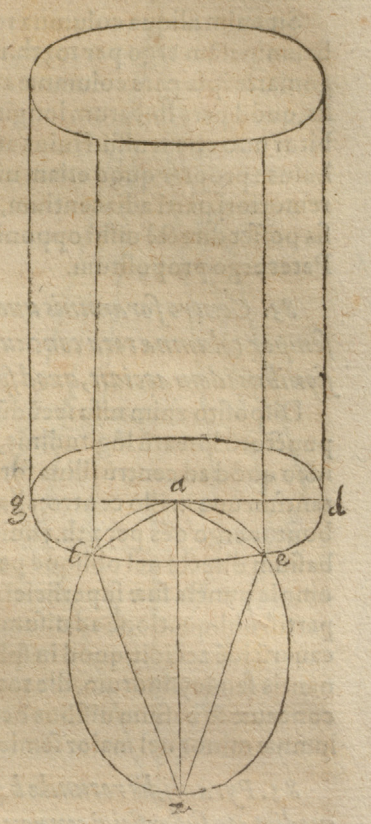
Esto columna rotunda, cuius una basis sit circulus g b: & eius diameter f h: & centrum a: sitq; in superficie illius circuli centrũ oculi punctũ d: & producatur linea d a, copulans centrũ uisus cũ centro circuli basis columnę: & ducantur lineæ d b & d g: quę contingant circulũ g b per 17 p 3: & producantur à punctis g & b duę lineæ longitudinis columnę per 101 th. 1 huius, quę sint b e & g z: & erunt illę lineę orthogonaliter super basim g b erectę per 92 th. 1 huius: sitq;, ut per lineas b e & b d una transeat superficies plana, & per lineas g d & g z alia superficies plana. Neutra ergo istarum superficierum secat columnam: quoniam lineę d b & d g sunt contingentes circulũ basis, & lineæ b e & g z sunt lineę longitudinis in superficie columnæ non secantes illã: sunt ergo illę superficies ipsam columnam contingentes. Istarum quoq; superficierum contingentium columnã (quia ambæ transeunt centra uisus, ut patet ex pręmissis, & ipsarum communis sectio est linea recta per 3 p 11) intersectio fit in quadã linea transeunte centrum uisus æquidistanter axi columnę: & hoc, quod inter ipsas de superficie colũnę intercipitur, hoc solũ uidetur. Quia uerò lineę longitudinis b e & g z sunt æquidistantes per 6 p 11, palàm per 33 p 1, quoniam chordę arcuum basium inter ipsas cadentes, quę sunt g b & z e, sunt ęquales: ergo per 28 p 3, arcus illis chordis correspondentes erunt ęquales. Portiones itaq; circulorũ ipsarum basium interceptę inter has lineas lõgitudinis colũnę b e & g z, & omniũ circulorum ęquidistantiũ basibus, sunt ęquales portioni circuli g b: est autẽ hęc minor semicirculo per 51 huius: ergo & oẽs portiões aliorũ circulorũ sunt minores suis semicirculis. Videbitur ergo minus medietate colũnę. Quod est propositũ. Idẽ quoq; accideret in columnis lateratis, nisi quòd anguli quandoq; impediunt, quãdoq; iuuant uisionis quãtitatẽ, quorũ uisionis modũ propter infinitatem numerorũ omittimus: quia radice pręsenti supposita diligens inuestigator multa particularia concludet.



79. Linea connectens centra amborum uisuum si æqualis diametro basis cylindri fuerit, semicylindri conuexum uidebitur: si maior, maius: si minor, minus.

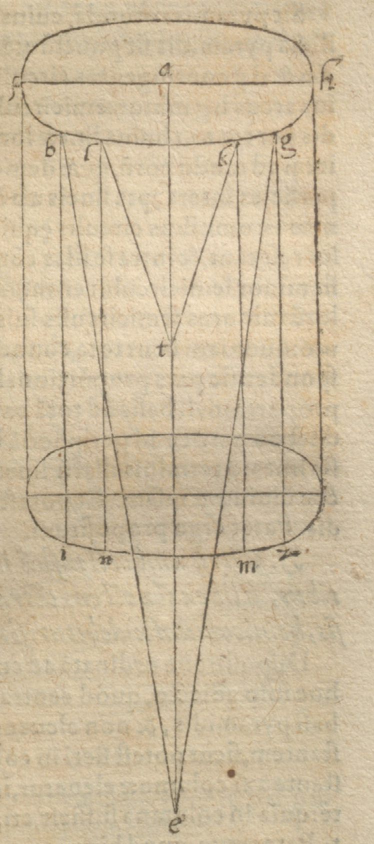
Esto circulus basis cylindri, cuius centrum sit punctum a: punctus uerò extrà signatus sit z: & ducatur linea a z: & producatur à puncto a diameter g d orthogonaliter super lineam z a per 11 p 1: & describatur super lineam a z, ut super diametrum, circulus a b z e: & producantur lineę a b, b z, a e, e z: duę itaque lineę, quę z e & z b, contingunt circulum b e d g per 31 & 16 p 3. Producantur ergo à punctis b & e per 101 th. 1 huius duę lineę longitudinis: quę erunt perpendiculares super lineas a e, a b per 92 th. 1 huius: ideo quòd sunt erectę super basim. Superficies quoque ductę super lineas z e & z b, & per lineas longitudinum sibi conterminales

minales secabunt se in linea per centrum commune amborum uisuum, quod est in medio puncto intersectionis nerui concaui, ducta æquidistanter axi columnę, quando linea connectens cẽtra amborũ uisuũ fuerit minor diametro basis colũnę: quę si maior fuerit, illæ diametri cõcurrẽt ad partẽ oppositã in aliqua linea superficie ductæ per lineam ductam per centrum cõmune æquidistanter axi & per ipsum axem. Si uerò fuerint diametri basis columnæ uisæ & linea cõnectens centra oculorum æquales: tunc lineę longitudinis ductæ cadunt super terminos diametri æquidistantis centris oculorum, & superficies productæ nunquã concurrent. Superficies autẽ columnæ inter has superficies columnã cõtingentes intercepta est portio superficiei columnę, quę uidetur: sunt aũt omnes portiones circulorũ interceptæ inter eas, æquales portioni basis interceptæ. Si ergo illa fuerit semicirculus, medietas cylindri uidebitur: si minor semicirculo, ut est in proposito arcus b e: tũc minus semicylindro uidebitur: si maior, maius: horum autem omnium deductio est euidens ex præmissis pluries repetitis. Patet ergo propositum.



80. Visu appropinquante cylindro conuexo, minus curuæ superficiei uidebitur: apparet autem ac si magis uideatur. Euclides 30 th. opt.

Sit cylindri basis circulus b g: cuius centrũ sit a: & diameter f h: oculi uerò cẽtrum sit in puncto e: & ducatur linea e a inter illa centra: & ducantur lineæ e b & e g circulũ cõtingentes per 17 p 3: & ducantur à punctis b & g per 101 th. 1 huius lineæ longitudinis cylindri, quæ sint b i & g z. Videtur itaq; per modũ pręmissarũ sub oculo existente in puncto e, superficies cylindri i b g z: quæ minor est semicylindro per 78 huius. Appropinquet ergo uisus columnæ: & sit in puncto t: & ducantur lineæ cõtingentes basim columnæ, quæ sint t k & t l: & à punctis k & l ducantur lineę longitudinis cylindri, quę sint l n & k m. Videbitur ergo sub uisu existente in puncto t, superficies cylindri, quę est l n k m, quę minor est sůpficie i b g z uisa in puncto e: cuius declaratio est similis declarationi factę in 67 huius. Appropinquante ergo uisũ ad cylindrum, minus ipsius superficiei uidetur: apparet aũt ac si magis uideatur: quoniam per 60 th. 1 huius, & per 21 p 1 angulus l t k maior est angulo b e g: concurrunt enim lineæ t k & e g uersus pũctũ g. Patet ergo ꝓpositũ ꝑ 20 huius.



81. Axe unius tantũ uisus cẽtro basis colũnæ rotundæ uel lateratæ cuiuscunq; incidente: uel si distantia oculorũ æqualis, uel minor fuerit diametro basis cylindri obiectæ directè uisui: sola basis uidetur: quæ si maior basi fuerit, totus uidebitur cylindrus, basi remotiore duntaxat excepta.

Cum enim uno oculo fiat uisio, & axis incidat centro circuli basis columnę rotundę uel lateratę: tunc quia oẽs lineę longitudinis sunt perpendiculares super basim, ut patet per 92 th. 1 huius, nõ uidebitur forma puncti alicuius illarũ linearũ, nisi solus pũctus communis lineę longitudinis & peripherię superficiei basis: uidebitur ergo sola basis. Et idem est si uisio fiat ambobus uisibus, si tamẽ distantia oculorum, quę est linea connectens cẽtra oculorum, fuerit æqualis uel minor diametro basis: tunc enim, ut patet per 4 huius, nulla linearum longitudinis columnę perueniet ad ambos uisus, nisi solùm, ut prius ostensum est, punctus, qui est communis sectio alicuius illarũ linearũ & peripherię ipsius basis. Si uerò maior fuerit distantia oculorum ipsa diametro basis: tunc omnes lineę longitudinis columnę peruenięt ad ambos uisus: & uidebitur tota conuexitas uisę columnę, & basis superior uicinior uisibus: inferior uerò basis nõ uidetur: quia nullus eius punctus peruenit ad uisum, nisi peripherię suę cũ lineis longitudinis columnę, quę ad illam peripheriam terminãtur. Quòd si uno tantũ oculo uisione facta, axis ceciderit extra centrum basis: uidebitur aliqua pars linearum longitudinis totius columnæ: quoniã tunc peripheria basis secat pyramidem uisionis. Patet ergo illud, quod proponebatur. Est autẽ possibile, ut uisu obliquè basi columnę incidente, tota columna, & si regularis sit, uideatur eius basis altera parte longior, & tota columna figuræ irregularis per 55 uel 56 huius. Et hoc est nota tu dignum.

82. Vnius tantùm uisus axe, centro columnaris sectionis (quæ est basis absidis columnaris rotundæ) incidente: tota illa basis & pars linearum longitudinis absidis uidentur.

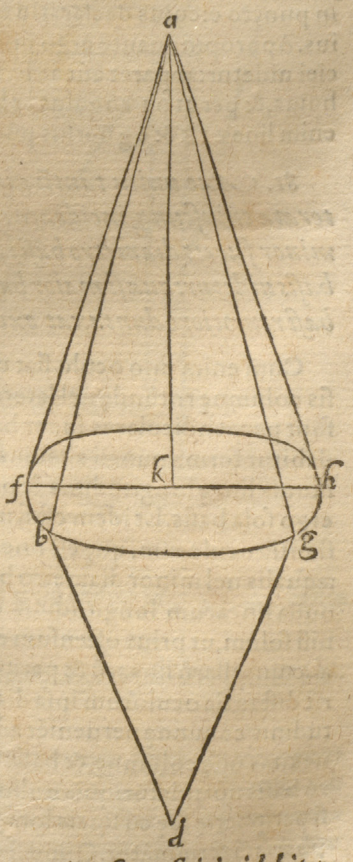
Sit enim aliqua columna rotunda taliter abscissa, ut axis non sit perpendicularis erectus super basim: palàm ergo per 103 th. 1 huius, quòd basis hæc est sectio, quę dicitur colũnaris uel sectio oxygonia: & ipsa pars columnæ abscissa dicitur absis. Dico, quòd si axis uisualis incidat centro illius basis, quòd pars linearum longitudinis absidis, illa scilicet, quæ in decliuiori parte approximat, uidebitur uno etiam uisu. Huius autẽ caussa est obliquatio basis, quæ sub minori angulo uidetur per 26 huius: propter quod etiam uidentur formæ punctorum linearum longitudinis illius obliquitatis remotiori parti adiacentium, cum residui anguli perueniunt ad uisum: quod nõ accideret, si illa basis posset directè uisui opponi: hoc autem impossibile sine linearum longitudinis absidis uisione. Patet ergo propositum.

83. Centro foraminis uueæ in superficie illuminata concaua columnæ cuiuscunque existente: semper columnæ tota concauitas uidetur: in alijs autem partium columnarum concauarum uisionibus idem accidit, quod sphærarum concauitati.

Dispositio enim uisu secũdũ propositũ modũ, respectu cuiuslibet colũnę cõcauæ, formæ omniũ punctorũ linearũ lõgitudinis, quas secat superficies foraminis uueæ, tũc oẽs perueniunt ad uisum: ideo quòd ad centrũ illius foraminis secundũ lineas rectas pertingunt: & superficiẽ oculi cõtingit tantùm una in illo centro: aliæ uerò ipsam contingunt in punctis diuersis circuli foraminis. Videbuntur ergo oẽs per 2 th. 3 huius. Et quoniã formæ omniũ aliarũ linearũ longitudinũ, & oẽs puncti basium directè uel obliquè perueniunt ad uisum: palã, quia tota colũnę cõcauitas uidetur secundũ omnia puncta suæ superficiei. Sed fortè accidet figuræ uisæ irregularitas propter aliquarũ suarum partiũ obliquationẽ ad uisum per 55 uel 56 huius. In alijs quoq; uisionibus partiũ columnarũ concauarũ idẽ accidit, quod in sphæris cõcauis: quoniã uisu posito in pũcto medio quadranguli terminantis semicylindrum, ille totaliter uidebitur per 60 huius. Sed & quodlibet punctorũ superficiei concauæ & basium uisibus occurrit. Et recedente uisu ab illo puncto, semper uidebitur portio columnæ minor uel maior semicylindro. Patet ergo propositum.

84. Pyramidis rotundæ basi in eadem superficie cum centro unius oculorum existente: minus medietate superficiei conuexæ pyramidis uidetur. Euclides 31 th. opt.

Sit pyramis rotunda, cuius basis sit circulus, qui b g: cuius diameter f h: centrum k: uertex uerò illius pyramidis sit punctũ a: & sit centrũ uisus d: & ducantur lineæ d b & d g contingentes circulũ b g per 17 p 3: est ergo per 58 th. 1 huius arcus b g minor semicirculo. Ducãtur quoq; à uertice a pyramidis per 101 th. 1 huius lineæ longitudinis, quæ sint a b & a g. Palàm itaq; ad modũ eorũ, quæ demonstrauimus in columnis, quoniã superficies intercepta lineis a b & a g, sola uidetur. Et quoniam hæ lineæ ex omnibus circulis ęquidistãtibus basi pyramidis partes similes resecant, & intra se illas cõtinẽt, & cũ per 58 th. 1 huius arcus b g sit minor semicirculo: erunt necessariò arcus omnium aliorũ circulorũ minores semicirculis suis: ergo portio uisa minor erit hemiconio: quoniam sicut tota conuexa superficies pyramidis toti basi respondet: sic pars proportionalis ad totã conuexam superficiẽ parti proportionali basis ad totã basim: quoniam lineæ lõgitudinis productæ à uertice ad peripheriã basis, sicut diuidũt conicã superficiẽ: sic lineæ à terminis illarũ linearũ ad centrũ basis pyramidis productæ diuidunt ipsam. Et potest hoc conuinci argumẽto 5 p 12 Euclidis. Patet ergo propositum.



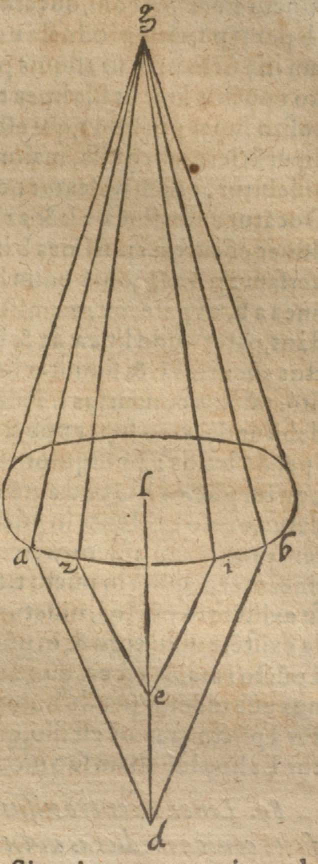
85. Cẽtris amborũ uisuũ in eadẽ superficie cũ basi coni existentibus, si linea cõuectens cẽtra uisuũ æqualis fuerit diametro basis, hemiconium uidebitur: si maior, maius: si minor, minus.

Dispositione ordinata ad conũ, quæ in 79 huius ad columnam, hoc solo adiecto, quòd centra uisuũ sint solũ in eadẽ superficie cũ basi pyramidis, & non eleuentur secundũ lineam axi coni æquidistantem, sicut potest fieri in columna: si enim uisus in linea æquidistante axi columnæ eleuetur, idem accidit, quod eo in basi existente: quia in columna sufficit, etiã si sint in superficie basi æquidistanti. Patet ergo, quod hic proponitur, & est idem demonstrandi modus. Vnde frustra est membranas denuò occupare.

86. Appropinquãte centro uisus in superficie basis coni: minus conicæ superficiei uidebitur: apparet autem plus uideri. Euclides 32 th. opt.

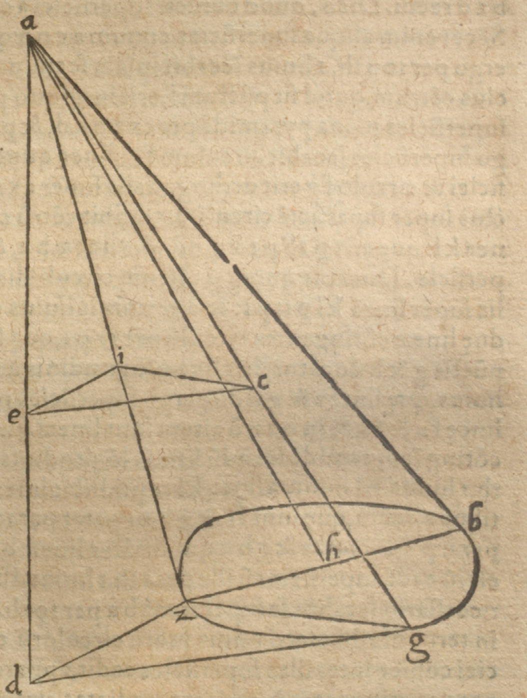
Sit circulus a b basis coni: cuius cẽtrum l: & sit uertex coni punctum g: cẽtrum quoq; oculi sit d: ducatur

ducatur linea d l ad centrum uisus à centro basis pyramidis: & ducantur lineæ d b & d a contingentes circulũ, qui est basis coni, in pũctis b & a: & ducãtur à uertice pyramidis lineæ lõgitudinis coni, quæ sint g a & g b: ergo per ea, quæ prius in pręcedẽtibus dicta sunt, superficies g a b uidetur sub oculo d: & est minor hemiconio. Appropinquet aũt oculus, & fiat in pũcto e: ducanturq; lineæ e z, e i cõtingentes circulũ, qui est basis coni: & à uertice coni cõtinuẽtur lineæ g z & g i. Videbitur itaq; ab uno oculo existente in puncto e portio superficiei conicæ, quæ est g z i minor portione g a b. Videtur autẽ apparere maior portiõe g a b propter maioritatẽ anguli z e i supra angulum a d b. Et hoc est propositum.



87. Lineis à centro uisus ad basim coni cõtingenter ductis, & à punctis contactuum ductis lineis lõgitudinis coni: si in cõmuni sectione superficierum per easdem lineas & per cẽtrum oculi productarum uisus cono appropinquet: eadẽ portio superficiei conicæ uidebitur, quæ prius, & eiusdem quantitatis apparebit. Euclides 33 th. opt.

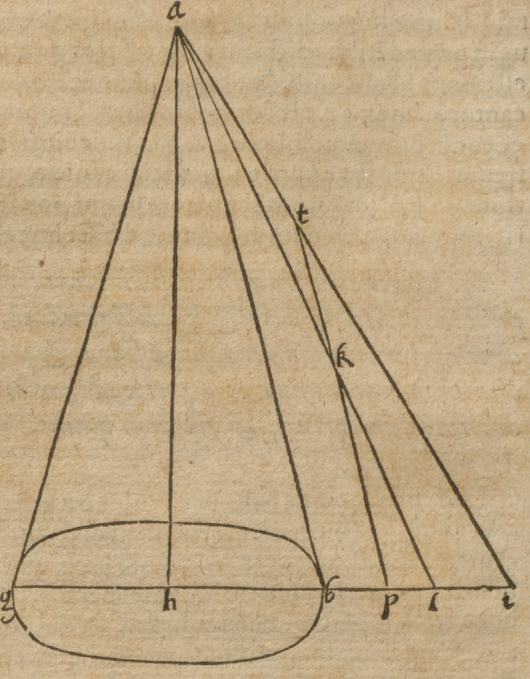
Esto conus, cuius basis sit circulus b z g: & uertex eius punctũ a: axis quoq; sit a h: centrumq́; oculi sit d: & ducantur per 17 p 3 lineæ à centro uisus d contingentes circulũ b z g, quæ sint d z & d g. Et quoniam hoc sit ex hypothesi: tũc patet per 16 p 3 & 2 p 11, quoniã centrũ uisus est in superficie basis coni uisi. Et ducãtur à punctis contactuũ z & g duæ lineæ longitudinis per coni uerticẽ punctũ a, quæ sint z a & g a: quod fiet per 101 th. 1 huius: & à centro uisus puncto d ad uerticem coni punctũ a ducatur linea d a: & ducãtur duæ superficies, una per lineas d g & g a, alia uerò per lineas d z & z a. Et quoniã eę superficies cõcurrũt in centro uisus d & in uertice coni a: erit ipsarũ communis sectio linea a d per 1 p 11 & per 19 th. 1 huius. Dico, quòd si oculus appropinquet cono secundum lineam d a: non uidebitur maior conicæ superficiei portio nũc quàm prius, oculo in puncto d existente. Sit enim, ut approximando ipsi cono perueniat in punctum e lineæ d a: & ducantur à puncto e lineę æquidistantes lineis d g & d z ad superficiẽ coni uisam: hę erunt ergo necessariò cõtingẽtes aliquẽ circulũ coni ęquidistãtẽ basi b z g: ergo necessariò cadent in aliqua puncta linearum a z & a g: ideo quòd illæ secant proportionaliter basim coni, & oẽs circulos ei æquidistãtes: quoniã secundũ lineas illas terminatur uisus, & secundũ illas superficies contingẽtes terminatur uisio circulorũ. Si enim dicatur, quòd illæ lineę contingentes aliquẽ dictorũ circulorũ ductæ à puncto e, cadant extra lineas a z & a g, cũ lineæ à pũcto e in lineas a z & a g ductæ terminent uisum, & similiter illæ cõtingentes terminẽt uisum: sequetur uel lineas radiales esse refractas in medio unius diaphani: quod est cõtra ea, quæ demõstrata sunt per 44 & sequẽtes secũdi huius: uel sequetur lineas radiales esse curuas: quod est cõtra 1 th. 2 huius: uel sequetur duas rectas lineas superficiẽ includere: quòd est impossibile. Cadent ergo dictę lineæ pertingentes ad superficiẽ conicã ductæ à puncto e in lineas a z & a g: cadant itaq; in ipsarũ duo puncta, quę sint i & c, & sint lineę e i & e c. Quia ergo angulus c e i est æqualis angulo g d z per 10 p 11, sicut & anguli cõtenti sub lineis c i & g z, quoniã oẽs illi anguli continentur sub lineis æquidistantibus angulariter coniunctis, patet per 20 huius uerum esse quod proponitur. Et quia ubicunq; uisus in linea d a ponitur, semper anguli ad uisum sunt æquales per 10 p 11, palàm ergo est propositum. Et hoc idem suo modo in ambobus potest uisibus demonstrari.



88. Eleuato uisu, respectu superficiei conicæ: maius erit, quod uidetur, uidebitur autem minus uideri: depresso uerò uisu, minus erit quod uidebitur, sed apparebit maius prius uiso. Euclides 34 th. optico.

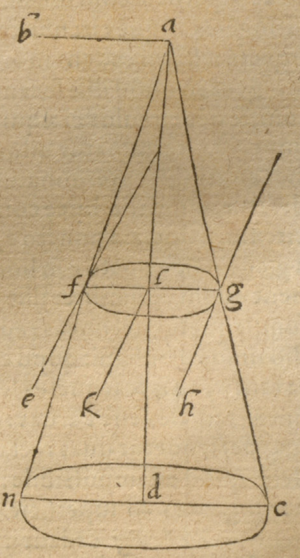
Esto conus, cuius basis circulus b g: & uertex punctus a: & ducantur lineæ longitudinis, quæ sint a b

sint a b & a g: & ducatur linea b g: & producatur usq; ad punctum l: & à puncto t, quod sit inferius puncto a uertice coni, ducatur linea æquidistãs lineę a b per 31 p 1, quæ producta uersus lineam b l, secet illam in pũcto p: & sit aliquis pũctus eius inferior puncto t pũctus k: & sit illa linea t k p. Dico, quòd oculo posito super pũctum t, qui est eleuatior pũcto k: pars superficiei conicę uisa, maior quidem erit, minor aũt uidebitur, quàm uideatur oculo existẽte in pũcto k. Ducãtur enim lineæ a k & a t: & producatur linea a t, donec cõcurrat cum linea b l: cõcurrent aũt per conuersam 2 p 6. Quoniã enim linea t p est minor quàm linea a b, ut patet ex præmissis, & illæ lineæ æquidistant, patet quòd lineæ a t & b l cõcurrẽt: sit ergo punctus cõcursus i: & similiter lineæ a k & b l concurrẽt: sitq; pũctus concursus l. Palàm itaq; quia magis uidebitur de cono super punctũ i, quàm super pũctum l per 86 huius: ꝓpinquior enim est ipsi cono pũctus l, quàm pũctus i. Quod autẽ de superficie conica uidetur, oculo existente in pũcto i, idem per præcedentem proximam uidetur cẽtro uisus existẽte per totã lineam i a, utpote in pũcto t: & illud, quod uidetur uisu existẽte in pũcto l, uidetur in quolibet pũcto lineę l a existẽte uisu: ergo & in pũcto k. Sed quod uidetur à pũcto i maius est eo, quod uidetur à puncto l, & minus esse uidetur per 86 huius: ergo illud, quod uidetur à pũcto t maius est illo, quod uidetur à pũcto k, & minus uidetur esse. Et hoc est quod proponitur. Et hoc idẽ etiam suo modo de ambobus uisibus potest demonstrari. Patet ergo propositum.



89. Linea à centro uisus ad uerticem coni ducta perpendiculari existẽte super axem: superficiei conicæ medietas uidetur. Alhazen 36 n 4.

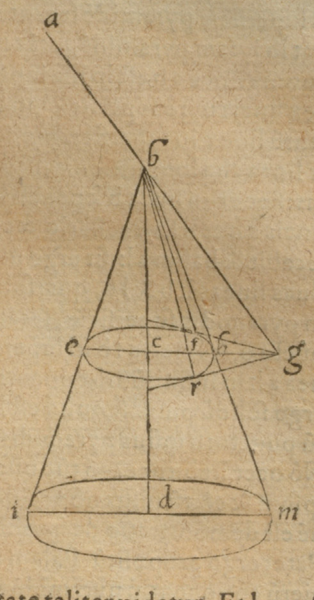
Verbi gratia sit pyramis a c n: cuius axis a d, & uertex a: palàm ergo per 89 th. 1 huius, quòd punctum d est centrũ circuli basis ipsius coni: sitq; centrũ uisus b: & ducatur linea b a faciens angulum b a d rectũ. Dico, quòd conicæ superficiei a c n medietas uidebitur. Secet enim aliqua superficies conum a c n æquidistãter basi c n: hæc ergo per 100 th. 1 huius secabit ipsam secũdum circulũ, qui sit f g: & eius cẽtrum, quod sit pũctum l, erit in aliquo puncto axis a d: secetq; superficies plana pyramidẽ per axem a d, & per cẽtrũ uisus b: illa ergo superficies secabit circulum f g: linea quoq; cõmunis huic superficiei & circulo f g erit orthogonalis super axem: quoniã axis est erectus super superficiẽ circuli, & trãsibit cẽtrũ circuli. Sit quoq; illa linea k l: quę erit p 28 p 1 æquidistãs lineæ b a, & est cũ illa in eadẽ superficie. Ducatur quoq; p cẽtrum circuli diameter f l g orthogonalis super lineã k l p 11 p 1: & à terminis huius diametri protrahantur duę lineæ cõtingentes circulũ per 17 p 3, quę sint f e & g h: & ab eisdẽ pũctis g & h ducãtur duę lineæ lõgitudinis ad uerticẽ coni p 101 th. 1 huius, quę sint f a & g a: duę ergo superficies planę, in quarũ una sunt lineę f e & f a, & in quarũ altera sunt lineæ g h & g a, palàm quoniam cõtingẽt pyramidẽ secũdũ lineas lõgitudinis, quę sunt f a & g a p 95 th. 1 huius. Et quoniã linea k l æquidistat lineæ b a, & lineis cõtingentibus circulũ, quę sunt f e & g h, ut patet per 16 p 3, & per 28 p 1: erunt per 9 p 11 lineæ f e & g h æquidistãtes lineæ b a: quęlibet ergo ipsarũ est in eadẽ superficie cũ illa per 1 th. 1 huius. Illę ergo duæ superficies necessariò secabũt se super lineã b a per 19 th. 1 huius: utraq; ergo superficierũ pyramidẽ propositã in terminis diametri unius suorũ circulorũ cõtigentiũ trãsit per cẽtrum uisus. Quod ergo superficiei conicę inter illas superficies cadit, apparet uisui: est aũt hæc medietas pyramidis, quoniã illas lineas contingentes interiacet medietas circuli. In hoc ergo situ medietas superficiei conicæ uidetur. Quod est propositum.



90. Linea à centro uisus ad uerticem coni ducta angulũ obtusum cũ axe tenente, nec tamen cum aliqua linearum longitudinis coni unita: uidetur superficiei conicæ pars maior medietate. Alhazen 37 n 4.

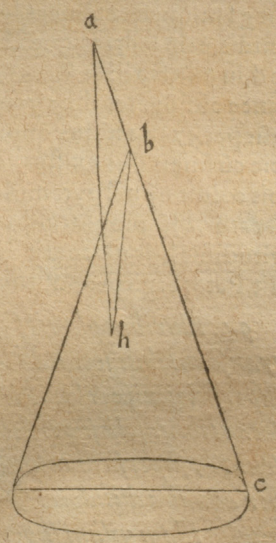
Sit pyramis b i m: cuius axis b d: uertex b: palamq; per 89 th. 1 huius, quòd cẽtrũ circuli basis est punctũ d: sitq; punctũ a centrũ uisus: & ducta linea a b, fiat angulus a b d obtusus, ita tamẽ, ut linea a b nõ fiat una linea cũ aliqua linearũ lõgitudinis coni, sed secet eas utcũq; possibile est productas oẽs: eritq; tũc uisus altior uertice pyramidis: sitq;, ut in prẹcedẽte, circulus e h æquidistãs basi pyramidis,

ramidis, quæ est i m: & linea communis huic superficiei & circulo, (in quo est centrũ uisus punctũ a, & axis coni, qui est b d) sit linea e h: eritq; linea e h perpendicularis super axem b d: & producatur linea e h extra pyramidem, donec concurrat cum linea b a, producta ultra punctum b: cõcurret autem p 14 th. 1 huius: ideo, quia angulus a b d est obtusus ex hypothesi, & angulus d b h est acutus per 32 p 1, & linea e h est perpendicularis super axem b d. Sit ergo concursus punctus g: & à puncto g producantur duæ lineę g f & g r circulũ e h cõtingentes per 17 p 3: contingãtq; circulũ in duobus punctis f & r: & ab ijs punctis per 101 th. 1 huius producantur lineæ longitudinis ad uerticem coni punctũ b, quę sint f b & r b: superficies ergo illæ, in quibus sunt lineæ g f & f b, & lineæ g r & r b cõtingunt pyramidem, & in utraq; istarum superficierum erit uertex pyramidis punctus b, & punctus g, in quo concurrit linea a b cum linea e h: ergo linea a b g per 1 p 11 & 19 th. 1 huius est in utraq; illarum superficierum: ergo utraq; superficies transit per punctũ a centrum uisus. Et quoniam per 58 th. 1 huius duæ lineæ g f & g r includunt minorem partem circuli: quoniam arcus circuli interiacẽs puncta contingentię duarum linearum ab eodem puncto productarum, est minor semicirculo: tunc patet quòd illæ duę superficies includũt minorem partẽ superficiei conicę quàm sit medietas: residuũ ergo illius superficiei est maius medietate: hoc autẽ uidetur à uisu taliter, ut proponitur, collocato. Pars ergo superficiei conicæ maior medietate taliter uidetur. Et hoc est propositum. Ambobus uero uisibus adhuc uidetur magis.



91. Cum linea longitudinis coni producta ultra uerticem cum centro uisus concurrerit, nihil uisum totius superficiei conicæ latebit: nisi linea longitudinis illa sola. Alhazen 38 n 4.

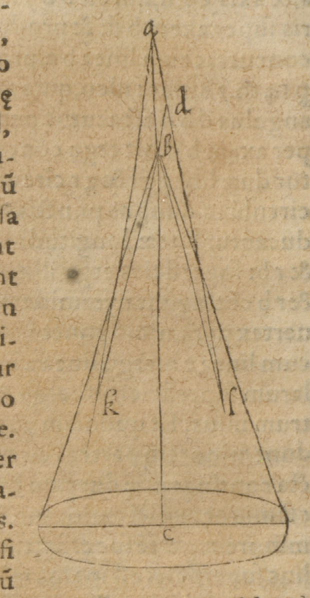
Sit pyramis, cuius uertex sit punctũ b: & linea longitudinis sit c b: sitq; centrum uisus punctũ a: & linea c b producta ultra punctũ b concurrat cũ cẽtro uisus puncto a. Dico, quòd non latebit uisum totius huius superficiei conicæ pars aliqua, præter quandã lineam intellectualẽ, quæ est ipsa linea longitudinis b c. Omnis enim superficies, in qua est linea à centro uisus ad aliquem punctum axis ducta, secabit pyramidẽ, excepta tantũ illa superficie, in qua est linea a b c: hæc enim contingit pyramidem secundum lineam b c per 95 th. 1 huius. Et quoniam illud, quod sub superficie contingente pyramidem & transeunte centrum uisus continetur, occurrit uisui per 17 th. 3 huius: formæ enim omnium punctorũ superficiei illius conicæ in superficie uisus depinguntur: palàm ergo quoniã tota superficies conica uidetur, excepta sola linea intellectuali, quæ est b c. Dato enim quocunq; puncto superficiei pyramidalis extra lineam b c: dico, quòd illud uidebitur. Sit enim illud punctũ h: & ducatur ad ipsum à centro uisus a linea a h: & ab illo eodẽ per 101 th. 1 huius ducatur linea longitudinis, quæ sit h b: fietq; triangulus h b a, qui necessariò erit in aliqua superficie pyramidẽ secãte, per transeunte centrũ uisus a: ex lineis aũt illius superficiei non cadunt, nisi duæ in superficiẽ conicã pyramidis, scilicet linea lõgitudinis b h, & linea opposita lineæ b h in alia parte pyramidis: quoniã, ut patet p 90 th. 1 huius, planę superficiei secantis conũ trans axem & superficiei conicæ cõmunis sectio est trigonũ duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentũ: linea uerò a h secat lineam b h in pũcto h, & linea c b secat eandem b h in puncto b per 91 th. 1 huius: lineæ ergo a h nulla linea cõcurret à uertice pyramidis nisi in puncto a: nec enim ad aliquod punctũ mediũ lineę a h à uertice b ductæ lineę incident: nõ occultabitur ergo pũctus h ab aliquo alio pũcto, quò minus perueniat ad centrũ uisus a. Occurrit ergo punctus h uisui, cũ inter ipsum & uisum nõ accidat solidi corporis interpositio. Eadẽ quoq; est probatio de quolibet alio dato puncto superficiei pyramidis: in linea uerò b c, quę perpendicularis est super superficiẽ uisus per 72 th. 1 huius, solũ tantũ punctũ possibile est uideri, ut ostẽsum est in 4 huius: omnia uerò alia puncta lineæ b c necessariò occultãtur. Patet ergo propositũ. Patet itaq; ex ijs, quoniã in hoc situ nulla superficierũ pyramidũ contingẽtiũ peruenit ad cẽtrũ uisus, pręter illã, quę in linea b c longitudinis centrũ uisus transeuntis pyramidẽ cõtingit: & oẽs superficies aliæ conum contingentes secant lineam productã à centro ad ipsam pyramidẽ inter uerticẽ coni & cẽtrũ uisus.



92. Axe pyramidis cum centro uisus uersus uerticem concurrente: tota conica superficies uno oculo uidetur. Alhazen 39 n 4.

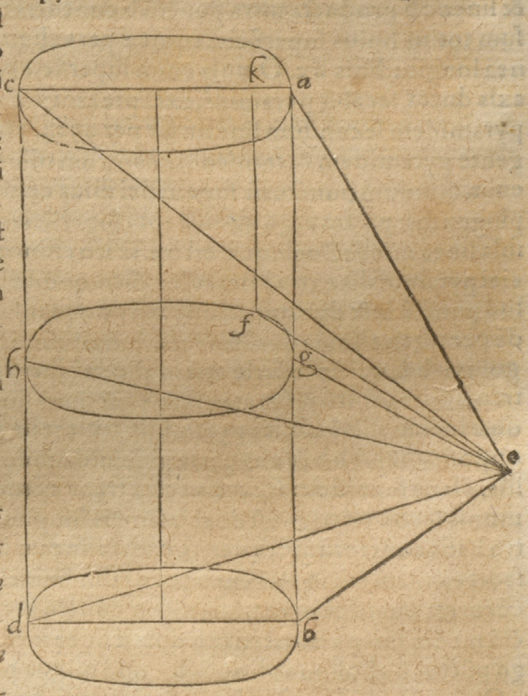
Esto data pyramis, cuius axis b c: uertex quoq; punctus b: & sit uisus centrũ pũctũ a: sitq;, ut axis b c productus currat in punctũ a. Dico, quòd in hoc situ oculi tota conica superficies pyramidis occurrit uni uisui: nullus enim punctus superficiei conicæ totius pyramidis uisui occultatur. Dato enim quocũq; puncto, sit ille l: & ducatur ad ipsum à cẽtro uisus a linea a l: & ab ipso pũcto l ducatur

per 101 th. 1 huius linea longitudinis pyramidis, quæ sit l b: fietq; trigonū l b a, quod necessariò erit in superficie pyramidē secante, ideo quòd linea a c ducta à cētro uisus intrat in ipsam pyramidē, secās ipsam, & ipsa est in dicta superficie per 1 p 11, quoniā linea a b est in illa superficie: linea uerò a l secat lineā b l in puncto l: ex lineis uerò superficiei, in qua sunt duæ lineæ a l & b l, nō sunt, nisi duę tantū lineæ in superficie pyramidis, scilicet linea lōgitudinis, quæ est b l, & linea alia longitudinis illi opposita, quæ sit b k, ut patet per 90 th. 1 huius: hęc ergo linea b k producta ultra punctū b, cū sit in eadē superficie cū lineis a b & b l, necessariò secabit angulū a b l: ergo per 29 th. 1 huius ipsa secabit & basim a l: sit ergo ut secet illā in puncto d. Et quia linea a l secat duas lineas k b & l b, quæ solæ ex lineis superficiei pyramidē secātis sunt in pyramidis superficie, secat enim linea a l lineā k b extra pyramidem in pūcto d, & lineam l b in superficie pyramidis, in pūcto l: producta ergo linea a k in infinitū, nō concurret cū aliqua illarū linearū: nō interponetur ergo solidū punctū, quod est k inter uisum & pūctū l: sed nec aliquod aliorū punctorū ipsius pyramidis: quoniā nullū ipsorū cadit in illa superficie. Nō occultabitur ergo tūc uisui existēti in pūcto a datū punctū l: cū inter ipsum & cētrū uisus nō accidat aliqua solidi corporis interpositio. Et eadē est demonstratio de quolibet dato pūcto in tota superficie pyramidis. Patet ergo propositū. Palàm itaq; ex his, quoniā in hoc situ nulla superficierū cōtingentiū pyramidē transit per centrū uisus, sed quælibet ipsarū secabit lineam à centro uisus per uerticem conum intrantem inter centrum uisus & pyramidem, scilicet in uertice ipsius axis, ut patet intuenti.



93. Omnes lineæ uel superficies, inter lineas uel superficies cōtingentes colūnā uel pyramidē rotūdā supficiē uisam terminātes à cētro uisus pductæ, colūnā uel pyramidē necessariò secabūt.

Verbi gratia, sint duæ lineæ lōgitudinis columnę uel pyramidis terminantes uisam superficiem, quę sint a b & c d. Dico, quòd si à centro uisus (quod est e) ducatur linea e f inter lineas illas a b & c d, quoniam linea e f secabit propositā columnā uel pyramidē. Transeat enim superficies plana columnā uel pyramidē secans ipsam in puncto f æquidistanter basi: eritq; per 100 th. 1 huius cōmunis sectio circulus, qui sit g f h: qui secet lineas lōgitudinis colūnę uel pyramidis, eam scilicet quę a b, in pūcto g, & eam, quę est c d, in puncto h: & ducantur à pūcto e per 17 p 3 duæ lineę cōtingētes illū circulū, quę sint e g & e h: palàm aūt per 57 th. 1 huius quoniā linea e f in eadē superficie cū lineis illis existēs, secat circulū g f h: ergo secabit columnā uel pyramidē, quæ per eundē circulum secatur. Idē quoq; accidit si per sectionem lineæ longitudinis hoc placuerit demonstrari, & in idem redit. Patet ergo propositum.

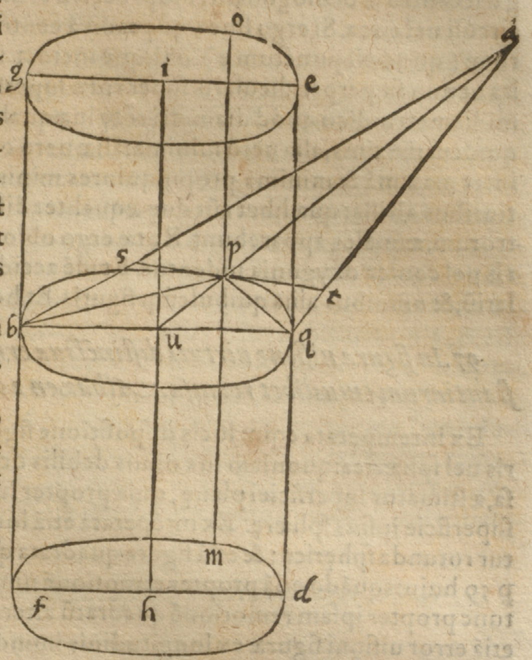


94. Pluribus planis superficiebus centrum uisus transeuntibus secundū lineas longitudinis partis superficiei uisæ columnā uel pyramidē conuexam secantibus: solā superficiē axem columnæ pertranseuntē, superficiē colūnarē uel pyramidalē uisam per æqualia diuidere: & econuerso superficiē per æqualia illam uisam superficiem diuidentem, axem transire est necesse.

Sit colūna cōuexa, cuius superficies uisa sit e d f g: & axis eius sit h i: & sit centrū uisus punctū a: sintq; lineę longitudinis colūnæ, continētes uisam superficiē, quæ e d & f g. Imaginētur quoq; multę planæ superficies transeuntes centrū uisus a, & secantes e d f g uisam superficiē columnæ. Dico, quòd sola illa, quæ pertrāsit axem h i, ipsam uisam superficiē p ęqualia diuidit, & nulla aliarū: sola enim hæc erecta est super cōuexam superficiē colūnæ: quoniā cōmunis sectio illius superficiei secantis, & superficiei colūnæ est rectangulū sub duabus lineis lōgitudinis colūnæ & duabus diametris basium cōtentū, ut patet p 93 th. 1 huius: ergo cōmunis sectio illius superficiei & uisę superficiei conuexæ ipsius colūnæ sit linea lōgitudinis colūnæ, quæ m o: & imaginetur superficies plana cōtingēs columnā secūdū lineā longitudinis m o p 95 th. 1 huius: erūt ergo illa cōtingēs superficies & superficies secās per axem erectæ ad inuicē per 97 th. 1 huius. Si itaq; in linea m o signetur punctū p: & in superficie cōtingente ducatur linea t p s: tunc palàm quòd linea t p s cōtinget quēdā circulū superficiei colūnæ æquidistantē basibus. qui sit b q: & eius centrū sit u: ducāturq; per 17 p 3 lineę a b & a q

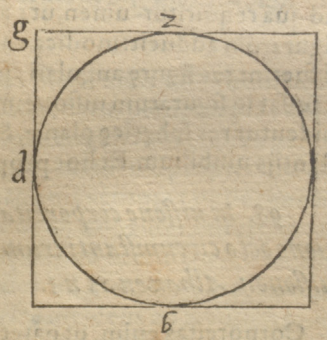
à centro

à centro uisus circulũ b q cõtingentes: erũt ergo illæ lineæ æquales per 58 th. 1 huius: secentq; lineã illã circulũ contingentẽ, quæ est t p s, in punctis t & s: & ducatur linea a p: quæ producta, ut patet p 18 p 3 pertinget ad axem in pũctũ u centrũ circuli: & ducãtur intra columnã lineæ b u & q u semidiametri circuli b q. Trigona itaq; a b u & a q u sunt ęquilatera: ergo per 8 p 1 sunt ęquiangula: angulus ergo u a b est æqualis angulo u a q: sed in trigono a t p angulus a p t est æqualis angulo a p s trigoni a p s per definitionẽ lineę super superficiẽ erectę: ergo per 32 p 1 angulus a t p est æqualis angulo a s p: ergo per 6 p 1 est linea a t æqualis lineæ a s. Et quia lineę a b & a q sunt ęquales, ut suprà patuit: ablatis ergo hinc inde lineis a t & a s, remanebit linea t q æqualis lineæ s b: sed linea t q est æqualis lineæ t p per 58 t 1 huius: quoniã à puncto t ductæ sunt duæ lineę circulũ contingẽtes, quæ sunt lineę t q & t p: similiter quoq; fit linea s b ęqualis lineæ s p. Cũ ergo per 13 p 1 anguli b s p & q t p sint æquales, erit per 4 p 1 chorda p b ęqualis chordę p q: ergo per 28 p 3 erit arcus p b æqualis arcui p q. Et quoniam idẽ accidit in basibus columnę, & in quolibet aliorũ circulorũ æquidistãte basibus: patet ergo propositũ primũ, scilicet quòd superficies plana secans columnã per axem & transiens cẽtrũ uisus, secat superficiẽ uisam per æqualia. Et quoniã oẽs aliæ superficies declinantes ab axe obliquè incidunt superficiei contingenti columnã in media linea superficiei uisæ ipsius columnæ, quæ est linea m o, patet quòd nulla ipsarũ illã superficiẽ uisam per æqualia secat. Sed etiã superficies, quę uisam partem superficiei columnę per ęqualia secat, necessariò transit per axem. Sit enim dispositio, quæ prius, & ducantur oẽs lineæ priores: erit ergo linea m o, cui illa superficies incidit, diuidẽs superficiẽ uisam per æqualia: & ipsa est cõmunis sectio superficierũ secantis & cõtingentis: erit itaq; per 61 th. 1 huius linea p t ęqualis lineę p s: sed linea p t est ęqualis lineæ t q per 58 th. 1 huius: & similiter linea p s æqualis ipsi lineę s b: relinquitur ergo linea a t æqualis esse lineę a s. Et quoniã in illis trigonis a p s & a p t linea a p est cõmunis ambobus ipsis: erit ergo per 8 p 1 angulus a p t æqualis angulo a p s: uterq; ergo illorũ angulorũ est rectus, & linea a p est perpẽdicularis super lineã t p s: linea ergo a p cũ æquales angulos cõtineat cũ linea m o: palã per definitionẽ quoniã ipsa est erecta super superficiẽ contingentẽ columnã in linea m o: ergo per 18 p 11 superficies, in qua est linea a p secans columnam, erecta est super superficiem ipsam contingentem columnam secundũ lineam m o. Ergo per 97 th. 1 huius patet quòd ipsa transit per illius columnę axem. Et penitus eodem modo est in rotundis pyramidibus demonstrandum. Et hoc proponebatur.



95. Rectangulæ magnitudines à maiori distantia uisæ circulares apparet. Euclides 9 th. opt.

Sit magnitudo rectangula uisa ex magna distantia, quæ sit b g d z. Quoniã ergo unumquodq; uisorum habet longitudinẽ distantię, qua facta non fiet uisio, ut patet per 8 huius: corpus uerò angulare circa angulum est minus, quàm circa alias sui partes: est ergo necesse prius deficere uisui corpus circa angulũ g quàm circa puncta remotiora, quæ sunt d, z: & similiter accidet in unoquoq; aliorum angulorum. Tota ergo peripheria corporis quãtũ ad prominentiã angulorũ propter sui distantiã à uisu nõ apparebit. Videtur itaq; uisui corpus rectangulũ esse figuræ circularis: ut turris quadrata uidebitur rotunda. Quando itaq; uisus comprehendit quadratum aut polygonium à remoto, cõprehendet illud rotundũ, si fuerit æqualium diametrorũ: aut comprehendet ipsum oblongũ figurę teretis, si fuerit inęqualiũ diametrorum, ut est figura altera parte longior: ut plurimũ sunt quadrangulæ turres, quæ cũ à remoto uidentur, apparent teretis figuræ: nec enim excessus radiorũ ab angulis superficiei quadratæ prodeuntium ad uisum super longitudinem radiorum prodeuntium à lateribus planis est proportionalis respectu distantię totius corporis à uisu aliqua proportione sensibili: unde propter insensibilitatẽ excessus oẽs radij æstimantur esse æquales: magis aũt hoc solet accidere in alijs polygonis figuris: oxygona enim corpora plurimũ ex aliqua magna distãtia uisa uidẽtur rotunda: & est hoc quasi per eadem pręmissis demonstrandum. Et hoc est propositum.

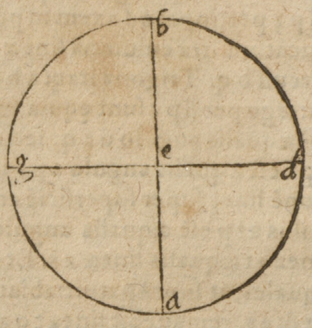


96. Curruum rotæ uel lapidum molarium figuræ quandoq; circulares, quandoq; oblongæ apparent. Euclides 40 th. opt.

Quod suprà per 55 & 56 huius cõclusum est de figuris superficialibus: hic proponimus similiter

 decor.

de corporalibus figuris, passiones proprias ipsarum superficierũ illis corporibus, quorũ sunt ipsæ superficies, applicãtes. Sit itaq; rota a b g d: cuius diametri sint b a & g d secantes se orthogonaliter super cẽtrũ e: sitq; oculus in superficie circuli uel circa. Si ergo linea, quę cadit à centro oculi super centrum rotæ (quod est punctum e) obliquè incidat superficiei ipsius rotæ, ita ut non sit perpendicularis super rotæ superficiem, nec æqualis semidiametro: dico quòd diametri rotę inæquales apparebunt, & una quidem maxima, alia uerò minima: aliæ uerò omnes, quę sunt mediæ inter maximã & minimã, propinquiores minimę sunt minores remotioribus ab illa: quælibet aũt duę æqualiter distantes ab altera diametrorum, æquales apparebunt. Rotæ ergo oblongę, ut sectio columnaris uel conica oxygonia uidentur. Et idẽ accidit in figuris lapidũ molariũ, & omnibus alijs quibuscũq; figuris. Et hoc est propositum.



97. In figuræ uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 25.36.47.54.59.64.66.69 n 3.

Ex intemperata enim lucis dispositione figura polygonia æquilatera uidebitur de nocte circularis uel sphærica: quoniam lux nimis debilis occultat angulos: & etiã sphęra sub luce ualde debili uisa, æstimatur superficiei planę, quia propter lucis debilitatẽ occultatur uisui partiũ prçeminẽtia in superficie ipsius sphærę. Ex intẽperata etiã longitudine distantiæ figura quadrata quandoq; uidetur rotunda sphęrica: & etiã figura quadrata quandoq; apparet uisui altera parte longior, ut patet p 59 huiu: squãdo etiã propter remotionẽ nimiam obliquatio alterius lateris quadrati nõ sentitur, tunc propter ipsam remotionẽ quadratũ altera parte lõgius uidetur, ut patet per 62 huius. Accidit etiã error uisioni figuræ ex longitudinis immoderatione: figura enim multorũ laterũ æqualiũ opposita uisui directè, in magna distantia uidetur circularis rotunda, quia anguli eius sunt uisui imperceptibiles, quod patet per 95 huius: & linea curua æstimatur recta per 50 huius: & figura sphærica uidetur plana per 65 huius. Ex inordinatione etiã situs error accidit in figurę uisione. Si enim corpus circulare, ut scutella, ab axe elongetur, & modicũ super lineam, cui axis perpendiculariter incidit, obliquetur, uidebuntur eius diametri inæquales per 96 huius: & figura circularis per 55 & 56 huius uidebitur sectionis oxygonię uel columnaris figurę: & similiter propter æqualitatẽ oppositionis unius laterum ad uisum figura quadrata æstimabitur altera parte lõgior per 61 huius. Ex intemperantia etiã quantitatis uel magnitudinis accidit error uisioni figurarum. Cum enim superficies uisa fuerit multùm parua, si fuerint in ea anguli, occultabuntur uisui: unde fortè forma eius angularis æstimabitur rotunda, sphęrica, aut columnaris. Et si fuerint in eius superficie aliquę prçeminentię, latebunt uisum, & æstimabitur eorũ superficies plana, ut hęc patere possunt in atomis solis, quarum certa figura nõ comprehẽditur, quoniã anguli ipsarum uisui à minori distãtia occultãtur, ut patet per 8 huius. Ex intẽperata etiã soliditate accidit error uisioni figurarũ. Si enim corpus fuerit minus solidum, in quo fuerint anguli, illi fortè occultabuntur uidenti, & angularis forma putabitur sphęrica, fortè & sphęricitas illorũ corporum uidebitur plana. Intemperata quoq; diaphanitas in uisione figurarum errorem inducit: quoniã existente aere nubiloso, obscuro, ut in crepusculis, si in corpore illo fuerint anguli, fortè apparebit sphęricitas: & si in ipso fuerit sphęricitas, apparebit fortè planities: quoniã medium nõ est taliter dispositum, ut per ipsum possit fieri cõpleta uisio, ad quã requiritur lumen, ut patet per 1 th. 2 huius. Breuitas etiã temporis errorẽ uisibus in uisione figurarum adducit: modica enim gibbositas in re subitò uisa latet uisum, & æstimatur planities: & si fuerint res figurę angularis subitò uisæ, fortè sphæricę apparebunt. Visus quoq; debilitas errorẽ caussat in figurarum uisione: modicus enim gibbus, & multiplex angulus debilem latent uisum: & uidentur res sphęricę planæ, & angulares sphericę: sic ergo patet propositum in omnibus circumstantijs uisibilium. Et hoc proponebatur.

98. In uisione corporeitatis errores accidentes uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ, sunt ijdem illis, qui in situs & figuræ accidunt uisione. Alhazen 25 n 3.

Corporeitas enim, ut patet in 63 huius, à uisu comprehenditur ex comprehensione figurarum, quas faciunt superficies corpus continentes: est ergo eadem hinc inde erroris caussa: & omnis error, qui potest accidere uisui in non comprehensione uerę corporeitatis, uel in erronea cõprehensione, accidit ex errore proueniente circa species figurarum: ut si superficies sphęrica conuexa uel concaua ęstimetur plana per 65 huius: quia in corporibus maximę remotionis à uisu non comprehendit uisus corporeitatem, quando non comprehendit obliquationem superficierum. Et hoc totum accidit propter deceptionem circa figuras factam: non enim cõprehendit tunc uisus situs partium illarum superficierum ad inuicem, qui situs efficit figuram: unde cum certitudinaliter cõprehenditur figura, certitudinaliter comprehenditur corporeitas: & cum comprehenditur figura indistinctè, comprehenditur etiam corporeitas indistinctè. Et hoc accidit in omnibus modis, quibus error accidit in uisionibus figurarum. Et quia situs est caussa figurarum, ideo etiam errores acciden-

tes situi, accidunt & corporeitati: quia enim corporeitas includitur sub figura & situ, ideo errorem corporeitatis gerit error in se situs & figuræ.

99. Distinctio uisibilium comprehenditur à uisu ex distinctione formarum ipsarum uisibilium in diuersis superficiei uisus partibus impressarum. Alhazen 46 n 2.

Distinctio, quę est inter quęlibet duo corpora, aut est ex luce: aut ex colore actum lucidi habente: aut ex obscuritate: hęc enim sunt principium distinctionis formarum in superficie uisus: quoniam hæc per se perueniunt in partem superficiei uisus. Quandoq; autem lux & color uel obscuritas sunt in ipsis formis, quę distinguuntur: quandoq; uerò lux & color uel obscuritas distinguentia formas in ipsa superficie uisus, sunt in corporibus medijs secundum situm distinguentibus corpora, quorum formę distinguuntur in uisu: & tunc si uisus non senserit quòd lux, color aut obscuritas, quę est in loco distinctionis, non est in corpore continuato cum utroq; corporum, quę sunt in eius lateribus: tunc non sentiet distinctionem duorum corporum. Et etiam quandoq; fit distinctio uisibilium ex hoc, quia non est possibile plura uisibilia æqualiter uideri per 49 th. 3 huius. Aut enim superficies cuiuslibet illorum corporum est obliqua ad superficiem uisus in loco distinctionis, & est inæqualis obliquitatis: aut unius ipsorum forma est obliquata, alterius uerò forma est uisui directè opposita, manifestior uisui quàm alia, quæ est uisui obliquè opposita, uel quę sibi opponitur plus obliquè: & secundum hoc comprehendet uisus distinctionem uisibilium formarum: siue ipsorum distinctio secundum spatium interiacens sit ampla siue stricta, dum tamen sit sensibilis, respectu remotionis corporum uisorum & respectu quantitatis corporũ distinctorum: quia fortè quandoque distinctio formarum est quantitatis unius capilli: & illud diminutum non affert distantiam sensibilem in uisu. Patet ergo propositum.

100. Continuitas uisibilium comprehenditur à uisu ex distantiæ priuatione. Alhazen 47 n 2.

Cum enim uisus non senserit in corpore aliquam distantiam, comprehendet ipsum esse continuum: & si in corpore fuerit distantia occulta non comprehensa à uisu: comprehendet uisus illud corpus esse continuum, & discernet inter continuationem & contiguationem ex comprehensione aggregationis duorum terminorum duorum corporum. Si ergo sentiẽs non senserit, quòd utrũq; duorum corporum contiguorum est diuersum ab altero & distinctum ab eo: tunc non sentiet contiguationem, sed iudicabit esse inter illa uisa perfectam continuationem & totius superficiei uisæ perfectam unitatem, quæ est continuitas. Patet ergo propositum.

101. Numerus comprehenditur à uisu per hoc, quòd unum uisibilium comprehenditur ab altero distinctum. Alhazen 48 n 2.

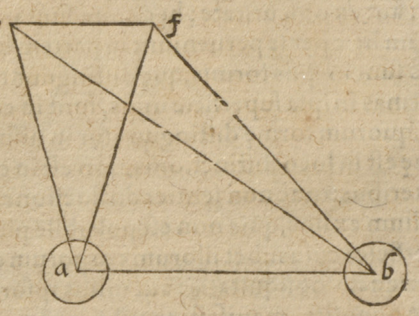
Quando enim uisus comprehendit in una hora multa uisibilia in simul distincta, & illorum distinctionem, comprehendet quòd quodlibet ipsorum est ab altero diuisum. Comprehendit ergo multitudinem: & tunc uirtus distinctiua comprehendet numerum ex multitudine illorum, & si est par uel impar, & medietatem paris numeri & quamlibet ipsorũ unitatem: & per hũc modũ omniũ rerum uisarum numerum comprehendit & mathematicum & naturalem. Patet ergo propositum.

102. Omnis forma uisibus obliquè incidens semper apparet ultra locum formæ directè incidentis. Ex quo patet quòd formæ ambobus uisibus secundum æqualitatem angulorum obliquius incidentes plurimum à se distant.

Quod hic proponitur, satis patet. Quando enim linea radialis superficiei uisus obliquè incidit: tunc ipsa per 47 th. 2 huius refringitur à superficie oculi, & ad concauum nerui peruenit plus obliquè: quoniam tunc secundum angulum incidentiæ formatur quantitas anguli refractionis per 36 th. 3 huius. Palàm ergo quoniam illa linea obliquè superficiei ipsius uisus incidens, propter suæ incidentiæ obliquitatem & anguli acuitatem facit angulum suæ refractionis acutum: unde tunc linea refractionis intersecat lineam directè incidentem, & à superficie oculi æqualiter refractam: & sic forma obliqua uidetur ultra formam rectè uisam. Et si ambę formę obliquè incidant secundum eundem suę obliquitatis modum, ita, ut utrobique sit ęqualitas angulorum incidentię & refractionis: tunc forma oculo dextro incidens, secans lineam, per quam directè incidens ad medium punctum concauitatis nerui peruenisset, fit sinistra ab illa, & forma oculo sinistro obliquè incidens, respectu illius medij puncti concauitatis nerui, fit dextra: & sic quandoq; accidit illas formas à se plurimum distare. Et quoniam quęlibet ipsarum offertur uirtuti sensitiuæ, quoniam secundum luces & colores, quę sunt in ipsa forma, quę est extra, depingitur ipsa forma in superficie organi membri sentientis in duobus locis secundum numerum oculorum, quibus incidit, & à quorum superficie refringitur: forma uerò directè incidens ad unum secundum omnes eius partes ordinatur locum consimiliter, ut patet per 37 th. 3 huius. Forma ergo obliquè incidens semper apparet ultra locum formæ directè incidentis. Patet ergo propositum, & eius corollarium.

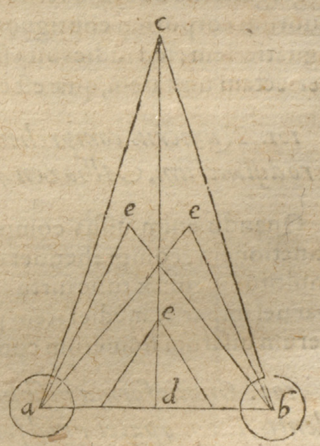
103. Omne uisum, quod directè opponitur medio unius uisus, & in respectu ad reliquum uisum est obliquum: semper uidetur duo. Alhazen 13 n 3.

Nam forma puncti, quæ directè incidit medio alterius uisuum, peruenit ad punctum mediũ concauitatis nerui, ut patet per 29 th. 3 huius, quoniam forma illius puncti incidit uisui secundũ axem pyramidis radialis: forma uerò puncti obliquè incidentis in medio superficiei alterius uisus uenit ad punctum aliud quàm ad medium punctũ concauitatis ipsius nerui, secundum obliquationem puncti superficiei uisus: & sic non concurrunt illę formę in eodẽ pũcto medio concauitatis nerui. Verbi gratia, sint centra duorum uisuum a & b: sit linea e f quoddam uisum directè oppositũ centro uisus a: sit autem ipsa linea e f obliquè opposita uisui, cuius centrum est punctum b. Quia ergo forma lineæ e f directè peruenit ad medium cõcauitatis nerui communis per 29 th. 3 huius: palàm quòd forma eius circa illum punctum medium concauitatis nerui secũdum omnes situs suarum partium ordinatur per 37 th. 3 huius. Quia uerò forma eiusdem lineę e f tota obliquè incidit superficiei uisus b: palàm per ea, quæ declarata sunt in 37 th. 3 huius, quòd forma eius non peruenit ad punctũ medium concauitatis nerui, sed ad aliquod ipsius punctum aliud: non superponetur ergo priori formę, sed remanebit distincta ab illa. Apparebunt ergo duę formę, quoniam in duobus locis ipsius membri sentientis offertur forma ipsius uisibilis ipsi uirtuti sentiẽti: & sic iudicat illas esse duas, & nõ unã. Patet ergo ꝓpositũ.



104. Omnis forma rei uisæ intra axes radiales constitutæ, obliquè ambobus uisibus occurrit: unde semper uidetur duo. Alhazen 11 n 3.

Verbi gratia, sint centra duorũ uisuũ a & b: & concurrant axes uisuales in puncto c: sitq; axis cõmunis d c: & sit res intra axes uisa, quę e. Dico, quòd forma rei uisę, quę est e, semper obliquè occurrit ambobus uisibus: unde semper uidebitur esse duę. Quòd autẽ obliquè semper incidat ambobus uisibus, patet: cũ enim à puncto c ducta sit linea c a perpendiculariter super centrum foraminis uueæ oculi, cuius centrum est punctum a, ut patet per 24 th. 3 huius, & cũ linea c b ducta sit perpendiculariter super centrum foraminis uueæ oculi, cuius centrũ est punctum b: palàm per 13 p 11 quoniam ab aliquo puncto superficiei rei uisę, quę est e, ad dicta centra foraminum perpendiculares aliæ duci non possunt: omnes ergo lineæ à superficie corporis e ad superficiem uisuum productę, sunt obliquę per 24 th. 3 huius: non ergo propter refractionem concurrent in puncto medio concauitatis nerui, sed ultra, & plurimùm à se distabũt per 102 huius. Videbuntur ergo semper duæ per pręcedentem. Cum itaq; axes duarum pyramidum uisualium concurrant in aliquo puncto rei uisę, & duo alij radij obliqui comprehendant aliud uisum propinquius duobus uisibus aut remotius intra axes: tunc positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte: nam illud uisum erit dextrũ uni axium uisualiũ, & sinistrum alteri ipsorũ: radij quoq; exeuntes ab ipsa re taliter uisa ad alterũ uisum, erũt dextri ab axe, & ad reliquũ uisum exeuntes, erũt sinistri ab illius axe: & sic positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte: & forma unius uisi incidit duobus uisibus in duobus locis diuersè positis, & peruenit ad loca diuersa concauitatis communis nerui à duobus lateribus sui puncti medij, & partes illius formę non superponuntur sibi: erunt ergo duæ formæ. Et ita semper forma rei taliter ad uisum dispositę uidentur duę formæ, & res ipsa uisa uidetur semper duo. Quod est propositum.

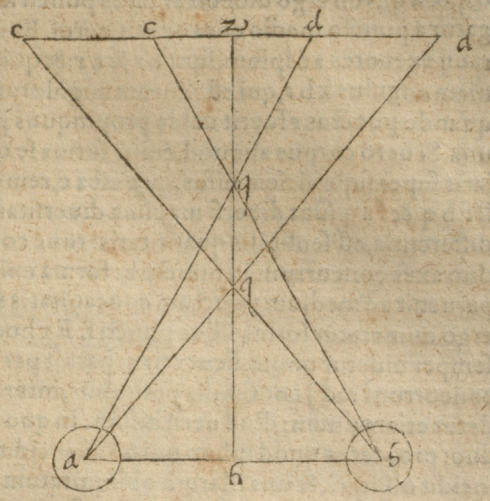


105. Lineæ rectæ uicinæ uisibus in superficie axis communis erectæ super trigonum axiũ radialium puncto coniunctionis incidente, solum illud punctum uidebitur unum: omnia uerò alia dictæ lineæ puncta uidebuntur duo, & æqualiter à puncto coniunctionis declinantia, ac si duæ lineæ se intersecent in puncto coniunctionis.

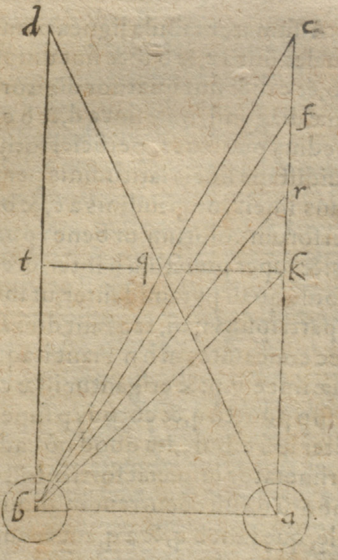
Sit centrum uisus sinistri punctum a, dextri uerò punctum b: & sit linea recta h z: quæ secundum medium pũctum nasi ambobus uisibus interposita extendatur taliter, ut in aliquo pũcto suo signato, quod sit q, concurrant axes uisuales: erit ergo q punctum coniũctionis amborum axium uisualium. Et quoniam ipsum punctum est in linea h z, quę sic extenditur inter ambos axes radiales: tunc palàm est, quòd ipsa est in superficie, in qua est axis communis, erecta super basim trigoni b q a per 33 th. 3 huius. Dico ergo, quòd ubicunque punctus coniunctionis, qui est q lineæ h z, obliquè incidit uisibus, hoc est ambobus axibus b q, & a q, uel eorum alteri, angulos rectos non continentibus cum linea h z, solus punctus q uidebitur unus, ut est: quoniam forma eius solius per ambos axes radiales peruenit ad medium punctum concauitatis nerui: & sic forma una uidetur rei

unius,

unius, ut hoc patere potest per 46 & 47 th. 3 huius: reliqua uerò puncta omnia lineæ h z uidentur æqualiter à puncto coniunctionis declinantia, ac si duæ lineæ se intersecent in puncto cōiunctionis quod est q: quia radij diuersi ab illis punctis peruenientes ad ambos uisus & sinistrantur & dextrantur. Omnes enim radij exeuntes ab alijs pūctis lineæ h q ad uisum dextrum ex parte axis h q, fiunt sinistri ab axe a q, & peruenientes ad sinistrum uisum ex parte axis h q, fiunt dextri ab axe b q: perueniunt enim ad superficiem uisus ex una parte semidiametri foraminis, quæ à centro uueæ respicit axem communem: & radij peruenientes à punctis lineæ q z, ad uisum dextrum, fiunt item sinistri ab axe a q, & peruenientes ad uisum sinistrum, fiunt dextri: perueniunt enim utrique radij ad superficiem uisus ex parte semidiametri cum priori semidiametro, diametrum totam illius foraminis uueæ complente. Et quoniam ambo oculi sunt in omnibus dispositionibus æquales per 4 th. 3 huius: palàm, quòd anguli utriusq; axium & istarum semidiametrorum sunt æquales circa centrum utriusque circuli foraminis. Anguli quoq; c q z, & d q z, propter eadem sunt æquales. Ducta itaq; linea à puncto z æquidistante lineæ a b per 31 p 1, quæ sit c z d: producatur linea a q in punctum d, & linea b q in punctum c: patet, quòd secundum illas lineas fit uisio illarum formarum. Quoniam enim anguli, secundum quos fit obliquatio uisionis, qui sunt c q z, & d q z sunt æquales: ergo p 13. 15. & 14 p 1 lineæ uisuales, quę, exēpli caussa, sint lineę b q, & q c, cōiunctæ sunt linea una: & similiter est de lineis a q, & q d. Videtur aūt linea una radialis duæ lineę propter diuersitatem incidentiæ formę illius puncti ambobus uisibus, quæ obliquatio fit quasi per modum duarum linearum se secantium circa punctum q: forma enim secundum axes radiales uisibus incidens ad medium punctum concauitatis nerui pertingit, & formæ obliquè incidentes, circa ipsum se secantes figurātur. Remotiones enim duarum quarumlibet linearum radialium ab aliquo puncto lineæ h z ad ambos axes peruenientium, semper erunt in duabus partibus diuersis: quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius incident duobus punctis concauitatis nerui communis à duobus lateribus pūcti medij, ut ostēdimus in præmisis. Patet ergo propositum. Patet etiam quòd mutato pūcto coniunctionis, linearum intersectarum quantitas mutatur: semper tamen ex utraq; parte sectionis partes linearum sunt æquales: & secundum approximationem ad uisus anguli medij, ut sunt a q b, & c q d fiunt maiores, & secundum elongationem à uisu fiunt minores, quousq; circa axes radiales pyramides describuntur, quarum basis est tota superficies rei uisæ: & horum probatio experimentalis accidit, si uisibus modo dicto dispositis unus ipsorum claudatur, alterque apertus reseruetur, sic uices mutando quantùm placet.



106. Si à puncto coniunctionis linea inter duas perpendiculares productas à terminis lineæ connectentis centra uisuum, eidem æqualis & æquidistans fuerit producta: forma cuiuslibet puncti productæ lineæ aut rei super ipsam existentis, & forma rei existentis super alteram perpendicularium in puncto propinquo prædictæ lineæ, uidebitur tantùm una: existentis autem in eadem perpendiculari remotæ à producta linea uidebitur semper duæ.

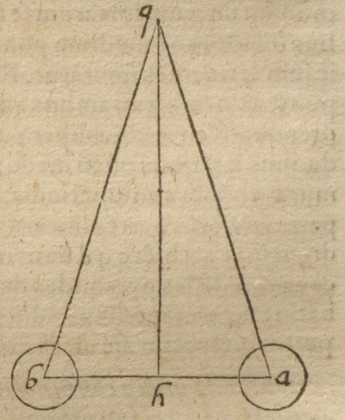


Sint centra duorum uisuū a & b: linea ergo connectens centra est a b: & ab illius terminis erigantur perpendiculares a c & b d per 11 p 1: & sit punctus coniunctionis q: erunt ergo axes uisuales a q & b q: à puncto uerò q per 31 p 1 ducatur linea k q t æquidistās lineæ a b. Dico, quòd forma cuiuslibet puncti lineæ k t, aut rei super ipsam existentis, semper uidebitur una: & si in aliqua perpendicularium a c & b d, in puncto propinquo lineæ k t, ut in puncto r, sit res uisa: adhuc uidebitur eius forma una. Quòd si fuerit in puncto ualde remoto, ut in puncto f, tunc uidebitur una res ibi existens esse duæ. Ducantur enim à puncto b lineæ b k, b r, b f. Palàm ergo per 47 & 19 p 1, quoniam linea b k est maior quàm linea b t: sed linea k q est æqualis lineæ q t ex hypothesi: ergo per 35 th. 1 huius angulus t b q est maior angulo q b k: est enim in trigono orthogonio, quod est t b k producta linea b q ab angulo t b k: ergo proportio anguli q b k ad angulū t b q minor, quā partis basis, quæ est q k, ad partem basis, quæ est q t: sed partes illę basis ad inuicē sunt ęquales: ergo angulus t b q est maior angulo q b k per 10 p 5: sed p 4 p 1 angulus t b q est ęqualis angulo k a q: angulus ergo k a q est maior angulo k b q: ergo p argumentū 1 petitionis factę in prin-

cipijs primi libri huius remotio lineæ a k ab axe a q eſt maior quã remotio lineæ b k ab axe b q. Differentia tamen inter has duas remotiones eſt modica: quoniam differẽtia inter duos augulos k a q, & k b q eſt modica. Forma ergo puncti k non multum obliquabitur ab axibus uiſualibus, qui ſunt b q, & a q. Non ergo uidebitur illius puncti k forma niſi una, quoniam forma eius non multùm elongatur à puncto medio cõcauitatis nerui. Et quoniã corpore aliquo exiſtente in pũcto r, patet, quòd radij exeuntes ad ipſum, ſunt b r & a r: & quia etiam duo anguli r a q & r b q nõ multũ differunt, quoniam angulus k b r, qui eſt illorum angulorum differentia, ut patet, non habet ſenſibilẽ quantitatẽ, quando punctus r fuerit ualde propinquus puncto k: forma ergo puncti r adhuc non uidebitur niſi una. Si uerò corpus aliquod, cuius forma ſe offert uiſui, exiſtat in aliquo puncto lineę perpendicularis ſuper ſuperficiem uiſus, quæ eſt a c, remoto ualde à puncto k, ut eſt punctum f: tunc quia anguli f b q & f a q ſunt diuerſi maxima diuerſitate, ideo, quòd angulus f b k, qui eſt illorum angulorum differentia, eſt ſenſibilis quantitatis: tunc corpus, quod eſt apud punctum f, uidebitur duo, quando duo axes concurrunt in puncto q: forma enim puncti f obliquè incidit ſuperficiei uiſus b: unde nõ peruenit ad medium punctum concauitatis nerui, ut patet per 102 huius, ſed apparet ultra illud: ſic ergo numeratur forma illius puncti f. Ex hoc itaq; patet, quòd uiſum, in quo concurrunt duo axes, ſemper uidetur unum, ſicut etiam patuit per 46 th. 3 huius, & quòd unumquodq; uiſorum, in quo concurrunt radij conſimilis poſitionis, inter quos non eſt magna diſtantia ab ambobus axibus, uidetur etiam unum: illud uerò uiſum, in quo concurrunt radij multùm diſtantes ab axibus, uidetur duo: propterea quòd ipſum uni uiſuũ incidit directè & alteri ualde obliquè: uel ſi ambobus uiſibus incidit obliquè, & una illarum obliquitatum eſt ſenſibiliter maior quã altera. Videtur ergo talis res duæ per 104 huius. Patet ergo propoſitum.

107. Puncto coniunctionis cadente in angulũ trigoni, cui ſubtenſa baſis ſit æqualis lineæ connectenti centra oculorum, ſecundum terminos ſuæ baſis applicati centris amborum uiſuum: quodlibet duorum laterum trigoni duas formas uiſui repræſentat.

Sint centra amborum uiſuum a & b: ſitq; trigonum a b q applicatum uiſibus taliter ut proponitur: uel ſit ita, ut trigoni a b q baſis a b ſit baſsior centris oculorum, incidantq; axes uiſuales in punctum q, qui ſit punctus coniunctionis: & axis communis ſit h q. Dico quòd laterum trigoni, quæ ſunt a q & b q, unumquodq; duas formas uidenti præſentabit. Quoniam enim utraque formarum linearum a q & b q, utriq; uiſui ſe offert directè & obliquè, ut linea dextra, quæ eſt a q, dextro uiſui (qui eſt a) ſe offert directè, quoniam omnes radij à quolibet ſuorum punctorũ exeuntes incidunt in cẽtrum foraminis uueæ per 24 th. 3 huius: & linea ſiniſtra, quę eſt b q, incidit obliquè uiſui dextro, qui eſt a: & ecõuerſo linea b q ſiniſtro uiſui (qui eſt b) directè incidit, & linea a q eidem uiſui ſiniſtro, qui eſt b, incidit obliquè, ut hęc omnia patent per 24 th. 3 huius. Forma itaque obliquè incidens dextro uiſui declinat ultra latus ſiniſtrum, cuius ipſa eſt forma, & fit ſiniſtra ab axe: & forma obliquè incidens ſiniſtro uiſui, declinat ad latus dextrum, cuius ipſa eſt forma, & fit dextra ab axe: eruntq; laterum trigoni omnia puncta in apparentia uiſuum duplicata: præter ſolum punctum q, qui eſt punctus coniunctionis: & eſt ratio huius apparitionis eadẽ illi in præcedenti theoremate declarata. Patet ergo propoſitum.

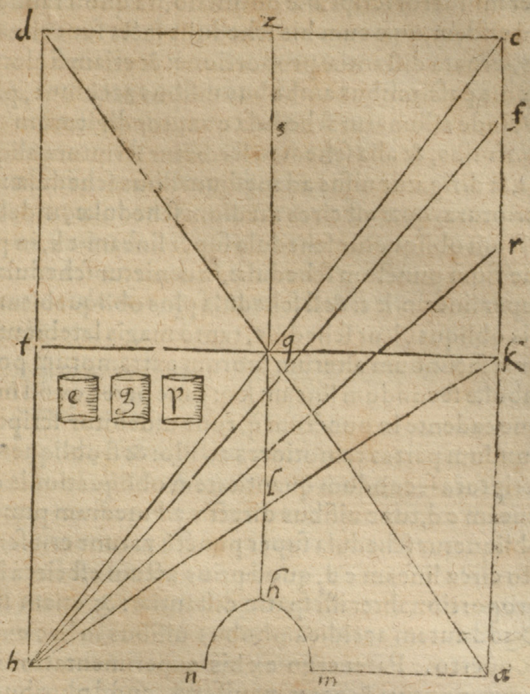


108. Vnam rem nonnunquam uideri duas experimentaliter declaratur. Alhazen 12 n 3.

Aſſumatur tabula lignea planarum ſuperficierum, cuius lineæ longitudinis æquidiſtantes & æquales ſint a c, & b d: & ſint unius cubiti: latitudinis uerò ipſius lineæ æquales & ęquidiſtãtes: ſintq; a b, & c d: & ſint quatuor digitorum, orthogonaliter ſuper lineas longitudinis erectę: ducanturque duæ diagonij, quæ ſint a d, & b c, ſecantes ſe in puncto q: & à puncto q, quod per 40 th. 1 huius eſt medius punctus ſuperficiei totius tabulæ a b c d, ducatur ad utrumque latus longitudinis linea ęquidiſtans lineis latitudinis per 31 p 1, quæ ſit k q t: & ab eodem puncto q ducatur linea h q z æquidiſtans lineis longitudinis a c, & b d: & intingantur omnes iſtę lineę b c, a d, t k, h z tincturis lucidis diuerſorum colorum, ut bene appareant: ſed tamen duę diagonij, quæ ſunt a d, & b c, ſint unius coloris: & ſuper punctum h interiorem terminum lineæ z h in medio latitudinis ipſius tabulæ cauetur tabula quaſi pyramidaliter, ut ibi poſsit intrare cornu naſi: ita ut cum tabula ſuperponitur ſuperiori parti ipſius naſi, tangant duo anguli tabulæ ferè duo media ſuperficierum duorum uiſuum: & ſit hæc concauitas m h n. Fiant itaque de cera tria corpuſcula columnaria, & ſint diuerſorum colorum: quæ ſint e, g, p: & erigantur iſtæ columnæ ſuper ſuperficiem tabulæ in linea k q t, ita, quòd corpus g ſit ſup punctũ q, & corpus p ſuper punctũ k, & corpus e ſuper punctũ t: & applicẽtur illa corpora firmiter ipſi tabulę, ita quòd nõ cadãt, & tũc applicetur tabula uiſib. ut ſuprà pręmiſſũ eſt. Deinde experimẽtator inſpiciat forti intuitu corp9 g, qđ eſt in pũcto q medio pũcto tabulę: tũc ergo duo axes amborũ uiſuũ cõcurrent in aliquo pũcto ſupficiei corporis g, & ſupponentur duabus diagonijs tabulę, quę ſunt b q, & a q, aut erunt æquidiſtãtes illis, & axis cõmunis ſuperponetur lineæ h q. Et ſi in

hac

hac dispositione intueantur ambo uisus omnia, quæ sunt in superficie tabulæ & corpora & lineas: inuenietur forma uniuscuiusq; corporũ, quę sunt e,g,p, forma una, & tota forma lineæ k q t erit una: linea uerò h z extensa in longitudine tabulæ apparebit lineæ duæ, secantes se super punctum q, uel super quodcunq; aliud punctũ cõcurrant radij uisuales: & etiam quælibet duarũ diagoniorũ, quę sunt b c & a d, apparebit duplicata, ita ut uideãtur quatuor diagonij: angulus uerò a q b apparebit amplior quã sit secundum ueritatem. Et si alter uisuũ claudatur, uidebũtur duę tantũ diagonij: & diagonius remota à medio sequetur uisum coopertum. Ex quo patet, quòd duæ diagonij, quę uidentur remotæ, sunt illę, quarũ utraq; uidetur uisu obliquo: & propter hoc cõprehenditur per radios remotos ab axe dextros & sinistros: unde instituũtur in cõcauitate nerui cõmunis ab inuicẽ remotæ: infigun tur enim in duabus partib. contrarijs respectu puncti medij nerui cõmunis, & in partib. remotis ab illo pũcto: unde illæ duę diagonij habent duas formas propinquas sibi, & duas remotas à se inuicẽ. Deinde experimentator figat axes uisuales super aliquod corporum, quę sunt e & p, quę sunt super pũcta t & k extrema lineę t q k: tunc enim apparebũt omnia numero, quo prius. Quòd si corpora e & p auferantur à locis suis, & ponãtur in linea h z



ęquidistanter à pũcto q: & sit corpus e uicinius uisibus in puncto l circa pũctum q: & corpus p sit remotius à uisu in pũcto s, ultra punctum q, & applicata tabula ipsis uisibus, figantur axes uisuales super corpus g, quod est in puncto q medio: tunc unũquodq; corporum e & p apparebit duo, & apparebũt ambo illa corpora, quatuor corpora obliquè à medio corpore g, duo scilicet in dextro, & duo in sinistro: & uidebuntur super duas lineas, quãuis secũdum ueritatem sint super lineã unam, & apparebũt quęlibet duo illorum quatuor corporum super alterã illarum duarum linearum. Idẽ quoq; accidit si corpora e & p ponantur super alterã duarũ diagoniorũ secundũ omnem modum, quo posita fuerint super lineã h z: taliter ut æquidistent corpori g, & unũ sit propinquius uisui quã alterũ: quia tunc utraq; diagoniorum apparebit duę: unde super utramq; linearũ, quę sunt unius diagonij, duo apparebunt corpora, unũ in parte ipsius uisus, & aliud ultra corpus g positũ in medio illorum duorũ corporũ. Et similiter si corpora e & p ponantur super ambas diagonios, unũ super unam, & aliud super aliã, & ambo in parte uisus: tũc enim apparebũt quatuor corpora, duo ꝓpinqua, & duo remota. Deinde auferantur duo corpora e & p à tabula, & ponatur alterũ ipsorum super marginem tabulæ in linea a c ultra punctum k, & tamẽ ualde uicinè illi pũcto k, & sit super punctũ r: & tunc applicata tabula uisibus, dirigantur adhuc axes ad corpus g positũ in medio: & tunc apparebit forma puncti e tantũ una. Quòd si corpus e in eadem linea a c ponatur super punctũ f remotius à pũcto k, quàm sit punctum r: sitq; puncti f à puncto k distãtia sensibilis: & sic directis axib. uisualibus ad corpus g medium, apparebit forma corporis e duplicata. Idẽ quoq; accidit, si ambo axes uisuales secundũ istã dispositionem dirigantur ad quodcunq; punctũ lineę t k: semper enim tũc corpus e positum in pũcto f uidebitur esse duo. Hęc uerò, quę præmissa sunt, omnia per 105 huius & propositiones sequẽtes declarantur, ut patet intuẽti. Quòd si experimentator direxerit axes uisuales ad punctũ aliquem tabulæ extra lineam k t: tunc ipsum corpus g, positũ in medio superficiei tabulæ in puncto q, uidebitur duo: & si corpus e ponatur in pũcto t, & corpus p in pũcto k: tunc utrunq; ipsorũ uidebitur duo. Sed redeuntib. axibus uisualibus super punctũ q, aut super aliquod punctũ lineę t k: tũc reuertetur prior dispositio. Deinde accipiat experimẽtator tres schedulas pergameni paruas & ęquales, & inscribat oẽs ipsas una scriptura manifesta ęqualis quãtitatis: & ponat unã ipsarũ in medio ꝓmissæ tabulæ in puncto q, & alteram ipsarũ super punctũ k, figendo cũ cera, ut stent erectè, & applicata tabula ipsis uisibus, ut prius, intueatur schedulã positã super punctũ q, & cõprehendet eius scripturã certa cõprehensione: & similiter scripturã schedulę positę in puncto k cõprehendet: sed nõ ita perfectè ut scripturã schedulę positę in puncto q, licet sint illę scripturæ cõsimiles in figura, forma & quãtitate. Deinde assumatur tertia schedula, & ponatur quasi in medio pũcto lineę e z, & manu ꝓtracta secundũ rectitudinem lineę k c, teneatur ultra tabulã in situ & positione duarũ aliarum schedularũ: tunc enim fixis ambobus axibus uisuum in schedula posita in pũcto q, & tũc uisa tertia schedula, uidebitur forma scripturæ suę dubitabilis & indistincta: & si schedula pũcti k deposita schedula tertia ponatur penes primã, quę est in puncto q: tũc ambę schedulę cõprehendentur in suis scripturis equaliter dispositæ, nec erit differentia sensibilis inter illas: & si tertia schedula moueatur planè sup lineã q k, axibus illorũ uisuũ cadentib. in pũctũ q: uidebitur tũc diminui distinctio scripturæ schedulæ motæ secundum distantiam, quæ fit per motum, donec perueniat ad punctum k: & tunc

paulatim

paulatim à puncto k extra tabulam moueatur secundum lineam latitudinis a k protẽsam: tunc semper minuetur scripturæ distinctio, ita quòd tandem nulla erit discretio ipsius. Peractisq; circa lineã c d eisdem, quæ cum his schedulis facta sunt circa lineam k t, eadem tunc uisibus apparent, quę prius, seruata distantiæ proportione: & etiam si elongentur ultra longitudinem tabulæ. Quæ itaque ex his passionibus ambobus uisibus accidunt, plus accident uni uisuum, si alter fuerit coopertus. Deinde assumatur schedula quatuor digitorum quadrata, in qua punctus medius signetur per 40 th.1 huius, & alia schedula scribatur scriptura aliqua distincta, & erigatur hęc schedula super lineam k t, & dirigatur uisus ad medium illius schedulæ: tunc enim uidebitur scriptura bene distincta, sed scriptura, quæ est circa medium schedulæ, uidebitur distinctior, quàm quæ in extremis. Deinde parum obliquetur schedula super lineam t k, in puncto q: & tunc axibus uisuum cadentibus super medium punctum schedulæ, inuenietur schedula minus distincta quàm prius, cum schedula fuerit super lineam k t: & si schedula plus obliquabitur, indistinctior uidebitur scriptura, & quantò magis obliquabitur schedula, tantò magis latebit utrunque uisum uel alterum ipsa scriptura. Et si schedula secundum alterum suorum extremorum ponatur in puncto q, & erigatur super superficiem tabulæ secundum lineam k q: tunc patet, quòd medietas schedulæ cadet extra tabulam. Visu itaque cadente in punctum q, tunc uidebitur scriptura circa punctum q distinctior, minus autem secundum partes remotiores ab illo: & si obliquetur schedula super lineam q k, apparebit latentior scriptura secundum quantitatem obliquationis & distantię à puncto q: & si schedula ponatur super lineam c d, tunc uisibus directis ad medium punctum schedulæ, erit litera legibiliter distincta: & si obliquetur schedula super punctũ z: tunc erit scriptura latentior quàm prius. Et uniuersaliter peracto circa lineam c d, quod prius actum est circa lineam t k, idem accidet in distinctione scripturæ proportionaliter illi spatio distantiæ: & etiam si elongetur schedula ultra longitudinem tabulæ. Quod autem accidit ambobus uisibus in hac experimentatione, etiam accidit uni uisuum, altero cooperto. Patet ergo ex his experimentationibus exemplum eorum, quę per plura theoremata proponuntur: & patet manifestè, quòd pluribus modis accidit unam rem uideri duas. Patet ergo propositum.

109. In uisione diuisionis, continuationis & numeri error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 27. 38. 48. 55. 59. 64. 67. 69 n 3.

Ex lucis enim debilitate error accidit in præmissorum uisione: quia si de nocte uideatur tabula, in qua sint linearum obscurarum protractiones, uidens illas putabit fortè diuisiones esse uel scissuras: & ita continuum etiam putabitur diuisum, & partes eiusdem continui plura putabuntur ut diuisa, cum tamen tabula sit continua & tantùm una. Similiter existente uisu in forti luce reflexa, si ipsi uisui adhibeantur corpora modicùm distantia, apparebunt continua & unum, propter reflexionem lucis factæ ab illis corporibus, quę non permittit eorum distantiam discerni. Ex intemperata etiam distantia fit error in præmissorum uisione. Pariete enim aliquo à longè uiso, si in parte eius fuerit color tenebrosus: fortè putabitur facta esse diuisio illius parietis secundum spatium illius coloris. Similiter etiã si prope parietẽ illum crescat altitudo herbarum, ut cõsueuit in talibus crescere hedera: uidebitur fortè paries secundum hederæ spatium diuisus. Et similiter luce solis super uisum album parietem splendente, si fortis umbra aliqua lucem parietis diuiserit, æstimabitur paries diuisus: & ita his modis omnibus & etiam pluribus alijs hoc potest accidere, ut continuum æstimetur diuisum: & ex consequenti unum plura. Sed & quandoq; ipsa secundum ueritatem diuisa æstimantur continua, & plura ęstimantur unum. Corpora enim à longè uisa in colore similia, & adinuicem propinqua, creduntur continua, & propter hoc tabulę parietis uel scamni apparent quandoq; continuę, cũ modica diuisione ab inuicem sunt diuisæ: & sic diuisa æstimantur propter remotionẽ à uisu esse continua, & plura ęstimantur unũ. Ex inordinato etiam situ oppositionis oritur error in prę missorum uisione: si enim alicuius corporis magna fuerit à uisu obliquatio, in quo fuerint pũcta sensibilia nigra uel ualde tenebrosa: illa quędã diuisiones putabuntur, & inter partes illis punctis confines, iudicabitur diuisio & pluralitas, licet in eis sit cõtinuitatis unio: & si in hoc corpore fuerint lineę tenebrosę sensibiles, iudicabũtur partes eius cõtinuales diuisę, cũ sint cõtinuę, & plures, cũ sint unum. Similiter est ex obliquatione situs plurium parietum ad uisum, quorum unus est ordinatè post alium modicùm distans ab illo, ita quòd uno aspectu uideri ualeant, fortè occultabitur uidenti spatium, quod est inter illos parietes, & putabuntur continui & unus, cum sint diuersi & plures. Qualiter autem propter situm eius erret in numero, satis patet per propositionem præmissam. Ex intemperata etiam magnitudine error accidit in uisione pręmissorum: adhærente enim capillo uasi uitreo, apparebit uitrum fissum: quod ideo accidit, quia capilli paruitas non sentitur esse corpus. Si enim iaceret super uas uitreum calamus aut corpus aliud sensibile, non propter hoc sentiretur uitrum esse fissum. Similiter etiam accidit error in continuitate: si enim folia pergameni tenuis æqualis altitudinis, ita quòd in eadem plana superficie constituta, & bene compressa sint, & uidens ignoret esse folia, iudicabit ipsa esse continua, & unam superficiem ipsorum: huius autem erroris caussa est paruitas quantitatis spatij & aeris, secundum quod se illa folia contingunt, & sic etiã numerus inducit errorem. Ex intemperantia quoq; soliditatis fit error in præmissorum uisione: in corpore enim magnę raritatis, ut in crystallo pura, si in aliqua parte supficiei suę fuerit linea nigra,

apparebit

apparebit totum corpus fissum secundū locum, in quem cadit illa linea, & ita æstimatur uitrū discōtinuum & plura: & hoc accidit propter perspicuitatem, quæ accidit ex defectu soliditatis. Et si duo corpora talia fuerint modicùm à se distantia, reputabuntur continua & unum. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in præmissorum uisione idem, qui ex defectu soliditatis, augmentatus tamen propter excessum raritatis. Ex paucitate etiam temporis accidit error in præmissorum uisione. Si enim corpus, in quo sit linea nigra, subitò à uisu diuertatur, putabitur illa linea esse partium diuisio: & si corpora contigua aut ualde propinqua subitò uideantur, æstimabuntur cōtinua, sicut accidit in tabulis scamnorum subitò inspectis, & fit error in continuitate & numero. Ex intemperantia etiam debilitatis uisus error accidit in uisione præmissorum, & secundum modos temporis breuitate accidentes: quod enim sano uisui accidit in temporis breuitate, debili accidit in maiori tempore, & fortè semper durante uisus debilitate: & etiam strabo uel debilis in uno oculo unum quandoq; iudicat duo: tunc enim res uisa habet diuersitatem situs respectu talium duorū oculorum, quę diuersitas facit ut unum uideatur duo, etiam per duos oculos sanos & æqualis ordinationis, ut satis demonstratum est ex præmisis. Patet ergo propositum.

110. Motus comprehenditur à uisu ex comprehensione rei motæ secundum diuersos sui situs in instantibus diuersis, inter quæ sensibile cadit tempus. Alhazen 49 n 2.

Quoniam enim moueri est aliter se habere nunc, quàm prius: palàm quòd facilitas huius comprehensionis motus fit ex comparatione rei motæ uisæ ad aliud uisibile quiescens non motū. Quādo enim comprehenditur situs unius rei mobilis, respectu alterius rei uisibilis, tunc etiam comprehenditur diuersitas situs eius respectu illius uisibilis, & tunc comprehenditur motus. Semper itaq; motus comprehenditur à uisu aut ex comprehensione diuersitatis & mutationis situs rei uisæ motæ, respectu alterius uisibilis, quod est remotius aut propinquius uisui, ipso tamen uisu in parte altera existente in suo loco: aut comprehenditur motus experimentatione situs alicuius partis, uel partium rei uisę motæ, respectu illius uisibilis non secundum se totum moti: & hoc modo comprehendit uisus motum circularem. Similiter etiam accidit motum à uisu comprehendi, si res uisa mota ad multa immota uisibilia comparetur. Cum enim uisus fuerit quietus, & res uisa mota ad ipsum uisum uel à uisu: tunc uisus sentiens diuersam locationem corporis moti, sentiet motum: aut enim mobile tunc elongabitur aut appropinquabit uisui per motum. Et quia, ut patet per 9 huius, elongatio aut appropinquatio à uisu sentitur, palàm quia motus tunc sentitur. Quòd si mobile mouetur tantum circa uisum circulariter, tunc cum superficies uisiua oculi non sit tota sphærica, ut patet per 4 th. 3 huius, quoniam sola superficies foraminis uueæ est uisiua, & non aliæ partes superficiei oculi: aliqua itaque re mota circa uisum, necessariò mutabitur situs partis oppositæ uisui, & cum illa pars rei uisę motæ fuerit mutata, sentiet uisus mutationem eius: & sic uisu existente in suo loco sentiet uisus motum rei uisæ. Et si ipse uisus moueatur, comprehendet tamē motum secundum quemlibet istorum modorum, ut cum uisus sentit diuersitatem situs rei uisæ motæ, sentiēdo quòd illa diuersitas non est propter motum ipsius uisus: sed tamen quando ipse uisus & etiā res uisa ambo mouentur, adhuc discernit uisus motum: quoniam distinguit inter diuersitatem uisus, quæ accidit rei uisæ motę propter motum ipsius rei, uel propter motum ipsius uisus, quoniam moto uisu sentiuntur etiam formæ corporum existentium non motæ, nec semper iudicat uisus rem uisam moueri propter sui ipsius motum, nisi fortè perueniat in uisum forma rei uisæ motæ. Et quoniam motus omnis est in tempore, non comprehendit uisus motum nisi in tempore: diuersitas enim situs partium rei uisę non potest comprehendi nisi ad minus in duobus instantibus: & quia inter quælibet duo instantia cadit tempus medium: palàm quòd inter illa duo instantia cadit tempus medium: & quoniam uirtus uisiua est uirtus sensitiua, oportet tempus ab ipsa comprehensum esse sensibile. Et hoc proponebatur.

111. Qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehensione spatij, super quod mouetur res ipsa uisa. Alhazen 50 n 2.

Siue enim motus sit sursum uel deorsum, uel etiam super ipsam superficiem horizontis uel æquidistantem illi, siue etiam nō sit motus rectus, sed sit tortuosus uel circularis: semper qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehensione spatij, super quod mouetur res ipsa uisa. Qualitas enim motus recti comprehenditur ex comprehensione spatij, super quod mouetur res uisa secundum se totam motu recto, & tunc uisus certificat qualitatē motus per certificationem figuræ spatij directi, super quod fit motus in superficie horizontis, aut in superficie æquidistante ei, aut in linea perpendiculari uel obliqua super superficiem horizontis. Similiter quoque qualitas aliorum motuum ut tortuosi & circularis comprehenditur à uisu ex comprehensione spatij tortuosi uel etiam circularis, in superficie horizontis, aut æquidistante ipsi, aut erecta super ipsam: motum enim compositum ex circulari & recto uisus comprehendet ex comprehensione spatij tortuosi, super quod fit motus. Comprehendit etiam uisus diuersitatem & æqualitatem motuum secundum uelocitatem & tarditatem ex comprehensione spatiorum, super quæ mouentur uisibilia mota, & cognitione temporis, in quo fiunt illi motus. Cum enim uisus sentit quòd unum spatium pertransitum ab uno mobili in aliquo tempore, est maius alio spatio pertransito ab alio mobili in eodem tempore: uel cum uisus senserit æqualitatem duorum spatiorum cum inæqualitate temporum duorum motuū:

tunc

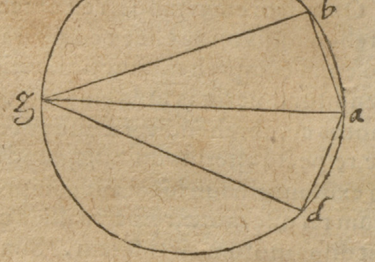
tunc enim statim auxilio uirtutis animæ distinctiuę & cognoscitiuę sentiet uelocitatẽ unius mobilis super alterum & duorum motuũ inęqualitatem. Patet ergo propositum.

112. Quies comprehenditur à uisu ex comprehensione rei uisæ in eodem loco & situ tempore sensibili permanente. Alhazen 52 n 2.

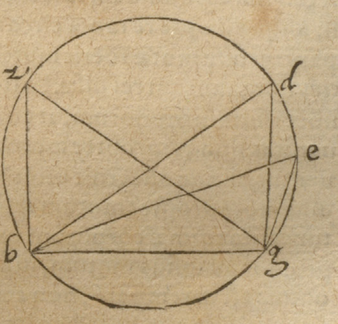
Cum enim uisus comprehenderit rem uisam in eodem loco, & secundum eundem situm in duobus instantibus diuersis, inter quæ cadit medium tempus sensibile: tunc comprehendet rem in illo tempore non fuisse motam per 110 huius: quoniam si illa res in illo tempore fuit mota, mutatus est situs eius: comprehẽdet ergo illam rem quiescentem. Comprehenditur aũt situs rei uisæ quiescẽtis non mutatus respectu alterius rei uel aliarum rerum uisarum, & etiam respectu ipsius uisus. Secundum hunc ergo modum fit comprehensio quietis uisorum corporum à uisu. Et hoc proponebatur.

113. Est locus, in quo oculo manente & transposita re uisa, res semper æqualis apparet. Euclides 44 the. opt.

Sit res uisa b g: & sit centrum uisus in puncto a: & accedant formę punctorum b & g ad uisum a secundum lineas b a & g a: fiatq; trigonum a b g. Dico, quòd est locus, in quo non mutato centro uisus à puncto a, & transposita magnitudine b g, semper eiusdẽ quantitatis uidebitur magnitudo b g. Trigono enim a b g circunscribatur circulus per 5 p 4: & super punctum g terminum lineę a g cõstituatur angulus æqualis angulo a g b p 23 p 1, qui sit a g d. & producta linea g d ad peripheriã circuli copulentur lineæ a b & a d: eritq; per 26 p 3 arcus a d ęqualis arcui b a: ergo per 29 p 3 est chorda a b ęqualis chordę a d: & arcus g d, qui est residuus semicirculi, est ęqualis arcui b g: chorda quoq; g d erit ęqualis chordæ b g per 29 p 3: ergo per 8 p 1, uel per 27 p 3 erit angulus b a g æqualis angulo d a g, quoniam illi anguli cadunt in æquales arcus, qui sunt d g & b g. Quia itaq; lineæ b g & d g ęquales sub æqualibus angulis, qui sunt d a g & b a g, hinc & inde uidentur: palàm quoniam illæ lineę ęquales uisui apparent per 20 huius. Patet ergo propositum. Idẽ quoq; contingeret, si centro oculi in centro circuli manente fixo, res uisa sup circuli peripheriã moueatur: tunc enim uisibili transmutato res uisa semper uidebitur ęqualis uisui nõ transmutato: quoniam sub eodẽ semper angulo uidebitur, ut potest patere secundum præmissum modum. Patet ergo propositum.

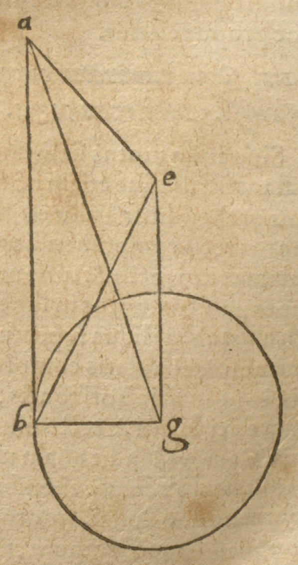


114. Est locus, in quo oculo trãsmutato re uisa non mota, semper res uisa æqualis apparet. Euclides 45 th. opt.



Sit res uisa b g: & sit oculus in puncto z dato in aere, ut contingit: & ducantur à terminis rei uisæ lineæ b z & g z: & circumscribatur trigono b z g circulus per 5 p 4, ut in præmissa: sitq; ille circulus z d g b: & mutetur centrum oculi à puncto z in punctum d: & ducantur lineę b d & g d: eritq; per 27 p 3 angulus b z g ęqualis angulo b d g: ergo per 20 huius in utroq; situ magnitudo b g semper uidebitur æqualis. Idem quoq; accidit uisui per omnia pũcta arcus b z g transmutato. Et hoc est propositum.

115. Quantitas erecta super aliquam planam superficiem, in qua sit centrum uisus, mota secundum circuli peripheriam pro centro habentis centrum oculi, semper æqualis uidetur. Idemq; accidit secundum lineam à centro circuli erectam centro oculi super circuli superficiem eleuato. Euclides 41. 42 th. opt.



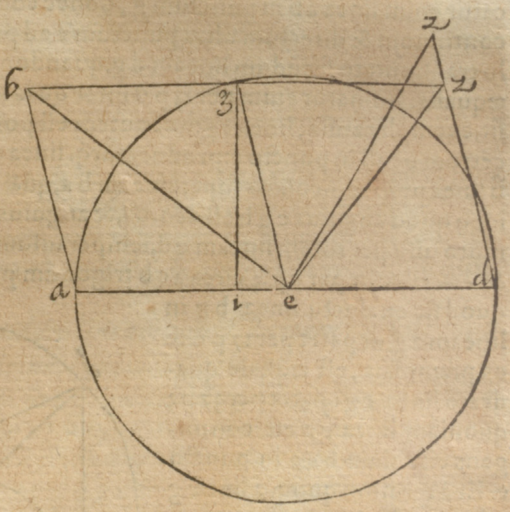
Esto a b aliqua magnitudo uisa erecta super quamcunq; superficiẽ planam datam: in qua sit centrum uisus, quod sit g: & ducatur ab altero terminorum rei uisæ ad centrum uisus linea g b: & secundũ quantitatem lineę g b, centro existente in puncto g, describatur circulus. Dico, quòd si super illius circuli peripheriam moueatur magnitudo erecta, quę est a b, quòd semper uidebitur ęqualis oculo ipso in puncto g existente. Quia enim linea a b est erecta super superficiem, palã per definitionẽ, quia semper facit angulum a b g rectũ, & semper angulũ ęqualem cũ linea g b, utcunque contingit, ducta linea a b: sed & linea g b semper est æqualis sibijpsi, cum sit diameter circuli, & linea a b semper est æqualis sibijpsi: ducatur itaque linea a g: palamque quòd per totam circuli peripheriam angulus a g b est æqualis sibijpsi: ergo per 20 huius magnitudo a b semper uidebitur æqualis: quod est primum propositorum. Ducatur itaque linea g e à centro oculi erecta super superficiem circuli: erit ergo

linea g

linea g e æquidistans lineæ a b per 6 p 11,& centrum uisus eleuetur super superficiem circuli secundum aliquod punctum lineæ g e,quod sit e, in quo figatur uisus. Dico,quòd adhuc magnitudo a b mota super circuli peripheriam æquidistanter lineæ g e,semper uidebitur æqualis. Productis enim lineis a e & b e : patet per 4 p 1 quoniam angulus a e b semper est æqualis sibijpsi. Cum enim angulus b g e sit semper æqualis sibijpsi, erit basis b e sibijpsi semper æqualis, & angulus e b g æqualis sibijpsi:ergo etiã angulus a e b est semper æqualis sibijpsi: ergo & basis a e,& angulus a e b erit semper æqualis sibijpsi:ergo per 20 huius linea a b semper uidebitur æqualis sibijpsi:patet ergo secundum propositorum.Et hoc est totum, quod proponebatur.

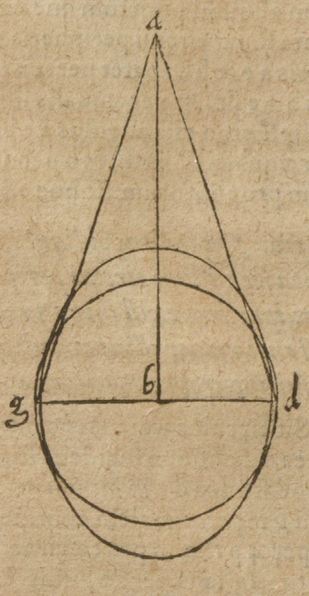
116. Quantitas obliquè incidens superficiei planæ, in qua est centrum uisus, uniformiter mota secundum circuli peripheriam, cuius centrum est centrum uisus, semper æqualis uidebitur: ipsa uerò existente æquali semidiametro illius circuli, mota quoq; secundum sui situs æquidistantiam per illius circuli peripheriam quandoq; æqualis, quandoq; minor, quandoq; maior uisui apparebit. Euclides 43 th. opt.

Sit circulus a d: cuius centrum sit punctum e: & in eius peripheria sumatur punctum d: sit quoq; linea d z obliquè incidens superficiei circuli : & sit centrum oculi in puncto e centro circuli. Dico, quòd si linea d z in circuli peripheria transponatur uniformiter, ita ut cum semidiametris illius circuli semper æqualem contineat angulum, quòd ipsa semper æqualis apparet: hoc autẽ potest euinci per 4 p 1,ut in præcedente: est enim angulus d e z semper æqualis sibijpsi: ergo & res semper uidetur æqualis per 20 huius. Et hoc est propositum primum. Rursum sit centrum uisus in puncto e centro circuli a d,cuius superficiei obliquè incidat linea d z,quæ sit æqualis semidiametro d e: moueaturq; per circuli illius peripheriam secundũ sui primi situs æquidistantiam, sitq; exempli caussa angulus z d e acutus. Dico,quòd aliquando apparebit linea mota,quæ d z, æqualis suæ propriæ quantitati,utpote semidiametro circuli,aliquãdo maior, aliquando minor. Ducatur enim à centro circuli e linea e g æquidistans lineæ d z per 31 p 1, quæ fiat æqualis eidem per 3 p 1 : ducatur quoq; à puncto g perpendicularis super circuli superficiem per 11 p 11,quæ sit g i: & ducatur à centro circuli linea e i : quæ producatur ad peripheriam circuli in pũctum a: & à puncto a ducatur linea æquidistans lineæ e g per 31 p 1, quę sit a b: quæ resecetur per 3 p 1 æqualis lineæ d z : eritq; linea a b æquidistans etiã lineæ d z per 30 p 1 uel per 9 p 11. Et quoniam linea g e, ut patet ex hypothesi, est obliqua super superficiem circuli a d, & à pũcto g in aere dato ad substratam planam superficiem incidit linea g i perpendiculariter, & linea g e obliquè : tunc patet per 39 th. 1 huius, quoniam angulus g ea minimus est omnium angulorũ sub illa linea obliqua g e, & quacunq; linea in substrata superficie circuli a d protracta contento: & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore: & duo anguli ex utraq; parte illi æqualiter approximantes sunt inter se æquales. Dico itaq;,quoniam linea a b omnium linearum æqualium lineæ d z transpositarum secundum peripheriam circuli minima apparebit. Ducantur enim lineæ g z, g b, e b, e z, e d. Quia itaq; linea g e est æquidistãs lineæ a b & æqualis ut patet per 34 p 1, quoniã linea g b est æqualis lineæ e a & æquidistans eidem : sunt ergo duæ superficies parallelogrammæ, quæ e g b a & e d z g. Quia uerò angulus g e a est acutus, ut patet ex præmissis, propter obliquationem lineæ g e super superficiẽ circuli a d: erit ergo angulus g e d obtusus per 13 p 1: quoniam enim, ut patet per 39 th. 1 huius, angulus g e a est minimus omnium angulorum contentorum sub quacunq; linea in superficie circuli ducta ad punctum e, & sub linea g e: est ergo angulus g e a minor quàm angulus g e d : sed cũ linea e z sit diagonius parallelogrammi e d z g: palàm quòd angulus d e z est medietas g e d anguli p 4 p 1: & similiter angulus b e a est medietas anguli g e a : angulus itaq; d e z est maior angulo b e a. Ergo per 20 huius quantitas lineæ b a minor uidebitur quàm quantitas lineæ z d. Et per præmissa cum angulus g e a sit minimus omnium angulorum, qui cõtinentur sub linea g e & aliqua linea in superficie circuli a d producta: palàm quia medietas anguli g e a erit minor medietate cuiuslibet aliorum angulorum. Quantitas ergo lineæ a b uidebitur omnium aliarum sibi æqualium quantitate minima. Et quoniam angulus z e d est maximus omnium illorum aliorum angulorum: uidebitur ergo quantitas z d maxima : mediæ uerò modo medio uidebuntur, & quantitates in circuli peripheria æqualiter distantes ab utraq; quantitatũ, quæ a b & d z, ad inuicẽ uidebũtur ęquales. Et hoc est propositũ.



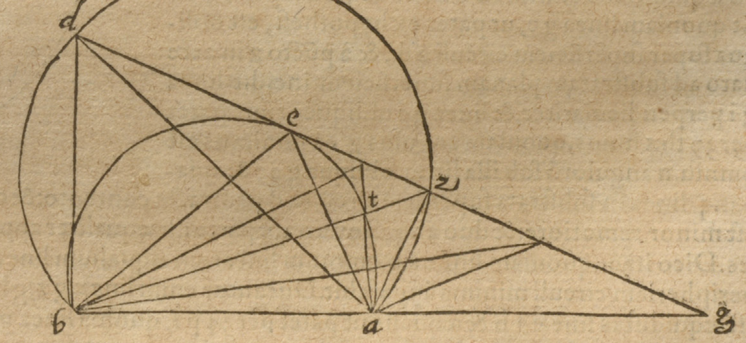
117. Re uisa super superficiem planam erecta fixa manente, & centro oculi secundum circuli peripheriam moto circa punctum, in quo res uisa superficiei coniungitur: res semper æqualis uisui apparebit: quod non accidit centro uisus moto super peripheriam oxygoniæ sectionis.

Sit a b magnitudo erecta super superficiem planam, tangens ipsam in puncto b: sitq́; centrũ oculi in puncto g in eadem superficie: & centro quidem existente puncto b, secundum spatium b g lineæ describatur circulus, qui sit g d. Dico, quòd si transponatur centrum oculi à puncto g, super totam circuli g d peripheriã: apparebit uisui linea a b semper ęqualis. Quoniam enim angulus a b g est semper rectus per definitionem lineæ super superficiẽ erectæ: palàm quia omnes anguli a g b per 4 p 1 sunt ubiq; æquales: ergo per 20 huius res uisa, quæ a b, semper uidebitur æqualis. Et hoc est propositum primum. Non accidit autem hoc centro uisus moto super peripheriam oxygoniæ sectionis: quoniã tunc quantitas rei apparet inæqualis, quę super ipsius sectionis punctum medium est erecta: quoniam sectio oxygonia habet semidiametros inæquales, & omnes lineæ à centro usq; ad circumferentiam ductæ sunt inæquales: appropinquantes enim semidiametro maiori sunt maiores, & approximãtes semidiametro minori sunt minores: contrarium ergo necessariò accidit ei, quod oculo moto secundum circuli peripheriam accidebat: quod patet per 7 & per 20 huius. Patet ergo totum, quod proponebatur.



118. Re uisa fixa manente, oculo uerò moto secundum lineam rectam obliquè incidentẽ quantitati rei uisæ: illa quãtitas quandoq; æqualis, quandoq; inæqualis uisui apparet. Euclides 46 th. opt.

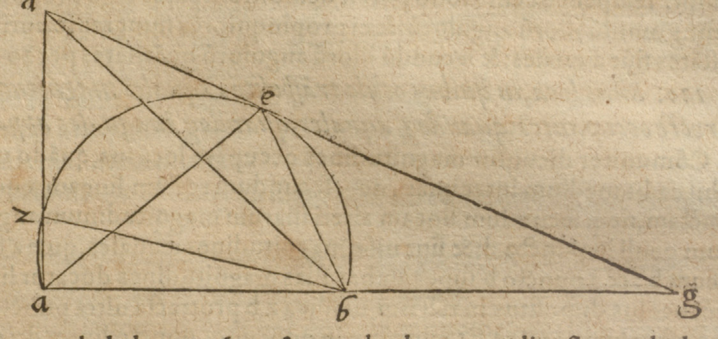
Sit res uisa, quæ a b: & sit centrum uisus punctum e: incidatq́; linea e g obliquè lineæ a b: producatur enim linea a b in punctum g, donec concurrat cum linea e g: & item producatur linea e g in continuum & directum ultra punctum e ad punctũ d: sit illa linea indefinita d e g. Dico, quòd oculo transmutato secũdum lineam d g, quandoq; linea a b uidetur minor: quandoq; maior: quandoq; æqualis. Sumatur enim per 13 p 6 inter duas lineas b g & a g linea medio loco proportionalis, quæ sit, exempli caussa, linea e g: hoc autem est posibile per resectionem lineæ d g per 3 p 1: ponaturq́; cẽtrum oculi in puncto e: producaturq́; linea e b: & producatur in superficie trigoni b e g à puncto b linea perpendicularis super lineam b a, quæ sit b d: quæ per 14 th. 1 huius concurret cum linea e g: ideo quòd angulus e g b est acutus, & angulus g b d rectus: cõcurrant itaq; in puncto d. Dico, quòd moto uisu per totam lineam e d, semper uisum b a inæquale apparet. Ducantur enim lineæ a e, a d: & describatur per 5 p 4 circa a e b trigonum portio circuli, quæ similiter sit a e b. Et quoniam illud, quod fit ex ductu lineæ b g in lineam a g, ut patet per 17 p 6 & ex præmissis, est æquale quadrato lineæ e g: patet per 37 p 3 quoniam linea g e est contingens circulum b e a in puncto e. Et à termino quoq; a lineæ g a ducatur linea a z per 23 p 1 ita, ut fiat angulus g a z ęqualis angulo g d b: cadetq́; punctum z in lineam d g inter puncta e & g per 29 th. 1 huius: eritq́; b a z d quadrilaterum inscriptibile circulo per 22 p 3: quilibet enim



eius duo anguli ex aduerso collocati ualẽt duos rectos: angulus enim d z a per 32 p 1 ualet angulum z g a, & angulum z a g: sed angulus z a g, ut patet ex præmissis, est æqualis angulo g d b: sed angulus d b g rectus cum angulis b d g & d g b ualet duos rectos per 32 p 1: angulus itaq; d z a cum angulo d b g ualet duos rectos: sed omnes anguli quadranguli cuiuscunq; ualẽt quatuor rectos: quia quodlibet illorum est diuisibile in duos triangulos, quorum cuiuslibet anguli ualent duos rectos: ergo anguli z d b & z a b ualẽt duos rectos: est ergo quadrilaterum z d b a circulo inscriptibile. Circumscribatur ergo ei circulus per 22 p 3 & per 9 p 4: & sit circumscripta portio circuli, quæ sit b d z a: ducaturq́; linea b z secans arcum e a in puncto t: secabit enim ipsum ideo, quia, ut patet ex præmissis, punctum z cadit inter puncta e & g: & ducatur linea t a: eritq́; per 16 p 1 angulus a t b extrinsecus maior angulo a z b intrinseco: sed angulus a t b est æqualis angulo a e b per 27 p 3, quoniam cadunt in eundem arcum, qui est b a, portionis circuli minoris, qui b e a: angulus itaq; a e b maior est angulo a z b: angulus uerò a z b æqualis est angulo a d b per eandem 27 p 3: quoniam ambo illi anguli cadunt in eundem arcum, qui est a b circuli maioris, qui est b d z a: angulus itaq; a e b maior est angulo a d b. Centro uerò uisus existente in puncto d, uidetur linea a b sub angulo a d b: ipso autem existente in puncto e uidetur sub angulo a e b: maior itaq; uidebitur in puncto e, quàm in puncto d per 20 huius. Mutato ergo oculo secundum puncta lineæ e d, semper inæqualis uidebitur magnitudo b a: quoniam semper minor se ipsa: & quantò plus accedit ad punctum d, tantò uidebitur minor: &

quantò

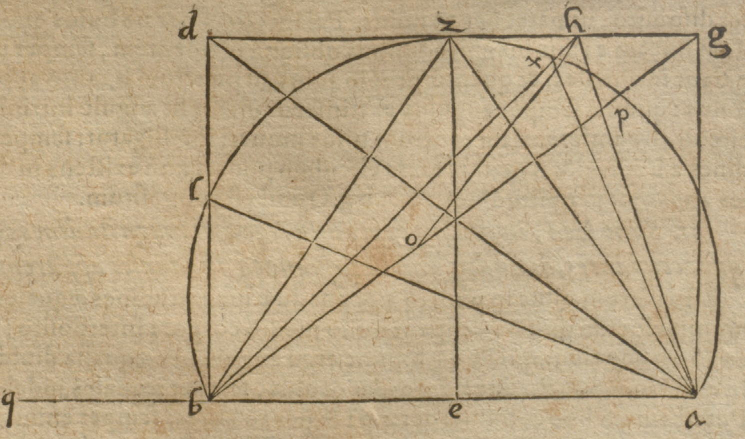
quantò plus appropinquat puncto e, tantò apparet maior: eodemq; modo uisu mutato super puncta lineæ e g, inæqualis uidebitur linea a b, & minor quàm super pũctum e: quoniam linearum ductarum per punctum aliquod lineæ e g à terminis lineæ a b, semper angulus erit minor angulo b e a: quoniam angulus à lineis ad circumferentiam arcus e a ductis per 21 p 1 maior erit illo constituto super aliquod punctorum lineæ e g, per lineam trans idem punctum arcus ab altero terminorum lineæ a b productam, & per lineam à reliquo eius termino copulatam. Quilibet autem angulorum cõstitutorum super aliquod punctorũ arcus e a, per lineas à terminis lineæ a b productas est æqualis angulo b e a per 27 p 3: ergo per 20 huius linea a b maior uidebitur centro uisus existente in puncto e quàm ipso existente in aliquo punctorum lineæ e g. Semper quoq; minor apparebit secundũ quod plus appropinquat puncto g: ita quòd centro uisus existente in puncto g, non uidebitur nisi unicus eius punctus, qui est a, ut patet per 4 huius. Maior autem semper apparebit secũdum quod appropinquat ad punctum e: ad punctum uerò z apparebit sicut ad punctum d, æqualis sibi: ideo quòd anguli b d a & b z a per 27 p 3, ut suprà patuit, sunt æquales. Et quoniam, ut iam ostendimus, uisu existente in puncto g, non uidebitur linea a b, imò tota linea g b, nisi punctus: palàm quòd inter puncta g & z modica fit additio. Semper ergo uidebitur linea a b inæqualis: in ęquidistantia uerò à punctis d & z, uidebitur etiam æqualitas propter æqualitatem angulorum prouenietium hinc & inde. Quòd si linea e g non ex parte puncti a, sed ex parte puncti b cõcurrat cum linea a b, eadem est demõstratio. Sit enim, ut fiat cõcursus, sicut prius, in puncto g: & sit linea g e medio loco proportionalis inter lineas a g & g b: & copulatis lineis e a & e b, trigono a e b circũscribatur portio circuli, quæ sit, ut prius, b e a: & ducantur lineæ d b & d a: sitq; cẽtrum oculi super punctum d: & ad punctum, in quo linea a d intersecat circumferentiam circuli b e a, qui sit z, ducatur linea



b z. Et quia angulus b z a est maior angulo b d a per 16 p 1, & angulus b e a æqualis est angulo b z a per 27 p 3, quoniam cadunt in eundem arcum a b: palàm quia angulus b e a maior est angulo b d a. Visus itaq; centro existẽte super punctum e maior apparebit linea b a per 20 huius quàm ipso existente in puncto d: in punctis uerò d & z apparebit linea a b æqualis: & omnia alia accidũt, ut prius declaratum est. Patet ergo propositum.

119. *Re uisa fixa manente, uisu autem moto secundum lineam æquidistantem rei uisæ: eius quantitas quandoq; æqualis, quandoq; inæqualis uidetur. Euclides 47 th. opt.*

Esto uisa magnitudo, quæ fixa & immota permanens sit a b: diuidaturq; per æqualia in puncto e: & erigatur super ipsam perpendiculariter linea e z per 11 p 1: sitq; centrum oculi in puncto z: ducanturq; lineæ z a & z b, ita ut compleatur trigonũ a z b: & describatur circa a z b trigonum portio circuli a z b per 5 p 4: ducaturq; linea z d parallela lineæ b a per 31 p 1: moueaturq; centrũ oculi in punctum d: & ducantur lineæ d a & d b: & ad punctum, in quo linea d b secat circulum, quod sit l, ducatur linea a l. Palàm ergo per 16 p 1 quoniam angulus a l b maior est angulo a d b: sed per 27 p 3 angulus a z b est ęqualis a l b: est ergo angulus a z b maior angulo a d b: maior ergo uidebitur magnitudo a b, centro oculi existẽte in puncto z quàm in puncto d, ut patet per 20 huius. Et si linea z g sit ęqualis lineæ z d, æqualis uidebitur linea a b in punctis d & g: hoc enim cõcluditur per 34 & 4 p 1, ductis lineis g b & g a: angulus enim b g a æqualis est angulo b d a: & similiter patet hoc in alijs punctis æqualiter distantibus à punctis d & g: ergo per 20 huius in talibus punctis uidebitur linea b a semper sibijpsi æqualis. Si uerò linea z h sit minor quàm linea z d: tunc ducãtur lineæ b h & a h: & pducatur linea a b ultra pũctum b ad punctum q. Quoniã itaq; angulus z e b est rectus, patet per 32 p 1 quoniam angulus z b e est acutus: erit ergo per 13 p 1 angulus q b z obtusus: ergo per 29 p 1 angulus h z b est obtusus: ergo per 16 p 1 angulus g h b est obtusus: linea ergo b g est maior quàm linea b h per 19 p 1. Quia uerò p 4 p 1 & ex hypothesi patet quòd angul⁹ z b

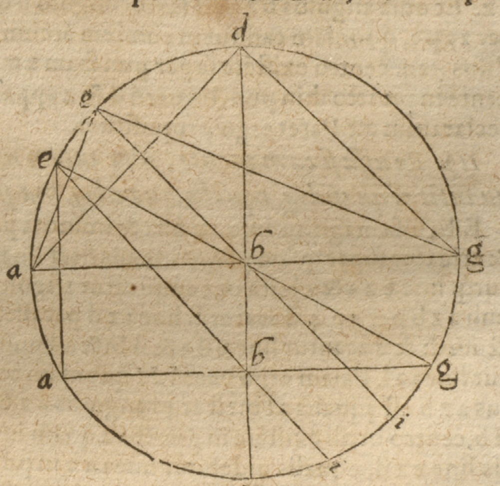


a est æqualis angulo z a b: angulus ergo b a h est maior angulo h b a: ergo per 19 p 1 linea b h est maior quàm linea a h: ergo & linea b g est maior quàm linea a h. Et quoniam lineæ b g & a h se intersecant,

cant, sit punctus sectionis p. Et quoniam per 37 p 1 trigonum b g a est æquale trigono b h a, ablato ab ambobus communi trigono b p a: remanebit trigonum b h p æquale trigono a p g: sed per 15 p 1 angulus a p g est æqualis angulo b p h: ergo per 15 p 6 & 16 p 5 erit proportio lineæ a p ad lineam b p, sicut lineæ h p ad lineam g p: ergo per 15 p 5 erit proportio totius lineæ a h ad totam lineam b g, sicut lineæ a p ad lineam b p: sed linea a h est minor quàm linea b g, ut patet ex præmissis: ergo linea a p est minor quàm linea b p: linea ergo b p est maior quàm linea a p. Quæ est ergo proportio lineæ b p ad lineam a p, eadem sit lineæ a p ad lineam p o per 3 th. 1 huius: erit ergo ex præmissis linea p o minor quàm linea p b: abscindatur ergo linea p o à linea p b per 3 p 1, & ducatur linea h o. Quia itaq; per 11 p 5 & ex præmissis est proportio lineæ a p ad lineam p o, sicut lineæ h p ad lineam p g, & angulus h p o est æqualis angulo a p g per 15 p 1, palàm per 6 p 6 quoniam trigona h p o & g p a sunt ad inuicem æquiangula: est ergo angulus o h p æqualis angulo a g p. Et quoniam linea h o diuidit basim b p trigoni b h p, patet per 29 th. 1 huius quoniam ipsa linea h o diuidit etiam angulum b h p: est ergo angulus b h a maior angulo o h p: ergo & eius æquali, scilicet angulo b g a. Quantitas ergo lineæ b a per 20 huius maior uidebitur, centro uisus existente in puncto h quàm in puncto g: minor autem quàm in puncto z. Sit enim punctus, in quo linea b h secat circulum b z a, punctus x: & ducatur linea a x: patet quoq; per 16 p 1 & per 27 p 3 quoniã angulus b z a est maior angulo b h a. Et quoniam quibuscunq; punctis lineæ d z uel lineæ z g datis, siue linea d z sit maior quàm linea z g, siue minor: semper eodem modo potest demõstrari: patet ergo propositum. Angulus enim b z a fit maximus omniũ illorũ angulorũ: & ei propinquiores fiunt remotioribus maiores: & æqualiter ab illo distãtes fiũt æquales: & secundũ illorũ angulorũ quãtitates per 20 huius mutatur quãtitas rei uisæ.

120. *Sunt loca, in quibus oculo trãspoſito, æquales magnitudines communiter loca quædam directè occupantes, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.*

Cõmuniter dicuntur magnitudines occupare loca sua, quãdo una applicatur alteri taliter, quòd nihil cadit medium inter ipsas, neq; secundum rectam lineam æqualiter utriq; magnitudinũ coniunctam, neq; secundum lineam alteri illarum magnitudinum angulariter incidẽtem. Sit itaq; centrum oculi in puncto d: & sint uisæ magnitudines æquales, quæ a b & b g, communiter occupantes locum b: & à puncto b super ambas illas magnitudines ducatur linea perpendicularis, quæ sit b z: sitq; oculus dispositus in tali situ, ut linea z b protracta ultra punctum b, concurrat cum puncto, in quo est centrum uisus. Et quoniam in quocunq; puncto lineæ d z posito centro uisus, erunt semper per 4 p 1 anguli b d g & b d a in centro uisus æquales: manifestũ ergo per 20 huius quoniã secundũ quemcunq; punctum lineæ d z posito centro uisus d, semper magnitudines b g & a b æquales apparebũt. Trãsponatur autem oculus: & sit extra lineam d z in puncto e: dico quoniam magnitudines a b & b g inæquales apparẽt: ꝑducãtur enim lineæ e a, e b, e g: & describatur circa a e g trigonum circulus, qui sit a e d g, per 5 p 4, & adijciatur lineæ e b linea recta b i, attingens in parte opposita puncto e circumferentiã. Quia itaq; arcus a z est æqualis arcui z g per 33 p 6 propter rectitudinem angulorum ad punctum b, siue punctum sit cẽtrum descripti circuli, siue non: semper enim ex hypothesi, & per 3 p 3 & 4 p 1 & per 28 p 3 erit arcus a i maior arcu i g. Palàm ergo item per 33 p 6, quoniam angulus a e i maior est angulo i e g: sed sub angulo a e i uidetur magnitudo a b ab oculo existẽte centraliter in puncto e, & sub angulo i e g uidetur magnitudo b g: apparet ergo a b maior quàm b g, oculo taliter disposito, ut patet per 20 huius. Palàm etiam per 118 huius quòd si oculus transmutetur secundum lineam e i illis magnitudinibus obliquè incidentem, semper uisæ magnitudines a b & b g apparent inæquales: & quantò propinquius ad punctum b, tantò apparẽt maiores per 16 p 1 & per 20 huius: quoniã semper angulus extrinsecus maior sit angulo intrinseco sibi opposito. Si ergo super circuli circumferentiam centrum uisus moueri intelligatur: semper inæquales apparent magnitudines a b & b g: & si oculus extra circulum ponatur nõ existens in directo lineæ d z, adhuc inæquales apparent magnitudines a b & b g. Quod est propositum.

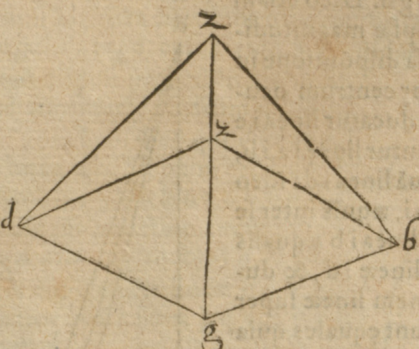


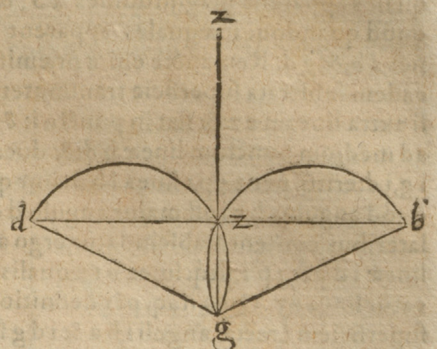
121. *Sunt loca, in quibus poſito uiſu, æquales magnitudines communiter loca quædam obliquè occupantes, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.*

Esto cẽtrum uisus in puncto z: & sint duæ magnitudines æquales uisæ: quæ g d & g b, quæ communiter locum unum occupent nullo medio corpore interposito: obliquè tamen coniungãtur secundum angulum, qui sit d g b: hunc ergo angulũ per æqualia diuidat linea g z per 9 p 1. Dico quòd in quocunq; puncto lineæ z g cadat oculus, semper æquales uidebuntur magnitudines b g & g d. Potest autem hoc conuinci per 4 p 1 & per 20 huius: semper enim angulus g z b est æqualis angulo g z d. Idem quoq; accidit, si super utranq; illarum linearum b g & g d semicirculus describatur: & à puncto sectionis illorum semicirculorum, qui sit z, ducantur lineæ z b & z d, z g: tunc enim, quia

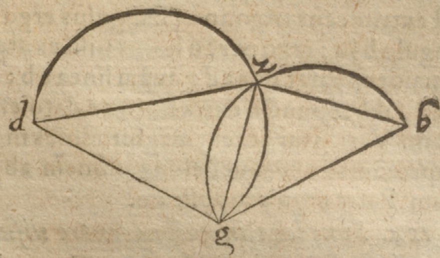
uterq;

uterq; angulorum b z g & d z g erit rectus per 31 p 3: patet ergo per 20 huius propositum. Idẽ quoq; accidit si ultra punctum sectionis semicirculorum linea g z ꝓducatur: & in eius pũcto z centrũ oculi ponatur. Sed est etiã locus, in quo illę magnitudines datæ æquales, quæ sunt b g & g d, uisui inæquales apparẽt: ad quem inueniendum, circa



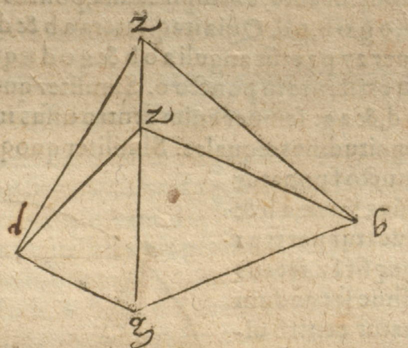


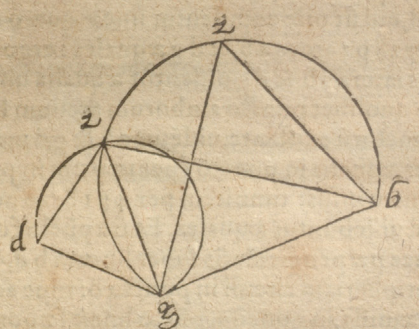
lineam g b semicirculus describatur, qui sit b z g, & circa lineam g d portio maior semicirculo, quæ sit g z d. Possibile quoque est hoc super g d describere portionem circuli capientem angulum dato acuto angulo æqualẽ per 33 p 3: sed illa portio maior est semicirculo per 31 p 3: sit ergo descripta, & sit g z d: & ducantur lineæ b z & g z & d z: angulus itaq; b z g est rectus per 31 p 3, & angulus g z d acutus per eandem 31: sed sub maiori angulo uisa maiora apparent per 20 huius. Est itaque locus, in quo magnitudines æquales inæquales apparent: ut punctus sectionis portionis maioris semicirculo constitutæ super unam magnitudinum, & semicirculi super alteram constituti. Et hoc est, quod proponitur.



122. *Est locus, in quo inæquales magnitudines communiter loca quædam obliquè occupantes, quandoq; inæquales, quandoq; æquales apparent. Euclides 49 th. opt.*

Sit, ut in præcedente, centrum uisus in puncto z: & sint duæ magnitudines quarum maior b g, minor uerò g d, coniunctæ secundum angulum d g b: qui diuidatur per 9 p 1 per æqualia, ducta linea g z. Dico, quòd oculo existente super quodcunq; pũctum lineæ z g, semper magnitudines b g & g d uidebuntur inæquales: & b g maior. Ductis enim lineis b z & d z, anguli ad pũctum z fiunt inæquales, & maior, cui maior basis subtenditur per 25 p 1. Quoniã



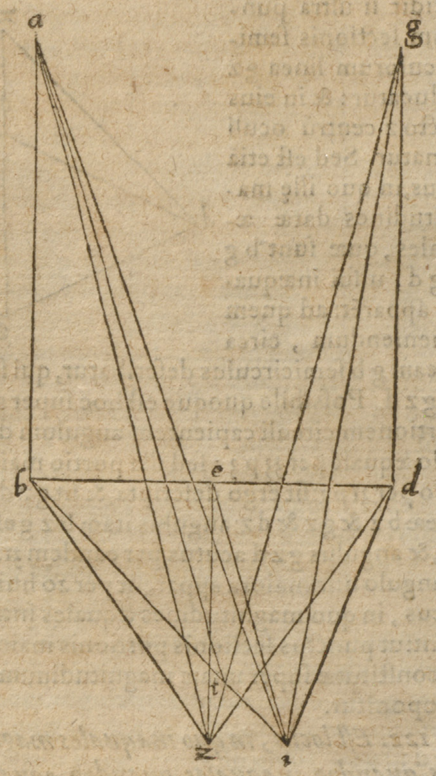


si detur quòd illi anguli sint ęquales: erũt trigoni b z g & g z d ęquianguli & æquilateri, quod est cõtra hypothesim: palàm ergo quòd illi anguli erunt inæquales: uidebũtur itaq; per 20 huius illæ magnitudines inæquales: & maior uidebitur ipsa g b, quoniam sub maiori angulo uidebitur. Sed & quandoq; illæ magnitudines uidentur æquales. Describatur enim, sicut in præmissa, circa lineam b g maiorem ipsarum portio maior semicirculo, quæ sit b z g: & ducantur lineæ b z & z g: & circumscribatur lineæ g d minori portio similis portioni b z g, hoc est angulum æqualem angulo b z g capiens: sit quoq; communis punctus istarum sectionum punctus z: & ducantur lineæ z b, & z g, z d. Quia itaq; angulus d z g est æqualis angulo b z g, quoniã in similes cadunt portiones. Oculi itaq; centro posito in puncto z, qui est punctus communis sectionis illarum portionum, magnitudines b g & g d æquales apparent. Quod est propositum.

123. *Sunt loca, in quibus centro uisus posito, æquales magnitudines erectæ super subiacẽtem planam superficiem, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent. Euclides 48 th. opt.*

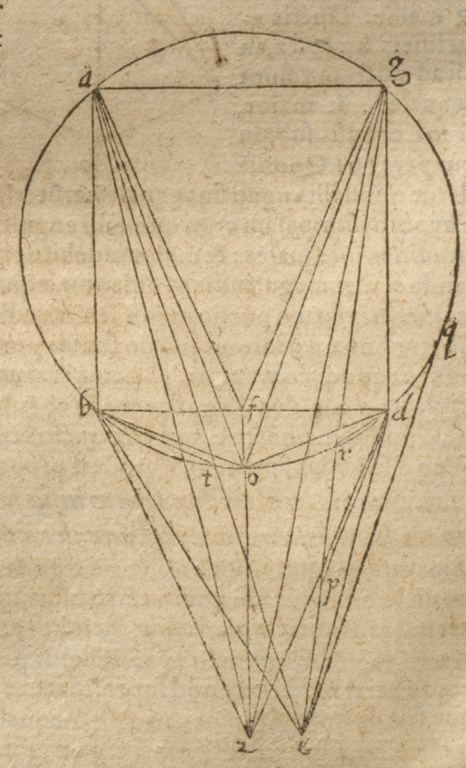
Sint duæ magnitudines a b, & g d æquales & erectæ super subiacẽtem ipsis planam superficiem: dico quòd est locus ubi posito cẽtro uisus, magnitudines a b & g d apparẽt æquales. Ducatur enim inter ipsas in subiecta plana superficie linea recta, quæ sit b d: quæ diuidatur in duo æqualia in puncto e per 10 p 1: & à puncto e protrahatur perpendiculariter linea e z super lineam b d in eadem superficie per 11 p 1. Dico quòd super lineam e z perpendicularem super lineam d b existente centro uisus, semper magnitudines a b, & g d æquales apparebunt. Sit enim oculus in puncto z: & ducantur lineæ z a, z b, z g, z d. Quoniã ergo trigonorũ b e z, & d e z latus b e est æquale lateri d e, & latus e z est commune, anguli uerò z e b, & z e d sunt æquales, quia recti: palàm per 4 p 1 quoniam linea z b est æqualis lineæ z d: sed & linea a b est ęqualis lineæ g d per hypothesim, & anguli g d z & a b z sunt recti per definitionem lineæ super superficiem erectæ: erit ergo per 4 p 1 linea z a æqualis lineæ z g,

& reliqui anguli reliquis angulis. Angulus ergo a z b æqualis est angulo g z d: ergo per 20 huius æquales apparent magnitudines a b, & g d. Dico etiam quòd quandoq; inæquales apparent ipsæ magnitudines a b, & g d. Remanēte enim præmissa dispositione in eadem substrata superficie transmutetur centrum oculi extra lineam e z: & fiat in puncto i: & ducatur linea i e ad medium punctum lineæ b d: & ducantur lineę i a, i b, i g, i d: eritq; per 24 p 1 linea i b maior quā linea i d: ideo quòd angulus b e i est maior angulo d e i, æquis inter se lateribus contento: abscindatur ergo à linea i b æqualis lineæ i d per 3 p 1: sitq; linea b t æqualis lineæ i d, & ducatur linea a t. Quia itaq; per definitionem lineæ super superficiem erectæ anguli i b a & i d g sunt ęquales, quia recti: erit ergo per 4 p 1 angulus b t a æqualis angulo g i d: sed angulus b t a per 16 p 1 est maior angulo b i a, quia est extrinsecus trigono a t i: angulus ergo g i d maior est angulo b i a: ergo per 20 huius uisu existente in puncto i, maior apparet linea d g quàm linea a b: & eodē modo de quolibet puncto extra lineā z e dato est demonstrandum. Variantur autem magnitudines in uisu secūdum approximationem uel elongationem ab altero uisibilium. Patet ergo propositum.



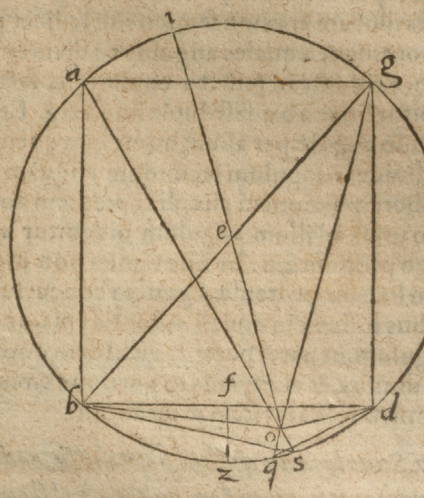
124. *Sunt loca, in quibus centro uisus posito, in eadem superficie æqualia latera rectanguli quandoque æqualia, quandoq; inæqualia uidentur.*

Sit rectangulū a b g d, cuius duo latera a b & g d sint æqualia. Dico quòd sunt loca, in quibus cētro uisus posito, illa duo latera uidebūtur æqualia. Circumscribatur enim illi rectangulo per 40 th. 1 huius, & per 9 p 3 circulus, in cuius alterius arcuum (qui sunt b d & a g) quocunq; puncto ponatur cētrum uisus: sit autē, exempli caussa, positus in pūcto medio arcus b d, qui sit o: & copulentur lineæ, quæ o a, o g, o b, o d. Quia itaq; latera a b & d g sunt æqualia: erunt per 28 p 3 arcus a b, & d g æquales: ergo per 27 p 3 erūt anguli a o b & g o d æquales: ergo per 20 huius latera a b & d g uidentur æqualia uisu existente in puncto o. Similiter quoq; demonstrandū est de quolibet puncto amborum arcuum b d, & a g: semper enim centro uisus in quorumcunq; illorū punctorū existente, uidētur a b & g d magnitudines æquales. Similiter quoq; si linea b d diuidatur per æqualia in puncto f per 10 p 1: & in puncto f ponatur centrū uisus: tunc item per 4 p 1 & 20 huius lineæ a b & g d uidebuntur æquales. Et si à pūcto f ducatur per 11 p 1 linea perpendicularis super lineam b d, quę sit f z, secans peripheriam circuli in puncto o: tunc adhuc secundum præmissa, in quocūq; pūcto lineæ f z ponatur centrū uisus, semper per 4 p 1 & 20 huius dictę lineæ a b & g d apparebunt ęquales. Quòd si centrū oculi sit extra circulū a b g d, ut in pūcto e, quod sit, exēpli caussa, propinquius lineæ d g, quā ipsi b a: dico quòd uidebitur lineā a b maior quàm linea g d. Protrahantur enim lineæ e a, e g, e b, e d: secetq; linea e a peripheriā circuli in pūcto t, & linea e g in puncto r: & copulentur lineæ b t & d r. Et quoniā, ut suprà patuit, lineæ a b & g d sunt æquales ex hypothesi: ergo per 28 p 3 erit arcus a b æqualis arcui g d: erūt ergo per 27 p 3 anguli a t b & g r d æquales propter duorum arcuū æqualitatē: ergo per 13 p 1 anguli b t e & d r e sunt æquales. Quia uerò arcus b t est maior arcu d r, propter maiorē propinquitatē puncti e ad lineā d g: erit ergo per 29 p 3 latus b t maius latere r d: linea uerò e t est minor quàm linea r e: quod patet ex 17 p 6 & 36 p 3 protracta prius à pūcto e per 17 p 3 linea e q circulū contingente in pūcto q. Tunc ergo, cū linea a e sit maior quàm linea e g ex hypothesi: patet etiā per 8 & 10 p 5 lineam e r esse maiorē linea e t. Quia ergo linea b t est maior quàm linea r d, & linea e t est minor quàm linea e r: fiat per 3 th. 1 huius, ut quæ est proportio lineæ b t ad lineam t e, eadē sit lineæ r d ad aliquā lineam quartam: quæ necessariò, ut patet ex præmissis, erit minor quā linea r e. Abscindatur ergo p 3 p 1 æqualis illi à linea r e, quę sit r p: copuletur quoq; linea p d. Ergo per 6 p 6 trigona b t e & r d p æquiangula erūt,



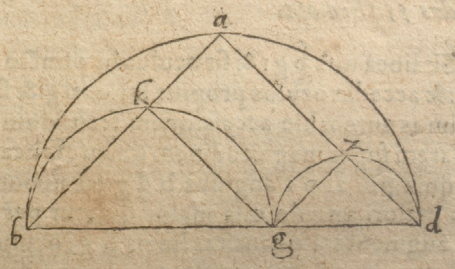
eritq;

eritq; angulus r p d æqualis angulo b e t: sed per 16 p 1 angulus r p d maior est angulo p e d: angulus ergo a e b est maior angulo g e d: ergo per 20 huius uidebitur linea a b maior quàm linea g d. Si autem centrum oculi consistat intra circulum: tunc immutetur figura, sitq;, ut prius, circulus a b d g d circumscriptus rectangulo a b g d, cuius latus b d diuidatur per æqualia in puncto f: & ducatur à puncto f ad peripheriam circuli perpendicularis super lineam b d: quę sit z f: consistatq; centrum uisus intra portionem z f d, ut in puncto o: dico quòd linea g d apparebit maior quàm linea a b. Sit enim centrum illius circuli punctũ e: ducanturq; lineæ o a, o b, o g, o d: producaturq; linea a o usq; in punctum circumferentiæ, quod sit s, & linea g o usq; in punctum q, & linea e o usq; in punctum i: & copulentur lineæ q d & g b. Cum itaq; linea a s sit maior quàm linea g q per 7 p 3: propter hoc quòd punctus o, in quo est centrum uisus, datus est in portione z f d propinquior lineæ d g quàm lineæ a b, & propinquior puncto g q̄ puncto a: linea quoq; a s est propinquior centro e quàm linea g q: est ergo portio circuli & arcus a s maior portione circuli & arcu q g: sed, ut patet ex præmissis, arcus a b æqualis est arcui g d per 28 p 3 & ex hypothesi: ablatis ergo hinc & inde arcubus æqualibus, remanebit arcus b s maior arcu q d: ergo per 29 p 3 erit chorda b s maior quàm chorda q d: sed per 7 p 3 linea o s est minor quàm linea o q, cum linea o s sit propinquior diametro e i quàm linea o q, ut patet ex præmissis. Quoniam ergo anguli b s a & g q d per 27 p 3 sunt æquales, quoniam cadunt in arcus æquales: in trigonis quoq; b o s & d o q latus b s est maius latere q d, & latus q o maius latere s o, ut patet ex præmissis: & hæc latera hinc & inde continent angulos æquales: tunc per modum, quo in præmissis superius usi sumus, patet quòd angulus b o s maior est angulo q o d: ergo per 13 p 1 angulus b o a est minor angulo g o d: ergo per 20 huius uidebitur linea g d maior quàm linea a b, centro oculi existente in puncto o. Quod est propositum. Similiter quoq; si centrum uisus fuerit in portione z f b, uidebitur linea a b maior quàm linea d g. Hæc ergo latera rectanguli quandoq; uidentur æqualia, quandoq; inæqualia in diuersis locis centro uisus posito. Quod est propositum.



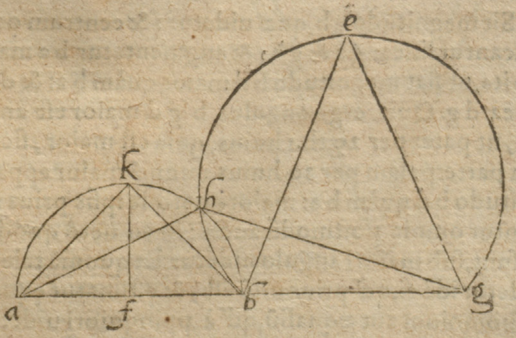
125. Sunt loca, in quibus oculo posito, inæquales magnitudines in idem compositæ, æquales utriq; inæqualium apparent. Euclides 50 th. opt.

Sit duarum magnitudinum datarum b g maior, & d g minor: & circa utranq; semicirculus describatur, ut circa lineam d g semicirculus d z g, & circa lineam b g semicirculus g k b: & tertius semicirculus describatur circa totam lineam d b, qui sit d a b. Ductis itaq; lineis d a & b a, palàm quia productæ lineę secant minores semicirculos: secet ergo linea a b semicirculum g k b in puncto k, & linea d a semicirculum d z g in puncto z: & ducatur lineæ z g & k g. Palàm itaq; per 31 p 3, quoniam anguli d z g & g k b & d a b omnes sunt æquales: quia recti. Oculi itaq; centro secundum puncta k, a, z transmutato, uidebitur linea b g æqualis lineæ g d, & linea d b æqualis alteri datarum, & linea d g æqualis ambabus lineis d g & b g. Et idem accidit centro oculi secundum quæcunq; puncta formarum semicirculorũ transmutato. Patet ergo propositũ.



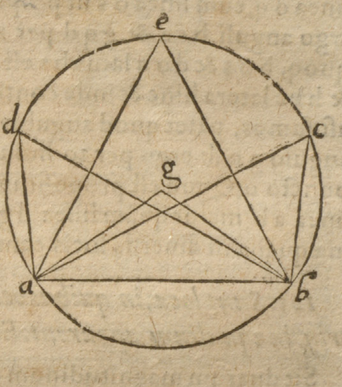
126. Poßibile est inueniri loca, à quibus æqualis magnitudo apparet medietas, uel quartá pars: & uniuersaliter in ea proportione, secundum quam propositus angulus diuidetur. Euclides 51 theo. opt.

Sint duæ magnitudines a b & g b æquales: & circa a b describatur semicirculus, qui sit a k b: qui per 30 p 3 diuidatur per æqualia in pũcto k, ductis lineis a k & b k: paláq; p 31 p 3 quoniá angulus a k b est rectus: diuidaturq; angulus a k b per æqualiá per 9 p 1 ducta linea k f: quę per 33 p 6 necessariò erit perpendicularis super diametrũ a b, & incidet centro semicirculi: ideò quia arcus semicirculi diuisus est per ęqualia in puncto k: & per 33 p 3 supra lineam b g describatur portio circuli capiens angulũ æqualé angulo a k f. Et quoniá angulus a k f est acutus, angulus enim a k b, q est rectus, est du-



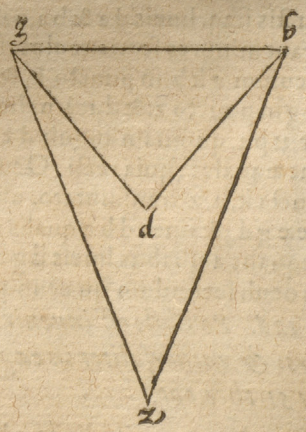
plus angulo a k f: erit ergo illa descripta portio maior semicirculo per 31 p 3, quæ sit b e g: eritq; angulus a k b duplus angulo b e g: cadatq; punctus e in medio arcus b e g. Quia itaq; lineæ a b & b g uidentur directè uisui oppositæ, cum uisus centrum est in punctis k & e: uidebitur ergo per 20 huius linea b a in puncto k dupla lineæ b g uisæ in puncto e. Et quoniam omnes anguli in una portione circuli super arcum consistentes sunt æquales per 21 p 3, palàm quòd accidit similiter super omnia puncta illorum arcuum semicirculi scilicet præmissi, qui a k b, & portionis b e g, à quibus ductæ lineæ continent æquales angulos cū diametro, ita ut obliquitas uisionis hincinde sit semper eadē. Visu itaq; existente in puncto communis sectionis ipsarum, qui sit punctus h: tunc eodem intuitu uidebitur linea a b quasi dupla lineæ b g. Et eodem modo diuersificatur rerum æqualium apparentia, diuiso angulo per alium numerum quemcunq;. Generale enim est hoc, data magnitudine & angulo diuidere angulum secundum aliquam proportionē per 27 th. 1 huius, & circa magnitudinem describere portionem circuli capientem angulum alicui diuidentium æqualem: & semper posito centro uisus ad illum angulum uidebitur apparentia magnitudinis uariari secundum illum. Hoc est ergo propositum. In hoc tamen non modicum effectum habet longitudo distantiæ secundum rectam lineam protensæ à puncto concursus linearum illum angulum continentium: quoniam in omnibus uisis ex inæquali distantia, maior est proportio distantię maioris ad minorē, quàm anguli ad angulum, ut patet per 11 huius. Idem quoq; accidit, si angulus a k b secundum aliam proportionē fuerit diuisus, & ei æqualis in portione circuli super lineam b g constituatur angulus: & eadem est demonstratio. Patet itaq; propositum.

127. Sunt loca, in quibus posito uisu, eadē magnitudo quandoq; totius suæ quantitatis, quandoq; medietatis, quandoq; quartæ, uel secundum datam proportionem uidetur.



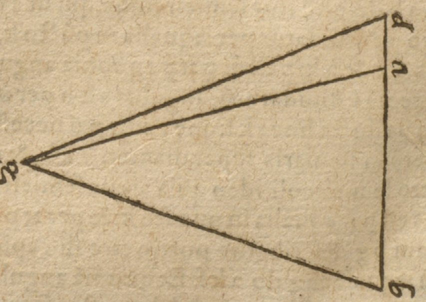
Esto a b magnitudo uisa: dico quòd ipsa (transmutato centro uisus ad diuersa puncta) quandoque apparet suæ propriæ quantitatis, quandoq; in alia quacunq; proportione. Describatur enim circa lineam a b circulus a e b, ita quòd linea a b non sit diameter illius circuli: quod potest fieri sumpta pro diametro circuli aliqua linea maiore quàm sit linea a b. Sit itaque centrum illius circuli punctum g: & ducantur lineæ a g, b g, a e, b e. Palàm ergo per 20 p 3 quoniam angulus a g b duplus est angulo a e b. Oculi itaque centro existente in centro circuli g, linea a b apparebit duplo maior quàm appareat centro oculi existente in arcu a e b per 20 huius: quoniam omnes anguli contenti sub lineis ab istis punctis ad puncta a, b ductis sunt æquales per 21 p 3: & cuilibet illorum duplus est angulus, qui ad centrum g, per 20 p 3. Patet ergo propositum.

128. Oculo, ei, quod uidetur, propius accedente: uidebitur rei uisæ quantitas augmentari. Euclides 55. theo. opt.



Sit linea uisa b g: & sit oculus in puncto z: ducanturq; lineæ z b & z g: & accedat oculus propius lineæ b g: & sit super d punctum: intelligimus autem hic accessionem secundum lineam rectam perpendicularem super magnitudinem uisam. Ducantur ergo lineæ b d & g d. Et quia per 21 p 1 angulus b d g est maior angulo b z g: res autem sub maiori angulo uisa maior uidetur per 20 huius. Videbitur ergo augmentata quantitas lineæ b g, oculo super d existente, respectu eius, quod fuit, existente centro uisus in puncto z. Et hoc est propositum.

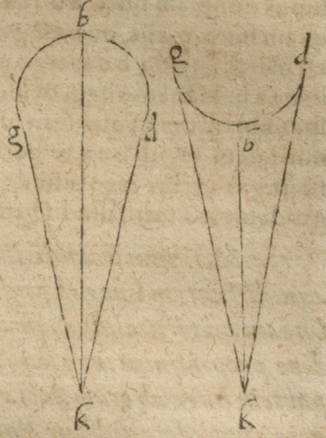
129. Augmentatæ magnitudines uidebuntur oculo appropinquare. Euclides 58 th. opt.



Sit magnitudo a b, quæ uidetur: & centrum oculi sit in puncto g: & ducantur lineæ g a & g b: & augmentetur b a magnitudo ita, ut fiat magnitudo b d maior quàm b a: & ducatur linea d g. Quia ergo angulus b g d maior est angulo b g a, ut patet per 29 th. 1 huius, quia est maior, sicut totū sua parte: palàm per 20 huius quoniā maior apparet magnitudo b d quàm b a: maiora uerò se ipsis prius uisis uidentur omnia postmodū aucta: in eo uerò quòd maiora sunt, sub maiori angulo uidetur. Et quoniā tale uisum uidetur idē ei, qđ prius uisū est, & ęstimatur ęquale sibi ipsi: omnium aūt æqualiū, qđ à ꝓpinquiori uidetur, sub maiori angulo uidetur, ut patet per 7 huius: uirtus ergo

istinctiua animæ sentiens angulum, sub quo fit uisio, augmentari, & æstimans rem eandem, iudicat e illam à propinquiori uidere. Omnes ergo auctæ magnitudines uidentur oculo appropinquare. Et hoc est propositum.

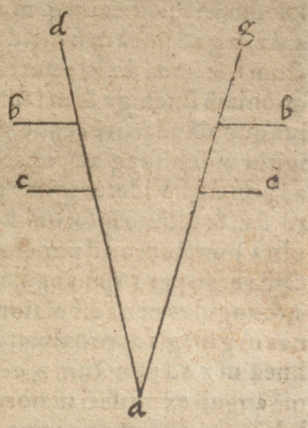
130. Omnes magnitudines in eadem superficie iacentes, extremis suis non in directo suo medio existentibus, totalem suam figuram quandoq; concauã, quandoq; uerò faciunt conuexam. Euclides 59. theo. opticorum.



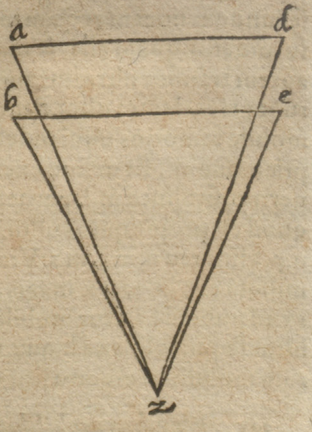
Verbi gratia uideatur magnitudo g b d iacens in aliqua superficie: & eius punctum medium, quod est b, non sit in directo suorum extremorum, sed extra illa: sitq; oculus in puncto k: & ducantur lineæ k g & k b & k d. Videbitur itaq; tota figura g b d concaua, si eius medius punctus sit remotior à uisu. Accedat uerò medius punctus rei uisæ, quod est b, ad uisum: & fiat propinquior oculo: dico quòd uidebitur tota magnitudo conuexa: uidet enim uisus simul puncta media & extrema, quorum formæ secundum ipsorum situm & distantiam describuntur in superficie uisus: & accidit uisui passio, quæ accidit ex superficiebus concauis & conuexis. Apparent ergo illa concaua & conuexa secundum diuersitatem situs sui puncti medij. Et hoc est propositum.

131. Omnium mobilium æqueuelocium secundum eandem lineã motorũ, ultra punctum cõiunctionis axium uisualium proximum uisui existentium, remotiora uidentur tardius moueri.

Sint duo mobilia b & c, quæ moueantur æqueuelociter: & sit centrum uisus a: & sit, ut mobilia b & c sint super lineam a g: & sit b remotius à uisu quàm c. Quia ergo linea a b est maior quàm linea a c: palàm per 7 huius quoniam secundũ lineam a b sub minori angulo fit uisio quàm secundum lineam a c. Visio ergo, quæ fit in puncto b, minus erit certa, quàm quæ fit in puncto c: & similiter per eandem 7 huius sub minori angulo uidetur spatium, quod in aliquo tempore pertransit mobile b, quàm illud spatium, quod in eodem tempore pertransit mobile c. Motus ergo mobilis b non comprehenditur tam perfectè, ut motus mobilis c: uidebitur ergo b tardius moueri, quia sub minore angulo uidetur mobile b, quàm mobile c. Et similiter spatium, quod pertransit mobile b, sub minori angulo uidebitur quàm spatium, per quod in eodem tempore transit mobile c. Minus ergo uidebitur spatium, per quod motum est mobile b, spatio, quod pertransit mobile c per 20 huius. Et si hæc mobilia ambo sint in linea obliqua ad uisum extra axem, ut linea a d: tunc ambo minus uidebuntur moueri suis ueris motibus: minus autem adhuc uidebitur moueri b, quod est remotius à uisu, quàm ipsum c. Quòd si ambobus ipsis existentibus in uno axe uisuali, & aliquod ipsorum fuerit intra concursum axium propinquissimum uisui, illud propinquius penitus obliquè uidebitur, ut per multas præcedentium patuit: unde æstimabitur tardius moueri, licet ipsum sit propinquius uisui. Patet ergo propositum.



132. Omnium mobilium æqueuelocium super lineas æquidistantes non proximas uisui motorum, remotiora uidentur tardius moueri. Euclides 56 theo. opt.

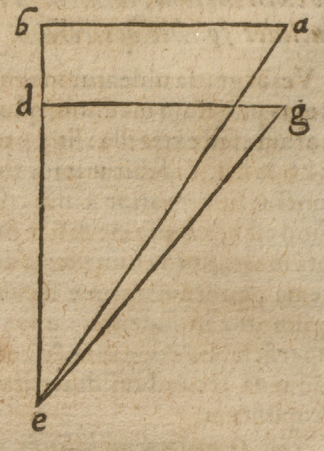


Sint duo mobilia a & b æqueuelociter mota super duas lineas æquidistantes & æquales, quæ sint a d & b e, quarum remotior à uisu sit a d: sitq; centrum uisus punctum z: à quo ducantur lineæ z a, z b, z d, z e. Dico quòd mobile a, quod est uisui remotius, uidebitur fieri tardius quàm mobile b, quod est propinquius: quia per 7 & 20 huius linea a d uidebitur minor quàm linea b c, cum tamen sint æquales. Mobile ergo a, quod in æquali tempore æquales partes lineæ a d abscindit, uidetur tardius moueri quàm mobile b, quod in eodem tempore proportionaliter diuisioni lineæ a d, maiores partes lineæ b e abscindere uidetur, quamuis, ut patet ex hypothesi, illæ partes hinc & inde sint æquales. Apparet ergo uelocius moueri mobile b, quàm mobile a remotius uisui. Quando enim mobile b peruenit ad punctum e: tunc mobile a peruenit ad punctum d, qui uidetur esse retro punctum e: & ita uidetur mobile a præposteratum mobili b: quia linea b e uidetur maior

maior quàm linea a d. Mobile ergo a ęstimatur tardius moueri quàm mobile b. Quod est propositũ.

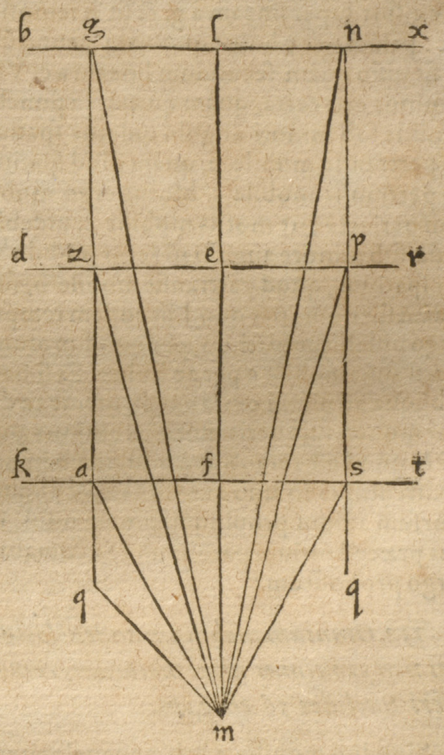
133. Oculo fixo existente, & axe uisuali æqualiter transmutato, remotiora uisorum æqualiter distantium à priori situ axis, posteriora ri uidentur. Euclides 57. theo. opt.

Sint duo uisibilia a & g existentia in duabus lineis æqualibus, quę sint a b & g d: sitq; centrum uisus e: & sit, ut axis uisualis transeat ex puncto d ad punctum b: erit ergo punctum b remotius à uisu, quàm sit punctum d. Palàm itaq; per 7 huius quoniam linea a b remotior à uisu sub minori angulo uidetur, quàm sua æqualis, quæ est g d, propinquior uisui. Angulus ergo d e g est maior angulo b e a: ergo p 20 huius linea g d uidetur maior quàm linea a b. Manente itaq; oculo fixo in pũcto e, & axe uisuali moto per spatium totum, in quo sunt uisibilia a & g, pertransit axis propter minoritatem anguli b e a, respectu anguli d e g, citius uisibile a, quàm uisibile g. Videtur ergo uisibile a fieri posterius uisibili g: quoniam uiso g uidebitur a retro illud. Quod est propositum.



134. Mobilium secundũ lineam, cui perpendiculariter insistunt, æquidistantem lineæ ab oculo ductæ, æqualiter ad ductam ab oculo lineam motorum: illud, quod remotius à centro uisus est, antecedere, propinquius uerò sequi uidetur: transitu uerò facto ad aliam partem lineæ ab oculo ductæ, remotius quidẽ subsequi, propinquius uerò antecedere uidetur. Euclides 52 th. opt.

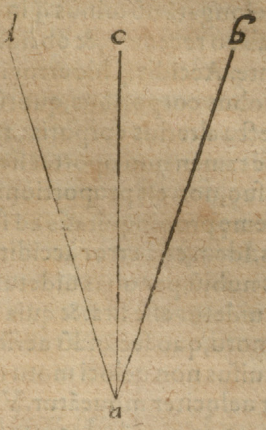
Sint æquali uelocitate mota tria mobilia, scilicet b g, d z, k a super lineam, quæ sit g a, cui orthogonaliter insistant secundũ puncta g, z, a: sitq; mobile b g remotius à centro uisus, quod sit punctũ m: & sit mobile a k uisui ꝓpinquius: ducaturq; à uisu à puncto scilicet m per 31 p 1 linea parallela lineę g a, quæ sit m l: & ducantur lineæ m g, m z, m a: producanturq; lineæ k a, d z, b g ad lineã m l: incidatq; linea k a lineæ m l in punctum f, & linea d z in punctũ e, & linea b g in punctũ l. Et quoniam lineæ g a & m l sunt parallelæ: palàm per 21 huius quoniã ad partẽ l concurrere uidentur: propinquior igitur uidebitur g ad punctũ l, quàm z ad punctũ e, uel a ad punctũ f. Videtur igitur præcedens b g, subsequẽs uerò d z, & ultimũ ipsorum k a. Protrahatur itaq; linea g a ultra punctum a ad punctum q, & copuletur linea q m. Quia ergo per 16 p 1 angulus m a q est maior angulo m z a, & angulus m z a est maior angulo m g z, palàm quòd linea m g magis approximare uidetur ad punctũ g, quàm linea m z ad punctum z, uel linea m a ad punctũ a: quoniã anguli extrinseci maiores sunt intrinsecis. Itaq; mobile b g, quod est remotius, uidebitur præcedere mobilia d z & k a (accedentibus secundum lineam rectã, quę est g a, ad lineam m l æqueuelociter ipsis mobilibus k a, d z, b g) mobile uerò k a, quod est postremum, uidetur subsequi: quia magis uidetur à linea m l elongari. Et hoc durabit, quousq; linea g a superponatur lineæ m l: tunc secundum lineam rectam m l mobile k a propinquius uisui uidetur quàm alia, & maius per 7 & 20 huius. Facto autem transitu ultra lineam m l, ita ut mobilia, quæ fuerunt prius dextra uisui, fiant sinistra, uel econtrariò: tunc mobile remotius uisui uidebitur sequi, & propinquius præcedere propter eandem caussam, quam præmisimus. Et ut hoc exemplariter pateat, sit ut mobile b g, quod est remotius à centro uisus m, pertransita linea m l, perueniat ad locum lineæ n x, & mobile d z ad locum lineæ p r, & mobile k a, quod est propinquius uisui, perueniat ad locum lineæ s t. Ducantur quoq; à centro uisus ad puncta n, p, s lineę m n, m p, m s. Videbitur ergo mobile n x subsequi duo alia mobilia, ideo, quòd, sicut præmissum est, linea n x magis approximat ad punctum l, quàm linea p r ad punctum e, uel quàm linea s t ad punctũ f. Igitur mobile b g, quod fuerat prius præcedens, cum peruenerit ad lineam n x, uidebitur sequi: & linea a k, quæ fuerat prius subsequẽs, super lineam s t uidebitur præcedere. Et sic istorum mobilium mutato situ, motus uidebitur diuersus. Quod est propositum.



135. Pluribus mobilibus non æquè520 uelociter ad eandem partem motis, ad quam mouetur & uisus, æqueuelocia uisui, quiescere: tardiora uerò cõtrà moueri: & celeriora antecedere uidebuntur. Euclides 53 th. opt.

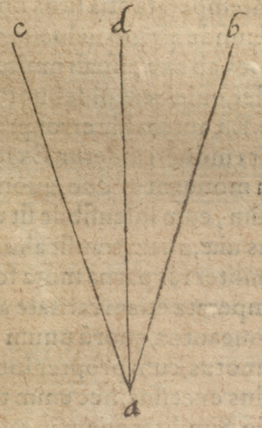
Sint

Sint tria mobilia b,c,d: & sit centrum oculi punctũ a: sit autem inter hæc mobilia, b tardissimum, & c æqueuelox uisui, d uerò sit uelocius quàm c: & omnia moueantur ad eandem partem uniuersi: à centro quoq; uisus a ducantur lineæ a b, a c, a d. Cum itaq; motus fuerit oculus a: tunc mobile c, quod est æqueuelox oculo, æqualiter motum est cum oculo: non ergo mutat situm respectu oculi: ergo per 112 huius ipsum quiescere uidebitur. Mobile uerò b, quia est tardissimum, patet quòd mo to uisu ipsum est pertransitum per motum ueolociorẽ ipsius uisus: & quia mobile c uidetur quiescere, & mobile b semper magis & magis remouetur à mobili c, propter excessum uelocitatis mobilis c super mobile b: uidetur ergo mobile b ad partem contrariam moueri. Mobile uerò d, quia uelocissimum est, præcedit mobile c, & ipsum uisum: & semper fit plus distans à uisu. Videtur ergo præcedere. Patet itaq; propositum.



136. Si aliquibus mobilibus æqueuelociter motis uisis apparet aliquid immotum: illud uidebitur ad partem contrariam alijs mobilibus moueri. Euclides 54 theo. opt.

Sint enim duo mobilia b & d, quę moueantur æqueuelociter ad unam partem quamcunq;: & sit c aliquid non motum: sitq; centrum uisus a: & ducantur à centro uisus lineæ a b, a c, a d. Quia itaq; mobile b mouetur ad aliquem terminum: palàm quoniam ipsum fit propinquius ad illum quàm corpus c, quod non mouetur: sed & mobile d æqueuelociter motum est mobili b: uidentur ergo mobilia b & d nõ mutare situm adinuicem: corpus uerò c mutat situm respectu illorum amborum mobilium: uidetur ergo c ad partem illis contrariam moueri, quod patet p 110 huius. Et hoc est ꝓpositũ. Et ex hoc apparet, quare motis ueloci ter nubibus luna uisa uidetur ad partem contrariam moueri. Quia enim partes nubium æqueueloci ter mouentur, ut b & d: lunæ uerò motus proprius à uisu propter remotionẽ in paruo tempore non percipitur, ideo uidetur luna, ut mobile c, ad partem contriam moueri.



137. Puncta signata in re circulariter mota, uidentur circuli: & lineæ superficies rotundæ.

Cum enim talia mobilia sic signata mouentur circulariter, quodlibet suorum punctorum motu suo describit circulum: quoniá quodlibet punctum non figitur in eodem loco tempore sensibili, sed in paruo tempore circumgyrat totam circumferentiam, super quam uoluitur: peruenit ergo tunc forma puncti signati in superficiem uisus per modum circumferentiæ circuli. Quoniam enim motus circularis est totus unus, non diuidens tempus: non potest uisus comprehendere formam puncti signati nisi secundum circumferentiam circuli: in minimo enim tempore comprehendit colorem illius puncti circumgyratũ: & si plura sunt puncta secundũ ordinem unius sub altero signata, plures uidebuntur circuli subalternatim & ordinatè cõtenti. Et hic est ludus puerorum in trochis super planas superficies circulariter exagitatis: quoniá quando trochus fuerit circumgyratus motu forti, & aspexerit quis ipsum, si unus est punctus in ipso signatus, uidebitur circulus: & si plura sunt pũcta ab inuicẽ distátia, uidebuntur plures circuli ęquidistantes, & circa idẽ centrum: & uidebit uisus differentiá colorum cuiuslibet illorũ circulorũ. Et si plura puncta diuersorũ colorũ sibi ad inuicẽ approximantur, cõprehẽdet uisus oẽs illorum punctorũ colores quasi unũ colorẽ, diuersum ab omnibus coloribus, qui sunt in illis punctis, quasi sit color cõpositus ex omnibus coloribus illorũ punctorũ, & nõ cõprehendet lineationẽ neq; diuersitatẽ colorũ. Et si motus fuerit ualde fortis, cõprehendet uisus illud corpus motũ, quasi quiescẽs & circulariter figuratũ: ideo quòd nullũ illius corporis pũctũ figitur in loco tẽpore sensibili, sed in minimo tẽpore gyratur tota circũferentia, sup quá reuoluitur. Et similiter mota linea uidebitur secũdũ lineę lõgitudinẽ latitudo cuiusdam supficiei rotundę descripta in superficie ipsius uisus: & si linea illa fuerit colorata: tunc propter motus uelocitatẽ, motus facit totá superficiẽ rotundá apparere coloratám. Et hoc est propositum.

138. In motus & quietis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 28.39.49.55.60.65.67.70 n 3.

Ex intemperata enim luce accidit error in uisione motus & quietis. Si enim de nocte cõprehenderit uisus hominẽ ante aliquod nemus, fortè occultabitur ei distantia hominis ad nemus. Si itaq; uidens moueatur uersus hominẽ uisum, quantò magis ad illũ accesserit, tantò distantiá illam certius uidebit: unde cum prius simul unà cũ nemore appareret ei homo uisus, & quantò ad eum plus accedit, tantò plus uidetur à nemore remotus: & certũ est ei nemus immotũ remanere: æstimabit ergo hominẽ ad partem contrariá nemoris incedere, licet ueritas sit ipsum hominem uisum immotum & quietũ esse. Et etiá si homo de nocte uisus non plenè cõprehenditur, qui modicũ moueatur, nõ discernetur motus eius, & uidebitur quiescens: hi aũt errores non acciderent in temperata luce.

Exin-

Ex intemperata etiam remotione error accidit in uisione motus & quietis. Si quis enim ad partē, in qua lunam aut solem aut stellā aliquā uiderit, moueatur, cum post plurimū motum lunā ante se uiderit elongatā nō minus q̃ in principio sui motus, æstimat ipsam lunā ad eandem partē secum moueri, & ab eo recedere, & ob hoc elongatiões durare: & euenit hoc etiā in luna ad partē contrariā properante. Acciditq; hic error ideo, quia notū est homini quòd in his naturis inferioribus existentibus duobus corporibus, quorū unum moueatur in partem aliquā, si tunc permanserit identitas situs respectu alterius corporis, tunc necesse est etiā aliud corpus in eandē partē æquali motu fuisse motū: hoc tamen non oportet sic æstimari in luna uel stellis, quoniā magnitudo uiæ, quā peragit quis motu suo, non est proportionalis magnitudini corporis lunæ uel alterius stellæ: ergo neq; excessus postremę propinquitatis ad stellam super primā propinquitatē est sensibilis, respectu totalis remotionis. Idem etiā error accidit in motu nubium: creditur enim uelocissimus esse motus lunæ, quia partes nubiū, per quas uidetur luna, subitò mutantur, & luna nunc cū his partibus nubiū, nunc cum illis uidetur esse sita: & quia luna est corpus luminosum uisibilius quàm nubes, æstimatur luna moueri motu, quo secundū ueritatē nō mouetur. Similiter etiā accidit error in quiete: aliquis enim à longè uisus non ueloci motu motus, quiescere uidetur: & propter hoc planetas credimus immotos, licet ueloçiter moueātur. Vię enim, quas incedunt in tēpore paruo, nō sunt perceptibiles uisui à tāta remotione: unde durante situ ipsorum, respectu uidentis identitate quiescere putātur. Similiter etiam accidit hic error, si in eadem linea uisuali uel axe corpus aliquod uisum uel à uisu moueatur. Tunc enim nisi motus eius fuerit ualde fortis, putabitur immotū: quia non percipitur an partes uel ipsum totū se aliter habeat nūc q̃ prius: uia enim, qua incedit, est imperceptibilis à tanta remotione. Ex intemperata etiā situs oppositionis obliquitate accidit error uirtuti distinctiuę in pręmissorū uisione: unde aliquo uelociter nauigāte in flumine, & obliquè inspiciēte arbores in ripa fluminis: tūc arbores ab axe uisuali multum elongatas æstimabit moueri, illæ uerò arbores, quibus axis uisualis incidet, quiescere uidebuntur. Similiter rota aliqua mota, ut molendini obliquè uisa uidetur quiescere. Est autem hic error propter solam obliquationem situs rei ad uisum, quoniā talis rota directè intuita moueri uidetur. Ex intemperata etiā magnitudine accidit error in uisione præmissorum. Si enim moueantur duo, quorum unum sit paululū uelocius alio, putabit uidens esse æqualem ipsorū motum, cum insensibile sit uisui unius motus super alium excrementum, & similiter quantitas excessus uiæ, quam transit alius, imperceptibilis est uisui: unde iudicatur æqualitas motuū & uiarum: & similiter res parua mota fortè æstimabitur non moueri, etiam si distantia à uisu fuerit tēperata. Ex intemperata etiam raritate accidit error in præmisis. Si enim in aere nubiloso obscuro duo corpora moueantur, quorū unum alio paululum uelocius moueatur: iudicabuntur forsitan æquales ipsorum motus, cum propter intemperiem diaphanitatis aeris discerni nō posit motus unius ad motū alterius excessus: nec enim tunc percipitur à uisu excessus uiæ pertransitæ ab uno, à uia pertransitæ ab alio. Similiter etiam in tali aere à longitudine media, non tamen parua, si quis uideat aquā fluentem, aut iudicabit eam immotā, aut si fuerit fortis eius fluxus, æstimabitur minus mota quàm moueatur. Ex intemperata etiam temporis dispositione fit maximus error in uisione motus & quietis, quæ per se tempore mensurātur. Cum enim duorū mobilium unū paulò uelocius alio moueb itur: tunc motus in tēpore modico cōprehensi æquales iudicabuntur: quia nō est tam subitò cōprehensibilis ipsorū excessus: & si aliquid tardè moueatur, hoc in tēpore modico inspectū nō uidebitur moueri: quoniā uia, per quā mouetur in modico tēpore, est imperceptibilis uisui propter sui paruitatē: sed & uelocissimè motum circulariter & in eodem loco manens, ut trochus, non æstimatur moueri: locus enim trochi non mutatur, & partes uelocissimè redeunt ad priorem situm. Ex intemperantia etiam dispositionis uisus accidit error uisioni præmissorum. Cum enim quis sæpius in circuitu fuerit reuolutus, & pòst quiescit: tunc putat quòd uicini parietes moueantur: ideo quia spiritus uisibiles interius moti discurrunt ex motu corporis ipsius facto, nec statim quiescente corpore exteriori spiritus intrinsecus moti quiescunt, eò quòd leuiores corpore grosso, sunt illo mobiliores, & minor uirtus animæ mouet illos, illi autem moti formas motas uirtuti distinctiuæ repręsentant: uidentur ergo omnia moueri, quorum formæ motis spiritibus uirtuti animæ offeruntur etiam post quietem ipsius uidentis. Et huius simile est etiam in alijs motis: trochus enim diu post quietem manus motricis mouetur, & non quiescit, quousq; uirtus influxa sibi desinit mouere. Est etiam quædam corporis & oculorum infirmitas, in qua uidentur omnia circumuolui. Si etiam corpus similium partiū uoluatur tardè, ut accidit in quibusdam rotis horologiorū: tunc uisus debilis non percipiet motū eius, neq; etiam sanus uisus percipiet motum parui temporis. Si uerò sit corpus dissimilium partium, ut in rotis molendini: tunc fortè etiam uisus debilis comprehendet motū, nisi ualde festina fuerit rotæ reuolutio: quia propter uelocitatem motus fortè dissimilitudo partium rotæ non poterit comprehendi. Patet itaq; illud, quod proponebatur.

139. *Asperitas comprehenditur à uisu ex cōprehensione lucis superficiei corporis asperi incidentis, per quā comprehenditur diuersitas situū partium superficiei corporis. Alhazen 53 n 2.*

Cum asperitas sit diuersitas situs partiū superficiei corporis, palàm per 11 th. 2 huius, quòd partes præeminentes umbram faciunt, quando lux inciderit superficiei illius corporis: partes ergo præeminentes erunt manifestæ luci & discoopertæ, & in partes profundas perueniūt umbræ, permiscentes lucem illis partibus incidentem. Diuersificabitur ergo forma lucis in superficie illius corporis, quod

quod non accidit in superficie plana: eius enim partes sunt consimilis situs, & fit forma lucis in omnibus suis partibus consimilis. Visus itaq; cognoscit formam lucis in superficiebus asperis & planis diuersam, propter frequentationem uisionis superficierum asperarum & planarum: & secundum hoc dijudicat asperitatem superficierum uel planitiem in corporibus asperis quibuscũq;. Sed si superficiei asperæ partes fuerint ualde præeminentes, potest etiam uisus comprehendere præeminentiam illarum partium ex comprehensione distantiæ, quę est inter partes: & sic ex comprehensione diuersitatis situs partium superficiei corporis asperi comprehendet etiam asperitatem illius: & erit etiam lux in illa asperitate maximę diuersitatis, quoniam maioribus umbris distinctè permiscetur, & ex diuersitate formæ lucis uidebitur distantia partium, & diuersitas situs earum: & ex hoc uidebitur corporis asperitas. Quòd si præeminentiæ partium superficiei rei uisæ fuerint paruæ ualde, non comprehendet uisus illam asperitatẽ corporis, nisi cum multa appropinquatione intuitus. Sic ergo per diuersitatem lucis superficiebus corporum asperorum incidentis, & ex cõsequenti per comprehensionem diuersitatis situum partium superficiei corporis, asperitas comprehenditur à uisu. Patet ergo propositum.

140. Lenitas siue planities comprehenditur à uisu comprehensione lucis superficiei lenis corporis incidentis, tum etiam per suarum partium omnimodam æqualitatem. Alhazen 54 n 2.

Quia enim lenitas est æqualitas situs partium superficiei, patet quòd partes corporis lenis sunt consimilis situs: lux ergo illis corporibus incidens fit consimilis & nullis umbris permixta: unde etiam corporis tersitudo siue politio, quæ est quædam lenitas uel planities, comprehenditur à uisu ex scintillatione lucis in superficie illius corporis, & ex situ, secundum quẽ reflectitur lux ad uisum, uel ad aliud corpus obiectum. Comprehendit etiam uisus quandoq; planitiem per intuitum diligentem, per quem comprehendit partium superficiei uisæ æqualitatem: quandoq; etiam comprehendit ipsam planitiem superposito uisu in una parte illius superficiei uisæ: & cum formæ partium extremarũ illius superficiei, quæ sunt remotiores à uisu, secundum lineas rectas perueniunt ad uisum in ipsa superficie productas: tunc uisus sic ipsius superficiei planitiem comprehendit. Patet ergo propositum.

141. In asperitatis & lenitatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 29.40.50.56.61.65.68.71 n 3.

Ex debilitate enim lucis error accidit uisioni asperitatis & lenitatis: quia de nocte uisa asperitas fortè iudicabitur lenitas aut econuerso, secundum qualitatem rei uisæ. Et etiam cum à capillis nigris lotis fit lucis reflexio, æstimantur illi capilli summè plani, cum sint secundum ueritatem asperi, eò quòd est in eis diuersitas & distantia innumerosa. Superflua etiam longitudo distantiæ errorem ingerit uisioni asperitatis & lenitatis: unde in pictis capillis uel pilis alicuius pictæ imaginis propter longitudinem distantiæ æstimatur asperitas: ideo quia sensus consueuit accipere asperitatem in capillis ueris: & idem accidit in rugis uestium depictarum, quæ propter distantiam uidentur replicatæ, cum sint in una superficie constitutæ. Similiter etiam si à magna distantia opponatur uisui corpus, in quo est modica asperitas, putabitur lenitas: quia à tali distantia non potest discerni diuersitas partium aut proiectio umbrę partium eminentium super depressas: unde iudicatur in eo lenitas. Ex intemperantia etiam situs fit error in uisione asperitatis & lenitatis. Si enim à capillis depictis alicuius pictæ imaginis fiat obliqua reflexio lucis, utpote uisu non existente in loco reflexionis, fiet comprehensio asperitatis capillorum, cum non sit nisi lenitas in illis: hoc autem non accideret uisui directè lucem reflexam excipienti: quia tunc uera lenitas appareret. Cum etiam corpus aliquod, in quo est modica asperitas, obliquatũ fuerit ab axe uisuali: tunc apparebit lene: quod si directè uisui opponeretur, sua asperitas uisui se offerret. Ex intemperantia etiam magnitudinis error accidit uisioni præmissorum: cum enim occurrerit uisui res multum parua, uidebitur fortè lenitas, ubi est asperitas, aut econuerso: non enim comprehenditur præeminentia partium aliarum super alias propter nimiam corporis paruitatem. Ex soliditatis etiam intemperantia error accidit uisioni præmissorũ. Si enim in corpore multũ raro fuerit asperitas nõ magna, putabitur fortè lenitas: & si totum fuerit lene, & trans ipsum uideatur corpus asperum aut diuersorum colorum: æstimabitur hoc corpus, quod est rarum & lene, esse asperum: & erit error in asperitate & lenitate. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni præmissorum: quia in aere nubiloso obscuro uidebitur corpus asperum esse lene, propter latentes asperitatis caussas, & uisa re polita, cum non discernitur reflexio ab ea, æstimabitur fortè aspera. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione præmissorum: cum enim subitò uidetur aliquod asperum, æstimabitur lene, & si lene uisum fuerit subitò, non poterit discerni lenitas aut asperitas: unde sub dubio fit error. Ex uisus etiam debilitate fit error in uisione præmissorũ: quia uisus debilis reputabit corpus modicè asperũ fortè lene, uel econuerso, si in formis corporis asperi & lenis fuerit dissimilitudo. Patet ergo propositum.

142. Diaphanitas cõprehenditur à uisu ex comprehensione formæ corporis ultra corpus diaphanum existentis. Alhazen 55 n 2.

Quòd diaphanitas comprehendatur modo proposito, satis patet: dicimus enim, ut in principio 2

huius præmisimus, illa corpora diaphana, quæ sunt peruia uisui ad alia corpora uidenda. Corpus itaq; diaphanum per se non uidetur, ut patet per 143 huius, nisi in ipso sit aliqua spissitudo, respectu diaphanitatis aeris interiacentis uisum, ut est crystallus & beryllus, & similia densa diaphana: sed etiam illorum diaphanitas à uisu non comprehenditur, nisi ex comprehensione formæ corporis existentis ultra illa uel in circuitu ipsorum, quorum lux uel color per media illa diaphana peruenit ad uisum. Cum ergo uisus comprehendit, quòd forma lucis uel coloris comprehensi à se est solùm corporis ultra corpus diaphanum existentis: tunc sentiet diaphanitatem corporis diaphani. Quòd si corpus diaphanum fuerit debilis diaphanitatis, utpote maioris spissitudinis quàm alia diaphana, & corpora ultra ipsum existentia fuerint debilis lucis uel coloris: tunc diaphanitas eius uix comprehenditur à uisu, nisi apponatur forti luci: tunc enim potest eius diaphanitas melius comprehendi: propter applicationem autem proximam corporum ualde spissorum talibus corporibus diaphanis, ipsorum comprehensio à uisu, quantùm ad partem applicationis, penitus impeditur, ut patet de hyaspide in auro. Patet ergo propositum.

143. *Spissitudo siue densitas comprehenditur à uisu ex priuatione diaphanitatis. Alhazen 56 n 2.*

Cum enim uisus comprehendit corpus aliquod, & non sentiet in ipso aliquam diaphanitatem, statim arguet ipsius spissitudinem: quia cum statim ad illud corpus terminatur operatio uisiua, nec aliquid penetrat per illud, nec uisus exercetur ad uidendum ultra ipsum formas aliorũ corporum: tunc iudicat uisus ipsum esse spissum siue densum & partium compactarum: & sic comprehenditur spissitudo uel densitas à uisu ex priuatione diaphanitatis. Quod proponebatur.

144. *In raritatis & soliditatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 30.41.50.56.61.65.68.71 n 3.*

Ex lucis enim debilitate, ut de nocte, uidebitur corporis multum rari minor esse raritas: quia cum trans ipsum non plena fiat comprehensio formæ corporis solidi, æstimabitur remissio raritatis uiam transitus formarum prohibere, & corpus modicè rarum etiam tunc iudicabitur solidum. Ex intemperantia etiam remotionis fit error in uisione præmissorum: cum enim circa oculum erigitur acus, aut aliquid aliud multum subtile, licet illud appareat uisui maius, quàm sit, tamen nihil occultatur ei de opposito pariete aut alio corpore: unde quia raritas non perpenditur, nisi quòd retro corpora rara alia corpora uidentur, ut patet per 142 huius: æstimabitur diaphanitas esse in acu, aut in alio corpore, cum retro ipsum totus paries uideatur, quod tamen accidit ideo, quia remotio tam modica, respectu occultationis acus est immoderata. Similiter etiam si quis à longè intueatur corpus rarum, retro quod non sit aliquod corpus coloratum aut tenebrosum, non reputabitur illud corpus rarum, sed solidum: quia retro ipsum non percipitur aliud corpus: quæ est proprietas corporum rarorum. Ex intemperata etiam situs dispositione accidit error in prædictorũ uisione. Si enim descẽderit lux declinata in uitrum plenum uino, & lateat uisum transitus lucis per uitrum, & sit magna declinatio lucis illius à radijs incidentibus, lateat quoq; uidentem uinum esse in uase uitreo: tunc æstimabitur à uidente uinum esse corpus solidum, scilicet uinum cum uase uitreo: & non accideret hic error in transitu lucis per uas uitreum directè oppositum. Ex intemperata etiam magnitudine accidit error in uisione præmissorum. Si quis enim intueatur corpus ualde paruum politum, ut ab eo lux possit reflecti, & sit simile margaritæ: iudicabit ipsum uisus esse rarum cum sit densum: similiter uiso corpore raro multum paruo, quia post ipsum non fit corporis solidi comprehensio, assimilabitur solido. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione præmissorum. Si enim retro corpus ualde rarum sit aliquod corpus non multum rarum & colore forti coloratum: tunc apparebit primum non multum rarum, sed assimilabitur eius raritas posterioris corporis raritati: ut uitrum alij uitro superpositum non apparet ita rarum, sicut apparet adhibito uisu sibi soli: unde fit error in raritate. Si autem post corpus rarum ponatur ualde propinquè corpus solidum: tunc primum iudicabitur solidum: & fit error in soliditate. Si etiam uas uitreum ual de rarum contineat uinum, cum post illud non percipiatur lux aut corpus aliud: iudicabitur fortè uinum ipsum cum uase uitreo esse unũ corpus solidum. Idem etiã accidit error in uisione præmissorum ex paucitate raritatis. In aere enim nubiloso obscuro corpus rarum apparebit minus rarum, & fortè putabitur solidum: & ita fit error in soliditate & raritate. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione præmissorum: luce enim declinata super corpus remissè rarum, ipso quoq; descendente subitò per uisum, cum non percipiatur declinatio lucis, putabitur forsitan, quod illud sit rarũ in fine raritatis, cui si in tempore maiori fiat intuitus, percipietur ab ipso uisu declinationem lucis esse caussam apparentiæ maioris raritatis in corpore remissè raro. Si quis etiam instanter intueatur corpus rarum, & post ipsum non discernat lucis transitum, putabit ipsum esse solidum. Debilitas etiam uisus errorem inuehit uisioni præmissorum: cum enim fuerit in corpore raro soliditas pauca, æstimabitur à uisu debili illa soliditas maior quàm uera: & cum fuerit in corpore raro color fortis, aut post ipsum, aut raritas modica, putabitur illud corpus uisui debili esse solidum. Patet ergo uniuersaliter in omnibus illud, quod proponebatur.

145. *Vmbra comprehenditur à uisu ex priuatione alicuius lucis luce altera præsente. Alhazen 57 n 2.*

Est enim

Eſt enim umbra priuatio cuiuſdam lucis, exiſtente actu præſentia lucis alterius in loco umbroſo. Cum itaq; ſenſerit uiſus corpus uicinum umbræ maioris illuminationis, & fortioris quàm corpus exiſtens in loco umbroſo: tunc ſentiet obumbrationem illius loci & priuationem lucis incidentis corporibus uicinis ipſi. Cum itaq; uiſus ſenſerit aliquam lucem in aliquo loco, qui careat luce ſolis prima, quæ proijcitur ſecundum directionem radiorum, percipiet tamen ſecundam, quæ fit ex diffuſione lucis primæ: ut cum in domum unicam habentem feneſtram radius ſolis incidit, totam domum ſui diffuſione illuminantis: tunc uiſus extra locum radij exiſtens ſentiet obumbrationem loci, & priuationem à prima luce ſolis, quæ eſt in radio, uel ab alia luce forti: & fortè uiſus quandoque ſtatim ſentiet corpus umbroſum, quandoq; non niſi per diligentem intuitionem, & quandoq; uidebit umbram multiplicatam ſecundum diuerſarum lucium priuationem, ſemper aliqua luce remanente, ex cuius actualitate uiſus poſsit ſuam actionem ad alia exercere. Vniuerſaliter itaq; ſecundum omnes modos umbrarum, quos præmiſimus, poſſunt uideri umbræ. Et hoc eſt propoſitum.

146. Obſcuritas comprehenditur à uiſu ex omnimoda priuatione lucis. Alhazen 58 n 2.

Cum uiſus comprehendit aliquem locum & nullam lucem in illo: tunc ſentiet eius obſcuritatē, licet fortè illa obſcuritas ab umbris cauſſetur, ut in carcere tetro de die propter umbras denſorum parietum uidetur obſcuritas: & nox obſcura eſt ex umbra terræ. Eſt ergo obſcuritas umbra magna, cuius terminus ad aliquid lucidum pertingere non ſentitur: ſicut etiam umbra eſt obſcuritas parua habens aliquem actum lucis, & ad aliquod lucidum terminata. Patet ergo propoſitum.

147. In umbræ & obſcuritatis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ. Alhazen 31.42.50.56.62.65.68.71 n 3.

Ex intemperata lucis diſpoſitione error accidit in uiſione umbræ & obſcuritatis. Si enim in pariete albo fuerint partes obſcuræ, & cadat ſuper parietem album lux candelæ: poteſt accidere quòd uidens illam obſcuritatem, iudicabit ipſam eſſe umbram, & forſan uidebitur quòd procedat apparens umbra à pariete uicino. Et ſi fuerit in parte parietis nigredo multùm intenſa, æſtimabitur fortè uacuitas foraminis præbens iter egredientibus tenebris: & ſi tota ſuperficies parietis ſit denigrata intenſa nigredine, forſan totus paries æſtimabitur quædam obſcuritas tenebrarum, ſicut accidit in pariete cooperto fuligine fumorum uiſo ſub debili luce. Ex ſuperfluitate etiam remotionis error accidit in uiſione umbræ & obſcuritatis. Si enim à maxima diſtantia opponatur uiſui corpus album, in quo ſit aliqua pars tenebroſa, luce ſolis ſuper corpus illud deſcendente: apparebit umbra in parte corporis tenebroſa: & ſi tunc uideatur corpus aliud iuxta illud primum: æſtimabitur quòd umbra apparens proijciatur ab illo alio corpore ſuper primum. Sic ergo propter exceſſum diſtantiæ fit error in uiſione umbræ. Si etiam à longè uideatur corpus album, in quo ſint multæ partes nigræ, æſtimabuntur fortaſsis in parte illa tenebræ: credetur enim aliquod corpus album ſecundum ſui partes nigras perforatum, per quæ fiat egreſsio tenebrarum exiſtentium retro corpus album: hoc autem non accideret in temperata remotione. Ex inordinatione etiam ſitus oppoſitionis accidit error in uiſione præmiſſorum, ſicut & ex intemperata remotione: corpore enim aliquo elongato, ſi fuerit in eo pars tenebroſa, putabitur fortaſsis umbra: & ſi corpus aliquod fuerit circa illud primum poſitum, æſtimabitur umbra proijci ab illo ſecundo corpore ſuper primum: & ſi in corpore illo fuerit pars multùm nigra, æſtimabitur fortè in loco illo cuiuſdam foraminis perforatio, per quam egrediantur tenebræ exiſtentes retro corpus album: hoc autem non accideret in corpore approximante directioni oppoſitionis. Ex paruitate etiam quantitatis rei uiſæ accidit error in uiſione præmiſſorum. Si enim in pariete albo uiſui oppoſito fuerit punctorum non ualde nigrorum diſtinctio, adhibita luce ſolis directè in parietem cadente uel propè: æſtimabuntur à uidente ſingula puncta illa ſingula eſſe foramina, in quibus ſit umbra, cum lux non penetret ea, ſicut ſolet accidere luce ſuper ſuperficiem foraminum multorum cadente: & ſit error umbræ ex ſola punctorum paruitate: quòd ſi illa puncta ſunt maximę nigritudinis, tunc æſtimabuntur eſſe foramina parua, per quæ tranſeant tenebræ: & ſic etiam ſola illorum punctorum paruitas eſt cauſſa apparitionis tenebrarum. Ex intemperata etiam ſoliditate, utpote propter defectum ſoliditatis fit error in umbræ & obſcuritatis uiſione. Luce enim ſolis in domum per foramen aliquod deſcendente, & ſuper feneſtram uitream cadente, ſi domus illa fuerit umbroſa: apparebit ſuper feneſtram illam umbra, licet in ueritate lux ſuper ipſam inciderit, quæ quidem lux comprehenderetur, ſi ſolidum eſſet feneſtrę corpus: quoniam tunc lux non penetraret, & ita ſuper ſolidum corpus lux apparet: fit ergo error in umbra propter defectum ſoliditatis. Similiter etiam fit error in uiſione tenebrarum ſiue obſcuritatis ex indiſpoſitione ſoliditatis: quia luce ſolis in aquam fluminis directè non deſcendente aut in mare, ſicut accidit in hora matutina & ueſpertina, ſi fuerit magna claritas in aqua, apparebit tenebroſa, & quantò fuerit clarior, tantò apparebit tenebroſior: & accidit hoc, quoniá pars aquæ ſuperior umbram proijcit ſuper proximam partem aquę inferiorem, & illa proxima ſuper aliam proximam inferiorem, & ita per ſingulas partes ſemper ſuperior proijcit umbram ſuper inferiorem uſq; ad fundum aquæ: & licet ſingularum partium umbra in ſe ſit modica, plures tamen umbræ coniunctæ unam faciunt maximam umbram, ſicut palàm eſt in colore uini accidere. In modica enim quantitate uini color eſt debilis, & in multa quantitate uini licet totum uinum ſit homo-

geneum in substantia & colore, fit fortior idem color. Caussa autem, quare in mari umbra suis
partibus superioribus super inferiores iacentibus, uideantur esse tenebræ in maris claritate, hæc
est: quoniam intensa ipsius claritas est signum intensæ raritatis, quæ formis uisibilibus maiorem
concedit penetrationem: unde fit maior diffusio formarum plurium maris partium umbram facien
tium, quarum umbrarum aggregatarum perceptio inducit similitudinem tenebrarum. Si uerò ma-
re fuerit turbulentum, propter diminutam raritatem penetrabunt formæ partium paucæ perue-
nientes ad uisum, & comprehendetur modica aquæ pars, quę licet faciat umbrã, tamen cum ipsa sit
modica, erit umbra remissa, & uincet color illius partis umbram. In turbida enim aqua aliquis co-
lor partium aquæ apparet, & in clara nullus: unde & propter apparentiorem turbidum colorem,
& propter umbræ partis apparentis remissionem non comprehenduntur in aqua tenebræ: & in-
de cum fuerit turbida, apparebit colorata, & cum est clara, apparebit tenebrosa. Solis autem radio
cadente directè super maris superficiem, cum ei propter raritatem eius pateat transitus, abijciuntur
omnes tenebrę & umbræ apparentia. Ex defectu itaq; soliditatis caussantur & umbra & tenebræ:
quia per corpus perfectè solidum non fit transitus luminis, & per corpus perfectæ raritatis fiet tran
situs luminis sine umbra. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum.
Si ultra aerem nubilosum uel tenebrosum, ut in crepusculis, uideatur corpus album, in quo sint par
ticulæ rotundę nigræ: tunc luce ignis in corpus illud cadente, ita ut non mutetur tota dispositio ae-
ris illius, apparebit in locis illis umbra, aut fortè reputabuntur foramina præstantia uiam tene-
bris, quæ sunt retro illud corpus ad uisum pertingentes: sic ergo propter corporis intemperatam
raritatem accidet error in uisione umbrę & obscuritatis. Ex paruitate etiã temporis accidit error in
uisione præmissorum. Si enim in albo pariete sint partes subnigræ, descendente super ipsum parie-
tem luce ignis: illæ partes nigræ subitò uisæ putabuntur esse umbræ. Si uerò nigredo illarum par-
tium fuerit intensa, tunc æstimabuntur foramina tenebris plena. Ex uisus etiam debilitate error ac-
cidit uisioni præmissorum. In pariete enim albo maculæ subnigrę, descendente luce super ipsas, ap-
parent debili uisui esse umbræ: & si fuerint multum nigræ, apparebunt esse foramina, per quæ tene-
bræ ex locis, quæ sunt retro illum album parietem, perueniant ad uisum In omnibus ergo præmis-
sis octo uisibilium circumstantijs patet quod proponebatur.

148. Pulchritudo comprehenditur à uisu ex comprehensione simplici formarum uisibilium placentium animæ, uel coniunctione plurium uisibilium intentionum, habentium ad inuicem proportionem debitam formæ uisæ. Alhazen 59 n 2.

Fit enim placentia animæ, quæ pulchritudo dicitur, quandoq; ex comprehensione simplici uisi-
bilium formarum, ut patet per omnes species uisibilium discurrendo: ut enim exemplariter dica-
mus, & alia per hoc accipiantur: lux, quæ est primum uisibile, facit pulchritudinem: unde uidentur
pulchra sol & luna & stellæ propter lucem solam. Color etiam facit pulchritudinem, sicut color ui-
ridis & roseus, & alij colores scintillantes formam sibi appropiati luminis uisui diffundentes. Re-
motio quoq; & approximatio faciunt pulchritudinem in uisu: in quibusdam enim formis pulchris
sunt maculæ turpes paruæ & rugosæ, displicentes animæ uidenti, quæ propter remotionem latent
uisum, & forma placita animæ ex illa remotione peruenit ad uisum. In multis quoq; formis pul-
chris sunt intentiones paruæ subtiles cooperantes pulchritudini formarum, sicut est lineatio de-
cens & ordinatio partium uenusta, quæ tantùm in propinquitate ad uisum apparent, & faciunt for-
mam uisui pulchram apparere. Magnitudo etiam facit pulchritudinem in uisu: & propter hoc lu-
na apparet pulchrior alijs stellis, quia uidetur maior, & stellæ maiores pulchriores minoribus, ut
maximè patet in illis stellis, quæ sunt magnitudinis primæ uel secundæ. Situs quoq; facit pulchri-
tudinem in uisu: quoniam plures intentiones pulchræ non uidentur pulchræ, nisi per ordinatio-
nem partium & situum: unde scriptura & pictura, omnesq; intentiones uisibiles ordinatæ & per-
mutatæ non apparent pulchræ nisi per competentem sibi situm: quamuis enim figuræ literarum
sint omnes per se bene dispositæ & pulchræ, si tamen una ipsarum est magna & alia parua, non
iudicabit uisus pulchras scripturas, quæ sunt ex illis. Figura etiam facit pulcritudinem: unde ar-
tificiata bene figurata uidentur pulchra, magis autem opera naturæ: unde oculi hominis cum
sint figuræ amygdalaris & oblongæ, uidentur pulchri, rotundi uerò oculi uidentur penitus defor-
mes. Corporeitas etiam facit pulchritudinem in uisu: unde uidetur pulchrum corpus sphæra & co-
lumna rotunda & bene quadratum corpus. Continuatio quoq; facit pulchritudinem in uisu: un-
de spatia uiridia continua placent uisui, & plantæ spissæ uirides: quia quæ accedunt continuitati,
sunt pulchriores eisdem dispersis. Diuisio etiam facit pulchritudinem in uisu: unde stellæ sepa-
ratæ & distinctæ sunt pulchriores stellis approximatis nimis ad inuicem, ut stellæ galaxiæ & cande
læ distinctæ sunt pulchriores magno adunato igne. Numerus etiam facit pulchritudinem in ui-
su: & propter hoc loca cœli multarum stellarum distinctarum sunt pulchriora locis paucarum stel-
larum, & plures candelæ sunt pulchriores paucis. Motus quoq; & quies faciunt in uisu pulchritu-
dinem: motus enim hominis in sermone & separatione eius facit pulchritudinem: & propter hoc
apparet pulchra grauitas in loquendo & taciturnitas distinguens ordinatè uerba. Asperitas etiam
facit pulchritudinem: uillositas enim pannorum catenatorum & aliorum placet uisui.. Planities
quoq; uisui pulchritudinem facit: quia planities pannorum sericorum & si etiam ad politionem

ſiue terſionem accedant, placet animæ, & eſt pulchrum uiſui. Diaphanitas etiam facit pulchritudi-
nem apparere: quia per ipſam uidentur de nocte res micantes, ut patet de aere ſereno, per quem in
nocte uidentur ſtellæ, quod non accidit in aere condenſato propter uapores. Spiſsitudo etiam fa-
cit pulchritudinem: quoniam lux & color & figura & lineatio & omne pulchrum uiſibile compre-
henduntur à uiſu propter terminationem corporum, quibus inſunt, quæ terminatio à ſpiſsitudine
cauſſatur. Et umbra facit apparere pulchritudinem: quoniam in multis formis uiſibilium ſunt ma-
culæ ſubtiles reddentes ipſas turpes cum fuerint in luce, quæ in umbra uel luce debili uiſum ſunt
latentes. Tortuoſitas quoq;, quæ eſt in plumis auium, ut pauonum & aliarum, quia facit umbras,
facit apparere pulchritudinē uiſui propter umbram, quæ in ſui admixtione cum lumine cauſſat ua-
rios colores, qui tamen non apparent in umbra uel in luce debili. Obſcuritas etiam facit pulchri-
tudinem apparere uiſui: quoniam ſtellæ non uidentur niſi in obſcuro. Similitudo etiam pulchritu-
dinem facit: quoniam membra eiuſdem animalis, ut Socratis, non apparent pulchra, niſi quando
fuerint conſimilia: unde oculi, quorum unus eſt rotundus & alter oblongus, non ſunt pulchri, uel ſi
unus maior fuerit altero, uel unus niger & alter uiridis, uel ſi una gena fuerit profunda & altera pro-
minens: erit enim tota facies non pulchra, quando eius partes congeneæ non fuerint conſimiles.
Diuerſitas etiam facit pulchritudinem: quoniam diuerſæ partes uniuerſi ornant & pulchrum fa-
ciunt uniuerſum, & diuerſæ partes animalium animalia: eandem quoq; manum ornat diuerſitas
digitorum, omnis enim pulchritudo membrorum eſt ex diuerſitate figurarum partium ipſarum.
Sic ergo pulchritudo comprehenditur à uiſu ex comprehenſione ſimplici formarum uiſibilium pla
centium animæ: quælibet tamen iſtarum uiſibilium intentionum non facit pulchritudinem in qua-
libet forma, in qua uenit illa intentio ad uiſum: quælibet enim figura non facit pulchritudinem in
qualibet formarum, & ſimiliter de alijs omnibus intentionibus particularibus uiſibilium quorum-
cunq;. Ex coniunctione quoq; plurium intentionum formarum uiſibilium adinuicem, & non ſo-
lum ex ipſis intentionibus uiſibilium fit pulchritudo in uiſu, ut colores ſcintillantes & pictura ſimi-
liter proportionati ſunt pulchriores coloribus & picturis carentibus ordinatione conſimili: & ſimi-
liter eſt in uultu humano: rotunditas enim faciei cum tenuitate & ſubtilitate coloris eſt pulchrior
quàm unum ſine altero, & mediocris paruitas oris cum gracilitate labiorum proportionali eſt pul-
chrior paruitate oris cum groſsitudine labiorum. In multis itaq; formis uiſibilium coniunctio, quæ
eſt in formis diuerſis, facit modum pulchritudinis, quem non facit una illarum intentionum per ſe.
Facit autem proportionalitas partium debita alicui formæ naturali uel artificiali in coniunctione
intentionum ſenſibilium pulchritudinem magis, quàm aliqua intentionum particularium: omnes
enim pulchritudines, quas faciunt intentiones ſenſibiles ex ipſarū coniunctione adinuicem, conſi-
ſtunt in proportionalitate debita formis, quas perficiunt ſub modo illius coniunctionis. Cum itaq;
uiſus comprehendit aliquam rem uiſam, in qua eſt aliqua intentio particularis, faciens per ſe pul-
chritudinem: tunc peruenit forma illius intentionis poſt intuitum ad uirtutem ſentientem, & com-
prehendet uirtus diſtinctiua pulchritudinem rei uiſæ, in qua eſt illa intentio: & ſic coniunctio di-
uerſarum intentionum fit cauſſans pulchritudinem, cum peruenerit illa coniunctio ad ſentientem:
tunc uirtus diſtinctiua comparabit illas intentiones ad inuicem, & tunc comprehendet pulchritu-
dinem rei uiſæ compoſitæ ex illarum intentionum coniunctione, quæ ſunt in ea Et hi ſunt modi, pe
nes quos accipitur à uiſu omnium formarum ſenſibilium pulchritudo: in pluribus tamen iſtorum
conſuetudo facit pulchritudinem: unde unaquæq; gens hominum approbat ſuæ conſuetudinis for
mam, ſicut illud, quod per ſe æſtimat pulchrum in fine pulchritudinis: alios enim colores & propor
tiones partium corporis humani & picturarū approbat Maurus, & alios Danus, & inter hæc extre-
ma & ipſis proxima Germanus approbat medios colores & corporis proceritates & mores: & ſicut
unicuiq; ſuus proprius mos eſt, ſic & propria æſtimatio pulchritudinis accidit unicuiq;. De his er-
go topicè & figuraliter ſit dictum. Et patet quod proponebatur.

*149. Turpitudo comprehenditur à uiſu, cum intentiones ſenſibiles neq; per ſe, neq; ex coniun
ctione ipſarum adinuicem aliquam pulchritudinem ſunt cauſſantes. Alhazen 60 n 2.*

Turpitudo formarum eſt priuatio pulchritudinis in eis: iam autem præmiſſum eſt, quòd inten-
tiones non faciunt pulchritudinem in omnibus formis, ſed in quibuſdam tantum. Formæ itaq;, in
quibus non faciunt intentiones particulares aliquam pulchritudinē neq; per ſe neq; per ſuam con-
iunctionem, ut illa, in quibus non eſt aliqua conſueta proportionalitas inter ipſorum partes, carent
omni pulchritudine: & ſic ſunt turpes: & ſi quandoq; accidat in eadem forma congregari intentio-
nes pulchras & turpes: tunc uiſus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex
turpi, auxilio uirtutis diſtinctiuæ, quando fuerit intuens intentiones, quæ ſunt in illa forma. Patet
ergo quomodo à uiſu comprehenditur turpitudo: ſed etiam in hoc plurimum coadiuuat conſuetu-
do, propter quam nonnunquam accidit uni uideri turpe, quod uidetur alteri perpulchrum.

*150 In pulchritudinis & deformitatis uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intempera-
ta diſpoſitione octo circumſtantiarū cuiuslibet rei uiſæ. Alhazen 32.43.51.57.63.65.68.71 n 3.*

Ex paruitate enim lucis error accidit uiſioni pulchritudinis & deformitatis: de nocte enim ui-
detur facies formoſa, licet in ea ſint maculæ, ſicut lentigines uel ſicut cicatrices puſtularum. Et

si fuerint in re uisa picturæ subtiles rem perfectius decorantes, cum illæ in nocte uisum lateant, uidetur res deformis. Remotio etiam excedens modum, est caussa erroris uisionis præmissorum. Cum enim à longè respicitur res aliqua, si fuerint in ea maculæ paruæ ipsam deformantes, illas ex distantia accidit occultari, & iudicabitur res formosa: & si à magna distantia uideatur res, in qua sunt picturæ minutæ, in quibus consistit pulchritudo illius rei, illa res iudicabitur deformis: quoniam uirtus distinctiua iudicat res secundum quod apparent. Ex inordinatione etiam situs oppositionis accidit error uisioni præmissorum. Cum enim corpus aliquod remotum fuerit ab axe uisuali, in quo sunt maculæ minutæ deformantes rem: tunc nonnunquam maculæ illæ occultabuntur propter obliquationem respectu axis uisualis: & ob hoc facies lentiginosa obliquè uisa uidetur pulchra: unde etiam accidit, quòd cum luna obliquè aspicitur, latent umbrosæ maculæ ipsius, & tunc pulchrior uidetur: si autem in corpore aliquo uiso fuerint picturæ subtiles rem decorantes, illæ picturæ obliquatæ ad uisum, latebunt ipsum, & adiudicabitur pulchritudo deformitati. Ex paruitate etiam magnitudinis accidit error uisioni præmissorum in exemplis præmissis: cum propter solam sui paruitatem aliqua minuta ipsas res uisibiles deformantia uel decorantia non uidentur. Ex defectu etiam soliditatis fit error in uisione præmissorum. Si enim in uase uitreo multùm raro sint aliquæ paruæ particulæ uel mensurationes ipsi decorem inferentes, & imponatur uasi illi uinum turbidum & turpe uel feculentum: tunc occultabuntur illæ decoris caussæ, & iudicabitur uas deforme: & si uas tale deformant aliquæ particulæ, & imponatur ei uinum clarum lucidum coloris formosi, placidi, occultabuntur illæ caussæ turpitudinis, & apparebit uas pulchrum. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni præmissorum, cum propter aerem obscurum nubilosum caussæ pulchritudinis uel deformitatis non uidentur. Ex temporis quoq; breuitate error accidit uisioni præmissorum: quoniam in paruo tempore non sunt comprehensibiles minutæ caussæ pulchritudinis uel deformitatis: sicut accidit cum aliquis inspiciens per foramen uiderit aliquam faciem: tunc enim aliquando deformem iudicat esse pulchram, & aliquando econuerso: & idem accidit mota re uisa subitò, remanente oculo non moto. Ex uisus etiam debilitate error accidit uisioni præmissorũ: minuta enim, quæ sunt caussa pulchritudinis uel deformitatis, uisus debilis non uidet: unde modo contrario iudicat unumquodq; istorum. Patet ergo propositum.

151. Consimilitudo comprehenditur à uisu ex conuenientia formarum comprehensarũ ad inuicem. Alhazen 61 n 2.

Est enim consimilitudo æqualitas duarum formarum aut duarum intentionum in re, in qua sunt consimiles. Cum itaq; uisus comprehenderit duas formas aut duas intentiones consimiles in simul, comprehendet consimilitudinem illarum ex comprehensione cuiuslibet illarũ duarum formarum & suarum intentionum ex comparatione alterius illarum ad alteram. Visus itaq; comprehendet consimilitudinem in formis & intentionibus consimilibus ex comprehensione cuiuslibet formarum intentionum secundum suum esse, & ex comprehensione illarum ad inuicem.

152. Diuersitas comprehenditur à uisu ex priuatione consimilitudinis in formis sensibilibus comprehensis. Alhazen 62 n 2.

Cum enim diuersitas, ut hic accipitur, non sit aliud, quàm differentia formarũ sensibilium comprehensarum à uisu, hæc diuersitas comprehenditur à uisu in formis diuersis ex comprehensione cuiuslibet illarum formarum diuersarum, & ex comparatione alterius illarum ad alterã, & ex comprehensione priuationis consimilitudinis in eis. Diuersitas ergo comprehenditur per sensum uisus ex comprehensione cuiuslibet formarum & intentionum per se, & ex comparatione ipsarum adinuicem, & ex sensu priuationis consimilitudinis ab ipso sentiente.

153. In similitudinis & diuersitatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 33. 44. 51. 57. 63. 65. 68. 71 n 3.

Ex paucitate enim lucis error accidit in uisione similitudinis & diuersitatis corporum eiusdem coloris secundum speciem, uel eiusdem figuræ secundum speciem, in quibus partialis diuersitas per latentia signa distincta est: tunc enim illa in luce debili non uidentur: & ob hoc inter illa corpora omnimoda iudicabitur similitudo. Et si aliqua corpora solùm propter aliqua minuta signa ipsis communia participent similitudine: tunc propter lucis debilitatem illis caussis consimilitudinis non perceptis, iudicabitur diuersitas totalis, quod non accideret in luce temperata. Ex superflua etiam elongatione accidit error in præmissorum uisione, ut patet in præmissis exemplis. Minutæ enim caussæ similitudinis uel dissimilitudinis à magna remotione non uidentur per 8 huius. Et similiter etiã eisdem error accidit ex situs nimia obliquatione, quæ res paruas non sinit comprehendi à uisu per 26 huius. Accidit etiãm error in præmissorũ uisione, propter caussarũ similitudinis uel dissimilitudinis paruitatẽ, propter quã, cæteris existentibus cõuenienter uisui dispositis, huiusmodi nõ uidentur. Ex defectu etiã soliditatis error accidit uisioni præmissorũ. Si enim duo uasa multũ rara cõueniãt in specie, figura & raritate, sed discrepẽt in aliqua suarũ partiũ dispositiõe: tũc uino eiusdẽ coloris & claritatis ambob. repletis latebũt caussę diuersitatis, & reputabũtur omnino similia.

Et si

Et si differant specie, figura & raritate, sed solùm in aliquibus partialibus formulis cōueniant: tunc uino simili plena putabuntur omnino similia: qui error accidit propter defectum ipsorum soliditatis: quia cũ sint peruia, ideo res per ipsa uisa similitudinis uel dissimilitudinis aufert caussas. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum: in aere enim nubiloso & obscuro minutæ caussæ similitudinis uel dissimilitudinis non uidētur. Ex temporis etiã breuitate præmissorum uisioni error accidit: quoniam particulares similitudinis uel dissimilitudinis caussæ paruissimo tempore inspectæ latent uisum. Debilitas etiam uisus errorem illorum uisioni adducit, quia minutas ipsorum scilicet similitudinis uel dissimilitudinis caussas uisus debilis perspicere non potest. Patet ergo propositum.

154. Virtuti distinctiuæ error quandoq; accidit ex caussarum plurium aggregatione, quarum nulla per se ad errorem sufficit caussandum. Alhazen 72 n 3.

Quandoq; enim duæ intemperantiæ circumstantiarum octo omnium uisibilium concurrunt in uno uisibili, & faciũt errorem in uisu, licet neutra ipsarum per se sufficeret ad caussandum errorem. Si enim moueatur aliquid à magna distantia motu tardo, illud subitò uisum uidebitur nõ motum, & motus ille posset percipi in distantia temperata etiam subito uisu, uel etiam posset percipi in illa remota distantia per intuitum diligentem tempore conuenienti. Sed illis duabus causis erroris concurrentibus, tunc errabit uirtus distinctiua, & uidebitur res immota. Sed etiam quandoq; concurrunt intemperantiæ plures ad unum errorem caussandum, quam nulla illarum per se caussaret. Si enim à magna distantia sub debili luce in tempore modico opponatur uisui debili corpus diuersorum colorum motum tardo motu: tũc fortè uidebitur quiescere: sed motus eius qualibet illarum caussarum aliqua deficiente percipi fortè posset: & fortè quandoq; intemperãtiæ omnium circumstantiarum corporum uisibilium cõcurrunt ad unum errorem caussandum, uel quandoq; plurium illarum, & secundum diuersas combinationes, quæ plus experientiam quàm rationem respiciunt secundum omnem sui diuersitatem: unde de his sic esse sufficit exemplatum.

155. Error accidit uisui uia scientiæ per inconuenientem applicationem formæ, quæ est in anima alicui rei uisæ, in intemperantia cuiuslibet octo circumstantiarũ rei uisæ. Alhazen 21 n 3.

Cum enim res alia aut alterius speciei uisui apparet quàm sit in rei ueritate: tunc fit error uiã scientiæ in uisu: quoniam forma quiescens in anima inconuenienter alteri rei applicatur, cui non conuenit: & hoc accidit propter intemperantiam cuiuslibet octo circumstantiarum rerum uisibilium. Propter defectum enim lucis fit plurimus error in rerum cognitione, ut hoc euidenter per se patet. Debilitas enim lucis nimia errorem infert formæ uisæ: unde accidit error in crepusculis in omnibus uisis: unde etiam noctiluca uidētur lucere in tenebris, quorum forma non est lumen, nec etiam scintillans color: quæ omnia nõn acciderent in luce temperata. Et propter distantiam etiam nimiam uisibilis à uisu accidit hominem notum quandoq; pro extraneo reputari, & econtrario, uel etiam notum unum pro alio noto, ut Socratem pro Platone, aut econtrario: & quandoq; aliquis uidens equum, putat se uidere asinum. Et uniuersaliter fit error scientiæ, uel à specie ad speciem, uel ab indiuiduo ad indiuiduum eiusdem speciei: uel ab indiuiduo speciei unius ad indiuiduũ speciei alterius, ut cum equus Petri æstimatur mulus Martini. Et quandoq; quis uidens ignem remotum longè in aere, putat se stellam uidere: hæc enim omnia si propè essent, uiderentur sine errore. Situs etiam oppositionis errorẽ inducit: quandoq; enim Petrus remotus ab axe uisuali, putabitur Martinus, & quandoq; equus uisus putabitur esse asinus, quæ si directè uisui opponãtur, error penitùs cessabit. Quantitas etiam extra temperantiam existens errorem facit uisui & scientiæ, ut cum granum sinapis creditur esse granum nasturtij. Soliditas etiã est caussa huius erroris: unde crystallus, quia parum est solida, creditur color eius esse color rubini, supposito sibi tali colore & uisu in opposito existente. Diaphanitas etiam nimis diminuta huius erroris est caussã: uitro enim colorato uisui & rei uisæ coloratæ interposito, æstimabitur color corporis oppositi mixtus ex colore proprio & colore uitri: & si oculis & rebus uisis interponatur pannus multùm rarus, apparebit color corporis mixtus, non quòd secũdum ueritatem partes coloris rei per foramina panni transeuntes cum coloribus filorum misceantur, sed quia pũcta coloris rei uisæ & filorum sine distantia sensibili propè adinuicem in uisus superficie situantur: unde illi colores diuersi uidentur punctualiter adinuicem coniuncti, propter quod apparet uisui unus color ex illis ambobus coloribus mixtus: unde si magna sint panni foramina, discernentur colores & panni & rei uisæ sine aliqua mixtura. Et ex hoc accidit quòd uiso colore alicuius corporis per pannum laneũ, uidebitur mixtura colorum plurimùm consonans colori filorum: quia foramina panni lanei sunt stricta, quæ pilis multis coloratis conteguntur: & etiam cum ioculatores faciunt sub pannis se circumdantibus imagines ligneas pictas moueri: tunc similitudines illarum imaginum inspicienti per pannum lineum subtilem, sicut solet fieri, apparebunt aues uel alia animalia illis formis conuenientia: & hoc propter defectum diaphanitatis medij, quia in aere præter pannum aliud uidetur. Temporis etiam intemperantia huius erroris est caussa. Si quis enim per foramen respiciat aliquod corpus transiens ueloci motu, & non plenè acquirat formam corporis, uel si quis subitò aliquid uideat, quod statim à uisu recedat, errabit in indiuiduo illius formæ: unde forsan est error in specie uel in indiuiduo uel in utroque: forsan enim æstimabit equum fuisse mulum, uel Petrum Martinum, uel equum

Petri fuisse mulum Martini. Debilitas quoq; uisus huius erroris est caussa: læsus enim uisus à colore forti, cui incidit lumen forte, iudicat omnem colorem uisum illius coloris, uel alterius coloris ex illis duobus mixti: & etiam propter oculorum ægritudinē aliquando equus apparet asinus, & Socrates uidetur Plato. Et similiter in alijs uisibilibus errabit uisus propter solam intemperátiam suæ æqualis dispositionis nullo alio impedimento accedente. Sic ergo errores scientiæ accidunt uisui secundum singulas intemperátias 8 circumstantiarum rei uisæ, ut patet. His autem & eorum similibus non duximus multum insistendum, quia hæc, quæ diximus, sufficiunt pro talium omnium radice. Et hoc est propositum.

156. In solo uisu error quandoq; accidit propter intemperátiam cuiuslibet octo circumstantiarum rerum per ipsum propriè uisarum. Alhazen 20 n 3.

Quia enim, ut patet per principium 3 huius, lux & color sunt per se obiectum uisus, palàm quòd ei soli non potest error accidere nisi in luce & colore. Accidit autem uisui in illis error propter ipsorum intemperantiam in fortitudine, ut lux fortis non permittit alia uisibilia uideri, & color fortis facit res alias quascunq; in colore sibi similes uideri, cum tamen illorum color sit diuersus. Et similiter est in lucis & coloris debilitate. Si enim corpus, in quo sit multa colorum diuersitas, occurrat uisui sub luce multùm debili, ut uestis diuersi coloris, apparebit unius coloris. Et si color sit ualde debilis, etiam in luce temperata non uidebitur, & sic lux extra temperantiam facit uisui deceptionem secundum utrunq; extremorum. Distantia etiá uisibilium errorem inducit uisui: quia propter improportionatam distantiam res colorum diuersorum minutatim ipsis aspersa, uidebitur unius coloris. Situs etiam oppositionis sensum errare facit: quia cum corpus uisum fuerit multùm obliquatum, occultabuntur propter sui obliquationem ipsi uisui minutæ eius particulæ: & si fuerit in partibus minutis colorum diuersitas, apparebit in totali corpore: & si corpus redierit ad directam oppositionem, illorum colorum diuersitas apparebit, nisi fortè elongatio partium colorati corporis ab axe uisuali fuerit nimis magna. Magnitudo etiam uisui errorem inducit: quia etiam luce & distantia, & situ uisioni conuenientibus, colores paruarum partium corporis, diuersi coloris euadunt uisum, & uidetur res unius coloris: quod non fieret, si paruitas partium temperamentum non exiret. Soliditas etiam est caussa deceptionis uisus, si nimis remissa fuerit: unde crystallus uidetur colorata colore rei sibi suppositæ propter suæ soliditatis paruitatem: quod non accideret, si crystallus plus solida esset. Ex diaphanitate etiam error accidit uisui: quia propter interpositionem flammæ inter uisum & rem uisam, etiam si illa res uisa fortis sit coloris, uidebitur illud corpus tenebrosum propter solam carentiam diaphanitatis in medio. Tempus etiam est caussa erroris: quia si subitò super corpus diuersorum colorum fiat uisus directio, apparebit illud corpus coloris unius, donec per diligentem intuitum discernatur. Debilitas etiam uisus errorem prætendit in uisione præmissorum: luce enim forti in uisum agēte, læditur uisus statim, & ad colorem alicuius corporis conuersus ipsum colorem tenebrosum recipit, donec post aliquod tempus læsio recesserit. Similiter etiam cum adest oculis infirmitas, occultabitur uisui colorum uarietas: & sic fit error in talibus ex sola uisus qualitate à temperamento recedente. Patet ergo quòd secundum omnes circumstantias rerum uisibilium in solo uisu fieri deceptionem est possibile. Et hoc proponebatur.

157. Fulgidum mixtum nigro, siue per nigrum medium, uisui colorem præsentat puniceum.

Huius declaratio est ex sensibilibus naturalibus experientijs: uidemus enim quòd in speculis benè tersis fulgidis res fulgida uisui præsentatur in sui fulgore: quòd si speculum fulgidum nō fuerit, tunc forma fulgidi permixta nigro colore speculi præsentatur uisui, non intentione sui fulgoris, sed quasi aliquantulum denigrata, & ita rubea siue punicea apparet. Vniuersale enim est, ut in principio 2 huius suppositum est, quòd rerum ualde coloratarum colores lumenque ipsius medij colori permixta ferátur ad uisum, ut si per uitrum coloratum aliqua res uideatur, quòd color rei uisæ ex colore proprio & colore uitri permixtus uisui præsentetur: & horum multas experientias planè poterit quis uidere. Euenit etiam humidos oculos habentibus, quòd forma albi fulgidi per infectos humores & tunicas oculi ad centrum oculi perueniens, in medium colorem uisus iudicio permutatur, & apparet oculo coloris punicei phantasia. Et etiam uidemus uiridium lignorū flammam rubeam appropinquare puniceo colori: quia ignis fulgidus & albus existens per fumum nigrum propter grossitiem materiæ, & humiditatem aqueam, quę illi fumo miscetur, puniceus uidetur. Per caliginem quoq; & fumum nigrum uidetur sol non fulgidus sed puniceus, quando talem fumum uel caliginem soli & uisibus accidit interponi: & hoc idem in alijs stellis poterit perpendi. Item circuli, qui circa candelas uidentur, propter grossitiem aeris & nigredinem purpurei uidentur: quoniam aer ingrossatus à natura lucidi aliqualiter impeditur, & propter admixtionē umbræ nigredine permisceri uidetur, uel alio medio colore secundum dispositionem luminis & admixtæ umbræ. Et ad hoc etiam plenius declarandum diligēs inquisitor plures experientias poterit applicare. Patet ergo propositum.

158. Visum protensum longè debiliorem fieri patens est.

Non enim uisus uidet similiter de longè posita, quemadmodum propè existētia. Si enim uideatur de longè corpus foraminosum, cuius sint parua foramina, totū uidetur continuum: unde si aliquis

quis uaporem roridum de longè uideat, totum ipsum fore unum corpus continuum uisus iudicabit: quin etiam uisus recta curua, rotunda quadrata ex remotione iudicat, sicut est in præmissis huius libri theorematibus declaratum. Et si uisus pannum coloratum, in quo est minuta colorum diuersorum conspersio, ad quos proportionata partium elongatio sit intemperata ipsi uisui, diutius etiam aspexerit: apparebit pannus ille unius coloris tantùm, quoniam extra temperantiam est longitudo, respectu partialium colorum, licet omnia alia conueniant in debita temperantia, respectu uisus. Quia ergo uisibilem rei circumstantiam uisus protensus nô perspicit, palàm quia debilitatur ex protensione sui ad uisibile, siue ex remotione uisibilis ab ipso. Et hoc est, quod proponebatur.

159. *Nigredinis in re non nigra apparitio ex uisus prouenit defectione.*

Experientia similiter comprobatur, quod hic proponitur, auxilio præcedentis. Quia enim uisum protensum longè debiliorem fieri patens est, ut præmissum est: ideo accidit quòd ea, quæ longè uidentur, propter uisus debilitationem omnia nigriora apparent, sicut etiã corpora remotiora & minora & planiora quàm sint, uisibus apparent: quoniam eminentiæ suarum partium asperitates & tumores in ipsis facientes non uidentur. Similiter etiam, quæ in speculis uidentur, quia propter reflexionem ipsorum distantia augetur, ideo propter remotionem, quæ accidit uisui, talia nigriora uidentur experimentanti. Quantò enim magis ex remotione etiã rei albæ immoto speculo distantia à superficie speculi augmẽtatur, tantò magis color ille albus uisui ad nigredinem accedit: unde etiam nubes apparentes in aqua nigriores uidentur quàm in loco suo, uisu in eodem loco existẽte, quoniam reflexio facta in aqua auget distantiam: nihil autem differt aliquid multum distans uisui apparere, aut uisum per multam distantiam uisionem rei complere: semper enim fit iudicium uirtutis uisiuæ, secundum quod forma est in uisus organo recepta. Neq; latebit hic experimentantem, quia quando clara nubes fuerit uicina soli, tunc alicui aspicienti ad nubem, nubes nõ uidebitur nisi alba: sed si reflectatur ab aqua, & eam uisus in aqua uideat: tunc illa nubes alba aliquem colorem ex medijs coloribus uisui præsentabit, ut puniceum, purpureum, uiridẽ, & lazulium: unde sicut uisus colorem nigrum per reflexionem uidet esse nigriorem, sic & colorem album uidet minus album propter reflexionem. Nubem itaq; albam existentem uidet uisus propter distantiã ampliorem, quę fit per reflexionem, in suo colore nigram, & similem priuationi & negationi propter uisus protensi debilitatem. Et quoniam coloratio nubis fit ex impressione luminis ab aliquo corpore luminoso, potest concludi ex præmissis, quòd in omni corpore, cui lumen uel color ex corpore luminoso imprimitur, eandem caussam & effectum participem habebit. Et hoc est, quod proponebatur.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER QVINTVS.

EXPEDITIS aliqualiter his, quæ simplici & directæ uisioni necessaria existere, & eius deceptionibus accidere uisa sunt: restat nũc ut conuenienter eum modum uisionis, qui fit per reflexionem à politis corporibus, quæ specula dicimus, prosequẽtes, de omni reflexionis modo à quibuscunq; speculis exquisitius pertractemus. Primò itaq; in præsenti quinto huius sciẽtiæ libro præmittemus quælibet illorum, quæ æstimamus cõmunia omnibus speculis: & deinde adiungemus passiones, quæ accidunt rebus & uisui à solis speculis planis, quorum speculorum forma simplicior est formis omniũ aliorum speculorum: propter quod & speculorũ planorum passiones quibusdam alijs speculis sunt cõmunes, ut patebit in libris sequentibus, quibus aliorum speculorum passiones proprias reseruamus. Veruntamen sicut in principio huius scientiæ diximus, non intelligimus in hoc tractatu per specula corpora tantùm formata & polita per artificium, sed etiam ipsa corpora naturalia, à quorũ superficiebus fit eadem reflexio, quæ & à corporum artificialium superficiebus accidit. Nec intelligimus, quòd solum hæc reflexio fiat ad uisus animalium, sed etiam ipsis uisibus non præsentibus fit reflexio formarũ, & accidit uisibus, si in locis reflexarũ formarum disponantur, quòd fiat reflexio ad ipsos: quod manifestè patet per hæc, quia non in omni loco fit reflexio ad quemcunq; uisum à speculo quocunq;. Est tamẽ in receptione harum formarũ reflexarũ in uisibus aliqua proprietas, & maximè in illis reflexionũ modis, in quibus

quibus fit aliqua deceptio in uisu. Quamuis autem, ut in proœmio huius scientiæ diximus, idem immittatur in contrarium & in sensum: quoniam unius rei una & eadem forma semper diffunditur per medium, propter quod eadem forma reflectitur à superficiebus speculorum, quæ etiam in modo simplicis uisionis directè uisibus occurrit: non potest tamen in reflexione facta à superficiebus speculorum quorumcunq; comprehendi ueritas formæ, sicut comprehenditur in uisione simplici directa. In reflexionibus enim à quibuscunq; speculis factis apparet forma rei ut plurimum præ oculis, ipsis uisibus quasi opposita, cum tamen secundum ueritatem illis non opponatur. Lux quoq; & color corporis uisi semper miscentur cum colore speculi, à quo fit reflexio, quam mixturam in reflexionibus uisus percipit, & nō ueram lucem uel uerum rei uisæ colorem. Omnis quoq; reflexio, ut nos inferius perfectius declarabimus, debilitat luces & colores: unde in omni reflexione latet uisum ueritas lucis & coloris, plus quàm in directa simplici uisione. Quæ uerò ad hunc uisionis modum, quæ fit per reflexionem à quibuscunq;, & à planis maximè speculis, præmittimus, sunt ista.

DEFINITIONES.

1. Politio corporum est cōtinuitas partium superficiei politi corporis sine sensibilitate pororum uel diuisionis. 2. Speculum dicitur omne corpus politū opere artis uel naturæ. 3. Linea incidentiæ dicitur illa, secundum quam forma rei incidit superficiei speculi. 4. Linea reflexionis dicitur illa, secundum quam forma reuerberata, propter soliditatem speculi, quam penetrare nō potest, reflectitur ad uisum. 5. Punctus incidentiæ dicitur ille punctus, in quo linea incidentiæ incidit superficiei speculi: & idem est punctus reflexionis, quoniam formarum reflexio ad uisum semper fit à puncto incidentiæ. 6. Perpendicularis super superficiem speculi, à quo fit reflexio, dicitur linea orthonogaliter erecta à puncto incidentiæ super superficiē speculi illius, à quo fit reflexio, si illa superficies sit plana: quòd si illa superficies sit conuexa uel concaua: tunc dicitur perpendicularis super ipsam, quæ est perpendicularis super superficiem planam, illam superficiē conuexam uel concauam in puncto incidentiæ contingētem. 7. Superficies reflexionis dicitur superficies continens lineam incidentiæ & reflexionis, & perpēdicularem à puncto contingentiæ productam super ipsam speculi superficiem, uel super superficiem ipsam contingentem. 8. Cathetus incidētiæ dicitur linea perpendiculariter erecta super superficiem planam speculi, aut super lineam rectam contingētem communem sectionem superficiei reflexionis, & superficiei speculi conuexi uel concaui, ducta à puncto, à quo incipit incidentia, ut à cētro uisus, uel ab alio pūcto quocunq;, cuius forma à speculo reflectitur ad uisum. 9. Cathetus reflexionis dicitur linea erecta super illam eandem superficiem uel lineam à puncto, ad quem terminatur ipsa linea reflexionis, ut à centro uisus uel ab alio puncto, ad quem reflexio terminatur. 10. Superficies incidentiæ dicitur superficies contenta à linea rei uisæ, & à cathetis incidentiæ terminorum illius lineæ. 11. Angulus incidentiæ dicitur angulus, quem in superficie reflexionis continet linea incidentiæ, cū linea, quę est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei ipsius speculi, uel superficiei speculum in puncto reflexionis contingentis. 12. Angulus reflexionis dicitur angulus, quem in superficie reflexionis continet linea reflexionis cum dicta communi sectione. 13. Imago dicitur forma in speculo cōprehensa. 14. Locus imaginis dicitur locus uisionis illius formæ, scilicet locus, in quo uidetur forma.

PETITIONES.

Supponimus autem hæc. 1. Rei elongatæ & approximatæ speculo, extrema quandoq; uideri. 2. Item quòd uniformis situatio puncti rei uisæ respectu superficiei cuiuscunq; speculi, à qua eius forma reflectitur, fit solum secundum cathetum suæ incidentiæ.

THEO-

THEOREMATA.

1. Corporum tersorum politorum, cuiuscunq; figuræ sint, superficies à quolibet suorum punctorum luces, colores, & formas rerum oppositarum reflectunt secundum rectitudinem linearum. Euclides 2 hypothe. catoptr. Ptolemæus 1 & 3 the. 1 catoptr. Alhazen 2 n 4.

Quoniam enim, ut patuit per 1 th. 2 huius, forma lucis à corpore luminoso semper secundum lineam rectam diffunditur in omne corpus ei oppositum, & similiter forma colorata habentis actum luminis. Cum itaq; hæc incidunt alicui corpori terso polito: quia in tali corpore non patet transitus lumini uel colori propter talis corporis densitatem & priuationem diaphanitatis, cũ sint planarum superficierũ, in quibus nulla est asperitas, semper ab illis fit luminis & coloris & formarum reflexio: & ob hoc opposito speculo lumini forti obliquè incidenti, manifestè fit ad parietem uicinum luminis reflexio & coloris, si color fuerit coniunctus lumini, & uidebitur lumen reflexum incidens parieti cum colore: & moto speculo radius reflexus mouebitur mutans locum, & ablato speculo lumen reflexum aufertur: & si à loco, cui incidit radius luminosus, manus uel aliud corpus mundum uel politum secundum lineam rectam ducatur ad superficiem corporis, à qua fit reflexio: patens erit quoniam secundum rectitudinem linearum reflexio est facta, quoniam ipsi experimentanti secundum lineam rectam ad corpus, à quo fit reflexio, redeunti, semper reflexionem luminis accidit uideri. In omni itaq; polita superficie cuiuscunq; sit figuræ, à quolibet suorum pũctorum fit reflexio secundum rectitudinem linearum: cadit enim in quodlibet punctum corporis politi lux à quolibet puncto corporis luminosi. Vnde sicut ostensum est in 20 th. 2 huius super quodlibet punctum corporis politi fit pyramis, cuius uertex est in pũcto corporis politi, & basis in superficie corporis luminosi: & à quolibet puncto luminosi corporis procedit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis luminosi, & basis in superficie corporis politi. Et si à corpore luminoso procedit lux ad corpus politum secundum lineas æquidistantes, illæ lineæ quasi columnam continentes terminantur ad bases pyramidum præmissarum. Per quascunq; autem lineas lumen corpori polito incidit, secundum illarum proprietatem reflectitur, siue sint perpendiculares siue obliquæ: patet ergo propositum. Fit autẽ à corporibus politis reflexio lucis, non autem à corporibus non politis, asperis: quoniam in illis sunt pori & foueæ, quas subintrat lumen, & redit in se permixtum cum umbra illorum corporum: unde non fit reflexio sensibilis ab illis.

2. Ab omni corpore colorato præsente luce, color ad corpus oppositum politum mixtim cum lumine mittitur: & quandoq; totaliter, quandoq; partialiter reflectitur ab illo, sicut & ipsum lumen. Ptolemæus 3 th. 1 catoptr. Alhazen 3 n 4.

Quòd hic proponitur, experimẽtaliter declaratur. Sit enim, ut intra domum unius tantùm fenestræ descendat lux solis super corpus multum coloratũ forti colore: & ponatur in oppositione contra ipsum speculum argenteum, & iterum cõtra speculum ponatur uas concauum ad modum scyphi, quod sit interius album, uel in quo põnatur corpus album, & aptetur taliter ut lux reflexa incidat super illud corpus album. Apparebit itaq; super faciem albi corporis color illius corporis, in quod primò fit descensus lucis. Color itaq; mixtim cum luce reflectitur: ergo etiam mixtim cũ lumine incidit corpori polito: quod corpus politum si densum & durum fuerit, color cum luce totaliter ab ipso reflectitur, ita ut non coloret corpus politum. Si uerò corpus politum sit rarum & lucidum actu, sicut sunt aqua & uitrum, & similia: tunc reflectũtur ab illo colores & luces, & penetrant in illud: quod patet per hoc, quòd forma reflexionis ab his corporibus est debilioris lucis & coloris, quàm ab alijs corporibus densioribus, quàm sint illa: & etiam circa aliquod punctum sub istis corporibus, uel in istis uidentur formæ lucis & coloris incidẽtes superiori superficiei istorum corporum. Patet ergo illud, quod proponebatur.

3. Omnis reflexio debilitat luces & colores: & uniuersaliter omnes formas. Alhazẽ 4 n 4.

Quoniam enim lux continua fortior est luce disgregata per 1 petitionem 2 huius, & quantò lux ab ortu suo plus elongatur, tantò plus debilitatur per 22 th. 2 huius: patet quòd cum secundum aliquem punctum corporis luminosi procedit lux ad superficiem corporis politi in modum pyramidis, quòd quantò magis elongatur à puncto illo, tantò maior est eius debilitatio, & propter elongationem ab ortu lucis, & propter disgregationẽ. Lux uerò reflexa ab aliquo polito corpore plus debilitatur, tum propter elongationem à loco reflexionis & disgregationẽ, tum propter ipsam reflexionem. Luces quoq; secundum lineas æquidistantes politis corporibus incidẽtes, sunt debiliores quàm luces obliquè incidentes, quoniã minus aggregantur. Colorum quoq; reflexio quamuis fiat ab omni corpore polito, sicut & lucis, ut patet per 1 huius: non tamen est multum sensibilis, propter debilitationem, quę fit ex reflexione, & propter admixtionẽ coloris ipsius speculi conformis colorum reflexorum, nisi fortè à speculo argẽteo fiat reflexio. In ferreo enim speculo color apparet debilior, quoniam color ferri mixtus cum luce reflexa, & ipso colore reflexo debilitat ipsum colorem reflexum. Omnes itaq; reflexiones colorum optimè experiri possunt in domo unici foraminis, cui foramini albus paries opponitur. Tunc enim in radio solis posito speculo argenteo, & ipsi speculo & parieti interposita re aliqua colorata: erit reflexio coloris ad parietẽ album sensibilis. Idem quoq; accidit

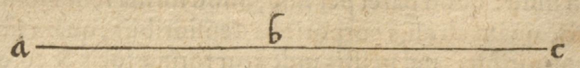
accidit ſi in radio incidentiæ ipſius ſpeculi ponatur corpus diaphanum coloratum, per quod tranſeat radius, incidens ipſi ſpeculo, utpote ſi ante feneſtram ponatur uitrum coloratum, uel ſi modo ſimili, ut experimentanti uidebitur, diſponatur. Cadēte itaq; luce forti ſuper ſpeculum argenteum & ipſa reflexa ſuper parietem album, notabiliter uidebitur lux parietis debilior quàm ſpeculi. Reflexio ergo lucem debilitat. Et eodē modo color reflexus eſt debilior colore, à quo fit reflexio. Palàm ergo quòd reflexio debilitat luces & colores, ſed colores magis quàm luces. Colores enim debiliori modo incidunt quàm luces: unde etiam in reflexione facilius debilitantur. Color enim debilis cum ad ſpeculū peruenerit, miſcetur colori ſpeculi & immutatur propter illius admixtionem: quare color reflexus apparet debilis & tenebroſus: & uniuerſaliter formæ reflexæ ſunt debiliores quàm ſint in loco, à quo reflectuntur. Sic ergo patet quòd omnis reflexio eſt cauſſa debilitatis. Nam & hoc patet ſenſibiliter in luce: licet enim lux directa & lux reflexa ęqualiter diſtent ab ortu ſuo, tamen debilior eſt lux reflexa. Opponatur enim in aere radio ſolis intrāti per feneſtram domum aliquam, in qua unica eſt feneſtra, ſpeculum minus foramine, ita ut lux reſidua foraminis, quę non incidit in ſpeculo, cadat in terram ſuper corpus album: & lux à ſpeculo reflexa cadat ſimiliter ſuper corpus album eleuatum à terra, hoc obſeruato, ut ſit eadem diſtantia corporis eleuati & iacentis à centro foraminis feneſtræ: uidebitur itaq; ſuper corpus album eleuatum, ad quod fit reflexio, lux minor, quàm ſuper corpus iacens: cuius minoritatis ſola reflexio eſt cauſſa. Et idem poteſt in colorum reflexione faciliter demonſtrari, & eodem modo. Patet ergo propoſitum.

4. Omnis lux reflexa, etſi debilior ſit luce prima, eſt tamen fortior quàm lux ſecunda, æqualiter ab origine diſtantibus ambabus: & idem eſt in colore. Alhazen 5 n 4.

Luce enim reflexā cadente in aliquod corpus, ſi aliud ſimile corpus ponatur extra locum reflexionis, & ſit cum illo eiuſdem elongationis à ſpeculo: uidebitur ſuper ipſum corpus ſecunda lux minor, quàm in illo, quod eſt poſitum in loco reflexionis. Sit enim, quòd in directo foraminis, per quod radius domum aliquam ingreditur, ponatur ſpeculum in terra, ſuſcipiens totam lucem radij incidentis per illam feneſtram, quam lucem ſuperius in principio 2 libri huius ſcientiæ diximus lucem primam: tunc enim fiet palàm, quòd erit lux fortior ſuper corpus in loco reflexionis poſitum, quàm ſuper aliud corpus ſimile poſitum extra illum locum tantundem à ſpeculo elongatum. Et idem accidit ſi ſuperficies ſpeculi non ſuſcipiat radium directè, ſed obliquè. Idem etiam patet in coloribus: quoniam facta reflexione coloris à ſpeculo argenteo, corpus album poſitum in loco reflexionis plurimum recipit coloris: aliud uerò corpus æquè album exiſtens extra locum reflexionis, & in eadem diſtantia à ſpeculo, apparet quidem coloratum, ſed debilius ualde quàm corpus poſitum in loco reflexionis: & ſi ferreum fuerit ſpeculum fortè in corpore, quod eſt in loco reflexionis, modicus uidebitur color, extra uerò locum reflexionis in corpore æquè albo, quaſi nullus apparebit color. Patet ergo propoſitum.

5. Natura agit in omnibus ſecundum lineas breuiores. Euclides in præfatione opticorum. Ptolemæus 1 th. 1 catoptr.

Hoc uniuerſaliter patet in omnibus operibus naturæ. Omnes enim motus naturales ſic fiūt: deſcendunt enim grauia perpendiculariter ſuper ſuperficiem horizontis. Sagittæ etiam emiſſæ uiolenter ab arcubus feruntur linea breuiori ſecundum angulum ſuæ emiſsionis: per breuiorem enim lineam ab eodem termino in eundem terminum uelociter eſt motus. Et quia, ut in principio 2 libri huius ſcientiæ ſuppoſitum eſt, natura nihil agit fruſtra, neq; deficit in neceſſarijs: palàm quòd neceſſariò agit ſecundum lineas breuiores. Si enim poſsit operationem intentam complere per motum uel actionem per lineam a b, & agat per lineam a b c: omnis actio, quam facit in linea b c eſt fruſtra, quoniam cōſecuta eſt finem in puncto b: non ergo agit ſecundum aliquod punctum lineæ b c. Et hoc idem per multa naturalia exempla patere poteſt. Vnde & animalia, quorum motrix eſt anima, ſecundum breuiorem lineam mouentur ad terminū, ut patet in rectitudine filorum aranearum, ex quibus texunt telas ſuas, quæ telæ etſi nonnunquā inueniantur circulares, ſunt tamen ex rectis filis & in ſtamine, & in ſubtelari contextæ propter lineæ breuitatem. Idē quoq; patet in canibus, qui omiſsis duobus lateribus trigoni currunt per tertium, ac ſi naturaliter informati nouerint, quòd duo latera trigoni maiora ſint tertio, quòd homines geometres edocet 20 p 1. Patet itaq; propoſitum, prout poſsibile nobis fuit.



6. Omnis reflexio luminis & coloris fit ſecundum lineas ſenſibiles latitudinem habentes. Alhazen 16 n 4.

Secundum enim tales lineas fit lucis incidētia, etiam lucis minimæ ſuper corpus politum, ut patet per 3 th. 2 huius. Latitudo itaq; lineæ reflexionis eſt æqualis latitudini lineæ incidentiæ: & linea mathematica, quę eſt linea media totius lineæ reflexionis, eundem habet ſitum in loco reflexionis, quem habet linea mathematica, quæ eſt linea media lineæ incidentiæ ſenſibilis in loco incidentiæ: & ſimiliter quælibet aliarum linearum mathematicarum in linea ſenſibili reflexionis eundem retinet ſitum, quem ſua compar in linea incidētiæ ſenſibili: & ob hoc lineis mathematicis pro ipſis ſenſibilibus non inconueniens eſt uti in tractatibus reflexionum. Patet ergo propoſitum.

7. In re-

7. In reflexionibus factis à quibuſcunq; ſpeculis, ſit deceptio propter intemperantiã lucis: uel propter diuerſitatem ſitus: uel propter remotionem puncti, cuius forma reflectitur: uel etiã centri ipſius uiſus à ſuperficie cuiuslibet ſpeculorum. Alhazen 3 n 6.

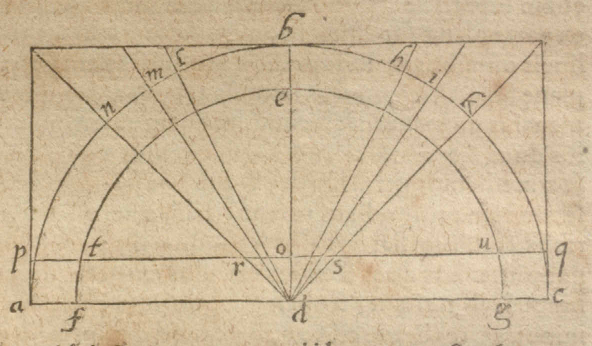
Vniuerſaliter enim quibuſcunq; modis contingit decipi uiſum circa intentiones uiſibilium per ſimplicem uiſionem uiſorum: eiſdem etiam modis contingit uiſum decipi in uiſione, quæ fit per reflexionem: quoniam & hæc uiſio eſt quædam uiſio, in qua forma lucis & colorum & aliarum intentionum uiſibilium ipſi uirtuti diſtinctiuæ præſentantur. Et hoc, ut patuit per 1 th. 4 huius, & multis illius theorematibus, accidit octo modis. Plurimum tamen & manifeſtius fit hoc in ſpeculis: uel propter debilitatem lucis: uel propter diuerſitatem ſitus, propter quam lineas reflexionũ remoueri accidit ab axibus uiſualibus: uel propter remotionem puncti rei uiſæ, cuius forma reflectitur à ſuperficie ipſius ſpeculi: uel etiam propter remotionem ipſius centri uiſus, ad quod remota fit reflexio à ſuperficie ipſius ſpeculi. In alijs uerò quinq; modis licet ſimiliter cauſſetur error in uiſione formarum reflexarum à quibuſcunq; ſpeculis ad uiſum, non eſt tamẽ ille error tam ſenſibilis, ut in iſtis modis propoſitis: nec tamen fit totalis excuſatio ab illis. Patet ergo propoſitum.

8. Specula, à quibus regularis fit reflexio, ſunt tantùm ſeptem.

Quoniam enim regularis reflexio non poteſt fieri niſi à corporibus regularibus: corpora uerò regularia non poſſunt eſſe niſi corpora ut plurimum planarum ſuperficierum uel unius ſuperficiei cõcauæ uel conuexæ. Sicut autem patet ſenſui, licet corporum planorum ſpecies ſecundum figuras & numerum angulorum uarientur: quantùm tamen ad naturam reflexionis, in omnibus illis eſt identitas ſuperficiei planæ: nec enim in ipſis, quo ad hæc, uariatio inuenitur: ut autem patet per 118 th. 1 huius, omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis aut eſt pars ſuperficiei ſphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ. Sic ergo habentur in uniuerſo ſeptem ſpecula: quorum unũ eſt planum cuiuſcunq; figuræ: & tria ſunt conuexa, ſphærica, columnaria & pyramidalia: & tria ſunt concaua, ſphęrica, columnaria & pyramidalia: nec eſt poſsibile plura eſſe ſpecula, à quibus regularis fiat reflexio. Patet ergo propoſitum.

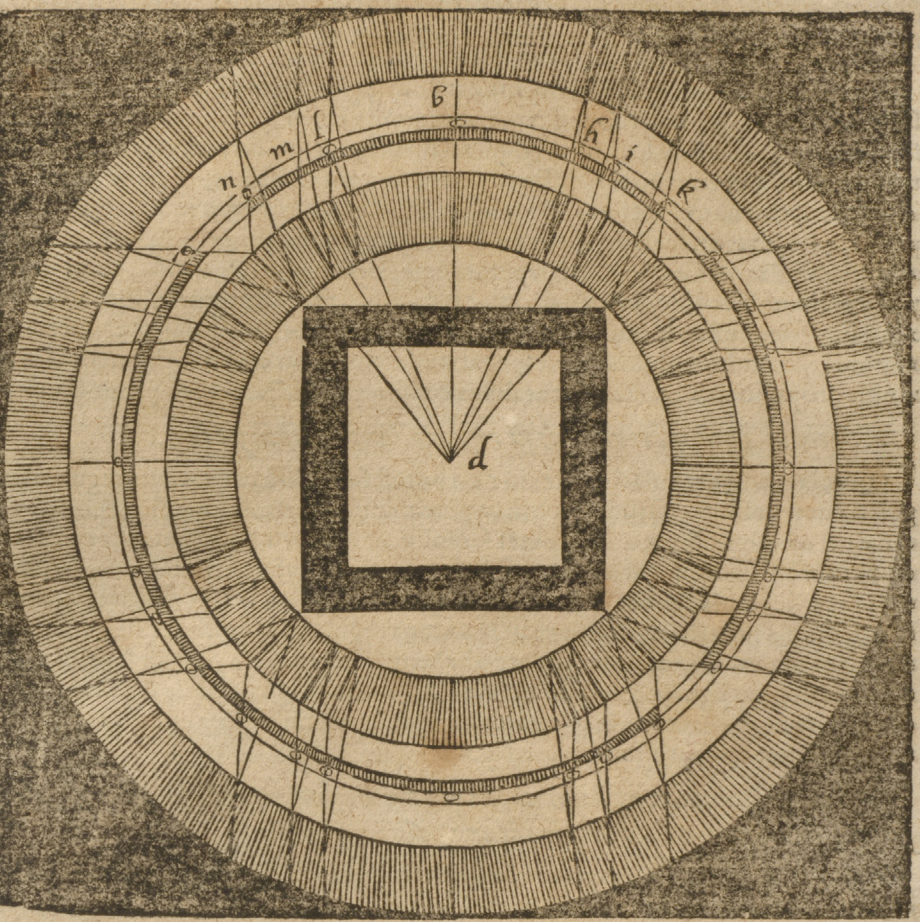
9. Inſtrumentum conſtituimus, in quo modi omnium reflexionum à quibuſcunq; regularib. ſpeculis inſtrumentaliter declarantur. Alhazen 7 n 4.

Aſſumatur ſemicirculus æneus cõuenientis ſpiſsitudinis, utpote medietatis grani hordei uel circa illud, & conuenientis quantitatis: qui ſit a b c, cuius diameter ſit a c, & eius centrum d: producaturq; linea d b perpendiculariter ſuper diametrum a c per 11 p 1: eſt ergo d b ſemidiameter circuli diuidens ſemicirculum per æqualia per 33 p 6. Abſcindatur itaq; ex linea d b ſuperius ſexta pars ipſius per 9 p 6, quę ſit b e: & ſecundum quantitatem lineæ e d à centro d fiat ſemicirculus, qui ſit f e g. Arcus itaque b c diuidatur in partes, quot libuerit, ſecundum puncta h, i, k: & arcus b a in totidem partes diuidatur ſecundum puncta l, m, n: ita



quòd arcus l b fiat ęqualis arcui b h, & arcus m l arcui h i, & arcus n m arcui i k, per 23 p 1 & 26 p 3, productis lineis d h, d i, d k, d l, d m, d n. Deinde iterũ à ſemidiametro b d inferius abſcindatur ſexta pars ipſius, quæ ſit d o: & à pũcto o ducatur linea ęquidiſtans diametro ſemicirculi, quæ eſt a c, per 31 p 1: quę ſit p o q: hanc itaq; interſecabũt omnes lineæ ad partes diuiſionis à centro d productę. Punctus ergo, in quo linea d n ipſam interſecat, ſit r, & in quo linea d k ipſam interſecat, ſit s: & pũcta, in quib. ipſam ſecat ſemicirculus f e g, ſint t & u. Deinde à totali ſemicirculo abſcindatur pars d a p r ex una parte, & ex alia pars d c q s: & planentur optimè ſuperficies: & acuatur d centrum aſſumpti ſemicirculi quaſi punctus, ita ut ipſum punctũ d maneat in eadẽ ſuperficie ſemicirculi cũ lineis productis. Nos aũt quantitatẽ lineæ b e, quę eſt ſexta pars ſemidiametri d b, deinceps digitum appellamus: eſt ergo diameter a c duodecim digitorũ. Deinde aſſumatur tabula lignea quadrata plana, cuius latus ſit 14 præmiſſorum digitorum, excedens diametrum a c duobus digitis: & ſpiſsitudo eius ſit 7 digitorum: & in hac tabula ſignetur punctus medius p 40 th. 1 huius: & ſuper ipſum fiat circulus ſecundum quantitatem lateris tabulę: hic ergo excedet circulum a b c quãtitate unius digiti ex omni parte: quoniam eius diameter in duobus digitis excedit diametrum a c. Fiat iterum ſuper idem centrũ tabulæ ligneæ circulus ęqualis circulo f e g: diuidaturq; circulus tabulę lignęę proportionaliter ſemicirculo æneo, qui eſt a b c, ita ut prima pars circuli lignei reſpondeat primæ, & ſecunda ſecundæ, & ſic deinceps: & à centro tabulæ ligneæ ducantur ad puncta diuiſionis lineę rectę: & rotũdetur tabula lignea extrinſecus ſecundum circulum maiorem: & excidatur pars interior tabulæ minori circulo contenta: remanebitq; quędam armilla lignea, cuius latitudo eſt duorum digitorũ, diameter exterioris circuli 14: interioris circuli 10; & totius armillæ profunditas uel altitudo erit 7 digitorũ: cuius ſuperficies curuę optimè planentur ad modum columnæ rotundæ: remanebuntq; in ſuperfi-

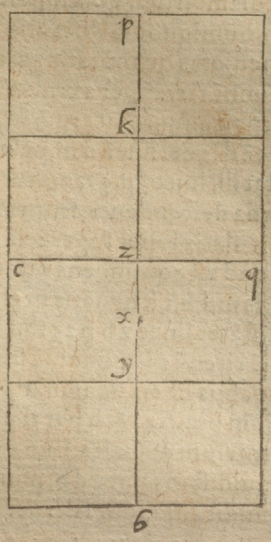
cie plana illius armillæ, lineæ diuidentes circulum ſecundum diuiſionem ſemicirculi a b c. A' capitibus itaque illarum linearum producantur lineę in ſuperficie conuexa altitudinis armillæ, perpendiculares ſuper planam ſuperficiem latitudinis ipſius. Ponatur enim pes circini ſuper terminum lineę diuidentis circulum: & fiat ſemicirculus in ſuperficie cõuexa armillæ, qui diuidatur per ęqualia per 30 p 3: & producatur à puncto ad punctũ linea: paláq; p 105 th. 1 huius quoniam illa linea eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiem latitudinis, quæ pars eſt baſis colũnę: & eodem modo à terminis illarũ diuidentiũ producantur perpẽdiculares in ſuperficie armillæ concaua. In qua etiam ſuperficie



ex parte planæ ſuperficiei non diuiſæ ſumatur altitudo duorum digitorum: & in perpẽdicularibus lineis omnibus in illa ſuperficie productis fiant ſigna: & ſecundum ſigna illa fiat circulus ęquidiſtãs planę ſuperficiei armillæ, immiſſa tabella acuta, quantitatis circuli f e g, uel alio modo, prout conuenientius poſsit fieri: & ſecundum quantitatem medietatis grani hordei fiant item alia ſigna intra illos duos digitos: & circũducatur circulus æquidiſtans priori circulo ſecundum quantitatẽ pręmiſſam medietatis grani hordei: & ſub hoc ſecundo circulo intra altitudinem duorũ illorum digitorũ, ſecundum profunditatem ſemicirculi ænei a b c ſignentur alia puncta in prædictis perpendicularibus, & iterum fiat circulus ſecundum illa puncta: & excepto per aliqua inſtrumẽta illo corpore ligneo inter hos duos ſecũdos circulos exiſtẽte, fiat concauitas unius digiti profunda: & coaptetur huic cõcauitati ænea ſemicirculi portio, quę eſt p b q, quæ intrabit concauitatem uſq; ad portionem minoris circuli, quę eſt t e u: ideo quòd diſtantia iſtorum duorum arcuum eſt unius digiti, & eadem eſt profunditas concauitatis factæ in tabula lignea. Fiat autem taliter, ut ſuperficies circuli f e g diuiſa per lineam à centro d ad circumferentiam producta, ſit ad partem ſuperficiei armillæ diuiſæ. Lineę itaq; perpẽdiculares ductæ in concaua ſuperficie armillæ tangent lineas diuiſionis circuli f e g, & cadent perpendiculariter ſuper ſuperficiem circuli f e g. Item in cõuexa ſuperficie armillæ ex parte ſuperficiei non diuiſæ ſignetur punctus in qualibet perpendicularium productarum ſecundum diſtantiam duorũ digitorum ab ipſa plana ſuperficie non diuiſa: & poſito pede circini ſuper quodlibet punctorum ſignatorum, fiant circuli, quorũ cuiuslibet diameter ſit ęqualis quantitati grani hordei: & ſecundum illorum circulorum quantitatem fiant foramina columnaria rotunda: & in aliquo ipſorũ coaptetur baculus ligneus, qui cum tranſierit ad interiorem concauitatem armillæ, tãget ſemicirculi f e g ſuperficiem: quoniam, ut patet ex præmiſsis, centrum cuiuslibet illorum circulorum paruorum erit in circũferentia circuli prius ſignati in ſuperficie concaua armillę, à quo diſtat ſuperficies circuli ęnei, qui eſt f e g, ſecundum quantitatem medietatis grani hordei. Deinde ſumatur alia tabula lignea quadrata, cuius diameter ſit æqualis diametro armillæ ligneæ: & perquiſito puncto medio ipſius per 40 th. 1 huius, ab illo puncto medio circunducatur circulus ad quantitatem ſemidiametri d e: & hic circulus erit ęqualis circulo f e g & baſi concauitatis armillę. Item ſuper centrum huius circuli fiat quadratum, cuius latera ſint quatuor digitorum lateribus ſuis æqualiter diſtantibus à lateribus huius tabulæ ligneę: quod poteſt fieri per 41 th. 1 huius: & fodiatur hoc quadratum ad profunditatem unius digiti: & planentur omnes ſuperficies concauitatis ſuæ, ut fiant rectangulæ, & fundus eius fiat planus. Deinde huic tabulæ coaptetur immobiliter baſis armillæ, ita ut circulus minor huius tabulę applicetur concauitati armillæ. Deinde fiat columna ferrea concaua aliquã

tulum

tulum ſpiſſa, cuius baſis diameter ſit æqualis quantitati grani hordei, ſicut diametri foraminum: & ponatur illa columna in prius factis foraminib. quę, cũ peruenerit ad concauum armillæ, continget lineas in circulo f e g productas. Fiat aũt in capite columnæ quodcunq; artificium, non permittens columnam intrare, niſi ad locum determinatum: & ut firmius ſtare poſsit, modicum cerę ſibi circũponatur: & ſit tantæ longitudinis columna, ut procedens ſuper ſuperficiem circuli f e g, contingere poſsit latus quadrati concaui in tabula lignea, quod eſt ęquidiſtans lineę r s, ductę in ſuperficie circuli ænei. Deinde fiant ſeptem regulæ ligneę planę ęquidiſtantium ſuperficierũ orthogonalium, æquales & penitus ſimiles, quarum longitudo ſit digitorum ſex: latitudo quatuor: & ſpiſsitudo conueniens, ut inferius neceſsitas ipſius finis edocebit: & una ipſarum adaptetur quadrato cõcauo, ita ut orthogonaliter cadat ſuper fundum quadrati concaui, & ut faciliter intret ſine compreſsione: ducaturq; taliter ut punctus d centrum ſcilicet circuli a b c contingat unam ſuperficierum latitudinis regulæ: & in puncto contactus fiat ſignum in regula, quod ſit x: & à puncto ſignato x producatur in extremitates regulę linea ęquidiſtãs longioribus lateribus regulę, quę ſit b x p. Et palàm quoniam illa erit linea longitudinis regulę. Deinde in longiori parte illius lineę à puncto x ſignato ſumatur altitudo medij grani hordei: & fiat ibi punctum z: erit itaq; z medius punctus longitudinis regulæ, centriſq; foraminum oppoſitus directè: centra enim foraminum altiora ſunt ſuperficie circuli a b c in quantitate medij grani hordei, & diſtant à baſi armillę per duos digitos: punctus ergo z diſtat ab eadẽ baſi per duos digitos, & regula in quadrato concauo per digitum unum. Et quia ab extremitate regulę uſq; ad punctum z ſunt digiti tres, longitudo quoq; regulę eſt tantùm ſex digitorum: patet, quòd punctum z eſt medium longitudinis regulę. Ducatur itaq; per punctum z lineę ęquidiſtans lineis extremitatum latitudinis regulæ, quę ſit c q: eſt itaque linea longitudinis regulæ, quę eſt b p, diuiſa ꝑ ęqualia in puncto z: cuius item medietates, quę ſunt b z & z p, diuidãtur per ęqualia in punctis k & y, ſemper ductis lineis latitudinis à pũctis ſectionis k & y perpendiculariter ſuper lineam longitudinis b p & ęquidiſtanter lineæ c q. Sic ergo erit linea b p, & conſequenter tota regula diuiſa in quatuor partes ęquales. Et hoc modo omnes aliæ ſex regulæ diuidantur, & ſignentur: & ſic factum eſt, quod proponebatur.



10. In ſpeculis planis radij obliquè incidentis ſit ad aliam partem reflexio: ſemperq́; angulum incidentiæ æqualem eſſe angulo reflexionis experimentaliter comprobatur. Euclides 1 the. catoptr. Ptolemæus 4 th. 1 catoptricorum. Alhazen 10 n 4.

Fiat itaq; ex ferro mundo ſpeculum planum circularis figurę: cuius diameter modo præmiſſo ſit trium digitorum: & concauetur regula præmiſſa ſecundum centrum z, qui eſt medius punctus regulæ circulariter ad quantitatem diametri ſpeculi: & profundetur ſecundum ſpiſsitudinem ipſius ſpeculi, apteturq; taliter, ut una fiat ſuperficies ſpeculi & regulę: & ut centrum circuli rotunditatis ſpeculi directè ſuperponatur puncto z. Linea itaq; c q diuidens latiorem ſuperficiem regulæ per duo æqualia, diuidet etiam ſuperficiem ſpeculi per duo ęqualia: & in hoc experimentantis diligentia cõſiſtat. Immittatur itaq; ligneę armillæ hęc regula, donec centrum d, quod eſt acumen tabulę æneæ, cadat ſuper ſpeculũ: & tunc illa regula ſit cũ ſpeculo in figura quadrato concauo per aliquod artificium appodiata, ne uacillet, ſed ſtet firma. Deinde bene obturentur omnia foramina inſtrumenti, pręter unum, quod obliquè ſuper regulę ſuperficiem declinet: & ſit exempli cauſſa, foramen correſpõdens lineę d l in circulo a b c ęneo: & hoc foramen apertum adhibeatur radio ſolis, & melius eſt radio ſolis per feneſtram domus intrãti. Radius itaq; ſpeculo plano incidẽs uidebitur reflecti ad foramen aliud correſpondens lineę d h in circulo a b c ęneo: & ſi foramen illud puncti h aperiatur, & foramen prius opertum, quod fuit puncti l, obſtruatur, reflectitur itẽ radius in illud foramẽ coopertum. Angulus autem b d l eſt ęqualis angulo b d h, ut patet ex hypotheſi in pręmiſſa: ergo angulus l d a eſt ęqualis angulo h d c: quoniã totus angulus b d a eſt ęqualis toti angulo b d c: quia uterq; eſt rectus. Si etiam imponatur foramini aperto columna ferrea concaua, de qua pręmiſimus: deſcẽdet lux per columnę cõcauitatẽ ad ſpeculũ, & reflectetur in foramine reſpiciens ęqualem angulum, ut prius. Et ſi ad ſecundum foramen columna transferatur, reflectetur radius ad primũ: ſemper tñ erit debilior lux per columnã deſcendens, quã ſine columna per ipſum foramen deſcẽdens. Et idem eſt experimentandi modus, ſi aliquod foraminum cum cera obſtruatur, & circa centrũ eius cum ſtilo ferreo fiat modicum foramẽ: tunc enim lumen reflectetur in ſimile ſpatiũ paruũ circa centrũ foraminis alterius, illud primũ in anguli æqualitate reſpicientis. Et ſi concauitas columnę ferreę concaua obturata fuerit, facto foramine primo ſecundum centrum ſuæ baſis, deſcendet lux per axẽ colũnæ, & ad centrum alterius foraminis reflectetur, ſemper, ęqualitate angulorum in omnibus obſeruata. Et ſi aptetur inſtrumentũ taliter, ut lux intret per duo foramina, reflectetur ſimiliter ꝑ alia duo illis ſimilia: ſemp enim declinatio linearũ reflexionis eſt ęqualis declinationi linearum incidẽtiæ. Et quoniã linea b x p (quę eſt linea media lõgitudinis regulę) eſt orthogonalis ſuꝑ lineã latitudinis regulę inferiorẽ ęquidiſtantẽ lineę c q: quoniã illa eſt cõmunis ſectio ſuperficiei regulę & ſuꝑficiei fun

di quadrati concaui æquidiſtãtis ſuperficiei a b c circuli æneí:& linea media ſuperficiei fundi ęquidiſtat lineæ d b (quę eſt media diameter circuli) & quia linea,quę eſt cõmunis ſectio ſemicirculi a b c & ſuperficiei regulę,in qua eſt linea latitudinis regulę, eſt ęquidiſtans cõmuni ſectioni ſuperficiei fundi & regulę per 28 p 1, quoniam linea b x p cadit perpendiculariter ſuper ambas illas lineas latitudinis regulę:& quoniá linea b x p eſt erecta ſuper ſuperficiem fundi:palá per 23 th. 1 huius quoniá linea b x p eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli a b c ęquidiſtantẽ ſuperficiei fundi tabulæ. Ergo per definitionem lineę ſuper ſuperficiẽ erectę,diameter d b eſt perpẽdicularis ſup lineá b x p, cum ſecent ſe in puncto d:eſt ergo linea d b erecta ſuper ſupficiem ſpeculi plani,& ſuper eius circuli diametrum: quia ſuperficies circuli a b c eſt ęquidiſtãs ſuperficiei circuli trãſeuntis per cẽtra foraminum:quoniá diſtantia omnium centrorũ foraminum à ſuperficie circuli a b c eſt eadem , ſcilicet medietas quantitatis grani hordei. Superficies uerò tranſiens centra omniũ foraminum ſecat columnã ferreã per axem:eſt ergo axis colũnę in illa ſuperficie. Et quia columna ferrea in ſuo deſcẽſu tangit aliquã linearum in ſuperficie circuli a b c,à cẽtro d ad circumferentiã productarum,utpote lineá d b,uel lineá d m,uel aliquã aliã illarum linearum:palá per præmiſſa, quia axis columnæ ęquidiſtat illi lineę,quę tangitur per lineá lõgitudinis columnę.Et quoniá per quodcunq; foraminũ columna deſcendente,ſemp axis eius cadit in linea b x p & in punctũ z:linea uerò z b ſemper eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ a b c:linea quoq; à puncto z ipſius regulę protracta ad centrũ foraminis, quod eſt contingens punctum n,eſt ęquidiſtans lineę d n,& ſimiliter de alijs centris foraminũ & punctis m,l,h,i,k ſignatis in circumferentia a b c:oẽs enim ſemidiametri foraminũ ſunt ęquales & ęquidiſtãtes lineę z b p 25 th.1 huius:ſunt enim oẽs ſemidiametri foraminum perpẽdiculares ſup ſuperficiẽ circuli a b c:quoniá ſunt partes lineę lõgitudinis armillæ.Lineę itaq; l d & d h ſunt ęquidiſtantes duabus lineis imaginatis duci à puncto regulę, quod eſt z, ad centrum duorũ foraminum cõtingentium puncta l & h per 33 p 1: ergo per 10 p 11 anguli ab illis lineis in ſuperficiebus ęquidiſtantibus cõtenti ſunt æquales.Et ſi à puncto z ducatur linea ad centrum medij foraminis,erit ipſa per præmiſſa ęquidiſtans lineę d b, diuidens angulum linearum ſecum cõcurrentium per æqualia, ſicut linea d b diuidit angulum l d h per æqualia. Patet ergo propoſitum.

11. In ſpeculis planis radium perpendiculariter incidentem reflecti in ſe ipſum instrumentaliter declaratur. Euclides 2 the. catoptr. Alhazen 11 n 4.

Remanente enim omni diſpoſitione inſtrumenti,ut prius:& regula,in qua ſitum eſt ſpeculũ planum,erecta ſuper fundum quadrati concaui,quod eſt in tabula lignea, quæ eſt baſis inſtrumẽti,obturentur omnia foramina,præter medium,cui reſpondet ſemidiameter d b circuli a b c: & fiat baculus columnaris ad quantitatem foraminis,cuius extremitas acuatur ita,ut remaneat ſolus punctus, qui eſt terminus axis eius,qui immittatur per foramẽ ad ſpeculum:ſigneturq; incauſto punctus, in quẽ ceciderit. Deinde extracto baculo opponatur foramen apertum radio:cadetq; radius ſuper punctum ſignatum,& circa ipſum efficiet circulum. Signetur itaq; in fine huius lucis circularis punctũ, & ſecundum quantitatem lineę interiacentis puncta ſignata fiat circulus, qui erit maior circulo foraminis per 36 th. 2 huius: quoniam ſemper proceſſus lucis per foramen ingredientis eſt in modum pyramidis: in nullo aũt aliorum foraminum neq; in aliqua parte cõcauitatis armillæ uidebitur lux reflexa. Palàm ergo quòd lux deſcendens per axẽ, reflectitur per eundem , & ſecundum illius reflexionem ordinatur totaliter reflexio luminis incidentis. Quãuis aũt uideatur lux circularis circa baſim interiorẽ fòraminis maior luce incidente uel radio,& quãuis illa lux uideatur maior ipſius lucis interioris circulo,paláq; ſit illã lucẽ apparere per reflexionẽ:non tñ accidit hoc ꝑ reflexionẽ radij ꝑpendiculariter incidentis,qui eſt axis illius pyramidis luminoſæ:ſed accidit hoc propter reflexionẽ aliorum radiorũ pyramidis obliquè ſpeculo incidentiũ , qui etiá ſecundum modũ ſuæ obliquitatis ad partes oppoſitas,& nõ in ſe reflectuntur: quod patet,ſi obturetur ꝑ cerá utraq; baſis foraminis,facto modico foramine ſecundũ axẽ: tunc enim radio ſolis ꝑ quiá tantũ axis deſcẽdẽte , nõ apparebit lux reflexa circularis circa interiorẽ baſim foraminis. Patet ergo quòd non procedebat illa lux circularis ex reflexa luce axis,ſed ex reflexione lucis obliquè incidentis ipſi ſpeculo. Quòd ſi regula,in qua ſitum eſt dictum ſpeculum planum,aliquãtum retrorſum inclinetur: tunc palá eſt quòd radius per medium foramen incidens non cadit perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi, uidebiturq; lux reflexa à medio foramine remota ſecundum modum declinationis ſpeculi : ſemper tñ centrum lucis cadet ſuper lineá ductam in cõcaua ſuperficie armillę perpendicularẽ ſuper ſuperficiẽ a b c circuli ęnei,& deſcendentẽ per centrum baſis foraminis medij : hoc enim ſecat ſemper lucẽ circularẽ reflexá,& diuidit circulum eius per medium. Et ſi regula ad latus dextrũ uel ſiniſtrum declinetur, ſemper radius ſecundũ hoc obliquabitur:regula uerò ad rectitudinẽ redeunte , reuertetur lucis reflexio ad interiorẽ baſim foraminis,ut prius. Patet ergo propoſitum:ſemper enim in ſpeculis planis radius perpendiculariter incidens reflectitur in ſe ipſum : ſed in radijs obliquè incidentib. angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis,ut patet per præmiſſam.

12. In ſphæricis conuexis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Ex quo patet quia radius perpendicularis reflectitur in ſe ipſum. Euclides 1 the. catoptr. Ptolemæus 5 th. 1 catoptr. Alhazen 12 n 4.

Fiat ex ferro mundo ſpeculum ſphæricum cõuexum hoc modo. Deſcribatur circulus maximus ſphæræ,

sphæræ, cuius diameter sit sex digitorum assumptorum prius: & inscribatur ei linea æqualis semidiametro per 1 p 4: itaq; erit chorda trium digitorum. Ducatur quoq; à centro sphæræ semidiameter perpendiculariter super illam chordam per 12 p 1: & producatur ad arcum, cadetq; in medium arcus punctum per 4 p 1, & per 28 p 3: eritq; sinus uersus minor medio digito. Abscindatur itaq; illa minor portio circuli, & secundum illius quantitatē & cōcauitatē fabricetur speculum, quod limetur & poliatur planissimē extrinsecus: assumaturq; regula lignea similis penitus prius sumptę in omni lineatione & creatione: & facta cōcauitate in linea ad modum speculi, applicetur speculum regulę ita, ut medium punctū conuexi speculi cadat sup z medium punctum regulę: & sit in superficie ipsius regulę, quod potest sciri per applicationē alterius regulę uel amussis, ut placuerit. Erigatur quoq; regula cum speculo orthogonaliter super fundum quadrati, ut in speculis planis, & operatione priori repetita, & luce per foramen obliquum uel medium descendente fiat reflexio, ut prius. Et similiter fiet, si regula declinetur. Semper enim luces per diuersas lineas obliquas speculo sphærico cōuexo incidētes, per diuersas lineas obliquas reflectuntur: & quę secundum perpendiculares lineas speculo luces incidunt, reflectuntur in se ipsas, & semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Quod proponebatur.

13. In sphæricis concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 the. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Fiat speculum sphęricū ut suprà: & secundum conuexā portionē illius circuli limetur & poliatur planissimē intrinsecus: & assumatur alia regula lignea similis priori, & coaptetur ei speculū taliter, ut circulus basis speculi sit in superficie regulæ: & centrū illius circuli cadat in punctum z: & linea e q, quæ diuidit superficiem regulæ per ęqualia, continuetur diametro basis speculi, & fiat istorū diligens inquisitio per artificium, quod industriæ experimentantis cōmittimus. Immittaturq; regula cū speculo ipsi instrumento, ut prius, & fiat operatio similis omnino priori, sic tamen ut semper punctus d, qui est centrū semicirculi ęnei, cadat super medium punctum speculi: hoc enim est semper in omnib. speculis cōuexis & cōcauis obseruandū: declarabiturq; angulorū incidentię & reflexionis ęqualitas, ut prius, tā in radijs obliquē incidētib. q̄ in ipso radio perpēdiculari. Patet ergo ꝓpositū.

14. In columnaribus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 th. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Sumatur enim columna rotunda, quæ sit altitudinis trium digitorum: & cuius basis circuli diameter sit sex digitorum: & resecetur portio circuli basis illius columnæ, ut prius in speculis sphæricis: fiatq; ex ferro mundo portio columnę, cuius basis sit illa portio circuli, & altitudo ipsius trium digitorum: & secundum concauitatem illius formetur cōuexitas illius portionis: fiantq; omnes lineę lōgitudinis eius perpendiculares super utrasq; bases: eritq; sinus uersus basis minor medietate unius digiti. Hoc itaq; speculum optimē politum sui conuexo applicetur uni regularum simili prioribus, ita ut medius punctus eius cadat super medium punctū regulæ, qui est z, & ita ut linea longitudinis diuidens ipsius conuexam superficiē per ęqualia, sit in superficie regulæ: & applicetur ei secundum lineā longitudinis eius, quę est b p: & hoc fieri poterit, si utriusq; basis arcus per ęqualia diuidatur, & puncta media signata lineę b p applicētur. Immittatur itaq; regula cū speculo ipsi instrumento, ut prius, & fiat operatio similis priori: demōstrabiturq; angulorū incidentię & reflexionis ęqualitas, ut suprà: nec est in aliquo à passiōe speculorū planorū in his speculis diuersitas, nisi in hoc: quòd si radio per foramen medium incidente, regula hæc obliquetur secundum partē dextram uel sinistram: apparebit inde lux reflecti super idem medium foramen & medium lucis super medium foraminis, quę lux in speculis alijs obliquatur. Quoniā enim in speculis columnarib. radius perpendiculariter incidens uni lineæ longitudinis, perpendiculariter unicuiq; aliarum sibi oppositarū incidit: propter hoc in omnibus ipsis accidit uniformitas reflexionis: & semper radius perpendicularis reflectitur in seipsum. Patet ergo propositum.

15. In pyramidalibus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidētiæ est æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 the. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Fiat ex ferro puro speculum pyramidale, cuius basis sit ęqualis basi speculi columnaris: erit ergo chorda illius basis trium digitorum: & sinus uersus minor medietate unius digiti. Sit aūt linea lōgitudinis speculi quatuor digitorum & dimidij, & hoc optimē exterius politum applicetur uni similium regularum taliter concauatæ, ut medius punctus eius sit super punctum z medium punctū regulæ: & ut acumen eius sit in termino lineę b p: & linea diuidens portionem pyramidalē per ęqualia, quę scilicet à uertice pyramidis ad mediū punctū arcus basis producitur, sit in superficie regulę. Immissa quoq; regula cū speculo in instrumentū, fiat operatio, ut prius: & accidūt omnia, quę in speculis columnarib. conuexis accidebāt. Est ergo & in ipsis angulus incidentię æqualis angulo reflexionis: & radius ꝑpēdicularis semꝑ reflectitur in seipsum, ut patuit in ꝓmissis. Patet ergo ꝓpositū.

16. In columnaribus concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 the. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Fiat ferreum speculū columnare cōcauum, cuius concauitas sit omnino æqualis prioris colūnaris spe-

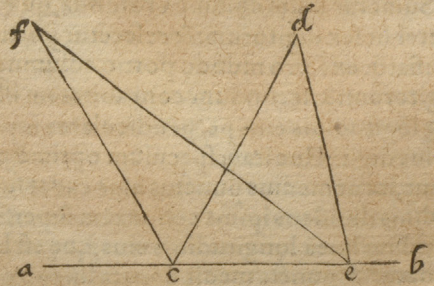
xis speculi conuexitati: sitq; optimè secundum concauitatē arcus portionis basis interius politū: & hoc applicetur uni regularum similium concauatæ, ut prius, taliter, ut chordæ arcus utriusq; basis cum extremis lineis lōgitudinis sint in superficie regulę: & fiat operatio, ut prius: accidentq; omnia, quæ in speculis columnaribus conuexis accidebant. Et per hoc patet propositum.

17. In pyramidalibus concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 the. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Fiat speculum ferreum pyramidale concauum, cuius concauitas sit omnino æqualis præmissi cō uexi pyramidalis speculi conuexitati: & poliatur interius: applicetur q; uni regularum similium taliter, ut medius punctus eius sit super punctum z, & ut acumē eius sit directè in linea b p, & ut chorda arcus ipsius basis sit in superficie regulæ. Cum aūt linea longitudinis portionis pyramidalis speculi sit quatuor digitorum & dimidij, restat ex longitudine regulæ digitus & dimidius tam in speculo concauo quàm in conuexo. Immissa quoq; regula cum speculo in instrumentum, fiat operatio, ut prius: accidentq; omnia, quę in speculis pyramidalibus conuexis accidebant in reflexione radiorum obliquè incidentiū ad angulos ęquales: & in reflexione radiorum perpendiculariū in se ipsos. Patet ergo propositū. Palā itaq; ex præmissis, quoniā in omni reflexione à quibuscunq; speculis politis regularibus (ut sunt hæc septem specula) semper radius secundum lineam rectam perpendiculariter incidens secundum eandem rectam perpendicularem reflectitur: & quòd radius secundum lineā rectā obliquè incidens, secundū aliā lineā obliquā reflectitur, ita tamē quòd angulus incidentiæ est semper ęqualis angulo reflexionis: unde hoc per rationabilē sensus experiētiā inuēto, semp ut uniuersali principio, deinceps in omnib. his speculis utemur: & licet hoc, ut quidē huius scientiæ principium, sit experimentaliter declaratum: potest tamen etiam per aliquē demonstrationis modum ad ipsius sciētiam perueniri: unde nos ipsum, prout diligentius poterimus, tentabimus demōstrare: propter quod duo sequentia theoremata duximus præmittenda.

18. Omnis res uisa per speculum quodcunq;, sub breuißimis lineis comprehenditur à uisu. Ptolemæus 4 th. 1 catoptr.

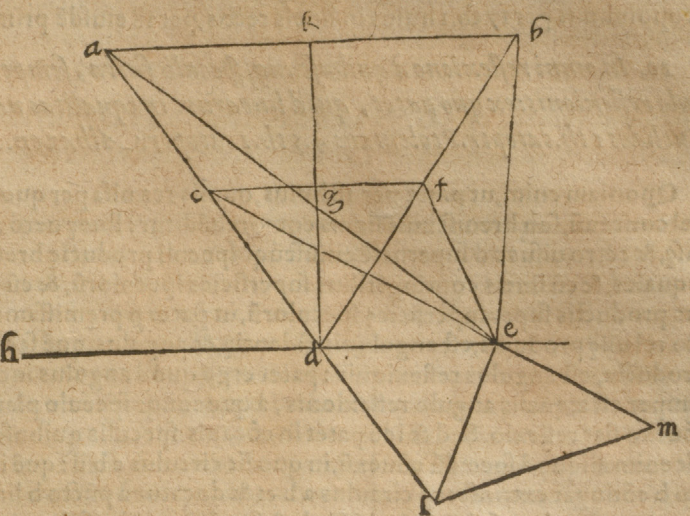
Sit speculum, in cuius superficie sit linea recta uel curua, quæ sit a c b: rei quoq; uisæ punctus sit d: & centrum oculi sit f: & punctus d uideatur reflexus à puncto speculi c. Dico quòd lineę f c & d c, sunt breuiores omnibus lineis protractis à punctis d & f ad quælibet alia puncta speculi. Ducantur enim à puncto alio superficiei speculi (quod sit e) lineæ e d & e f, quæ non sint breuiores quàm lineæ c d & c f, neque æquales illis, sed longiores. Quia ergo, ut patet p 5 huius, natura in omnibus agit secundū lineas breuiores: multiplicatio uerò formarum ad superficies speculorum est naturalis: quoniam fit opere naturæ, sicut & omnis alia diffusio formarum, ut in philosophia naturali capitulo de naturali actione ostendimus: & similiter reflexio formarum à superficieb. speculorum ad uisum est purè naturalis, quoniam fit ab opere naturæ, & completur per actionem animæ, sicut & omnis alia uisio, ut patet per totum quartum huius nostræ scientiæ librum: est autem anima tanquam natura animalium. Patet ergo quòd hæc diffusio formæ & reflexio & comprehensio, quæ fit secundum ipsam, est uerè naturalis: fiet ergo secundum lineas breuiores: quod est propositum: frustra enim fieret secundum lineas longiores, cum possit melius & certius fieri secundum lineas breuiores.



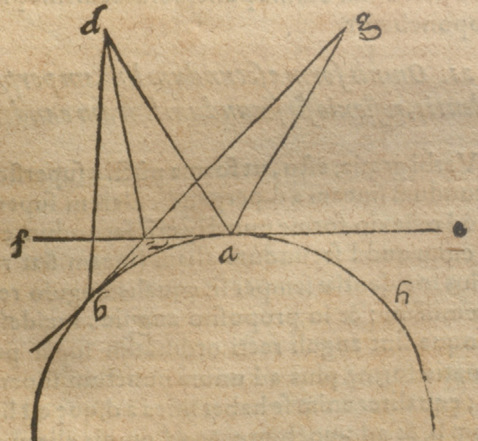
19. Lineæ incidentiæ & reflexionis, continentes angulos æquales cum perpēdiculari à puncto sui concursus super superficiem speculi plani uel cōuexi extracta, sunt breuiores omnib. lineis ab eisdem terminis super eandem superficiem speculi productis, continentib. angulos inæquales cū perpendicularibus à punctis sui concursus extractis.

Quod hic proponitur, faciliter per 17 & 18 th. 1 huius potest demōstrari: sed quia aliter est idē demonstrabile, sit res uisa quęcunq;, in qua sit punctus c: & sit speculum planum, in cuius superficie sit linea h d e: sit autem nunc, exempli caussa, speculum datum planum: erit ergo linea h d e linea recta: lineæ quoq; continentes angulos ęquales cum linea h d e, sint c d & d f. Aut ergo centrum oculi erit in eadem linea æquidistante lineæ h d e, in qua est c punctus rei uisæ, aut non. Si sit: esto itaq; punctum oculi f: & protrahatur linea c f: & extrahatur à puncto d perpendicularis super speculi superficiem per 12 p 11, quæ protracta, quia secat angulum c d f, patet per 29 th. 1 huius, quoniā ipsa secabit lineā c f: est enim in eadē sup̄ficie cū illa: hęc ergo perpēdicularis, p̄ducta ad lineā c f, sit d g: erit ergo linea d g perpēdicularis super lineā c f ęquidistantē lineæ d e per 29 p 1. Quia ergo c d h angulus est ęqualis f d e angulo, dēptis illis angulis ęqualib. à duobus rectis, qui sunt g d h & g d e, erūt anguli residui ęquales: est ergo angulus c d g ęqualis angulo g d f. Et quoniā trigonorū c d g & f d g ambo anguli, qui sunt ad pūctū g, sunt recti: palàm p 32 p 1, quoniā anguli d c g & d f g sunt ęquales. Sunt itaq; trigoni c d g & f d g ęquiāguli: latera ergo ęquos angulos respiciētia sunt p̄portionalia p 4 p 6: & quoniam latus d g ęquale est sibijpsi, erit latus f d æquale lateri c d: ductisq; lineis f c & c e super punctum e

ctum e punctum lineæ d e, quæ ut patet ex pręmissis, est æquidistans lineæ e f, patet quôd linea c e est maior quàm linea f e per 19 p 1: est enim angulus c f e maior angulo g f d, & angulus f c e est minor angulo g c d: restat ergo ut angulus c f e sit maior angulo f c e, & quòd linea c e sit maior quàm linea f e. Et quia super eandem basim, quæ c f, & inter lineas æquidistantes, quæ sunt d e & c f, collocatur trigonum c f d, cuius latera c d & d f sunt æqualia, & trigonum c f e, cuius latera c e & f e sunt inæqualia, ut patet ex præmissis: dico quòd latera c d & d f ambo simul sumpta sunt minora ambobus lateribus c e & f e simul sumptis. Producatur enim linea



c d ultra punctum d in continuum & directum ad punctum l, ita ut linea d l sit æqualis lineæ d f: sed & linea c e, quæ est longius latus trigoni c f e, producatur ultra punctum e ad punctum m, donec linea e m fiat æqualis lineæ e f: & copuletur linea l m & linea e l. Et quia angulus f d e est æqualis angulo d f c per 29 p 1, & angulus d f c est æqualis angulo d c f, ut patet ex pręmissis: angulus uerò e d l æqualis est angulo f c d per 29 p 1: erit ergo angulus f d e ęqualis angulo e d l: sed linea d l est æqualis lineę d f, & linea d e est ambobus trigonis (quę sunt f d e & e d l) communis: ergo per 4 p 1, est linea f e æqualis lineæ l e: ergo & lineæ e m: ergo per 5 p 1 anguli e l m & e m l sunt æquales: totalis ergo angulus c l m est maior angulo c m l: ergo per 19 p 1 linea c m est maior quàm linea c l. Duo ergo latera c e & e f pariter accepta maiora sunt duobus lateribus c d & d f pariter acceptis. Quod est propositum. Si autem uisus & res uisa non sint in eadem linea æquidistante lineę h e: sit punctus rei uisæ, ut prius, c: & centrum uisus sit b: & ducatur linea b a æquidistans lineę h d e, quę est in speculi superficie: & producatur linea d c ad punctum a: & protrahantur lineę c d, b d, c e, a e, e b: & sint lineę continentes æquales angulos cum linea d e, quæ c d & d b: inęquales uerò angulos contineant c e & b e: erunt ergo, ut suprà, lineę a d & b d ęquales, producta perpendiculari d k à puncto d. Comparato ergo trigono a d b ad trigonum a e b: erũt lineę a d & d b minores quàm lineę a e & e b, ut patet secundum pręmissa. Cum enim lineę a d & d b sint æquales per 2 p 6, 18 p 5 & corollarium 4 p 5: ideo quia lineę c d & d f sunt æquales: lineę uerò a e & b e sunt inęquales: erũt duo latera a e & b e simul iuncta maiora duobus lateribus a d & d b simul iunctis: ergo cum a c & c e duo latera trigoni a c e per 20 p 1 sint longiora latere a e: erunt istę tres lineę a c, c e, e b longiores duabus lineis, quę sunt a d & d b: ergo dempta hincinde ipsa a c communi, remanebunt lineę c e & e b maiores quàm lineę c d & d b. Quod est propositum. Et eodẽ modo potest demonstrari in quibuscunq; alijs speculis conuexis. Sit ergo speculum non planum, cuiuscunq; figurę conuexę placuerit, & sit nunc, exempli caussa, sphęricum conuexum, quia idem accidit in alijs: & sit h a b: sitq; centrum uisus g: & punctum uisum d: & lineę g a & d a ęquales angulos contineant cum linea circulum contingente in puncto a, quę sit e f, ita ut angulus e a g sit ęqualis angulo f a d: incidantq; lineę g b & d b in punctum alium speculi, qui sit b, ita ut inęquales angulos contineant cum linea contingente speculum in puncto b. Dico, quòd lineę g a & a d sunt minores lineis g b & d b. Quoniam enim angulus contingẽtię, qui est h a e ęqualis est angulo b a f, uterq; enim est minimus acutorum per 16 p 3: angulus uerò e a g est ęqualis angulo f a d: sit punctus, in quo linea g b secat lineam contingentem, quę est e f, punctus z: & ducatur linea d z: palàm per 16 p 1, quoniam angulus e a g est maior angulo e z g: ergo angulus d a z est maior angulo g z a: sed angulus d z f est maior angulo d a z: ergo angulus f z d est maior angulo g z a: ergo per 17 th. 1 huius duę lineę g a & d a

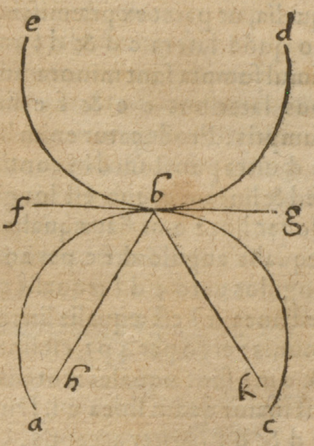


sunt minores duabus lineis g z & d z: sed lineę g z & d z sunt minores lineis g b & d b: quoniã linea g b est maior quàm linea g z, ut totum parte: linea uerò d b est maior quàm linea d z per 8 p 3. Patet ergo propositum uniuersaliter in superficiebus quorumlibet speculorum cõuexorum. Hoc aũt idẽ ut prędiximus, potest per 17 uel per 18 th. 1 huius facilius demõstrari: quoniã in illis ostẽdimus, q[d] lineę rectę continentes angulos ęquales cum linea, cui ad unum punctum incidũt, sunt breuiores

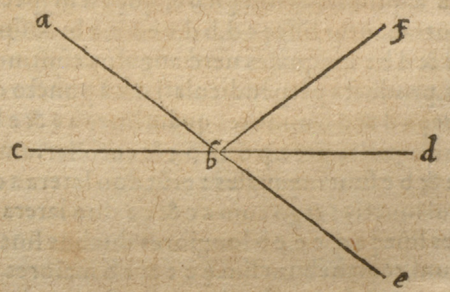
omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unũ punctum alium productis. Et hoc proposuimus per 17 th. 1 huius in lineis rectis, per 18 eiusdẽ primi in lineis conuexis.

20. In omni reflexione à quibuscunq; speculis facta, semper angulus incidẽtiæ est æqualis angulo reflexionis: ex quo patet, quòd linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat. Euclides 1 th. catoptr. Ptolemæus 4.5 th. 1 catoptr. Alhazen. 10.18 n 4.

Quoniam enim, ut patet per 18 huius, omnis res uisa per quodcunq; speculũ planũ uel cõuexum uel concauũ, sub breuissimis lineis comprehẽditur: lineę uerò ab eisdẽ punctis, utpote à pũcto rei uisę, & cẽtro uisus ad superficiẽ cuiuscũq; speculi productę breuissimę sunt, quę continẽt angulos æquales, & cũ lineis contingẽtibus superficies speculorũ, & cũ perpẽdicularibus à pũctis sui cõcursus productis super superficies speculorũ, ut patet p pręmissam: angulus uerò, quẽ facit linea à puncto rei uisę producta, est angulus incidentię, & angulus, quẽ facit linea ab illo pũcto ad centrũ uisus producta, est angulus reflexionis: patet ergo quòd angulus incidẽtię semper est æqualis angulo reflexionis, à quocunq; speculo plano uel cõuexo fiat reflexio. Sed & idẽ patẽt in cõcauis speculis quibuscunq;. Sit enim aliquod speculũ cõuexũ, in quo sit circulus e b d: quẽ in puncto b cõtingat extrinsecus circulus a b c: & ducatur à pũcto b linea f b g ambos circulos cõtingẽs in pũcto b: & sit pũctus rei uisę h, cuius forma à pũcto b speculi cõuexi reflectatur ad uisum existentẽ in pũcto k: eritq; p pmissa angulus h b f æqualis angulo k b g: sed & angulus a b f est ęqualis angulo c b g per 16 p 3, quoniã sunt anguli cõtingẽtię: relinquitur ergo angulus h b a, qui est angulus incidẽtię in speculo cõcauo a b c, æqualis angulo k b c, qui est angulus reflexionis. Patet ergo propositũ. Vniuersaliter enim in omnibus speculis cõcauis hęc demõstratio potest coaptari. Est aũt etiã hoc rationabile. Si enim linea incidentię, quę sit, exempli caussa, a b, lineã rectã c b d protractã in superficie plani speculi, uel contingentẽ superficiẽ conuexam uel concauã alicuius speculi sine reflexione penetraret in puncto b usq; ad punctũ e: palàm per 15 p 1, quòd angulus incidẽtię a b c fieret ęqualis angulo e b d.

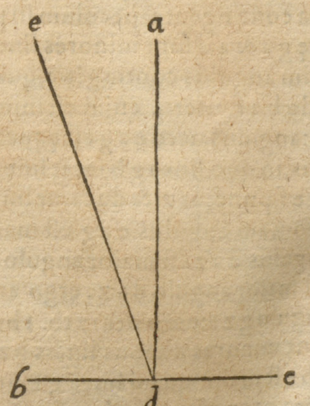


Si ergo fiat reflexio secũdum lineam b f: conuenientius est, ut fiat secũdum angulum ęqualem illi contraposito quàm secũdum aliquem aliũ angulũ, ita ut angulus f b d fiat ęqualis angulo e b d, & angulo a b c. Si enim punctis c & d existẽtibus immotis, linea c d imaginetur reuolui: tũc enim linea e b propter ęqualitatem angulorũ e b d & d b f cadet super lineã b f: & hoc uidetur importare nomẽ reflexionis. Patet ergo propositũ. Patet etiã ex hoc corollariũ: linearũ enim inęqualitas, quia nõ immutat angulorũ quantitatem: ergo neq; naturã reflexionis. Vnde pũcta eiusdem lineę remotiora à pũcto reflexionis, possunt reflecti ad uisum, sicut pũcta eiusdem lineę propinquiora puncto reflexionis. Vniuersaliter enim omnia puncta eiusdem lineę secundum ęqualem angulum reflecti possunt. Et hoc proponebatur.



21. Omnis formæ secundum lineam perpendicularem super superficiem cuiuscũq; speculi incidentis, reflexio fit secundum lineam eandem. Euclides 2 th. catoptr. Alhazen 11 n 4.

Verbi gratia, esto, ut forma pũcti a superficiei speculi b d c incidat secundum lineam a d perpendicularem super superficiem b d c: dico quòd reflexio formę puncti a erit secundum eandem lineam d a. Dato enim quòd secundum aliam lineam fiat reflexio: tunc, cum angulus incidentiæ semper sit ęqualis angulo reflexionis, ut patet per præmissam: & in proposito angulus incidentiæ sit rectus: infiniti quoque sint anguli recti ordinatim super punctum d, nec sit declinatio formę plus ad unum punctum superficiei b c, quàm ad aliud: ęqualiter enim se habet linea a d, quę est linea incidentię, ad punctum b, & ad punctum c, & ad omnia alia puncta superficiei b c. Sic ergo erunt infinitę reflexiones ad infinita puncta superficiei b c: quia qua ratione ad unam differentiam positionis fieret reflexio: eadem ratione fieret ad aliam & ad omnem: quod est inconueniens. Dabitur ergo necessariò quòd fiat reflexio super unam & eandẽ lineã a d, secundũ quã incidentia fiebat. Perpẽdiculares ergo uel nõ reflectuntur, uel redeunt in se ipsas, & fortificatur actio talium formarũ. Si tamẽ dicatur q perpẽdicularis



incidens

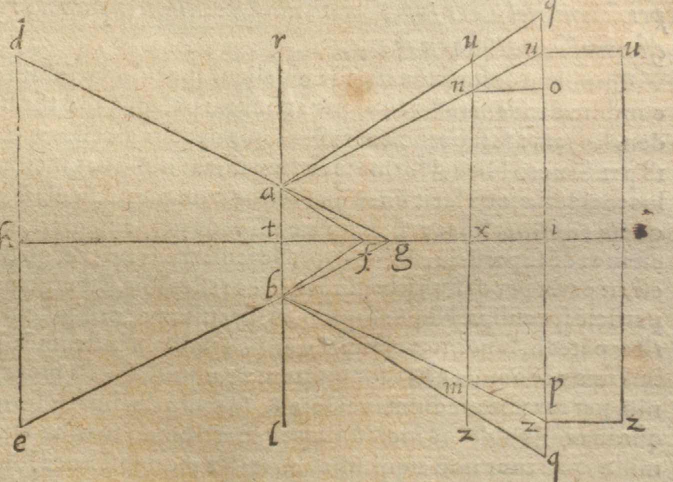
incidens per aliam lineam reflectitur: sit, ut reflectatur per lineam d e: tunc ergo cum angulus incidentiæ, ut patuit per præmissam, semper sit æqualis angulo reflexionis, erit angulus a d c æqualis angulo a d e: sed angulus a d c æqualis est angulo a d b per hypothesim: erit ergo angulus a d e ęqualis angulo a d b, pars suo toti: quod est impoßibile. Patet ergo propositum.

22. Inter puncta formæ superficiei cuiuscunq; speculi incidentis & speculi oppositi superficiem, necesse est infinitas pyramides figurari, conos & bases hinc inde mutuas habentes. Alhazen 14 n 4.

Declaratum est enim per 1 huius, quoniam à quolibet pũcto corporis oppositi procedit lux uel color ad quodlibet punctum speculi: oẽs enim lineæ ductæ à quolibet puncto corporis recidunt in unum punctum speculi: & forma unius puncti corporis incidit omnibus punctis superficiei totius speculi: eò quòd ad omnẽ positionis differẽtiam fit diffusio formarum. Tota ergo forma corporis erit in unoquoq; puncto speculi: & forma cuiuslibet puncti corporis in tota speculi superficie. Quot ergo sunt puncta in superficie speculi, tot sunt pyramides ad totam superficiẽ formæ corporis terminatæ, quę superficies fit basis omnium illarum pyramidum: & quot sunt puncta in totali superficie corporis, cuius forma incidit speculo, tot fiunt pyramides ad totam superficiẽ speculi terminatæ, quę fit basis omniũ illarũ pyramidũ. Et sunt oẽs istæ pyramides cõtinuę propter continuitatẽ punctorum in dictis superficiebus existentium potẽtia, nõ actu: eritq; axis cuiuslibet harũ pyramidũ punctus, secũdum quẽ speculo incidit, pũctus medius totius formę speculo incidẽtis: quoniam ab illo incidunt secundum æqualem distantiam omnes puncti alij circumstantes æqualiter medium punctum formæ. Patet ergo propositum.

23. Impoßibile est uideri imagines in quibuscunq; speculis propter reflexionem radiorum uisualium à speculis ad res uisas: sed solùm propter reflexionem formarum à speculis ad uisum. Alhazen 20 n 4.

Si enim radij uisuales reflecterẽtur à speculo ad res, quarũ uisus accipit imagines, referrẽtq; ipsas formas à speculis ad uisum: tũc quælibet imago uideretur in loco suæ rei, cuius est imago: quod est contra sensum. Et quia, ut præostẽsum est per 2 huius, ab omni corpore colorato præsente luce color ad corpus oppositũ politũ mittitur mixtim cũ lumine, & quãdoq; totaliter, quãdoq; partialiter reflectitur ab illo: tũc si radij uisuales incidẽtes speculis reflecterẽtur ab illis ad res ipsas, & deferrẽt secum formas: accideret quòd duæ uiderẽtur imagines uniuscuiusq; rei, quarũ unam offerret uisui ipse uisualis radius reflexus, & aliã ipse radius formæ rei incidẽs speculo, in quo formæ rerũ imprimuntur, & reflexus à speculo ad uisum: quod totũ est impoßibile sensui. Sed ad huius oppositum quidã antiquorũ demonstrationẽ attulit, quã & nos ut indifferẽtẽ uigoratã fortius præsenti ꝓposito applicamus. Sit itaq;, exempli caussa, speculũ planũ erectũ super superficiẽ horizontis orthogonaliter: in quo sit linea diuidẽs superficiẽ speculi ꝑ æqualia, quę sit a b: & sit cẽtrũ uisus g: à quo ducatur linea g t perpẽdicularis super superficiẽ speculi ꝑ 11 p 11. Sit itaq;, ut linea g t cadat super lineã a b in pũctũ t: erit ergo linea g t perpẽdicularis super lineã a b. Et ducantur à pũcto g lineæ g a & g b ęquales: erunt ergo per 5 p 1 anguli g a b & g b a æquales: & anguli ad pũctum t sunt recti: ergo per 26 p 1, & per hypothesim erit linea a t æqualis lineæ b t. Producãtur itaq; lineæ g a & g b ultra speculũ ad puncta d & e: ita ut lineæ g a d & g b e sint ęquales: & cõiũgatur linea d e: producaturq; linea g t ad lineã d e: & incidat illi in pũcto h. Erit ergo ꝑ præmissa & 26 p 1 linea d h æqualis lineæ h e: ergo ꝑ 8 p 1, & per definitionẽ perpẽdicularis, anguli ad pũctũ h sunt recti: ergo ꝑ 28 p 1 lineæ d h & a t sunt æquidistãtes, & lineę h e & t b æquidistãtes: ꝓducaturq; linea t g ultra uisum g, donec linea



t i sit æqualis lineæ t h: & ducãtur à pũcto i lineę i u & i z æquidistãter lineæ a b: & sit linea u z ęqualis lineæ d e: & ducãtur lineę u a & z b. Quia ergo linea t i est æqualis ipsi lineę t h, & linea u z æqualis lineę d e, & linea a b ęqualis est sibi ipsi, erit superficies a b z u ęqualis superficiei a b d e. Superposita enim nec excedet nec excedetur. Linea ergo u a est ęqualis lineę a d, & z b est ęqualis ipsi lineæ b e: & angulus a u z æqualis est angulo a d e, & angulus u z b est æqualis angulo d e b: & angulus d a b ęqualis angulo u a b: radius ergo g a per 20 huius reflectetur ad pũctum u. Si enim producatur linea a b ultra pũctũ a ad pũctũ r, & ultra pũctũ b ad pũctũ l: palã ex pręmissis & ꝑ 13 p 1 quia linea a r diuidet angulũ u a d ꝑ duo ęqualia: erit ergo angulus r a u ęqualis angulo r a d: & similiter erit angulus z b l ęqualis angulo e b l: sed angulus r a d est ęqualis angulo g a b, & angulus l b e ęqualis angulo g b a

lo g b a p 15 p 1: ergo angulus r a u est ęqualis angulo g a b,& angulus l b z ęqualis angulo g b a: ergo p 20 hui⁹ duo radij g a & g b reflectētur à duob.pūctis a & b ad duo pūcta u & z. Si itaq; cētrū uisus, quod est g, appropinquet superficiei speculi,& lineæ a b, ut si perueniat in punctū f: tūc quia angulus incidētię, qui est f a t minor est angulo incidētiæ, q est g a t, erit per 20 huius angulus reflexiōis, qui sit q a r, minor angulo prioris reflexionis, qui est u a r: & erit angulus q a r maior angulo u a g, & linea q i maior linea u i. Approximante ergo uisu superficiei speculi, non uidebuntur extremitates rei prius uisæ, quæ sunt u & z, secundum extremitates speculi, quæ sunt a & b. Sed & uisu persistente in puncto g,& linea u z approximante speculo usq; ad punctum x (quod sit punctum lineæ i h) non uidebuntur extremitates lineæ u z, quæ sunt u & z, sed solùm aliqua pūcta ipsius, in quibus radius g a uisualis reflexus à superficie speculi secat u z, quæ sint pūcta m & n: erit enim linea n m minor quàm linea u z: quod patet per 34 p 1, ductis lineis æquidistantibus & perpendicularibus, quæ sint n o & m p. Et si linea u z elongata fuerit à superficie speculi, nullum eius punctum uidebitur secūdum radios a u & b z: quia alij radij uisuales à punctis extremis ipsius speculi, qui sunt a & b, non reflectuntur ad aliquod punctum lineæ u z, sed ultra illa: quod patet per 34 p 1, copulatis lineis æquidistantibus, quę sint u u & zz. Non uidebitur ergo in tali dispositione respectu speculi aliquis punctorum lineæ u z: quod est contra experientiam & sensum. Accidit enim extrema rei approximatæ & elongatæ in speculo quandoque uideri, ut suppositum est in huius libri principio. Et sicut hoc patet in speculis planis: sic etiam patet in alijs speculis quibuscunque: quoniam de omnibus eadē est demōstratio. Patet ergo ꝓpositū, aut ad minus ex his nō cōcluditur oppositum ipsius.

24. Comprehensionem formarum uisibilium in speculo sola efficit reflexio, quæ ad uisum: unde secundum dispositionem linearū reflexionis uisus necessariò informatur. Alhazen 21 n 4.

Quòd enim radij ab oculo non exeant, qui redeuntes ad uisum referant secum formas uisibilium, hoc ostensum est per pręmissam: quòd autem forma sensibilis non informet ipsum speculum, sicut forma naturalis suam materiam, hoc patet ex hoc: quòd non in omni differentia positionis uidentur formæ in speculis quibuscunq;. Intuens enim aliquis accedens ad speculum fixum, uidet formam, quam prius non uidit, & recedens à loco uisionis formæ prius in speculo fixo uisæ, non amplius uidet illam: & uisa parte speculi, non propter hoc uidetur pars formarum in speculo apparētium, sed in eodē pūcto speculi diuersi aspiciētes uidere possunt formas diuersas & distinctas, quę tamē, ut quidam actus completiui, eandē partem speculi non possunt simul informare. Videtur etiam in speculis forma rei, quæ secūdum lineam rectam non potest multiplicari ad uisum: multa quoq; alia accidūt, quorum ratio posterior est, magnam tamē impossibilitatem demonstrat. Palàm itaq; formas à speculo non procedere, ut in speculo existētes & multiplicantes se ad uisum, sed ut incidētes ipsis speculis à rebus formatis & à speculis ad uisum reflecti. Secūdum dispositionem ergo linearum reflexionis uisus necessariò informatur: quandoquidē uisus uerè rem aliam non uidet, nisi cuius formam comprehēdit à speculo reflexam. Patet ergo propositum.

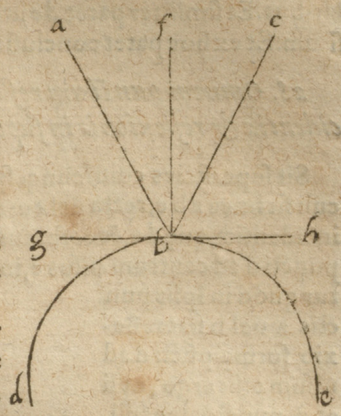
25. In omni reflexione à quocunq; speculo facta, superficiem reflexionis super illius speculi superficiem, uel super superficiem illud speculum in puncto reflexionis contingentem, erectam esse est necesse. Alhazen 13 n 4.

Quoniam enim si lux uel forma alicui speculo secūdum perpēdicularem lineam incidit, illa secundum eandem reflectitur per 21 huius: palàm quòd tūc fit incidentia & reflexio secundum eandem lineam: & superficiem reflexionis necesse est esse erectam super superficiem ipsius speculi per 18 p 11. Si uerò lux uel forma secūdum lineas obliquas incidit superficiei speculi cuiuscūq;, tūc angulus incidētiæ, quē facit linea incidentię cum perpēdiculari, semper est æqualis angulo reflexionis, quem continet linea reflexionis cum eadē perpēdiculari, ut patet per 20 huius: utraq; ergo ipsarū est in eadē superficie cū linea perpēdiculari per 2 p 11: ergo & ipsæ ambę sunt in eadē superficie, quę est, ut patet per definitionē, superficies reflexiōis. Est ergo per 18 p 11 illa superficies erecta super superficiē speculi, uel super superficiē speculum contingētem in puncto reflexionis. Et hoc exemplariter patet in superficie circuli secantis armillam instrumēti in 9 huius pręmissi æquidistanter basibus suis per omnia cētra foraminum, & æquidistantis superficiei circuli æenei, qui est a b c. Radio enim per foramē medium incidēte & speculo declinato secundum regulam eadē est demonstratio, quę in radijs obliquè incidētibus: reflectitur enim tunc semper radius ad lineam longitudinis armillæ, quæ tunc non æquidistat lineæ b z p, quę est linea longitudinis regulæ. Et quoniam fit tunc reflexio à puncto z, cui incidit axis columnæ rotundę, uel radij perpēdiculariter super lineam c q, quæ est communis sectio superficiei regulæ & superficiei circuli transeuntis per cētra foraminum, & huic axi æquidistat linea d b semidiameter circuli a b c: sunt ergo in eadē superficie per 1 th. 1 huius. Sed linea d b est perpēdicularis super lineam latitudinis regulæ, quæ est communis sectio superficiei regulæ & circuli a b c: ergo per definitionē superficiei super superficiē erectæ, superficies, in qua sunt axis columnæ ferreæ uel radij incidētis & linea d b, est erecta super superficiem regulæ uel speculi: & in hac superficie est linea perpēdicularis, quæ est linea altitudinis armillæ, transiens per punctum b, & per cētrum foraminis medij, in quā lineam fit reflexio lucis axis pyramidis radialis. Patet ergo propositum etiam in unoquoq; speculorum: quoniam ad omne speculum hæc demonstratio se extendit, ut patuit ex pręmissis.

26. In

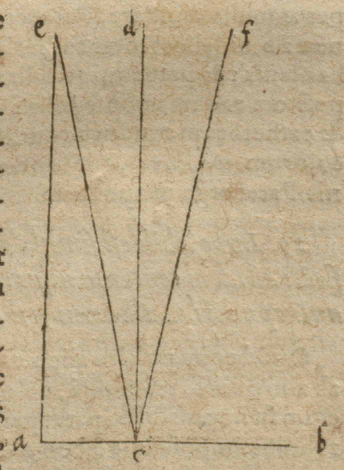
26. In omni reflexione à cuiuscunq; speculi superficie, linea recta per æqualia diuidens angulum contentum sub lineis incidentiæ & reflexionis, super lineam, quæ est cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, uel superficiei in puncto incidentiæ speculum contingentis, necessariò perpendicularis existit: ex quo patet illam lineam erectā esse super superficiem in illo puncto speculum contingentem.

Sit enim, ut forma puncti a incidat superficiei alicuius speculi secundū punctū b: & reflectatur in punctum c: est itaq; linea incidētiæ linea a b, & linea reflexionis linea b c, quę sunt in una superficie erecta sup superficiē speculi p præmissam: sitq; aliqua superficies plana cōtingens speculū secundū punctū b: cōmunis aūt sectio huius superficiei & superficiei reflexionis sit linea d b e: angulū uerò a b c diuidat linea b f per ęqualia. Dico, quòd linea f b est necessarò perpendicularis super lineā d b e. Quia enim angulus d b a est ęqualis angulo e b c per 20 huius: angulus enim incidentiæ d b a est æqualis angulo reflexionis, qui est e b c: & quia angulus a b f est æqualis angulo f b c ex hypothesi: palàm quòd totus angulus f b d est æqualis toti angulo f b e: est ergo linea f b perpendicularis super lineam d e per definitionem lineæ perpendicularis: & hoc si linea d b e sit linea recta: quę si fuerit curua, sit, ut g h linea recta ipsam contingat in puncto b per 17 p 3. Et quia anguli contingentiæ g b d & h b e sunt æquales: relinquitur quòd anguli f b g & f b h sint ęquales, & erit item linea f b perpēdicularis super lineam g h, & super lineam d e. Cum itaq; linea f b sit ducta in superficie reflexionis, quæ ex pręmissa est erecta super superficiē speculi, uel super superficiem, speculū in puncto incidētiæ contingentē, & cū ipsa sit super ipsarum communē sectionē perpēdicularis: patet quòd linea f b est erecta super superficiē speculum in illo pūcto contingentē: continet enim cū omnibus lineis in illa superficie productis angulos æquales. Et quoniam eodem modo potest fieri declaratio in sectionibus: patet ergo propositum.



27. In omni superficie reflexionis à speculis quibuscunq;, centrum uisus: & punctū formæ uisæ: & punctum reflexionis: & terminum perpendicularis & catheti utriusq; consistere est necesse: ex quo patet lineam perpendicularem à puncto reflexionis ductam, omnibus superficiebus reflexionis illi puncto incidentibus communem esse. Alhazen 23 n 4.

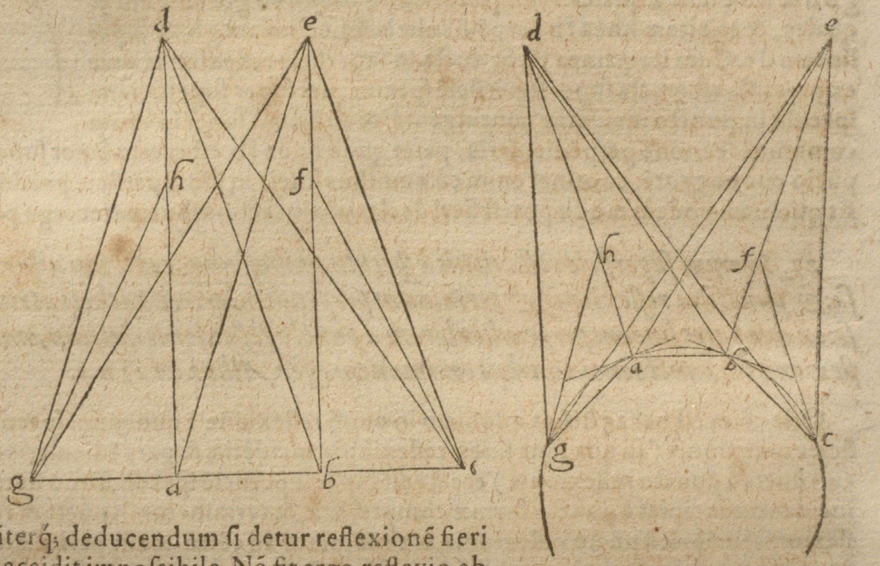
Ostensum est per 25 huius quoniam in omni reflexione à quocunq; speculo facta, semper superficies reflexionis (in qua sunt lineæ reflexionis, incidētiæ & perpēdicularis super superficiem speculi ducta à puncto reflexionis) erecta est super superficiē speculi, à quo fit reflexio. Cum aūt linea incidentiæ incipiat à puncto formæ comprehēsæ, & terminetur in pūctum reflexionis, & linea reflexionis incipiat à pūcto reflexionis, & terminetur ad cētrū oculi: palàm quòd hæc tria pūcta sunt in eadē superficie. Sed cū perpēdicularis sit erecta super superficiem speculi, super quā per 25 huius & superficies reflexionis est erecta, quoniā & in illa superficie est tota perpēdicularis: cū enim ipsa perpēdicularis in pūcto reflexionis secet lineas incidētię & reflexionis, cū quibus ipsa ex definitione est in eadē superficie: ergo per 1 p 11 terminus perpendicularis superior necessariò erit in eadem superficie cum punctis prædictis. Si enim illa perpendicularis ad punctū aliū extra superficiem reflexionis terminetur: patet quòd illa perpēdicularis in alia erit superficie, qđ est contra definitionem superficiei reflexionis: & etiam, si ipsa in alia fuerit superficie, erit rectus minor recto, quod est impossibile. Linea enim à puncto reflexionis producta in ipsa superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, cum linea in superficie speculi ab eodem puncto producta continet angulum rectum, & perpendicularis similiter. Si ergo illæ duæ lineę ad diuersa puncta terminantur, fit rectus maior recto. Sed per eundem modum patet id, quod proponitur de cathetis. Et quoniam omnes superficies reflexionis, quę transeunt eundem punctum reflexionis, & aliquem punctum formæ comprehensum, licet ad diuersa centra uisuum terminentur, semper transeunt eundem terminum perpendicularis, quoniam omnes sunt erectæ super superficiem speculi, uel super superficiem speculum in pūcto reflexionis contingētem: palàm quoniam omnes secant se in perpendiculari. Est ergo perpēdicularis eis omnibus cōmunis. Sed & hoc figuraliter est declarandum. Sit enim superficies speculi cuiuscunq; a c b: in cuius punctum c incidat radius à puncto rei uisæ, quod sit f, per lineam f c: & reflectatur ad centrum uisus, quod sit e, per lineam c e: extrahatur quoq; ppēdicularis super supficiē speculi, quę est b c a, à pūcto c, quę sit c d, p 12 p 11. Intelligatur quoq; à pūcto e perpēdicularis protrahi super superficiē b c a, aut ei cōtinuā per 11 p 11, quę sit e a: eritq; linea e a æquidistans lineę d c per 6 p 11, quoniam ambæ sunt orthogonales super eandem



eandem superficiem speculi, quę est b a. Et quoniam lineæ d c & e a sunt æquidistantes: palàm per 1 th. 1 huius quia sunt in eadē plana superficie: & linea recta a b cū utraq; illarū linearum, scilicet d c & e a continebit angulum rectū, & erit in eadē superficie cū utraq; ipsarū per 2 p 11: & linea e c tenebit cū his ambabus lineis, quæ sunt e a & d c, angulos acutos propter diuisionē angulorū rectorū. Et quoniā linea incidentiæ & reflexionis cū perpēdiculari d c sunt in eadē superficie, & linea e c recta copulat extremitates linearū e a & d c, erit ipsa per 2 p 11 in eadē superficie cū dictis perpendicularibus. Omnes ergo lineæ, quæ sunt e a, e c, d c, f c sunt in una & eadē superficie. Quatuor ergo præmissa puncta sunt in eadē superficie reflexionis. Et hoc proponebatur: quoniam inspecto quocūq; alio puncto corporis uisi uel speculi, semper accidit idē situs linearū radialium cū ipsis perpendicularibus. Et similiter patet de utrisq; cathetis & incidentiæ & reflexionis per 1 p 11. Patet ergo propositum. Et ex hoc patet conclusio corollaria satis manifestè.

28. Omnem punctum reflexionis formæ puncti obliquè speculo incidentis, inter cathetū incidentiæ & reflexionis in superficie speculi consistere est necesse.

Sit superficies cuiuscunq; speculi, in quo cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sit linea a b c, recta uel curua: & sit punctus rei uisæ, qui d: & centrū uisus pūctū e: sitq; cathetus incidentiæ, quę d a, & cathetus reflexionis, quæ e b. Dico quòd omnem pūctum reflexionis formæ puncti d ad centrum uisus e, inter pūcta superficiei speculi a & b consistere est necesse. Si enim detur quòd in ipsis punctis a uel b fiat reflexio formę pūcti d ad uisum e: sit ergo, ut fiat à puncto speculi, quod est a: & ducatur linea a e: tunc cum linea d a sit perpēdicularis, & linea a e non sit perpēdicularis, & per 20 huius angulus incidētiæ sit ęqualis angulo reflexiōis: erit ergo angulus e a b rectus, sed & angulus e b a est rectus: trigoni ergo e a b duo anguli sunt recti: quod est impossibile. Similiterq; deducendum si detur reflexionē fieri à puncto b, quoniā idē accidit impossibile. Nō fit ergo reflexio ab aliquo pūctorū a uel b, quibus incidūt catheti. Sed neq; ab aliquo

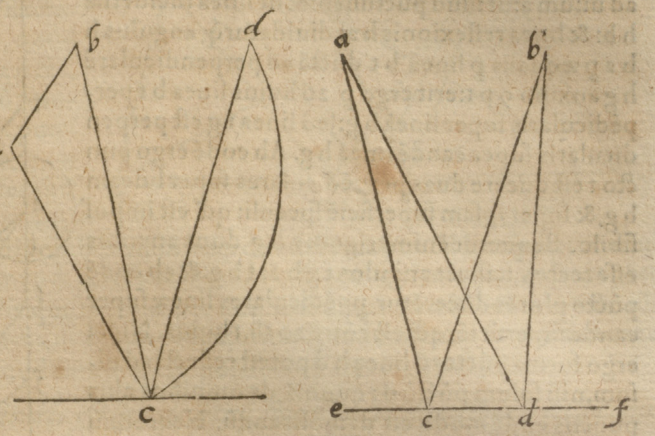


punctorū lineæ a b c, extra puncta a & b: fit enim, ut forma puncti d reflectatur ad uisum e à puncto speculi c: ductis ergo lineis d c & c e, diuidatur angulus d c e per æqualia per 9 p 1: & ducatur linea c f secās lineam b e in pūcto f: erit ergo p præmissam linea c f perpēdicularis super lineam a c: trigoni ergo b f c duo anguli sunt recti: quod est impossibile, ut prius. Et eodē modo deducēdū, si detur fieri reflexio ab aliquo puncto linea a b c, ultra punctū a, ut à pūcto g, ducta linea g h angulum d g e per æqualia diuidēte. Patet ergo quòd solùm inter pūcta a & b fiet reflexio ab aliquo pūctorum lineæ a b, uidelicet inter cathetū incidētiæ & cathetum reflexionis. Quod est propositum in speculis planis: & patet uniuersaliter in omnibus reflexionibus à speculis quibuscunq;: quia danti oppositum eadem impossibilia sequentur, ducta chorda arcus interiacentis data puncta reflexionum & cathetorum productarum, & ductis lineis contingentibus in illis punctis ipsas superficies speculorum, uel lineas, quę sunt communes sectiones ipsorum speculorum & superficierum reflexionis. Patet ergo propositum.

29. Impossibile est simul duo puncta eiusdem rei uisæ ab eodem puncto cuiuscunq; speculi reflecti ad idem centrum uisus: uel à duob. punctis speculorum planorū uel conuexorum formam unius puncti. Alhazen 51 n 4.

Quòd enim puncto alicuius formę perpendiculariter superficiei speculi incidēte, aliam lineam ab alio puncto rei eiusdē, uel alterius perpēdiculariter duci super eandem superficiem ad idē punctum sit impossibile, patet per 13 p 11: quòd autem perpendicularis reflectatur in se ipsam patet per 21 huius: impossibile est ergo duo puncta eiusdem formæ uisæ ab eodem puncto speculi ad idē centrum uisus reflecti perpēdiculariter. Sed neq; est hoc possibile fieri, linea incidētiæ obliqua existente. Omnis enim punctus cuiuslibet formę incidit speculo, & reflectitur ad uisum secūdū lineas breuiores per 18 huius: & omnis talis reflexio ad uisum & ipsarū formarū cōprehēsio fit secūdū dispositionem linearū reflexarū per 24 huius: illæ ergo duę formę si ad unū pūctū, quod est centrū oculi, incidunt,

incidunt,& ab uno puncto reflectuntur: tunc illa duo puncta, à quibus suarum formarum fit incidentia,quia non perueniunt ad uisum nisi secundum lineas incidentiæ,quæ ab uno puncto reflexę perueniūt ad uisum,uidebūtur unus pūctus: & sic erit confusio formarū in uisu. Si enim lineæ incidentiæ formarum diuersorum pūctorum non diuersificant pūcta reflexionis,sed incidūt eidē puncto: palàm quòd aut aliqua forma tota, aut plura pūcta illius formę possunt uni pūcto incidere, & in unum pūctum reflecti,qui est cētrum uisus: & uidebitur tota forma unus pūctus. Item si detur lineas incidētiæ & reflexionis propter angulorū suorum diuersitatem semper diuersas esse: sicut ergo sunt duę lineę incidētiæ, quę à diuersis pūctis formæ incidūt eidem pūcto speculi: sic fient duæ lineæ reflexionis,quę ad idem cētrum uisus terminantur: ut si à duobus pūctis formę incidētis speculo,quæ sunt a & b,incidant eidē puncto speculi,qui sit c,duę lineæ a c & b c: & ab illo reflectantur ad idē cētrum uisus,quod sit d: sequetur adhuc si ab uno pūcto reflexionis c,diuersę formę punctorum a & b ad centrū uisus d perueniant, duas lineas rectas, quę sunt c d, superficiem includere: quod est impossibile. Patet ergo propositū. Sed neq; à duobus punctis alicuius speculi plani uel cōuexi ad idē cētrū uisus simul possibile est idē pūctum formę reflecti. Sit enim, si possibile est, ut forma puncti a reflectatur ad cētrum uisus b à duobus pūctis speculi plani uel conuexi cuiuscūq;, qui sint c & d, signati super lineā, quę est communis sectio superficiei reflexionis & speculi uel superficiei contingentis speculum conuexum, quę sit e f. Cum ergo per 24 huius secundum dispositionem linearum reflexionis, uisus semper informetur: tūc forma pūcti a, quę est indiuisibilis,occurret uisui,ut forma lineæ c d, quę est diuisibilis linea. Nō ergo occurret uisui, nisi tantū unus pūctus formę reflexę ab uno pūcto speculi: neq; unū punctum formę à duobus punctis speculi plani uel conuexi possibile est reflecti. Quod est propositum.



30. *Ab uno puncto superficiei speculi cuiuscunq; formam unius puncti rei uisæ ad duos uisus non est possibile reflecti. Alhazen 51 n 4.*

Linea enim reflexionis ad unum uisum procedens quia cum perpendiculari erecta à puncto reflexionis super superficiem speculi angulū tenet ęqualē angulo, quē tenet linea incidētię cum eadē perpēdiculari,ut patet per 20 huius: palàm quòd non potest in eadē superficie alia linea sumi, quæ æqualē angulū efficiat cū ducta perpēdiculari: unde ab hoc pūcto nō reflectetur forma eiusdē puncti ad uisum aliū. Oportet igitur, ut à diuersis pūctis speculi cuiuscunq; fiat ad uisus diuersos reflexio. Et quoniam duo tātùm sunt uisus,oportet ad minus, ut à duobus pūctis superficiei speculi cuiuscūq; fiat reflexio formę unius puncti rei uisæ ad ambos uisus. Patet ergo propositum.

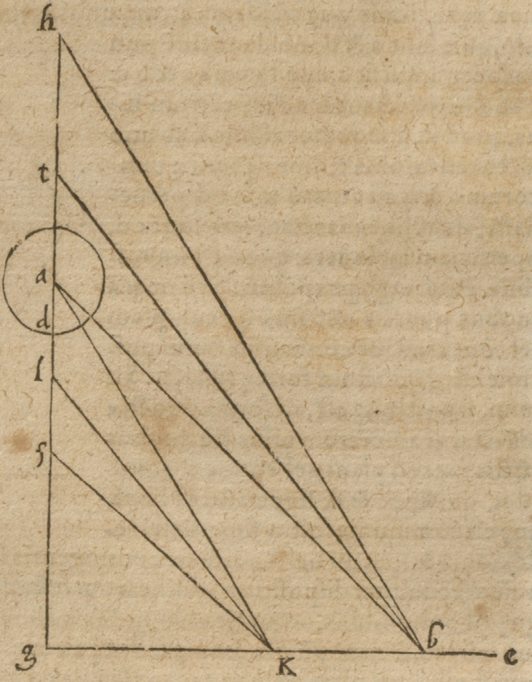
31. *Ab uno puncto reflexionis cuiuscunq; speculi ad diuersos uisus possibile est formas punctorum plurium reflecti: & à diuersis unam. Alhazen 51 n 4.*

Quamuis enim,ut patet per 29 huius, solùm formę unius pūcti incidētis ab uno tantùm puncto speculi reflexio simul sit possibilis ad unum centrum uisus: est tamē possibile fieri simul ad diuersos uisus ab uno puncto speculi diuersorum pūctorū formę incidētis reflexionē: quoniā illa pūcta secundum angulos diuersos incidūt, & secundū diuersos reflectūtur: ergo ad pūcta diuersa terminantur lineę reflexę,in quibus diuersi uisus cadētes pūcta diuersarū formarū comprehēdēt ab uno puncto speculi ad diuersos uisus reflexa. Et si unus uisus motus fuerit, & situm uariauerit, speculo existēte immoto: tūc etiam secūdum situs sui diuersitatem ab eodē pūcto speculi ad ipsum pūcta diuersarū formarū reflectentur, semper tamen complebitur pyramis reliquarū formarū. Sed & unus uisus motus,uel diuersi uisus eandē formā uidebūt à diuersis pūctis speculi reflexam: quia quilibet pūctus formę incidētis totali superficiei speculi incidens ad aliquā partem oppositā reflectitur, & secūdum modum, quo in 22 & 24 huius proponitur, patet quòd formarū pyramides diuersantur. Et quia diuersis uisibus diuersi axes pyramidum incidunt, qui sunt eiusdē formæ, accidit ut à diuersis uisibus una forma à diuersis punctis superficiei speculi reflexa uideatur. Et idem accidit etiam eidem uisui moto, quando speculum permanet immotum. Patet ergo propositum.

32. *A centro oculi ducta perpendiculari super superficiem cuiuscunq; speculi plani uel conuexi, non est possibile aliquem punctum ductæ lineæ reflecti ad uisum, nisi eum solum, in quo ducta perpendicularis superficiem oculi intersecat: & ab eo solo puncto, in quo ducta perpendicularis incidit ipsius speculi superficiei. Alhazen 13 n 5.*

Sit centrū uisus punctū a: & sit linea, quæ est cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei

speculi cuiuscunq; plani uel conuexi, & sit nũc, exempli caussa, speculi plani dati linea b g: sitq; perpendicularis ducta à pũcto a super lineam b g linea a g: sit quoq;, ut linea a g secet superficiem sphęricã cõuexam oculi in puncto d. Dico quòd in tota perpendiculari a g quantumcũq; protracta non est punctus, qui reflectatur ab hoc speculo ad centrũ uisus a, nisi solus punctus d. Si enim alius punctus dictę perpẽdicularis ad uisum reflectitur pręter punctũ d: aut ille pũctus est ultra centrũ uisus a: aut sub uisu. Si ultra uisum, sit ille pũctus h: palã ergo quòd non perueniet forma eius ad speculũ super perpẽdicularẽ h a, propter solidi corporis interpositionẽ, q́d est ultra uisum in capite uidentis. Nõ reflectetur ergo forma pũcti h super ꝑpendicularẽ h g. Si uerò dicatur q́d ab alio pũcto speculi pręter pũctum g, potest reflecti forma pũcti h ad uisum a: sit illud pũctum b: & sit linea incidẽtiæ h b: & linea reflexionis h a: diuidaturq; angulus h b a ꝑ æqualia ꝑ lineã b t ductã ad perpendicularẽ h g auxilio 9 ꝑ 1: erit ergo ꝑ 26 huius linea b t perpẽdicularis super lineã b g: sed linea t g est perpendicularis super eandẽ lineã h g. Ab eodẽ ergo puncto t est ducere duas perpẽdiculares super lineam b g, & super ipsam superficiẽ speculi: q́d est impossibile. Sequetur enim trigoni a b g duos angulos esse rectos, scilicet angulos t g b & t b g: & ab eodẽ pũcto plures ducerẽtur ꝑpẽdiculares lineæ super eãdẽ superficiẽ, q́d est cõtra 20 th. 1 huius. Nulla ergo forma pũctorũ lineę h d potest reflecti ad uisum, nisi solum pũctũ d: quoniã de omnibus alijs punctis eodẽ modo est demõstrandũ. Neq; enim potest dici quòd aliqua forma alicuius pũcti sumpti inter pũcta a & d reflectatur ad uisum, nisi per lineã ꝑpendicularẽ d a: quoniã pũcti inter centrũ uisus & superficiẽ eius positi sunt ualde rari: unde nõ mittitur alicuius ipsorũ forma in uisum, neque ab aliquo speculo reflectitur, ut sentiatur. Sed neque forma alicuius pũctorum lineæ d g potest reflecti ad uisum a à pũcto speculi g, ut forma pũcti f: quoniã si illud pũctũ d solidi corporis fuerit, patet quòd ipsum impediet reflexionẽ ad uisum ꝑ lineã d g: quia propter soliditatẽ ipsius forma puncti f nõ poterit transire & ad uisum ꝑuenire: & si fuerit rarũ, adhuc forma reflexa à speculo miscebitur ei, & adhærebit sibi, neq; ꝑueniet ad uisum. Sed neq; potest forma alicuius illorũ pũctorũ reflecti à pũcto alio speculi q̃ à pũcto g, ut à pũcto k: quoniã ductis lineis f k & a k, & diuiso angulo a k f ꝑ ęqualia ꝑ lineã k l, sequetur idẽ impossibile, q́d prius, scilicet lineas l k & l g perpẽdiculares esse super superficiẽ speculi, uel super sup̃ficiẽ speculũ cõtingentẽ: q́d est cõtra 20 th. 1 huius. Omniũ itaq; pũctorũ lineæ h g nõ reflectitur aliquis ad uisum a nisi solũ pũctũ d. Et quoniã quodlibet pũctũ totius uisibilis, in quo est linea h g, pręter pũctum d, in superficie uisus impressum opponitur speculo nõ ad angulũ rectũ: quoniã omnia pũcta circũstãtia pũctũ d cõcurrũt in cẽtro uisus a, & faciunt conũ pyramidis, cuius basis est in superficie speculi circa axẽ a g: uidebũtur formæ omniũ illorũ punctorũ super perpẽdiculares ab eis ad superficiẽ speculi ductas. Patet ergo ꝓpositũ: quoniã in speculis cõuexis linea h g est semper perpẽdicularis super superficiẽ speculi, nec ab aliquo suorũ punctorũ super speculi superficiẽ alia perpendicularis duci potest ꝑ 20 th. 1 huius: ita tamẽ quòd hæc, quæ pręmissa sunt, in uno tantũ uisu intelligãtur in omnib. speculis planis & quibuscũq; conuexis, sicut ꝓpositio proponit: quoniã forma eiusdẽ pũcti rei uisæ ad ambos uisus reflexa, si uni uisuũ perpendiculariter incidat, potest alij uisui obliquè incidere secundũ lineã reflexionis obliquè à superficie speculi ad cẽtrum uisus procedẽtem: & uidebitur idẽ pũctus rei uisę à duobus uisibus secũdum diuersum modum suæ reflexionis: in speculis uerò concauis quibuscunq; est secus.



33. Impossibile est formã obliquè speculo incidentẽ secundum lineam suæ incidentiæ ad uisum reflecti, uel ex parte sui anguli minoris. Euclides 3 th. catoptr.

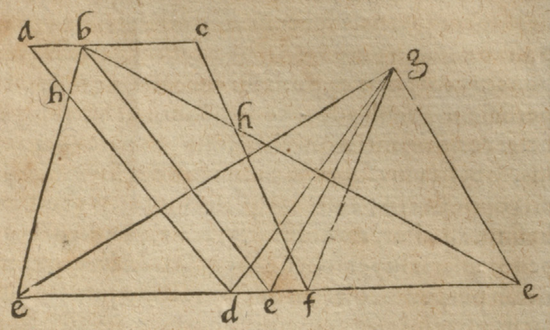
Esto ut speculo a d b incidat forma pũcti c obliquè in puncto d, ita ut angulus c d b sit maior angulo c d a. Dico quòd forma pũcti c secundum lineam c d non reflectetur in se ipsam propter inæqualitatem angulorum: cum semper angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis per 20 huius: sed neq; ex parte sui anguli minoris, qui est c d a. Fiat enim, ut reflectatur secundum lineam d e diuidentem angulum c d a: erit ergo angulus c d b æqualis angulo e d a: sed angulus c d b maior est angulo d a c per hypothesin: erit ergo angulus e d a maior angulo c d a, pars suo toto: quod est impossibile. Semper ergo secũdũ angulũ maiorẽ, q̃ in ꝓposito est angulus c d b fiet reflexio. Et hoc est ꝓpositũ.



34. In

34. In omni speculo formarum punctorum mediorũ cuiuslibet rei uisæ reflexio fit inter puncta reflexionum formarum punctorum extremorum eiusdem rei uisæ.

Sit res uisa per reflexionẽ à quocunq; speculo, quæ a b c: cuius extrema puncta sint a & c: aliquis uerò mediorum punctorum lineæ a b c sit punctus b: & sit superficies illius speculi, siue plana, siue conuexa, uel concaua fuerit, in qua sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi linea d e f: & sit centrum uisus punctum g: reflectaturq; forma puncti a ad uisum g à puncto speculi, quod sit d: & forma puncti c à puncto speculi, quod sit f: & forma puncti b, qui sit aliquis mediorum punctorum lineæ a b c, reflectatur ad uisum à puncto speculi e. Dico, quòd punctus e necessariò cadit inter puncta d & f, quæ sunt puncta reflexionum formarũ punctorum extremorũ a & c. Si enim cadat punctum e extra puncta d & f: linea ergo b e, quæ est linea incidentiæ formæ puncti b, secabit aliquam linearum, quæ sunt a d & c f: quamcunq; uerò illa secuerit, sit punctum sectionis h. Palàm itaq; quòd forma puncti h reflectetur ad uisum g à duobus punctis speculi, quæ sunt e & f, uel e & d: quod in speculis planis & conuexis patet esse impossibile per 29 huius. In speculis quoq; concauis duplicabuntur puncti reflexionum illis speculis cõuenientium: nulla quoq; forma in aliquo speculorum secũdum situm & ordinationem propriam suarum partium uidebitur: quod totum est impossibile. Patet ergo propositum.

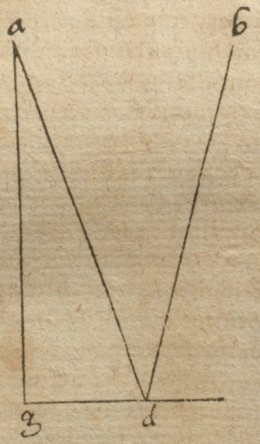


35. Figura superficiei corporis incidentis & speculi, situq; similibus existentibus, erit in omni speculo complementum formæ corporis & figuræ. Alhazen 22 n 4.

Cum enim figura speculi & corporis est eadem & situs idem: ut si utraq; illarum figurarũ sit plana & æquidistent: tũc forma puncti primi superficiei uisi corporis incidit puncto primo speculi, & forma puncti secundi puncto secundo, & sic de omnibus alijs punctis se respicientibus. Sic ergo in superficie speculi fit totalis figura superficiei corporis uisi: quod non accidit in speculo alterius figuræ. Similiter quoq; sumpta quacunq; speculi parte, cuius figura sit similis figuræ corporis, & situs æquidistans: erit semper complementũ figuræ corporis in ea. Et cum infinitæ sint tales speculi partes, palàm quòd infinitæ erũt formæ corporis speculo incidentes, quę semper ad diuersa pũcta reflectuntur, ex quibus formam corporis uisus diuersi in eodẽ speculo comprehendunt. Hoc itaq; accidit in omnibus speculis: sed maximè euidens est in planis. Cum enim quolibet puncto superficiei planæ superficiei speculi plani incidente, figura partium circũstantium sit similis ordinationis & situs, accidit ex omnibus pũctis similis reflexio & simul & in eodem modo: & sic fit complementum in speculo formæ corporis & figuræ. Et hoc proponebatur.

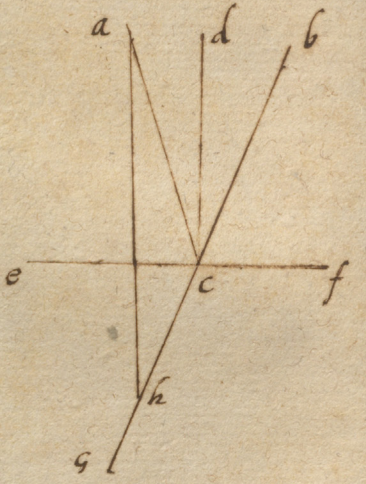
36. In speculis quibuscunq; unumquodq; punctorum conspectorũ in catheto suæ incidentiæ uidetur. Euclides 16.17.18. th. catoptr. Alhazen 9 n 5.

Sit speculum quodcũq;: & sit nunc, exempli caussa, planum: quod sit g d, punctusq; uisus sit a: & centrum oculi sit b: & ducatur à pũcto rei uisæ, quod est a, cathetus incidentiæ, quæ sit a g. Dico, quòd imago puncti a semper uidetur in linea a g: suppositum enim est in principio huius libri 2 suppositione quòd uniformis situatio puncti rei uisæ respectu superficiei cuiuscunq; speculi, à qua eius forma reflectitur, fit solùm secundum cathetum suæ incidentiæ: forma autem, quæ in speculo uidetur, est imago rei uisæ, ut patet per definitionem: necesse est ergo imaginem illam uideri secundum situationem uniformem ipsius puncti rei uisæ ad speculum: quoniam aliàs non uideretur illa forma per modũ imaginis. Videbitur ergo necessariò in ipsa catheto incidentiæ suæ. Quod est propositum: in alijs enim speculis est eodem modo declarandum.



37. Locum imaginis rei uisæ in speculis quibuscunq; in puncto concursus lineæ reflexionis cũ catheto incidentiæ necesse est esse. Alhazen 2.4.6.7.8 n 5.

Huius exemplum est: si pyramis orthogonia erigatur perpendiculariter super superficiem speculi cuiuscunq;: tunc enim apparebit uisui alia pyramis continua, tenens se cum pyramide extrinseca quasi ad modũ rhombi: & uidebuntur harũ pyramidũ uertices quasi uniformiter distantes à superficie speculi. Et si linea recta imaginetur duci à uertice unius pyramidis ad uerticẽ alterius: palàm quoniam ipsa erit perpẽdicularis super basim uisæ pyramidis, & ita super superficiem speculi, cum eadem sit superficies speculi & basis uisæ pyramidis, ut in speculis planis, uel basis uisæ pyramidis



æquidiſtet ſuperficiei ſpeculum contingenti, ut in ſpeculis conuexis, quorum ſpeculorum ſuperficies ipſa baſis uiſæ pyramidis eſt contingens, uel æquidiſtans ſuperficiei contingenti ſuperficiẽ ſpeculi, ut in ſpeculis concauis, in quibus baſis pyramidis erectæ ſuper ſpeculum æquidiſtat ſuperficiei planæ ſpeculum contingenti: uertex itaq; pyramidis ſemper uidebitur in linea perpendiculari ab eo educta ad ſpeculum. Similiter quoq; à quocunq; puncto pyramidis ducatur linea æquidiſtanter axi, ſemper incidet ad punctũ ſimile ſibi reſpiciens ipſum in alia pyramide: & erit linea producta per 8 p 11 ſemper orthogonalis ſuper baſes dictarum pyramidum, & ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, uel ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ contingentẽ. Imago ergo cuiuslibet pũctorũ pyramidis ſic ſpeculo oppoſitæ cadit in perpẽdiculari intellecta duci à puncto illo ſuper ſuperficiem ſpeculi. Sed quicunq; punctus corporis opponatur ſpeculo, neceſſe eſt imaginari pyramidem orthogonalem ſuper ſuperficiem ſpeculi aut ei continuam, uel ſuper ſuperficiem ipſum ſpeculum contingẽtem, uel ſuperficiei contingenti æquidiſtantem, ut patet per 22 huius, cuius pyramidis uertex eſt punctus ille uiſus, & baſis eius ſuperficies ſpeculi aut ſuperficies ei continua. Et conuenit ut imaginetur alia pyramis oppoſita illi, cum illa quaſi complens rhombum, quarum utriuſq; eſt baſis uel eadem, uel una baſium eſt alteri æquidiſtans, & perpendicularis à uertice unius ad uerticẽ alterius ducta erit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem. Et quia imago cuiuslibet puncti ſpeculo oppoſiti cadit in lineam perpendicularem ductam ab illo puncto ad ſpeculi ſuperficiẽ aut ei continuam: patet quòd locus imaginis eſt in linea illa perpendiculari, ut etiam patuit per præmiſſam. Sed quia in ſpeculis quibuſcunq; non accidit comprehenſio formarum niſi per lineas reflexionum, ut patet per 24 huius: palàm etiã quia imago cuiuslibet uiſi puncti cadit in lineam reflexionis: & quia quælibet taliũ linearum eſt recta: imago ergo cuiuslibet puncti formæ reflexæ cadit in punctum ſectionis perpendicularis & lineæ reflexionis. Videtur ergo quandoq; citra ſuperficiem ſpeculi, ut cum talium linearum interſectio uidelicet lineæ reflexionis & catheti incidentiæ non poteſt fieri niſi ſub ſuperficie ſpeculi. Concurrit autem linea reflexionis protracta cum catheto incidentiæ. Quia enim linea reflexionis concurrit cum linea perpendiculari educta à puncto reflexionis ſuper ipſam ſpeculi ſuperficiem, ut patet ex pręmiſsis: ſed in ſpeculis planis illa perpendicularis æquidiſtat catheto incidentiæ per 6 p 11: ſunt enim ambæ ſuper ſpeculi ſuperficiẽ perpẽdiculares: manifeſtũ ergo per 2 th. 1 huius, quia in illis ſpeculis linea reflexionis concurrit cum catheto incidentiæ. In alijs autẽ ſpeculis eſt hoc magis manifeſtum, quoniã in pluribus illis cathetus incidentiæ concurrit cũ perpendiculari ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi: de ſingulis tamen ſpeculis hoc in ſequentibus demonſtratur: & in iſtarum linearum concurſu uidetur imago. Eſt ergo ibi locus imaginis, ut proponebatur. Hoc aũt eſt neceſſe ideo, quia cum medium diſtantiæ inter punctũ uiſu comprehenſum & ſpeculi ſuperficiem non ſit uacuum, fit reflexio formæ corporis medij ad uiſum, ſicut & puncti corporis, ad quod intendit uiſus: nec eſt differentia reflexionis formę corporis medij à reflexione formæ puncti intenti, niſi ſicut alicuius formæ unius totius corporis continui, cuius ſolùm pars modica intenditur uideri: ut ſi foramen acus intendatur uideri in ſpeculo & forma illius multiplicetur ad uiſum: nihilominus ordinatur in ſpeculo tota forma acus. Et quoniam formæ cadentes in uiſibus & ſpeculis quibuſcunq; regularibus, rẽtinẽt eſſentialem ordinẽ ſuarũ partiũ & figurarũ, ut patet per 34 huius: ideo neceſſe eſt puncta formarũ incidentiũ ſpeculis quãdoq; in quadam diſtantia uideri, ut quando diſtant pũcta rei extrà, & quando linea reflexionis & cathetus concurrũt ſub ſpeculi ſuperficie uel inter uiſum & ſpeculũ, & nõ in ipſa ſuperficie ſpeculi uel retro uiſum, in quibus omnibus eſt eadẽ uniuerſalis cauſſa, quæ præmiſſa eſt, differens ſolùm ſecundũ uarios modos reflexionum. Accidit enim rebus ſecundum quod formę ipſarũ diffunduntur per mediũ ad ſuperficiem ſpeculi, in formis ſuis ſpecificis differre, cũ ſenſibiliter non ferantur ad ſpeculum, niſi lux & color & figura & ſimilia, quę non faciant differẽtiam ſpecificã in rebus, ut in ligno & lapide, quamuis uirtus diſtinctiua per accidẽtium cognitionẽ ſpecificam accipiat differẽtiam, ſcilicet per applicationẽ illorũ accidentiũ ad propria ſubiecta, quę uiſibus directè uidentibus ſub talibus accidentibus occurrunt. Sicut ergo unius corporis naturalis continui partium formæ feruntur ad ſpeculi ſuperficiem, & ſeruata forma totali & figura, accidit neceſſariò partes remotiores à ſpeculi ſuperficie remotiores uideri, ne forma & figura rerum uiſarũ confundantur: ſic accidit neceſſariò de rebus uiſis per mediũ aerem, ut pręordinata forma aeris in ſitu ſuo, reſpectu formę rei per mediũ aerem uiſæ, omnium ſuorũ pũctorũ formę uideantur: aliàs enim figura & forma rerũ multiplicatarũ ad ſpeculi ſuperficiẽ confunderentur. Et hæc mihi uiſa eſt eſſe cauſſa rei per alios multis ambagibus perquiſitę. Videtur itaq; res neceſſariò in perpendiculari, quoniam, ut patet per 21 th. 1 huius, hæc eſt breuiſsima eius diſtantia à ſuperficie ſpeculi, à qua fit reflexio ad uiſum, aut à ſuperficie ei cõtinua: & ſecũdum hanc fit rei uiſæ, reſpectu ſpeculi, uniformis diſpoſitio: & ex hoc forma rei nomen accipit imaginis, ut diximus in præmiſſa. Licet ergo forma rei ſecũdum aliam lineam reflectatur ad uiſum: iudiciũ tamen uirtutis uiſiuę fit ſecũdum lineam breuiſsimam, ſecũdum quam incidit forma uiſa ſuperficiei ipſius ſpeculi aut ei continuæ, propter conuenientẽ ordinationẽ formarũ in ſpeculi ſuperficie & in uiſu, & propter certiorem cognitionem ſuæ proprię quantitatis. Cum enim neceſſe ſit imaginẽ eſſe in linea reflexionis, ſi uideretur citra cathetum propinquior ad uiſum, uideretur maior: ſi ultra cathetum, uideretur minor, ut à remotiori uiſa: in catheto uerò quantũ permittit figura ſpeculi & uiſus diſtantia, ſecundum ſui propriam quantitatem uidetur. Eſt ergo neceſſariũ ipſam uideri in puncto concurſus lineæ reflexionis cũ catheto incidentiæ. Viſus enim cũ per reflexionẽ

formas

formas comprehendit, non animaduertit quòd hęc comprehensio fiat per reflexionē: quoniam reflexio, ut suprà in procemio huius scientiæ diximus, non accidit ex proprietate uisus: uisu enim remoto, nihilominus fit reflexio à speculis, quoniam forma corporalis non minus incidit superficiebus speculorum: sed quoniam inuenit transeundi resistentiam ex soliditate corporis specularis, reflectitur ab illis: & si contingat uisum esse in loco, in quo fit linearum reflexarum aggregatio, comprehendet uisus illas formas in capitibus illarū linearū: & est quælibet formarum reflexarū à quocunq; speculo in illo speculo tanquam non adueniens, sed ac si naturalis esset forma speculi: cum tamen non sit aliquid essentiæ ipsius speculi. Patet ergo propositum.

38. Formam omnis rei uisæ comprehensæ per reflexionem à superficie alicuius speculi: figuræ superficiei illius speculi est necessarium aliqualiter assimilari. Alhazen 37 n 6.

Quoniam enim, ut patet per præmissam, locus imaginis cuiuscunq; puncti formę uisæ est in concursu lineæ reflexionis cum catheto incidentię: harum aūt linearū concursus diuersificatur secūdū figurā superficierū speculorū, à quibus fit reflexio: quoniā secūdū illius figurę dispositionē fit diuersitas concursus catheti incidētiæ & perpēdicularis ductæ à pūcto formę incidētis super superficiē speculi, uel super superficiē contingentē speculū in pūcto reflexionis superficiei speculi, à qua fit reflexio ad uisum: quarū perpendiculariū cōcursus diuersificat concursum linearū reflexionis cū catheto incidētiæ, in quo cōcursu est locus imaginū, ut declaratū est in præmissa. Habet itaq; superficies speculi, à qua fit reflexio, aliquā dignitatē in formatione imaginū uisarū, quę ab ipsis reflectuntur: non tamen fit semper hęc assimilatio secūdū totā dispositionē formarū, nisi cū loca imaginū cadūt in ipsis superficiebus speculorū non intra specula uel extra ipsa: sed & tūc secūdū aliquid assimilantur formæ uisæ ipsis formis uel figuris speculorū: quoniā in speculis pyramidalibus apparēt formæ aliqualiter pyramidales: & sic aliqualiter accidit in alijs speculis. Patet ergo propositum.

39. Diuisa cuiuscunq; speculi superficie, accidit formam unius puncti rei uisæ numero illarū partium numerari.

Hoc, quòd hic proponitur, uerum est, quando per diuisionē superficiei alicuius speculi sensibilis accidit diuersitas ordinis & situs partialium superficierū & in se, & respectu ipsius uisus: ut plurimū accidit in speculis uitreis plumbatis, quę per diuisionē ab unitate superficiei de facili recedūt: quod non accidit in alijs speculis tam faciliter. Quādo itaq; aliorū speculorū superficies propter diuisionē in ipsis factam ab unitate superficiei secūdum sitū & ordinē pręmisso modo recedūt: accidit formā unius pūcti rei uisę numero illarū partium numerari. Tūc enim diuersę fiunt catheti incidentię formæ eiusdem pūcti rei uisæ, respectu illarū diuersarum partialiū superficierū, & similiter diuersa fiunt pūcta reflexionū & diuersæ reflexionū lineæ ad centrū eiusdē uisus. Et quia locus cuiuslibet imaginis semper fit in pūcto cōcursus lineæ reflexionis cum catheto incidentiæ, ut patet per 37 huius: ideo patet quòd secundum numerum istarum linearum, & sui concursus formæ eiusdem puncti imagines numerantur. Patet ergo propositum.

40. In omnis speculi superficie fit formarum reflexio in longitudine & latitudine secundum modum polituræ.

Quod hic proponitur, exemplariter patet in speculis quibuscunq; artificio politis. Si enim forbiantur in longū, ut accidit in superficiebus ensium: tūc facies intuentis uidebitur oblonga respectu suæ proprię dispositionis: & si forbiantur aliquę superficies secūdū ipsarū latitudinē: tūc imago faciei illa intuentis uidebitur latior quàm sit eius proprietas uera secundū illam dispositionem: & quandoq; uidebitur imago transuersalis propter transuersalitatē forbitionis. In omnibus uerò his caussa est unitio maior superficierū ipsarū corporū politorū, à quib. & à quarū partibus cōsluit reflexio ad unionē formarū reflexarū, quæ secundum illud perueniunt ad uisum. Etenim, ut in principijs huius libri: 1. definitiōe diximus, politio est cōtinuitas partium superficiei politi corporis sine sensibilitate pororū uel diuisionis: unde cū ad aliquā differentiā positionis illi pori complanantur: necesse est secundū illā differentiā formas pluribus punctis illis incidentes in unitatem formæ cōfluere & uniri, & secūdum illū modū formam uisam secūdum reflexionē augmētari & uideri maiorem: secūdum alias uerò positionū differentias necesse est ipsam uideri suę dispositionis proprię, uel circa illā. Et sic accidit quędā monstruositas in imaginibus formarū taliter uisarū: quia ipsarum reflexio est inæqualis hinc inde: & fit irregularis secūdum illud. Vt itaq; à corporibus arte politis reflexio fiat regularis & conueniens dispositioni formarū reflexarū: necesse est ipsorū superficies forbiari secundum modum circularē non in longum nec in latum uel transuersum, ne secundum illos modos formarum propria dispositio difformetur. Patet ergo propositum.

41. In omni speculo accidit eandem imaginem à duobus uisibus quandoq; uideri duas.

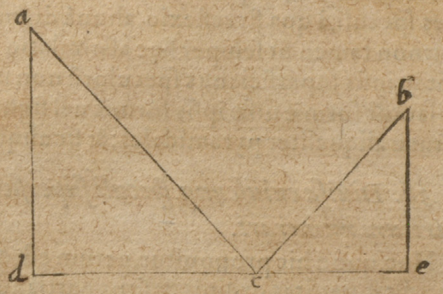
Huius rei euētus accidit uisui in unius imaginis uisione à quocūq; speculorū reflexæ, sicut & idē error sibi accidit in simplici rerū uisione, cū eædē caussę concurrūt uel illarū aliqua, quas declarauimus in 103, 104, 105, 106 & 107 th. 4 huius: utpote cū eiusdē rei forma ab eodē speculo reflexa uni uisuū offertur directē, & alteri obliquē: uel cū forma reflexa cōstituta intra axes radiales ambob. uisibus occurrit obliquē. Quibuscunq; enim modis accidit formam eiusdem rei uideri duas, eisdē modis possibile est imaginem illius formæ uideri duas, si secundum modum suæ uisionis ad uisum ab

aliquo ſpeculo reflectatur. Et propterea talibus nõ oportet aliter immorari, quàm ut in ſimplici uiſione dictum eſt: non enim accidit illud propter diuerſitatem punctorum reflexionis formæ eiuſdẽ puncti ad ambos uiſus: quoniã illa diuerſitas aut nulla eſt, aut non eſt ſenſibilis: unde nullum ſenſibilem inducit uiſibus errorem, ſed ambo uiſus ſecundum illum bene perueniunt ad uiſionem unitatis eiuſdem formę, ut poſterius declarabitur: patet ergo propoſitum.

42. Imago rei uiſæ motæ in omni ſpeculo moueri uidetur.

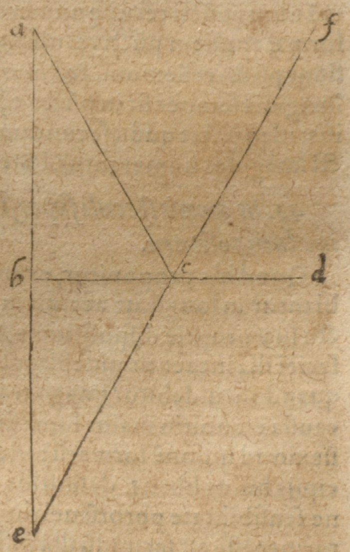
Huius cauſſa non eſt alia, niſi uniformitas reflexionis à quolibet puncto ſpeculi, ſuper quod fit motus. Et quia omnia puncta rei uiſæ à diuerſis, quàm prius, punctis reflectũtur, efficitur noua imago totius rei uiſæ, ſecundum quod per eius motum puncta, à quibus facta eſt reflexio, permutãtur. Videtur itaq; forma moueri, licet ſecũdum ueritatẽ nõ moueatur, ſed potius noua imago mutato ſitu rei uiſæ generetur. Hoc aũt accidit propter continuitatem punctorum reflexionis in ſuperficie ſpeculorum. Patet ergo propoſitum. His itaq; communibus omnium ſpeculorum paſsionibus pręmiſsis: reſtat ut ad planorum ſpeculorum paſsiones proprias calamum conuertamus.

43. In omni reflexione à ſpeculis planis facta, lineæ incidentiæ & reflexionis proportionales ſunt cathetis à punctis ſuorum terminorum demiſsis, & ipſis baſibus in ſpeculorũ ſuperficie interiectis. Euclides 3 hypotheſi catoptr.



Sit ſpeculum planũ, in cuius ſuperficie ſit linea d c e: & ſit linea incidentiæ a c: reflexionis uerò c b: & ducantur catheti a d incidẽtiæ & reflexionis b e. Dico quòd quæ eſt proportio a d ad b e, eadẽ eſt a c ad b c & d c ad c e. Quoniã enim in trigono a d c angulus rectus, qui a d c, eſt æqualis angulo, qui b e c, recto: & angulus a c d, qui eſt angulus incidentiæ, eſt per 20 huius ęqualis angulo b c e, qui eſt angulus reflexiõis: erit neceſſariò angulus d a c trigoni a d c æqualis angulo c b e trigoni b e c per 32 p 1: ergo per 4 p 6 latera iſtorũ trigonorũ ęquales angulos reſpicientia ſunt proportionalia: quæ eſt ergo proportio lineæ a d ad lineam b e, eadẽ eſt proportio lineę a c ad b c, & lineę d c ad e c. Et quoniam ſemper manet eadem proportio reſultans ex æqualitate angulorum: patet ergo propoſitum.

44. Forma puncti rei uiſæ ſuperficiei plani ſpeculi incidente: locum, in quo uiſu conſtituto, ad ipſum fiat reflexio, inuenire.



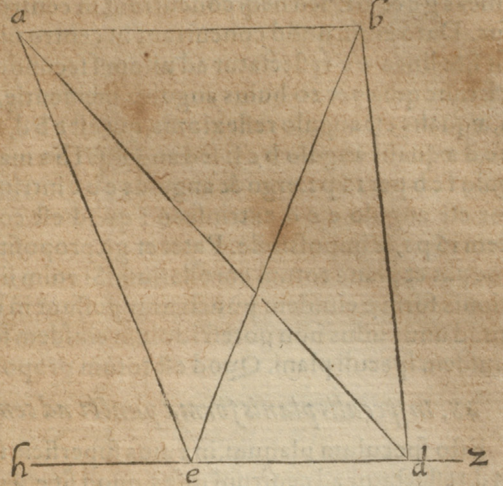
Eſto punctus, cuius forma ſpeculo plano incidat a: & ſit linea b c d communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ducta in ſuperficie ſpeculi: incidatq; punctus a ſpeculo ſecundum punctum c: & ducatur linea incidentiæ, quæ a c: & à puncto a ducatur linea a b perpendicularis ſuper lineam b c d per 12 p 1: & producatur uſque ad punctum e, donec per 3 p 1 linea b e fiat æqualis ipſi a b: & continuetur linea e c: quæ ꝓducatur ultra c ad punctum f. Dico quòd uiſu exiſtẽte in quocũq; puncto lineæ c f, ſemper fiet reflexio ad ipſum, & uidebit formã pũcti a. Copuletur enim linea a c: eritque angulus a b c æqualis angulo c b e, quia, ut patet ex pręmiſsis, ambo illi anguli ſunt recti. Quoniam ergo per 4 p 1 cũ ex hypotheſi linea b e ſit æqualis ipſi a b, & latus b c cõmune, trigona a b c & c b e ſint æquiangula: erit angulus a c b æqualis angulo b c e: ſed per 15 p 1 angulus f c d eſt æqualis angulo b c e: ergo angulus f c d eſt æqualis angulo a c b: ergo per 20 huius, cum linea a c ſit linea incidentiæ, erit c f linea reflexionis. Viſu ergo in illa poſito, fiet reflexio ad uiſum. Quod eſt propoſitum.

45. Forma puncti à ſpeculo plano non reflectitur ad eundem uiſum, niſi ab uno puncto tantùm. Alhazen 14 n 5.

Eſto centrum uiſus a: & punctum uiſum b: & ſit z h ſuperficies ſpeculi plani. Dico quòd ab uno tantùm puncto ſuperficiei z h reflectitur forma puncti b ad uiſum a. Si enim à duobus pũctis ſit poſſibile illã reflecti, ſint illa duo pũcta d & e: & ducatur linea à centro uiſus puncto a ad punctũ uiſum b: quę ſit a b. Linea itaq; a b ꝓtracta ultra alterũ punctorũ, quę ſunt b uel a, aut concurrit cũ ſuperficie ſpeculi, aut æquidiſtat. Si cõcurrit ſiue ſit ꝑpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, à quo fit reflexio, ſiue non, ſemper ipſa erit neceſſariò in una ſola ſuperficie reflexionis. Si enim ipſa ſit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi: tunc patet quòd ipſa eſt in una ſuperficie reflexionis per 27 huius: quoniam ipſa reflectitur in ſe ipſam per 21 huius. Si uerò linea a b ſuper ſuperficiẽ ſpeculi non ſit perpendicularis, cum ſit linea recta extenſa inter duo puncta extrema, quę ambo per 25 huius neceſſariò ſunt in una ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, erit etiam linea a b in una ſola tali ſuperficie: quoniam ſi in duabus talibus ſuperficiebus fuerit, tunc ipſa erit communis ſectio duabus illis ſuperficiebus orthogonalibus ſuper ſuperficiem ſpeculi per 19 th. 1 huius: unde ſumpto in

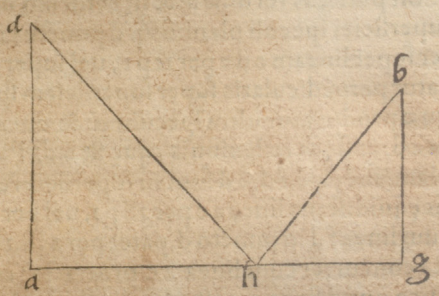
ea puncto

ea puncto & ducta ab illo puncto linea in altera superficierum super lineam cōmunem huic superficiei & superficiei speculi, erit hęc linea erecta super superficiem speculi per definitionem superficiei super superficiem erectæ: & similiter ab eodem puncto ducatur linea in alia superficie super lineam communem ei & superficiei speculi, & erit iterum hæc linea orthogonalis super superficiem speculi. Ab eodem ergo puncto contingeret ducere duas perpendiculares super eādem superficiem speculi: quod est impossibile & contra 20 th. 1 huius. Ergo linea b a erit in una sola superficie reflexionis, erecta super superficiem speculi plani: eruntq; tria puncta a, e, b in eadem superficie reflexionis per 1 p 11: & erunt lineę a e & e d & e b per 25 huius in illa superficie reflexionis, in qua est linea a b: & similiter lineę e d & d b & d a. Quare lineę e a & e b erunt in eadem superficie cum lineis d a & d b per 2 p 11. Sed angulus a e h est maior angulo a d e per 16 p 1, extrinsecus enim est maior intrinseco: sed per 20 huius angulus incidentiæ, qui est a e h, est æqualis angulo reflexionis, qui est b e d: & angulus a d e est æqualis angulo b d z: angulus ergo d e b maior est angulo a d e: ergo & ipsius ęquali, scilicet angulo b d z, quod est contra 16 p 1, extrinsecus enim, qui est b d z, maior est intrinseco, qui est b e d: ergo & angulus a d h maior est angulo b e d: & sic idem angulus eodem angulo erit maior & minor, quod est impossibile. A solo ergo puncto speculi plani fit reflexio formæ puncti b ad uisum a. Si uerò linea a b sit perpendicularis super superficiem speculi plani, patet per 32 huius, quòd unus tantùm punctus reflectitur secundū ipsam ad uisum, & ab uno solo speculi puncto. Quòd si linea a b non concurrat cum aliqua linearū protractarum in superficie speculi, sed sit ęquidistans alicui illarum: ergo per 9 p 11 ipsa erit ęquidistans cuilibet æquidistanti illi lineę in speculi superficie productę. Sit ergo ęquidistans lineę h z: erunt quoq; per 1 th. 1 huius lineę a b & h z in eadem superficie: fiat ergo deductio, ut prius, quoniam intrinsecus angulus erit maior extrinseco: quod est impossibile. Ergo & illud, ex quo sequebatur. Patet ergo, quod proponebatur.



46. In speculis planis dati puncti uisi ad cētrum uisus datum, punctum reflexionis inuenire. Alhazen 12 n 5.

Sit speculum planum, in cuius superficie sit linea a g: & sit centrum uisus b: punctusq; rei uisæ sit d: & ducantur catheti a d & g b perpendiculariter super superficiem speculi per 11 p 11: diuidaturq; linea a g in pūcto h, ita ut sit proportio lineæ a h ad lineam h g, sicut lineæ a d ad lineam g b per 119 th. 1 huius. Dico itaq; quòd forma puncti d reflectetur ad uisum b à pūcto speculi h. Ducātur enim lineę d h & b h. Palā itaq; p 6 p 6 & ex hypothesi quoniam triangulus d h a est æquiangulus triangulo h g b: angulus enim h a d est æqualis angulo h g b, quia sunt ambo recti, & est proportio lineę a d ad lineā g b, sicut lineę a h ad lineam h g: angulus itaque a h d est æqualis angulo g h b. A puncto itaq; speculi, quod est h, reflectetur forma puncti d ad uisum b per 20 huius: angulus enim incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Si autem punctus h obstruatur per aliquod superpositum, utpote per ceram uel per picem aut simile: nulla uidebitur imago puncti d, centro ipsius uisus, quod est b, disposito secundum præmissum modum: quoniam à puncto alio impossibile est fieri reflexionem per præmissam: accidit enim à puncto alio uariari proportionem, & angulos incidentiæ & reflexionis fieri inæquales. Patet ergo propositum.

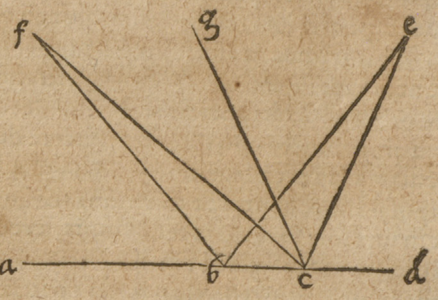


47. Lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis speculi plani non sunt æquidistantes: attamen in centro unius uisus non concurrunt. Ex quo patet quòd unus uisus uidere nō potest idolum eiusdem formæ à diuersis punctis eiusdem plani speculi reflexum. Euclides 4 the. catoptr. Ptolemæus 7 th. 1 catoptr.

Esto speculum planum, in cuius superficie sit linea a b c d: cuius duobus punctis b & c à puncto rei uisæ, quod sit e, incidant lineę e b & e c: & sit centrum uisus g: & reflectatur linea e b secundum lineam b f, & linea e c secundum lineam c g. Dico quòd lineæ c g & b f non sunt æquidistantes, nec tñ concurrent in centro unius uisus, quāuis etiā sint in eadē superficie: angulus enim incidētię, qui est e c d, est ęqualis angulo reflexiōis, qui est g c a: & angulus e b d est æqualis angulo f b a, ut patet per 20 huius. Quia ergo trigoni e b c latus b c protrahitur ad punctum d: erit per 16 p 1 angulus e c d extrinsecus maior angulo intrinseco, qui est e b d: palā ergo per 20 huius quia & angulus g c a maior

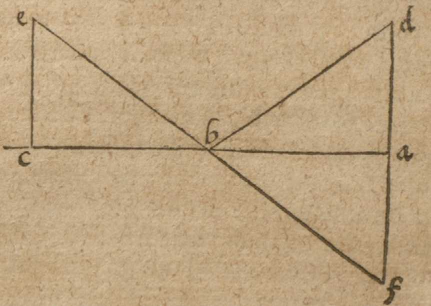
 est an-

eſt angulo f b a: ergo per 14 th. 1 huius lineæ g c & b f non ſunt æquidiſtantes: an gulus enim extrinſecus maior eſt intrinſeco cadente linea a d ſuper ambas lineas g c & b f: ſed neq; concurrent in centro unius uiſus. Dato enim quòd concurrant in centro uiſus, quod ſit f, & linea e c reflectatur ad uiſum f ſecundum lineam c f: tunc quia per 20 huius angulus incidentię, qui eſt f b a, æqualis eſt angulo reflexionis, qui eſt e b d, & angulus e c d æqualis angulo b c f: ſed angulus f b a maior eſt angulo f c b per 16 p 1: ergo & angulus e b c intrinſecus maior eſt angulo e c d extrinſeco: quod eſt contra eandem 16 p 1, & impoſsibile. Patet er go propoſitum. Et ex hoc pat et planè totum corollarium. Si enim lineæ reflexionis formæ eiuſdem puncti non poſſunt in centro unius uiſus concurrere: tunc eſt manifeſtum, quòd unus uiſus non poteſt idolum eiuſdem formæ uidere reflexum à diuerſis punctis ſuperficiei eiuſdem ſpeculi plani. Quod eſt totum propoſitum.



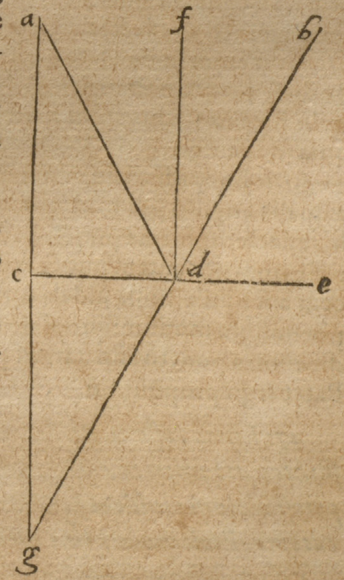
48. In ſpeculis planis forma puncti ad centrum uiſus reflexa, locum imaginis inuenire.

Eſto ſpeculum planum, in cuius ſuperficie ſit linea a b c: ſit quoq;, ut forma puncti rei uiſæ, quod ſit d, reflectatur ad centrum uiſus, quod ſit e, à puncto ſpeculi b: & ducatur linea incidentiæ, quæ ſit d b, & linea reflexionis, quę ſit b e. Dico quòd eſt poſsibile inueniri locũ imaginis, in quo uidetur forma puncti d. Quoniam enim per 27 huius puncta d, b, e ſunt in eadem ſuperficie: patet per 1 & 2 p 11 quoniam linea a b c eſt cum lineis d b & b e in eadẽ ſuperficie. Imaginetur ergo extendi linea a b c in continuum, quouſq; à puncto e ſuper ipſam producatur per 12 p 1 linea perpendicularis, quæ ſit e c, & ei ęquidiſtãs à puncto d, quæ ſit d a, per 31 p 1. Quia itaque linea e b concurrit cum linea e c in puncto e, palã per 2 th. 1 huius quoniam ipſa concurret cum linea d a producta: ſit concurſus punctus f. Dico per 37 huius quoniã punctus f eſt locus imaginis formæ puncti d. Patet ergo propoſitum.



49. Eadem eſt diſtantia loci imaginis à ſuperficie ſpeculi plani ſub ſpeculo, quæ eſt puncti uiſi ab eadem ſuperficie ſupra ſpeculum planũ exiſtentis. Euclides 19 th. catoptr. Alhazen 11 n 5.

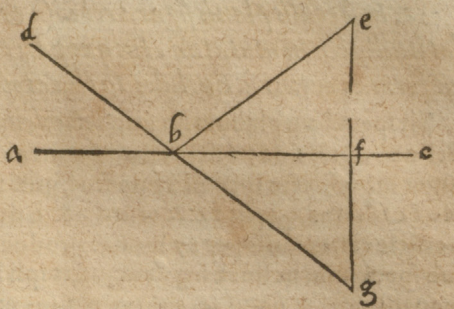
Sit punctus rei uiſæ a: & ſit centrum uiſus b: & ſit c d e linea communis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi plani: ſitq; d punctus reflexionis: & à puncto d ducatur linea d f perpendicularis ſuper lineam c d e per 11 p 1, uel ſuper totam ſuperficiem ſpeculi plani per 12 p 11: & à puncto a ducatur perpẽdicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11 p 11, quæ ſit a c, quæ producatur ultra ſpeculum: & ducatur linea incidentiæ, quæ ſit a d, & linea reflexionis, quę ſit b d. Patet ergo per 27 huius quoniam lineę a d, f d, b d ſunt in ſuperficie reflexionis. Et cum linea f d ſit ęquidiſtans lineę a c per 28 p 1, uel per 6 p 11, & linea b d cõcurrat cum linea f d in puncto d, patet per 2 th. 1 huius quia linea b d protracta concurret cum linea a c protracta: concurrat ergo in puncto g. Dico quòd linea g c eſt æqualis lineæ a c. Quoniam enim angulus b d e eſt æqualis angulo a d c per 20 huius, ſunt enim anguli incidẽtiæ & reflexionis: ſed angulus b d e eſt æqualis angulo c d g per 15 p 1, quoniam ſunt anguli contra ſe poſiti: angulus ergo a d c eſt ęqualis angulo c d g: angulus uerò a c d eſt ęqualis angulo d c g, quoniã uterque eſt rectus: erit ergo per 32 p 1 angulus c a d trigoni c a d æqualis angulo c g d trigoni c g d: erunt ergo per 4 p 6 latera æquos angulos continentia proportionalia: ſed latus c d æquale eſt ſibi ipſi: erunt ergo cætera latera æquos angulos reſpicientia inter ſe æqualia, ut a c ipſi c g, & a d ipſi a g. Quia ergo in puncto g eſt locus imaginis per 37 huius, & linea c g eſt ęqualis ipſi a c: patet ergo propoſitum. Si ergo è perpendiculari ultra ſuperficiem ſpeculi imaginetur linea c g æqualis lineæ a c reſecari: ſemper erit in puncto g locus imaginis tantùm diſtans à ſuperficie ſpeculi plani ſub ſpeculo, quantùm punctus rei uiſæ, cuius forma uidetur in ſpeculo, diſtat ab eadem ſuperficie ſpeculi ſupra ſpeculum. Patet ergo propoſitum.



50. In omni reflexione à ſpeculis planis facta, linea à centro uiſus ad locum imaginis producta, æqualis eſt lineæ incidentiæ & reflexionis ſimul iunctis.

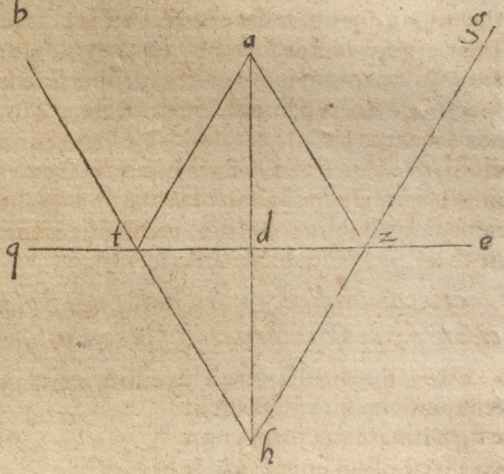
Eſto in ſpeculo plano linea a b c: & ſit centrum uiſus d: & punctus rei uiſæ ſit e: fiatq; reflexio formæ

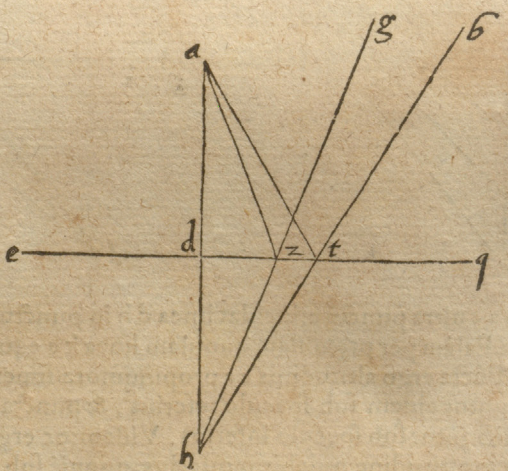
mæ puncti e ad uisum d à puncto speculi plani, quod sit b: erit ergo linea incidentiæ, quæ e b, & linea reflexionis, quę b d: sitq; locus imaginis punctus g: hic ergo per 37 huius erit in concursu lineæ reflexionis d b cum catheto incidētiæ. Sit ergo, ut cathetus e g producta secet lineam a c in pūcto f. Quia itaq; angulus incidentię, qui est e b f, est ęqualis angulo reflexiōis, qui est a b d, per 20 huius: & angulus g b f æqualis a b d per 15 p 1: est ergo angulus g b f æqualis angulo e b f: sed & angulus e f b æqualis est angulo g f b, quia ambo recti: ergo per 32 p 1 trigoni b g f & b e f sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 latera illorum æquos angulos continentia sunt proportionalia: sed latus b f est æquale sibi ipsi: ergo g b est æquale ipsi b e. Ergo linea d g à centro uisus ad locum imaginis g producta, est ęqualis ambabus lineis d b & b e simul acceptis. Quod est propositum.

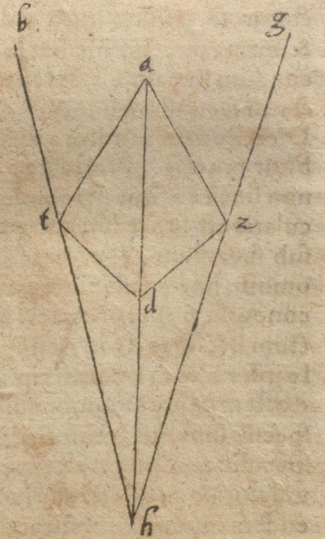


51. In speculo plano ab utroq; uisu uno puncto comprehenso, idem erit imaginis locus uisib. ambobus: ex quo patet quòd una sola imago utriq; uisui occurrit. Alhazen 15 n 5.

Sint duo uisus b & g: & sit a punctus rei uisæ: & sit q d z e linea in superficie speculi plani ducta: sitq; linea a d perpendicularis ducta à puncto a super superficiem speculi. Et quia per 30 huius ab uno puncto speculi propositi ad ambos uisus non potest fieri reflexio, sed ad minus à duobus: sint itaq; illa duo puncta t & z: & ducātur lineæ b t, a t, a z, z g. Palàm ergo per 25 huius quia linea b t & a t & a d sunt in eadē superficie reflexionis, erecta super superficiem speculi: & similiter lineę a d, a z, z g sunt in eadem superficie: & linea d t est communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a d t b, & superficiei ipsius speculi: & linea d z est communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a d z g, & superficiei speculi per 19 th. 1 huius. Si ergo ambæ lineę reflexionis, quę sunt b t & g z, fuerint in eadem superficie erecta super superficiem speculi: palàm quia linea t d z erit linea una recta: ideo quia communis sectio superficiei speculi, & superficiei cuiuscunque super ipsam erectæ est linea una recta per 3 p 11: tunc ergo & perpendicularis a d, quæ est inter duas lineas illas reflexionis, quę t b & g z, aut erit in eadem superficie cum illis, aut extra illas in alia superficie: quodcunq; istorum fuerit, semper linea reflexionis, quę b t, protracta secabit ex perpendiculari, quę est a d, ultra speculum protracta partem æqualē ipsi a d per 49 huius, quę sit d h: quoniā semper lineæ b t & a d sunt in aliqua eadem superficie per 27 huius, ut præmissum est. Et similiter per 49 huius linea g z protracta ultra speculum secabit ex protracta catheto ad lineā ęqualem ipsi lineę a d: secabit ergo ipsam in puncto h. Imago ergo puncti a in eodē puncto perpendicularis, quod est h, pcipietur ab utroq; uisu, & idem erit imaginis locus. Vna ergo tātū erit imago, & in uno eodēq; loco uidebitur ab ambobus uisib. in quo puncto uno tantùm uisu perciperetur.





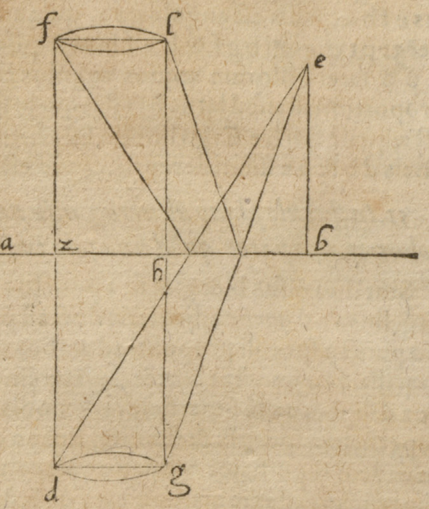


Si uerò puncta t & z non fuerint in eadem superficie reflexionis, adhuc eadē facta deductione una tantū imago uidebitur, & unus tantū erit imaginis locus, ut prius. Sēper. n. utraq; linea reflexiōis secabit ex ppēdiculari ꝓtracta partē æqualē ipsi a d: eritq; sectio ambarū linearū reflexionis cū illa ppēdiculari in eodē puncto h, q per 37 huius, erit semp imaginis locus. Et hoc est ꝓpositū: quoniā si cētra amborū uisuū, quę sunt b & g, fuerint ex eadē parte rei uisę, quę est a, semper eodē modo est demonstrandū: cōcurrent enim lineę reflexionum

flexionum cum catheto in eodem puncto: & erit idē imaginis locus, & eadem imago uisib. occurret

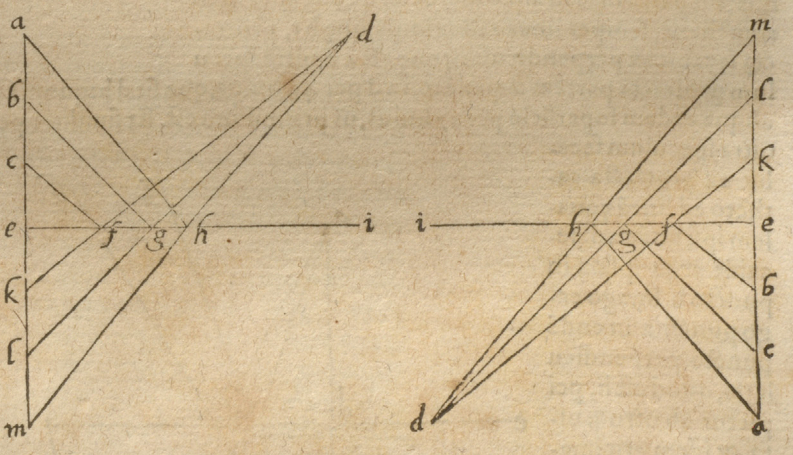
52. In speculis planis figura rei uisæ & situs partium secundum quantitatem longitudinis & latitudinis non mutatur. Ex quo patet, quòd imago cuiuslibet rei uisæ in speculo plano æqualis est formæ rei extrà. Euclides 19 th. catoptr. Alhazen 2 n 6.

Sit speculum planum, in quo sectio communis superficiei illius speculi & superficiei reflexionis sit linea a b: & duo puncta extrema alicuius rei uisæ sint f & l: erigaturq; cathetus perpendiculariter super superficiem speculi à puncto l, quæ sit l h: & à puncto f cathetus, quę sit f z: & erunt z & h duo puncta in superficie reflexionis per 27 huius: producanturq; taliter sub speculum, ut linea h g sit æqualis ipsi l h, & linea z d æqualis ipsi f z: sit quoq; centrum uisus e: ducaturq; per 11 p 11 à puncto e cathetus super speculū, quæ sit e b. Palā itaq; ex 28 huius quoniam forma puncti l reflectitur ad uisum e ab aliquo puncto speculi lineæ h b: & locus imaginis suæ per 49 huius est punctum g, tantū distans à superficie speculi ultra speculum, quātum punctus l supra speculum. Similiter forma puncti f reflectitur ad uisum e ab aliquo puncto lineæ z b: & locus imaginis est punctū d. Ducta quoq; linea f l, & linea d g: palā quia quodcūq; punctum lineæ f l reflectitur ad uisum e, similiter locus imaginis suę est tantùm distans à superficie speculi ultra speculum, quantùm ille punctus est supra speculū. Quilibet ergo punctus lineæ f l tantùm uidetur distare sub speculo, quantùm ipse punctus a superficie speculi supra speculum. Si ergo linea f l fuerit recta, erit linea d g recta: si linea f l fuerit arcus circuli, erit quoq; linea d g arcus circuli, & semper eiusdem curuitatis & dispositionis. Linea ergo f l semper apparebit eiusdem quantitatis & figuræ, cuius est extra speculum. Et hoc est propositum. Supponendum tamen est, ut tale speculum planum sit æqualiter politum: quoniam si ad longitudinem uel latitudinem nimis declinet politio, declinabit & forma secundum idem per 40 huius: nec erit in longitudine & latitudine debitus ordo formæ.



53. Altitudines & profunditates à planis speculis reuersæ uidentur, cum speculorum superficiebus perpendiculariter insistunt. Euclides 7 th. catoptr.

Esto altitudo uisa, quæ a b c e: sitq; centrum uisus d: linea uerò communis superficiei reflexionis & superficiei speculi plani sit e f g h i: incidatq; forma puncti a secundum lineam a h, & reflectatur secundum lineā h d: & forma pūcti b incidat secundum lineā b g, & reflectatur secundum lineā g d: & forma puncti c incidat secundum lineam c f, & reflectatur secundum lineam f d. Dico, quòd altitudo e a uidebitur reuersa. Protracta enim linea e a, quę perpendicularis est super lineam e i, sub speculum, & protractis omnib. lineis reflexionis ad concursum eum protracta linea a e ultra punctū e: incidat linea d h in punctum m: & linea d g in punctum l: & linea d f in punctum k. Palàm per pręmissam quoniam linea k e ęqualis est ipsi lineę e c, & l e ipsi e b, & m e ęqualis ipsi e a. Pūcta ergo altitudinis e a propinquiora superficiei speculi superius existentia, propinquiora uidebuntur eidem sub speculo inferius, & puncta remotiora superficiei speculi superius, remotiora uidebuntur sub speculo inferius. Videbitur ergo altitudo reuersa sub speculo: quod enim est superius in altitudine, uidebitur inferius, quoniā sub maiori distantia à uisu uidetur: & quod est inferius in altitudine, uidebitur superius, quoniā propinquius uisui uidetur. Et eodem modo demonstrandū, si linea a b c sit linea profunditatis alicuius rei. Patet ergo propositū.

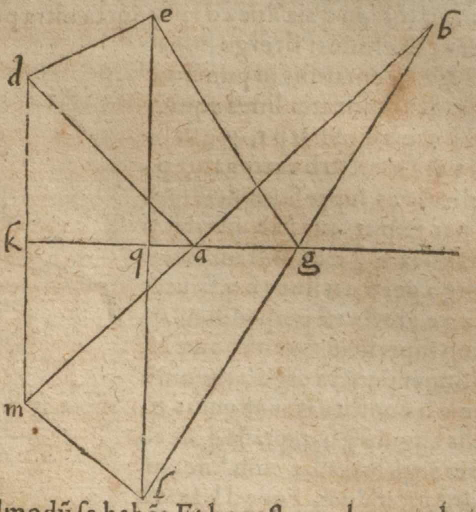


54. Obliquæ longitudines à planis speculis uidentur, quemadmodum se habent. Euclides 9 the. catoptr.

Sit d e longitudo obliquè distans à superficie plani speculi, ita ut punctum eius, quod est e, sit remotius ab ipsa superficie speculi: cōmunis quoq; sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi

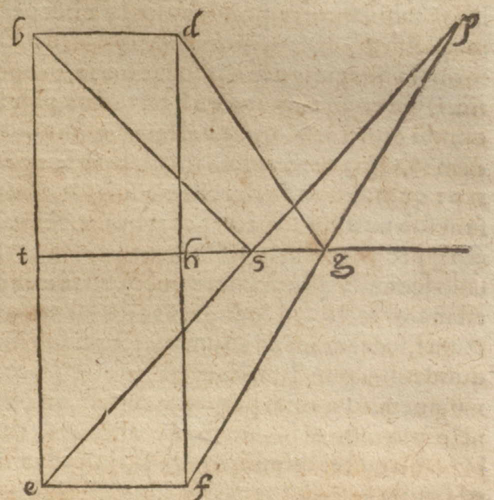
sit linea

fit linea k q a g: cẽtrumq́; uiſus ſit punctus b: & incidat forma puncti d ipſi ſpeculo ſecundum lineã d a, & reflectatur ſecundum lineã a b ad centrũ uiſus: & incidat forma puncti e ſecũdum lineam e g, & reflectatur ad uiſum ſecundum lineam g b: protrahaturq́; cathetus d k perpendiculariter, & linea reflexionis, quę eſt b a, donec concurrant in puncto m: & protrahatur cathetus e q perpendiculariter, donec concurrat cũ linea b g in puncto l: eritq́; per 49 huius linea d k æqualis lineæ k m, & linea e q æqualis lineę q l. Et quoniam lõgitudo d e obliquè ſe habet ad ſuperficiem ſpeculi, (etenim punctum e remotius eſt à ſpeculo q̃ punctum d) erit linea e q longior quã linea d k: ergo & linea q l longior quã linea k m. Punctũ ergo illius obliquę magnitudinis, quod eſt remotius ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, hoc ſimiliter ſub ſuperficie ſpeculi à remotiori uidetur: & quòd ſuperius propinquius eſt ſpeculo, hoc ſub ſpeculo etiã uidetur eſſe in loco propinquiori. Videntur ergo tales magnitudines queadmodũ ſe habẽt. Et hoc eſt, quod ꝓponebatur.



55. In ſpeculis planis dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra. Euclides 19 th. catoptr.

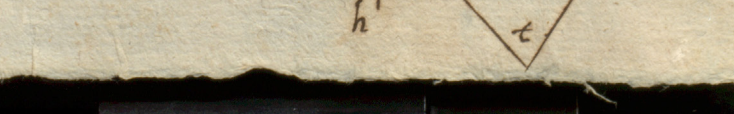
Eſto ſpeculum planum g s t: & uiſa res ſit d b: ſint quoq; lineæ incidentię d g & b s: & ſit centrum uiſus p: lineæ quoq; reflexionis ſint p g & p s: & ſit, ut linea reflexionis, quæ eſt p g, concurrat cũ catheto incidentiæ, quæ d h in puncto f: & linea reflexionis, quę eſt p s, concurrat cum catheto b t in puncto e: producaturq́; linea f e, quæ eſt per 52 huius imago rei uiſæ, quæ d b: apparebunt ergo dextra ſiniſtra, & ſiniſtra dextra. Quoniam enim per 33 huius ſemper ad angulum maiorem angulo incidentiæ fit reflexio, & ita ad partem oppoſitam parti incidẽtiæ: patet quòd dextrum rei uiſæ ſemper uidebitur ſub linea reflexionis magis ſiniſtra, & ſiniſtrum ſub linea reflexionis magis dextra: illa enim linea reflexionis, quę plus eſt dextra, cadet ſuper dextram partẽ imaginis, & ſiniſtra cadet ſuper ſiniſtram. Sic ergo dextrum rei apparet ſub ſiniſtro imaginis, & econuerſo: quoniam imago rei uidetur ſe habere ad rem, ſicut homo ſtans erecta facie contra aliquem alium: tunc enim pars ſiniſtra opponitur dextræ, & dextra ſiniſtræ: quia ſemper cum aliquis homo alij opponitur, contrarius eſt eis oppoſitis adinuicem ſitus: ad eandem enim poſitionis differentiam eſt dextrũ unius ſiniſtrum alterius, & econuerſo: & ſic quod eſt rei uiſę dextrũ, fit ſuę imaginis ſiniſtrũ: & quod eſt rei uiſæ ſiniſtrum, in imagine dextrum erit ſecundum uiſum. Patet ergo propoſitum.



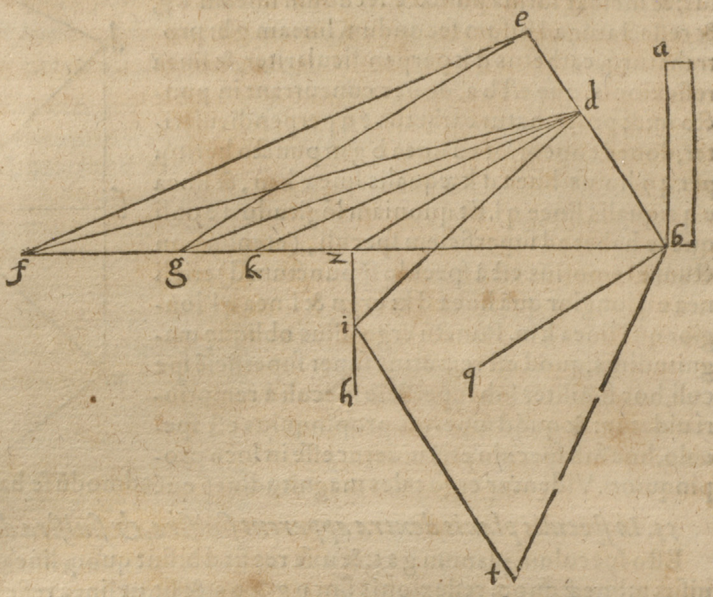
56. Poſsibile eſt ſpeculum planum taliter ſiſti, ut intuens propria imagine non uiſa, uideat imaginem rei alterius non uiſæ. Ptolemæus 9 th. 2 catoptr.

Sit a b lignũ horizonti perpẽdiculariter infixũ, uel ſuperficiei ſibi ęquidiſtanti, uel aliter quomodocunq; diſpoſitę, quæ ſit b g: ſitq́; ſpeculum planũ, in quo ſit linea d b: & ſit quadratum. Et quia lignum a b eſt perpendiculariter erectum ſuper g b ſuperficiem, ducatur linea g b, ut cõtingit: palàm ergo quòd angulus a b g eſt rectus: diuidatur ergo ille angulus rectus in tres partes æquales per 28 th. 1 huius: inclineturq́; ſpeculum d b taliter à ligno a b, ut angulus d b a ſit tertia pars unius recti, q̃ eſt a b g: erit ergo angulus d b g duę tertiæ partes unius recti. In hoc autem conſiſtit bonitas operationis mechanicæ & utilior effectus: quęcunq; tamen alia pars recti anguli abſcindatur, ad idẽ peruenit demonſtratio, ut patet. Sit itaq; angulus a d b tertia pars unius recti: & producatur linea ſpeculi, quę eſt b d, ultra punctum d in continuum & directum uſq; ad punctum, quod ſit e. Et quoniã linea g b eſt perpendicularis ſuper lineam a b, cum linea quoq; ſpeculi, quæ eſt d b, continet angulũ acutum: tunc à puncto g, quod ſit in ſuperficie orthogonaliter erecta ſuper ſpeculi ſuperficiem, ducatur linea perpendicularis ſuper lineam b e per 12 p 1, quę ſit g e: angulus igitur b e g erit rectus. Sit itaque locus ipſius uiſus punctũ g, à quo ad punctum d protrahatur linea g d: à puncto quoq; d ꝓducatur linea cadens ſuꝑ lineam b g, quę incidat in punctum z, ita ut angulus z d g ſit æqualis angulo e g d cõſtituto ſuper terminum lineę g d per 23 p 1: erit ergo linea z d ęquidiſtans lineę g e per 27 p 1: ergo p 8 p 11: erit linea z d erecta perpẽdiculariter ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, & perpendicularis ſuper cõmunem ſectionẽ ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, quę eſt b d: angulus ergo z d b eſt rectus æqualis angulo g e d ex præmiſsis, & etiam per 29 p 1. A' puncto quoque z ducatur linea z h perpendicularis ſuper ſuperficiem g b per 11 p 11: & ſuper punctum d terminum lineæ z d conſti-

tuatur

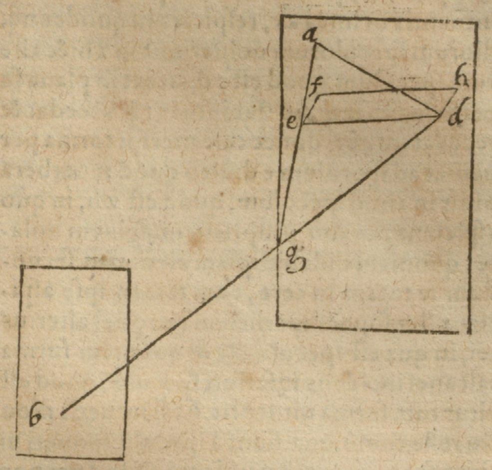


tuatur angulus æqualis angulo g d z, qui ſit angulus z d i. Et quoniã p 2 th. 1 huius cõcurret linea d i cũ linea z h: ideo quia linea d i producta ultra punctũ d, cõcurret cũ linea a b, ut patet ex præmiſsis, & per 14 th. 1 huius: ſit ergo linearũ d i & z h concurſus in puncto i: & à puncto i ducatur linea ęquidiſtans lineę b d per 31 p 1, quę ſit linea i t: & à puncto b extrahatur ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi per 12 p 11, quę ſit b q: eritq; ꝑ 28 p 1 linea b q æquidiſtans lineæ g e: ergo per 8 p 11 linea b q, ſicut & linea g e, erecta eſt perpendiculariter ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculi, quæ eſt d b. Super punctũ ergo b terminũ lineę q b conſtituatur angulus æqualis angulo g b q, qui ſit q b t: cõcurret ergo linea b t cum linea æquidiſtanter ducta lineę d b à puncto i, quæ eſt linea i t, per 2 th. 1 huius: ſit concurſus punctus t: & cõpleatur tabula i t. Depingatur itaque in tabula, in qua eſt linea i t, imago quæcunq; placuerit: & ponatur tabula depictæ imaginis in loco lineę i t, ſecundum medium lineæ tabulæ correſpondens lineæ z i: & perforetur ſuperficies g b ſecundum lineam z b, ita ut forma picturæ poſsit uenire ad ſpeculum d b. Cũ itaq; centrum uiſus fuerit in puncto g, uidebit intuẽs formam imaginis depictę in tabula i t, propriam uerò non uidebit imaginẽ: cuius hęc eſt demõſtratio. Quia enim angulus g e b eſt rectus, patet per 16 p 1 quoniã angulus g d b eſt obtuſus: & ſimiliter omniũ punctorũ formæ uel faciei ipſius uidentis incidentium ſpeculo d b, anguli ſunt obtuſi ꝑ eãdem 16. Quia uerò anguli incidentiæ ſemper ſunt æquales angulis reflexionis per 20 huius: palã ꝑ 13 p 1 quoniã nunq̃ erit reflexio formæ ipſius uidentis ad centrum uiſus, ſed ſemper ad puncta, quæ ſunt ſub uiſu, quod patet per 33 huius. Nũquã ergo uidebit quis exiſtens ſecundũ centrũ uiſus in pũcto g propriam imaginẽ in ſpeculo plano taliter ordinato ſecundũ ſitum. Et ſi uiſus elongetur à ſpeculo ſecundũ quodcunq; punctũ ultra punctũ g, utpote ad punctum f: palàm quoniã angulus f e b eſt maior recto: ſed & angulus f d b eſt maior angulo f e b per 16 p 1: nunquã ergo fiet reflexio ad pũctum f, ſed ſemper ad alium punctum ſub linea. Similiter quoq; accedente uiſu ad ſpeculũ ſecundũ quodcunq; punctum lineę g z, pręterq̃ ſecundum ipſum punctũ z, nunq̃ uidebit uidens ſui ipſius imaginem: ſola enim perpendicularis, quæ eſt linea z d, ut patet ex præmiſsis, per 21 huius reflectitur in ſe ipſam: & ita in puncto z conſtituto centro uiſus uidebit intuens formã ſui ipſius oculi à ſpeculo plano taliter diſpoſito reflexã, non aũt aliã partem faciei: quoniã ſola perpendicularis, quæ eſt linea unica, reflectitur in ſe ipſam: & ita ſolius illius puncti fit reflexio, non aũt punctorũ aliorũ. Si ergo uiſus à puncto g appropinquet ſpeculo ſecundũ punctũ k cadentẽ inter puncta g & z: ſi à pũcto k ducatur linea ad punctũ d, quę ſit k d: palã per 14 th. 1 huius, & ex pręmiſsis quòd lineę d k & e g cõcurrãt ultra lineã g k: ſola enim linea d z æquidiſtat lineæ e g: angulus uerò g e d eſt rectus, & angulus z d b rectus: ergo angulus k d b eſt obtuſus: fiet ergo reflexio ad alium pũctũ ſub pũcto k. A`pũcto uerò z, ut prædictũ eſt, fiet reflexio in ipſum punctum z: ideo quia linea z d ęquidiſtãs lineæ g e, eſt perpẽdicularis ſuꝑ lineam d b per 29 p 1, & ex hypotheſi. Similiter quoq; poſito uiſu in quocũq; puncto lineę z b (quoniã à quolibet punctorũ illorũ eſt ducere perpendicularẽ ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, uel ſuper lineã d b) reflectitur illarum quælibet in ſe ipſam ꝑ 21 huius. Palã itaq; quoniã cõſtituto uiſu in linea g z, non uidebit intuens imaginẽ ſui ipſius: quia, ut dictum eſt, ſola perpendicularis ſecundum unicum punctũ reflectitur ad uiſum, non aũt alia puncta formæ. Quia uerò angulus i d z eſt æqualis angulo z d g, & linea z d eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi d b: ergo per 20 huius forma puncti i à puncto ſpeculi d reflectitur ad uiſum in puncto g exiſtentem. Et quia angulus t b q eſt æqualis angulo g b q, ut patet ex præmiſsis, & linea b q perpendicularis eſt ſuper ſuperficiẽ ſpeculi: palàm per 20 huius quoniam forma puncti t à puncto ſpeculi b reflectitur ad uiſum in puncto g: ergo per 34 huius forma totius lineæ i t reflectitur à ſpeculo d b ad uiſum in puncto g. Non uidebitur autem ipſa tabula depicta i t, quoniã eſt ſub ſuperficie, cui ſuperſtat ſpeculũ & uiſus. Poteſt aũt ſic fieri ut ſecundum longitudinẽ lineæ z b ſit factus murus ſuper terram ad altitudinem uidentium, qui interius ſit concauus, ſuperius uerſus ſpeculum apertus: & in illo muro deponatur tabula picta, quæ eſt i t, ęquidiſtanter ſpeculo b d, & ſit uiſus in diſtantia à ſpeculo ſecundum ſitum puncti g, & ſit prohibitus per aliquod medium, ne poſsit propius accedere: tunc enim omnes formæ pũctorũ depictæ imaginis incidẽt uiſui. Diſponatur ergo taliter ꝑ ingeniũ, ut tabula depicta nullo modo uideatur: & ſit ſpeculũ ſitũ uerſus lumen, ita ut aer circa ipſum ſit luminoſus: ſitq; tabula depicta ſimiliter lumẽ habens: quia aliter in tenebris latens non poſſet uideri: mediãte enim lumine formã ſuã multiplicat ꝑ medium, & peruenit ad ſpeculum, & reflectitur ad uiſum. Palã ergo propoſitum.



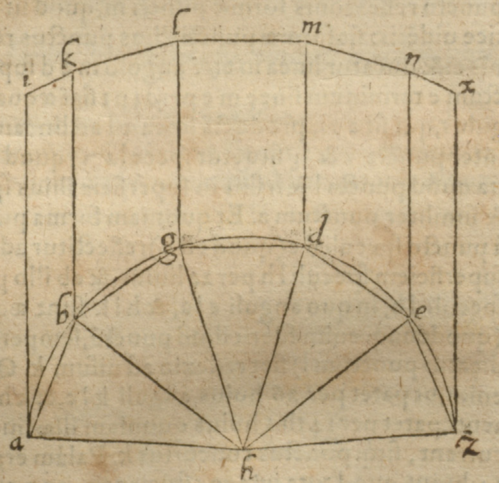
57. Possibile est speculum unum planum in camera propria taliter sisti, ut in ipso uideantur ea, quæ geruntur in domo alia uel in uicis & plateis. Ptolemæus 7 th. 2 catoptr.

Sit in camera uidentis locus aliquis, in quo existente uisu placet uidere per speculum planum omne illud, quod alibi agitur: qui locus cameræ, in quo sistitur centrũ uisus, sit signatus puncto a: & sit locus, in quo est uoluntas aliquid uidendi, quod in illo loco agitur, signatus puncto b: sitq; rima siue fenestra in camera uidentis opposita loco b, quę sit g: & ducatur linea b g: & producatur in continuũ & directũ intra cameram ad aliquem punctum, qui sit d: quod totum potest fieri per astrolabium siue quadrantẽ uel aliud instrumentum certificationis uisuum: uiso enim puncto b, reuoluatur uisus fixo instrumento, & cadat uisus per easdem pinnulas immotas in punctũ cameræ d. Ducantur ergo lineę d a & g a: & diuidatur linea g a per 119 th. 1 huius in puncto e, ita ut sit proportio lineæ a e ad lineã e g, sicut lineæ a d ad lineam d g: quæ ambę per instrumẽti acceptionẽ sunt notæ: ducaturq; linea e d: diuidet ergo per 3 p 6 linea d e angulum a d g per æqualia. Ponatur itaq; speculũ perpẽdiculariter erectũ super lineã d e in puncto d per cõuersam 11 p 11, in quo speculo sit linea f h. A puncto itaq; speculi d reflectetur forma puncti g ad uisum a per 20 huius: ergo & forma puncti b per eandẽ 20 huius: distantia enim secundũ eandem lineam naturã reflexionis nõ immutat. Videbit itaq; uisus secundũ eius centrũ in puncto cameræ, quod est a, existens, omne, quod erit, & quod agetur in loco b, siue sit domus alia siue uicus siue platea. Et hoc est, quod proponebatur.



58. Possibile est speculum ex speculis planis compositum construi, in quo uideantur solius aspicientis plures imagines ad modum chorearum. Ptolemæus 6 th. 2 catoptr.

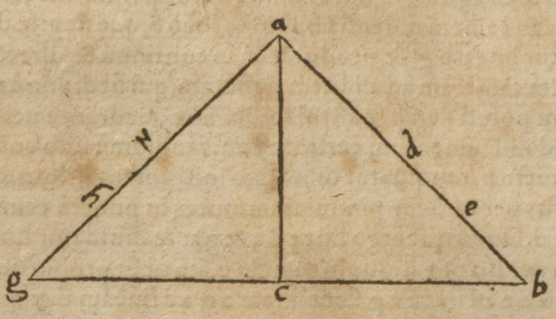
Assumatur arcus circuli a z, cuius centrum sit h: & quoniam arcus a z indefinitus assumitur, esto, ut ipse exempli caussa, diuisus sit in quinq; partes æquales, uel quotcũq; quis uoluerit, partes, ita ut arcui a b sint æquales arcus b g, g d, d e, e z: & ducantur chordę a b, b g, g d, d e, e z, quæ omnes erunt æquales per 29 p 3: & à centro h ducantur lineę h a, h b, h g, h d, h e, h z: & ablatis arcubus super chordas a b & b g & alijs, erigantur specula plana quadrangula parallelogramma, ita ut eorum latera a i, b k, g l, d m, e n, z x sint ęquidistãtia: & sint specula cõtinua ad inuicem taliter, ut latera eorũ, quæ sunt b k, g l, d m, e n sint cõmunia: sint aũt specula adinuicem taliter cõposita, ut anguli contenti à lineis a i & i k: b k, & k l: g l, & l m: d m, & m n: e n, & n x sint æquales angulis contentis à lineis h a & a b: h b & b g: h g & g d: h e & e z: sintq; superficies insistẽtes lineis a b, b g, g d, d e, e z uersę inferius, & suppositæ superficiebus alijs superius eleuatis, in quibus sunt lineæ i k, k l, l m, m n, n x: & sint superficies superiores inferioribus æquidistantes: hęc enim omnia specula taliter dispositа aspectum uniformẽ habebunt ad uisum existentẽ in centro h. Quoniam enim lineæ h a, h b, h g, h d, h e, h z ducuntur à centro h ad puncta cõmunia chordis & arcubus, patet per 18 p 3 quoniã omnes sunt perpendiculares super lineas circulum a z in illis punctis contingentes: ergo per 21 huius omnes illæ lineæ reflectuntur in se ipsas: erit ergo distinctio imaginũ secundum



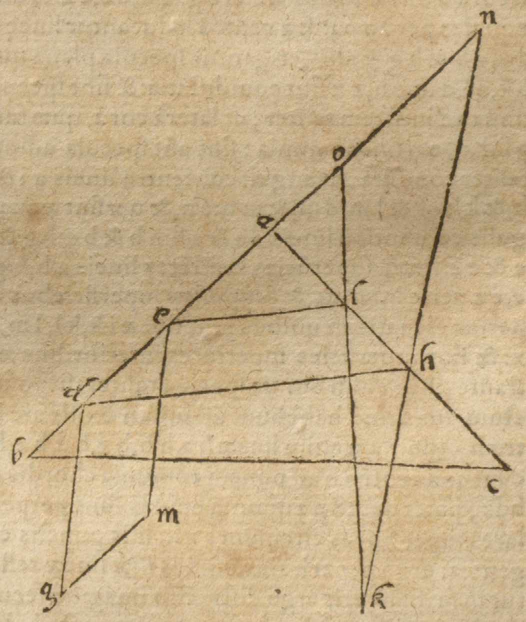
illas: sed & perpendiculares, quæ à puncto h ducuntur super superficies speculorum planorũ, quæ per 20 th. 1 huius solùm numerantur numero superficierum speculorũ: & circa omnes illas fit uniformis reflexio ad uisum: numerabuntur ergo imagines numero speculorum, quorum numero & loca imaginum numerantur: ideo quia à puncto h productæ perpendiculares non concurrunt ultra specula, cum omnes in puncto h concurrant: est autem locus cuiusq; imaginis in concursu catheti cum linea reflexionis per 37 huius. Et cum hæc specula uniformiter respiciant uisum in puncto h: patet quòd qua ratione reflexio fit ab uno ipsorum ad uisum, eadem ratione fit reflexio à quolibet aliorum: & sic reflexionum lineæ numerantur numero cathetorum. Plures ergo uidebuntur imagines dispositę adinuicem numero & ordine speculorum. Quia uerò specula respiciunt uisum, ut sui centrum, ad modũ arcus circuli, & imagines ipsius uidentis respicient uidentem ad modum chorearũ. Quod est propositũ. Possunt & per hoc speculũ uariato situ plures elici imaginum situationes, quod experimentantis industriæ censuimus relinquendũ, ut si speculũ a b secundũ basim a i situetur æquidistãs superficiei horizontis, uel secundũ alios modos diuersos, ut libuerit, diuersetur.

59. Poßibile eſt ſpeculum ex ſpeculis planis compoſitum conſtrui, in quo aſpiciens ſuam uideat imaginem uolantem. Ptolemæus 6 th. 2. catoptr.

Aſſumatur trigonum iſoſceles rectangulum, quod ſit b a g: & ſit angulus eius, qui b a g, rectus: & linea b g ſecetur in duo æqualia in puncto c: & ducatur linea a c: & ſuper lineam a g ponatur ſpeculum planum, quod ſit z h: & ſuper lineam b a ponatur aliud ſpeculum planũ, quod ſit d e: & ſit uiſus intuentis in linea a c, reſpiciẽs in quodcunq; illorum ſpeculorum uoluerit, ut in z h: & alterum ſpeculum, quod eſt e d, iaceat in plana ſuperficie, ſuper quod ſtat intuẽs: & accedat & recedat intuẽs, donec calcanei ſui forma perueniat ad ſpeculum e d: dico quòd reuerberabitur in aliud ſpeculum, quod eſt z h, in quo aſpiciens putabit propriam imaginem uolare: quoniam uidebit ipſam eleuatam ſecundum ſe totam in aere, cum tamen ipſe aſpiciens ſtet ſuper ſuperficiem terrę uel alterius rei, in qua eſt ſpeculum e d: quoniam forma



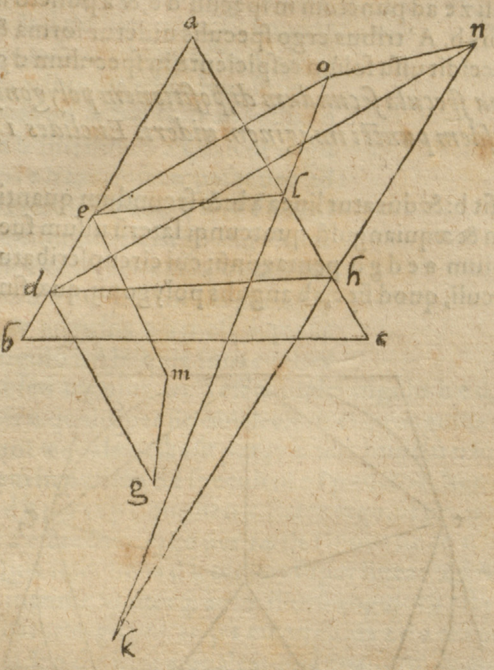
calcanei incidens inferiori ſpeculo, quod eſt e d, reflectetur ad ſuperius ſpeculum, & in illo figurabitur tota forma intuentis. Et ſi intuens mouerit ſe aliqualiter, ita tamen, ut nõ mutetur ſitus reſpectu reflexionũ, quæ fiunt à ſpeculo: moueri uidebitur imago in aere per 42 huius: & ſic uidebit aſpiciens ſuam imaginem uolantẽ. Quod proponitur. Et circa hoc plura alia diligentia artificis perquiret. Vt aũt idem propoſitũ & aliter melius pateat figuraliter demonſtratũ: ſit orthogonium trigonũ a b c, cuius angulus b a c ſit rectus: & in cuius latere a b ſituetur ſpeculum planũ, cuius media linea ſit d e: cuius punctus d ſit propinquior puncto b, quàm punctus e: & ſit trigonũ a b c ſecundũ eius latus a b poſitum in ſuperficie horizontis uel alia quacunq; ſuperficie, ſuper quã eleuata ſit ſtatura intuentis, cuius plantæ pedis ſtent in puncto g aliqualiter eleuato ſuper lineam a b: & ducatur linea g d: & ſuper punctũ d terminũ lineæ b d fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo g d b, qui ſit h d a, producta linea d h ad lineam a c: & ſuper punctum h terminum lineæ c h fiat angulus d h k æqualis angulo d h a, producta linea h k ad lineam b c: poſitoq; centro uiſus in puncto k: patet ex præmiſsis & per 20 huius, quoniam forma puncti g à puncto h reflectetur ad uiſum, ſi punctum h fuerit punctum ſpeculi alicuius: inuentoq; per 46 huius in ſpeculo d e puncto reflexionis formæ puncti m, quod ſit in uertice uidẽtis: ſit formæ puncti illius punctus reflexionis e: & ducatur linea m e: & angulo m e d ſuper punctum e terminum lineę m e per 23 p 1 fiat æqualis angulus, qui ſit a e l, producta linea e l ad lineam a c: & inter puncta a & h ſituetur ſpeculum, quod ſit l h, ita quòd puncta l & h ſint in ſuperficie illius ſpeculi, & ſimiliter punctum a. Et quoniam forma puncti m à puncto ſpeculi d e (quod eſt e) reflectitur ad totam ſuperficiem ſpeculi l h per 22 huius, & ab illo puncto ſpeculi l h, in quo anguli e l a, & h l k ſunt æquales, (quodcunq; enim fuerit illud punctũ, ſemper ipſum dicatur punctum l) fiet reflexio ad uiſum k. Quoniã enim, ut patet per 26 huius, anguli k l c, & k h c ſunt acuti, patet per 14 th. 1 huius quoniam illæ lineę concurrent, ſitq; punctus concurſus k. Palàm ergo per 34 huius quòd tota imago aſpicientis, quæ eſt linea g m, à ſuperficie ſpeculi e d reflectitur ad ſpeculum l h, & à ſuperficie ſpeculi l h reflectitur ad uiſum exi-

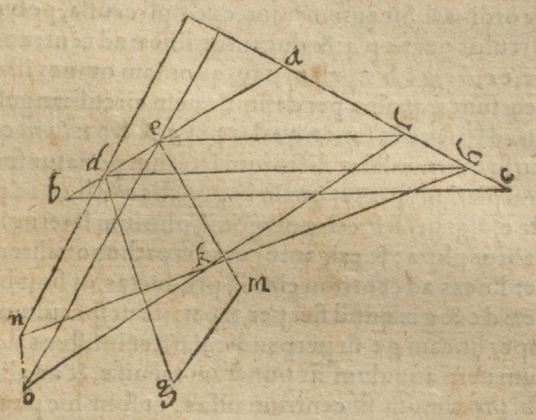


ſtentem in puncto k. Et quoniam, ut patet per 37 huius, locus imaginis formæ uniuſcuiuſq; puncti eſt in concurſu catheti ſuæ incidentiæ cum linea ſuæ reflexionis: producatur itaq; à puncto ſpeculi d e, à quo fit reflexio formæ puncti g, quod eſt d, per 11 p 11 linea perpendicularis ſuper ſpeculi a h ſuperficiem: & patet, cum ex hypotheſi angulus d a h ſit rectus, quod illa perpendicularis eſt linea d a. Similiter quoq; perpendicularis à puncto reflexionis formæ puncti m, quod eſt ſpeculi d e punctũ e, ducta ſuper ſuperficiem ſpeculi a h, eſt eadem linea, quæ e a: hæc itaq; linea eſt cathetus incidentiæ formarum punctorum g & m reflexorum à punctis d & e ad ſpeculum l h. Et quoniam, ut præmiſſum eſt, patet per 26 huius, quòd anguli k h c & k l c ſunt acuti, quoniã linea angulum d h k uel e l k per æqualia diuidens, eſt perpendicularis ſuper lineam l h: angulus uerò d a h eſt rectus: ergo per 14 th. 1 huius linea d e a concurret cum ambabus lineis k l & k h: ſit ergo, ut punctus concurſus linearum d a & k h ſit n: & punctus concurſus linearũ e a & k l ſit o. Erit ergo linea o n imago formæ

totius

totius lineæ m g: eritq; punctum, quod est imago formæ puncti g, plantarum scilicet ipsius intuentis altius in aere quàm punctum o, quod est imago formæ puncti m, uerticis ipsius uidentis. Videbit ergo ex puncto k intuens speculum l h, suam imaginem in aere uolantem: quoniam uidebit pedes altius in aere quàm ipsum caput, collocatos. Per eadem quoq; demonstrandum, si trigonum a b c fuerit oxygonium, nisi quòd imago intuentis aliam recipit situs dispositionem: catheti enim incidentiæ aliter superficiei speculi incidunt quàm prius: semper tamen trigono a b c existente orthogonio uel oxygonio uidebitur imago intuentis uolans sub speculo. Quòd si trigonum a b c fuerit amblygonium, possibile est fieri, ut imago sit uolans in aere retro uisum: quoniã ut patet per 14 th. 1 huius, catheti incidentiæ & lineæ reflexionum concurrent retro centrum uisus. Non uidebitur autẽ talis imago, quoniam semper fugiet abscõsa ab ipso uisu, nisi forte ab

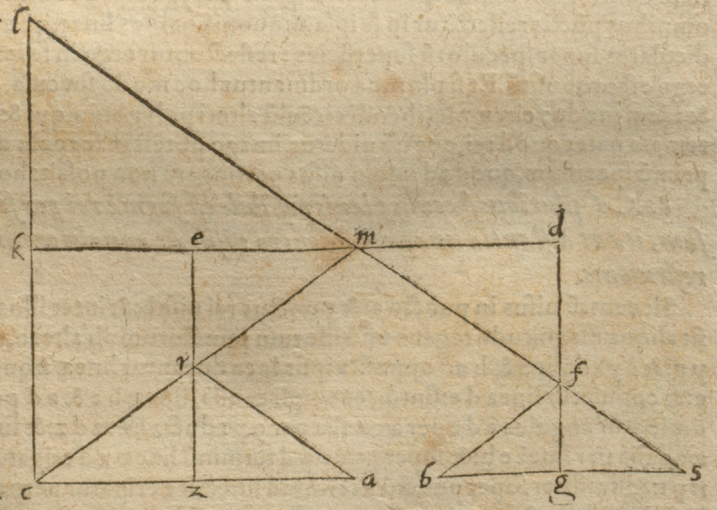




alio speculo tertio ad uisum posset fieri reflexio. Patet ergo illud, quod proponebatur: & hoc: uisũ solùm respiciente in speculum a h, non in speculũ d e. Et hæc quidem demonstrata sunt, ac si à punctis primarum reflexionum, quæ sunt d & e, ducantur catheti incidentiæ: quæ si imaginentur à locis primarum imaginum duci, multò fortius secundæ imagines, quæ uidentur in speculo a h, uidebuntur esse dispositæ, ut uolantes.

60. Per duo uel tria specula plana orthogonaliter ad inuicẽ disposita, possibile est eiusdem puncti imaginem uideri. Euclides 13 th catoptr.

Sit uisibile aliquod, in quo sit punctum a: & sit centrum uisus punctũ b: & sint tria specula plana g d, d e & e z orthogonaliter ad inuicẽ disposita: ducatur quoq; à puncto a linea a z perpendiculariter super superficiem speculi e z per 11 p 11: & producatur linea a z in continuũ: abscindaturq; in puncto c taliter per 3 p 1, ut linea z c sit æqualis lineę a z: & à puncto b, quod est centrum uisus, ducatur linea b g perpendiculariter super speculũ d g: & producatur taliter, ut linea g s sit æqualis lineæ b g. A puncto quoq; c ducatur perpendicularis super superficiem speculi d e, quæ sit c k: & producatur ultra punctũ k ad punctũ l, quousq; linea c k sit æqualis lineæ k l: & à puncto l ducatur linea ad punctũ s, secans speculum d e in puncto m, & speculũ d g in puncto f: & à puncto m ducatur ad punctum c linea m c secans speculum e z in puncto r: & ducantur lineæ a r & b f. Quia ergo linea b g est æqualis lineę g s, & linea g f



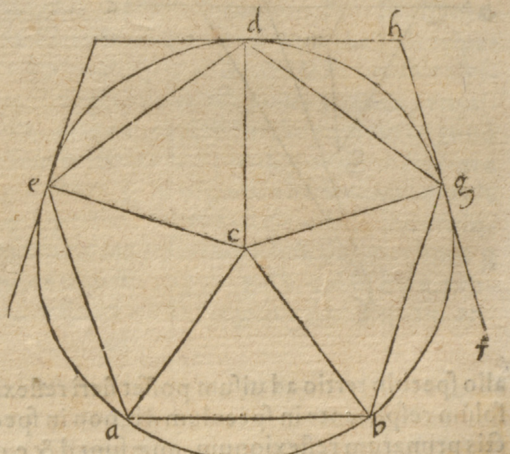
cõmunis ambobus trigonis s g f & g f b, & angulus b g f æqualis est angulo s g f, quia ambo illi anguli sunt recti: erit per 4 p 1 linea b f æqualis lineæ s f, & angulus g f b æqualis angulo g f s, & angulus f b g æqualis angulo f s g: sed angulus s f g est æqualis angulo d f m per 15 p 1: ergo angulus d f m æqualis est angulo g f b. Potest ergo p 20 huius forma puncti m reflecti ad uisum b. Quia uerò linea c k est æqualis lineæ k l, & linea k m cõmunis est ambob. trigonis c k m & l m k: angulus quoq; l k m æqualis est angulo m k c, quia ambo recti: erit per 4 p 1 linea l m æqualis lineæ m c, & angulus l m k

 æqualis

æqualis angulo k m c: ergo angulus d m f est æqualis angulo k m c: quoniam per 15 p 1 ipse est æqualis angulo l m k: ergo per 20 huius forma puncti r potest reflecti à puncto m ad punctũ f: & à puncto f ad punctum b centrum uisus. Per duo ergo specula, quæ sunt d e & d g, uidetur forma puncti r reflexa ad idem centrum uisus, quod est b. Et quia linea a z est æqualis lineę z c, & linea z r communis est ambobus trigonis a r z & z r c: angulus quoq; a z r est æqualis angulo r z c, quia ambo recti sunt: erit angulus a r z per 4 p 1 æqualis angulo z r c: ergo per 15 p 1 angulus m r e est æqualis angulo a r z. Forma ergo puncti a reflectitur à puncto r speculi z e ad punctum m speculi d e, & à puncto m ad punctum f speculi d g, & à puncto f ad centrum uisus b. A tribus ergo speculis uidetur forma & imago eiusdem puncti a. Quod est propositũ: & hoc accidit uisu solùm respiciente in speculum d g.

61. Possibile est per quotcunq; quis uoluerit plana specula secundum dispositionem polygonij æquilateri & æquianguli ad inuicem disposita, eiusdem puncti imaginem uideri. Euclides 14 th. catoptr. Ptolemæus 8 th. 2 catoptr.

Sit centrum uisus punctum a: & punctum rei uisæ sit b: & ducatur linea a b: & secundum quantitatem lineæ a b describatur polygonium æquilaterum & æquiangulũ, quotcunq; laterũ uisum fuerit ordinari. Sit autem nunc, exempli caussa, polygonium a e d g b pentagonũ: cui circunscribatur circulus per 14 p 4: & ducantur lineæ ad centrum circuli, quod sit c, ab angulis polygonij, quæ sint a c, e c, d c, g c, b c: palàm itaq; quoniam omnes illæ lineæ sunt æquales per definitionem circuli: anguli ergo ad bases oẽs sunt æquales per 5 & 8 p 1: & in concursu quorumlibet dictorum laterum ponatur speculum planum, præter quàm in punctis a & b, ut ad puncta e, d, g: uel si fuerit polygoniũ plurium laterum, ponantur plura: & erigantur omnia orthogonaliter super lineas ad centrum circuli productas, ut sunt hæ lineæ d c & g c: quod fiet per 11 p 11: ita ut speculum f h super lineam g c sit perpendiculariter insistens: ad unum uerò angulum sit punctum rei uisæ, & ad alium sibi proximum sit centrum uisus, ut sunt hic puncta a & b. Quia itaq; angulus c g f est æqualis angulo h g c, quia ambo sunt recti per 18 p 3: sed & angulus c g b est ęqualis angulo c g d, ut patet per præmissa & per 8 p 1: angulus ergo b g f æqualis est angulo d g h. Ergo forma puncti b à puncto g speculi f h reflectitur ad

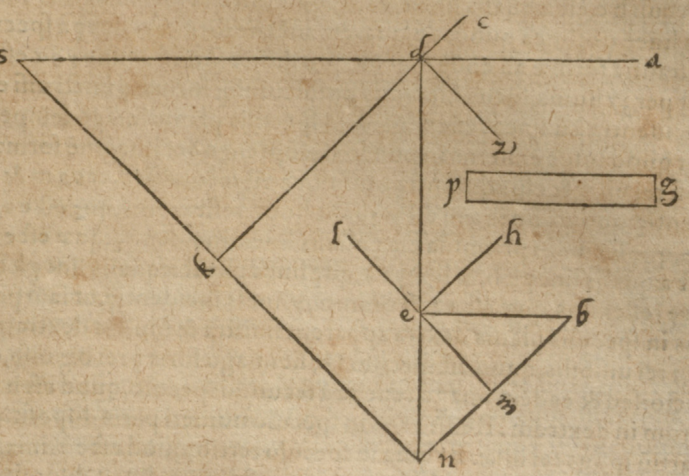


punctum speculi proximi, quod est ad punctũ d: per æquales enim angulos fit omnis reflexio, ut patet per 20 huius. Et quoniã omnes anguli illi præmisis duobus angulis similes inter se, sunt æquales: palàm quia fit reflexio à puncto d ad punctũ e, & à puncto e ad punctũ a, quod est centrũ uisus. Visus itaq; existens in puncto a, & intuens solum speculum, cuius est punctũ e, uidebit formam b, quæ immediatè nõ reflecteretur ad ipsum à puncto speculi e, reflexam mediantibus speculis g & d. Quod est propositum. Quòd si centrum uisus sit in puncto c, quod est centrũ circuli, cuius peripheriam contingunt omnia specula in angulis polygoniorũ constituta: palàm quòd forma puncti c ab omnibus pũctis reflectitur in se ipsam: quoniã omnes lineę, quæ sunt c a, c b, c g, c d, c e sunt perpendiculares super speculorũ superficies: reflectuntur ergo in se ipsas ad punctũ c per 21 huius. Palàm ergo est propositũ. Et si plurima ordinantur hoc modo specula, de omnibus est eadẽ demonstratio & idem modus circumscribendi circulũ alteri polygonio, qui & pentagono. Per hęc itaq; duo theoremata patet quòd rei, quę nõ uidetur, imago potest in speculo uideri: ut si res taliter disponatur ad primũ speculum, quòd ad ipsum uisus pertingere non possit: hoc autem faciliter accidit cogitanti.

62. A pluribus speculis planis possibile est formã rei per se uisæ, uel rei non uisæ reflecti ad uisum, ita ut distantia imaginis à centro uisus sit æqualis omnibus lineis incidentiæ & ipsi lineæ reflexionis.

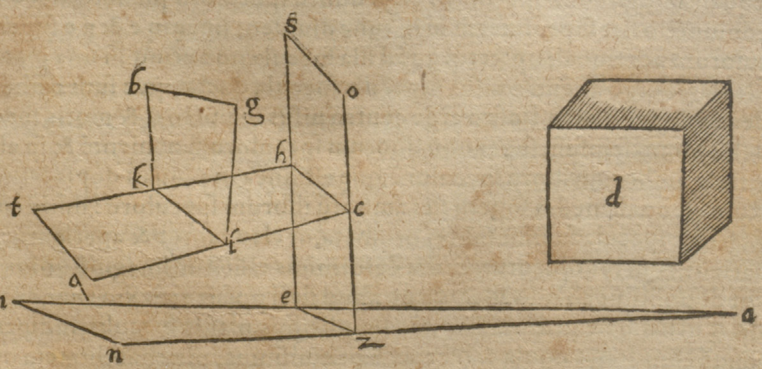
Sit centrũ uisus in puncto a: & punctus rei uisę b: & inter illos punctos, si placet, exempli caussa, sit aliqua magnitudo tegens unũ illorum punctorum ab altero, ut paries uel aliud aliquid, quod sit p g: & à punctis a & b ad opposita ipsis loca ducantur lineæ æquidistantes per 31 p 1, quæ sint a d & b e: & copuletur linea d e: sintq;, exempli caussa, lineæ b e & a d perpendiculares super lineam e d: & diuidatur angulus a d e per æqualia per 9 p 1 ducta linea d z: & similiter diuidatur angulus b e d per æqualia per lineã e h: & super punctũ d terminũ lineæ z d erigatur perpendiculariter linea k d c per 11 p 1: & similiter super punctũ e terminũ lineæ h e erigatur perpendiculariter linea l e m: & his duabus lineis k d c & l e m imaginentur superponi duo plana specula. Forma itaq; puncti b incidet speculo plano, quod est m e l, in puncto e, & reflectetur in punctũ d per 20 huius: quia anguli b e m & d e l sunt æquales: anguli enim h e l & h e m sunt æquales, quia recti: sed & anguli h e d & h e b sunt æquales ex præmissis. Item forma incidens speculo k d c ab eius puncto d reflectetur ad punctum a, quod est centrũ uisus per 20 huius: quoniã, ut suprà patuit, anguli e d z & z d a sunt æquales. Videbitur ergo forma puncti b per uisum existentẽ in puncto a, cum tamen res, in qua est punctũ b, non sit uisibilis per se ipsam. Linea quoq; reflexionis ad uisum, quæ est d a, est semper una, quãuis lineæ inciden-

incidentiarũ ſecundum numerum talium ſpeculorum numerentur. Et ſi à puncto rei uiſę, quod eſt b, ducatur per 11 p 11 linea perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, quę ſit b m, ſecans lineam e l m in puncto m: erit angulus b m e rectus: ergo per 32 p 1 erit angulus e b m acutus. Cum ergo angulus b e d ſit rectus: palàm per 14 th. 1 huius quia lineæ b m & d e concurrent: ſit concurſus ipſarum in puncto n. Quia itaq; linea m e l cadens ſuper lineas e h & b n facit angulum e m b intrinſecũ æqualem angulo l e h extrinſeco: patet per 28 p 1 quoniã lineæ b n & e h ſunt ęquidiſtantes. Ergo angulus d e h extrinſecus eſt æqualis angulo e n b intrinſeco per 29 p 1, & angulus e b n eſt æqualis angulo b e h: quia ſunt coalterni: ſed angulus b e h eſt æqualis angulo h e d, ut patet ex præmiſsis, diuiſus eſt enim angulus b e d per æqualia per lineam h e: erit ergo angulus e b n æqualis angulo e n b: ergo per 6 p 1 lineę n e & b e ſunt æquales: eſt aũt per 37 huius punctũ n locus imaginis formę puncti b reflexi ad uiſum exiſtentem in puncto d à ſpeculi m e l puncto e. Item à puncto n ducatur linea perpendicularis ſuper lineã c d k per 12 p 1: quę ſit n k. Patet ergo, ut prius, per 32 p 1 quòd angulus d n k eſt acutus: ſed angulus n d a eſt rectus: ergo per 14 th. 1 huius lineę n k & a d productæ concurrent: ſit punctus concurſus s. Quia itaq; linea d k cadens ſuper lineas z d & n s facit angulũ z d c extrinſecũ æqualem angulo n k d intrinſeco, uterq; enim illorũ angulorũ eſt rectus: patet ergo per 28 p 1 quòd lineę n s & z d æquidiſtant: ergo per 29 p 1 eſt angulus z d a extrinſecus æqualis angulo n s d intrinſeco: ſed & anguli s n d & n d z ſunt æquales, quia coalterni: & anguli n d z & z d a ſunt æquales, ut patet ex præmiſsis: angulus enim n d a diuiditur per æqualia per lineã z d: angulus ergo d n s eſt æqualis angulo d s n: ergo per 6 p 1 duę lineę d s & d n ſunt æquales. Quia itaq; linea e n eſt æqualis lineę e b: erit linea d n æqualis duabus lineis d e & e b: ergo linea d s eſt æqualis illis eiſdẽ duabus lineis d e & e b. Et quia per 37 huius punctũ s eſt locus imaginis formę puncti n reflexę à puncto ſpeculi k d c, quod eſt d, ad uiſum exiſtentẽ in puncto a: patet quòd linea a s, quę eſt diſtantia imaginis à centro uiſus eſt æqualis duabus lineis incidẽtię, quę ſunt b e & e d, & inſuper lineę reflexionis, quę eſt d a. Et hoc eſt propoſitum: quoniam ſi à pluribus ſpeculis fiat reflexio, eodem penitus modo erit demonſtrandum.



63. Reflexione à pluribus ſpeculis planis ad eundẽ uiſum facta, ab imparibus quidẽ dextra apparẽt ſiniſtra, & ſiniſtra dextra: à paribus uerò dextra apparent dextra, & ſiniſtra ſiniſtra: & diſtantia imaginis à uiſu conſtabit ex quantitate omnium linearum incidentiæ & lineæ reflexionis. Ptolemæus 3 th. 2 catoptr.

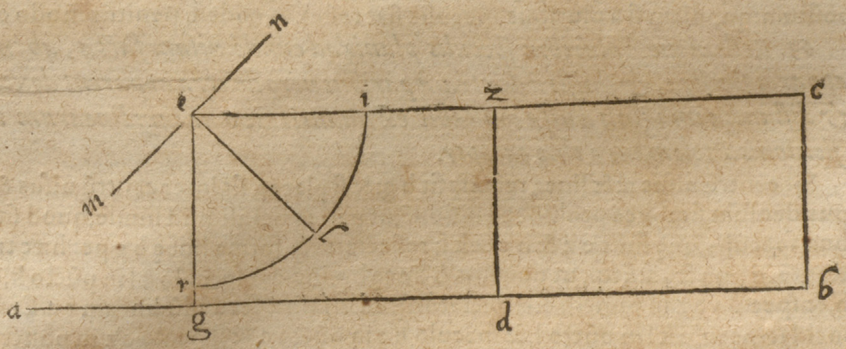
Sit centrũ uiſus a: & linea rei uiſę ſit b g: & ſi placet, ſit inter centrũ uiſus & rem uiſam aliqđ corpus denſum ſimplicẽ prohibens uiſionẽ, ut paries uel aliquid ſimile, quod ſit d: fiatq; reflexio ex tribus ſpeculis, quę ſunt e z & h c & k l: reflectaturq; forma lineę b g per hæc tria ſpecula ad uiſum exiſtentẽ in puncto a: ſitq;, ut punctus b lineę b g incidat ſpeculo k l in pũcto k, & ſpeculo h c in puncto h, & ſpeculo e z in puncto e: reflectaturq; ad uiſum a ſecundũ lineam e a. Et ſimiliter forma puncti g incidat ſpeculo k l in pũcto l, & ſpeculo h c in pũcto c, & ſpeculo e z in puncto z: & reflectatur ad uiſum ſecundũ lineã z a. Et ducantur hę lineę incidentię & reflexionis, quę erunt b k, k h, h e, e a: & g l, l c, c z, z a: ſitq; locus imaginis formę puncti b in primo ſpeculo, qđ eſt k l, punctũ t: & locus imaginis formę puncti g in primo ſpeculo ſit pũctũ q: & ducatur linea t q: quę per 49 huius erit æqualis lineę b g. In ſecundo uerò ſpeculo, qđ eſt h c, linea imaginis ſit s o. In tertio uerò ſpeculo, qđ eſt e z, linea imaginis ſit m n. Patet itaque quoniam in quolibet iſtorum ſpeculorum tãta eſt diſtantia imaginis ſub ſpeculo à ſuperficie ſpeculi, quanta eſt diſtantia formę, quę reflectitur à ſpeculo, à ſuperficie ipſius ſpeculi per 49 huius: linea ergo k b, quę eſt diſtantia



puncti rei uisę à superficie speculi extra speculum, est æqualis lineę k t, quę est distantia imaginis à speculo sub illo: & linea g l est æqualis lineę l q: itē linea t h, quę est distantia formæ uisæ à superficie speculi h c, est æqualis lineæ h s, quę est distātia loci imaginis sub eodē speculo: & linea q c est æqualis lineę c o: linea quoq; s e, quæ est distātia formæ reflexę à speculo z e est æqualis lineę e m, quę est distantia formæ ab eodē speculo sub illo: & similiter linea o z est æqualis lineæ z n. Et quoniā, ut patet per 37 huius, locus imaginis uniuscuiusq; formæ puncti uisi est in puncto concursus catheti suæ incidentiæ cū linea reflexiōis: & in speculis planis imago semper est æqualis rei uisæ p 52 huius: patet quòd uisus existens in puncto a, cōprehendet imaginē formæ lineę b g in loco lineę m n æqualē ipsi rei uisæ: & eius distantia à uisu, quę est secundū lineas a m & a n, est æqualis omnibus lineis incidentię: quoniā linea a m est æqualis lineæ reflexionis, quę est e a, & lineę m e, quæ est æqualis lineæ e s, quę secundū præmissa est æqualis lineæ incidentię, quæ est e h, & lineę h s, æquali lineę t h, quæ est æqualis lineę k h, & lineę t k, quę linea t k est æqualis lineę k b. Et similiter linea a n est æqualis lineę reflexiōis, quæ est a z, & omnibus lineis incidentię, ut iam patuit. Et quoniā, ut patet per 55 huius in speculis planis dextra apparent sinistra & sinistra dextra: palàm quòd in speculo primo respectu rei uisibilis, quod est speculū l k, fit imago formę rei b g uisę, quę est imago t q, trāsmutata modo dicto: sed & eadem imago reflexa à secundo speculo, quod est h c, mutat dextrum in sinistrū & sinistrum in dextrum. Redit ergo in speculo numeri paris dispositio partiū imaginis ad dispositionem partiū ipsius rei uisæ. Et quia in speculo tertio, quod est e z, imago secunda, quę est s o, mutat situm partiū suarum: patet quòd imaginis m n situs est alius à dispositione formę rei, quę est b g. In speculis itaq; numeri paris fit imago similis rei secundum dextrum & sinistrum, & in speculis imparibus transmutatur. Et sic uniuersaliter quotcunq; speculis paribus uel imparibus positis, secundum hæc imaginum dispositio uariatur secundum dextrum & sinistrum. Patet ergo propositum.

64. Duo specula plana rectangula & æqualia poßibile est sic sisti, ut intuens in uno speculorū suam imaginem uideat uenientem, & in altero recedentem. Ptolemæus 4 th. 2 catoptr.

Sint duo specula plana rectangula & æqualia, cuiuscūq; placuerit quantitatis suorū laterū, dum tamen latera unius sint æqualia lateribus alterius: & sint latera eiusdē speculi inter se proportionalia, ita ut longitudo sit dupla latitudini eiusdē speculi: assumaturq; linea, cuius longitudo sit multò maior uno latere illorū speculorū: & sit, exempli caussa, quatuor cubitorū, quæ sit a b: & secetur ex ea portio æqualis quartæ parti unius lateris longitudinis speculi per 3 p 1, quę sit a g: & diuidatur linea g b in duo æqualia in puncto d: & à pūcto d ducatur linea perpendiculariter super lineā a b per 11 p 1: producaturq; in continuū & directum: & abscindatur ab ipsa linea æqualis altitudini speculi, quę sit linea d z: & à puncto b ducatur linea æqualis & æquidistans lineę d z, quę sit b c: & producatur linea c z orthogonaliter super lineam b c, quę erit ęqualis lineę b d per 33 p 1: & producatur linea c z in continuū & directū: ducaturq; à puncto g linea g e æquidistans & æqualis lineę d z: erit ergo linea g e per 30 p 1 æqualis & ęquidistans lineæ b c. Et sup punctum e centrum existens describatur portio circuli secundum modum quantitatis placitę, quę sit r i: diuidaturq; arcus r i p æqualia per 30 p 3 in puncto l: & ducatur linea l e: & à puncto e



ducatur una linea perpendicularis super lineā l e, quę sit e m: & itē alia, quę sit e n, quę tamen lineæ adinuicem coniunctę sunt linea una per 14 p 1: & sit linea m e æqualis lineę n e: & tota linea m n sit æqualis longitudini speculi. Si ergo duorū speculorū planorum rectangulorū & ęqualiū angularis coniunctio fiat super lineam m n: tunc diuident lineę m e & n e superficies illorū coniunctorū speculorum per æqualia: patetq; quòd illa specula non erunt in una plana superficie disposita: perpendiculares ergo à centro uisus super illa specula ductæ, quæ sunt catheti incidentię formæ ipsius uidentis, sunt diuersæ. Posito ergo centro uisus in pūcto d, & motis speculis super lineam l e fixam: uidebit homo seipsum super unū duorum speculorum uenientē & in altero recedentē: est enim longitudo amborum illorū speculorū, quę est linea m n, quasi dupla latitudinis unius ipsorū: & sic punctum est quasi mediū superficiei amborū illorum speculorū: unde circa ipsum æqualior fit motus. Et si hæc specula fuerint taliter ordinata, ut claudantur & aperiantur, & angulos inter se existentes uarient, cum reuoluentur: multa deformitas efficitur imaginū unius etiam rei: anguli tamen taliter sint dispositi, ut ab uno speculo in aliud fieri possit reflexio: nec æstimamus hæc demonstratione alia q̃ in his, quæ præmissę sunt in simplicibus planis speculis, indigere: & hæc practicę artificū ducimus cōmittenda: quia & hæc, quæ præmisimus, plus habilitatem operis mechanici respiciunt, q̃ firmitudinē demonstrationis: fuit enim istud diligens inuentio antiquorū, cui potest addere & demere ille, qui diligenter perspexerit ea, quę demonstrationis necessitate cōscripsimus in hoc libro.

65. *Ab uno speculo plano soli opposito ignem est impossibile accēdi: à pluribus uerò possibile.* Hoc enim euidens est: quia ignis non accenditur nisi per aggregationem plurium radiorum: lineæ uerò reflexionis à speculorum planorum diuersis punctis productæ nō concurrunt, ut per 47 huius demonstratum est: in nullo ergo puncto conueniunt illi radij reflexi ad generationem ignis possibilis in materia combustibili quacunq;. Patet ergo primum propositorum. Iam autē dixit Anthemius nescio qua ductus experientia, quòd solùm uiginti quatuor reflexi radij concurrentes in uno puncto materiæ inflammabilis, ignem in illa accendant: & coniunxit septem specula plana hexagona colligatione stabili fixa, scilicet sex extrema circa unum, quod statuit in medio illorum, & uniebantur illa specula in quibuslibet angulis hexagoni: ideo quia figuræ hexagonæ replent locū superficialē: ualent enim tres anguli hexagoni quatuor rectos. Et dixit Anthemius quòd ad quamcunq; distantiam sic ignis potuit accendi: quæ si ad complendā unam planam superficiem coniunxerat, non poterat, ut ex præmissis patere potest, intentionem suam aliter consequi, quàm sicut ex uno speculo plano: quoniam, ut prædictum est, tres superficies hexagonæ replent punctum unum: quia angulus quilibet hexagoni ualet duas tertias duorum rectorum, & tres anguli hexagoni ualēt quatuor rectos: concurrentes ergo tales tres anguli nullum uacuum dimittunt: nihil est ergo quod punctum sui concursus distinguat à natura planę superficiei & unius. Quòd si ij dem hexagoni taliter ad inuicem inclinentur, ut ab una sphæra fiant circumscriptibiles: tunc ad centrum illius sphæræ fiet reflexio omniū radiorum perpendiculariter ab uno puncto illis superficiebus incidentium, & augebitur uigor caliditatis: unde tale speculum melius posset ex trigonis quàm hexagonis componi: quoniam numero superficierum numerabuntur radij, & uirtus augebitur caloris: hęc tamen, quia facilia sunt, non duximus prosequenda ipsa, relinquentes artificis industrij animæ.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER SEXTVS.

DATIVS, *quoad potuimus, speculorū planorū passionibus percursis: superest nūc ut ad aliorum speculorum passiones proprias diuertamus. Et quia specula conuexa sunt simpliciora concauis: quoniā quædam passionū speculorum conuexorum descendunt in concaua, ut in illa, quorum passiones propriè diuersimodè uariantur: cōuenit ut primò tractatum speculorum conuexorum alijs præmittamus. Sed quia inter specula conuexa (quorum quædam sunt sphærica, quædam columnaria, quædā pyramidalia) ipsa specula sphærica sunt alijs simpliciora: passiones enim & caussæ reflexionum speculorū sphæricorum conuexorum descendunt in specula columnaria & pyramidalia cōuexa, cum in illis ab aliquibus punctis suorū circulorum accidit fieri reflexionem, sicut & passiones speculorū planorum descendunt in eadem specula columnaria & pyramidalia, quādo ab aliquo puncto alicuius linearum longitudinis illorum speculorum ad uisum fit reflexio: post tractatum ergo planorum speculorū de speculis sphæricis conuexis, ut de simplicioribus omnibus alijs, & concauis speculis prosequi dignum uisum est. Quæ itaq; ad speculorū sphæricorum proprias passiones prosequendas præmittimus, sunt ista.*

DEFINITIONES.

1. Maius speculum sphęricum conuexū uel concauū dicimus, cuius sphęræ diameter est maior: & minus, cuius minor. 2. Diametrum speculi sphærici dicimus diametrum sphæræ, cuius portio est speculū. 3. Centrū speculi dicimus centrum sphæræ, cuius portio est speculū. 4. Diametrum uisualē dicimus lineam à centro uisus per centrū speculi sphærici transeuntē: & eadē dicitur cathetus reflexionis. 5. Lineā rectā æquidistare speculo sphærico conuexo dicimus, quæ secundū eius punctū mediū æquidistat lineæ aliquem arcū circuli magni illius speculi secūdum mediū eius punctū contingenti. 6. Finis contingentiæ dicitur punctus ubi altera cathetorū secat lineam in puncto reflexionis speculum contingētem. 7. Metam locorum imaginū dicimus punctū uel lineam, ultra quam imagines nō uidentur.

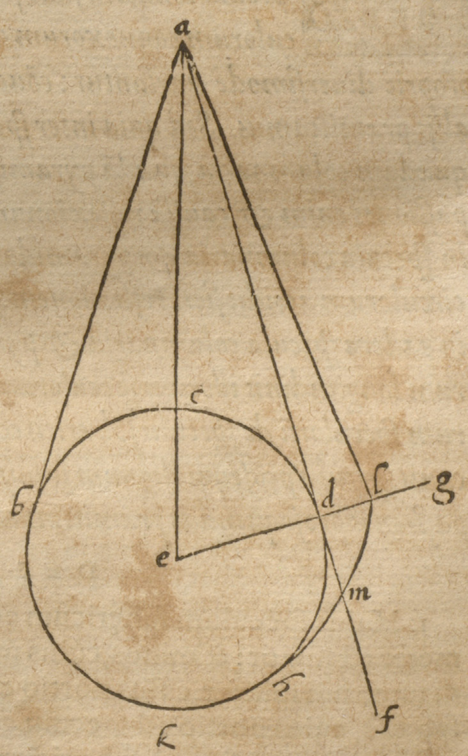
THEOREMATA

1. Communem sectionem superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi necesse est circulum magnum uel arcum circuli magni sphæræ esse: ex quo patet quòd omnis superficies reflexionis diuidit sphæram speculi per æqualia.

Quoniam enim, ut patet in principio 5 huius, 7 definitione, superficies reflexionis dicitur superficies continens lineam incidentiæ & lineam reflexionis & perpendicularem à puncto contingentiæ productam super superficiem sphæricum speculum in puncto incidentiæ contingentem, quæ omnes lineæ rectæ sunt: patet quòd superficies reflexionis est superficies plana. Omne autem speculum sphæricum conuexum, aut sphæra est, aut pars sphæræ, ut patet per 8 th.5 huius: ergo per 69 th.1 huius si superficies reflexionis secet speculum, ipsorum communis sectio necessariò erit circulus uel pars circuli. Et quoniam perpendiculares super superficies sphæras contingentes, necessariò transeunt per centrum sphæræ, ut ostēdi potest per 72 th.1 huius, & per definitionem lineæ perpendicularis super superficiem sphæræ positam in principio huius: patet quòd, omnis superficies reflexionis transit centrum speculi: est ergo illa communis sectio circulus magnus uel arcus circuli magni sphæræ illius speculi per definitionem circuli magni. Et hoc est propositum. Patet etiam corollarium: quia cum omnis superficies reflexionis transeat per centrū speculi: patet manifestè quoniam ipsa diuidit sphæram speculi per æqualia. Et hoc proponebatur.

2. A centro uisus ad superficiem speculi sphærici conuexi ducta contingēs, circa fixam uisualem diametrum æqualiter mota portionem superficiei speculi determinat, à cuius pūctis fiet formarum reflexio ad uisum. Alhaz. en 25 n 4.

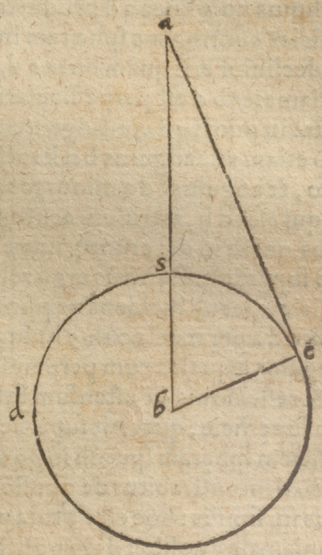
Sit centrum uisus punctus a: & cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi sit circulus b c d k: cuius centrum sit e: & à puncto a ducatur per 17 p 3 linea contingēs circulum in puncto d, quæ sit a d: ducatur & diameter uisualis, quæ sit a e, secās peripheriam circuli b c d in puncto c. Dico, quòd si diametro a e manente fixa linea contingens, quæ est a d, imaginetur æqualiter moueri super peripheriam speculi, seruans semper æqualitatem anguli e a d, quousq; redeat ad locum, unde exiuit: quòd ipsa motu suo secundum punctum d describet circulum determinantem portionem speculi sphærici conuexi, à qua fit reflexio omniū formarum ad uisum existentem in puncto a, ab illa parte alia superficiei speculi, à qua non fit reflexio. Producatur enim linea a d ultra punctum contingentiæ d ad punctum f: & ducatur linea e d: quę producatur extra speculum ultra punctum d usq; ad punctum g. Erunt ergo per 18 p 3 anguli omnes ad punctum d recti: omnes ergo puncti in linea d f constituti uidebuntur directè: ideo quia linea a f manens una non reflectitur à puncto d. Quia tamen eadem linea contingit speculum, incipiunt puncta lineæ d f aliquid participare naturæ reflexionis: unde uidebuntur à puncto d reflecti secūdum lineam d a ad uisum a per 20 th.5 huius: quoniam angulus incidentiæ, qui est f d g, est æqualis angulo reflexionis, qui est g d a. Dico etiā quòd à nullo puncto arcus d k b potest fieri reflexio ad uisum a. Si enim sit hoc possibile, esto quòd à puncto h arcus d k b fiat reflexio formæ alicuius puncti ad uisum existentem in puncto a: & ducatur linea reflexionis ad uisum a, quæ sit h a: hæc ergo non potest transire solidum corpus speculi, scilicet arcum circuli b c d secādo: transibit ergo extra circulum. Quia itaq; angulus contingentię, qui est h d f est indiuisibilis per 16 p 3, patet quòd illa linea reflexionis, quę est h a, non transibit punctum d: secabit ergo lineam d g: sit, ut secet ipsam in pūcto l. Et quia linea reflexionis, quæ est h a, nō secat angulum h d f: palàm, cum non secet arcum h d, quòd secat lineam d f: sit, ut secet ipsam in puncto m. Si ergo linea h m à puncto m perueniat ad punctum a: patet quòd duæ rectæ, quæ sunt m l a & m d a includūt superficiem, quod est impossibile. Vel deducatur sic: trigoni d l m angulus m d l est rectus: ergo angulus d l m per 32 p 1 est acutus: ergo per 13 p 1 angulus a l d est obtusus: sed angulus a d l est rectus, quia angulus a d e est rectus: ergo per 14 th.1 huius, cum linea e g cadat super ambas lineas a d & h a, & faciat angulos prędicto modo dispositos: patet quòd lineæ h l a & d a ad illam partem concurrent, ad quam sunt anguli minores. Non ergo reflectetur forma aliqua à puncto h ad punctum a, quod est oppositum dati. Patet ergo propositum: quoniam quocunq; puncto arcus d k b dato, eodem modo potest fieri deductio.



3. Oppo-

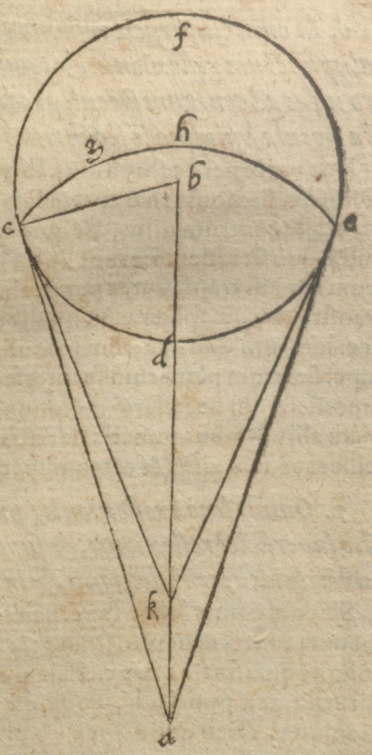
3. Opposito uisui speculo sphærico conuexo, ita ut uisus non sit in superficie illius speculi aut superficie ei continua: erit communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi circulus minor magno circulo sphæram speculi per æqualia secante. Alhaz. en 24 n 4.

Opponatur uisui speculum sphæricum taliter ut uisus non sit in superficie illius speculi aut in superficie ei continua: dico quòd pars speculi à uisu comprehensa erit pars sphæræ circulo inclusa, quem efficit motu suo radius contingens superficiem sphæræ. Quia enim, ut patet per 16 th. 2 huius, longior radius ad sphæræ superficiem pertingens, quasi linea speculum contingēs est: si ille radius imaginetur per gyrum moueri attingendo sphæram, donec redeat ad pūctum primum, à quo sumpsit motus principium: palàm per præmissam quia punctus contingentiæ in sphæræ superficie circulum describet. Hic uerò circulus minor erit circulo magno illius sphæræ. Quoniam si intelligantur superficies secantes se super diametrum sphæræ transeuntes polos prædicti circuli & sphæram per æqualia secantes: patet quòd omnes illi circuli contingentes lineas habent illas, quę sunt lineæ longitudinis pyramidis uisionis: ergo per 58 th. 1 huius quilibet arcuum interiacentium ipsi superficiei sphæræ, & his superficiebus planis secantibus sphęram, erit minor semicirculo circuli magni. Verbi gratia, sit per 69 th. 1 huius circulus, qui est communis sectio superficiei sphæræ & superficiei planæ transeuntis per uisum a extra sphæram existentē, & per centrum sphæræ, quod sit b, circulus c s d: cuius centrum sit b: sitq; polus circuli intellecti, secundum quem basis pyramidis uisionis secat superficiem speculi pūctus s: producaturq; b s semidiameter ad uisum a: & sit linea b s a: & a puncto a centro uisus ducatur linea contingens circulum, quæ sit a c: & à puncto contingētiæ, qui est c, ducatur ad centrum b linea c b. Dico quòd arcus c s est minor quàm quarta circuli magni. Angulus enim b c a est rectus per 18 p 3: angulus ergo c b a est acutus: quia non possunt esse duo recti in eodem trigono a b c per 32 p 1: hunc autem angulum in centro existentem respicit arcus c s: palàm ergo per 33 p 6 quoniā ipse minor est quàm quarta circuli. Et quia idem accidit in omnibus pūctis imaginatorum circulorum, manifestum quoniā quilibet arcuum illorum circulorū est minor quàm quarta circuli magni. Ergo circulus terminans uisum est minor circulo magno sphæræ propositæ. Et hoc est quod proponebatur. Tenet autē hæc demōstratio in uno uisu tantùm, uel in ambobus uisibus, dum modò diameter speculi sphærici sit maior quàm distantia oculorum: quoniā istis existētibus æqualibus circulus maior sphæræ erit circulus propositæ sectionis, & medietas sphæræ uidebitur. Si uerò distantia oculorum sit maior diametro speculi, plus medietate sphæræ uidebitur: & erit communis sectio circulus minor, ut hæc sunt demonstrata in 4 huius.



4. In speculis sphæricis conuexis secundū accessum uisuum ad speculā, circulorum uisum terminantium quantitas minuitur, ad recessum uerò augetur.

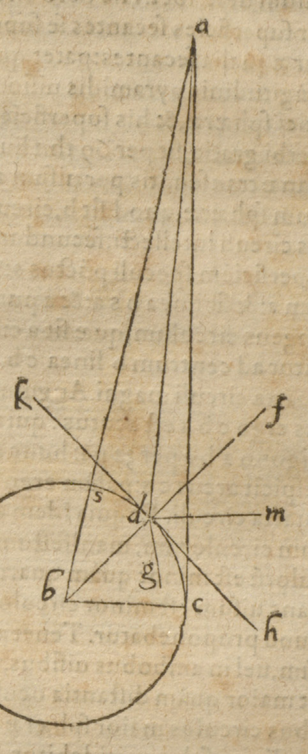
Esto enim speculum sphæricum conuexum, cuius centrum b: & sit centrum uisus a: sitq; circulus terminās uisum in superficie speculi, qui c g h e. Dico quòd secūdum accessum & recessum uisuum à speculis, illorum circulorum quantitas mutatur: diminuitur enim secundum accessum, & augetur secūdum recessum. Sit enim cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus c d e f: cuius arcus c d e sit erectus super circulum c g h e, uisam partem speculi continentem: sitq; ipsius arcus c d e medius pūctus d: & ducātur lineę a c, a d b, c b, a e: eritq; per 18 p 3 angulus a c b rectus: accedat ergo uisus secundū lineā a b ad punctum k. Si ergo uisus terminatur ad eundem circulum c g h e, ut prius: ducatur linea k c. Et quoniam per 16 th. 2 huius longior radius à uisu ad sphærā pertingens quasi linea contingens est: patet per 18 p 3 quoniam angulus k c b est rectus: sed & angulus a c b fuit rectus: est ergo rectus minor recto: quod est impossibile. Existēte ergo uisu in puncto k, non terminabitur uisio ad circulum c g h e, sed ad aliquem circulum ipso circulo c g h e minorem. Quia enim inter duas lineas contingentes circulum, quæ sunt a c & a e, ab uno puncto a ductas, à puncto k ducuntur aliæ duæ lineæ eundem circulum contingentes: palàm ergo per 60 th. 1 huius quòd puncta contingentiæ interiorum cadent intra puncta contingentiæ exteriorum. Minorem ergo arcum circuli comprehendent lineæ propinquiores quàm remotiores. Patet ergo propositum.



5. A qua-

5. A quolibet puncto superficiei speculi sphærici conuexi opposita uisui potest fieri reflexio ad uisum. Alhazen 25 n 4.

Esto dispositio eadem, quæ in 3 huius: dico quòd à quolibet puncto portionis oppositæ uisui, ut à quolibet puncto arcus c s, & omnium sibi similium arcuum potest fieri reflexio ad uisum. Signetur enim aliquis punctus arcus c s, qui sit d: & ducatur semidiameter d b. Palàm per 72 th.1 huius quoniam linea d b est perpendicularis super superficiem planam contingentem speculum in puncto d. Cum itaq; forma puncti rei uisæ puncto d inciderit, palàm per 27 th.5 huius quia linea reflexionis erit in eadem superficie cum semidiametro d b & cum catheto a b orthogonaliter cadente super superficiem speculi, eò quòd transeat per centrum eius b. Et ducatur à puncto d linea contingens circulum c d s per 17 p 3, quæ sit linea h d k: erit ergo per 18 p 3 angulus b d k rectus: erit ergo trigoni d b a angulus a d b obtusus. Si ergo producatur linea b d extra sphæram ad punctũ f: erit per 13 p 1 angulus f d a acutus: ideo quòd angulus b d a sit obtusus, ut patet ex præmissis per 13 p 1: & etiã ex hoc, quia cum linea a d cadat intra lineam a c speculum contingentem: palàm per 57 th.1 huius quia linea a d producta secabit sphæram speculi: & superficies contingens sphæram in puncto d, in qua sint lineæ h k, d g, decliuior erit quàm linea a d, secabitq; lineam a b. Et quia semidiameter b d est perpẽdicularis super superficiem h k d g speculum in puncto d contingentem, erunt anguli f d k & f d h recti: ergo etiam erit angulus b d k rectus: angulus quoq; b d a maior recto, & angulus f d a minor recto. Resecato ergo ab angulo recto, qui est f d h, angulum acutum æqualẽ angulo f d a per 27 th.1 huius, qui sit m d f: eruntq; lineæ continentes hos angulos in eadem superficie. Punctus ergo rei uisæ existens in linea m d, & superficiei speculi incidens ad punctum d, reflectetur ad uisum per lineam d a per 11 uel 20 th.5 huius: continent enim lineæ m d & a d angulos æquales cum perpendiculari b f: & lineæ illæ incidentiæ & reflexionis, ut ostensum fuit per 25 th.5 huius, erunt in eadem superficie, quæ erit superficies reflexionis erecta super superficiem sphæram speculi in puncto d contingentem. Et eodem modo demonstrabitur de quolibet pũcto arcus c s, & cuiuslibet arcus sui similis: hoc est de tota portione speculi uisui opposita: quoniam de quolibet dato puncto potest eodem modo demonstrari. Patet ergo quoniam à quolibet puncto superficiei speculi sphærici conuexi oppositæ uisui potest fieri reflexio ad uisum, sicut proponebatur.



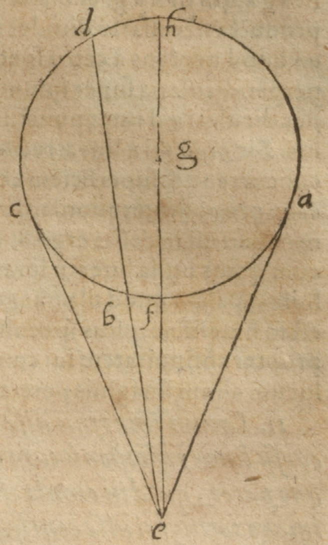
6. In omni superficie reflexionis à speculis sphæricis conuexis, centrum uisus: & centrum speculi: punctum reflexionis: & punctum reflexum cõsistere est necesse: ex quo patet lineam à centro uisus ad centrum speculi productam omnibus superficiebus sectionum secundũ diuersa puncta specula huiusmodi secantium communem esse. Alhazen 23.25 n 4.

Hoc patet per 25 th.5 huius. In omni enim superficie reflexionis necessariò sunt linea incidentiæ & linea reflexionis: hæ autem lineæ continent tria puncta: punctum reflexum, & punctum reflexionis, & centrum uisus. Et quia quælibet illarum superficierum est erecta super superficiem speculi, à quo fit reflexio: erunt lineæ in ipsa productæ, quæ sunt erectæ super superficiem speculi, centrum speculi transeuntes per 72 th.1 huius: manifestum ergo quia quælibet illarum superficierum transit centrum sphæræ. In qualibet ergo superficierũ reflexionis sunt prænominata quatuor puncta: centrum uisus: cẽtrum speculi: punctum reflexionis: punctum reflexum. Ex his patet, quia cum superficierum planarum se intersecãtium communis sectio sit linea recta, ut patet per 3 p 11, istarum superficierum necessariò communis sectio erit linea à cẽtro uisus ad centrũ speculi producta: quoniam alijs duobus punctis uariatis secundũ numerum superficierum reflexionis, hæc duo puncta scilicet centrũ uisus & cẽtrum speculi in talibus superficiebus semper manẽt. Patet ergo propositũ.

7. Omnis linea reflexionis (præter lineas contingẽtes) secat circulum (qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici conuexi) in duobus tantùm punctis: in puncto uidelicet reflexionis & in puncto alio portionis superficiei speculi non apparentis.

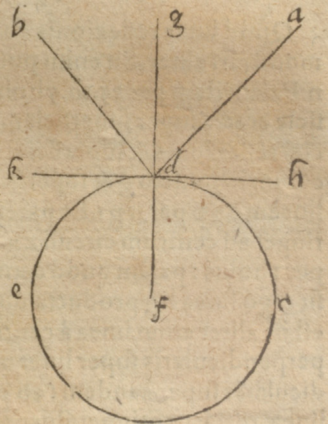
Sit communis sectio superficiei speculi sphærici conuexi & superficiei reflexionis circulus a b c d: cuius centrum sit punctum g: & sit centrum uisus e: à quo ducantur lineæ contingẽtes illum circulum, quæ sint e a & e c. Palàm ergo per 2 huius quoniam à toto arcu a b c fit reflexio ad uisum. Sit ergo ut à puncto b, quod est inter puncta a & c, fiat reflexio ad uisum e: & sit linea reflexionis b e. Dico quòd linea e b producta ultra punctum b secabit circulum a b c in aliquo puncto arcus speculi non apparentis, quod sit d. Ducatur enim diameter uisualis e f g h diuidens circulum per æqualia in duos semicirculos, qui sunt f c h, & f a h: ostensum est autem per 57 th. 1 huius

quoniam ab uno puncto ad datum semicirculum tantùm unam lineam contingentem duci est possibile: & coostensum ibi est quòd omnis linea ab eodem puncto sub linea contingente ducta, secat semicirculum in puncto uno supra punctum contingentiæ & in alio sub ipso. Patet ergo, cum à puncto e ducatur linea e c circulum contingens, & ab eodem puncto e ducatur sub linea contingente linea e b, quoniam linea e b secat semicirculum f c h in uno puncto supra illum punctum contingẽtiæ, qui sit d, & in alio puncto b sub illo puncto c, qui est terminus portionis arcus apparentis uisui. Punctus ergo d cadit in portione c d a non apparente uisui. Quod est propositũ. Eodẽ ergo modo de quolibet puncto arcus a f potest demõstrari. Patet ergo, quod proponebatur.



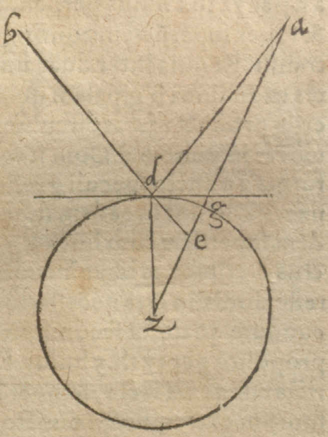
8. *In omni reflexione à speculis sphæricis couexis, linea à centro speculi ad punctũ reflexionis ducta, diuidit angulum à lineis incidẽtiæ & reflexionis cõtentũ per duo æqualia. Alhaz. 13 n 4.*

Sit centrum uisus a: & punctus rei uisæ per reflexionem à speculo proposito sit b: sitq; cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus c d e: cuius cẽtrum sit f: & reflectatur forma puncti b ad uisum a à pũcto speculi d: & ducatur linea d f. Dico quòd linea f d ꝑ ducta extra circulum ad punctum g, diuidit angulũ a d b per æqualia: ita ut angulus a d g sit æqualis angulo g d b. Ducatur enim linea contingens circulum c d e in puncto d per 17 p 3, quæ sit h k: erunt ergo per 18 p 3 anguli f d k & f d h recti: ergo per 13 p 1 anguli g d k & g d h sunt recti & æquales: sed angulus b d k cũ sit angulus incidẽtiæ, est per 20 th. 5 huius æqualis angulo a d h, qui est angulus reflexionis: remanet ergo angulus a d g ęqualis angulo g d b. Linea ergo f d producta à cẽtro speculi ad punctum reflexionis, quod est d, diuidit angulum a d b per æqualia. Patet ergo propositum.



9. *In conuexis speculis sphæricis omnem lineam reflexionis cum catheto incidentiæ ab eodem puncto ad centrũ speculi productam, concurrere est necesse. Alhazen 8 n 5.*

Esto communis sectio superficiei reflexionis & conuexi speculi sphærici circulus g d: cuius centrum sit z: & sit centrum uisus punctum b: punctusq; rei uisæ sit a: reflectaturq; forma puncti a ad centrũ uisus b à puncto speculi d: & sit linea reflexionis d b: linea quoq; incidentiæ sit a d. Ducatur itaq; linea à puncto dato a ad centrũ speculi z, quæ sit cathetus a z, secans superficiem speculi in puncto g: & copuletur linea d z: & producatur b d intra speculum, donec cõcurrat cum linea a z (concurret autem per 29 th. 1 huius: quoniá enim linea b d producta secat angulum a d z, ut patet per præcedentem & per 15 p 1: ergo secabit & basim a z) sit itaq; punctus concursus e: est autem linea a z cathetus incidentiæ puncti a, ut patet per definitionem catheti, & per 72 th. 1 huius. Patet ergo propositum, quoniam linea reflexionis concurrit cum catheto incidentiæ. Quod autem hic de concursu lineæ incidentiæ cum catheto incidentiæ demonstrauimus, hoc adiunximus propter 37 th. 5 huius: secũdum enim utramq; illarum linearum est necessarium fieri uisionem: quoniam secũdum lineam reflexionis forma reflectitur ad uisum, & secundum cathetum incidẽtiæ respicit res ipsum speculum, à cuius superficie forma rei uisæ reflectitur ad uisum.

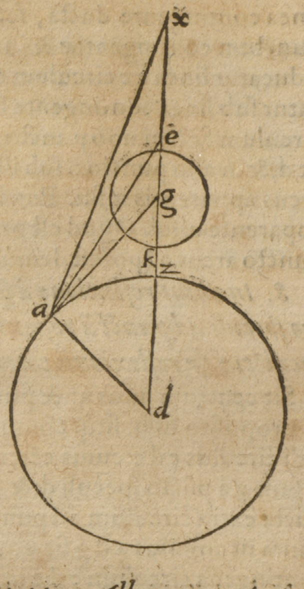


10. *Centro uisus posito in catheto incidẽtiæ super speculum sphæricum conuexum incidente: ab uno tantùm puncto speculi fiet reflexio: & uidebitur imago in superficie speculi in ipso scilicet puncto reflexionis: nisi fortè propter continuitatem sui cum punctis alijs formæ uisæ ad alium locum imaginis pertrahatur. Alhazen 19 n 5.*

Ostensum est per 32 th. 5 huius quòd omnis perpendicularis reflectitur in seipsam: nunc autem ostendemus, quod hic proponitur. Sit ergo g centrum uisus: & d centrum speculi propositi: sitq; g k z d cathetus incidẽtiæ, ducta à centro uisus ad speculum, secans superficiem oculi in puncto k, & incidens superficiei speculi in puncto z. Dico quòd solius puncti k forma reflectitur ad uisum: quoniam de alijs punctis lineæ d g quibuscunq; datis, quantùm ad ipsorum reflexionem, eodem modo demonstrandum, ut in 32 th. 5 huius. Sed neq; aliquod punctum huius lineę reflectitur ab alio puncto speculi. Dato enim quòd ab alio puncto fiat reflexio: sit illud aliud punctum a: & ducatur linea g a, quæ sit linea reflexionis: ducatur quoque linea incidentiæ ad punctum a ab aliquo puncto

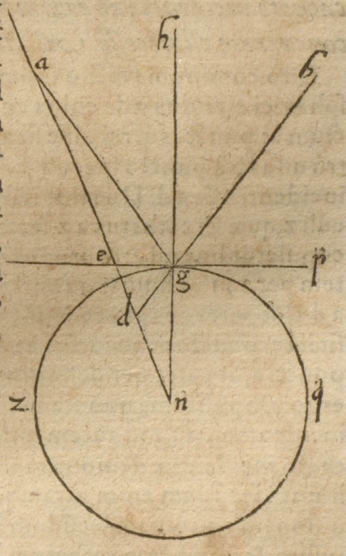
lineæ

lineæ g d, cuius forma à puncto a reflectitur, qui sit x: hæc ergo linea x a cõtinebit angulum cum linea g a, qui sit x a g: & ducatur diameter d a: hęc ergo extra circulum producta necessariò diuidet angulum x a g per æqualia per 8 huius: eò quòd ueniens à cẽtro speculi & ad istum punctum reflexionis est perpendicularis super ipsum: concurret ergo diameter d a cum perpendiculari g d inter punctum x reflexum & punctum g cẽtrum uisus. Sic ergo duæ lineæ rectæ, quæ sunt x d & d a, in duobus punctis concurrent, & superficiem continebunt: quod est impossibile. Patet ergo propositum: quoniam ab uno tantùm puncto speculi reflexionem fieri est necesse: ergo & una tãtùm uidebitur imago. Et quia locum ipsius nulla linearũ intersectio determinat, ut patet per 37 th. 5 huius, palàm quòd illa imago uidetur in proprio loco suo: hoc autẽ est in superficie ipsius speculi in puncto scilicet reflexionis: nisi fortè propter cõtinuitatem sui cum punctis alijs formæ naturalis uisæ ad locum alium imaginis pertrahatur. Patet ergo propositum.



11. Locum imaginis uisæ in speculis sphæricis conuexis in concursu lineæ reflexionis cum catheto incidentiæ necesse est esse: ex quo patet, quòd in omni reflexione ab his speculis facta, semper imago totius rei uisæ continetur in aliqua linea inter loca imaginum suorum extremorum punctorum producta: patet etiã quod in his speculis possibile est locum imaginis inueniri. Euclides 17 th. catoptr. Alhazen 3. 16 n 5.

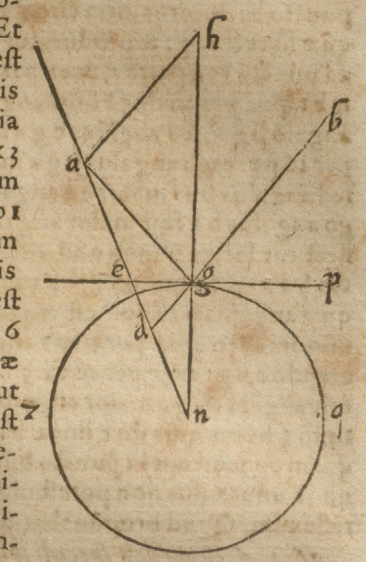
Quòd linea reflexionis concurrat cum catheto incidentiæ, patet per 9 huius: potest & idem demonstrari aliter. Sit enim punctus rei uisæ a: cẽtrum oculi b: punctus reflexionis g: centrum speculi n. Palàm itaq; per 25. th. 5 huius quòd a g linea incidentiæ, g b linea reflexionis sunt in eadem superficie erecta super superficiem speculum in puncto g contingentem. Linea itaq; communis superficiei reflexionis & superficiei speculi sit circulus z g q: & linea cõmunis superficiei contingenti speculum in puncto g & superficiei reflexionis sit linea e g p: ducaturq; linea h g perpendicularis super lineam e g p per 11 p 1. Et patet per 19 p 3 quòd linea h g producta pertinget ad centrum circuli z g q: qui cum sit circulus magnus, ut patet per 1 huius: palàm quòd centrũ eius est cẽtrum ipsius speculi. Transit ergo linea h g producta ultra punctum g per cẽtrum speculi, quod est n: aliter enim linea à centro speculi ad pũctum g ducta erit etiam perpendicularis super lineam p g e, & linea h g producta est perpendicularis super eandem: ab eodem ergo puncto ad eũdem punctum lineæ rectæ continget ducere duas perpendiculares super unam lineam: quod est impossibile. Pertinget ergo linea h g ad punctum n. Ducatur ergo linea a n à puncto uiso ad centrum speculi: eritq; linea a n per 72 th. 1 huius perpendicularis super superficiem speculi: ergo & super superficiem contingentẽ speculum in puncto illo, per quem transit. Et quia inter duas lineas h g & p g angulum rectum cõtinentẽs cadit linea b g: palàm quia ipsa non contingit circulum z g q: ipsa ergo producta secat circulum: concurret ergo cũ linea a n: sit, ut concurrat in puncto d. Cum itaq;, ut patet per 6 huius, punctum a, cuius forma à puncto speculi g reflectitur, & centrum speculi, quod est n, necessariò sint in eadem superficie: erit ergo per 1 p 11 linea a n in eadem superficie cum linea b g. Palàm ergo per 37 th. 5 huius quia punctus d erit locus imaginis: quoniam ipse est pũctus communis lineæ reflexionis, in qua necessariò est forma, & lineæ a n, quæ est cathetus incidentiæ formæ puncti a, secundum quam, ut secundum lineam breuiorem, necessariò uidetur forma. Patet ergo principaliter propositũ per 37 th. 5 huius. Et per hoc patet corollarium, quòd in omni reflexione à speculis sphæricis conuexis facta, semper imago totius rei uisæ continetur in aliqua linea inter loca imaginum suorum extremorum punctorum producta: quoniam catheti incidẽtiæ punctorum mediorum cadunt semper inter cathetos incidentiæ punctorum extremorũ: nec enim catheti incidentiæ ab aliquo illorum punctorum extremorum productæ ad centrum speculi, secare possunt aliquam cathetum incidentiæ punctorum mediorum. Patet etiam quòd in his speculis cuiuscunq; puncti rei uisæ possibile est locum imaginis inueniri: producta enim linea recta à puncto quocunq; uiso per reflexionem ad centrum speculi, & producta linea reflexionis ad cõcursum cum illa: erit punctus communis sectionis illarum linearum semper locus imaginis. Et hoc proponebatur.



12. Cathetum incidentiæ linea reflexionis à circulo (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi) secante, & à puncto reflexionis ducta recta illum circulum contingente, quæ secet cathetum: erit totius catheti proportio ad inferiorem partẽ sui resectam uersus

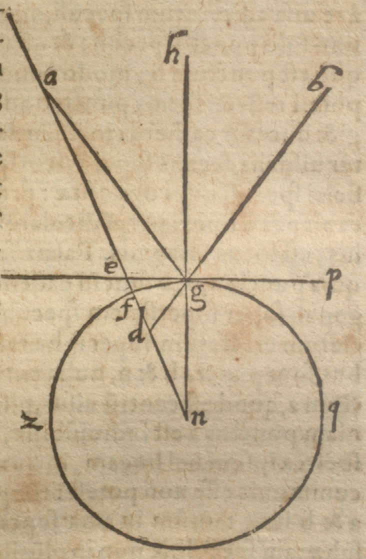
uersus centrum, sicut partis extrinsecus resectæ per contingentem ad eam partem, quæ utrasq; interiacet sectiones. Alhazen 18 n 5.

Maneat dispositio figuræ præcedentis: dico quòd proportio totius lineæ a n ad lineam n d est, sicut proportio lineæ a e ad e d. Quia enim angulus b g h æqualis est angulo h g a per 8 huius: angulus uerò b g h æqualis est angulo d g n per 15 p 1, quia sunt anguli cõtra se positi: patet quòd angulus h g a æqualis est angulo d g n. Et quia anguli n g e & h g e sunt recti per 18 p 3: ideo quod linea e g est perpendicularis super lineam h g n: patet quòd æqualibus angulis ab his hinc inde demptis, erunt anguli a g e & d g e æquales. Et quia in trigono a g d linea g e angulum a g d per æqualia secat: palàm ex 3 p 6 quia proportio lineæ a e ad lineã e d est, sicut lineæ a g ad lineam d g. Protrahatur itaq; à puncto a linea æquidistans lineæ d g per 31 p 1 cõcurrens cum linea h n in puncto h: quæ sit h a (cõcurrent autem illæ lineæ per 2 th. 1 huius) erit ergo per 29 p 1 angulus n g d æqualis angulo g h a: sed ex præmissis patet quòd angulus n g d æqualis est angulo a g h: est ergo angulus a g h æqualis angulo a h g: ergo per 6 p 1 erit latus a g æquale lateri a h: ergo per 7 p 5 erit proportio lineæ a g ad g d, sicut lineæ a h ad g d: sed proportio lineę a h ad g d est sicut proportio lineæ a n ad d n per 29 p 1 & per 4 p 6: quia ergo quæ est proportio lineæ a h ad d g, eadem est lineæ a n ad d n: proportio uerò lineæ a h uel a g ad d g, ut patet ex prẽmissis, est, sicut proportio lineæ a e ad e d: ergo per 11 p 5 est proportio lineæ a n ad n d, sicut lineæ a e ad e d. Quod est propositum: quoniam linea e d utrasq; interiacet sectiones.



13. *In omni speculo sphærico conuexo linea recta interiacens centrum speculi, & locum imaginis, maior est recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis. Alhazen 17 n 5.*

Sit dispositio quemadmodum in præcedẽte: dico quòd linea n d est maior quàm linea d g. Secet enim linea p g e lineam a n in puncto e: palàm quòd punctum e dicitur finis contingentiæ, ut patet ex principijs libri huius 6 definitione. Et quia per pręcedentem est proportio lineæ a n ad lineam n d, sicut lineæ a e ad lineam e d: proportio uerò lineæ a e ad e d per 3 p 6, est sicut proportio lineę a g ad g d: quoniã, ut præostẽsum est, linea e g diuidit angulum a g d per æqualia: est ergo proportio lineæ a n ad n d, sicut lineæ a g ad lineam g d per 11 p 5: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineæ a n ad a g, sicut lineę d n ad d g: sed per 19 p 1 linea a n est maior quàm a g: ideo quòd angulus a g n est obtusus, cum sit maior angulo n g e recto: ergo linea n d est maior quàm linea d g. Et quia per 11 huius punctus d est locus imaginis: patet quòd linea n d interiacens centrum speculi & locum imaginis est maior linea d g interiacente locum imaginis & punctum reflexionis, quod est g. Patet ergo propositum.

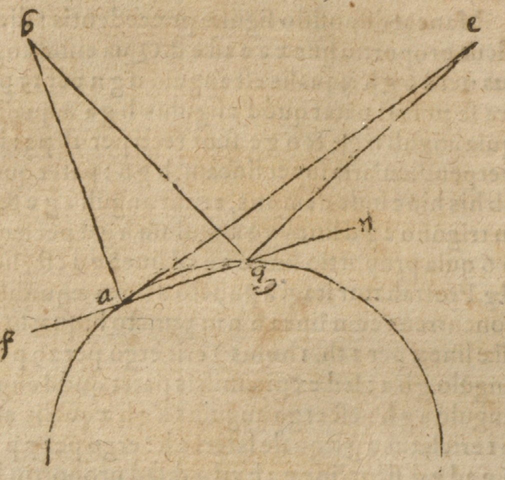


14. *Ducta catheto incidentiæ ad centrum circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi: ducta quoq; & linea in puncto reflexionis eundem circulum contingente: pars catheti interiacens finem contingentiæ & circumferẽtiam circuli semidiametro eiusdem circuli est minor. Alhazen 18 n 5.*

Remaneat omnino dispositio, quæ suprà. Et quia punctus e est finis contingentiæ: intersecet linea a n circumferẽtiam circuli in puncto f. Dico quòd linea e f est minor semidiametro circuli, quæ est f n. Quoniam enim, ut patet ex pręmissis in proximo theoremate, proportio lineæ a g ad g d est, sicut proportio lineæ a e ad e d: & proportio lineæ a n ad d n est, sicut lineæ a d ad d g: igitur per 11 p 5 erit proportio lineæ a n ad d n, sicut lineæ a e ad e d: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineæ a n ad a e, sicut d n ad d e: sed linea a n est maior quàm linea a e, quoniam totum est maius sua parte: ergo linea d n est maior quàm linea d e: erit ergo linea d n multò maior quàm linea f e, quę est pars ipsius d ę: multò magis ergo linea n f erit maior quàm linea f e. Quod est propositum.

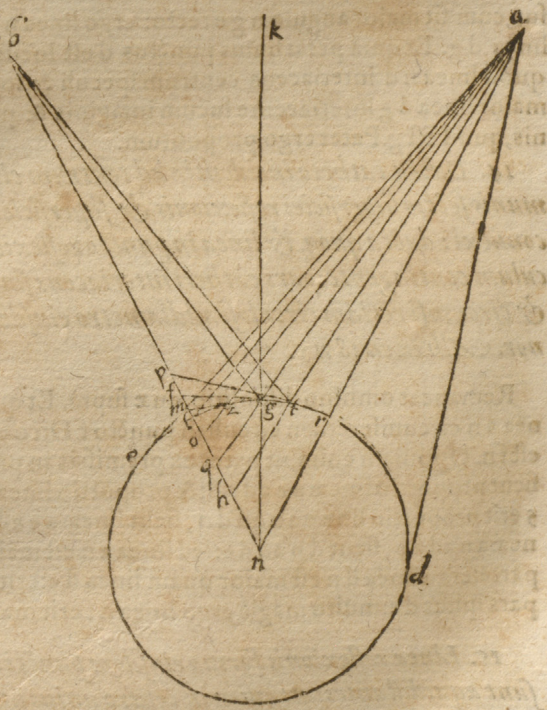
15. *Lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis speculi sphærici conuexi non sunt æquidistantes: attamen in centro unius uisus non concurrunt. Ex quo patet quòd unus uisus non potest uidere idolum eiusdem formæ reflexum à diuersis punctis eiusdem speculi sphærici conuexi. Euclides 4 th. catoptr. Ptolemæus 8 th. 1 catoptr.*

Esto centrum uisus b: & punctus rei uisæ sit e: sitq́; cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi circulus a g: incidatq́; punctus e diuersis punctis speculi in circulo a g: quæ sint a & g. Dico quòd duæ lineæ reflexionis b a & b g non sunt æquidistantes: attamen in unius centro uisus non concurrent. Dato enim quòd concurrant in puncto b: ducatur intra circulum chorda arcus a g: quæ sit recta a g: & producatur extra circulum usq; ad punctũ f ex parte a, & ex parte g usq; ad punctum n. Et quia per 20 th. 5 huius angulus e g n est æqualis angulo b g a: sed angulus e g n maior est angulo e a g per 16 p 1: ergo angulus b g a maior est angulo e a g: sed angulus b a f maior est angulo b g a per 16 p 1: ergo angulus b a f est maior angulo e a g. Non ergo reflectitur forma puncti e ad uisum existẽtem in puncto b à puncto speculi a per 20 th. 5 huius. Et tamen quia angulus b a f non est æqualis angulo b g a, sed minor: ideo quia per 16 p 1 angulus e g n est maior angulo e a g: ergo per 20 th. 5 huius, & ex hypothesi erit angulus b g a maior angulo b a f. Palàm ergo per 14 th 1 huius quia duæ lineæ b a & b g non sunt æquidistantes: sed ut patet ex præmissis, ipsæ nunquam concurrent in puncto b, in quo est centrum uisus. Patet ergo propositum. Et per hoc patet quòd unus uisus non potest uidere idolum eiusdem formæ à diuersis punctis talium speculorum reflexum. Quod proponebatur.



16. *A superficie speculi sphærici conuexi non potest forma alicuius puncti ad uisum unum, nisi à solo puncto reflecti: & una sola imago uisui occurrit. Alhazen 29 n 5.*

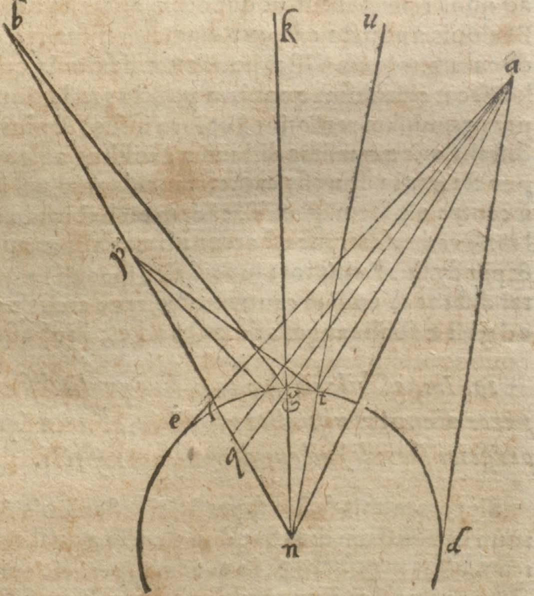
Quoniam enim per 10 huius patet quòd forma perpendiculariter huiusmodi speculo incidens, centro uisus in illa perpendiculari existente, ab uno tantùm puncto reflectitur ad uisum: non oportet nos nunc propositũ nisi de lineis obliquè his speculis sphæricis conuexis incidentibus demonstrare. Sit ergo punctum uisum b: & centrum uisus a: & non sit punctum a in perpendiculari ducta à re uisa ad centrum speculi, quod sit n. Dico quòd forma puncti b reflectitur ad a centrum uisus ab uno solo puncto speculi: & una sola imago uisui occurrit. Palàm enim per 5 huius quòd uisibili, in quo est punctum b, modo conuenienti opposito ipsi speculo, ab aliquo puncto superficiei speculi potest reflecti forma puncti b ad uisum a. Sit illud punctum reflexionis g: & ducantur lineæ b g & a g: & ducatur cathetus incidentiæ, quę sit b n, secans superficiem speculi in puncto l: & sit a n diameter uisualis, secans superficiem speculi in puncto r. Sint quoq; pũcta d & e termini portionis superficiei speculi uisui oppositæ: producaturq́; linea reflexionis a g: quæ producta ultra punctum g secabit per 9 huius perpẽdicularem b n: secet ergo illam in puncto q, qui punctus q, ut patet per 11 huius, est locus imaginis. Palàm itaque per 6 huius quia puncta a, n, b sunt in eadem superficie orthogonali super superficiem speculi. Et quia superficierum erectarum super sphæram speculi, in quibus sunt puncta b & n, nulla extẽdi potest ad punctum a, quod est centrũ uisus, nisi una tantùm: quoniam punctus a est indiuisibilis, qui ad superficies se circa ipsum uel lineam, in qua est, non secantes communis esse non potest: tũc palàm quia puncti a & b sunt tantùm in una superficie erecta super sphæram speculi, & non in pluribus. Non ergo fiet reflexio pũcti b ad uisum a, nisi in circulo sphæræ, qui est cõmunis sectio superficiei speculi & superficiei a n b. Sit ergo hic circulus d g e. Dico quòd à nullo puncto huius circuli d g e, præterquam à solo puncto, quod propositum est esse g, fiet reflexio formæ puncti b ad a cẽtrum uisus. Si enim sit possibile fieri reflexionem ab alio puncto circuli d g e, quàm à puncto g: sit ille datus punctus l, in quo cathetus incidẽtiæ, quę est b n, secat superficiem speculi. Cum itaq; linea b n sit perpendicularis super superficiem speculi, & linea a l nõ sit perpendicularis super illam, quia non transit centrum speculi, quod est n: & forma secundum lineam perpendicularem ueniens, necessariò secundum perpendicularem reflectatur, quoniam semper angulus incidẽtiæ est æqualis angulo reflexionis: palàm quia non reflectitur forma puncti b ad uisum a à pũcto l. Palàm etiã quòd non reflectetur ab aliquo pun-



 cto ar-

cto arcus l e:hoc enim est impossibile: quia ad quodcunq; punctũ illius arcus ducatur linea à puncto b,tenebit cum linea contingẽte circulum in puncto illo,angulũ obtusum ex parte e. Ideo enim quòd angulus contentus sub diametro circuli, & linea in illo puncto circulum contingente est rectus per 18 p 3,& illa semidiameter educta non peruenit ad punctum b, quoniam ibi peruenit semidiameter n l: erit ergo angulus contentus sub linea ducta à puncto b, & sub illa linea contingente ex parte puncti b,necessariò obtusus: & linea ducta à puncto a tenebit cum illa linea contingente in puncto dato angulum acutum uersus l: linea enim à centro speculi ad punctum illum cõtingentiæ perueniens tenebit cum linea contingente circulum in illo puncto angulum rectum per 18 p 3: à puncto uerò a linea ueniens cum eadem contingente tenebit angulum minorem recto ex parte puncti l:hęc enim contingens à puncto a duci non potest,quod patet per 57 th.1 huius,quoniam linea a e superficiem speculi est contingens ex hypothesi:propter hoc,quia lineæ a e & b d continent arcum circuli d g e uisui apparentem,qui per 2 huius à superficie speculi non apparente uisui per lineas contingentes determinatur. Quare si ab illo puncto fieret reflexio,tunc per 20 th.5 huius accideret, quòd esset angulus acutus æqualis obtuso:quod est impossibile. Non ergo fiet reflexio ab aliquo puncto arcus l e. Sed etiam à nullo puncto arcus g l potest in hac dispositione fieri reflexio. Sit enim,si possibile est,ut fiat à puncto z:& ducatur linea a z o,secans cathetum incidẽtiæ, quæ est b n,in puncto o:& ducatur linea contingens circulum in puncto z:hæc ergo contingens necessariò cadet inter lineas b g & b l,quoniam punctus z est inter punctã g & l. Sit ergo illa contingens linea z m:& sit g f linea contingens circulum in puncto g: secetq; linea z m cathetum incidentiæ in puncto m: & linea g f in puncto f. Palàm ergo per 12 huius quòd proportio lineæ b n ad lineam n q est, sicut lineæ b f ad lineam f q: & similiter erit proportio lineæ b n ad n o,sicut proportio lineæ b m ad m o:sed quia linea o n maior est quàm linea q n,quoniam totum maius est sua parte:erit per 8 p 5 lineæ b n ad n q maior proportio quàm ad lineam n o:maior ergo proportio est lineæ b f ad f q quàm lineæ b m ad m o: quod est impossibile,& contra 9 th.1 huius, cum linea b f sit minor quàm linea b m,& f q sit maior quàm m o:restat ergo ut à puncto z non fiat reflexio. Sed neq; ab aliquo alio puncto arcus g l:quoniam dato quocunq; puncto alio à puncto z,potest fieri deductio præmisso modo. Similiter quoq; nec ab aliquo puncto arcus g d fiet reflexio. Si enim fiat ab aliquo, sit istud t: & ducatur linea b t,& linea a t h secans cathetum b n in puncto h: & ducatur contingens circulũ in puncto t,quæ sit t p,secans cathetum b n in puncto p. Erit ergo per 12 huius proportio lineæ b n ad n h, sicut lineæ b p ad p h,& lineæ b n ad n q est sicut lineæ b f ad f q:sed maior est proportio lineæ b n ad n h,quàm lineæ b n ad n q per 8 p 5: maior est ergo proportio lineæ b p ad p h,quàm lineæ b f ad f q: quod est impossibile,& contra 9 th.1 huius: maioris enim ad minorem maior est proportio, quàm minoris ad maiorem per eandem 9 th.1 huius: est enim linea b f maior quàm b p,& p h maior quàm f q. Palàm ergo quòd à nullo pũcto arcus g d fiet reflexio formæ pũcti b ad uisum a. Quodlibet ergo punctũ formæ uisæ ab uno solo puncto speculi conuexi sphærici ad uisum reflectitur:una sola ergo erit linea reflexionis cuiuslibet puncti uisi:sed est etiam unica cathetus incidẽtiæ per 20 th.1 huius: unicus ergo punctus est,in quo illæ lineæ rectæ se secant, qui est locus imaginis, ut patet per 11 huius. Vnius ergo puncti eius est unica imago. Et hoc est propositum.

17. *In una catheto incidẽtiæ superficiei speculi sphærici conuexi sumptis duobus punctis, quorum formæ à superficie speculi sint reflexibiles ad unum uisum: erit punctus reflexionis puncti propinquioris centro speculi remotior à centro uisus, quàm puncti remotioris ab eodem centro speculi sit ab ipso centro uisus. Alhazen 30 n 5.*

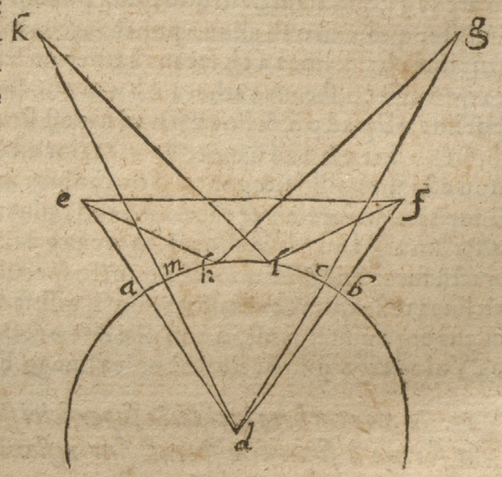


Remanẽte dispositione, quæ in pręcedente, sint in catheto incidẽtiæ, quæ est n b, duo pũcti signati, qui sint p & b: sitq; punctus p propinquior centro speculi puncto scilicet n, cẽtro circuli d g e, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi dati: & sit punctus b remotior ab eodem centro: & sit a cẽtrum uisus: & sit locus reflexionis puncti b punctus g. Dico quòd punctus reflexionis formę puncti p remotior est à cẽtro uisus, qui est punctus a, quàm g, qui est punctus reflexionis formæ puncti b. Ducantur enim à puncto a duę lineæ contingentes circulum, & portionem circuli oppositam uisui continẽtes per 2 huius, quæ sint a e & a d: & sit punctus, in quo cathetus b n secat circulum propositum, punctus l. Palàm ergo quòd forma puncti p non reflectitur à puncto l ad punctum a: quoniam sola perpendicularis uisualis reflectitur in seipsam per 10 huius: neq; reflectitur forma puncti p à puncto g: quoniam ab illo reflectitur forma puncti b, ut patet per

præmissam: sed necesse est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus g l inter puncta g & l. Si enim detur quòd ab aliquo puncto arcus g d fiat reflexio formæ puncti p ad uisum: sit illud punctum t: sitq; p t linea incidentiæ formæ puncti p: ducatur itaq; ad punctum t perpendicularis n t u: hæc ergo per 8 huius necessariò diuidit angulum p t a per æqualia. Ducatur quoq; ad punctum g perpendicularis n g k: palàm ergo per 21 p 1 quòd angulus n t a maior est angulo n g a: angulus ergo u t a (qui per 13 p 1 est residuum duorum rectorum super angulum n t a) est minor angulo k g a, qui est residuum duorum rectorum super angulum n g a: sed angulus k g a per 8 huius æqualis est angulo b g k: angulus ergo u t a est minor angulo b g k: angulus ergo p t u (qui per 8 huius est æqualis angulo u t a) minor est angulo b g k: sed angulus p t u ualet angulum p n t, & angulum t p n per 32 p 1, & angulus b g k ualet angulum g b n, & angulum g n b per eandem 32 p 1: erũt ergo duo anguli t n p & t p n minores duobus angulis g b n & g n b: quod est impossibile: cum angulus p n t contineat angulum b n g, tanquam partem sui, & angulus t p n sit maior angulo g b n per 16 p 1. Palàm ergo quòd punctus p non reflectitur nisi ab aliquo puncto arcus g l interiacente puncta g & l. Et quoniam inter puncta g & l punctus g est propinquior puncto a, qui est centrum uisus: patet quòd omne punctum arcus g l aliud à puncto g, est remotius à centro uisus a, quàm punctum g, quod est punctum reflexionis formæ puncti b. Punctum ergo reflexionis formæ puncti propinquioris centro speculi, est remotius à centro uisus, quàm punctus reflexionis formæ puncti remotioris à centro speculi. Quod est propositum.

18. Formæ omnium punctorum æqualiter distantium à centro speculi sphærici conuexi, secundum æquales angulos sub cathetis incidentiæ & diametris uisualibus in centro speculi contentos reflectuntur ad uisus.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi circulus a b c: cuius centrum sit d: pateto; per 1 huius quoniam punctum d est centrum speculi: sintq; duo puncta e & f æqualiter distantia à centro speculi, quod est d: erunt ergo lineæ e d & f d æquales. Dico quòd necessarium est formas illorum punctorum reflecti ad uisum secundum angulos æquales: ut si forma puncti e reflectatur ad uisum existentem in puncto g à puncto speculi h: & forma puncti f, quæ per præmissam non potest reflecti ad uisum g à pũcto h, reflectatur ad uisum existentem in puncto k à puncto l: & ducantur lineæ g d & k d: dico quòd angulus e d g est æqualis angulo f d k. Sit enim, ut cathetus incidẽtiæ, quæ est e d, secet circulum in pũcto a: & cathetus f d in puncto b: & diameter uisualis g d secet circulum in puncto c, & diameter k d in puncto m. Quia itaque lineæ e d & f d sunt æquales, patet per præmissam, quoniam puncta reflexionis, quę sunt h & l, æqualiter distant à uisibus, ad quos reflectuntur, ut quantùm distat h punctus reflexionis à puncto c, in quo diameter uisualis g d secat



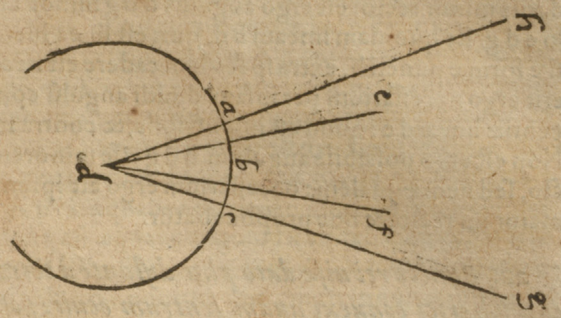
circulum, tantùm distat punctus reflexionis, qui est l, à puncto m, in quo diameter uisualis, quæ est k d, secat circulum: quoniam punctus reflexionis formæ puncti minus distantis à centro speculi fit per præmissam remotior à centro uisus, & plus distantis propinquior. Ergo in illis, quæ æqualiter distant, erit æqualitas distantiæ à uisibus, ad quos reflectuntur. Nec est in hoc diuersitas, siue aliqua puncta sint in diuersis cathetis incidentiæ, uel in una: semper enim punctorũ æqualiter distantium à centro eiusdem speculi, eadem est habitudo & ratio reflexionis: arcus ergo h c est æqualis arcui l m: & eadem ratione est arcus a h æqualis arcui b l. Quoniã ergo per 33 p 6 peripheria circuli (sicut & per 87 th. 1 huius tota superficies speculi) æqualiter se habet ad centrum: & puncta e & f æqualiter distant ab eodem centro: totus ergo arcus a c est æqualis toti arcui b m: ergo per 27 p 3 angulus e d g est æqualis angulo f d k. Quod est propositum.

19. Impossibile est duo puncta æqualis distantiæ à centro speculi sphærici conuexi, ex eadem parte diametri uisualis existentia, ab arcu (qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi) ad eundem uisum reflecti.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi circulus a b c, cuius centrum sit punctum d: & sint duo puncta æqualiter distantia à centro speculi, quæ sint e & f: sitq; centrum uisus in puncto g, in eadem superficie cum punctis e & f, & ex una parte ipsorum: sitq; punctum e remotius à puncto g quàm puuctum f. Dico quòd illa duo puncta e & f non est posibile reflecti ad unum uisum existentem in puncto g. Ducantur enim lineæ e d, f d, g d: patet itaq; ex hypothesi quòd angulus e d g est maior angulo f d g, sicut totum sua parte: fiat itaq; super punctum d terminum lineæ f d angulus æqualis angulo e d g per 23 p 1, qui sit f d h. Palàm ergo per præcedentem,

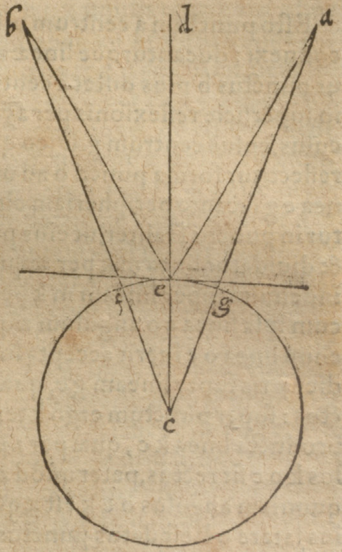
quoniam

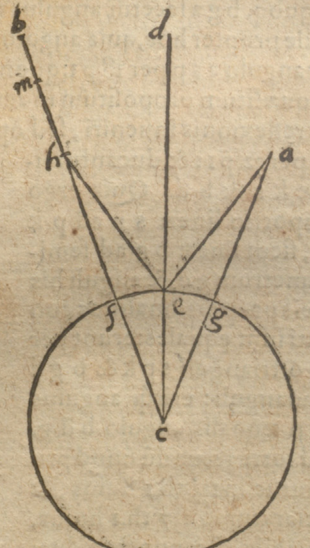
quoniam forma pun̄cti f reflectetur ad pun̄ctum h, quod erit ultra pun̄ctum g: nõ ergo ad pun̄ctum g per 15 huius. Patet ergo propositum. Si enim detur, ut reflectatur ad pũctum g, erit per præmissam angulus partialis, qui f d g, æqualis angulo e d g: quod est impossibile.



20. Puncto rei uisæ & centro uisus æqualiter à superficie speculi sphærici conuexi distantibus, punctum reflexionis inuenire. Alhazen 31 n 5.

Esto b pũctus rei uisæ: & sit a cẽtrum uisus: sit quoq; dati speculi conuexi sphærici cẽtrum c: & sit circulus (qui est cõmunis sectio superficierum reflexionis & speculi) qui e f g: & ducantur catheti b c & a c, secantes circulum in punctis f & g. Quia ergo propter æqualitatem altitudinis puncti rei uisæ cum centro uisus, istæ duæ lineæ b c & a c sunt æquales, cum manifestum sit per ea, quæ patuerũt in demonstratione 17 huius, quoniam ab aliquo puncto arcus f g interiacentis cathetos incidentię & reflexionis necessariò fiet reflexio: secetur itaq; per 9 p 1 angulus a c b per æqualia per lineam c d, secantem arcum f g in puncto e. Patet quoq; per 26 p 3 quoniam arcus f e est æqualis arcui e g: eritq; linea c d perpendicularis super lineam circulũ contingentem in pũcto e per 18 p 3. Ducantur ergo ad punctũ e duæ lineæ a e & b e: eritq; duo trianguli a e c & b e c per 4 p 1 & ex hypothesi ęquianguli & æquilateri: angulus ergo a e d æqualis erit angulo d e b: erit ergo per 8 huius punctus e, qui est medius pũctus arcus f g, punctus reflexionis formę pũcti b ad uisum a. Et hoc est propositũ. Si uero lineæ b c & a c fuerint inæquales, fiat in ipsis æqualitas longioris, ut si linea b c sit lõgior quàm a c, cũ f c sit ęqualis c g, quia sunt semidiametri eiusdẽ circuli: resecetur linea b f ad æqualitatẽ lineæ a g in pũcto h: sitq; f h æqualis ipsi a g: palàm ergo per præmissa quoniã forma pũcti h reflectitur ad uisum a à puncto e. Puncta uero uiciniora centro c, quia per 17 huius sunt in puncto suæ reflexionis magis distantia à puncto, quod est centrum uisus, nec possunt cadere in punctum e: palàm quia reflectuntur à punctis arcus e f, & secundum elongationem sui à cẽtro circuli c, erit punctorum ipsorum reflexionis approximatio ad centrum uisus secundum puncta suæ reflexionis. Remotiora uerò pũcta, ut illa, quæ sunt supra punctum h, scilicet puncta m & b, erunt secundum puncta suę reflexionis propinquiora centro uisus quàm punctum e: cadent ergo in arcum e g, & secundum approximationem sui ad centrum circuli c, erit punctorum reflexionis maior elongatio à centro uisus b. Hoc autem licet sic in grosso scientiam afferat: est tamen secundum singulorum punctorum reflexionis à punctis singulis superficiei speculi diligentius perscrutandum.



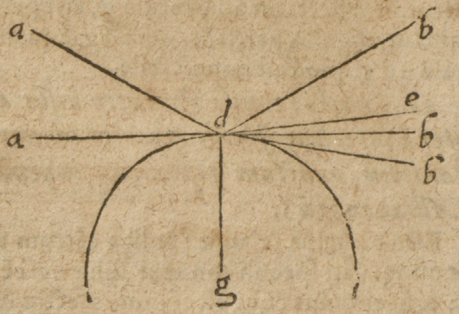


21. Si angulus contentus sub linea incidentiæ à puncto rei uisæ obliquè ducta ad pũctum aliquem superficiei speculi sphærici conuexi, & linea à centro speculi ad eundem punctum ducta nõ fuerit maior recto, impossibile est fieri reflexionem perfectam ad aliquem uisum secundum illum punctum. Alhazen 40 n 5.

Esto a centrum uisus: & b punctus rei uisæ: sit quoq; punctum g centrum speculi sphærici conuexi: sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus, cuius centrum erit punctũ g per 1 huius: sit quoq; d punctus aliquis reflexionis: & ducantur lineæ g d, b d & a d, quæ necessariò erũt in superficie reflexionis per 6 huius, uel per 27 th. 5 huius. Dico quòd si à puncto d debet fieri reflexio, necesse est angulum b d g esse maiorem recto: quia si non sit maior recto, nunquam fiet ab illo puncto reflexio. Si enim angulus b d g non est maior recto: aut ergo est rectus, aut minor recto. Si dicatur quòd ipse sit rectus: ergo per 16 p 3 linea b d contingit circulum in puncto d: sed per 20 th. 5 huius angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: ergo & angulus a d g erit rectus & contingens circulum in puncto d: ergo per 14 p 1 duę lineæ b d & d a coniunctæ in puncto d sunt linea unã. Non ergo fit reflexio secundum perfectam naturã reflexionis formæ puncti b à pũcto speculi d ad uisum existentem in puncto a, sed fit simpliciter uisio secũdum lineam a d b, quod est contra hypothesim: quoniam pũctum d est positum esse punctum reflexionis. Si uerò angulus b d g dicatur esse minor recto: tunc à puncto d ducatur linea circulum contingens in puncto d per 17 p 3, quæ producatur

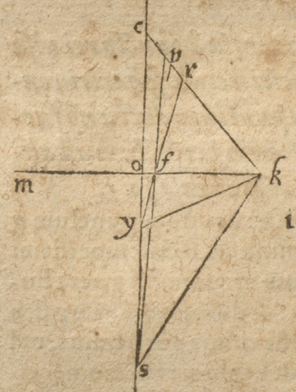
 ad par-

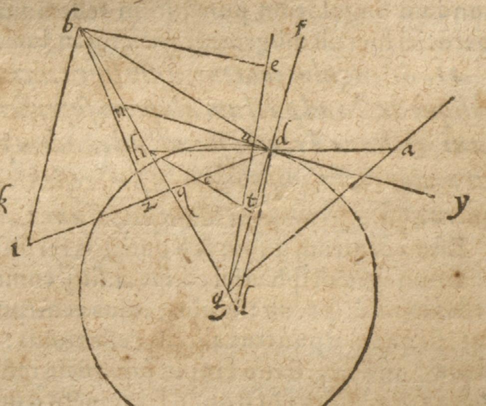
ad partem lineæ d b, & sit d e : erit ergo per 18 p 3 angulus g d e rectus. Et quoniam angulus b d g est datus minor recto: est ergo angulus b d g minor angulo e d g. Et quoniam lineam b d, quæ est linea incidentiæ formæ puncti b, extra speculum cadere est necesse: erit ergo necessarium per ipsam diuidi angulũ contingentiæ lineæ d e : quod est impossibile, & contra 16 p 3. Non est ergo possibile angulum b d g esse minorem recto, sed neq; æqualem : necessarium ergo est ipsum esse maiorem recto, & hoc proponebatur.



22. Puncto rei uisæ dato plus distante à cẽtro speculi sphærici conuexi quàm centrum oculi: possibile est in superficie speculi inuenire certum pũctum reflexionis formæ dati puncti ad datum centrum uisus. Alhazen 39 n 5.

Esto punctum a centrum uisus: & sit b datus punctus rei uisæ : sitque g centrum speculi sphærici conuexi : ducanturque lineæ a g & b g : sitque exempli caussa, linea b g maior quàm linea a g, ideo ut punctus b plus distet à centro speculi g quàm centrum uisus a. Et quoniam lineæ a g & b g sunt in superficie reflexionis per 25 th. 5 huius, sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus, cuius centrum g. Dico quòd in hoc circulo possibile est inuenire punctum reflexionis, à quo reflectitur forma puncti b ad uisum a. Diuidatur enim angulus b g a per æqualia per 9 p 1, ducta linea e g secante peripheriam circuli in puncto u. Sumatur quoque alia linea, quæ sit m k: & diuidatur in puncto f taliter, ut eius pars f m se habeat ad f k, sicut linea b g ad lineam g a per 119 th. 1 huius: & diuidatur linea m k per æqualia in puncto o per 10 p 1: & à puncto o educatur perpendicularis indefinita super lineam m k per 11 p 1, quæ sit o c: & ducatur à puncto k linea ad lineam c o, tenens cum ipsa linea c o angulum æqualem angulo e g b, quæ sit k c: est autem possibile hoc fieri. Cum enim linea o c fuerit accepta indefinita, & linea g e indefinita, ducatur per 12 p 1 à puncto b perpendicularis super lineam g e, quæ sit b e : eritque angulus b e g æqualis angulo c o k, quia uterque rectus: super punctum ergo k terminum lineæ o k fiat per 23 p 1 angulus o k c æqualis angulo e b g, producta linea k c, quæ per 14 th. 1 huius necessariò concurret cum linea o c: quoniam cum angulus k o c sit rectus, patet quòd angulus o k c, qui est æqualis angulo e b d, est acutus: palàm per 32 p 1 quoniam angulus o c k est æqualis angulo b g e. Quia ergo trigonum k o c est orthogonium, in cuius latere o k est datus punctus f, tunc per 137 th. 1 huius à dato puncto f ducatur linea ad basim trigoni c k, quæ sit f p: & concurrat cum producto latere c o in puncto s, ita ut proportio lineæ s p ad p k sit, sicut lineæ b g ad semidiametrum circuli, cuius centrum est punctum g: quæ sit g u. Ex angulo quoq; b g a secetur angulus æqualis angulo f p k per 27 th. 1 huius, qui sit b g d: hoc autem est possibile propter hoc, quia angulus p c s est æqualis medietati anguli b g a : est autem angulus p c s maior angulo c s p per 18 p 1: quoniam sic oportet duci lineam s p, ut linea s p fiat maior quàm linea c p, ad quæsitum propositum inueniendum : aliàs enim non posset per lineam m k punctus quærendæ reflexionis inueniri, sed oporteret aliam lineam assumi : est ergo angulus f p k minor angulo b g a per 32 p 1: & ducantur lineæ k s & b d. Quia ergo proportio lineæ s p ad p k est, sicut lineæ b g ad semidiametrum g d, & anguli his lineis proportionalibus contenti sunt ęquales: erunt per 6 p 6 trianguli s p k & b g d æquianguli : eritq; angulus s k p æqualis angulo b d g. Sed fortè secundũ quod proponitur in 133 th. 1 huius, & declaratur in 137 th. 1 huius, possibile est à puncto f duci lineam aliam ad lineam c k similem lineæ s p: ut si ducatur hoc modo linea y f r, secans lineam c s in puncto y, & lineam c k in puncto r taliter, ut proponitur, scilicet ut sit eius proportio ad r k partem lineæ, quam secabit ex linea c k, sicut lineæ s p ad p k: & tunc à puncto k ad lineam o s ducatur linea k y alia quàm linea s k, aliumque cum linea c k angulum continens maiorem uel minorem angulo c k s, qui sit angulus c k y. Si ergo maior angulus ex his non fuerit maior recto, non erit inuenire punctum reflexionis, ut patet per præmissam: quoniam & tunc angulus contentus sub linea reflexionis & semidiametro speculi non erit maior recto. Si

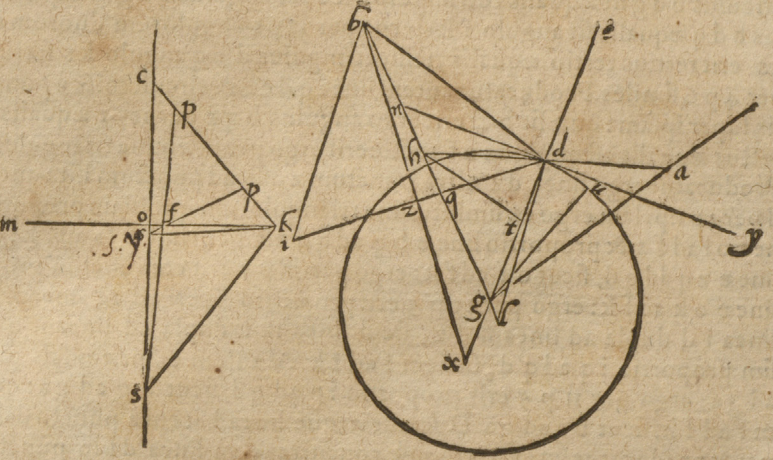




uerò

uerò aliquis illorum angulorum fuerit maior recto, erit possibile fieri reflexionem, & punctum eius inueniri. Sit igitur primò angulus c k s maior recto, eritq; possibile inueniri punctum reflexionis. Palàm enim si angulus c k s est maior recto, quòd eius æqualis b d g est maior recto: ducatur itaq; à puncto d linea contingens circulum per 17 p 3, quæ sit n d y: cuius punctus n cadat in lineam b g per 14 th. 1 huius. Et cum angulus p k o sit minor recto per 32 p 1, ideo quia angulus c o k est rectus, ut patet ex præmissis: secetur ergo ex angulo b d g æqualis angulo p k o per 27 th. 1 huius, qui sit angulus q d g, ducta linea d q secante lineam b g in puncto q. Cum igitur angulus s p k sit æqualis angulo d g q, & angulus p k f æqualis angulo q d g, erit per 32 p 1 triangulus f p k æquianguuls triangulo q g d: erit ergo angulus p f k æqualis angulo d q g: ergo per 13 p 1 erit angulus d q b æqualis angulo k f s. Et quia angulus b d q est æqualis angulo f k s: ideo quia cum totus angulus b d g sit æqualis toti angulo c k s, & angulus q d g sit æqualis angulo p k f: restat ut angulus b d q æqualis sit angulo f k s: ergo per 32 p 1 angulorum duorum illorum trigonorum b d q & f k s erit tertius tertio æqualis, scilicet angulus d b q angulo k s f: trianguli ergo b d q & f k s sunt per 4 p 6 similes. Producatur autem linea q d extra circulum: & à puncto b ducatur perpendicularis super ipsam: quæ sit b z: erit ergo angulus b q z per 13 p 1 æqualis angulo s f o, & angulus b z q rectus æqualis est angulo s o f recto: erit ergo per præmissa triangulus b q z similis triangulo s f o. Producatur ergo linea d z ultra punctum z usq; ad punctum i, ita quòd linea z i sit æqualis lineæ z d per 3 p 1: palàm ergo ex similitudine triangulorum quoniam proportio lineę z q ad q b est, sicut lineæ o f ad f s: & proportio lineæ b q ad q d est sicut lineæ f s ad f k: erit ergo per 22 p 5, proportio lineæ z q ad q d, sicut o f ad f k: ergo per 18 p 5 erit coniunctim proportio lineæ z d ad q d, sicut lineæ o k ad f k: ergo per 15 p 5 erit proportio lineæ i d ad lineam q d, sicut m k ad f k: est enim linea i d dupla ad lineam d z, sicut linea m k dupla ad lineam o k: ergo per 17 p 5 erit diuisim proportio i q ad q d, sicut m f ad f k: est autem ex præmissis proportio m f ad f k, sicut g b ad g a: ergo per 11 p 5 erit proportio i q ad q d, sicut b g ad g a: quoniam accepta est proportio m f ad f k, sicut b g ad g a. Ducatur itaque linea b i: cui à puncto d ducatur æquidistans d l per 31 p 1: & producatur linea b g donec concurrat cum linea d l in puncto l: concurrent autem illæ lineæ per 2 th. 1 huius: eritq; per 15 & per 29 p 1, & 4 p 6 triangulus l d q similis triangulo b q i: & erit proportio q i ad q d, sicut b i ad d l. Et cum linea i z sit æqualis lineæ z d, & linea b z perpendicularis sit super lineã d i, ut patet ex prǽmissis: erit per 4 p 1 linea b d æqualis b i: erit ergo proportio lineæ b d ad d l per 7 p 5 sicut lineæ b i ad d l: est ergo proportio lineæ b d ad d l, sicut lineæ i q ad q d: ergo per 11 p 5, sicut lineæ b g ad g a. Ducatur autem à puncto d linea, quæ sit d h, æqualem tenens angulum cum linea d l angulo b g a per 23 p 1: qui sit angulus h d l: cadatq; punctus h in linea b g. Cum ergo lineæ h l & d l concurrant in puncto l: erunt duo anguli l h d & l d h minores duobus rectis per 32 p 1 uel per 14 th. 1 huius: ergo duo anguli a g h & d h g, qui sunt æquales istis, ut patet ex præmissis, sunt minores duobus rectis: quare linea h d cõcurret cũ linea g a per 14 th. 1 huius. Dico quòd concurret in puncto a. Palàm enim quòd angulus g d n est rectus per 18 p 3: sed per 32 p 1 cũ trigoni o k c angulus c o k sit rectus, & duo anguli o c k & c k o sint æquales recto: est angulus g d n æqualis illis duobus angulis o k c & o c k, & angulus o k c, ut patet ex præmissis, æqualis est angulo g d q: restat ergo, ut angulus q d n sit æqualis angulo o c k, qui, ut patet ex præmissis, æqualis est angulo b g e, scilicet medietati anguli b g a: est ergo angulus q d n medietas anguli b g a, & ita medietas anguli h d l: sed angulus q d b est medietas anguli b d l per 3 p 6: quoniam est proportio lineæ b q ad q l, sicut lineæ b d ad d l: cum, sicut suprà ostensum est, triangulus d q l similis sit triangulo b q i, & linea b d æqualis sit lineæ b i, ut patet ex præmissis: restat igitur ut angulus b d n sit medietas anguli h d b: & ita angulus b d n erit æqualis angulo n d h. Cum enim angulus b d q sit æqualis angulo q d l, patet quòd angulus b d h excedit angulum h d l in duplo anguli q d h: est ergo angulus b d n æqualis angulo n d h. Producatur itaq; linea g d ultra punctum d ad punctum f. Et quia anguli f d n & g d n sunt recti: restat ut angulus b d f sit æqualis angulo h d g: ducatur ergo per 31 p 1 linea h t æquidistans lineæ b d, cuius punctus t cadat in lineam d g. Palàm ergo per 29 p 1 quòd angulus b d f est æqualis angulo h t d: sed & angulus b d f æqualis est angulo h d g: ergo per 6 p 1 linea h t est æqualis lineę h d: sed est proportio lineæ b d ad h t sicut lineæ b g ad g h per 29 p 1 & per 4 p 6: cum lineę b d & h t sunt æquidistantes: est ergo per 7 p 5 proportio lineæ b d ad d h, sicut lineæ b g ad g h: sed ex præmissis patet quòd linea h d producta ultra punctum d concurret cum linea g a, & fiet per 32 p 1 triangulus similis triangulo h d l, cum habeant angulum l h d communem, & angulus h d l sit ex præmissis æqualis angulo h g a: igitur per 4 p 6 est proportio lineę h d ad lineam d l, sicut lineę h g ad lineam, quam secat linea h d ex linea a g: & proportio lineę b d ad d l per 13 th. 1 huius constat ex proportione lineę b d ad d h, & lineę d h ad l d: igitur, ut patet ex præmissis, proportio lineę b d ad lineam d l constat ex proportione lineę b g ad g h, & lineę g h ad lineã, quã h d secat ex g a: sed proportio b d ad d l, ut patuit superius, est sicut b g ad g a: ergo proportio b g ad g a cõstat ex proportionibus b g ad g h, & ipsius g h ad lineã, quã secat h d ex g a: cõstat aũt proportio lineę b g ad lineã g a per 13 th. 1 huius ex proportiõe lineę b g ad g h, & lineę g h ad g a: igitur g a est linea, quã secat h d ex linea a g: & ita linea h d concurrit cum a g in puncto a. Quia itaq;, ut patet ex præmissis, angulus b d f est æqualis angulo h d g, & angulus h d g æqualis est angulo f d a sibi contraposito per 15 p 1: patet quòd angulus b d f ęqualis est angulo f d a. Illud ergo punctum d est punctus reflexionis per 8 huius: quoniam in ipso angulus incidentię fit

æqualis angulo reflexionis. Quod est propositum, quando angulus c k s est maior recto. Quòd si neuter angulorũ, qui sunt c k s & c k y fuerit maior recto: dico quòd non fiet reflexio ab aliquo puncto speculi ad uisum. Si enim dicatur quòd hoc sit possibile: sit ergo punctus reflexionis d, ductis lineis a d, b d, a g, b g, d g. Et quia fit reflexio à puncto speculi d, patet per præmissam, quòd oportet angulum b d g esse maiorem recto: non ergo fiet reflexio ab his speculis secundum dispositionem talem figuræ, ut angulorum c k s & c k y quilibet sit maior recto. Sed & idem aliter demonstrandum Producatur itaq; linea a d intra circulum usq; ad h punctum lineæ g b: & producatur linea d l intra circulum taliter, ut fiat angulus l d h æqualis angulo a g b per 23 p 1: protracta quoq; linea b g, quousq; cõcurrat cum linea d l in puncto l: concurret aũt per 14 th. 1 huius: quoniam angulus g d l est minor recto per 42 th. 1 huius, & angulus d g b, ut patet p 3 huius, & p 33 p 6, est etiã minor recto: & ducatur linea cõtingẽs circulum in puncto d, quę sit n d y: & à puncto d protracta linea d q secante lineam g b in puncto q, fiat angulus q d n ęqualis medietati anguli a g b p 9 & 23 p 1: palã ergo quòd triangulus h d l æquiangulus est triangulo h g a. Quia enim angulus h d l æqualis est angulo h g a, & angulus à h g est cõmunis, erit per 32 p 1 tertius tertio æqualis: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ h d ad d l, sicut lineæ h g ad g a. Ducatur itaq; à puncto h per 31 p 1 linea æquidistans lineæ b d, quæ sit h t: erit ergo per 29 p 1 & per 4 p 6 proportio lineę b d ad t h, sicut lineæ b g ad g h. Quia uerò ex hypothesi forma puncti b reflectitur ad uisum a à puncto speculi d, ducatur linea g d extra circulum ad punctum e: erit quoq; per 8 huius angulus e d b æqualis angulo e d a: ergo per 15 & 29 p 1 erit angulus d t h æqualis angulo h d t: ergo per 6 p 1 erit linea d h æqualis lineæ h t. Quia ergo, ut patet per 4 p 6, cum linea t h sit æquidistans lineæ d b, erit proportio b g ad g h, sicut b d ad h t: sed linea t h æqualis est ipsi d h: est ergo per 7 p 5 proportio b d ad d h, sicut b g ad g h: fuit autem proportio h d ad d l, sicut h g ad g a: ergo per 22 p 5 erit proportio b d ad d l, sicut b g ad g a: sed cũ angulus b d e sit æqualis angulo h d g per præmissa, & angulus n d e æqualis angulo n d g, quia uterq; rectus: relinquitur angulus b d n æqualis angulo n d h: est ergo angulus h d n medietas anguli b d h: sed angulus n d q est medietas anguli a g b ex præmissis: ergo & est medietas anguli h d l, qui est æqualis angulo a g b: igitur angulus b d q est medietas anguli b d l: est ergo angulus b d q æqualis angulo q d l: ergo per 3 p 6 in trigono b d l erit ꝓportio b q ad q l, sicut b d ad d l. Ducatur quoq; à puncto b per 31 p 1 linea æquidistãs lineę d l, quæ sit b i: & concurrat linea d q cum linea b i in puncto i: concurret autem per 2 th. 1 huius: & diuidatur linea d i per æqualia in puncto z per 10 p 1: & ducatur linea b z. Palàm itaq; per 15 & 29 & 32 p 1 quoniam trigona b q i & q d l sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ b q ad q l, sicut lineæ b i ad d l: fuit autem ex præmissis proportio b q ad q l, sicut b d ad d l: ergo per 11 p 5 est proportio b i ad d l, sicuti b d ad d l: ergo per 9 p 5 lineæ b i & b d sunt æquales: ergo per 31 th. 1 huius linea b z est perpendicularis super lineam d i: est autẽ, sicut ex præmissis patet, proportio i q ad q d, sicut m f ad f k: ergo per 18 p 5 erit cõiunctim proportio i d ad d q, sicut m k ad f k: & erit per 15 p 5 proportio d z ad q d, sicut o k ad f k: ergo per 17 p 5 erit proportio z q ad q d, sicut o f ad f k. Producatur quoq; linea b z intra speculum, donec concurrat cum linea e g: concurret autem per 14 th. 1 huius: cum angulus d z b sit rectus, ut præostensum est, & angulus z d g sit minor recto, qui est angulus n d g: sit ergo punctum concursus x. Palàm autem ex præmissis, quoniam est proportio lineæ b g ad g d, sicut lineæ s p ad p k. Cum ergo angulus c k s dicatur non esse maior recto: fiat super punctum k lineæ c k angulus maior recto: hoc autem est possibile fieri: quia cum sicut patet ex præmissis, angulus q d n sit æqualis medietati anguli a g b, & eidem æqualis constitutus sit angulus k c o, necesse est quòd angulus q d n sit æqualis angulo k c o: erit ergo, ut patet ex præmissis, angulus q d g æqualis angulo c k o, quod patet ut prius. Cum enim trigonum c k o sit orthogonium, palàm quod duo anguli k c o & c k o ualent unum rectum per 32 p 1: sunt ergo æquales angulo n d g. Et quia angulus k c o est æqualis angulo n d q: relinquitur angulus c k o æqualis angulo q d g. Fiat ergo super punctum k lineæ f k angulus æqualis angulo b d q: & ponatur quòd linea tenens hunc angulum, concurrat cum linea c o in puncto s: & ducatur linea s p transiens per punctum f, quæ sit alia à priori linea s f p. Dico quòd istius lineæ s p ad lineam p k partem lineæ c k erit proportio, sicut lineæ b g ad g d. Cum enim angulus b z d sit rectus, æqualis angulo s o k: erit triangulus b z d ex præmissis similis triangulo s o k: est ergo proportio lineæ b z ad b d, sicut lineæ o s ad lineam s k, & lineæ b z ad z d, sicut lineæ s o ad

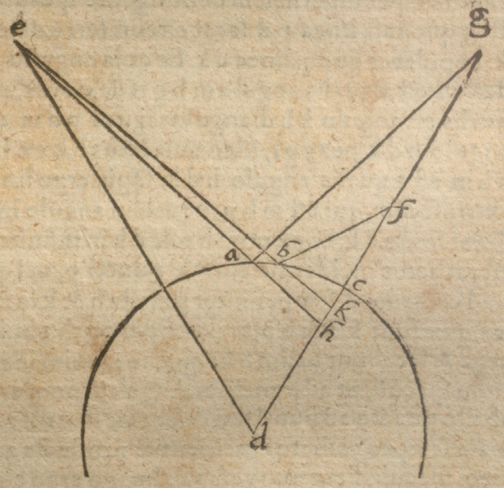


o k: fuit

o k: fuit autem ostensum prius, quia est proportio lineæ z q ad q d, sicut lineæ o f ad f k: ergo per 5 th.1 huius erit econtrario proportio lineæ q d ad z q, sicut f k ad o f: ergo per 18 p 5 est proportio totius lineæ z d ad z q, sicut totius lineæ o k ad o f: ergo per 22 p 5 erit z b ad z q, sicut s o ad o f: ergo per 6 p 6 trigona z q b & o f s sunt æquiangula: angulus ergo z b q est æqualis angulo o s f: remanet ergo angulus q b d æqualis angulo f s k: sed & angulus f k s factus fuit æqualis angulo b d q, & angulus p k t æqualis est angulo q d g: totus ergo angulus s k p æqualis est angulo b d g: ergo per 32 p 1, & ex 4 p 6 erit triangulus b d g similis triangulo s p k: & totus triangulus b d x similis totali triangulo c k s: est igitur proportio lineæ s p ad p k, sicut b g ad g d. Constituto ergo super centrum g angulo, æquali angulo isti s p k, & ducta semidiametro circuli, quæ sit g u, patet secundum præmissum modum, quoniam punctum u erit punctum reflexionis. Et quia, ut patet per 16 p 1, & ex præmissis, prior angulus s p k est maior præsenti angulo s p k, quoniam est extrinsecus: palàm quòd à duobus punctis speculi, quæ sunt d & u, fiet reflexio: quod est contra 16 huius. Non ergo potest angulus s p k unquam esse non maior recto, si secundum ipsum debeat fieri puncti reflexionis inuentio: quia secundum talem dispositionem collocatis puncto rei uisæ & centro uisus, non est possibile fieri reflexionem. Item impossibile est quòd duo anguli constituti super lineam m o sint uterq; maior recto. Si enim uterq; talium maior fuerit recto, cum super g centrum circuli propositi fiat angulus æqualis angulo s k m, fiet super idem centrum angulus alius diuersus ab isto: quem efficiet super k m alia linea similis priori lineæ s k: & ita à puncto d & ab alio puncto illius circuli fiet reflexio formæ eiusdem puncti ad uisum eundem: quod est contra 16 huius. Oportet ergo ut tantùm unus illorum angulorum sit maior recto, non ambo maiores uel ambo minores recto. Patet ergo propositum.

23. Super unam cathetum incidentiæ superficiei speculi sphærici conuexi, uel super diuersas ad uisum, ad quem fit reflexio, consimiliter se habentes, datis duobus punctis, quorum formæ à superficie speculi sint reflexibiles ad uisum: erit locus imaginis puncti centro speculi propinquioris remotior à centro speculi, & remotioris propinquior.

Sit circulus (qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici cōuexi,) a b c: cuius centrum d: sitq; centrum uisus e: & cathetus incidentiæ sit d f g: in qua sint duo puncta f & g, quorum formæ sint reflexibiles ad uisum: & sit punctum f propinquius centro speculi, & punctum g remotius: secetq; eadem cathetus circulum a b c in puncto c. Dico quòd locus imaginis formæ puncti f remotior est à centro speculi, quod est d, quàm locus imaginis formæ puncti g. Quoniam enim, ut patet per hypothesim, quælibet formarum istorum punctorum ab aliquo puncto speculi reflectitur ad uisum: patet cum illa puncta sint in eadem catheto incidentiæ consistentia, quòd centrum uisus e est cum ambobus illis punctis in eadem superficie reflexionis per 6 huius: fiet ergo reflexio cuiuslibet illorum punctorum ad uisum e ab aliquo puncto circuli a b c. Sit ergo, ut forma puncti g reflectatur à puncto a, & forma puncti f à puncto b: erit ergo per 17 huius punctus b remotior à centro uisus e quàm punctus a. Ducatur itaq; diameter uisualis, quæ e d: & ducantur lineæ incidentiæ, quæ sint g a & f b: & lineæ reflexionis, quæ sint a e & b e: quæ productæ intra circulum secabunt cathetum d f g p 9 huius. Et quoniam concurrunt cum diametro uisuali, quæ est e d: sit ergo, ut linea e a secet cathetum g d in puncto h, & linea e b in puncto k. Erit ergo punctum h locus imaginis

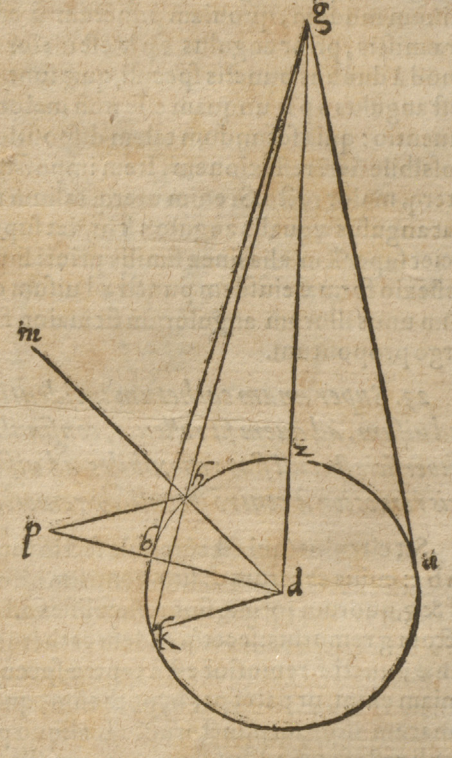


formæ puncti g, & punctum k locus imaginis formæ puncti f per 11 huius. Quoniam uerò punctum h est propinquius centro d quàm punctum k per 29 th.1 huius: quia enim linea h e secat angulum d e k, palàm quia ipsa secabit basim illi subtensam, quæ est d k: est ergo punctum h propinquius centro speculi, quod est d, quàm punctum k. Et quoniam, ut patet secundum hunc modum, omnes lineæ ductæ à centro uisus, quod est e, per quæcunq; puncta arcus a c, intermedia punctorum a & c ad cathetum d g, cadunt in puncta semidiametri d c à centro remotiora quàm punctum h, patet propositum. Et ex hoc etiam patet quòd quantò puncta lineæ c g sunt propinquiora centro d, tantò loca suarum imaginum sunt magis elongata à centro speculi, quod est d. Et quoniam omnes catheti incidentiæ concurrunt in centro speculi: palàm quòd de punctis diuersarum cathetorum ad uisum, ad quem fit reflexio, consimiliter se habentium, eadem est demonstratio, quæ de punctis eiusdem catheti: quoniã unicuiq; punctorũ in una simili catheto signatorũ, pũctus similis, qui sit eiusdem distantię à centro speculi, in catheto alia respondet: & illorũ quorumcunq; punctorum (quia consimiliter respiciunt uisum) loca imaginum respectu centri speculi consimiliter ordinantur. Patet ergo propositum.

24 Si ab

24. Si ab aliquo puncto ſpeculi ſphærici conuexi linea reflexionis producta circulum (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi) taliter ſecuerit, quòd lineæ productæ pars, quæ eſt intra circulum, ſit æqualis ſemidiametro circuli: locus uiſæ imaginis ſemper erit intra conuexum ſpeculi. Alhazen 20 n 5.

Eſto centrũ uiſus g: & centrũ ſpeculi ſphærici conuexi ſit punctũ d: ſitq́; cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus a b k à centro quoq; uiſus puncto g ducantur per 17 p 3 duæ lineę contingentes circulũ a b k, quę ſint g a & g b: eritq́; p 2 huius circuli a b k portio a b apparẽs uiſui: & centrũ eius ſit punctũ d. Quoniã aũt uiſus & ſpecula mũtant locum: ſit talis facta diſpoſitio uiſus ad ſpeculum, ut à puncto g centro uiſus ductæ lineæ ſecantis circulum a b k, pars intra circulum, quæ eſt chorda arcus circuli, qui h k, ſit æqualis ſemidiametro illius circuli: & ſit illa linea g h k, cuius pars h k intra circulum ſit ęqualis ſemidiametro d k. Hoc aũt poſsibile eſt fieri, ſi p 1 p 4 inſcribatur circulo a b k linea h k æqualis ſemidiametro illius circuli: & in illa linea k h producta extra circulum ponatur centrũ uiſus. Dico quòd locus imaginis reflexę à puncto h ſemper eſt intra conuexam ſuperficiem ſpeculi. Producatur enim à puncto h ſup lineã cõtingentẽ circulũ in pũcto h ppendicularis, quę ſit h m: hæc ergo producta in circulũ tranſit per centrum d per 19 p 3. Dico quòd cum forma alicuius rei uiſæ reflectatur à puncto h, locus imaginis ſuę erit ſemper intra cõuexũ ſpeculi. Ducatur enim à puncto h linea conſtituens ſuper punctum h terminum lineæ h m angulum æqualem angulo g h m per 23 p 1, qui ſit p h m, producta linea h p: reflectētur ergo per 20 th. 5 puncta huius lineę h p ad uiſum g à puncto ſpeculi h: nec alterius lineæ puncta à puncto h ad uiſum poterunt reflecti. Sumatur ergo aliquod eius punctum, quod ſit p: & ducatur linea ab ipſo ad centrum ſpeculi, quæ ſit p d: erit quoq; per 1 huius, & per 72 th. 1 huius linea p d perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculum in puncto, quo ipſa linea p d ſecat circumferentiam circuli a b k: copuletur quoq; linea d k. Et quia angulus p h m incidentiæ eſt æqualis angulo m h g reflexionis, ut patet ex præmiſsis, angulus uerò g h m per 15 p 1 æqualis eſt angulo k h d: angulus igitur p h m eſt æqualis angulo k h d: ſed angulus k h d æqualis eſt angulo h d k per 5 p 1, ideò quia latus h k ex hypotheſi æquale eſt ſemidiametro d k: angulus ergo p h m eſt æqualis angulo h d k. Quia ergo linea m d cadens ſuper lineas h p & d k facit angulum extrinſecum, qui eſt m h p, æqualem angulo intrinſeco, qui eſt m d k: linea ergo h p per 28 p 1 æquidiſtat lineæ d k: lineæ ergo h p & d k in infinitum protractæ nunquam concurrent. Et linea p d, quæ eſt cathetus incidentiæ formæ puncti p, uel quæcunq; alia linea ducta à quocunq; puncto lineæ h p ad centrum d, ſemper inter puncta h & k interſecabit lineam h k interiacentem lineas æquidiſtantes, quæ ſunt k d & h p, ut patet per 29 th. 1 huius: diuidunt enim omnes illæ catheti angulum h d k: ergo & ſecabunt baſim h k: quælibet enim illarum cathetorum incidentiæ ſemper ducitur ad centrum ſpeculi, ut ad punctum d. Quodcunq; ergo punctum ſumatur in linea p h: ſemper linea ducta ab illo puncto ad punctum d ſecabit lineam reflexionis, quæ eſt g h k intra cõuexum ſpeculi: quoniam ſemper cathetus incidentiæ producta ad centrum ſpeculi perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſicut nunc eſt p d. Imago ergo cuiuſcũq; puncti lineæ p h per 11 huius apparebit intra conuexum ſpeculi. Et hoc proponebatur.

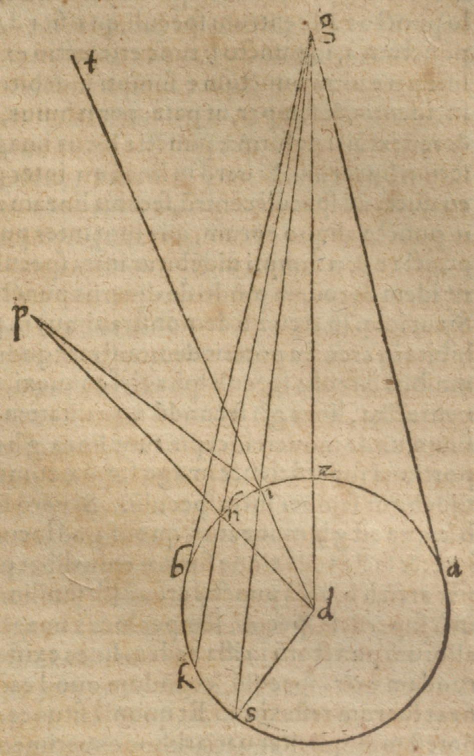


25. À quocunq; puncto arcus circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi) interiacentis puncta, in quibus cathetus reflexionis & linea reflexionis, (cuius pars intra circulum eſt æqualis ſemidiametro circuli) ſecant circulũ, fiat reflexio: locus uiſæ imaginis ſemper erit intra ſpeculum. Alhazen 21 n 5.

Sit diſpoſitio, quæ in præmiſſa, ita ut linea reflexionis, quæ g h k ſecet circulũ a b k, taliter ut eius pars intra circulum, quę eſt h k, ſit æqualis ſemidiametro circuli: ducaturq́; cathetus reflexionis à uiſu ad centrũ ſpeculi: quæ ſit g d, ſecans circulum a b k in puncto z. Dico quòd à quocunq; puncto arcus h z fiat reflexio, ſemper erit locus imaginis intra ſpeculum. Sit enim ita, ut à puncto illius arcus h z (quod ſit i) fiat reflexio: ducaturq́; à puncto g centro uiſus ad punctũ i linea ſecans circulũ ſuper punctũ i, quę ſit g i s: & & ducatur ſuper ſuperficiem ſpeculi linea perpendicularis à puncto i: quod fiet per 72 th. 1 huius, ſi à centro ſpeculi puncto d producatur linea, quæ ſit d i t: ſuper cuius

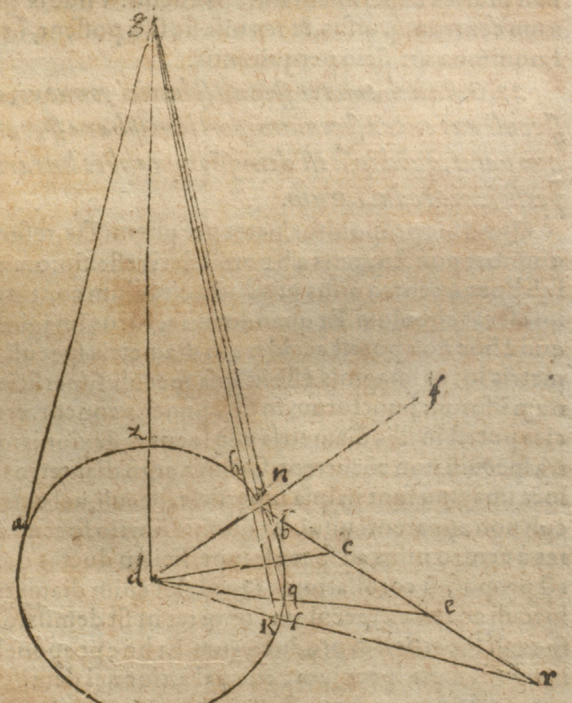
punctum

punctum i fiat angulus æqualis angulo t i g per 23 p 1, qui sit p i t. Palàm ergo quòd solùm puncta lineæ p i reflectuntur à puncto i ad uisum g per 20 th. 5 huius. Palàm etiam per 15 p 3 quòd linea i s maior est quàm linea h k: ergo linea i s est maior semidiametro s d. In trigono ergo s i d angulus s d i est maior angulo s i d per 18 p 1: ergo per 15 p 1 angulus s d i est maior angulo t i g: est ergo angulus s d i maior angulo t i p, q ex præmissis est æqualis angulo t i g: ergo p 14 th. 1 huius lineæ p i & d s non sunt æquidistantes: in infinitum tamen protractæ ex parte suorum punctorum p & s nunquam concurrent, sed ex suis partibus i & d protractæ concurrent. A' quocunq; ergo puncto lineæ p i ad centrum d ducatur cathetus incidentiæ, illa secabit lineam g i s, quæ est linea reflexionis, intra conuexum speculi: & omnis linea ducta à quocunq; puncto lineæ p i ad punctum d, erit perpendicularis super speculi superficiem per 72 th. 1 huius: ergo ipsa est cathetus incidentiæ, sicut nunc est linea p d. Et cum locus imaginis sit in concursu catheti incidentiæ, & lineæ reflexionis per 11 huius: palàm quia locus imaginis cuiuscunq; puncti lineę p i semper erit intra conuexum speculi. Et quoniam dato quocunq; puncto arcus h z, semper eadem est demonstratio: manifestum ergo quòd omnium imaginũ arcus h z proprius locus erit intra speculũ. Quod est propositum.



26. A' quocũq; pũcto arcus circuli (qui est cõmunis sectio superficiei reflexiõis & speculi sphærici cõuexi) interiacentis punctũ, in quo linea reflexionis, cuius pars intra circulũ est æqualis semidiametro circuli, secat circulum, & punctum proximũ, in quo linea ducta à centro uisus contingit circulũ, fiat reflexio: locus uisæ imaginis quandoq; erit intra speculum: quandoq; in superficie conuexa speculi: & quandoq; extra speculum. Alhazen 22 n 5.

Remaneat totalis dispositio figuræ, quæ in præcedente & in 24 huius, in hoc scilicet ut linea reflexionis, quæ g h k, secet circulum a b k, cuius centrum est punctum d, taliter, ut eius pars intra circulum, quę est h k, sit æqualis semidiametro d z: & lineæ g a & g b sint contingentes circulum a b k in punctis a & b: & sit pũctus b propinquior puncto h. Dico quòd à quocunq; puncto arcus h b fiat reflexio: erit locus uisæ imaginis quandoq; intra speculum: quandoq; in superficie speculi: quandoq; extra speculum. Sumatur enim aliquod punctũ arcus h b, à quo fiat reflexio ad uisum g: & illud punctum reflexionis sit n: & ducatur linea reflexionis secás circulum, quæ ducta trans circulum, sit g n q: & ducatur à centro d semidiameter d q: & ad punctum reflexionis ducatur perpendicularis d n f: & producatur, ut in præmissis, linea n e continens cum catheto d n f angulum æqualem angulo f n g: qui sit angulus f n e. Et quoniam linea n q per 15 p 3 minor est q̃ linea h k: palàm quia linea n q est minor semidiametro q d. Quoniam enim linea h k est æqualis ipsi q d ex hypothesi: erit ergo linea q n minor q̃ linea q d: angulus ergo q d n trigoni q d n est minor angulo d n q p 18 p 1: ergo p 15 p eiusdé angulus q d n minor est angulo g n f: ergo & suo æquali, qui est e n f. Igitur lineę d q & n e concurrent ad partem minorum angulorum per 14 th. 1 huius: sit ergo concursus earum in puncto



e. Palàm autem, ut in præmissis, quia linea e q d est perpendicularis super superficiẽ speculi per 72 th. 1 huius: est ergo linea e d cathetus incidentiæ formę puncti e: & secat lineam g n q, quæ est linea reflexionis in puncto q, qui est punctus superficiei speculi. Imago ergo puncti e, quando fuerit reflexio facta à puncto arcus h b (quod est n) uidebitur in puncto q, quod est in superficie conuexa speculi. Et quoniam linea reflexionis, quæ est g q, peripheriam arcus b k in unico tantùm puncto

cto intersecat, ut patet per 7 huius: palàm quia non accidit uideri imaginem formæ alicuius punctorum lineæ n e in ipsa superficie speculi, nisi solùm in illo uno puncto, in quo ad ipsum ducta cathetus secat lineam reflexionis in ipsa superficie speculi, ut est in proposito cathetus puncti e. Si uerò in linea e n sumatur punctum ultra e, quod sit punctum r: sitq; cathetus incidentiæ ducta ab illo puncto r ad centrum speculi, quæ sit r d, secans lineam reflexionis, quæ est g n q productam ultra punctum q, in puncto l: tunc erit sectio extra superficiem speculi. Quare imago puncti cuiuslibet lineæ n e ultra punctum e sumpti uidebitur extra superficiem speculi secundum distantiam puncti incidentis, & semper, ut patet per 11 huius, erit locus imaginis in puncto sectionis linearum catheti & reflexiõis: ut formæ puncti r locus imaginis est nunc in puncto l, qui est cõmunis sectio præmissarum linearum. Si uerò in linea e n inter puncta n & e sumatur aliquod punctum, ut c, cathetus ab eo ducta ad speculi centrũ, secabit lineam reflexionis, quę g n q, intra speculum: secabit enim ipsam in puncto aliquo eorum, quę sunt inter puncta n & q. Imago ergo cuiuslibet puncti lineæ e n inter puncta e & n sumpti uidebitur intra speculum. Et similiter in quolibet alio puncto arcus b h poterit idem & eodem modo de diuersis punctis linearũ incidentię demonstrari, & hoc est propositum. Sicut itaq; in arcu z b demonstrauimus in præmissis tribus theorematibus: sic etiã figuratione adhibita in arcu z a poterit demonstrari: quoniã est omnimoda similitudo hinc inde: & idem est de omnibus circulis speculi sphærici conuexi, circulo a b k similibus. Si enim perpendiculari g z d manente fixa, linea g h secundũ æqualitatem anguli d g h imaginetur moueri quousq; redeat ad locũ suum, unde moueri incepit: tunc linea g h mota secabit ex tota speculi cõuexa superficie motu suo portionẽ superficiei: & imago formæ cuiuslibet puncti reflexi ab aliquo punctorũ huius portionis uidebitur semper intra speculũ. Si uerò fixa manente diametro g z d, linea cõtingens circulum a b k, quę est g b, moueatur, quousq; ad locum, unde exiuit, redeat, secabit ex sphæra portionem maiorẽ: & facta reflexione formæ cuiuslibet puncti à quibuscũq; punctis superficiei speculi descriptæ per arcũ h b, uel à punctis arcuũ illi similium: tunc catheto incidentiæ secante lineam reflexionis in ipsa superficie speculi, semper locus imaginis formæ puncti illius erit in ipsa superficie speculi: sed aliorum punctorũ in illa eadem linea existentiũ quorundam locus imaginis est intra speculũ, quorundam extra speculũ, secundum quod catheti ab illis punctis ad centrũ speculi productæ secant lineas suarum reflexionũ. Et quoniã situs centri uisus, uel superficiei speculi, uel etiam ipsius rei uisæ potest multipliciter uariari: hoc experimentanti relinquimus, ut speculorũ sphæricorum conuexorum, quorũ usus ut plurimũ apud homines nostrę habitabilis est cõmunis (quoniã uitra, quę speculantur, modo sphærico diffundente se, artificũ spiritu exufflantur) quamcũq; portionẽ quis taliter collocet, ut quandoq; imago puncti uisi appareat intra speculũ, hoc est ultra superficiẽ ipsius, quandoq; in ipsa superficie speculi: & quandoq; extra superficiem speculi, ita quòd superficies speculi non sit media inter imaginem, quæ uidetur, & oculum uidentis, sed ad latus extrà uideatur: & hoc iam pluries experimentantibus euenit. Vnde & per ista patet, quòd speculum sphæricum conuexum centrumq; uisus, & res uisa sic sisti possent, ut imago extra speculum in aere appareat: quod relinquimus artificio perquirentis.

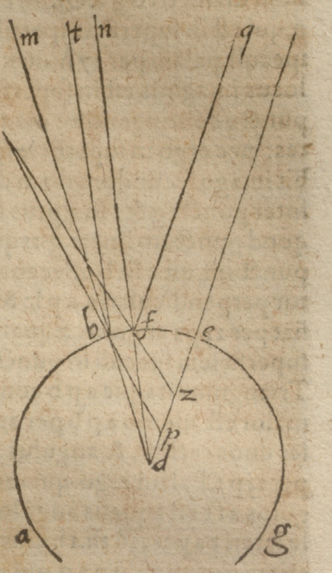
27. Omnis diameter speculi sphærici conuexi, in quam locus imaginis cadit, in ipsa superficie speculi aut extra speculum: portioni sphæræ speculi nõ apparenti uisui necessariò applicatur. Ex quo patet, quòd ipsa est demisior qualibet linearum contingentium à centro uisus ad speculi superficiem productarum.

Quod hic proponitur, patet per præmissas, resumpta figuratione præcedẽtis. Et quia, ut patet, à quolibet puncto arcus a b potest fieri reflexio: omnis quoq; linea reflexionis, quoniã à centro uisus sub linea à centro uisus producta circulum contingente, ducitur, patet per 57 th. 1 huius quoniam ipsa secat circulum. Et quandocunq; locus imaginis fuerit in ipsa speculi superficie uel extra, patet quòd hoc non potest accidere in diametris speculi applicatis arcui a b: non enim potest in illis diametris locus imaginis esse in ipsa speculi superficie: quoniam catheti incidentię & lineæ reflexionum illorum punctorum in illis punctis concurrere non possunt. Sed neq; extra speculorũ superficies potest in illis diametris esse locus reflexionis: quoniam lineæ reflexionum ad partem illam extra speculũ non cõcurrent. Omnes ergo diametros speculi cuiuscunq; sphærici conuexi, in quibus loca imaginũ sunt in ipsa superficie speculi, uel extra speculum, necessariò applicantur portioni speculi non apparenti uisui. Et quoniã portio speculi apparens & non apparens per lineas contingentes à centro uisus ad speculi superficiem ductas determinatur, ut patet per 2 huius: ideo manifestũ est propositũ corollarium. Quælibet enim diametrorũ, in qua est locus imaginis in ipsa superficie speculi aut extra speculum, oportet ut sit demisior qualibet linearũ cõtingentiũ à centro uisus ad speculi superficiem productarum. Et hoc proponebatur. Potest aũt diameter, in qua apparet locus imaginis intra speculum, esse uel altior uel demisior illa contingente, ut patet ex his, quæ sunt in præmisis demonstrata. Restat autem, ut nos deinceps loca imaginum certius determinemus.

28. Ad diametrum speculi sphærici conuexi ducta linea reflexionis secante speculum, ita ut pars ductæ lineæ interiacẽs superficiem speculi & diametrũ, sit æqualis parti diametri interiacenti punctum sectionis & centrum speculi: in illa parte diametri non est locus alicuius imaginis, sed est imaginum meta, sicut & in illo puncto sectionis. Alhazen 23 n 5.

Esto circulus communis sectionis superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici cõuexi, qui

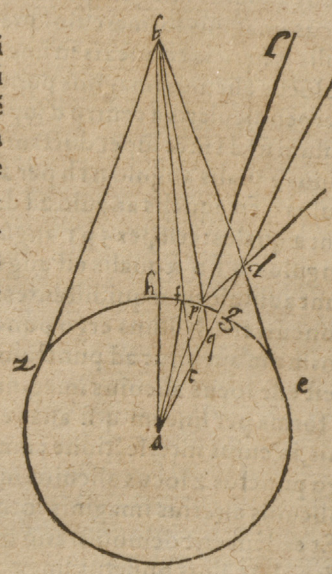
qui a b f e g: & sit punctum h centrum uisus, punctum quoq; d centrum speculi: & sit d e semidiameter speculi, quę necessariò est perpendicularis super superficiem speculi per 72 th. 1 huius: & sit linea z h linea reflexionis, secans superficiem conuexam speculi super punctum f: & concurrens cum e d semidiametro speculi super punctum z. Sit quoq; linea z f ęqualis lineę z d: quod potest fieri per 136 th. 1 huius. Dico quòd in linea z d non est locus alicuius imaginis. Neque enim pũctus z potest esse locus alicuius imaginis, nisi solũ alicuius punctorum lineę e d protractę: quia ut patet per 11 huius, locus imaginis formæ cuiusque puncti semper est super cathetum suę incidentiæ: & hęc est in speculis sphęricis conuexis in linea ab illo puncto ad centrum sphæræ ducta. Quòd uerò punctus z nõ sit locus alicuius imaginis punctorum lineę e d, patet. Ducatur enim perpendicularis à centro d super punctum f, quę producta extra circulum sit d f n: & super ductam perpendicularem fiat in puncto f angulus ęqualis angulo n f h per 23 p 1, qui sit q f n: est ergo per 15 p 1 angulus q f n ęqualis angulo z f d: sed cum z d & z f lineę ex hypothesi sint æquales: erit per 5 p 1 angulus z d f æqualis angulo z f d: ergo & angulus q f n æqualis est angulo z d f: ergo per 28 p 1 lineę z d & q f sunt adinuicem æquidistantes: in infinitum ergo protractę nunquã concurrent. Nullius ergo puncti lineæ e d quantumcunq; protractę forma mouebitur ad punctum f per lineam incidentię q f: sed nõ potest esse locus alicuius imaginis in pũcto z, nisi moueatur ad punctũ f forma per lineam q f: aliàs enim linea f h non fieret linea reflexionis, in cuius intersectione cum diametro d e est pũctus z. Non est ergo punctus z locus alicuius imaginis punctorum lineę e d: ergo nec alicuius alterius imaginis formę cuiuscunq; puncti extra lineam d e. Et eadem erit demonstratio quantacunq; sumpta diametro e d. Sed & nullus alius punctus lineæ z d præter z, potest esse locus alicuius imaginis. Dato enim quòd punctus p possit esse locus alicuius imaginis: ducatur linea h p secans conuexam superficiem speculi in puncto b: & ducatur perpendicularis d b m: & ut suprà, angulo m b h fiat æqualis angulus super punctũ b, qui t b m. Palàm ergo, ut prius, quòd angulus t b m est æqualis angulo p b d: sed angulus d p b per 16 p 1 est maior angulo p z h, cum sit ei extrinsecus in trigono p z h: igitur duo alij anguli trigoni p d b sunt minores duobus alijs angulis trigoni d z f: sed angulus p d b est maior angulo z d f, eò quòd totum maius est sua parte: & etiam patet hoc per 29 th. 1 huius. Sequitur ergo ut angulus d b p sit minor angulo d f z: angulus uerò d f z est æqualis angulo z d f, ut prius patuit: angulus ergo d b p minor est angulo z d f: multò ergo minor est angulus d b p angulo p d b: angulus itaq; t b m minor est angulo p d b: lineę igitur t b & e d per 14 th. 1 huius nunquã concurrent ad partem, à qua posset fieri reflexio. Nulla ergo forma incidens puncto b reflectetur ad uisum h, ita ut locus imaginis fiat in puncto p. Similiter neque imago alicuius alterius puncti se offeret uisui super aliquem punctum lineę z d. Tota ergo linea z d erit semper uacua imaginibus: nec unquã erit locus imaginum in ipsa. Et similiter potest de qualibet alia diametro propositi speculi demonstrari hypothesi seruata. Patet etiam ex præmissis quoniam linea z d est meta imaginum. Quoniam si linea f z fuerit maior quã linea z d, nulla unquã apparebit imago: quoniã angulus z d f per 18 p 1 erit maior angulo d f z: ergo & angulo n f h per 15 p 1: ergo & angulo q f n per 8 huius. Lineę ergo e d & q f per 14 th. 1 huius non concurrent ad partem punctorum e & q, sed ad partẽ punctorum d & f: non ergo aliqua poterit apparere imago in puncto z: ergo nec in aliquo punctorum lineę z d. Quòd si linea f z sit minor quã linea z d: tunc secundũ pręmissum modũ erit angulus z d f minor angulo q f n: ergo per 14 th. 1 huius lineę e d & q f concurrent ad partẽ punctorũ e & q: & ab illo pũcto potest alicuius punctorum lineę e d fieri reflexio ad uisum: & locus imaginis erit per 11 huius in puncto z: & erit linea z d locus imaginis secundum omnẽ suum punctũ, quousq; linea incidentię respectu diametri recipiat propositam diuisionem. Patet ergo quòd cum linea z d est ęqualis lineæ z f, quòd linea z d est meta imaginum ultra quã nulla, & citra quã omnis uidetur imago. Et similiter punctus z est meta imaginum: quoniam, ut patet ex pręmissis, omnis linea incidentię à quocunq; puncto speculi ad uisum h inter puncta z & d ducta, est maior quã linea, quę per illã resecatur ex linea z d: quoniam ista est maior quã linea z f, per 15 p 3: est ergo etiam maior quã linea z d ex hypothesi, ut patet de linea b p, quæ est maior quã linea p d, uel linea z d: omnisq; linea inter pũcta z & e ad uisum h ducta interiacens peripheriam circuli & diametrum, est minor quã linea f z: ergo & minor quã linea z d: ergo est etiam minor quã linea, quã ipsa resecat ex semidiametro d e. Sunt ergo, ut patet p præmissa, in linea z e loca imaginum, præter quã in puncto z: in linea uerò z d non sunt aliqua loca imaginum. Et sic patet quòd punctus z est meta imaginum: nec est differentia an punctus z cadat intra circulum: an extra: an in ipsa superficie speculi: quia semper ubicunque acciderit lineam z d ęqualem fieri parti lineę reflexionis interiacenti punctum reflexionis & punctum z: erit semper in puncto z meta imaginum: & similiter est de tota linea z d. Patet ergo propositum.



29. *Aßignata meta imaginum in quacunque diametro inter lineas contingentes à uisu ad speculum sphæricum conuexum ductas, præter uisualem diametrum: in punctis tantùm datæ*

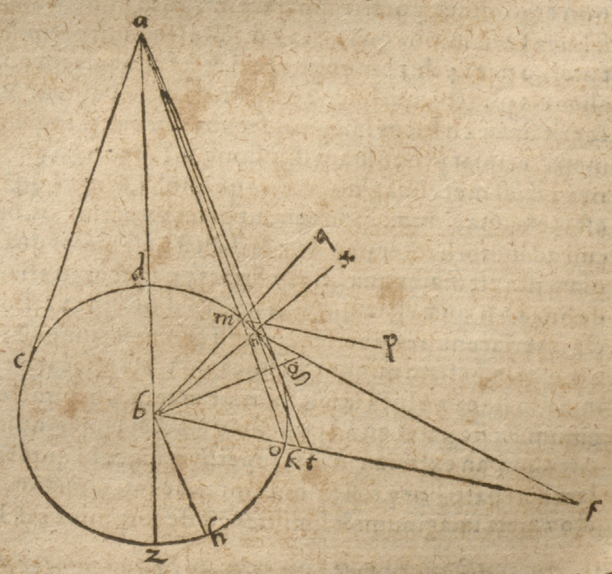
diametri, inter superficiem sphæræ & punctum, qui est imaginum meta, existentibus sunt loca imaginum illius diametri. Alhazen 24 n 5.

Sit b centrum uisus: & sint b z & b e lineæ speculum sphæricum conuexum contingentes in punctis z & e: & sit a centrũ speculi: & b h a diameter uisualis: & sit a g d diameter alia, in qua meta imaginum assignata sit in puncto t per præcedentem, & per 136 th. 1 huius: secetq; linea a d superficiem speculi in puncto g. Dico quòd solùm in punctis lineæ t g, quæ sunt inter puncta g & t, sunt loca imaginum diametri d g a. Quòd enim imagines illæ non cadant in punctũ g, qui est in superficie speculi: uel quòd non cadant extra superficiẽ speculi, palàm per 27 huius: oportet enim semper diametrum, in qua locus imaginis est in superficie speculi aut extra, demissiorem esse puncto contingentiæ: diameter uerò a d est inter lineas contingentes: nec ergo in superficie speculi, nec extra sphæram ipsius apparebit imago secundum illam diametrum. Sed quòd quilibet punctus inter puncta g & t sumptus sit locus imaginis, patet. Detur enim aliquod punctum lineæ g t: quod sit q: & ducatur linea à uisu ad illum punctum, quæ sit b q, secans superficiem speculi in puncto p: & ducatur perpendicularis a p l: & secundum sæpius præmissa angulo l p b fiat per 23 p 1 angulus æqualis, qui sit d p l: & ducatur linea b t secans superficiem speculi in puncto f. Ducatur quoq; perpendicularis a f. Triangulus itaque a p b continet triangulum a f b. angulus ergo a f b maior est angulo a p b per 21 p 1: sed angulus a f t cum angulo a f b ualet duos rectos, & angulus a p q cum angulo a p b ualet duos rectos per 13 p 1. Palàm ergo quia angulus a f t minor est angulo a p q: sed angulus a f t est ęqualis angulo f a t per 5 p 1, quoniam latus f t est ęquale lateri t a per 136 th. 1 huius, & ex hypothesi: angulus ergo a p q maior est angulo f a t: quare etiam erit maior angulo p a q, qui est pars anguli f a t. Et quia anguli a p q & l p b sunt ęquales p 15 p 1: sunt enim contra se positi: erit angulus l p b maior angulo p a q: est ergo per 8 huius angulus d p l maior angulo p a q. Patet igitur quòd lineę p d & a q concurrent per 14 th. 1 huius: sit ergo d punctus concursus ipsarum. Forma igitur puncti d reflectetur ad uisum in punctum b à puncto superficiei speculi, quod est p, per lineam p b: & locus imaginis suę est punctum q per 11 huius. Eadem quoq; est demonstratio sumpto quocunq; puncto inter g & t. In diametro uerò b h a (quę est diameter uisualis) non est aliquis locus imaginis, nisi ut proponit 10 huius. Patet ergo propositum.



30. Linea reflexionis, circulum (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi) taliter secante, quòd pars lineæ productæ intra circulum sit æqualis semidiametro speculi: pars diametri in termino huius lineæ secantis speculum, interiacens punctum sectionis speculi, & punctum sectionis sui cum linea contingente à uisu ducta ad speculum, est locus imaginum punctorum illius diametri: & nullus punctus alius diametri eiusdem: eritq́, locus imaginis semper extra speculum. Alhazen 25 n 5.

Sint a c & a g lineę contingentes circulum, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi, cuius centrum sit punctum b: sit quoq; in puncto a cẽtrum uisus: sitq; linea a d b z diameter uisualis, secās superficiem speculi in punctis d & z: protrahaturq; à centro speculi b ad punctum contingẽtię g linea b g. Palàm ergo per 59 th. 1 huius quòd arcus d g est minor quarta circuli: arcus ergo g z est maior quarta circuli: ergo per 33 p 6 patet quòd angulus z b g est maior recto. Hoc etiā patet sic. Cū enim in triāgulo b a g angulus a g b sit rectus per 18 p 3, erit angulus g b a minor recto: palàm ergo per 13 p 1 quòd angulus z b g est maior recto. Abscindatur ergo ab ipso angulus h b g rectus per 23 p 1: erit per 28 p 1 linea h b ęquidistans lineę contingẽti circulum, quæ est a g. Palàm ergo quoniam lineæ b h & a g productæ nunquam concurrent: & quælibet diameter cadens in arcum h g inter puncta h & g, cõcurret cum linea a g producta per 2 uel 14 th. 1 huius, quoniam angulum acutum continebit cum linea b h. Ducatur ergo à puncto a linea secans speculum, quæ sit a m o, ita quòd chorda m o sit æqualis semidiametro speculi, quæ sit b o: hoc autem

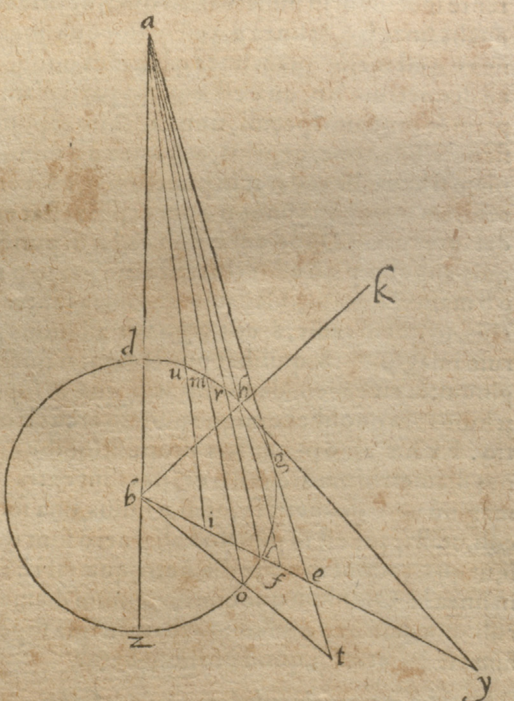


possibile

poſsibile eſt fieri per 136 th. 1 huius: eritq; linea b o, & punctum o meta imaginum per 28 huius: concurratq; diameter b o cum linea a g in puncto t. Dico quòd in quolibet puncto lineæ t o eſt locus imaginis: & quòd in nullo alio puncto diametri t b eſt locus alicuius imaginis: & ſunt puncta o & t metæ locorũ imaginũ, punctum o in ſuperficie ſpeculi, & punctũ t extra ſpeculum: ſolũ enim in his duobus punctis concurret diameter b o cũ lineis reflexionis, quæ ſunt a m & a g. Sumatur enim aliquod punctũ lineę t o, quod ſit k: & ducatur linea a n k, ſecans cõuexam ſuperficiẽ ſpeculi in puncto n: & ducatur ꝑpẽdicularis b n x: & angulo a n x fiat ęqualis angulus ſuꝑ punctũ n, ut in alijs ꝑmiſsis: & producatur linea n f taliter, ut angulus x n f ſit æqualis angulo a n x per 23 p 1: protrahaturq; perpendicularis b t ad lineam n f in punctum f punctum enim concurſus, quicunq; fuerit, uocabimus f: palàm uerò per 14 th. 1 huius quoniá concurrent. Linea itaq; n f nõ cadet inter puncta circuli, quæ ſunt h & g: non enim ſecat ſpeculum: neq; ſecat lineam ipſum ſpeculum contingentem in puncto g, quę eſt a g t, niſi in uno puncto, quod eſt extra ſuperficiem ſpeculi ſupra punctum g. Si aũt daretur quòd linea n f caderet inter puncta h & g: oporteret ut uel ſecaret ſuperficiem ſpeculi uel lineam a g in duobus punctis: in uno infra punctum g, & in alio ſupra punctum g, ubi fit reflexio ad uiſum exiſtentem in puncto a: & ſic duæ lineę rectę ſuperficiem includerent: quod eſt impoſsibile. Forma ergo puncti f mouebitur per lineam f n ad punctum n, & reflectetur ad a per lineam a n: apparebitq; imago eius in puncto k, in concurſu catheti incidentiæ, quæ eſt f b, cum linea reflexionis, quę eſt a k extra ſpeculi ſuperficiem. Et eodem modo de omnibus punctis lineę o t eſt demonſtrãdum: & imagines omnium uidentur extra ſpeculum. Et quoniam à puncto m nulla poteſt fieri reflexio formæ alicuius punctorũ lineæ b f: quoniam omnes lineę reflexionum à puncto m ad punctum a factarum ęquidiſtãt diametro b f: quod patet, ſi ducatur ꝑpendicularis b m, quę producatur uſque ad punctũ q: & fiat angulus p m q æqualis angulo q m a. Tunc enim, quia anguli b m o & m b o ſunt ęquales ex hypotheſi, & per 5 p 1: erunt, ſicut oſtẽdimus in 28 huius, anguli p m q & m b o ęquales: ergo per 28 p 1 lineę m p & b f ęquidiſtant: non ergo concurrunt: nec unquam fiet reflexio formæ alicuius puncti diametri b f à puncto ſpeculi m: punctum ergo o non erit locus alicuius imaginis punctorũ diametri b f. Omnia ergo illa loca ſunt extra ſpeculũ in linea t o: ita quòd puncta t & o ſunt loca imaginũ. Patet ergo propoſitum: ita tamen ut punctum t accipiatur ut ſimpliciter uiſum, & ut reflexum, prout diximus in 2 huius: quoniam ipſum cadit in linea contingente.

31. Catheto incidentiæ ſecante quemcunq; punctum arcus circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi) interiacentis punctum contingentiæ lineæ à centro uiſus ductæ, & punctum, quo linea reflexionis (cuius pars intra circulum eſt æqualis ſemidiametro circuli) ſecat arcum circuli non apparentem uiſui: erũt locorum imaginum plura intra ſpeculi conuexam ſuperficiem: unum tantũ in ipſa ſuperficie, & plurima extra ipſam. Alhazen 26 n 5.

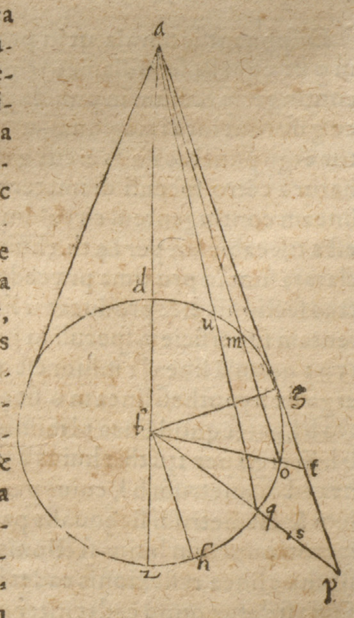
Diſponantur omnia, ut in præhabita demõſtratione: ſecetq; linea a m o circulum taliter, ut linea m o ſit æqualis ſemidiametro ſpeculi: & linea a g t contingat ſpeculum in puncto g. Dico quòd in arcu g o erunt loca imaginum, ut proponitur. Sumatur ergo punctus illius arcus g o, qui ſit l: & protrahatur à cẽtro ſpeculi diameter b l, uſquequò ſecet lineam contingentem circulum in puncto g, quæ eſt a t: ſecabit aũt per 14 th. 1 huius, & ꝑ ea, quæ declarata ſunt in proxima præcedente. Sit ergo punctus ſectionis e: & producatur linea a l ſecãs apparentem ſuperficiem ſpeculi in pũcto r: & palàm ex 15 p 3 quoniã linea l r minor eſt quã linea m o. Cũ ergo ex hypotheſi linea m o ſit ęqualis ſemidiametro b l, patet quòd linea r l minor eſt ſemidiametro b l. Si ergo per 136 th. 1 huius à puncto a ducatur linea ad diametrum b l, cuius pars interiacẽs circulum & diametrum ſit ęqualis parti diametri interiacenti punctum huius ſectionis & centrum circuli b: hæc linea reflexionis cadet inter puncta b & l. Quia ſi detur, quòd cadat inter puncta l & e: erit linea r l maior quã linea l b: omnis enim linea interiacens centrum circuli, & illam partem lineę reflexionis illi parti diametri æqualem, erit maior illa parte diametri, ſicut in commento 28 huius per 15 p 3 oſtẽdimus de linea b p, quę eſt maior quã linea f z, æquali parti diametri z d, ut ibi patet: eſt aũt linea r l minor quàm linea b l: quoniam per 15 p 3 linea r l eſt minor quã linea m o, quę ex hypotheſi eſt æqualis ipſi l b. Non ergo cadit illa linea inter puncta l & e, ſed neque in punctum l, propter eandem



caussam: cadit ergo inter puncta b & l. Sit ergo punctus, in quem cadit illa linea, punctus i: & ducatur linea a i secans portionem apparentē speculi in puncto u: cuius pars u i sit æqualis parti diametri, quæ est b i. Dico ergo quòd in quolibet pūcto inter e & i sumpto est locus imaginis: & sunt puncta e & i metæ imaginum. Sumatur enim aliquod punctum lineę l e, quod sit f: & ducatur linea f a secans apparentem portionem speculi in puncto h: & ducatur à centro speculi perpendicularis, quæ sit b h k: fiatq; per 23 p 1 super punctum h terminum lineæ k h angulus ęqualis angulo a h k, qui sit k h y: palamq; ex præmissis in præcedente, quoniam lineę b e & h y productæ concurrent per 14 th. 1 huius: sit punctus concursus y. Et quoniam linea h y cadit extra speculum: forma ergo puncti y mouebitur per lineam y h ad speculum: reflectetur quoq; à puncto speculi, quod est h, ad uisum existentem in puncto a: apparebitq; imago eius in puncto f, in concursu catheti incidentię, quæ est b f, cum linea reflexionis, quæ est a h, extra speculi superficiem. Et eodem modo est de omnib. punctis lineæ l e demonstrandum. Imagines enim formarum omnium illorum punctorum uidentur extra speculum, excepto solo l, in quo diameter b l secat speculi superficiem: quoniam in illo puncto locus imaginis est in superficie speculi: ideo quòd in superficie eius se intersecat linea reflexionis, quæ est a l, cum catheto incidentiæ, quæ est b y: eritq; punctum, cuius formæ imago uidetur in pūcto l, reflexa à puncto r, consistens in diametro b y producta ultra punctum l, ut patet per 27 huius: sed, ut patet p 30 huius, omnes formę punctorum cadentium in diametro b y, ultra punctum reflexum à puncto r, reflectuntur ab aliquo puncto arcus r u, & loca imaginum omnium illorū punctorum sunt in linea i l: ideo, quia, ut patet ex præmissis, punctum i est meta imaginum, ultra quod punctum nunquā apparet aliqua imaginum uisu existente in puncto a, & speculo sic disposito, ut patet ex hypothesi. Palàm ergo quòd in quolibet puncto lineę e i sumpto inter puncta e & i, est locus imaginis formæ alicuius punctorum diametri b e eductæ ultra punctū e. Quędā ergo imagines in diametro e b sortiuntur loca intra speculū, quędā extra speculum, & una sola in superficie speculi, scilicet in puncto l. Et eodem modo in quolibet puncto arcus o g poterit demonstrari diametris data puncta arcus o g trāseuntibus & superficiem speculi secantibus, prout demonstrationum necessitas requirit.

32. In quemcunq; punctum arcus circuli (qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi) interiacentis punctū, in quo linea reflexionis (cuius pars intra circulū) est æqualis semidiametro circuli, in portione nō apparente secat circulum, & punctum distantē à puncto contingentiæ per quartam eiusdem circuli cathetus, incidentiæ ceciderit: locus imaginis semper erit extra speculum. Alhazen 27 n 5.

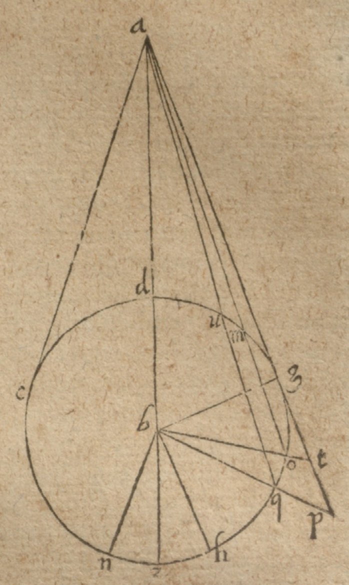
Disponantur omnia, ut in pręcedentib. ita ut linea a m o sic secet circulum speculi, ut linea m o sit æqualis semidiametro speculi: & sit, ut in 30 huius, angulus h b g rectus: & linea a g p contingat speculum in puncto g. Dico quòd arcui o h cathetis incidentiæ occurrentib. locus imaginis erit semp extra speculum. Ducatur enim per aliquod punctorum arcus o h diameter b q: quæ concurrat cum contingente a g p in puncto p: & ducatur à centro uisus linea a u q, secans superius in portione uisui apparente speculum in puncto u. Et quia, ut prius patuit, linea m o est æqualis lineę b q, & linea u q est maior quā linea m o per 15 p 3: ergo linea u q est maior quàm linea q b. Linea quoq; ducta à circumferentia ad diametrum b p, quæ est æqualis parti diametri p b, interiacenti ipsam & centrum speculi, non cadet inter puncta q & b. Si enim hoc sit possibile, tunc, ut prius, erit linea u q minor quàm linea q b: quoniam si linea illa caderet in punctum q, esset eius pars intra circumferentiam maior quā linea u q per 15 p 3: restat ergo ut linea æqualis cadat inter p & q. Quòd enim non cadat in punctum p, palàm per hoc, quia angulus p g b est rectus: est ergo per 19 p 1 in trigono p b g latus p b maius latere p g. Cadat itaque linea taliter ducta citra p: & sit pūctus, in quem cadit, s: erit ergo per 28 huius punctus s meta locorum imaginum: & quilibet punctus inter pūcta p & s erit locus imaginum: & est eadem demonstratio, quæ in superioribus scilicet 30 & 31 huius: in quolibet quoque puncto arcus h o est eadem demonstratio. Ex his ergo præmissis propositionibus palàm est, quia imagines diametrorum arcus h o omnes sunt extra superficiem speculi: imaginū uerò diametri f y, ut in 31 huius, una sola est in superficie speculi, ut illa, quę est in puncto l: aliæ uerò sunt intra superficiem speculi, ut quæ cadunt in parte diametri, quæ est i l: alię uerò omnes sunt extra speculum, ut quę cadunt in linea l e. Omnium quoque imaginum diametrorum arcus o g quędam sunt intra superficiem speculi: quædam extra ipsam: quędam in ipsa superficie speculi conuexa, ut ibidem in præmissa conclusum est. Patet itaq;, quod proponebatur.



33. In arcum circuli (communis sectionis superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi) interiacentem punctum, ubi diameter uisualis & punctum distans à puncto contingentiæ

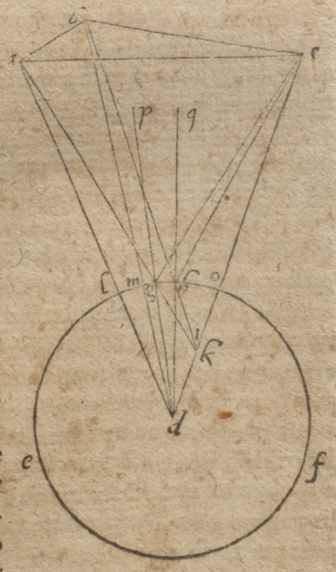
gentiæ per quartam circuli inferius secant circulum, non potest cadere cathetus incidentiæ, in qua aliquis locus imaginis occurrat. Alhazen 28 n 5.

Omnibus alijs dispositis, ut in proxima superiori figura: dico quòd in arcum h z non potest cadere aliqua diameter, in qua sit locus alicuius imaginis. Quoniam enim linea contingēs, quæ est a g p, ęquidistat diametro b h per 28 p 1: tunc patet quòd uersus punctū p nulla diameter cadens in arcum z h, concurrit cum linea contingente, quæ est a p: & à quocunq; puncto talium diametrorū ducatur linea ad superficiem speculi conuexam, cadit in portionem nō apparentem ipsius speculi, utpote in portionem circuli, quæ est g z c: & nulla ipsarum cadit in portionem circuli g d c uisui oppositam, nisi secando sphæram speculi. Nulla ergo forma puncti alicuius talium diametrorum ueniet ad portionem uisui apparentem uel ad uisum. Omnia aūt ista, quæ in semicirculo d g z, & in eius arcubus in præmissis sex theorematib. declarata sunt, in arcubus quoq; semicirculi d c z similiter possunt demonstrari, ut in arcubus semicirculi d g z. Similibus enim acceptis utrinq; dispositionib. arcuum, & similibus factis protractionibus linearū, eædem in omnibus occurrēt passiones: & idem est demonstrandi modus. Et similiter etiam quod nunc declaratur in circulo c d g z, potest in unoquoq; circulorū, qui sunt communes sectiones superficierum reflexionis & superficierū conuexi speculi sphærici declarari. Vnde omnes passiones probatę secundum quoscunq; punctos circuli d g z c, in completis circulis accidunt per totam speculi superficiem: sicut si punctus g, uel alius pūctus signatus moueatur per sphærę superficiem, & circulum describat. Passiones uerò arcuum circuli d g z c perueniunt in quadam lata superficie contenta sub terminis æquidistantium circulorum per totam sphæram speculi: sicut si arcus aliquis æquidistans polo, motus speculi aliquam superficiem distinguat, ut patet intuēti. Si itaq; linea b h moueatur, eodē manente angulo h b z: signabit ipsa motu suo secundum punctum z portionē sphæræ: in cuius diametris nullus erit imaginis locus. Et si linea b h immota existente, moueatur arcus o h, describetur portio sphæræ, cuius omnes imagines in diametro b o, uel alia protracta existentes, sunt extra speculum: moto uerò arcu o g, fiet portio speculi, cuius diametrorum quædam imagines sunt in superficie speculi: quædam extra: & quædam intra speculum. Verùm uisus non semper comprehendit, quæ imagines sint in superficie speculi, uel quæ sint extra: nec certificatur in istorum cōprehensione, nisi in tantum, quia sentit, quòd sunt ultra portionem sphæræ apparentem. Sic ergo ex præmissis sex theorematib. patet in propositis speculis loca imaginum esse determinata, secundum quod imagines horum speculorum uni tantùm uisui offeruntur.



34. *Ambobus uisibus à duobus punctis reflexionis superficiei speculi sphærici conuexi forma unius puncti occurrēte: unicus imaginis est locus: & imago tantū unica uidetur. Alha. 41 n 5.*

Sint centra duorum uisuum a & b: & punctus uisus sit c: sitq; d centrum circuli magni, qui est secans ambos circulos, qui sunt communes sectiones superficierum ambarū reflexionis & speculi, à cuius punctis fit reflexio, & cuius portio apparens uisui sit e f: sitque punctus reflexionis formæ puncti c ad uisum a, punctus g: & pūctus reflexionis formę puncti c ad uisum b sit punctus h: & ducatur cathetus incidentiæ à puncto c ad centrum speculi, quæ sit c d, secans circulum in puncto o: secetq; linea reflexionis, quæ est a g, producta ipsam cathetum c d in puncto k, & linea b h in puncto i: sintq; primò uisus ambo æqualiter distantes à centro speculi d: & à puncto rei uisę, quod est c. Dico quòd ambobus uisibus a & b, formę puncti uisi c, licet duo sint reflexionum puncta, quæ g & h, una tantùm imago uidetur: quia unicus est imaginis locus. Ducantur enim lineæ a d & b d à centris amborum uisuum ad centrum sphæræ secantes speculum in punctis l & m. Et palàm quoniam illæ lineæ sunt ęquales, oculis enim æqualiter distantib. à centro speculi, quod est d, palàm quòd linea a b continuans centra oculorum cum ambabus lineis a d & b d continet angulos ęquales argumento 30 th. 3 huius: ergo per 6 p 1 lineę a d & b d sunt æquales. Si ergo situs puncti c respectu utriusque uisus a & b sit idem, ita ut linea a c sit æqualis lineę b c: tunc patet per 8 p 1 quòd utraq; diametrorum uisualium scilicet a d & b d cum catheto c d continet angulos ęquales: ergo per 26 p 3 arcus speculi l o & m o sunt æquales. Quia enim a d & b d diametri uisuales secant ex circulis communibus superficiebus speculi & reflexionis arcus, & continent angulos æquales cū catheto c d in cētro d: palā per 26 p 3 quia illi arcus lineas c d & b d ex una parte, & ex alia lineas c d

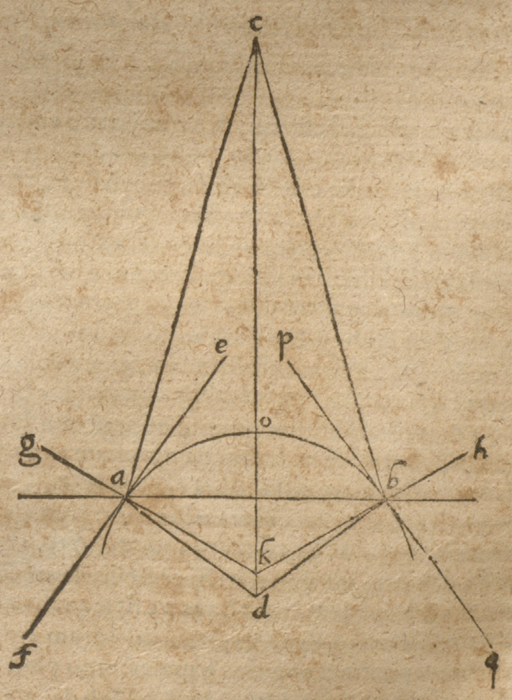


& a d interiacentes duo puncta reflexionis, quæ sunt h & g, & punctum o, sunt æquales per 26 p 3: quoniam perpendiculares ductæ à centro ad puncta reflexionum, quæ sunt d g p & d h q, cum linea c d continent angulos æquales. Et quia arcus h o & g o sunt ęquales, & semidiametri d h & d g ęquales: erunt etiam lineæ reflexionum, quę sunt h b & g a, ęquales per 4 p 1: quoniam ad uisus ęqualiter distantes à centro speculi secundum æquales angulos sunt incidentes: eruntq; similiter lineæ g c & h c æquales: lineæ uerò b h & a g necessariò se secant: quoniam cum anguli sint minores duobus rectis, palàm per 14 th. 1 huius quia lineæ b h & a g in aliquo puncto necesse habent cócurrere. Et quia anguli reflexionis ad ambos uisus propter æqualem distantiam amborum uisuum à puncto rei uisę, & à centro speculi, sunt ęquales: erunt & anguli c g a & c h b inter se ęquales: palà ergo per 13 & 32 p 1 quia trigonum g c k est ęquiangulum trigono h c i, & linea c h est ęqualis ipsi lineę c g: erit ergo per 4 p 6 linea h i ęqualis lineæ g k, & linea c k æqualis ipsi lineę c i: puncta ergo k & i sunt punctus unus. Super idem ergo punctum catheti c d erit sectio ambarum linearum reflexionis, quę sunt a g & b h, cum catheto incidentiæ quę est c d: & in hoc puncto utriq; uisui apparebit imago. Videbitur ergo una sola imago: quia unus & idē imaginis locus erit. Quòd si uisus non æqualiter distent à speculo uel à re uisa: adhuc tamen unica uidebitur imago. Licet enim imago puncti uisi cadat in diuersis punctis perpendicularis: hoc tamen est imperceptibile, quia distantia illorum punctorum est imperceptibilis. Imago ergo cuiuscunq; puncti à quocunq; uideatur oculo, semper seruat identitatem partis: & ob hoc apparet unitas imaginis. Remotio enim puncti uisi ab uno uisu modicò est maior q̃ ab alio: & ob hoc loca imaginum sunt imperceptibiliter remota: & ob hoc apparent simul: quoniã ex illis fit una imago compacta: quia loca imaginis non totaliter à se distant, licet partialiter aliquãtulum distent. Patet ergo propositum. Potest tamen quandoq; & hoc accidere, ut si forma reflexa ualde obliquè incidat alteri uisuũ: quòd ꝓpter obliquitatē una forma uideatur duę: ut cũ in una superficie reflexionis sunt centra amborũ uisuũ: tũc enim præmissi anguli in cētro speculi fiunt inæquales, & accidit uideri duas formas, sicut & nos in simplici modo uidēdi diximᵘ in quarto libro huius, capitulis de uisiōe numerali: sed hoc euenit ut rarò, & nos de hoc aliquid diximᵘ in 7 th. 5 huiᵘ.

35. *In speculo sphærico conuexo est ordinatio punctorum imaginum in ambobus uisibus, sicut ordinatio punctorum rei uisæ. Alhazen 42 n 5. Item 4 n 6.*

Ducantur à terminis lineę, quę est in re uisa, duę catheti ad cētrum speculi. Palàm ergo quòd tũc erit triangulus, in quo continebuntur omnes imagines omniũ punctorum illius lineę: & si in illa linea sit punctus non eiusdem situs respectu amborum uisuũ: imago puncti remotioris ab illo erit in diametro remotiori ab eius diametro, & propinquioris in propinquiori: quoniã semper imago cuiuslibet puncti rei uisæ uidebitur in concursu lineæ reflexionis cum catheto incidentię ducta ab illo puncto ad cētrum speculi, ut patet per 11 huius. Sic ergo obseruabitur situs partium in imaginib. sicut fuerit situs in pũctis uisis. Sumpta uerò linea, in qua est punctũ eiusdē situs, quodlibet punctũ illius lineę eiusdem erit situs respectu oculorũ. Si aũt sumatur linea, quę angulũ, quē continent duę lineę à centris oculorum ad punctum uisum productę, diuidit per æqualia: situs cuiuslibet puncti illius lineę quantumcunq; productę est situs cõsimilis utriq; uisui sicut uni. Patet ergo propositum.

36. *In quibusdam sitibus possibile est à speculis sphæricis conuexis, plurib. uisibus rem apparere unicam unamq; imaginem habentem.*



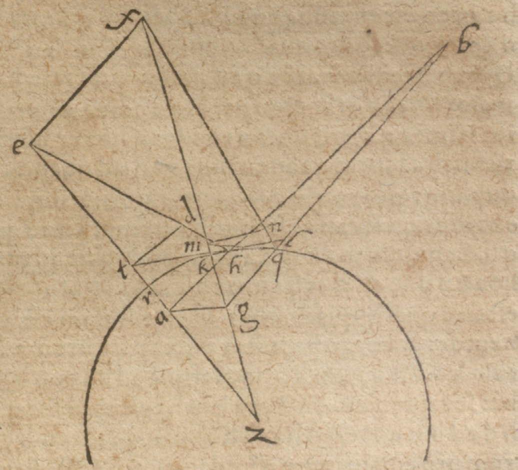
Sit cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphęrici conuexi circulus a b: cuius centrũ sit d: & sit punctum c punctum rei uisę: ducaturq; linea c d à puncto uiso in centrũ d, secans speculi peripheriam in puncto o: sitq; arcus a o ęqualis arcui o b: & ducãtur lineę c a & c b, quę per 8 p 3 & ex hypothesi erũt ęquales. Et à puncto a ducatur linea f a e contingens circulum per 17 p 3, & à puncto b linea p b q: & ducatur linea a b. Patet ergo per 5 p 1 quoniam anguli c a b & c b a sunt ęquales: sed & anguli o a b & o b a linea curua & recta contenti sunt æquales per 43 th. 1 huius: sed & anguli contingentię o a e & o b p per 16 p 3 sunt æquales: relinquitur ergo angulus c a e æqualis angulo c b p. Itaq; super punctũ a terminum lineę c a constituatur angulus æqualis angulo c a e per 23 p 1, qui sit g a c, & super b terminũ lineę c b constituatur angulus æqualis angulo p b c, qui sit h b c: eritq; angulus h b c ęqualis angulo g a c. Positis itaq; uisib. in pũctis g & h: palà per 20 th. 1 huius quoniam forma puncti c reflectitur ad ambos uisus existentes in punctis g & h: ad punctũ quidem g à puncto a, ad punctũ quoq; h à puncto b. Producatur quoq; ultra punctũ a linea g a ad lineã c d, quę cócurret cũ illa p 14 th. 1 huius, ideo quia anguli g a c & a c d sunt minores

duobus

duobus rectis: cõcurrãt itaq; in pũcto k: & ꝓducatur linea h b ad lineã c d: quę similiter cõcurret ꝑ pręmissa, & in eodẽ pũcto k. Quia enim, ut patet ex pręmissis, linea a c est æqualis lineæ c b, & a d æqualis ipsi b d, quia semidiametri, & linea c d cõmunis est ambobus trigonis a c d & b c d: erũt anguli a c d & d c b æquales per 8 p 1, & angulus g a c, ut patet ex pręmissis, est ęqualis angulo h b c: sed & angulus p b c ostẽsus fuit æqualis esse angulo e a c: est ergo angulus h b q æqualis angulo g a f per 13 p 1: sed angulus e a k est æqualis angulo g a f, & angulus p b k æqualis angulo h b q ꝑ 15 p 1: ergo angulus e a k æqualis est angulo p b k: erit ergo totalis angulus c a k æqualis totali angulo c b k: ergo per 32 p 1 trianguli c a k & c b k sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 cũ a c sit æqualis ipsi b c, erit latus a k æquale lateri b k: cõcurrent ergo in uno puncto k: quoniã latus c k est in ambobus trigonis æquale sibijpsi. Sed pũctus k est locus imaginis pũcti c: erit ergo ambobus uisibus idẽ locus imaginis. Siue ergo propriã faciẽ aspicientes uideant, siue res alias à loco pũcti c à pũctis a & b reflexas ad uisus in pũctis g & h existentes, idẽ accidit utrobiq;. Idem quoq; accidit in toto circulo transeunte pũcta b & a: quoniã in quolibet pũcto illius circuli modo prædicto dispositis uisibus eadem est demonstratio. Palàm ergo propositũ. Si aũt anguli reflexionũ sint diuersi: tũc res una diuersis uisibus in locis uidebitur diuersis, & plura idola obtinebit. Et hoc est notandũ, & satis patuit ꝑ pręmissa: quia illæ reflexionũ lineę in diuersis pũctis diametri speculi concurrunt: & ob hoc loca imaginũ constituũt diuersa, ut patet per 11 huius. Patet ergo propositum.

37. In speculis sphæricis conuexis minor est distantia imaginis à speculi superficie, quàm ipsius rei extra. Euclides 20 th. catoptr.

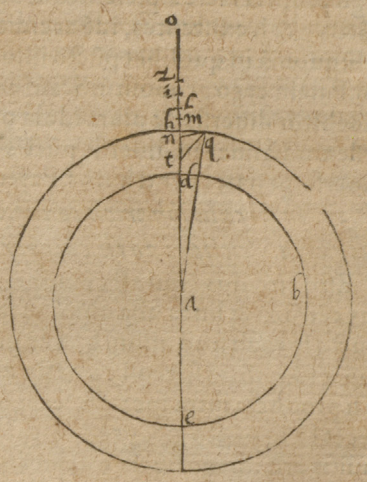
Esto circulus (qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphęrici cõuexi) q h k r: cuius cẽtrũ z: & linea uisa obliquè incidẽs speculo sit e f: sitq; centrũ uisus b: & reflectatur pũctus e à pũcto speculi h ad uisum b, & f à pũcto q: ducáturq; lineę e h, h b, f q, q b: & ducátur ꝑpendiculariter super superficiẽ speculi catheti e z, f z: secetq; linea e z circulũ speculi in pũcto r: & f z in pũcto k: & b h producta intra speculũ, secet e z in pũcto a: & b q secet f z in pũcto g: & producatur linea a g: quę per 11 huius erit imago lineæ e f: ducaturq; à pũcto h linea circulũ cõtingens ꝑ 17 p 3, quę sit h t: & hæc ꝓducta secet lineã e z in pũcto t: eritq; punctus t finis cõtingentię lineę h t: secetq; linea t h ꝓducta ultra h, lineã b g in pũcto l: & à pũcto t ducatur perpẽdicularis super lineã e z ꝑ 11 p 1, quę producta secet e h lineam in pũcto d, & sit t d. Quia itaq; angulus b h l est æqualis angulo e h t ꝑ 20 th. 5 huius: sed & angulus t h a ęqualis est angulo b h l ꝑ 15 p 1: ergo angulus e h t est ęqualis angulo t h a: ergo ꝑ 3 p 6 erit proportio lineæ e h ad h a, sicut lineę e t ad lineã t a: sed linea e h est maior q̃ linea h a: ergo & linea e t est maior q̃ t a. Quòd aũt linea e h sit maior q̃ linea h a, patet. Cũ enim angulus e t d sit rectus: erit angulus e t h maior recto: est ergo ꝑ 13 p 1 angulus e t h maior angulo a t h: sed & angulus e t h maior est angulo e h t per 32 p 1: sed angulus e h t est æqualis angulo a h t, ut patet ex pręmissis. Quia itaq; anguli trigoni e t h oẽs simul sumpti, sunt æquales angulis trigoni a t h omnibus simul sumptis ꝑ 32 p 1: relinquitur ergo angulus t a h trigoni t h a maior angulo t e h trigoni h e t. In trigono itaq; a e h angulus e a h maior est angulo a e h: ergo in trigono e a h latus e h maius est latere h a ꝑ 19 p 1: maior est ergo linea e t q̃ linea t a: multò magis ergo linea e r est maior q̃ linea r a: sed linea r a est distãtia imaginis pũcti a à superficie speculi intra speculũ: & linea e r est distãtia pũcti uisi, q̃ est e, à sup̃ficie speculi extra speculũ. Et si à pũcto q ducatur linea cõtingẽs circulũ, q̃ ꝓducta ad cathetũ f z secet ipsam in pũcto m: & à pũcto m ducatur ꝑpendicularis super f z, q̃ producta ad f q sit m n: patebit similiter quoniã linea f k est maior q̃ linea k g. Hoc est ergo propositũ: quoniã si à medijs pũctis lineę e f ducantur lineę, sicut ab extremis, patebit idẽ in omnibus imaginibus ipsorum, quę per 11 huius cadunt omnes in lineam a g. Patet ergo hoc, quod proponebatur.



38. Re conspecta à tali longitudine, quòd eius certa quantitas uisu comprehendi non possit: nonnunquã uidebitur imago rei uisæ in speculo sphærico cõuexo æqualis: quandoq; maior quàm forma per se uisui occurrens. Alhazen 6 n 6.

Sit a centrum speculi sphęrici conuexi: & circulus (qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi) sit e d b: & sit e d diameter illius circuli: & educatur diameter e d ultra d usque ad z taliter, ut illud, quod fit ex ductu e z in z d sit ęquale quadrato a d semidiametri per 127 th 1 huius: ac si e d & a d sint duę lineę datę. Diuidaturq; linea z d per ęqualia in puncto h per 10 p 1: erit igitur a h medietas lineę e z: ergo per 1 p 6 illud, quod fit ex ductu a h in d z, est ęquale medietati quadrati lineę a d. Ergo per eandem 1 p 6 illud, quod fit ex ductu a h in h d ęquale est quartę parti quadrati a d. Et quia illud, quod fit ex ductu a h in h d maius est quadrato h d per 3 p 2: sit illud, quod fit ex ductu a h in t h ęquale quadrato h d: erit ergo h t minor quàm h d. Fiat ergo circulus secundum quantitatem lineę a h: qui necessariò ęquidistabit circulo priori: quoniam ipsorum est

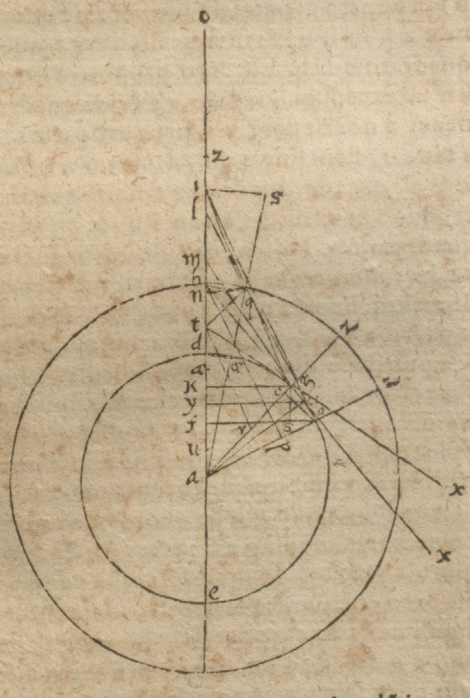
rum est idem centrum punctum a, & ipsorum semidiametri sunt inęquales: & à puncto h ducatur chorda ęqualis medietati lineę h d per 1 p 4, quę sit h q: & producantur lineę q a, q t: & super punctum q lineę h q fiat angulus ęqualis angulo q a h per 23 p 1, qui sit h q n, ducta linea q n super lineam a h. Et quoniam trianguli h q a angulus q a h ęqualis est angulo h q n trigoni h q n, & angulus a h q utrique communis, erit tertius tertio ęqualis per 32 p 1, scilicet angulus a q h angulo h n q: ergo per 4 p 6 erit proportio h a ad q h, sicut q h ad h n: ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu a h in h n ęquale erit quadrato h q: sed quadratum h q est quarta pars quadrati h d per 4 p 2: est enim h q medietas lineę h d: ductus ergo a h in h n est ęqualis quartę parti quadrati d h: ergo & quartę parti ductus a h in h t: est ergo linea h n ęqualis quartę parti lineę h t per 1 p 6: cadit ergo punctum n inter puncta h & t: remanetq́; linea t n tres quartę lineę h t: restat ergo, ut ductus h t in t n sit tres quartę quadrati h t per 2 p 2: sed & per 1 p 6 erit ductus lineę a h in t n tres quartę quadrati h d. Quoniam autem angulus a q h est acutus per 42 th. 1 huius, & ipse est ęqualis angulo q h a per 5 p 1, quoniam latera a h & a q sunt ęqualia: patet ergo quia angulus q h a est ęqualis angulo h n q in minori triangulo: ergo per 6 p 1 latus n q est ęquale lateri h q: & angulus h n q est acutus: ergo per 13 p 1 angulus q n t est obtusus: ergo quadratum lineę t q amplius est quadrato lineę q n, & quadrato lineę t n, in illo, quod fit ex ductu t n in n h per 12 p 2. Si enim à puncto q ducatur perpendicularis super h n: palàm per 31 th. 1 huius, cum latera q h & q n sint ęqualia, quòd ipsa cadet in medio puncto lineę h n: ex prima uerò 2 ductus n t in h n ęquipollet illi, quod fit ex ductu t n in medietatem h n bis: sed ductus t n in n h cum quadrato n t ęqualis est ductui h t in t n per 3 p 2: igitur ductus h t in t n est excessus quadrati lineę t q supra quadratum lineę n q: ergo & supra quadratum h q, cum h q sit æqualis ipsi n q.



Quia uerò quadratũ t q est maius quadrato h q, & linea t q erit maior linea h q: sit ergo per 3 th. 1 huius ꝓportio a i ad a h, sicut t q ad q h. Quia ergo linea q t est maior q̃ linea q h, erit linea a i maior q̃ linea a h: erit quoq; ꝑ 20 p 6 ꝓportio quadrati lineę a i ad quadratũ lineę a h, sicut quadrati lineę t q ad quadratũ lineę h q: quoniã sicut simpli ad simplũ, sic dupli ad duplum: proportio uerò quadratorum dupla est proportioni laterũ ex 20 p 6: erit ergo per 17 p 5 excessus quadrati a i supra quadratum a h ad quadratum a h, sicut ductus h t in t n ad quadratum q h. Et quoniam ex 4 p 2 & ex pręmissis quadratum lineæ q h quater sumptum efficit quadratum lineæ h d, & ductus h t in n t quater sumptus efficit triplum quadrati h t: ideo quòd ductus h t in t n est tres quartę quadrati h t, ut præmissum est, quater uerò tria sunt 12, in quibus tria integra continentur: erit ergo per 15 p 5 ductus h t in t n ad quadratum q h, sicut tripli quadrati h t ad quadratum h d. Sit autem h o linea tripla ad lineam h t: erit ergo per 1 p 6 ductus o h in t h triplus quadrati h t: sed quoniam ductus a h in h t est æqualis quadrato h d, erit per 17 p 6 proportio h a ad h d, sicut h d ad h t: erit ergo h t ad h a, sicut quadrati h t ad quadratum h d ex corollarijs 20 p 6 & 4 p 5. Verùm proportio lineæ o h ad lineam h a est, sicut ductus o h in h t ad ductũ a h in h t ex 1 p 6: & ita per 11 p 5 est proportio lineæ o h ad lineam h a, sicut tripli quadrati h t ad quadratum h d: sed hæc erat proportio excessus quadrati lineæ a i supra quadratum lineæ a h ad quadratum a h: est ergo coniunctim per 18 p 5 proportio lineæ o a ad lineam h a, sicut quadrati lineæ a i, ad quadratum a h: excessus enim quadrati a i supra quadratum a h cum quadrato h a efficit quadratum a i: igitur ex 20 p 6 erit linea i a medio loco proportionalis inter lineas o a & h a: est enim ut in corollario 20 p 6 proponitur, trium linearum continuè proportionalium proportio primæ ad tertiam, sicut quadrati constituti super primam ad quadratum constitutum super secundam: igitur proportio lineæ o a ad i a est sicut lineæ i a ad h a: erit ergo per 19 p 5 eadem proportio residui ad residuum, scilicet o i ad i h. Cum itaque i a sit maior quàm a h: erit o i maior quàm i h: ergo linea i h est minor medietate lineæ o h. Item, ut prius ostensum est, ductus lineæ a h in lineam h d est æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d: sed linea a d est minor quàm a h: ductus ergo a d in h d est minor quarta parte quadrati lineæ a d: linea ergo h d est minor quarta parte lineæ a d. Quoniam si esset linea h d æqualis quartæ parti lineæ a d: tunc per 1 p 6 ductus a d in h d esset æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d, cum ambo sint altitudinis lineæ a d: est ergo linea h d minor quinta parte lineæ a h. Cum itaq; linea a h sit maior quàm quintupla lineæ h d: ductus uerò lineæ a h in lineam h t sit æqualis quadrato lineæ h d, ut patet ex pręmissis: erit per 17 p 6 linea h d maior quàm quintupla lineæ h t: quoniam quæ est proportio lineæ a h ad lineam h d, eadem est proportio lineæ h d ad lineam h t: est ergo h t minor quinta parte lineæ h d, & h d est minor quinta parte lineæ a h: ergo h t est minor 25 parte lineæ a h. Est autem ex præmissis proportio lineæ o i ad lineam i h, sicut lineæ i a ad h a: ergo per 18 p 5 erit coniunctim proportio lineæ o h ad lineam i h, sicut lineę i a cum linea a h ad lineã a h: ergo per 15 p 5 erit proportio tertiæ partis primę lineę ad secundam, sicut tertiæ partis ipsius tertiæ lineæ ad quartam. Quia uerò linea h o assumpta est tripla lineæ h t: patet quòd linea h t est tertia pars lineę o h: est ergo proportio lineæ h t ad lineam i h, sicut tertiæ partis lineæ i a cum tertia parte lineę a h ad lineam a h. Est igitur proportio lineę h t ad i a, sicut duarum tertiarum lineæ a h

cũ una

cum una tertia lineę i h ad lineam a h. Quia enim linea a h bis accipitur, semel per seipsam & semel
in linea i h: ergo & eius tertia bis accipitur: linea uerò i h accipitur semel in linea a i: unde & eius
tertia est tantùm semel accipienda. Quia uerò linea o i est maior quàm linea i h, ut suprà patuit, &
linea i h est minor medietate lineæ o h: ergo tertia pars lineę i h erit minor sexta parte lineæ o h
per 15 p 5. Sed cum linea h t sit tertia pars lineæ o h: ergo medietas lineę h t est æqualis sextæ parti
lineæ o h: est ergo tertia pars lineę i h minor medietate lineæ h t: ergo duę tertię lineę a h cum mi-
nore parte lineę quàm sit medietas lineę h t, habent proportionem ad lineam a h illam, quam ha-
bet linea h t ad lineam i h: ergo econtrario per 5 th. 1 huius erit proportio lineę i h ad lineam h t, si-
cut lineę a h ad duas sui tertias, cum linea minore medietate lineę h t: est autem linea h t, ut patet
per præmissa, minor 25 parte lineæ a h, & eius medietas minor est medietate 25 partis lineæ a h: sed
linea a h in 25 partes diuisa, duæ eius tertiæ cum medietate 25 partis non efficiunt 18 partes ipsius:
quoniam duę tertię de 24 sunt 16, & remanet unum, cuius duę tertię cum illo, quod est minus di-
midio, fortè est plus quàm unum integrum, minus autem quàm duo integra. Igitur proportio lineę
i h ad lineam h t est maior quàm 25 ad 18 per 8 p 5. Item cum linea h t sit minor 25 parte lineæ a h: e-
rit linea a t maior 24 partibus illarum partium, quarum linea a h est 25. Sed linea i h est minor me-
dietate lineę o h: est autem o h tripla ipsi h t: ergo linea o h est minor una & dimidia partium ex par
tibus, quarum a h est 25: ergo multò magis linea i h est minor una parte & dimidia illarum 25 parti-
um lineę a h: est ergo proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut lineæ minoris quàm 26 partes & dimi-
dię ad lineam maiorem quàm 24 partes partium earundem. Est ergo proportio lineę a i ad lineam
a t minor proportione 26 & dimidię ad 24 p 8 p 5. Proportio uerò lineę i h ad lineam h t est maior
quàm 24 partium ad 18: quoniam ex pręmissis ipsa est maior quàm 25 partium ad 18. Igitur propor
tio lineę i h ad lineam h t est maior, quàm proportio lineę i a ad lineam a t: quoniam minor est pro-
portio 26 & dimidię ad 24, quàm 24 ad 18, quæ est sesquitertia. Sit quoq; per 3 th. 1 huius proportio
lineæ i m ad lineam m t, sicut lineæ i a ad lineam a t. Est ergo maior proportio lineæ i h ad lineā h t,
quàm lineę i m ad lineam m t: cadit ergo punctus m inter puncta i & h: linea ergo m t est maior quā
h m: ergo per 8 p 5 maior est porportio i m ad h m, quàm ad m t: ergo maior est proportio i m ad
m h, quàm lineæ i a ad a t: ergo maior proportio i m ad m h, quàm i a ad a h: quoniam per 8 p 5 ma-
ior est proportio i a ad a t, quàm ad a h, cum a t sit minor quàm a h. Sit ergo per 3 th. 1 huius propor-
tio lineæ i l ad l h, sicut lineę i a ad a h: cadet ergo, ut prius, punctus l inter duo puncta m & i: quod
potest ostendi, sicut prius. Et his sic pręmissis innouabimus figuram. Fiat itaque omnimoda dis-
positio, ut in pręmissa figuratione, & in demonstratione ulterius procedatur. A` punctis itaq; l &
m ducantur duę lineæ contingentes circulum d b e per 17 p 3, quę sint l b & m g: & copulentur lineę
i b, h b, i g, t g, a b, a g: & educantur lineæ a b, a g ad circulum exteriorem, quælibet in punctum z.
Quia itaque ex pręmissis est proportio lineę i l ad lineam l h, sicut catheti i a ad sui partem a h: pa-
tet per 12 huius quoniam punctus h est locus imagi-
nis formę puncti i reflexę à puncto speculi, quod est b:
quia danti oppositum accidit contrarium proportio-
nis prędemonstratę lineę i a ad lineam a h: erit enim
tunc proportio lineæ i a ad lineam ductam ad locum
imaginis à puncto a, sicut lineę i l ad lineam ductam à
puncto l ad locū imaginis. Et quia, ut pręostēsum est,
ꝓportio lineę i l ad lineā h l est, sicut lineę i a ad lineā h
a: erit ergo pūctus h locus imaginis: erit quoq; angul9
i b z cōtētus sub linea incidētię i b, & sub ꝑpendicula-
ri a b z ducta à cētro speculi ad pūctū reflexionis, ęqua
lis angulo h b a, quē cōtinet linea reflexionis cū eadē
ꝑpēdiculari a b z: quoniá, ut patet ꝑ 9 huius, illa linea
reflexionis cōcurrit cū catheto incidētię, quę est a i: u-
terq; enim illorū angulorū est æqualis cuidā angulo
reflexiōis, q, exempli caussa, sit z b x, ita ut cētrū uisus
sit in pūcto x, uel in aliquo puncto illius lineę: angulo
itaq; z b x æquatur angulus i b z ꝑ 20 th. 5 huius, ꝑ qđ
ostēditur qđ angulus incidētię est æqualis angulo re-
flexiōis: & angulus h b a ęquatur angulo x b z ꝑ 15 p 1.
Et similiter cū punctus h sit locus imaginis, & linea l b
sit cōtingēs circulū in pūcto b: erūt anguli l b z & a b l
recti per 18 p 3: sed angulus i b z est æqualis angulo h
b a: relinquitur ergo angulus i b l ęqualis angulo l b h.



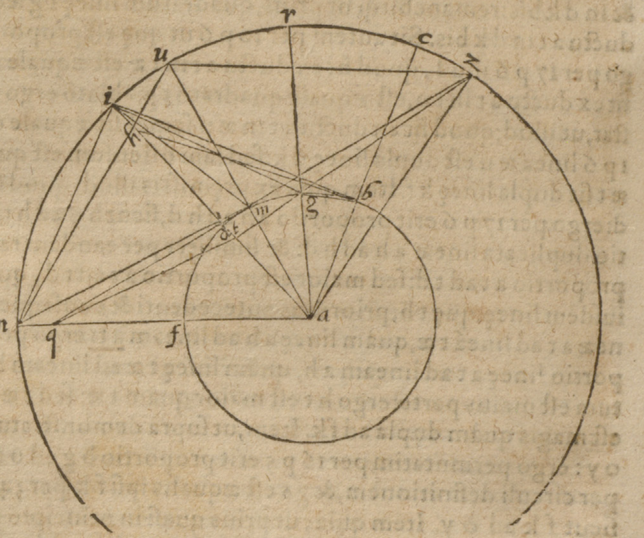
Similiter quoq; erit angulus i g z æqualis angulo t g a. Et cū linea m g sit cōtingens circulū in pun-
cto g, & perpendicularis super semidiametrum a g: erit secundum pręmissa angulus i g m æqualis
angulo m g t: est enim secundum pręmissa pūctus t locus imaginis formę pūcti i reflexę à pūcto spe
culi, quod est g. Item ducatur à puncto h ad lineam a b per 31 p 1 linea æquidistans lineę i b, quæ
sit h p: & à puncto t ducatur super lineam a g ęquidistans lineę i g, quę sit t r: erit ergo per 29 p 1 an-
gulus i b z ęqualis angulo h p b: sed angulus i b z ex pręmissis est ęqualis angulo h b a:

duo ergo

duo ergo anguli h b a & h p b sunt ęquales: ergo per 6 p 1 duo latera h b & h p sunt ęqualia: & similiter sequitur, quòd duo latera t g & t r sunt æqualia. Quia itaque in trigono h p b duo anguli h p b & h b p sunt æquales: patet per 32 p 1 quoniam uterque ipsorum est acutus: angulus ergo h p a est obtusus: ergo per 19 p 1 in trigono h a p latus a h est maius latere h p: ergo & linea a h est maior quàm linea h b: & similiter erit linea a t maior quàm linea t g. Amplius quoniam linea h p est æquidistãs lineæ i b: erit per 29 p 1 & per 4 p 6 proportio lineæ a i ad lineã a h, sicut lineæ a b ad lineã a p. Et similiter cũ linea t r sit æquidistans lineæ i g: erit proportio lineę a i ad lineã a t, sicut lineę a g ad lineã a r: ergo erit econtrario per 5 th. 1 huius proportio lineę a h ad lineã a i, sicut lineæ a p ad lineã a b: sed linea a g est æqualis lineæ a b per definitionẽ circuli: ergo per 7 p 5 eadẽ est proportio linearum a g & a b ad lineam a r: est ergo proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut a b ad a r. Ablatis ergo hinc inde eisdem medijs, quæ sunt a i & a b, erit per 22 p 5 proportio lineæ a h ad lineam a t, sicut lineæ a p ad lineam a r. Verùm cum angulus h p a sit obtusus: palàm per 12 p 2 quia quadratum lineæ a h excedet ambo quadrata linearum h p & a p in eo, quod fit bis ex ductu lineæ a p in lineam ductam à puncto p usque ad locum perpendicularis ductę à puncto h super lineam a p: sed perpendicularis ducta à puncto h super lineam a p productam, necessariò cadet in medio lineę p b per 31 th. 1 huius: quoniam lineæ h b & h p sunt æquales: ergo per 1 p 2 quadratum lineę a h excedit ambo quadrata linearum h p & a p in eo, quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b: sed per 3 p 2 illud, quod fit ex ductu lineę a b in lineam a p, est æquale ei, quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b & quadrato lineæ a p. Quadratum ergo lineę a h excedit quadratum lineę h p in eo, quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p. Eodem quoque modo demonstrandum, quòd quadratum lineę a t excedit quadratum lineę t r in eo, quod fit ex ductu unius linearum a g uel a b in a r: cum linea a g sit æqualis ipsi a b. Ducatur ergo linea a b in ambas lineas a p & a r, & prouenient duo pręmissi excessus, quorum alterius ad alterum proportio per 1 p 6 est sicut lineę a p ad lineam a r, cum ipsorum sit eadem altitudo, quę est lineę a b. Est autem ex pręmissis proportio lineę a p ad lineam a r, sicut lineę a h ad lineam a t: erit ergo proportio excessus quadrati a h supra quadratum h p ad excessum quadrati a t supra quadratum t r, sicut lineæ a h ad lineam a t. Et cum h p sit æqualis ipsi h b, & t r sit æqualis ipsi t g: erit proportio excessus quadrati a h supra quadratum h b ad excessum quadrati a t supra quadratum t g, sicut lineę a h ad lineam a t. Quia uerò per 36 p 3 illud, quod fit ex ductu lineæ e h in h d, est æquale quadrato lineę contingentis, ductę à puncto h ad circulum d b e, quę per 60 th. 1 huius, & per 8 p 5 erit minor quàm linea h b: illud ergo, quod fit ex ductu lineę e h in lineam h d est minus quadrato lineę h b: patet ergo quòd illud, quod fit ex ductu a h in b d, minus est quadrato h b. Fiat ergo per 127 th. 1 huius ut illud, quod fit ex ductu a h in h u maiorem linea h d, ęquale sit quadrato lineę h b. Et quoniam linea a h est maior quàm linea h b, erit quoque a h maior quàm h u: abscindatur ergo h u à linea a h per 3 p 1 in puncto u: patet itaque per 2 p 2 quia quadratum lineæ a h est æquale ei, quod fit ex ductu lineæ a h in h u, & in a u: illud ergo, quod fit ex ductu a h in a u, est excessus quadrati a h supra quadratum h b. Est ergo proportio lineæ a h ad lineam a t, sicut eius, quod fit ex ductu a h in a u ad excessum quadrati a t supra quadratum t g. Si itaque duæ lineæ a h & a t ducantur in lineam a u: erit per 1 p 6 proportio eius, quod fit ex ductu a h in a u ad illud, quod fit ex ductu a t in a u, sicut lineæ a h ad lineam a t: ergo per 9 p 5 illud, quod fit ex ductu lineæ a t in a u, est æquale excessui quadrati a t supra quadratum t g: sed per 2 p 2 quadratum lineæ a t est æquale ei, quod fit ex ductu a t in a u, & a t in t u: est ergo illud, quod fit ex ductu a t in t u æquale quadrato t g. Palàm ergo quoniam ductus lineæ a h in h u est æqualis quadrato h b, & ductus a t in t u est æqualis quadrato t g. Item arcus b g diuidatur per æqualia in puncto o per 30 p 3: ducaturq; linea a o: & à punctis b & o & g ducantur tres perpendiculares super lineam a h per 12 p 1 scilicet b f, o y, g k: & à puncto g ducatur linea æquidistans lineæ a h per 31 p 1, quæ sit g s: & à puncto b ducatur perpendicularis super lineam a g, quæ sit b c: & hæc quidem b c si produceretur ad peripheriam circuli, diuideret ipsam linea a g in duo æqualia per 3 p 3: & similiter diuideret arcum, cuius chorda esset producta b c, per æqualia in puncto g: & ita secaretur alius arcus æqualis arcui b g: quoniam in illum arcum caderet angulus c b g: & ita angulus c b g est medietas anguli, qui super centrum a caderet in illum arcum per 20 p 3: sed ille angulus per 27 p 3 est æqualis angulo g a b: quoniam cadunt in arcus æquales super centrum a: igitur angulus c b g est medietas anguli g a b: est ergo per 27 p 3 angulus c b g æqualis angulo o a g. Duo autem anguli b s g & b c g sunt recti: ergo per 31 p 3 si imaginetur circulus, cuius diameter sit b g, transiens per punctum s: ille necessariò transibit per punctum c: & fiet arcus c s, in quem cadent duo anguli c b s & c g s: ergo hi duo anguli per 27 p 3 sunt æquales: sed angulus g a y æqualis est angulo c g s per 29 p 1, quoniam lineę g s & a y ęquidistant: est ergo angulus g a y æqualis angulo c b s: ut autem prius ostensum est, angulus c b g est ęqualis angulo o a g: ergo totalis angulus o a y ęqualis totali angulo g b s: sed anguli a y o & g s b sunt recti: est ergo trigonum y a o ęquiangulum trigono g b s: ergo per quartam pr. sexti est proportio lineę g b ad lineam b s, sicut lineę o a ad lineam a y, & proportio g b ad g s, sicut a o ad o y. Itẽ quia angulus a h b est acutus per quadragesimumsecundum th. primi huius, palàm per decimamtertiam pr. secundi, quia quadratum lineę a b minus est ambobus quadratis linearum a h & h b in eo, quod fit ex ductu lineę a h in lineam h f bis: igitur quadratum lineę a h cum quadrato lineę h b, maius est quadrato lineę a b, uel qua-

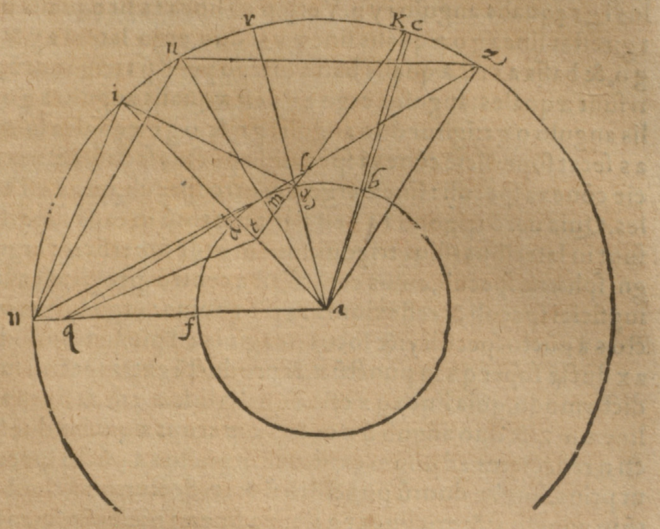
uel quadrato eius æqualis, quę est a d, in eo, quod fit ex ductu lineę a h in lineam h f bis: sed illud, quod fit ex ductu a h in h f bis est per 1 p 2 ęquale ei, quod fit ex ductu a h in h d bis, & ex ductu a h in d f bis: illud autem, quod fit ex ductu a h in h d bis, cum quadrato lineę a d, est ęquale quadrato lineæ a h cum quadrato lineę h d per 7 p 2: quadratū ergo lineę a d cū eo, quod fit ex ductu a h in h d bis, quia est commune utrobiq;, auferatur: remanet ergo quadratū lineę d h, quod cū eo, quod fit ex ductu lineę a h in f d bis, æquale quadrato lineę h b. Sed ex præmissis patet, quòd illud, quod fit ex ductu a h in h t, est æquale quadrato h d, & illud quod fit ex ductu a h in h u est æquale quadrato h b: erit ergo ductus a h in h u æqualis ductui a h in h t semel & bis in d f: ablato ergo ductu a h in h t, qui communis ponitur utrobiq;: relinquitur, ut illud, quod fit ex ductu a h in t u semel sit æquale ei, quod fit ex ductu a h in d f bis. Ergo per 1 p 6 erit linea t u dupla lineæ d f. Item cū angulus a t g sit acutus, erit secundum prędictum modum quadratum lineę a t cum quadrato lineę t g æquale quadrato lineę a d, & ei quod fit ex ductu a t in t k bis, & ita ei, quod fit ex ductu a t in d t bis & in d k bis: remanebitq; ut prius, quadratum lineę t g æquale quadrato lineæ t d, & ei, quod fit ex ductu a t in d k bis. Sit autem per 10 p 6 ut quę est proportio a t ad t d, eadem sit ipsius t d ad t æ: ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu a t in t æ est æquale quadrato t d: sed ex prӕmissis illud, quod fit ex ductu a t in t u, est æquale quadrato t g: ablato ergo utrobiq; eo, quod fit ex ductu a t in t æ, restat, ut illud, quod fit ex ductu a t in æ u semel, sit æquale ei, quod fit ex ductu a t in d k bis: igitur per 1 p 6 linea æ u est dupla lineę d k: sed iam ostensum est quòd t u est dupla ipsi d f: restat ergo ut linea æ t sit dupla lineę k f. Item quia ex prӕmissis illud, quod fit ex ductu a h in h t est æquale quadrato h d: ergo per 17 p 6 erit proportio a h ad h d, sicut h d ad h t: est ergo proportio lineę a h ad h t proportio duplicata lineæ a h ad h d: & similiter per eandem rationem proportio a t ad t æ est duplicata proportio a t ad t d: sed maior est proportio a t ad t d, quàm a h ad h d per 4 th. 1 huius, quoniam eiusdem lineę, quę t h, prioribus antecedenti & consequenti fit additio: ergo maior est proportio lineæ a t ad lineā t æ, quàm lineę a h ad lineam a t: ergo per 10 th. 1 huius erit permutatim maior proportio lineę a t ad lineam a h, quàm lineę t æ ad lineam h t: sed a h est maior quàm a t, quoniam totum est maius parte: ergo h t est maior quàm t æ: sed t æ est dupla ad f k, ut patuit superius: ergo h t est magis quàm dupla ad f k. Item, ut suprà demonstratum est, proportio b g ad g s est, sicut o a ad o y: ergo permutatim per 16 p 5 erit proportio b g ad o a, sicut g s ad o y: sed o a est æqualis ipsi b a per circuli definitionem, & g s est æqualis ipsi f k per 34 p 1: erit ergo per 7 p 5 proportio b g ad b a, sicut f k ad o y. Item quia, ut prius quasi in principio patuit, linea i h est minor medietate lineę o b, & linea o h est tripla lineę h t: erit ergo linea i h minor quàm linea h t, & quàm ipsius medietas: sed linea h t est minor quinta parte lineę h d, ut prius declaratum est, ergo linea i h est minor quàm linea t d: sed linea n d est maior quàm t d: ergo i h est multò minor quàm n d: est autem m i minor quàm i h: ergo m i est multò minor quàm n d: & quoniam z h est æqualis ipsi h d, ut prӕmissum est: patet quòd punctum i cadet inter duo puncta h & z: ergo & punctum m cadit inter duo puncta h & z. Item illud, quod fit ex ductu e z in z d suppositum est æquale esse quadrato semidiametri a d: igitur illud, quod fit ex ductu e m in m d est minus quadrato a d: est autem id, quod fit ex ductu e m in m d, æquale quadrato lineę contingentis circulum, quę m g, per 36 p 3: quadratum ergo lineę m g est minus quadrato lineę a d: ergo linea a d est maior quàm linea m g. Igitur linea m g est minor quàm linea a g, quę est æqualis ipsi lineę a d, cum sint semidiametri eiusdem circuli. Et quia duo trigoni a g m & m g k habent unum angulum a m g communem: sed & angulus a g m est rectus per 18 p 3, & angulus m k g est rectus per definitionem perpendicularis: ergo per 32 p 1 illi trigoni sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 est proportio m k ad k g, sicut m g ad g a: sed m g est minor quàm a g, ut iam patuit: ergo m k est minor quàm k g: sed k g est minor quàm o y per 15 p 3: & h d est minor quàm m k: erit ergo h d minor quàm o y. Et quia per prӕmissa & per 17 p 6 est proportio a h ad h d, sicut h d ad h t: cum itaque linea h q sit medietas lineę h d: erit per 15 p 5 proportio lineę a h ad lineam h q, sicut lineę h d ad medietatem lineę h t: patuit autem suprà quòd linea h t est magis quàm dupla lineę k f: & linea h d est minor quàm linea o y: est ergo maior proportio medietatis lineę h t ad lineam h d, quàm lineę f k ad lineam o y per 9 th. 1 huius: est ergo per 11 p 5, & per 5 th. 1 huius proportio q h ad a h maior quàm f k ad o y. Item linea a q secat circulum e b d: sit punctus sectionis œ: & ducatur chorda d œ, quę propter æquidistantiam ârcuum h q, d œ, erit æquidistans chordę h q per 43 th. 1 huius, & per 28 p 1: eritq; per 29 p 1, & per 4 p 6 proportio h q ad a h, sicut d œ ad a d: sed proportio h q ad h a est maior quàm f k ad o y: erit ergo proportio d œ ad d a, maior quàm f k ad o y: est autem ex prӕmissis f k ad o y, sicut g b ad a b: est ergo maior proportio œ d ad d a, quàm b g ad b a: sed d a est æqualis ipsi b a, quia semidiametri: ergo per 10 p 5 chorda œ d est maior quàm chorda b g: ergo per 28 p 3 erit arcus d œ maior arcu b g. Producatur item linea a q extra circulum ad punctum s, donec per 3 p 1 fiat a s æqualis lineæ a i: & copuletur lineæ s i, quæ per 7 p 5, & per 2 p 6 erit æquidistans lineæ h q: ergo per 29 p 1 & per 4 p 6 erit proportio s i ad h q, sicut i a ad a h: est autem præostensum quòd est proportio i a ad a h, sicut t q ad q h: ergo per 9 p 5 linea s i est æqualis lineæ t q: cum ipsarum ambarum ad lineam q h eadem sit proportio, quę lineę i a ad lineam a h. Quia uerò numerus assumendarum linearum excedit multipliciter numerum literarum latinarum, ne fortè fiat intricatio in omnibus ipsarum linearum, mutetur figura. Et quoniam linea nouiter assumpta, quę est a s, posita est ęqualis lineę a i, fiat circulus super centrum

centrum a ſecundum ipſarum quantitatẽ, & loco s ponatur litera n: ſitq́; circulus d g b ſimilis priori circulo, qui d b e, & producãtur lineæ a b & a g uſq; ad circulũ exteriorẽ in puncta c & r: & ſint lineæ a b c & a g r, permutẽturq́; lineæ a i & a s, ita ut linea a d i ſit loco lineę a œ s, & loco lineę a d i ſit linea a f n: ponaturq́; loco literę s litera n, & loco literę œ ponatur f: eritq́; ut pręoſtenſum eſt, arcus d f maior arcu g b. Sit ergo arcus b m æqualis arcui d f, quod fiet per 33 p 6, ſi prius per 23 p 1 ſuper a terminum lineę a b fiat angulus æqualis angulo d a f, qui ſit b a m: producatur quoque linea a m ad exteriorem peripheriam in pũctum u: & ſit a m u: ducantur etiã lineę i b, i g, i m, n m, q m: quæ producatur uſq; ad exteriorẽ circulũ: & cadat in pũctum z: & ducantur lineę z a, z g. Cũ itaq; arcus b m ſit æqualis arcui d f, addito cõmuni arcu d m, erit arcus m f ęqualis arcui d b: ergo per 27 p 3 erit angulus n a m æqualis angulo i a b. Quia itaq; trigonorum n a m, i a b duo latera unius ſunt æqualia duobus lateribus alterius, & angulus angulo: ergo per 4 p 1 erit linea n m æqualis lineæ i b, & angulus n m a æqualis angulo i b a: remanet ergo p 13 p 1 angulus n m u æqualis angulo i b c. Et cũ in pręmiſſa proxima figuratione linea a h fuerit poſita æqualis ipſi lineæ a q: erunt trigonorum q a m & a h b duo latera a q & a m æqualia duobus lateribus a h & a b, & angulus q a m eſt æqualis angulo h a b: erit ergo per 4 p 1 linea q m æqualis lineę h b: & angulus q m a æqualis angulo h b a: remanet ergo angulus q m n ęqualis angulo h b i: & angulus q m u æqualis angulo h b c per 13 p 1. Et quia lineæ a n & a i ſunt æquales p definitionẽ circuli, & linea a q eſt æqualis ipſi a h ex hypotheſi: remanet linea n q æqualis lineę i h. Quia itaq; angulus n m u eſt ęqualis angulo i b c, & angulus i b c, ut præoſtẽſum eſt, ęqualis eſt angulo h b a: angulus uerò h b a

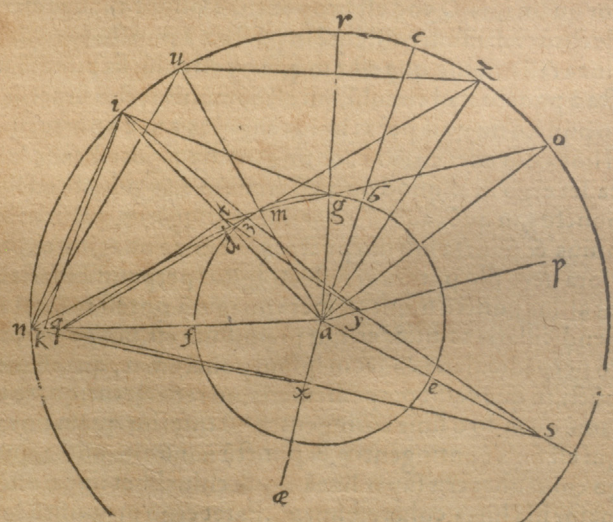


eſt æqualis angulo q m a: erit angulus n m u æqualis angulo q m a. Patet etiam quòd linea m z tota eſt extra circulum: quia cum linea contingens circulum ducta à puncto b cadat inter puncta i & h, ut pręoſtendimus: & quia eſt eadẽ remotio puncti b à puncto h, quę puncti m à puncto q: quoniam oſtenſum eſt, quòd linea b h eſt ęqualis lineę q m, & linea i h eſt æqualis lineę n q: patet quod cõtingens ducta à puncto m cadet inter puncta n & q. Igitur cũ linea q m cadat ſub linea cõtingente, patet per 16 p 3 quoniã ipſa ſecat circulũ: eſt ergo tota linea m z extra circulũ: quoniã linea q m z poſita eſt eſſe linea una recta: propter qđ etiã erit per 15 p 1 angulus q m a æqualis angulo u m z: ſed angulus n m u oſtenſus eſt eſſe æqualis angulo q m a: erit ergo angulus n m u æqualis angulo u m z: ergo per 8 huius forma puncti n reflectitur à puncto ſpeculi m ad uiſum exiſtentem in puncto z: & erit per 11 huius locus imaginis punctus q. Itẽ quia angulus n m u eſt æqualis angulo u m z: erũt per ſuppoſitionẽ 1 huius lineę n m, z m ęqualiter diſtãtes à diametro a u: ergo per 7 p 3 ipſę ſunt æquales. Ducantur itaq; lineę n u & z u, quę per 4 p 1 erunt æquales, cõmuni exiſtente linea m u ambobus trigonis n m u, & z m u: ergo p 28 p 3 arcus n u eſt ęqualis arcui u z: ergo per 27 p 3 angulus n a u eſt æqualis angulo u a z. Sed ex pręmiſsis patet qđ angulus n a u eſt æqualis angulo i a c: erit ergo angulus i a c ęqualis angulo u a z. Angulus uerò b a g aut erit ęqualis angulo g a m, aut minor, aut maior: ſit primò ęqualis. Si igitur ab angulo i a b ſubtrahatur angulus b a g, & ab angulo z a u angulus g a m, remanebit angulus i a g ęqualis angulo z a g: & quia duo latera i a & a g ſunt ęqualia duobus lateribus z a & a g: ergo per 4 p 1 erit linea i g ęqualis lineę z g, & angulus i g a ęqualis angulo z g a: ergo per 13 p 1 angulus i g r eſt ęqualis angulo z g r. Fiat itaq; ſuper g terminum lineę a g angulus ęqualis angulo i g r per 23 p 1, qui ſit angulus t g a, ducta linea g t ſuper lineam i a: erit ergo angulus t g a ęqualis angulo z g r. Si igitur linea t g producatur ad peripheriam circuli: palàm per 15 p 1 quoniam ipſa perueniet ad punctum z: lineę enim z g & t g coniunctę in puncto g fiunt linea una per 14 p 1: eſt ergo t g z linea una recta. Forma ergo puncti i reflectitur à puncto ſpeculi g ad uiſum exiſtentem in puncto z: & locus imaginis eius eſt punctum t. Palàm itaq; quoniã ad uiſum exiſtentem in puncto z reflectuntur formę duorum punctorum n & i à duobus pũctis ſpeculi ſphęrici conuexi, quę ſunt m & g: & loca imaginum ſunt puncta t & q. Igitur per 11 huius linea t q erit imago totius lineę i n: probatum eſt autem ſuprà quòd linea t q eſt ęqualis lineę n i: palàm ergo quoniam accidit in his ſpeculis imaginem eſſe ęqualem rei uiſę. Quod eſt unum propoſitorum. Quòd ſi angulus b a g fuerit maior angulo g a m: abſtrahatur b a g ab angulo i a b, & angulus g a m ab angulo z a u ęqualis angulo i a b: remanebit ergo angulus z a g maior angulo i a g. Sit ergo angulus k a g ęqualis angulo i a g per 23 p 1, ducta linea à centro ad circumferentiam in pũctum k, & copuletur linea k g: erit quoque angulus k a g minor angulo z a g: punctum ergo k erit altius puncto z, & punctũ m eſt altius puncto g: linea ergo k g ſecabit lineam z m. Sit, ut ſecet ipſam in puncto l: & producatur k g ſuper lineam i a in punctum t: fiat quoq; deductio, ut ſtatim in proxima linea t g. Palàm ergo quòd uiſu exiſtente

su existente in puncto l, reflectetur ad ipsum forma puncti n à puncto m: & locus imaginis erit q: & similiter ad ipsum reflectetur forma puncti i à puncto g, & locus imaginis erit t secundum priorem probationẽ: erit quoque linea t q imago lineæ n i, quæ est ęqualis ipsi, ut supra ostensum est: & sic sequitur idem propositũ qd' prius. Si uerò angulus b a g fuerit minor angulo g a m, erit, ut supra, angulus z a g minor angulo i a g. Sit ergo angulus o a g ducta linea a o ad peripheriam circuli æqualis angulo i a g: erit ergo angulus o a g maior angulo z a g: est ergo punctũ o inferius pũcto z: & producatur linea o g, quę incidat lineæ i a in puncto t. Palàm itaq; quòd forma pũcti i reflectitur ad uisum existentẽ in puncto o à puncto speculi g. Linea itaq; o g aut secabit lineã z m q



extra circulũ speculi, aut non: si sit possibile, secet ipsam extra circulũ. Si in puncto sectionis fuerit uisus, reflectentur ad ipsum duæ formę punctorũ n & i à pũctis speculi m & g, & loca imaginũ erũt puncta q & t: & tota linea q t imago totius lineæ n i, & erit per præmissa æqualis ei: patet itaq; hoc quod prius: quoniã imago rei uidebitur in hoc situ æqualis ipsi rei. Si forte linea o g secet lineam z m q intra circulum speculi: tunc nõ potest accedere probatio pręmissa, sed extra totalẽ hanc superficiem est possibile inueniri punctũ, in quo posito uisu reflectantur ad ipsum formę duorũ punctorũ n & i à duobus punctis speculi, & ipsorũ imagines erunt puncta q & t. Quoniã enim, ut patet ex prius pręostensis, angulus n a z est duplus angulo i a b: quoniã est duplus angulo n a u æquali angulo i a b, ut patet ex pręmissis: & angulus i a o est duplus angulo i a g: est aũt angulus i a b maior angulo i a g in angulo g a b. Et quia angulus g a b est ex hypothesi minor angulo m a g: patet quòd angulus g a b est minor medietate anguli m a b: totus uerò angulus m a b est per 33 p 6 æqualis angulo n a i, quoniã arcus d f est æqualis arcui m b: ergo angulus g a b est minor medietate anguli n a i: angulus ergo n a z excedens angulũ i a o in duplo anguli g a b, nõ excedet ipsum in angulo maiori quàm sit angulus n a i: duo ergo anguli n a i & n a z sunt maiores tertio, qui est i a o: & duo anguli n a z & i a o sunt maiores tertio, qui est n a i: & duo anguli i a o & n a i sunt maiores tertio, qui est n a z: sunt ergo isti tres anguli n a i, n a z, & i a o, quorũ quilibet duo sunt maiores tertio, oẽs aũt tres simul 4 rectis sunt minores: quoniã angulos, qui super centrũ a 4 rectis sunt æquales, ipsos impossibile est euacuare, ut patet. Igitur per 23 p 11 possibile est ex illis fieri unũ angulũ solidũ: fiat ergo ille super centrũ a p eandẽ 23 p 11: & sit linea s a eleuata super superficiem circuli in puncto a taliter, ut angulus i a s sit æqualis angulo i a o, & angulus n a s sit æqualis angulo n a z, angulus uerò n a i maneat, ut est in superficie circuli immotus. Fiat itaq; linea a s æqualis alicui linearũ a n, uel a i, uel a o, quæ oẽs sunt æquales, quia sunt semidiametri eiusdẽ circuli: & pducãtur lineæ t s, q s. Quia itaq; angulus t a s est æqualis angulo t a o, ut patet ex præmissis, & duo latera t a & a o sunt æqualia duobus lateribus t a & a s, & angulus t a o est ęqualis angulo t a s, ut patet ex pręmissis: erit p 4 p 1 basis t s æqualis basi t o, & totus triangulus toti triãgulo: erit ergo angulus o t a uel g t a ęqualis angulo s t a. Similiter quoque



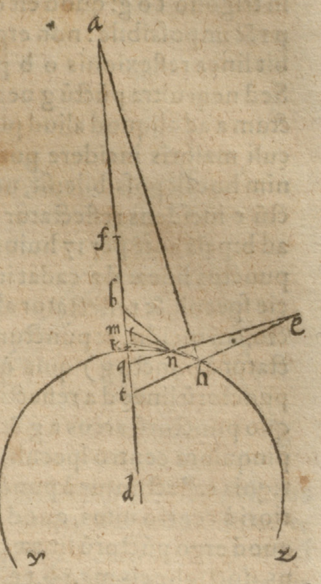
angulus q a s est æqualis angulo q a z, & duo latera duob. laterib. erit ergo, ut prius, angulus z q a. q est m q a, ęqualis angulo s q a. Diuidatur itaq; angulus t a s p æqualia p lineã a y ex 9 p 1: & sit y punctus, in quo linea diuidẽs angulũ, secat lineã t s: palã cũ angulus i a g sit medietas anguli i a o, ut patet ex pmissis, erit angulus t a g ęqualis angulo t a y: sed & angulus g t a ostẽsus est ęqualis angulo y t a. Et qa duob. trigonis y t a & g t a latus t a est cõmune, erit p 26 p 1 trigonus y t a ęqualis trigono g t a: quoniã latus t y erit æquale lateri t g, & latus a y æquale lateri a g: erit ergo pũctus y in superficie speculi, sicut & punctũ g: cũ ambo æqualiter distẽt à cẽtro speculi, qd' est a. Et quia angulus t a g est æqualis angulo t a y, erit angulus i a g æqualis angulo i a y, & latera lateribus sunt æqualia: quoniã i a est commune, & a y est æquale ipsi a g: ergo p 4 p 1 erit angulus a g i æqualis angulo a y i, & linea i y

producta erit æqualis lineæ i g. Et producatur a y extra ſpeculū uſq; ad punctū p: reſtat ergo angulus i g r ęqualis angulo i y p. Verùm cū linea t s ſit ęqualis lineæ t o, ut ſuprà patuit, & t y ęqualis ipſi t g: reſtat linea g o æqualis lineæ y s: duo ergo latera a y & y s ſunt æqualia duobus lateribus a g, & g o, & baſis a s eſt æqualis baſi a o: ergo per 8 p 1 trigonorū a y s, a g o anguli æquis lateribus contenti ſunt æquales: angulus ergo a y s eſt æqualis angulo a g o: reſtat ergo per 13 p 1 angulus s y p æqualis angulo o g r: igitur duo anguli i g r & o g r æquales ſunt duobus angulis i y p, s y p. Verùm linea a s ſecat ſuperficiē cōuexā ſpeculi: ſit pūctus ſectiōis e: tria ergo pūcta, quę ſunt e, y, d ſunt in ſuperficie cōuexa ſpeculi: lineæ ergo à centro ſpeculi, quod eſt a, ad illa tria puncta productæ ſunt æquales. Quia uerò trigonū t a s eſt per 2 p 11 totū in eadē ſuperficie: patet quòd iſta tria pūcta d, y, e, quę ſunt in lateribus illius trigoni, ſunt in eadē ſuperficie: ergo linea e y d eſt per 9 p 3 arcus circuli magni ſphæræ ſpeculi, cuius centrū eſt a centrū ſpeculi: eſt aūt in ſuperficie reflexionis cōmunis ſectio ſuperficiei ſpeculi & reflexionis t s p p 1 huius: ergo forma pūcti i reflectitur ad uiſum exiſtētē in puncto s à pūcto ſpeculi y: & locus imaginis eſt pūctū t. Similiter diuiſo angulo n a s per ęqualia per lineā a x ductā ſuper q s in punctū x, & productā extra ſpeculi ſuperficiē in punctū œ, demōſtrabitur prędicto modo, quia linea q x erit æqualis lineæ q m, & linea a x æqualis lineæ a m, & linea x s æqualis lineæ m z: & duo anguli n x œ, & s x œ erunt æquales duob. angulis n m u, & z m u: & ita forma puncti n reflectetur ad uiſum exiſtentē in pūcto s à pūcto ſpeculi x: & locus imaginis eſt punctū q: & ita ut prius, formæ duorū punctorū n & i reflectuntur à duobus pūctis ſpeculi x & y ad uiſum exiſtentē in puncto s: & erit linea t q imago lineæ i n: eſt aūt linea t q æqualis lineæ i n. Patet ergo propoſitū, ut prius. Itē ſi à pūcto i ducatur perpendicularis ſuper lineā n a, illa cadet inter puncta n & q, nō extra punctū n: quia cū per 42 th. 1 huius angulus i n a ſit acutus, ſi caderet extra punctū n, fieret acutus extrinſecus recto, & ita maior per 16 p 1: quod eſt impoſsibile: cadet ergo illa perpēdicularis citra punctū n: faciet ergo illa perpendicularis angulū rectū ſuper lineā n q, quē reſpiciet linea i n: ergo p 19 p 1 erit linea i n maior illa perpēdiculari: ergo illa perpēdicularis erit minor quàm linea t q, quę eſt æqualis lineę i n. Pūctus itaq; lineę n q, in quē cadit illa perpendicularis, qui ſit k, reflectitur ad uiſum in puncto s exiſtentē ab aliquo puncto ſpeculi: & locus imaginis ſuæ erit in linea n a per 11 huius: erit aūt remotior à cētro ſpeculi, quod eſt a, ultra punctū q, quàm ſit ipſum punctū q, ut patet per 17 huius. Quantò enim remotiora ſunt puncta, quorū formę reflectuntur à ſpeculis ſphæricis cōuexis, tantò loca imaginū magis accedunt ad centrū ſpeculi: ſed punctus i illius perpendicularis reflectitur ad uiſum à pūcto ſpeculi y: & locus ſuę imaginis eſt punctū t. Quæcunq; uerò linea ducitur à pūcto t ad aliquod punctū lineæ n q ultra q, propius ad punctū n, ut linea t k, illa cū opponatur angulo obtuſo, ut patet, erit per 19 p 1 maior quàm linea t q: ergo etiam erit maior quàm linea i n, quæ eſt maior illa perpendiculari, cuius imago uiſui occurrit. Patet ergo quòd imago illius perpendicularis erit maior ipſa perpendiculari. Et idē accidit, quæcunq; linea ducatur à puncto i ad lineam n q, inter illā perpendicularē i k & lineā i n: erit enim ſemper linea i n maior illa linea per 47 uel 19 p 1: & imago illius lineę ſemper erit maior quàm linea q t: & ita ſemper erit imago ipſius maior quàm ipſa. Quod eſt propoſitū. Poſſunt aūt hęc clarius patefieri. Quia enim forma puncti n reflectitur ad uiſum exiſtentē in pūcto z à puncto ſpeculi m: & locus imaginis eſt punctū q: patet quòd linea reflexionis, quę eſt z m q, ſecat circulū: ſit punctū ſectionis z: patet ergo quòd contingens ducta à puncto z ad circulū, qui eſt cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, non poteſt cadere in punctū m: quia per 21 huius angulus a m z oportet quòd ſit maior recto, quod eſſet contra 18 p 3, ſi linea z m eſſet circulū contingens: neq; poteſt cadere in punctū z, quia ibi ſecat & non contingit: cadet ergo in aliquod punctū arcus m e, & producta ad lineā n a, cadet altius quàm punctū q: quoniā punctus, in quē cadit, dicitur finis cōtingētiæ, qui ſit n: & eſt meta imaginū, ut patet per 7 definitionē huius & puncta ſub illo pūcto, quę eſt meta imaginū exiſtentia, non poterunt reflecti ad uiſum, ſuperiora uerò illo poterunt reflecti. Igitur perpendicularis ducta à puncto i ſuper lineam n q, ſi ceciderit altius puncto n, qui eſt meta imaginū, poteſt reflecti ad uiſum pūctus ille lineæ n q, in quē ipſa perpendicularis cadit: & erit, ut pręmiſſum eſt, imago perpendicularis maior ipſa perpēdiculari. Si uerò perpēdicularis cadat in ipſum punctum n, qui eſt meta imaginum, uel inferius illo: tunc forma pūcti, in quē cadit perpēdicularis, nō reflectetur: quare nulla erit imago ipſius perpēdicularis: uerun tamē quando n finis cōtingentiæ eſt inferior quàm linea i n, & plus ad centrū: erunt inter pūctum, qui eſt finis contingentiæ, & punctū n infinita pūcta, quorū quodlibet reflectitur ad uiſum: & imago cuiuslibet erit ſuper lineā n q: & cuiuslibet lineæ ductę à pūcto i ad quodlibet illorū, erit imago maior illa linea, cuius eſt imagò. Patet ergo propoſitū longis ambagibus certius perquiſitum.

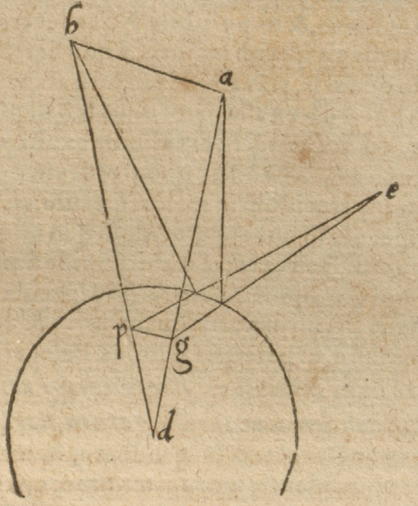
39. In omni diſtātia, qua certa quātitas rei à uiſu poteſt cōprehēdi, imago cuiuslibet rei uiſæ in ſpeculo ſphærico cōuexo minor uidetur quàm forma rei extra. Eucl. 21 th. catoptr. Alhazen 5 n 6.

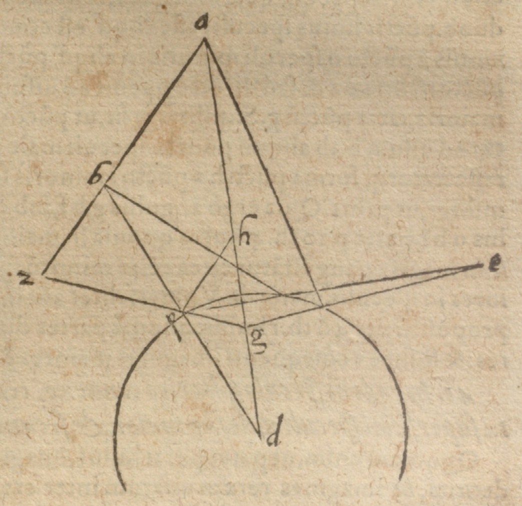
Sit a b linea uiſa: & ſit z x arcus circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis ſpeculi ſphærici conuexi, cuius centrum d: ſitq; e centrum uiſus: & reflectatur forma puncti a ad uiſum e à puncto reflexionis h arcus z x: & forma puncti b à puncto n: intelligaturq; linea a b produci intra ſpeculum. Aut ergo ipſa tranſit centrum ſpeculi: aut non. Sit autem primò, quòd tranſeat: & ducatur linea a b d: ducatur quoq; à puncto n linea contingens circulū, quæ ſit n l: & à puncto h ducatur contingens, quæ h m: & ducantur lineæ incidentię & reflexionis, quę ſint b n, e n, a h, e h: producanturq; lineæ

surq; lineæ reflexionis e h & e n, donec cadan t in perpendicularem a d: & incidat linea e h in punctum t, & linea e n in punctum q. Palàm ergo per 11 huius quoniam t est locus imaginis formæ puncti a: & q est locus imaginis formę puncti b. Dico quòd linea a b est maior quàm linea q t. Patet enim ex 12 huius quia proportio a d ad d t est, sicut a m ad m t. Similiter per eandem proportio b d ad d q est sicut proportio b l ad l q: sed a d est maior quàm b d, & d t est minor quàm d q: ergo per 9 th. 1 huius maior erit proportio a d ad d t, quàm b d ad d q: ergo per 11 p 5 maior erit proportio a m ad m t, quàm b l ad q l. Secetur ergo linea a m, in puncto f per 3 th. 1 huius, ita ut proportio f m ad m t sit sicut b l ad l q: & ita cum m t sit maior quàm l q: erit per 14 p 5 f m maior quàm b l: ergo per 8 p 5 erit f m ad t m maior proportio quàm b l ad t m: erit ergo minor proportio b l ad m t, quàm b l ad l q: & multò magis erit minor proportio b m ad m t, quàm b l ad q l. Secetur ergo m t in puncto k taliter, ut proportio b m ad m k sit sicut b l ad l q. Palàm ergo per naturam proportionis, & per 8 p 5 quoniam punctus k necessariò cadet inter puncta m & q: linea enim l q minor est quàm m q, & linea b l est maior quàm linea b m. Cum igitur sit proportio f m ad m t, sicut b l ad l q, & sicut b m ad m k: erit per 19 p 5 proportio f b ad k t, sicut b l ad l q: sed b l est maior quàm l q: ergo f b est maior quàm k t: sed f b est minor quàm a b, & k t est maior quàm q t. Si ergo f b est maior quàm k t: ergo multò fortius a b est maior quàm q t. Et hoc est propositum. Si uerò linea a b producta nõ perueniat ad



cẽtrum d: ducatur à puncto a linea ad centrũ d, quæ sit a d: & à pũcto b ducatur b d: & locus imaginis a sit pũctus g: locus imaginis b sit pũctus p: & ducatur linea p g: erit ergo linea p g imago lineę a b. Dico quia a b est maior quàm p g. Aut enim p g est æquidistás lineæ a b: aut nõ. Si fuerit æquidistás, palàm quia p g est minor quàm a g per 29 p 1 & per 4 p 6: cũ sit proportio a b ad p g, sicut a d ad d g, & a d sit maior quàm d g, erit a b maior quàm p g. Si uerò linea p g non sit æquidistás ipsi a b, producatur usq; quò concurrat cum a b: & sit punctus concursus z: & à puncto p ducatur æquidistans a b, quæ sit p h: angulus ergo p g h si sit rectus uel maior recto, erit per 19 p 1 latus p h maius latere p g: sed p h est minus quàm a b per 29 p 1. 4 p 6: ergo p g est minus quàm a b. Si angulus p g h fuerit acutus, maior tamen angulo p h g, adhuc sequitur idem quod prius. Quòd autem angulus p g h sit minor angulo p h g, hoc non potest accidere, nisi cum tanta fuerit rei à speculo distantia, quòd illa distantia ipsi etiam uisui uideretur minor quàm sit secundum ueritatem: tunc aũt potest imago uideri maior quàm forma per se uisui occurrens, ut patet per pręmissam. Patet ergo propositum.

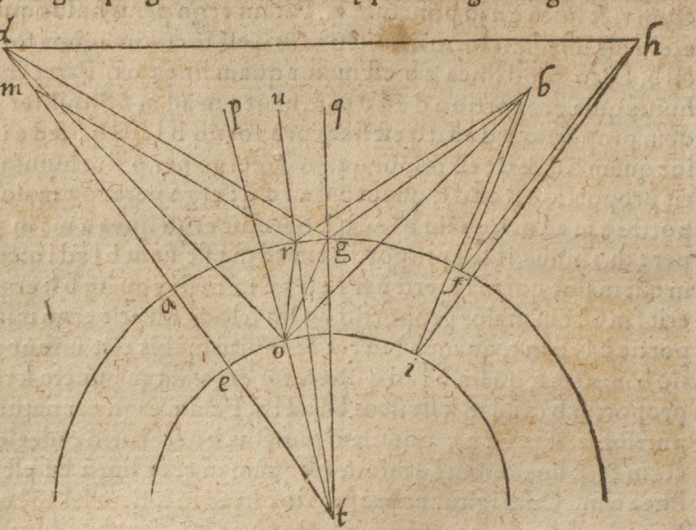




40. In minorib. speculis sphæricis cõuexis eiusdẽ rei apparẽt idola minora. Eucl. 22 th. catoptr.

Sint duo specula sphærica conuexa super idem centrum t collocata, exempli caussa, quorum maioris circulus communis sibi & superficiei reflexionis sit a g, minoris uerò sit e i: fiat quoq; reflexio formæ alicuius uisibilis, ut ipsius h d, ab utroq; illorũ speculorũ, ita ut forma puncti d reflectatur à puncto g circuli speculi maioris, scilicet ipsius a g, ad uisum, qui sit b. Si itaq; idem uisibile d reflectatur ad uisum b ab aliquo puncto circuli e i speculi minoris, ut à puncto o: nõ est possibile ut linea reflexionis, quę sit o b, cadat in punctũ g speculi circuli maioris. Detur enim, ut cadat in punctũ g, & reflectatur ad uisum b: & ducatur linea d g, ut prius. Manifestũ itaq; per 8 huius quoniá linea à centro speculi t ad punctũ g producta diuidit angulũ d g b per duo æqualia: quę producta sit t g q. Et quoniá forma puncti d incidit pũcto speculi minoris, quod est o: ducatur linea t o à cẽtro speculi: hæc ergo diuidet angulum d o b per æqualia: & producta sit t o p. Quia itaq; angulus d g b extrinsecus est ex hypothesi angulo d o b in trigono d o g: palàm per 16 p 1 quoniam ipse est maior illo: ergo medietas anguli d g b est maior medietate anguli d o b: & ita angul9 q g b maior est angulo p o g: sed angul9 o

g t eſt ęqualis angulo q g b p 15 p 1: ergo angul⁹ p o g extrinſecus erit ęqualis angulo o g t intrinſeco
in trigono t o g: quod eſt contra 16
p 1 & impoſsibile: non ergo tranſi-
bit linea reflexionis o b punctũ g.
Sed neq; ultra pũctũ g uerſus pun-
ctum a ad aliquod aliud punctũ ſpe
culi maioris incidere poteſt. Si e-
nim hoc ſit poſsibile: ſit, ut ad pun-
ctũ r incidens reflectatur linea d o
ad b: palã autẽ per 17 huius (cum a
punctus lineæ d a cadat in ſuperfi-
cie ſpeculi, & reflectatur ab illo pũ-
cto, cui incidit, & punctum d refle-
ctatur à puncto g) quia quodlibet
punctorũ lineę d a reflectitur ab ali
quo punctorũ arcus a g & fiũt pro-
pinquiora centro ſpeculi, quod eſt
t: quia reflectuntur à puncto remo-
tiori à centro uiſus, quod eſt b. Ali-



quod ergo pũctorũ lineæ d a reflectetur à pũcto r ad b: ſit illud m: & accidet idẽ impoſsibile, qđ pri
us, ductis lineis m r, r b, t r. Vel ſi forma pũcti d reflectitur à puncto ſpeculi maioris, qđ eſt g: & itẽ ꝑ
reflexionẽ à pũcto ſpeculi minoris, qđ eſt o, incidit pũcto ſpeculi maioris, qđ eſt r: à duob. ergo pũ-
ctis maioris ſpeculi, quæ ſunt g & r, reflectitur forma unius pũcti ad uiſum b: coincidũt ergo radij à
duob. pũctis huius ſpeculi reflexi, qđ eſt contra 15 huius, & impoſsibile. Nõ cadet ergo radius refle
xionis à pũcto o ſpeculi minoris in aliqđ pũctũ arcus a g ſpeculi maioris, à quo fit reflexio formarũ
pũctorũ lineæ a d, ſed directè ꝑuenit ad uiſum in pũctũ b, trãs aliquẽ pũctorũ arcus circuli ſpeculi
maioris, citra pũctũ g. Similiterq; ſit, ut pũctus h lineæ d h ex alia parte uiſus b, q̃ ſit pũctũ d, reflecta
tur ad uiſum b ab aliquo puncto ſpeculi maioris, qđ ſit f: eritq; f per 17 huius ex alia parte puncti g:
reflectaturq; forma pũcti h à pũcto i minoris ſpeculi ad pũctũ b: fiet quoq; reflexio à pũcto i ad b ſi-
militer, ut prius. Quia ergo angulus g b f, ſub quo apparet idolũ in maiori ſpeculo, eſt maior q̃ angu
lus o b i, patet ꝑ 20 th. 4 huius quoniã in maiori ſpeculo maius apparet idolũ q̃ in minori: formæ e-
nim magis coanguſtãtur circa cẽtra minorũ ſpeculorũ, q̃ circa cẽtra maiorũ: unde fiunt ſemper ma-
iores in ſpeculis maiorib. Vniuerſaliter aũt in omni ſitu ꝓportionato rerũ ad ſpecula poteſt patere
propoſitũ per 46 th. 1 huius: quoniã partes diametri circuli maioris ſunt maiores & minoris mino-
res: & fiunt ex cõſequenti imagines maiores & minores, ut patet per 11 huius. Patet ergo propoſitũ.

*41. In eodem ſpeculo ſphærico conuexo, centro uiſus immoto exiſtente: imago rei approxima-
tæ ſuperficiei ſpeculi uidetur maior, & ſecundum eandem lineam elongatæ minor.*

Quoniam enim, ut patet per 11 huius, imagines punctorum rei uiſæ uidentur in cathetis ſuæ inci
dentiæ, & imagines rerum uiſarum inter cathetos incidentię ſuorum terminorum: catheti uerò
punctorũ terminalium rei à ſpeculi ſuperficie elõgatæ continent angulum minorẽ, & approxima-
tæ maiorem per 34 th. 1 huius: linea enim æqualis & æquidiſtans baſi trigoni uicinior angulo ſupre
mo, maiori angulo ſubtenditur. Et quoniam mutata re ſecundum locum, mutatur ipſius imago in
omni ſpeculo, ut patet per 42 th. 5 huius: patet quòd imago rei elongatę fit minor: unde & uide-
tur minor: & approximatæ ſuperficiei ſpeculi fit maior: unde & uidetur maior: quoniam ſecun-
dum pręmiſſa in proxima pręcedente uidetur ſub maiori angulo contento in centro uiſus ſub li-
neis reflexionum ipſorum punctorum terminalium illius rei, ut patere poteſt per 34 th. 1 huius, &
per 23 huius. Patet ergo propoſitum. Et per hæc & per præmiſſam poteſt patere, quoniam ſi ſit pro-
portio elongationis rei uiſæ à ſuperficie ſpeculi maioris ad elongationẽ à ſuperficie ſpeculi mino-
ris, ſicut exceſſus imaginum, quæ proueniunt in illis ſpeculis excedentes ſe ſecundum proportio-
nẽ diametrorum ſpeculorum: poſsibile eſt in ſpeculo maiori plus elongato à re uiſa, & in ſpeculo
minori plus approximato eidẽ rei, ęqualẽ imaginem uideri eiuſdem rei, quæ aliàs in ſpeculo maio-
ri appareret maior, & in ſpeculo minori minor, ut patet per pręmiſſam. Et hoc eſt notatu dignum.

42. In ſpeculo cõuexo ſphærico dextra rei uiſæ apparẽt ſiniſtra, et ſiniſtra dextra. Euc. 20 th. catop.

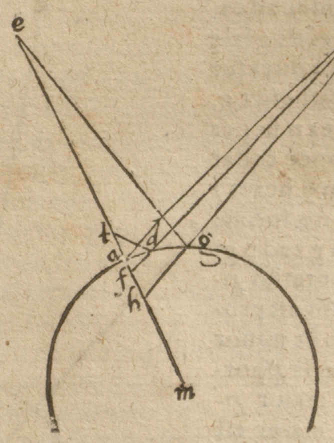
Hæc non requirit aliam demonſtrationem ab illa, quæ ſimilem paſsionem declarat in ſpeculis
planis: unde eodem modo demonſtrandum: nec aliter oportet immorari.

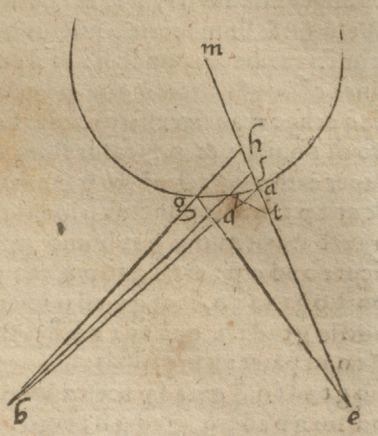
*43. Altitudines & profunditates perpendiculariter incidentes ſpeculis ſphæricis conuexis,
reuerſæ apparent. Euclides 8 th. catoptr.*

Eſto ſpeculum ſphæricum cõuexum a d g: cuius centrũ m: incidatq; ſuperficiei ſpeculi perpen-
diculariter altitudo, quæ ſit e a, cuius altius punctum ſit e: & ſit centrum uiſus b: reflectaturq; pun-
ctus a à puncto ſpeculi, qui ſit a: & ſit linea reflexionis, quæ a b: reflectatur quoq; forma puncti alti-
tudinis e à puncto ſpeculi g: ſitq; linea reflexionis g b: & alter punctus lineæ e a (qui ſit t) inferior
pũcto e, reflectatur ad uiſum b à puncto ſpeculi d: & ſit linea reflexionis d b. Producatur itaq; linea
altitudinis e a ultra punctum a: palamq; ex hypotheſi, & per 72 th. 1 huius quoniã ipſa tranſibit cen

trum m: &

trũ m: & ꝓducatur linea reflexionis b g intra ſpeculũ. Et q̃a lineæ e a & b g ſunt in eadẽ ſuꝑficie reflexiõis ꝑ 27 th. 5 huius: palã cũ nõ ſint ęquidiſtãtes, ut patet per 9 huius, quia concurrent: cõcurrant itaq; in puncto h: ſed & b d linea reflexionis cõcurrat cũ linea e a producta, in puncto f. Et quoniã per 11 huius pũcta h & f ſunt loca imaginũ pũctorũ e & t: palã quòd linea h f eſt imago lineæ e t: ſimiliter quoq; de alijs punctis lineæ e a demonſtrãdũ. Eritq; imago lineę e a linea a h: reuerſa ergo uidetur altitudo: quod enim ſupremũ eſt, uidetur infimũ, & ecõuerſo.

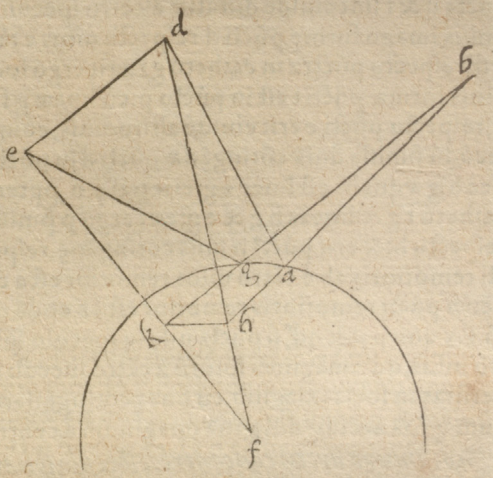




Patet enim ꝑ 23 huius quoniã ſuper unã cathetũ incidẽtię ſignatis duob. pũctis, erit locus imaginis pũcti à cẽtro ſpeculi ꝓpinquioris, remotior à cẽtro ſpeculi, & remotioris propinquior: remotior itaq; uidebitur à cẽtro m imago pũcti t, q̃ eſt f, q̃ imago pũcti e, q̃ eſt h. Palã itaq; eſt ꝓpoſitũ primũ. Et eodẽ modo eſt de ꝓfunditatib. demõſtrãdũ: infimũ. n. pũctũ reflectitur ad pũctũ imaginis ſupremũ, & ecõuerſo. Media quoq; pũcta modo medio reuerſè diſponũtur. Propoſitũ aũt eſt hoc.

44. Obliquarum longitudinum idola à conuexis ſpeculis reflexa apparent ſuæ propriæ diſpoſitionis. Euclides 10 th. catoptr.

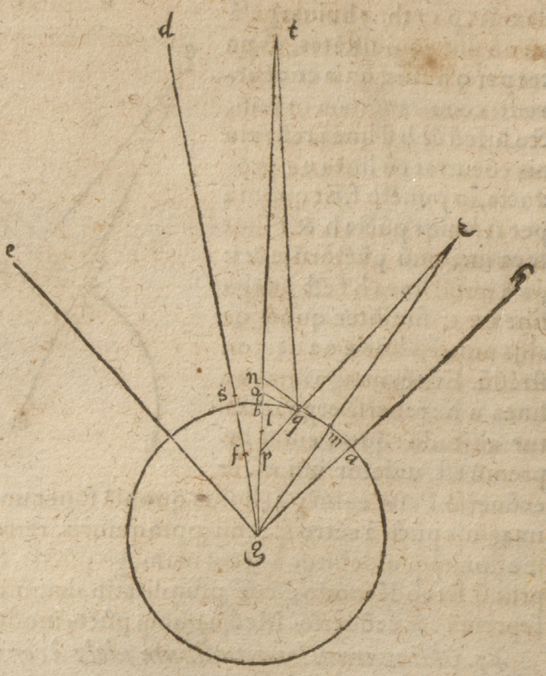
Eſto longitudo d e obliquè incidens ſpeculo ſphærico conuexo, quod ſit a g: & eius centrũ f: & ſit altius pũctũ d quàm e pũctũ à ſuperficie ſpeculi dati: ſitq; centrũ oculi b: & reflectatur punctus d ad uiſum b à pũcto ſpeculi a, & pũctus e à pũcto g. Et à puncto d ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, quæ per 72 th. 1 huius neceſſariò tranſibit centrum ſpeculi, quod eſt f: quæ ſit d f: & ſimiliter ducatur cathetus e f: ducanturq; lineæ reflexionum b a & b g: & producãtur intra ſpeculũ: cõcurratq; b a cũ d f in puncto h, & b g cũ e f in pũcto k: & ducatur linea h k, eritq; ꝑ 11 huius linea h k imago lineæ d e: eſt autẽ linea k h obliquè ſe habẽs ad uiſum b, ſicut linea d e ad ſpeculũ. Quoniã ꝑ 23 hui⁹ pũcti e, qđ eſt ꝓpinquius cẽtro ſpeculi, imago, q̃ eſt k, remotior ſit à cẽtro ſpeculi f: & punctũ h, qđ eſt imago pũcti d remotioris à cẽtro ſpeculi, ſit ꝓpinquius cẽtro ſpeculi: qđ patet ꝑ hoc: quoniã alicuius pũcti catheti d f tãtũ diſtantis à pũcto f, quantũ pũctũ e: locus imaginis eſt remotior à cẽtro f, q̃ locus imaginis pũcti d ꝑ 23 huius: eſt itaq; h remotius à conuexa ſuꝑficie ſpeculi apparẽs, & pũctũ k propinquius eidẽ ſuperficiei. Sic aũt & pũctus d fuit remotior à ſuperficie ſpeculi, & pũctus e ꝓpinquior. Patet ergo ꝓpoſitũ, quoniã obliquę lõgitudines apparẽt illius diſtantiæ à ſuperficie ſpeculi, cuius ſunt ſecundum ueritatẽ in ſua propria diſpoſitione.



45. Duobus punctis rei uiſæ æqualiter diſtantibus à centro ſpeculi ſphærici conuexi, & inæqualiter à centro uiſus in eadẽ ſuperficie uel diuerſis: erunt imago & finis cõtingentiæ puncti remotioris à centro uiſus remotiora à centro ſpeculi, quàm imago & finis cõtingentiæ puncti propinquioris: ex quo patet quòd punctorũ æqualiter diſtantiũ à centro ſpeculi & à centro uiſus, imagines à centro ſpeculi æqualiter diſtabunt. Alhazen 7 n 6.

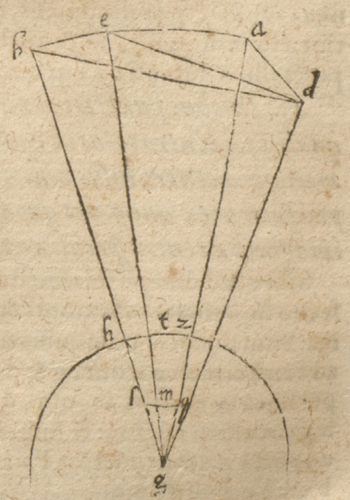
Sint t & d duo pũcta æqualiter à puncto g cẽtro ſpeculi remota: & ſit e cẽtrũ uiſus: & ſit cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi circulus a b: cuius cẽtrũ erit pũctũ g ꝑ 1 huius. Sitq; pũctũ d ꝓpinquius uiſui, q̃ eſt e, q̃ pũctũ t: & ducãtur duæ catheti incidẽtiæ à pũctis t & d ad cẽtrũ circuli g, q̃ ſint t g & d g: ſecetq; cathetus t g ſuꝑficiẽ ſpeculi in pũcto b: fiatq; angulo e g d ſuper lineã t g ęqualis angulus, q̃ ſit t g z: & angulo e g t ęqualis angulus, q̃ ſit t g h ꝑ 23 p 1: ſecetq; linea h g circulũ in pũcto a: & ſumatur ꝑ 20 uel 22 huius in circulo pũctũ, à quo forma pũcti t reflectatur ad pũctũ z: qđ ſit pũctũ q. Palã ergo qđ forma pũcti t nõ reflectitur ad pũctũ h ab aliquo pũcto arc⁹ b q: nõ. n. à pũcto b: quoniã cũ ille ſit in catheto incidẽtię, palã ꝑ 10 huius q̃a reflectitur in ſeipſum & nõ ad pũctũ h. Sed neq; à pũcto q: quoniã ab illo forma pũcti t reflectitur ad pũctũ z. Quocũq; uerò pũcto ſumpto in arcu b q, linea à pũcto h ad illud pũctũ ducta ſecabit lineã q z: igitur ad illud pũctũ ſectiõis reflectitur forma pũcti t à pũcto aliquo arcus b q, & ad idẽ pũct⁹ ſectiõis reflectitur à pũcto q: ergo forma puncti t reflectitur à duob. punctis ſuꝑficiei ſpeculi ad unũ punctũ: qđ eſt impoſsibi-

le,& contra 16 huius. Restat ergo ut forma pũcti t reflectatur ad pũctũ h ab aliquo puncto arcus q a. Sit illud pũctũ m:& à puncto m ducatur linea cõtingẽs circulũ ꝑ 17 p 3: & ꝓducatur usq; ad cathetũ g t:& sit m n:eritq; pũctus n finis cõtingẽtię puncti t respectu puncti h: & à puncto q ducatur linea cõtingẽs circulũ,quę ꝓducta ad cathetũ t g, sit q o:hęc ergo necessariò cadet sub linea n m per 60 th.1 huius: & ꝓducatur linea z q donec cadat super cathetũ g t in pũcto p (cadet aũt ꝑ 9 huius) & erit ꝑ 11 huius punctus p locus imaginis formæ puncti t: erit quoq; ꝑ 12 huius ꝓportio g t ad p g, sicut t o ad o p: ergo ꝑ 16 p 5 erit permutatim ꝓportio g t ad t o,sicut g p ad p o:sed maior est proportio g t ad t n, quã ad t o ꝑ 8 p 5: cũ t n sit minor q̃ t o,ut patet ex pręmissis: maior ergo erit ꝓportio g t ad t n,q̃ g p ad p o:est autẽ ꝑ 8 p 5 maior ꝓportio g p ad p o, q̃ ad p n: ergo multò maior est ꝓportio t g ad t n , q̃ g p ad p n : quoniã p o minor est q̃ p n. Diuidatur ergo ꝑ 119 th.1 huius linea g n in puncto l taliter,ut sit ꝓportio t g ad t n, sicut g l ad l n:eritq; g l maior q̃ g p,nõ ęqualis neq; minor ꝑ 8 p 5:eritq; ꝑ 16 p 5 ꝓportio t g ad g l,sicut t n ad l n: ergo ꝑ cõuersam 12 huius erit punctũ l locus imaginis puncti h. Sint ergo lineę h g, e g, z g æquales inter se:& g f sit æqualis g p,& g s æqualis lineæ g o. Cũ igitur angulus e g d sit æqualis angulo t g z: erit ꝑ 1 suppos.1 huius remotio pũcti d à puncto e, sicut remotio puncti z à puncto t. Quoniã cũ pũcta d & t sint eiusdẽ distãtiæ à cẽtro speculi, qď est g: erũt lineæ d g & t g æquales:erit ergo per 23 huius imago formę pũcti d respectu uisus e tãtũ eleuata in catheto g d, quãtũ imago pũcti t eleuata est,respectu pũcti z in catheto g t:erit ergo locus imaginis formę pũcti d in pũcto f, sicut locus imaginis formæ pũcti t est in pũcto p:cũ lineæ g f & g p sint æquales. Et similiter finis cõtingẽtię pũcti d, respectu pũcti e erit eiusdẽ altitudinis, cuius est finis cõtingẽtię pũcti t,respectu pũcti z: erit ergo secũdũ p̃missa finis cõtingẽtiæ pũcti d in pũcto s. Verũ q̃a angulus e g t æqualis est angulo t g h,& linea h g æqualis est lineę e g. erit ꝑ 33 p 6 ꝓpter æqualitatẽ angulorũ, æqualitas arcuũ interiacẽtium cathetũ t g & lineas h g & e g: erit ergo ꝑ p̃missa pũctus l locus imaginis puncti t,respectu e,sicut est respectu h: & erit pũct⁹ n finis cõtingẽtię,respectu pũcti e,sicut est respectu pũcti h. Imago ergo puncti remotioris ab e cẽtro uisus remotior est a cẽtro speculi q̃ imago pũcti ꝓpinquioris:& finis cõtingẽtiæ pũcti remotioris remotior est ab eodẽ cẽtro q̃ finis cõtingẽtiæ ꝓpinquioris. Et hoc est ꝓpositũ. Ex quo patet qď si pũcta uisa in speculo sphærico cõuexo ęqualiter distẽt à cẽtro speculi,& à cẽtro uisus, qď imagines ipsorũ à cẽtro speculi æqualiter distabũt:nec enim,ut patet ex p̃missis, fit diuersitas in locis imaginũ, cũ fines cõtingẽtiarũ semper sint æqualiter à cẽtro speculi distãtes, secundum quos accidit distantia imaginum à centro speculi, quod est g. Patet ergo, quod ꝓponebatur.



46. Imago arcus concentrici speculo sphærico conuexo (diametro uisuali erecta super superficiem incidentiæ) uidetur curua, & semper æquidistans arcui, cuius est imago. Alhaz. 11 n 6.

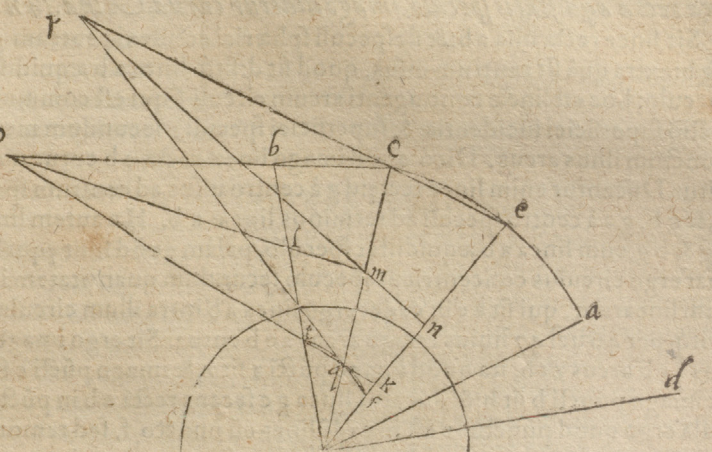
Esto a b arcus oppositus speculo sphęrico cõuexo:in quo cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus h t z : & sit g cẽtrũ illius arcus a b, & similiter centrũ speculi:quoniã ex hypothesi arcus uisus & speculũ sunt cõcẽtrica:sitq; d cẽtrũ uisus : & ducãtur lineę d g, a g, b g:& sumatur in arcu a b pũctus e quocũq; modo, & ducatur linea e g:erit itaq; supficies a g b superficies incidẽtiæ , in qua erit linea e g:& linea d g est diameter uisualis, q̃ ex hypothesi est erecta super supficiẽ a g b: erũt ergo ꝑ definitionẽ lineę sup supficiẽ erectę anguli d g a, d g b, d g e recti & oẽs æquales:sed & latera laterib. ęqualia sunt, quoniã d g est ęquale sibijpsi, & alia latera sunt æqualia ꝑ definitionẽ circuli:ergo ꝑ 4 p 1 bases illorũ triangulorũ sunt æquales. Oẽs ergo pũcti arcus a b eiusdẽ distãtiæ sunt à cẽtro uisus : quare imagines omniũ illorũ pũctorũ eiusdẽ distãtię erũt à cẽtro speculi ꝑ corollariũ p̃missę Sitq; q m l imago arcus a e b: erit igitur linea g q ęqualis lineis g m & g l: quare ꝑ 9 p 3 linea q m l erit arcus circuli, cuius cẽtrũ erit pũctũ g:erit ergo cõuexitas ipsius respectu cẽtri g, nõ respectu supficiei cõuexæ speculi siue loci reflexiõis. Et quoniã curuitas arcus a b respicit cõuexitatẽ supficiei speculi, ut cõcẽtrica ipsi ex hypothesi, patet qď idẽ arcus est cõcentricus suę imagini:ergo per 73 th.1 huius patet qď imago ęquidistat arcui uiso: quoniam est semper in superficie incidentiæ: est enim semper imago cuiuslibet puncti in catheto suæ incidentiæ per 11 huius: omnes autem catheti illæ sunt in superficie incidẽtiæ. Patet ergo propositum.



47. Imago

47. Imago arcus concentrici ſpeculo ſphærico conuexo (diametro uiſuali ſuperficiei incidentiæ obliquè incidente) uidetur curua, non æquidiſtans arcui, cuius eſt imago, niſi perpendiculari ducta à uiſu ſuper aliquem punctum uiſi arcus incidente. Alhazen 12 n 6.

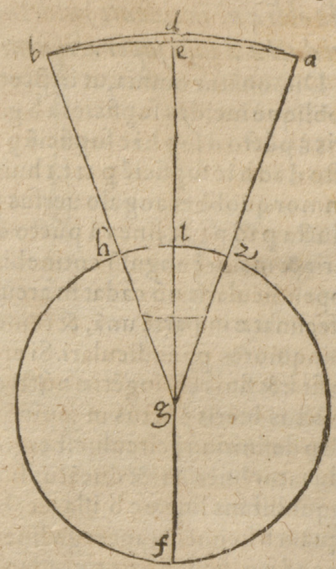
Diſponãtur omnia, ut in p̃cedẽte theoremate, niſi qđ diameter uiſualis, q̃ eſt d g, nõ ſit erecta, ſed obliquè incidẽs ſuꝑficiei a b g. Dico qđ imago arcus a b uidetur curua. Ducatur enim ꝑpendicularis à pũcto d ſuꝑ hãc ſuꝑficiẽ ꝑ 11 p 11. Cũ itaq; illa ꝑpendicularis ſit minor omnib. lineis ductis à pũcto d ad hãc ſuꝑficiẽ ꝑ 21 t. 1 huius, erit angulus rectus, quẽ cõtinet hęc ꝑpẽdicularis uerſus pũctũ g, minor quolibet angulo uerſus punctũ g imaginato, quẽ cõtinet alia linea à pũcto d ad ſuperficiẽ illã ducta ꝑ 16 p 1: & linea à pũcto d ad ſuꝑficiẽ illã ducta, quãtò remotior erit à ꝑpẽdiculari, tãtò maior erit & maiorẽ angulũ cõtinebit uerſus g: q̃a minorẽ cõtinet uerſus ꝑpẽdicularẽ ꝑ 21 p 1. Si ergo hęc ꝑpendicularis nõ cadat in arcũ a e b, ſed ultra ipſum: tũc erũt oẽs lineæ ductę à pũcto d ad hũc arcũ declinatæ in partẽ unã, & remotiores maiores & maiorẽ angulum cõtinentes uerſus pũctũ g, q̃ ꝓpinquiores ꝑpendiculari. Si ergo ſumãtur tria pũcta in arcu a b, q̃ ſint e, c, b: & finis cõtigẽtiæ pũcti b ſit l: & finis cõtingẽtiæ pũcti c ſit m: palã ꝑ 45 huius, q̃a ex eo, qđ pũctũ c eſt ꝓpinquius uiſui d q̃ pũctus b: erit pũctus m ꝓpinquior cẽtro g q̃ pũctus l: ſunt aũt lineæ g b & g c ęquales ex hypotheſi, & ꝑ definitionẽ circuli: eſt ergo linea c m maior q̃ b l. Sit aũt q imago pũcti c, & ſit t imago pũcti b: & ducatur linea q t: & ducãtur lineæ c b & m l: q̃ q̃dẽ ꝓductę cõcurrẽt. Quia ſi à pũcto m ducatur linea ęquidiſtans lineæ c b, illa ſecabit ex linea g b lineam ęqualem ipſi m c per 2 p 6: eſt autem c m maior quàm b l: concurrant ergo lineæ c b & m l in puncto o. Et quoniam per 12 hujus proportio eſt lineæ g c ad g q, ſicut lineæ c m ad m q: erit ꝑ 16 p 5 permutatim proportio g c ad c m, ſicut g q ad q m: & ſimiliter erit g b ad b l, ſicut g t ad t l: ergo per 124 th. 1 huius, cum lineæ g c & g b angulariter cõiunctæ ſint proportionaliter diuiſæ, & à punctis ſectionum ducantur lineæ cõcurrẽtes, quæ c o & m o: palàm quòd linea q t concurret cum lineis c b, m l: & erit ipſarum concurſus in puncto o. Finis uerò contingẽtiæ puncti e ſit n. Et quoniam pũctus n per 45 huius demiſsior eſt puncto m: erit, ut prius, e n linea maior quã linea c m. Productis ergo lineis e c & n m, patet, ut prius, quòd concurrent: ſit ergo punctus concurſus p: & ducatur linea q p, & procedat donec ſecet lineam e g in puncto f: & producatur linea o q uſq; ad lineam e g, quã ſecet in puncto k. Palã quoq; propter hoc, quòd punctus n eſt demiſsior puncto m, quia punctum k erit ſuperius quã punctum f, & linea g k maior erit quã g f: patet autẽ per 123 th. 1 huius quoniam proportio lineæ g e ad e n eſt ſicut lineæ g f ad f n: ſed finis contingentiæ eſt punctus n: locus ergo imaginis erit punctus f per 12 huius. Igitur linea f q t erit imago arcus circuli e c b: & erit linea curua, nõ recta, utpote arcus illis tribus punctis per 5 p 4 circũſcriptus. Nõ erit aũt ille arcus æq̃diſtans arcui ſpeculi neq; arcui uiſo: quoniã, ut patet, lineę t b & q c & f e ſunt inæquales, propter qđ remanẽt lineę g t, g q & g f inęquales. Similiter quoq; demõſtrãdũ ſi perpẽdicularis ducta à puncto d, cadat ex alia parte arcus a b citra ipſum: tunc enim ſimilis erit probatio. Patet ergo propoſitum primum. Si uerò perpendicularis ducta à puncto d ſuper ſuꝑficiem incidentię cadat in medio arcus a b: lineę à puncto d ex diuerſis partibus ad arcum ductę ęqualiter diſtantes à perpendiculari, erunt æquales, & ęquales angulos continentes uerſus punctum g: & imagines ipſarum æqualiter diſtabunt à centro g: & fines contingentiarum ſimiliter. Imago itaq; æquidiſtabit arcui a b, & arcui ſpeculi: quoniam imago figurabitur ſuper centrum ſpeculi, quod eſt g: & erit illi concẽtrica per 73 th. 1 huius. Poteſt quoq; probari prędicto modo de utraq; parte arcus per ſe, ſecundum quod diuiditur à perpendiculari: quòd eius imago ſit linea curua modo prædicto æquidiſtans arcui uiſo propter æqualitatem linearum à centro ſpeculi & arcus uiſi ad loca imaginũ productarũ. Quod eſt propoſitũ: de imagine enim arcus a e poteſt ſecũdũ præmiſſa idem patere.



48. Imago arcus eccentrici circulo (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei incidẽtiæ & ſpeculi ſphærici conuexi) ſecundũ mediũ eius punctum propinquioris cẽtro ſpeculi (uiſu exiſtẽte extra ſuꝑficiẽ incidentiæ) uidetur maioris curuitatis quã arcus eidẽ circulo ſpeculi æq̃diſtãtis. Alha. 3 n 6.

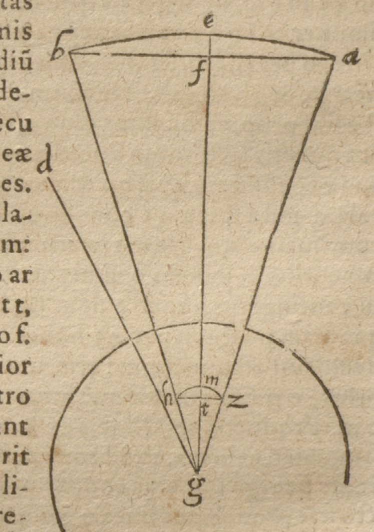
Eſto arcus uiſus b e a: circulusq; communis ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit h z: cuius centrũ ſit g: ſitq; arcus b e a eccentricus arcui h z: ſint tamẽ iſti arcus in eadẽ ſuperficie: & ſit e medius punctus arcus b e a ꝓpinquior cẽtro g: ſitq; uiſus extra ſuperficiẽ incidẽtiæ. Dico quòd imago arcus b a erit curua, & maioris curuitatis q̃ imago alterius arcus cõcentrici ipſi ſpeculo. Ducatur enim linea à cẽtro ſpeculi, qđ eſt g, ad cẽtrũ arcus b e a, qđ ſit f: ꝓductaq; linea g e, palã ꝑ 7 p 3 quoniã ipſa eſt breuior omni-

uior omnibus lineis à cẽtro g ad arcũ a e b productis. Et quoniã arcus b e est æqualis arcui e a, palã per 7 p 3 quoniam linea g a æqualis est lineę g b: ductisq́; lineis g a, g b, secũdum ipsarũ quantitatem describatur arcus à centro g: palamq́; per pręmissa, quoniam arcus descriptus secundum sui punctum medium magis distabit ab arcu h z, quàm arcus b e a. Sit ergo descriptus arcus b d a: & ducatur linea g d ad medium punctum illius arcus, quę erit ęqualis g b: excedit ergo arcus b d a arcum b e a. Manifestum aũt ex præcedentib. quia imago arcus b d a est curua uisu qualitercunq; se habente ad superficiem reflexionis. Puncta ergo cõmunia istis duobus arcubus, quę sunt a & b, habebunt imagines suas sitas uniformiter priorib. sed cum punctũ d sit remotius à centro g quã punctum e: eius imago erit propinquior centro speculi quã imago puncti e per 23 th. huius: & ita cuiuslibet pũcti arcus b d a imago est propinquior centro imagine puncti sibi correspondentis in arcu b e a. Quare uidebitur imago arcus a e b curuior imagine arcus a d b. Et hoc est propositum. Et secundum hunc modũ in alijs sitibus arcuũ & speculorũ potest fieri demonstratio, quando uisus non fuerit in superficie incidentiæ, sed extra illam.



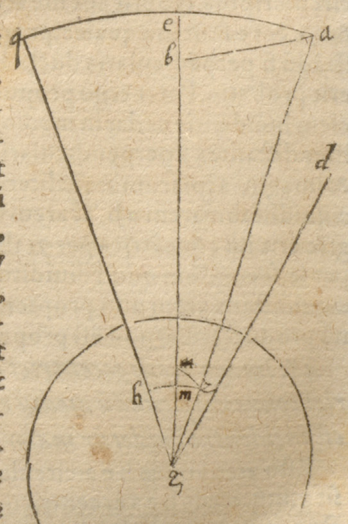
49. In speculis sphæricis cõuexis, uisu nõ existẽte in superficie lineæ rectæ æqdistãtis speculo, imago uidetur curua. Alha. 14 n 6.

Sit linea recta uisa a b: & sit speculi sphærici conuexi centrum g: erit ergo superficies incidentiæ a g b: extra quã sit centrum uisus, quod sit d: sitq́; linea a b æquidistãs speculo: hoc est lineæ contingenti arcum circuli (qui est communis sectio superficiei incidentiæ & superficiei speculi) secundum mediũ punctum illius arcus. Dico quòd imago lineæ rectæ a b curua uidebitur. Ducantur enim lineę rectę: d g à centro uisus ad centrum speculi, & g b, g a à centro speculi ad terminos lineæ a b. Hæ autem lineæ a g & b g, cum linea a b æquidistet speculo, palàm quòd sunt ęquales. Fiat ergo circulus concentricus speculo secundum quantitatem illarum linearum, qui sit a e b: cadet ergo linea a b intra illum circulum: eritq́; per 46 uel 47 huius imago arcus a e b curua. Sit ergo imago arcus a e b arcus z t h, ita quòd imago pũcti a sit z, & imago pũcti e sit t, & imago puncti b sit h: & ducatur linea g e secans rectã a b in pũcto f. Palã ergo quòd punctus e est in eadẽ linea cũ puncto f, sed remotior à centro g: erit ergo per 23 huius imago puncti e propinquior centro speculi, quàm imago puncti f: communiũ uerò punctorũ, quæ sunt a & b, imagines sunt eædem. Sit itaq; punctus m imago puncti f: erit ergo z m h imago a b lineæ rectæ. Patet autem quòd linea z m h est linea curua, cum linea z t h sit recta: & omnium punctorum lineæ rectę, quæ a f, loca imaginum ordinentur secundum conuenientem sibi proportionẽ inter puncta z & m, respectu arcus z m, & omniũ punctorũ lineę b f loca imaginũ ordinentur secundũ conuenientẽ sibi proportionẽ inter puncta h & m respectu arcus h m. Patet ergo propositũ: resectisque lineis a f & b f ęqualiter, eadẽ est demõstratio.



50. Lineæ rectæ non æquidistantis speculo, quæ producta non cõtingeret, uel secaret supficiẽ speculi sphærici cõuexi (uisu nõ existente in superficie incidentiæ) imago uidetur curua. Alhaz. 15 n 6.

Disponantur omnia, ut in præcedente, nisi quòd linea a b non æquidistet speculo, nec contingat, nec secet speculum, sed tantùm obliquetur super ipsum. Palàm ergo quòd lineę g b & g a productę sunt inæquales. Sit ergo a g maior quàm g b: & fiat circulus super centrũ g ad quantitatem lineę a g maioris, qui sit a e q: & ducatur g b ultra b, usquequò cadat in circulum, in punctũ e. Patet autem ex 46 uel 47 huius quoniã imago arcus a e est curua: punctus aũt imaginis a sit z, pũctus uerò imaginis e sit m: eritq́; z m imago arcus a e. Et quoniã imago pũcti b est remotior à cẽtro imagine pũcti e per 23 huius: patet quòd erit imago lineę a b curua: qđ etiã per pũcta media arcus a e & lineę a b faciliter poterit ostendi. Patet ergo propositũ: resectaque linea a b ex quacũq; sui parte semper eadẽ est demõstratio, quæ prius.

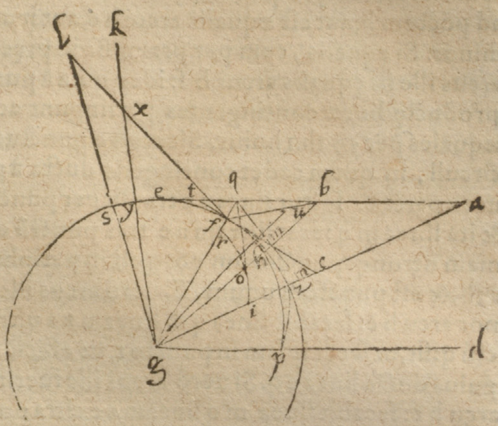


51. Imago lineæ rectæ, quæ producta contingeret speculum sphæricum conuexum (uisu non existente in superficie incidẽtiæ) semper uidetur curua. Alhazen 16 n 6.

Sit dispositio, quæ prius, ita tamen ut linea a b producta, contingat speculum in puncto e: & ducantur à centro speculi, quod sit g, lineæ g b & g a: sitq́;, ut superficies incidentiæ, quæ sit a b g secet

speculum

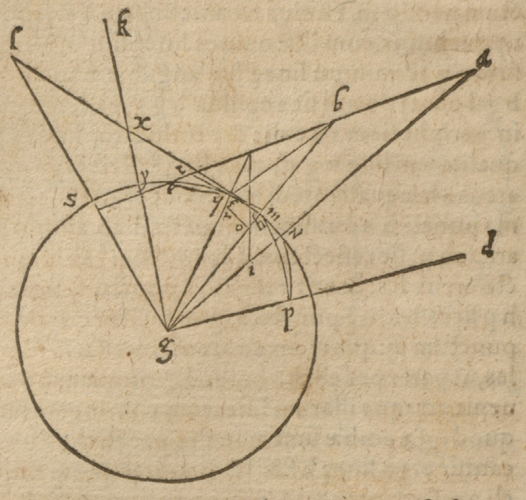
ſpeculum in arcu e h z: & ſit d cẽtrũ uiſus: ſitq́; ſectio communis ſuperficiei reflexionis (in qua ſunt lineæ g a & g d) & ſuperficiei ſpeculi, arcus z p. Communis uerò ſectio ſuperficiei reflexionis (in qua ſunt lineæ g h & g d) & ſuperficiei ſpeculi, ſit arcus h p. Palàm ergo per ea, quæ demõſtrata ſunt in 16 huius, quòd forma pũcti b reflectitur ad uiſum d ab aliquo pũcto arcus h p. Si ergo à pũcto illo ducatur linea cõtingẽs arcũ h p, illa ſecabit lineá b g: & finis cõtingẽtiæ erit pũctus illius ſectionis. Sit pũctus ille m. Palá etiá quòd ſi à pũcto m ducatur linea cõtingẽs arcũ e h, qđ illa cadet citra punctũ e p 60 th. 1 huius: quoniá linea a b producta eſt cõtingens circulũ in pũcto e, & pũctus b eſt altior pũcto m. Cadat ergo contingẽs à pũcto m ducta in pũctũ f: & hęc cõtingẽs producta in cõtinuũ & directum per 60 th. 1 huius ſecabit lineam a e: ergo ſecet in pũcto t: & ex alia parte ſecabit lineam g a per 14 th. 1 huius, cum illæ omnes lineę ſint in una ſuperficie: ſecet ergo ipſam in puncto c. Fiat quoque ſuper g terminum lineę b g angulus æqualis angulo b g d per 23 p 1, qui ſit angulus b g s, cadente puncto s in peripheriam circuli: & producatur linea g s ad æqualitatem lineæ g d, quæ ſit g l. Erit ergo per 26 p 3 arcus s h æqualis arcui h p. Sicut ergo reflectitur forma puncti b ad uiſum in puncto d ab aliquo puncto arcus h p: ſic reflectetur ad punctum l ab aliquo puncto arcus h s: & erit reflexio à puncto f, ſicut in arcu h p fit reflexio à puncto, à quo ducitur contingens ad punctum m: quoniam illi arcus neceſſariò ſunt ęquales, ut patet per 58 th. 1 huius. Et quoniam à puncto m uenit utraque illarum linearum contingentium: palá quòd ipſæ ambæ ſunt æquales per 58 th. 1 huius. Ducantur ergo lineę b f & l f. Similiter quoq; forma puncti a reflectitur per 16 huius ad uiſum d ab aliquo puncto arcus z p. Verùm in triangulo curuilineo h z p duo arcus h z & h p ſunt maiores tertio per 28 p 3 & per 20 p 1: ſed arcus h p eſt æqualis arcui h s: igitur arcus z p eſt minor arcu z s. Reſcindatur ergo arcus z s ad æqualitatem arcus z p (quod poteſt fieri auxilio 34 p 3) ſit ergo factum in puncto y: & ducatur linea g y: quæ producta ad æqualitatem lineæ g s, ſecabit neceſſariò lineam f l: ideo quia linea g d eſt æqualis lineæ g l. Quia itaque linea illa ſecat angulum l g z: ergo ſecabit etiam baſim ei ſubtenſam per 29 th. 1 huius. Secet ergo in puncto x: & ſit linea g y k ęqualis lineæ g d. Palàm ergo quoniam ſicut forma puncti a reflectitur ad uiſum d ab aliquo puncto arcus z p: ſimiliter eadem forma puncti a reflectitur ad k ab aliquo puncto arcus z y. Sed non reflectetur a ad k, niſi ab aliquo puncto, quod eſt citra punctum f ex parte puncti z. Si enim dicatur quòd a puncto f uel ab alio puncto arcus f y reflectitur forma puncti a ad punctum k: ſit, ut fiat illa reflexio à puncto f: palàm ergo quòd tunc linea ducta à puncto a ad punctum reflexionis f, ſecabit in aliquo puncto lineam b f: quia linea contingens circulum in puncto e tranſit per punctum b. Ad illud ergo punctum communis ſectionis illarum linearum a f & b f reflectetur punctus k, & ad idem punctum à puncto f reflectetur punctus l: & ita duo puncta in his ſpeculis reflectentur ad idem punctum ab eodem puncto f & ex eadem parte diametri uiſualis, quod eſt contra 16 huius. Sed neque ab alio puncto arcus f y: quoniá tunc, ut prius, linea ducta à puncto a ad punctũ reflexionis, ſecabit lineá b f: ſit punctũ ſectionis u. Ad illud ergo punctũ ſectionis u reflectetur forma pũcti k & forma puncti l: & ita duo pũcta eiuſdẽ diſtátię à centro propoſiti ſpeculi, quod eſt pũctũ g (quoniá ambæ l g, k g ſunt ęquales ipſi g d ex hypotheſi) reflectentur ad idem centrum uiſus ex eadem parte diametri uiſualis, quæ ab illo puncto ſectionis lineę b f, quod eſt u, eſt ducibilis ad punctum g centrũ ſpeculi. Erit ergo per 18 huius angulus l g u æqualis angulo k g u, totum ſuæ parti: quod eſt impoſsibile. Non ergo reflectitur forma puncti a ad punctum k ab aliquo puncto arcus f y: reſtat ergo, ut punctus a reflectatur ad punctum k ab aliquo puncto arcus z f alio, quàm ſit punctum f. Si igitur ab illo puncto ducatur linea contingens circulum, illa producta neceſſariò ſecabit lineá a z: & cadet inter puncta z & c per 60 th. 1 huius: ideo quòd punctus f reſpectu diametri g a demiſsior eſt quolibet puncto arcus z f: & ita linea contingens à puncto f, quæ eſt f c, altior eſt alijs contingentibus à punctis arcus z f ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum n: & ducatur linea m n: quæ quidẽ linea cum tranſeat per acumen trianguli b m t, & producta diuidat angulum b m t per 15 p 1, quoniá & ipſa diuidit angulũ g m c, ut patet ex præmiſsis. Quia ergo diuidit b m t, ergo neceſſariò ſecabit baſim b t per 29 th. 1 huius. Secet ergo ipſam in puncto q: & ducatur linea g q: ſit autẽ i imago puncti a: & ſit o imago puncti b: & r ſit imago puncti q. Palàm autem ex 45 huius, cùm punctum b ſit propinquius puncto g centro ſpeculi quàm punctum a, quod erit imago puncti b remotior a puncto g quá i imago puncti a. Ducatur ergo linea o i, quæ per 11 huius erit imago lineæ a b. Palàm etiam per 12 huius & per 16 p 5 quòd proportio a g ad a n eſt, ſicut g i ad i n, & proportio b g ad b m per eadem eſt ſicut g o ad o m. Cum ergo lineę a g & b g diuidantur ſecundum proportionem ſimilem, utraq; ipſarum in duobus punctis, & à punctis diuiſionum ducantur lineæ, quarum duæ ſcilicet g q & m n concurrant ad idẽ punctum q, tertia (quę eſt i o) neceſſariò concurret ad idem punctum per 124 th. 1 huius. Linea ergo i o producta cadet ſuper punctum q: eſt ergo linea i o q linea recta. Igitur linea i o r non erit recta: ſed linea i o r eſt imago lineæ a q. Quare palá quòd imago lineę a q erit curua. Poſito aũt b loco pũcti q, & alio pũcto lineæ a b poſito



b posito loco pũcti b, eodẽ modo penitus ꝓbatur, qđ imago lineæ a b est curua. Et hoc est ꝓpositũ.

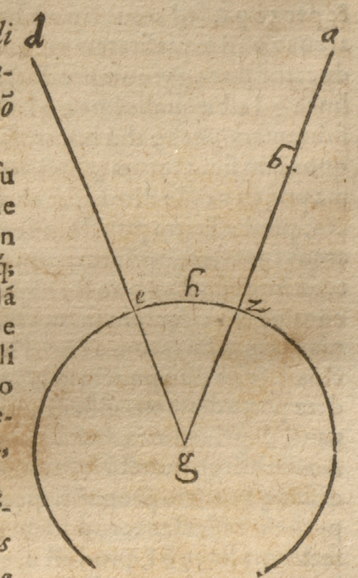
52. Imago lineæ rectæ, quæ producta secaret circulum (qui est communis sectio superficiei incidentiæ, & superficiei speculi sphærici conuexi) non tamen per centrum, uisu non existente in superficie incidentiæ, uidetur curua. Alhazen 17 n 6.

Manente priori dispositione, sit, ut linea a b producta, circulũ e h z (qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi) secet in pũcto e: & punctus reflexionis formæ puncti b ad punctum l sit punctum f: & sit m finis contingentiæ lineę contingentis circulum e h z in pũcto f productæ ad lineam b g. Reflectetur itaque b ad d ab aliquo pũcto arcus h p, sicut in præcedente propositione præmissum est. Arcus quoq; ab illo puncto reflexionis usq; ad pũctum h, aut est æqualis arcui h e, aut maior, aut minor. Si ęqualis, cum per præmissa in pręcedente arcus ille sit ęqualis arcui h f: ideo quia à puncto m productę lineæ contingentes pertingunt ad arcus æquales per 59 th. 1 huius. Sit ergo q punctus ipsius circuli, in quem cadet contingens ducta à puncto m ex parte e. Igitur linea a e transit per punctum q: & ita linea m q secat lineam a e trãs pũctũ e: quoniam utrunq; punctorum e & q est in peripheria circuli, & est punctum unum. Si uerò arcus ille sit minor arcu h e: secabit linea q m lineam e a ultra punctũ q: sit, ut secet ipsam in puncto t, ut efficiatur triãgulus ducta linea e q. Si uerò arcus ille fuerit maior arcu h e: secabit linea m q lineam a e citra punctum q: quodcunque istorum acciderit: iteretur probatio præmissę: & eodem modo penitus probabitur, quòd imago lineę a b est curua. Quod est propositum.



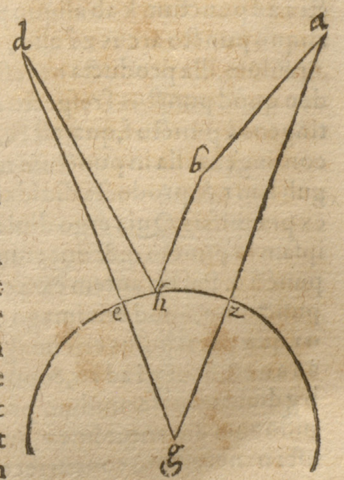
53. Imago lineæ rectæ, quæ producta transiret centrum circuli (qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi) centro uisus existente in eadem superficie, uel extra illam, nõ tamen in illa linea, semper uidetur recta. Alhazen 18 n 6.

Disponatur omnia, ut in pręcedentib. nisi quòd hactenus locuti sumus de passionibus harum linearum, uisu non existente in superficie incidentię, & nunc uisum supponimus quandoq; esse in superficie incidentię, qui sit, ut prius, in pũcto d: & ducatur linea g d: concurratq; linea a b protracta cum circulo e h z, transiens ipsius centrum g. Palã ergo quòd angulus illarum linearũ a g, & d g cadet super g centrũ speculi: uidebiturq; imago lineę a b una linea recta. Imago enim cuiuslibet puncti illius lineę a b, cum ipsa sit in catheto suæ incidentię disposita, apparebit in ipsa linea a b producta ad centrum g per 11 huius: erit ergo imago illius totius lineę recta, sicut & ipsa linea a b producta, est linea recta. Patet ergo propositum.



54. Lineæ rectæ declinatæ à centro circuli (qui est communis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi) centro uisus existente in eadem superficie incidentiæ, ita quòd declinatio lineæ sit ad partem aliam à uisu, & sit tangens superficiem speculi, tantùm imago unius puncti uidetur. Alhazen 19 n 6.

Ordinentur omnia, ut prius in 51 huius: & sit linea a b declinata super circulũ e h z, ita qđ nõ attingat centrũ eius: sitq; uisus d in superficie incidẽtię: & sit declinatio lineę ad partẽ aliã ab illa, in qua est uisus: ut si uisus sit in parte dextra, declinet pũctũ a ad sinistrã, uel ecõtrario: & linea pertingat ad superficiẽ speculi: dico quòd tantũ unius pũcti lineę a b imago uidebitur. Sumatur enim per auxiliũ 16 huius pũctus circuli, à quo reflecti possit aliquid ad uisum, q sit h: & sumatur aliqua linea reflexionis punctorũ a b lineæ declinatæ, ut pũcti b: & illa cadet forsitan super hanc lineã reflexionis d h: quod si fuerit, nõ uidebitur quidẽ imago lineæ huius declinatæ, quę a b, nisi secundũ solũ illũ punctũ b: quod patet ducta catheto incidentiæ à pũcto a, qui sit a g: tunc enim arcus interiacens punctũ h, à quo reflectitur forma puncti b, & punctum sectionis circuli e h z per cathetũ a g (quod sit z) continet omnia puncta reflexionis formarũ punctorum lineæ a b, ut ostensum est in propositione 50 huius. Producta ergo à cẽtro uisus ad centrum speculi linea, quæ sit d g, secans circulum e h z in puncto e: si sumatur in arcu circuli

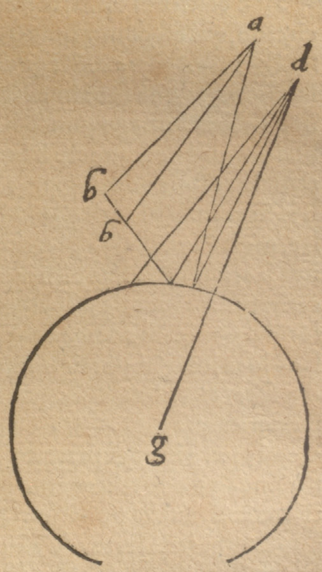


qui

qui e h, citra hanc lineam d h punctus, à quo reflectitur ad uisum aliquis punctus lineę declinatę a b: sed ille punctus reflectitur à puncto aliquo arcus h z prius assignati, qui est terminus lineæ suæ reflexiõis: cum linea suę reflexionis sit ultra lineam reflexionis formæ puncti b: & ita illæ punctus lineæ declinatæ reflectitur ad eundem uisum à duobus punctis arcus speculi: quod est impossibile, & cõtra 16 huius. Non ergo reflectitur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h interiacentis lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, qui arcus non impeditur per lineam interpositam uisui & speculo. Item si aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, reflecteretur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h interiacentis lineam d g & punctum reflexionis formæ pũcti b, cum illa puncta omnia sint in eadem superficie incidentię, sicut & centrum uisus: tunc patet per 1 p 11 quòd omnes lineæ reflexionum sunt in eadem superficie: linea ergo incidentiæ illius puncti secaret lineam incidentiæ formæ puncti b. Forma ergo puncti illius sectionis reflecteretur ad eundem uisum d à duobus punctis, scilicet à puncto h puncto reflexionis formæ puncti b, & ab alio puncto dato: quod totũ est impossibile, & contra 16 huius. Non ergo reflectitur aliquis punctorum lineę a b, pręter punctũ b, ad uisum d ab aliquo puncto arcus e h discooperti. Licet autem reflectatur quilibet punctus lineę a b ab aliquo puncto arcus h z prius sumpti, non tamen uidebitur, cũ sit in linea reflexionis, quæ occultatur uisui per pręcedentia puncta lineę solidę: & ita linea adiacens lineę reflexionis formæ puncti b non uidetur, uisu sic disposito, ut pręmissum est. Patet ergo propositum.

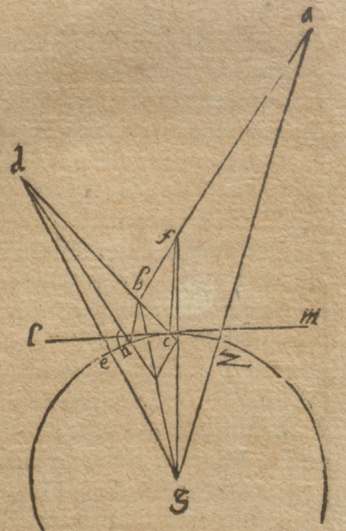
55. Lineæ rectæ declinatæ à cẽtro circuli (qui est cõmunis sectio superficiei incidẽtiæ & speculi sphærici cõuexi) cẽtro uisus existẽte in eadẽ superficie incidentiæ, ita quod declinatio lineæ sit ad partẽ uisus, siue sit tangens superficiẽ speculi siue non, nullius puncti imago uidetur. Alhaz. 20 n 6.

Sit dispositio, quę suprà: & sumatur a b linea declinata, ut proponitur: & eius declinatio sit ex parte uisus d: dico quòd nullus punctus illius lineę uidebitur. Detur enim, quòd aliquis punctorũ illius lineę possit reflecti ab aliquo puncto arcus interiacentis lineam reflexionis, non impeditam per corpus lineę interiacentis uisum & speculum & lineam d g, à centro uisus ductam ad centrũ speculi: & ducatur linea ab illo puncto ad punctum arcus sumptum: hęc itaque secabit lineam reflexionis: & punctus sectionis reflectitur ad uisum à duobus punctis speculi: quod est impossibile. Si uerò dicatur quòd punctus sumptus in linea a b reflectitur à puncto arcus circuli, qui est sub illa linea a b, hoc erit impossibile: quia totus ille arcus occultatur per lineam interpositam uisui & speculo, abscindentem omnes lineas reflexionum suorum punctorũ. Et præterea secundũ hanc dispositionẽ uisus est ex parte anguli minoris lineę obliquè speculo incidentis: reflexio uerò solũ fit ex parte anguli maioris, ut patet per 33 th. 5 huius. Non est ergo possibile aliquod punctorũ illius lineę reflecti ad uisum sic situatum. Nullius ergo pũcti illius lineę a b imago uidetur. Quod est propositũ.



56. Lineæ rectæ obliquæ, non tangentis superficiem speculi sphærici conuexi uisu existente in superficie incidentiæ, ita quòd obliquatio lineæ sit ad partem aliam à uisu: modicũm imaginis uidetur: & erit imago semper curua. Alhazen 21 n 6.

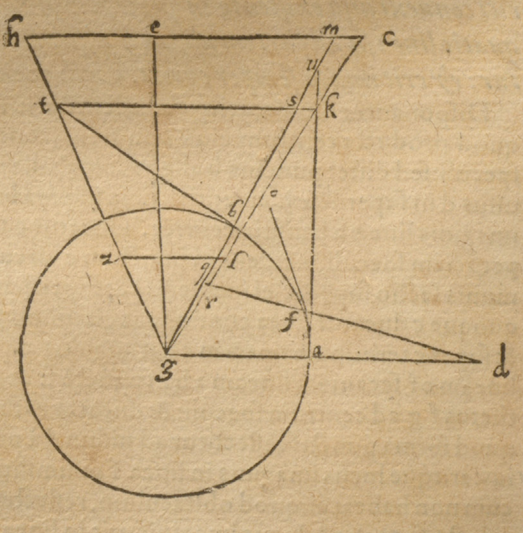
Disponantur omnia, ut in præcedentibus: sitq; linea a b obliquata super superficiem speculi: ita quòd producta centrum eius non transeat nec tangat superficiem speculi: sed distet punctus b aliqualiter ab illa in aere existens: sitque uisus d in superficie incidentiæ illius lineæ a b. Dico quòd modicũm imaginis lineæ a b uisui occurret. Ducatur enim linea d b super superficiem speculi, incidens in punctum c circuli e h z, (qui est communis sectio superficiei incidentię & superficiei speculi:) A puncto quoque c ducatur linea contingens circulum per 17 p 3, quæ sit l c m: & super c terminum lineæ m c fiat angulus æqualis angulo d c l, per lineam c f secantem lineam a b in puncto f: & à puncto f ducatur cathetus f g ad centrum speculi: & ducatur cathetus b g. Palàm itaque quòd forma puncti f reflectitur ad uisum d à puncto c per 20 th. 5 huius: eritque locus imaginis in linea f g: similiterque forma puncti b, cum non habeat aliquod obstaculum, reflectetur ad uisum ab aliquo puncto speculi: & locus imaginis erit in linea b g per 11 huius. Et quia propter interpositionem lineæ solidæ, quæ f b, alia puncta lineæ a b non possunt reflecti ad uisum, nisi puncta lineæ b f, quorum omnium imago cadit in linea ducta à punctis sectionum linearum reflexionum punctorum b & f, & cathetorum b g & f g: (quæ est res modica) patet quòd imaginis lineæ a b pars modica uidetur. Quod est propositum. Augetur tamen illa quantitas imaginis secundum quod centrum uisus



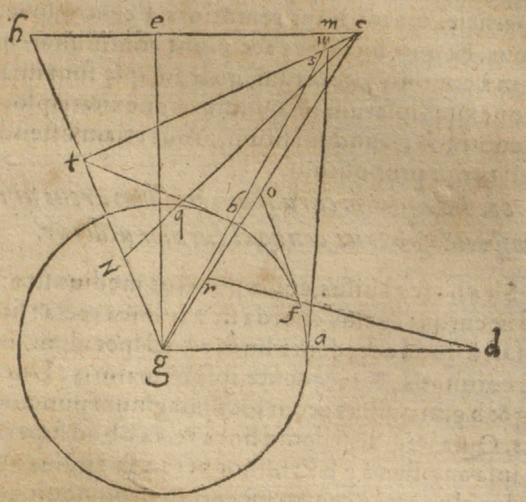
uisus in eadem superficie declinat plus ad superficiem speculi. Vnde si uisus perueniat inter superficiem speculi & punctum b: totius lineę a b uidebitur imago. Tunc enim cadit hæc linea a b inter lineam reflexionis formæ puncti a, & inter productam cathetum puncti a ultra lineam a g. Et si taliter situetur hęc linea a b, ut cadat inter lineam reflexionis d c & inter lineam per punctum reflexionis puncti b transeuntem ad centrum speculi, poterit uideri imago totius lineæ. Videbitur autem imago totius lineę a b uel partis eius semper curua: quod potest ostendi per modum 50 huius: & minuitur curuitas imaginis huius lineę, secundum quod magis accesserit ad lineam transeuntem ad centrum per punctum reflexionis formæ puncti b. Vniuersaliter uerò quicquid interpositum uisui & speculo impedit peruentum formarum punctorum speculi ad uisum: illius imago non uidebitur in his speculis. Hæc autem, quæ hic proposita sunt, intelligenda sunt de lineis occurrentibus uisui in arcu circuli, qui apparet uisui, utpote in arcu, qui interiacet duas contingentes ductas à centro uisus ad speculum: quoniam ille solum opponitur uisui per 5 huius: linearum uerò concurrentium cum speculo in parte circuli occulta uisui, aliqua potest esse æquidistans lineę contingenti, & illa nō uidebitur: similiter & cōterminalis illi æquidistanti, quæ cadit sub æquidistante, penitus occultabitur uisui: sed linea conterminalis ęquidistanti cadens super ipsam ex parte illa, poterit uideri. Et hęc experimentantium industriæ ex præhabitis principijs relinquimus demonstranda: erunt tamē hoc modo uisarum linearum rectarum imagines semper curuę.

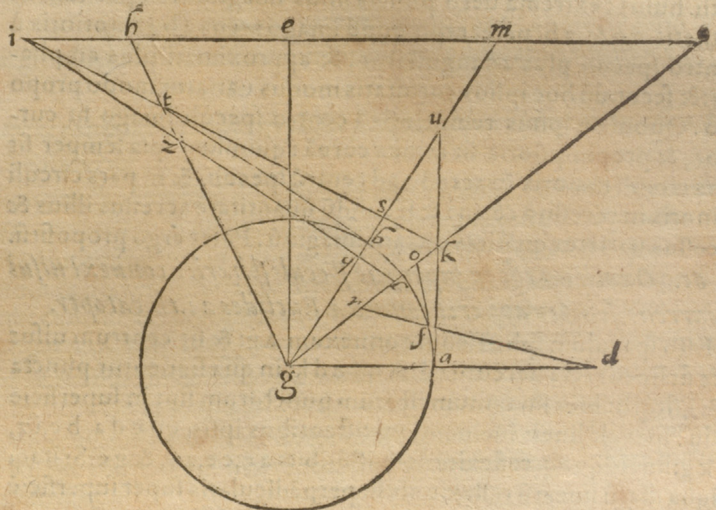
57. Visu existente in superficie incidentiæ lineæ rectæ, non concurrentis cum superficie speculi sphærici conuexi, sed æquidistantis lineæ interiacenti centrum speculi & uisus, uel concurrentis cum illa extra speculum ex parte uisus: imago uidebitur curua. Alhazen 22 n 6.

Sit d centrum uisus: & g centrum speculi: & h e sit linea uisa: quę quidem linea non concurrat cū circulo, qui est communis sectio superficiei incidentiæ & speculi, sed sit æquidistans lineæ d g, uel secet eam ex parte d. Sit quoque a b circulus, qui est communis sectio superficiei incidentiæ uel reflexionis, in qua sunt lineę d g & h e, & superficiei speculi propositi: & producatur linea h g, in qua sit punctus z imago puncti h. Punctus quoq; circuli, à quo reflectitur forma puncti h ad uisum d, sit b: ducaturque à puncto b linea circulum contingens, quæ secet lineam h g super punctum t: eritq; punctus t finis contingentię. Ducatur etiam linea g b, quæ producta necessariò cōcurret cum linea h e. Si enim h e fuerit ęquidistans d g, concurret quidem per 2 th. 1 huius: si uerò d g concurrat cum h e, multò fortius g b concurret cum eadem per 29 th. 1 huius. Concursus quoque ille aut erit in linea h e, aut ultra hanc lineam: si ultra, concurrat in puncto m. Ducatur quoque linea m g: quæ erit cathetus incidentię puncti m: & imago puncti m sit q. Imaginata quoque linea à pūcto reflexionis formæ puncti m ad lineam g m producta: finis contingentiæ sit punctus s: & ducatur linea z q copulans loca imaginum: similiter ducatur linea t s cupulans fines cōtingentiarum. Sit quoque, ut linea d g secet circulum a b in puncto a: & producatur à puncto a linea contingens circulum, quæ sit a u. Palàm itaque quoniam arcus a b est minor quarta circuli, cum uisus d uideat ex circulo minus medietate per 3 huius: quare angulus a g b est acutus per 33 p 6, & angulus u a g est rectus per 18 p 3: igitur linea a u concurret cum linea g b per 14 th. 1 huius: concurrat ergo in puncto u. Dico quia punctus u cadet ultra punctū s. Quia cum per 16 huius punctus m reflectatur ab aliquo puncto arcus a b: & punctus a sit demissior illo puncto reflexionis formę puncti m: erit finis contingentiæ lineæ ductæ à puncto a contingentis circulum, altior fine contingentiæ illius puncti per 60 th. 1 huius: & ita erit punctus s demissior puncto u. Protrahatur ergo linea t s, donec concurrat cum linea u a: cōcurret autem per 14 th. 1 huius: & sit concursus in puncto k: & ducatur linea g k: quæ producta concurret cum h m per 2 uel per 29 th. 1 huius: sit concursus in puncto c. Punctus itaque c reflectitur ad uisum d ab aliquo puncto arcus a b: quòd patet per ea, quæ demonstrata sunt in 16 huius: sit ille punctus f: à quo ducatur linea contingens speculum usque ad cathetum g c: quæ quidem erit demissior quàm linea a k: & sit f o, secans lineam g c in puncto o: qui sit finis contingentiæ: ergo per 60 th. 1 huius erit punctus o demissior puncto k: sunt enim puncta k & o fines contingentiarum. Producatur quoque linea d f, usquequò cadat super g c cathetum: cadet aūt per 9 huius: sit ergo, ut cadat in punctū r: & producatur linea z q usq; ad lineam g c: & cadat in punctum l. Dico quoniam punctum l est altius quā punctū r. Lineę enim h c & t k, & z l aut sunt ęquidistātes aut cōcurrūt. Sint primò ęquidistātes: cū ergo hæ lineę ęquidistātes secent lineam c g, super tria puncta c, k, l, & secent utranque linearum m g & h g: & cum sit proportio lineę h g ad h t, sicut lineæ g z ad z t per 12 huius, & per 16 p 5: & similiter cum sit proportio lineæ m g ad m s,



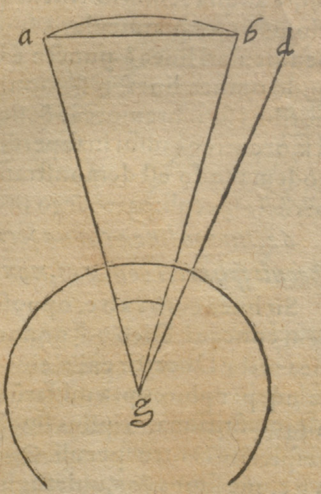
ad m s, ſicut g q ad q s: erit eadẽ proportio g c ad c k, quæ g l ad l k per 122 th. 1 huius: ſed palàm per 18 huius quoniam r eſt imago puncti c: linea enim d f eſt linea reflexionis, concurrens cum catheto c g in puncto r: & o eſt finis contingentię: eſt ergo per 12 huius, & per 16 p 5 proportio g c ad c o, ſicut g r ad r o: ſed maior eſt proportio g c ad c k, quàm g c ad c o per 8 p 5: & ita erit maior proportio g l ad l k, quàm g r ad r o: ergo econtrario conuerſim per 6 th. 1 huius erit minor proportio l k ad g l, quàm r o ad g r: eſt ergo maior proportio o r ad g r, quàm k l ad g l: ergo coniunctim per 11 th. 1 huius maior proportio eſt o g ad r g, quàm k g ad l g: ſed k g eſt maior quàm o g: ergo per 14 p 5 l g eſt maior quàm r g. Eſt ergo punctus r demiſsior puncto l: ſed z q l eſt linea recta: ergo linea z q r eſt linea curua: ergo imago lineę h c eſt curua. Poſito ergo alio puncto lineæ h e loco puncti m, & puncto e loco puncti c: erit probare quod imago lineæ h e rectę ſit curua. Si uerò lineæ h m, t s, & z q non ſunt æquidiſtantes, concurrant ergo: & erit cõcurſus aut ex parte d, aut ex parte h: ſit ex parte d, & concurrant in puncto c: erit ergo per 53 huius z q l linea recta: quare z q r erit linea curua: eſt ergo imago lineæ h e rectæ curua, demonſtratione completa, ut prius. Hoc ergo eſt propoſitum.





58. Omnis arcus circuli, in cuius ſuperficie incidentiæ fuerit centrum uiſus, imago ſenſibiliter apparens intra ſpeculum ſphæricum conuexum, uidetur ſemper curua. Alhazen 23 n 6.

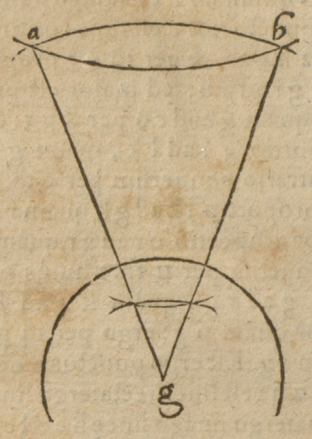
Sit arcus uiſus a b: & ſit centrum ſpeculi punctum g: & centrum uiſus punctum d: ſitq; hoc centrum uiſus in ſuperficie incidentiæ, quæ eſt a b g. Dico quòd imago arcus a b uidetur ſemper curua, quando ſenſibiliter intra ſpeculum uidetur. Ducatur enim chorda a b: palamq; ex præmiſsis propoſitionibus, quoniam imago chordæ a b ſecundum omnem ſui ſitum, reſpectu ſpeculi uidetur ſemper curua: niſi ſolùm tunc, quando ipſa ſit in catheto incidentiæ unius ſuæ extremitatis: ut cùm ipſa eſt perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem pertranſiens eius centrũ: tunc enim ipſius imago uidetur recta, ut patet per 53 huius. Arcum uerò a b eſſe in catheto incidentiæ ſuarum extremitatũ eſt impoſsibile: cum quilibet ſuorum punctorum diuerſam habeat incidentiæ cathetum. Ergo nunquam uidebitur imago arcus taliter diſpoſiti in linea recta: quoniam ſemper loca imaginum diuerſorum punctorum in diuerſis ſunt cathetis. Curuitas uerò imaginum poteſt faciliter concludi ſecundum modum, quo in præcedentibus in lineis rectis uſi ſumus: & coadiuuabit ad hæc 45 huius. Patet ergo propoſitum.



59. Conuexitas imaginum quorumlibet arcuum, cum locus ipſarũ eſt intra ſpeculum ſphæricum cõuexum uel extra ipſum, conuexitati arcuum ſit contraria ſecundum ſitum.

Eſto quòd arcus a b reſpiciat ſecundum ſui concauum uel conuexum centrum ſpeculi ſphærici conuexi, quod ſit punctum g. Dico quòd conuexitas ipſius imaginis erit cõtraria ſecundum ſitum conuexitati ipſius ſpeculi, quando imago totaliter eſt intra ſpeculũ, uel totaliter extra, uel ſecun-

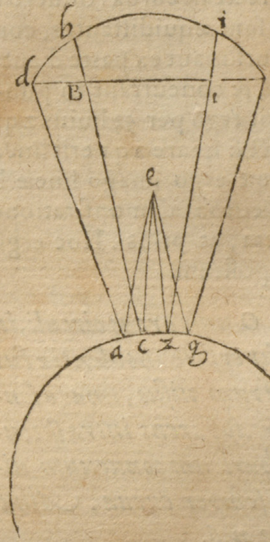
dum partem intra, secundum partem extra, & secundum partem in ipsa superficie speculi Loca enim imaginum punctorum remotiorum à superficie speculi fiunt propinquiora centro speculi, & loca punctorum propinquiorum superficiei speculi fiunt remotiora à centro speculi, ut patet per 23 huius. Et quia imagines accipiunt continuitatem situs suarum partium à continuitate rerum, quarum ipsę sunt imagines: patet quod conuexitas ipsarum imaginum conuexitati ipsorũ uisorum arcuum sit contraria secundum situm, prout etiam ostendimus in 46 huius. Patet ergo propositum.



60. Imaginum curuarum eiusdem arcus uisi remotioris à centro speculi sphærici conuexi curuior uidetur.

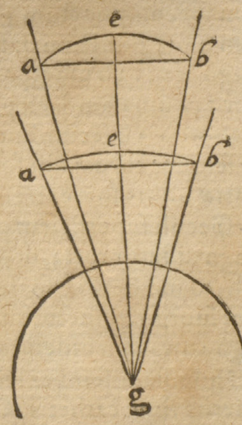
Sit a b arcus uisus, cuius punctus medius sit e: & cuius arcus imago sit curua: & eius chorda sit a b linea recta: sitq; centrum speculi g. Dico quòd accedente linea a b ad speculum, imago eius fit minoris curuitatis, & recedente ipsa fit maioris. Ducantur enim catheti a g & b g, in quibus erunt loca imaginum punctorum a & b per 11 huius. Quia itaq; accedente linea recta a b ad superficiem speculi, angulus a g b fit maior, & recedente ipsa angulus a g b fit minor per 34 th. 1 huius: imago uerò pũcti e plus elongati à centro speculi fit propinquior centro speculi, & imago eiusdem approximantis speculo fit remotior à centro per 23 th. huius: extrema uerò puncta illius imaginis semper sunt in cathetis a g & a b: patet ergo quòd imago arcus a b remotioris à centro speculi plus coangustatur, & approximati plus ampliatur: & secundũ hoc ipsius curuitatis modus uariatur modo proposito. Quoniam ipsius remotioris à centro speculi imago fit curuior, & propinquioris fit minus curua: quoniam ipsa semper fit pars circuli maioris in accessu ad centrũ speculi, & fit pars circuli minoris in recessu à cẽtro: & secundũ quantitatẽ accessus illius & recessus uariatur quãtitas dictarũ imaginũ. Patet ergo propositũ.

A.



61. Omnis imago in superficie speculi sphærici conuexi uisui occurrens, semper apparet conuexa. Euclides 23. th. catoptr.

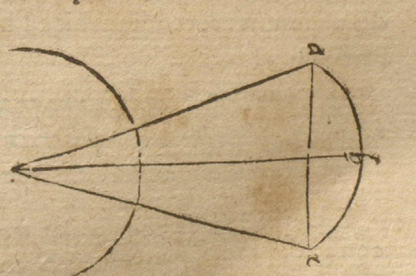
Esto speculum sphæricum conuexum a g: & sit centrum uisus e: & sit linea recta uel curua uisa, quæ d k: in qua signentur puncta b & i, sitq; ut loca imaginum istorum punctorum sint in superficie ipsius speculi, lineis incidentiæ existentibus ipsis, quæ d a, b c, i z, & k g: lineis quoq; reflexionis existẽtibus a e, c e, z e, & g e. Si itaq; aliqua illarũ linearũ reflexionis sit perpẽdicularis super superficiẽ speculi: palàm per 72 th. 1 huius quoniã ipsa trãsibit centrũ speculi: ergo p 8 p 3 uel per 21 th. 1 huius illa erit breuissima omniũ linearũ illarũ reflexionis, & illi propinquiores sunt remotioribus breuiores. Patet ergo quoniã illa imago uidetur curua: quoniam aliqua pars ipsius propinquior est uisui, & aliqua remotior. Idem quoq; accidit, si nulla illarum linearum reflexionis sit perpendicularis super speculi superficiem: quoniam ducta perpendiculari linea à puncto e super superficiem speculi per 11 p 11: palàm quòd omnes lineæ reflexionis illi perpendiculari propinquiores remotioribus sunt breuiores: & sic item imago lineæ rectæ uel curuæ, quæ est d k, occurrens uisui in superficie speculi, uidetur semper curua. Et quoniã eodem modo est demonstrandum de qualibet imagine apparente in superficie speculi: patet ergo propositum.



A.

62. Imago lineæ curuæ secundũ eius concauitatẽ respiciẽtis superficiẽ speculi sphærici conuexi, nonnunquã uidetur recta. Alhazen 23 n 6.

Sit linea curua a b c, opposita speculo sphærico cõuexo secundũ sui partem concauã. Dico qđ nõnunq̃ imago ipsius potest uideri linea recta. Ducatur enim eius chorda recta linea, quę sit a c: palamq; per plures præmissarũ propositionum huius, quoniã in aliquo situ imago ipsius lineę rectæ uidetur curua curuitate respiciẽte centrũ speculi. Quia ergo extremitates lineę curuę a b c, quę sunt a & c, uidẽtur in extremitatib. imaginis lineę rectę a c: imaginetur ipsi curuę imagini lineę rectę a c subtendi chorda intra speculũ. Si itaq; hoc acciderit, quòd est possibile, ut curuitas ipsius arcus (q̃ est a b) sit similis curuitati imaginis ipsius chordæ, ita qđ eius sinus uersi hinc inde sint simi-



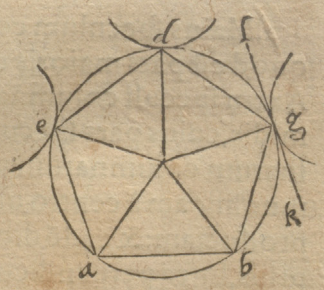
les:palã p 23 & p 45 huius quòd imago lineę curuę,quę a b c,erit linea recta,ſubtẽſa per modũ chordæ ipſi imagini curuatæ.Videbitur ergo linea recta imago ipſius curuæ lineę a b c. Quod eſt propoſitũ.Patet hoc etiã aliter.Quia enim,ut in præmiſſa proxima dictũ eſt,omnis imago in ſuperficie ſpeculi ſphærici cõuexi uiſui occurrẽs, ſemper uidetur cũuexa,centrũ ſpeculi reſpiciens ſecundũ eius concauitatẽ,& eiuſdem arcus imago cadens intra ſpeculum reſpicit centrum ſpeculi ſecundum ſui concauum.Cum ergo non eatur ab extremo in extremũ ſine medio in huiuſmodi reflexionibus & ſuperficiebus partium eiuſdem imaginis: palàm quòd illa imago in aliquo ſitu habeat diſpoſitionẽ rectitudinis. Et quia omnia loca imaginũ punctorum illius arcus cadunt in unam lineam rectam, quem ſitum tamen & uiſus & rei uiſæ & ſpeculi perquirere eſſet longum & inutile : patebit tamen ſimpliciter ex præmiſsis uia illud perquirere uolenti.Per hunc itaq; modum accidit circulum quandoq; uideri ad modũ ſemicirculi & diametri,& ex portione circuli fit portio reuerſa, ita quòd imago rectæ lineæ fit curua,& curuæ lineę fit recta:& quandoq; ambæ uidentur curuæ ad eandem partem,ſi curuitas arcus uiſi ſit minor curuitate imaginis ſuę chordæ:& quandoq; ad partes diuerſas, ſicut interſectione duorum circulorũ inæqualium ſuperficies incluſa:& harum imaginum eſt multa diuerſitas,quã ex præmiſsis principijs diligenti ſolertiæ relinquimus exquirendam . In his itaq; ſpeculis imago lineę rectę apparet curua,& lineę curuę imago ſemper uidetur curua : & quandoq; apparet uiſui recta.Et quòd oſtendimus de lineis,accidit etiam in ipſis ſuperficiebus planis concauis & conuexis per lineas,quæ inſunt illis ſuperficiebus : & idem penitus eſt in lineis longitudinis & latitudinis ipſarum. Si autem proponatur uiſui in his ſpeculis corpus curuũ longum, modicum habens latitudinis:apparebit illius corporis curuitas manifeſtè, cũ ipſa diſcerni poſsit per ea, quæ ſunt ſupra corpus,aut circa illud aut infra:non enim bene diſcernitur curuitas non magna,quando occultæ fuerint extremitates longitudinis & latitudinis:unde in corpore conuexitatis modicę, & quantitatis magnæ non bene diſcernitur eius conuexitas ; licet imago ipſius ſit conuexa,cum non appareant termini corporis in longitudine uel latitudine,qui termini coadiuuant nõ modicè comprehenſionem conuexitatis.

63. A ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi ex diuerſis ſuperficiebus ſphærarum compoſita, formæ reflexæ monſtruoſæ imaginis uidentur.

Quia enim diuerſarum ſphæricarum ſuperficierũ diuerſa ſunt centra, & locus imaginis cuiuſq; puncti in ſpeculis ſphæricis cõuexis per 11 huius eſt in catheto ſuæ incidentię, ducta à puncto uiſo ad centrum ſpeculi:hæc aũt centra diuerſificantur in huiuſmodi ſpeculis irregularibus : patet ergo quòd formę diuerſorum punctorum in partes diuerſas protrahuntur.Et quoniam à tota ſuperficie fit reflexio , & puncta reflexa ſecundum loca diuerſificantur , non ſecundum eundem ſitum : patet quòd imago tota,quæ ex locis talium punctorum aggregatur & unitur,ſuarum partiũ recipit inordinatũ ſitum.Videtur ergo imago in talibus ſpeculis monſtruoſa : & fit extenſio uniformis aliquarum ſuarum partium ſecundum uniformem extenſionem illarum ſuperficierũ, & aliarum partium fit deformitas ab alijs.Vnde quædã imaginis partes trahuntur in longũ, quædam in latum, quædã in tranſuerſum,ſecundum quod partes aliquę ſuperficiei ſpeculi reſpiciunt diuerſa centra diuerſarum ſphærarum. Patet ergo propoſitum.

64. Poſsibile eſt per plura,quotcunq; quis uoluerit,conuexa ſphærica ſpecula eiuſdem puncti imaginem uid. ri. Euclides 15 th. catoptr.

Fiat hic diſpoſitio,quæ in 61 th.5 huius de ſpeculis planis dicta eſt: ſitq; a centrum uiſus : & punctus uiſus b:& deſcribatur, exempli cauſſa, polygonium æquilaterũ & æquiangulũ,quod ſit a b g d e:& ad puncta g,d, e ſint ſpecula ſphærica conuexa contingentia puncta angulorũ ęqualium: & imaginentur lineę contingentes ſpecula in eiſdem punctis, ut in puncto g, linea l k.Et quoniam angulus b g k eſt æqualis angulo d g l: palàm per 20 th.5 huius quoniam forma puncti b reflectetur à puncto g ad punctum d: & eadem ratione à puncto d ad punctum e, & à puncto e ad punctum a.Hoc autem eſt,quod proponebatur.



65. A ſuperficie unius ſpeculi ſphærici conuexi ignem impoſsibile eſt accendi:ex plurium tamen compoſitione poſsibile.

Quoniam enim, ut oſtenſum eſt in 15 huius, lineę reflexionis formæ eiuſdem puncti à diuerſis punctis eiuſdem ſpeculi ſphærici conuexi non ſunt æquidiſtantes, attamen in centro unius uiſus non concurrunt:ergo neq; radij ſolares uel alij,ſuperficiei huius ſpeculi incidentes in aliquo unquam puncto poſſunt cõcurrere,ſed diſperguntur in ipſo medio. Non ergo illi radij aggregati unquã corpus aliquo modo quodcunq; etiã ipſum ſit combuſtibile,poſſunt incendere,ut reflectuntur à ſuperficie ſpeculi unius: ex plurium tamen ſpeculorum compoſitione poſſet aliquid huiuſmodi effici , ita ut à quolibet illorum ſpeculorũ uno puncto reflecteretur unus radius ad unum punctum,cum aliorum ſpeculorum radijs concurrens:& ſic fortificaretur actio radiorum in illo puncto , & ſecundum numerum ſpeculorum fieret numerus radiorum , & unio uel aggregatio uirtutis. Hæc autem ſpeculorum compoſitio plus eſſet difficilis quàm utilis : unde tali operi nos non dignum credimus inſiſti.Patet itaq; propoſitum.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER SEPTIMVS.

ORdinis realis series nos admonet, ut qui planorũ speculorũ & sphæricorum conuexorũ passiones proprias, prout potuimus, trãscurrimus: nunc ad speculorũ columnariũ & pyramidaliũ proprietates diuertamus. Sunt enim speculorũ istorũ aliquæ passiones ex passionibus præmissorũ speculorũ constantes uel cõpositæ, sicut & figuræ istorum speculorũ ex figuris illorum præmissorũ speculorum aliqualiter cõponuntur. Speculũ enim columnare cum sit pars columnæ rotundæ (sicut in 8.14 & 15 th.5 huius declarauimus.) palàm ex præmissis in primo libro huius scientiæ, & in principijs 11 Euclidis quoniam fit ex transitu quadrilateri rectanguli, quod uno suorum laterum fixo, motis alijs circumducitur, quousq; redeat ad locũ, unde motus accepit principiũ. Speculũ quoq; pyramidale caussatur ex motu trigoni rectanguli, cuius unũ laterũ rectum angulum continentiũ figitur, & alia duo modo præmisso, quousq; ad locũ, unde moueri cœperunt, circumducuntur. Vtrumq; ergo istorum speculorum, quia ex motu linearũ rectarum ortũ habet, palàm quia rectarũ linearũ passiones proprias non euadit. In quantum uerò illæ lineæ caussant circulorũ figuras, cũ circulariter circumferuntur: in tantũ hæc specula passiones circulares, hoc est sphæricas, quarum origo est circulus, cõmuniter consequuntur: & hoc maximè in speculis columnaribus euidentius apparet, prout manifestabimus in processu. Propriè uerò istorũ speculorũ passiones, ut illæ, quæ secundum oxygonias sectiones accidunt, quæ solis his speculis siue sint conuexa, siue concaua, conueniunt, ex quadam cõmuni naura linearum rectarum & motus accidunt in illis: hæc ergo specula posteriorẽ ordinem recipiunt ad plana specula & sphærica conuexa. Prius uerò de his speculis columnaribus & pyramidalibus conuexis prosequemur, quàm de quibuscunq; concauis & sphæricis, propter simplicitatem passionum speculorum conuexorum respectu concauorum, ut illarum, quæ in alias descendunt. Quæ uerò præmittimus, sunt ista.

DEFINITIONES.

1. Maius speculum columnare uel pyramidale conuexum uel concauũ dicimus, quod est pars maioris columnæ uel pyramidis: & minus, quod est pars minoris. 2. Axem speculi columnaris uel pyramidalis dicimus axem illius columnæ uel pyramidis, cuius pars speculum existit. 3. Bases speculorũ propositorũ dicimus bases suarum columnarum uel pyramidum quarumcunq;. 4. Diametrũ uisualem dicimus lineam à centro uisus perpendicularem super superficiem speculi & ad axem productam: & eadẽ dicitur cathetus reflexionis. 5. Cathetus incidentię dicitur, ut prius, linea perpendicularis ducta à puncto rei uisæ super lineam, quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi: utpote super lineam rectã, quæ est linea longitudinis speculi, uel super circulũ, uel super oxygoniã sectionẽ, secundum quod ab aliqua istarum linearum reflexio procedit. 6. Finis contingentiæ dicitur punctus, in quo altera cathetorum secat lineam in puncto reflexionis speculum secundum circulum uel sectionem oxygoniam contingentem. 7. Metam locorum dicimus, ut in speculis sphęricis, punctũ uel lineam, ultra quã imagines nõ uidentur.

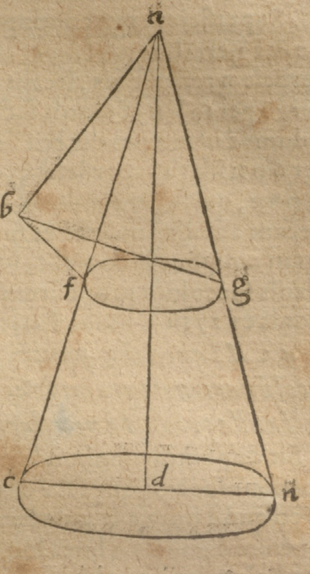
THEOREMATA.

1. Opposito uisui speculo colũnari uel pyramidali conuexo orthogonaliter erecto, ita ut uisus non sit in superficie speculi, aut ei continua: linea recta à centro uisus ducta, cum axe speculi in-

uertice

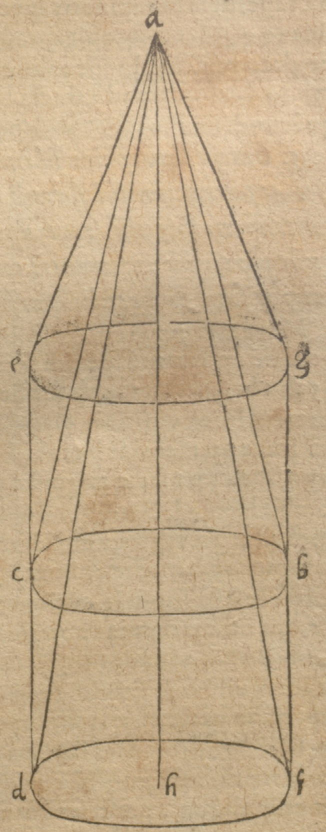
uertice acutum angulum tenente: à parte superficiei speculi interiacente superficies contingentes ductas à centro uisus ad speculi superficiem solùm fit reflexio ad uisum. Alhazen 35 n 4.

Hoc, quod hic proponitur, uniuersaliter cõuenit speculo columnari conuexo, siue secundũ angulum rectũ siue secundũ acutum sibi incidat linea uisualis: semper enim sicut per 78 th. 4 huius ostensum est, minus medietate superficiei columnaris uisui occurrit, & ab illa solùm fit reflexio ad uisum. Hæc aũt superficies speculi columnaris contenta est duabus superficiebus à cẽtro uisus productis, secundũ lineã lõgitudinis cõtingentibus columnã. Et quoniã huius passionis idẽ est demonstrandi modus in utroq; ppositorũ speculorũ: difficilius uerò in pyramidalibus, sufficit, exẽpli caussa, propositũ in speculis pyramidalibus demonstrari. Sit itaq; speculum pyramidale conuexum, cuius axis sit a d: & uertex a: diameter basis c n: centrũ basis d: & sit hæc pyramis erecta super superficiem horizontis, ita quòd non inclinetur super illam: & sit centrũ uisus b: cõcurratq; linea b a à uisus centro ad uerticem speculi producta cum axe datæ pyramidis, continens cum ipso angulum acutũ, qui est d a b. Dico quòd solùm à parte superficiei conicæ huius pyramidis, quæ interiacet superficies contingentes ductas à centro uisus ad eandẽ superficiem, fit reflexio ad uisum. Imaginemur enim superficiẽ à centro uisus prodeuntẽ, quæ secet pyramidem orthogonaliter per axem: & palàm per 100 th. 1 huius quoniam cõmunis sectio illius superficiei, & superficiei pyramidis erit circulus æquidistans basi pyramidis. Sit ergo ille circulus f g: & à centro uisus ducantur duæ lineæ b f & b g illum circulum contingentes per 17 p 3: & per 101 th. 1 huius ducantur à punctis f & g duę lineę longitudinis pyramidis, quę sint c f a, & n g a. Palàm itaq; quoniã superficies, in qua sunt lineę c f a & linea b f continget pyramidem. Si enim dicatur quòd secet illam, & nõ contingit: palàm quoniã linea b f, quæ est in illa superficiẽ, secabit circulũ f g, & non cõtinget: ducta autem est ad contingentiam: secare igitur est impossibile. Superficies ergo illa pyramidem cõtinget. Et similiter ostendendum est de superficie, in qua sunt lineę n g a & b g, quòd & illa pyramidem contingat. Superficies ergo pyramidis interiacẽs has duas superficies contingentes, uisui occurret, & solùm ab hac fiet reflexio ad uisum: quia, ut per 16 th. 2 huius ostẽsum est, longior radius ad circulũ columnæ uel pyramidis rotundarũ perueniens, quasi linea contingens est. Patet ergo propositum: quoniam in speculo columnari est similiter demonstrandum.



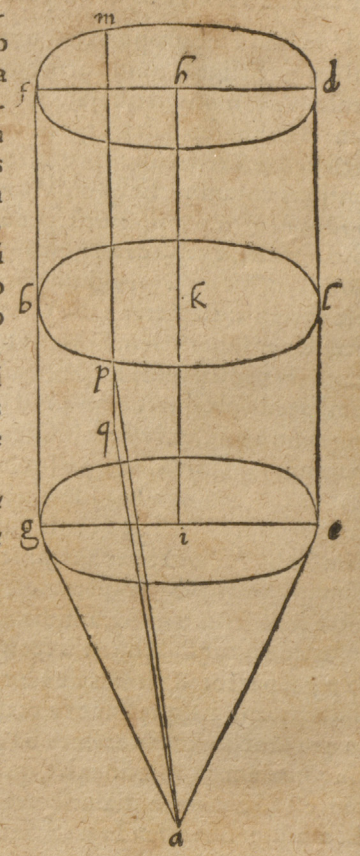
2. Si à centro oculi ad lineas, quæ sunt termini superficierũ speculorum columnarium uel pyramidalium conuexorum apparentium uisui, duæ superficies reflexionis producantur: necesse est per ipsas ambas speculum contingi. Alhazen 26 n 4.

Verbi gratia, sint conuexo speculo columnari, quod sit d f e g, duæ lineæ longitudinis, quæ sint d e & f g: sintq; illæ lineæ termini superficiei columnæ speculi apparentis uisui, ut patet ex præmissa & per 78 th. 4 huius: & sit centrũ uisus a: productisq; lineis a d, a f, a g, a e: erunt superficies trigonę a d e, & a f g. Dico quòd illæ superficies contingẽt columnã. Si enim dicatur qđ altera ipsarũ secat columnã, ut superficies a d e, planũ est quòd illa sectio erit super lineã longitudinis d e, in quã cadit illa superficies: & similiter erit procedendũ si superficies a f g secet columnã: & sit sectio super lineã f g. Sit ergo, ut superficies plana pertransiẽs centrũ uisus, secet columnã ęquidistanter basibus: eritq; per 100 th. 1 huius sectio cõmunis illi superficiei & speculi circulus, qui sit b c: hic ergo transit per duas lineas longitudinis d e, & f g: ducantur ergo lineæ a b & a c ad hunc circulum. Hæ ergo cum sint in illis superficiebus secantibus superficiem columnę, secabunt circulum b c: minus ergo uidebitur de arcu b c, quàm sit illud, quod sub lineis circulũ b c contingentibus à centro uisus puncto scilicet a ductis continetur, quod est contra ea, quæ declarata sunt in 51 th. 4 huius: & similiter de basibus columnæ declarandum. Non erunt ergo illæ superficies productæ ad terminos superficiei columnæ apparentis uisui, sed citra illas: quod est contra hypothesim. Eodem modo quoq; est de speculis pyramidalibus demonstrandũ: & sequitur idẽ impossibile, quod prius, per 84 th. 4 huius: quod est contra hypothesim. Patet ergo propositum.



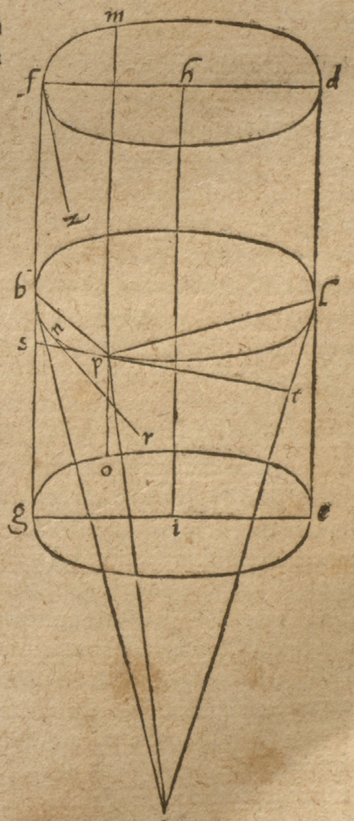
3. Communis sectio omnium superficierum à uisu productarũ, contingentiũ speculũ columnare cõuexum, est linea transiens centrum uisus æquidistanter axi illius speculi. Alhazen 26 n 4.

Quod hic proponitur, patet. Esto enim axis speculi columnaris conuexi h k i: & basis superior columnæ circulus f d: cuius centrum sit h: & inferior basis circulus g e: cuius centrum i: & communis sectio alicuius superficiei reflexiõis & superficiei speculi columnaris sit circulus b l: cuius centrum k. Cum itaq; axis h i, qui orthogonalis est super bases, ut patet per 92 th. 1 huius, sit etiam orthogonalis super circulũ b l per 100 & per 23 th. 1 huius: & per eadem sint lineæ longitudinis columnæ d e & f g orthogonales super circulum b l. Superficies ergo contingentes columnã secundum illas lineas d e & f g, erectæ erunt super circulum b l per 18 p 11: ergo & super superficiem reflexionis, secantẽ columnã secundũ illum circulum b l: ergo per 19 p 11 cõmunis sectio illarũ superficierum contingentiũ columnã orthogonalis erit super illam superficiẽ reflexionis. Ergo per 6 p 11 illarũ superficierũ cõmunis sectio æquidistans erit axi columnæ, qui super eandem superficiem est orthogonaliter erectus. Secant aũt illæ superficies se in centro uisus: quoniam centrum uisus in omnibus illis existit, ut patet ex hypothesi de superficiebus planis speculum propositum contingentibus, & de superficie reflexionis ex 27 th. 5 huius. Patet ergo propositum.



4. *Ad quodcunq; punctũ signatũ in superficie apparẽte speculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi à centro uisus ducatur linea recta: illa producta necessariò speculũ secabit. Alhazen 27 n 4.*

Sit dispositio omnimoda præmissæ: signeturq; in apparẽte uisui portione speculi, quę est e d f g, punctus q: & producatur linea a q. Dico quòd linea a q ꝓducta necessariò speculũ secabit. Producatur enim à puncto q linea longitudinis columnæ, quæ sit q m, ꝑ 101 th. 1 huius: hæc itaq; linea erit æquidistans ambabus lineis longitudinis d e & f g per 92 th. 1 huius, 6 p 11 & 30 p 1. Sit quoq; ut superficies aliqua reflexionis secet columnã ultra punctũ q secundũ circulum b l per 100 th. 1 huius. Linea ergo q m necessariò trãsibit per circulũ sectionis, qui est b l, secãs ipsum in pũcto: sit ergo illud punctũ p: ducaturq; linea a p. Hæc ergo, quia cadit inter lineas à centro uisus a ad circulũ b l ꝓductas illum cõtingentes, quæ sunt a b & a l, palã quia secabit circulum. Ergo etiã superficies à centro uisus ad speculi superficiem protensa, in qua sunt lineę a p & a q, secabit speculũ: quia illa superficies secabit superficiẽ columnaris speculi secundũ lineam longitudinis, quæ est m q. Palàm ergo quoniam linea a q ꝓducta secabit speculũ: eodẽq; modo patet de quolibet alio dato puncto. In speculis quoq; pyramidalibus cõuexis eodem modo demonstrandũ, ducta linea à uertice pyramidis ad punctum quęcunq; in illius speculi superficie datũ. Palàm est ergo ꝓpositũ.



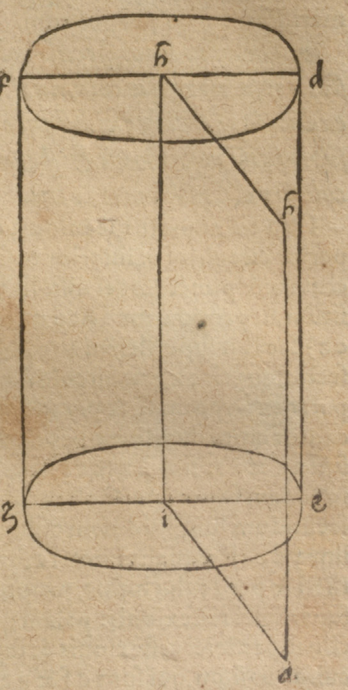
5. *Omnis superficies plana in aliqua linea lõgitudinis superficiei apparentis uisui speculi colũnaris uel pyramidalis conuexi, contingens speculũ, secat superficies à uisu productas, quæ cõtingunt portionis apparentis extremitates: omnesq; illæ superficies inter uisum & speculi superficiẽ extenduntur. Alhazen 27 n 4.*

Maneat superior dispositio: cõtingatq; aliqua sũꝑficies plana superficiẽ apparentẽ speculi secundũ lineã lõgitudinis, quę est m o, ꝑ 95 th. 1 huius: ducaturq; sũꝑficies reflexiõis, quę sit a b l: & in ea ꝑducatur linea cõtingẽs circulũ b l in pũcto p, quę sit s p t. Palã ergo qđ linea s p t secabit lineas a b & a l. Ducatur enim linea p l. Quia ergo linea s p t secat angulũ a p l, patet ꝑ 29 th. 1 huius quoniã ipsa secabit lineã a l. Similiter ducta linea p b, patet qđ linea s p secabit lineã a b: palã ergo quoniã lineę a l & p t cõcurrent. Sed linea p t est in sũꝑficie cõtingẽte columnã secundũ lineã lõgitudinis m o: linea uerò a l est in sũꝑficie cõtingẽte columnã secũdũ lineã lõgitudinis d e, quę est extremitas portionis apparẽtis. Patet ergo ꝓpositũ primum. Sed & oẽs tales sũꝑficies, qualis est sũꝑficies, in qua est linea s t, inter uisum & speculi sũꝑficiẽ extenduntur. Et de speculi quidẽ sũꝑficie patet, cũ sint illę superficies cõtingentes ipsam speculi superficiẽ, & nõ secantes illã: sed & patet de cẽtro uisus. Sit enim punctum n proximũ punctũ signabile sub puncto b, in arcu l b: & imaginetur aliqua superficies cõtingens sũꝑficiẽ colũnę in linea lõgitudinis, in qua sit punctus n: hæc ergo necessariò secabit sũꝑficiẽ reflexionis, quę est a b l: quoniã est orthogonalis super illã per 18 p 11. Sit itaq; superficiei reflexiõis, quę a b l, & dictę superficiei cõmunis sectio linea recta, quę sit n r. Palàm ergo ꝑ pręmissa quoniã linea n r cõtingit circulũ b n in pũcto n: sed punctũ n demissius est pũcto b: ergo

ergo cõtingẽs linea, quę n r, erit demisſior linea cõtingẽte, quę eſt a b, p 60 th. 1 huius. Nõ ergo pertinget linea n r ad punctũ a centrũ uiſus. Eodẽ modo, demõſtrandũ in alijs quibuſcunq; ſuperficiebus taliter cõtingentibus ſuperficiem apparentem ſpeculi columnaris. Similiter quoq; demonſtrandũ eſt de ſuperficiebus contingentibus ſpecula pyramidalia quæcunq;. Patet ergo propoſitum.

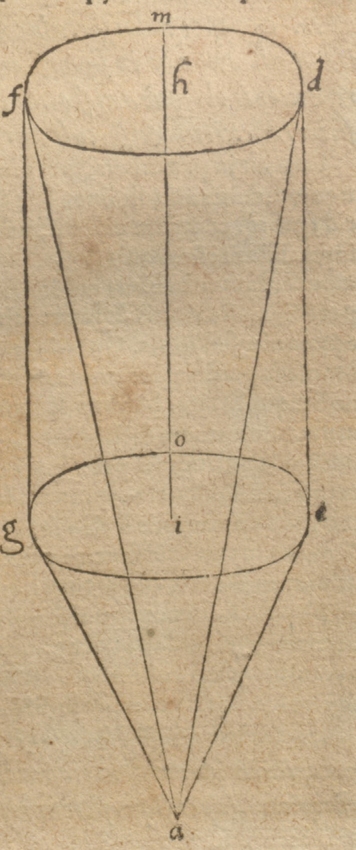
6. Omnis ſuperficies reflexionis, in qua ſunt linea contingens baſim ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi & linea longitudinis eiuſdem ſpeculi: idem ſpeculum ſecũdum lineam ſuæ longitudinis neceſſariò eſt contingens.

Hoc patet per modum 2 huius: quoniam eadem huius & illius eſt demõſtratio. Sit enim, reſumpta figura præcedenti, ſuperficies reflexionis g a f, in qua ſit linea z f contingens columnam uel pyramidem in puncto f, & linea longitudinis columnæ uel pyramidis, quę ſit g f. Dico quòd illa ſuperficies reflexionis continget columnam uel pyramidem. Si enim detur quòd illa ſuperficies columnam uel pyramidẽ ſpeculi ſecet: tunc & linea z f baſim illius ſpeculi ſecabit: quod eſt contra hypotheſim. Palàm ergo propoſitum.



7. Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali cõuexo, ita ut centrum uiſus non ſit in ſuperficie columnæ uel pyramidis, & punctus rei uiſæ ſit cum uiſu in eadem ſuperficie ſpeculum ſecundum axem ſecante: communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei apparentis ſpeculi erit linea longitudinis ſpeculi: & ſi illa communis ſectio ſit linea longitudinis, ſuperficies reflexionis ſecat ſpeculum per axem. Alhazen 29 n 4.

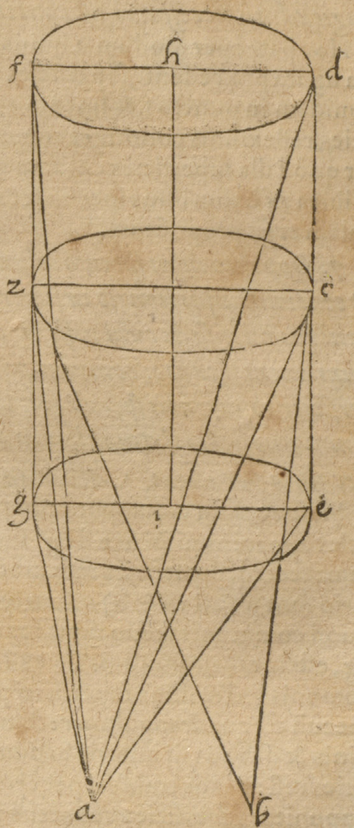
Sit ſpeculum columnare cõuexum, cuius axis ſit h i: cuius ſuperficies apparens uiſui ſit e d f g: ſitq; a cẽtrum uiſus, & b punctum uiſum: ſecetq; ſuperficies reflexionis (in qua per 27 th. 5 huius neceſſariò ſunt puncta a & b) ipſum ſpeculum ſecundum axem h i. Dico quòd communis ſectio illius ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei e d f g, eſt linea longitudinis ſpeculi. Quoniam enim per 93 th. 1 huius communis ſectio illius ſuperficiei planę & ſuperficiei totius columnæ ſpeculi eſt quadrangulum rectangulum ſub duabus lineis longitudinis & duabus diametris baſium columnę contentum, cum ſuperficies reflexionis tranſeat per centrum uiſus, cui directè in ſpeculo opponitur ſuperficies apparens uiſui, per 1 huius: patet quòd communis ſectio illarum duarum ſuperficierum erit linea una longitudinis, quæ eſt unum latus illius rectanguli, quod eſt communis ſectio illius ſuperficiei planæ & ſuperficiei totius columnæ. Similiter quoq; patet per 90 th. 1 huius de ſpeculo pyramidali: quoniam communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei conicæ ſpeculi uiſui apparentis, eſt unum latus illius trigoni (qui eſt communis ſectio huius planæ ſuperficiei & totius ſuperficiei ipſius pyramidis ſpeculi) quod eſt una linearum longitudinis pyramidis. Patet ergo propoſitum.



8. Omnium ſuperficierum planarum ſuperficiem ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingentium unica ſuper ſuperficiem reflexionis ſpeculum ſecundũ axem ſecãtem eſt erecta, ut quæ ſecundum communem ſectionem illius ſuperficiei & ſpeculi, lineam ſcilicet longitudinis, ſuperficiem apparẽtem ſpeculi per æqualia diuidentem, ſpeculum eſt contingens.

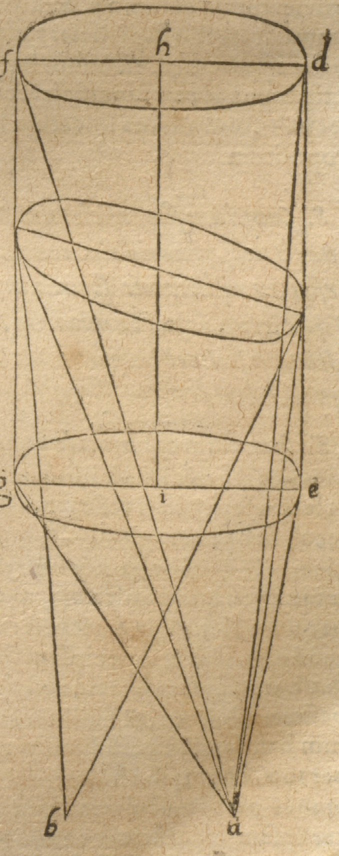
Sit ſpeculum columnare conuexum, cuius apparens uiſui ſuperficies ſit e d f g: & axis h i: ſitq; centrum uiſus punctum a: & communis ſectio ſuperficiei reflexionis ſpeculum ſecundũ axem ſecantis & ſpeculi ſit linea longitudinis, quæ m o, per æqualia diuidens ſuperficiem e d f g: cõtingantq; ſuperficiẽ ſpeculi ſuperficies planæ quotcunq;. Dico quòd unica illa, quæ ſecũdum lineam longitudinis m o ſpeculum contingit, erecta eſt ſuper illam ſuperficiem reflexionis: & quòd omnes aliæ ſuper ipſam ſunt obliquatæ. Vt enim patet per 92 th. 1 huius linea m o rectos eſt angulos cõtinens cum ſemidiametris baſium columnæ, & ſimiliter cum ſemidiametris omnium circulorum baſibus illis æquidiſtantium, ſecantium columnam; ut patet per 100 & per 23 th. 1 huius: palàm quoq; per 96 th. 1 huius quoniam omnes perpendiculares, quæ intra columnam ducibiles ſunt ſuper ipſam ſuperficiem contingentem ſpeculum, neceſſariò tranſeunt per axem ſpeculi: omnes uerò illæ perpendiculares cadunt in

ſuperficie ſpeculum ſecundum axem ſecante. Ergo per definitionem illa ſuperficies contingẽs eſt erecta ſuper ſuperficiẽ illam reflexionis. Omnes ergo aliæ ſuperficies dictã ſuperficiẽ ſpeculi ſecundum alias lineas longitudinum contingẽtes, ſuper illam ſuperficiem reflexionis ſunt obliquæ. Aliter enim cum illæ ſuperficies contingẽtes ſe neceſſariò interſecent: ſi ab aliquo puncto lineæ (quæ per 3 p 11 eſt communis ſectio illarum ſuperficierum) duæ lineæ in illis ſuperficiebus contingentibus ad ſuperficiem reflexionis perducantur, quarum extremitates in ipſa ſuperficie reflexionis per lineam tertiam coniungantur: erũt procreati illius trigoni duo anguli recti: quod eſt impoſsibile. Non eſt ergo aliqua aliarum ſuperficierum ſpeculum contingẽtium ſuper illam ſuperficiem reflexionis erecta: niſi unica in illa communi ſectione ſpeculum contingẽs. Et eodẽ modo in ſpeculis pyramidalibus poteſt demonſtratio formari. Patet ergo propoſitum.



9. Oppoſito uiſui ſpeculo columnari conuexo, ita ut uiſus non ſit in ipſa ſuperficie columnæ, & punctus rei uiſæ ſit cum uiſu in eadem ſuperficie æquidiſtanti baſibus columnæ: communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi erit circulus æquidiſtans baſibus columnæ. Alhazen 30 n 4.

Eſto columnare ſpeculum cõuexum, cuius axis ſit h i: & baſis ſuperior circulus f d: inferior baſis circulus g e: & ſit centrũ uiſus pũctum a: & punctum rei uiſæ ſit b: ſitq́; ſpeculum directè uiſui oppoſitum, ut proponitur. Dico quòd ſuperficies reflexionis (quæ ſit a b c z) ſecabit ſuperficiem propoſiti ſpeculi taliter, quòd communis ſectio, quę ſit c z, erit circulus æquidiſtãs baſibus ſpeculi. Hoc enim patet ex hypotheſi, & per 100 th. 1 huius: uel etiam hoc modo. Ducantur enim duæ lineæ productæ à uiſu contingentes ſpeculũ, quæ ſint a z & a c: ſintq́; z & c puncta contingentiæ oppoſita adinuicem in eadem ſuperficie: & ab utroq; illorum pũctorum ducantur lineæ ſecundum longitudinem columnæ, quæ ſint d c e & f z g. Et quoniã linea d c eſt æqualis lineæ f z, & linea c e æqualis lineæ z g ex hypotheſi & per 25 th. 1 huius, propter æquidiſtantiam baſium ſpeculi & ſuperficiei reflexionis: palàm quia linea z c (quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei & ſpeculi) ęquidiſtabit arcubus baſium, qui ſunt d f & g e. Ductis enim rectis lineis d f, c z, g e, erunt illæ lineæ rectæ æquidiſtantes per 33 p 1: ergo & hæ curuæ, quæ in eiſdẽ ſunt ſuperficiebus, erunt æquidiſtantes: & ſunt circulares: quoniam ſunt æquidiſtantes in eadẽ ſuperficie columnari. Patet ergo propoſitum.



10. Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexô, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie colũnæ uel pyramidis, ſuperficie reflexionis obliquè axi ſpeculi incidente: communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi erit oxygonia ſectio. Alhazen 31 n 4.

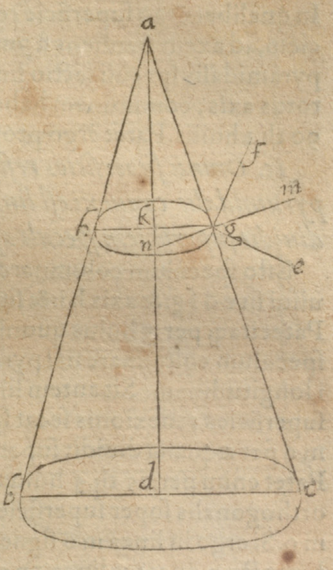
Eſto, ut in præmiſsis, ſpeculum columnare uel pyramidale conuexum, cuius axis ſit linea h i: & ſuperficies eius apparens uiſui ſit e d f g: ſitq́; centrum uiſus punctum a: & punctus rei uiſæ b: ſecetq́; ſuperficies reflexionis ſpeculum obliquè trans axem, ſcilicet non æquidiſtanter baſibus columnæ. Dico quòd communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi uiſui apparentis eſt pars oxygoniæ ſectionis. Quoniam enim per 103 th. 1 huius patet quòd omnis ſuperficiei ſecantis columnam uel pyramidem trans axem non æquidiſtãter baſibus & ſuperficiei totius pyramidis uel columnæ communem ſectionem circulũ eſſe eſt impoſsibile, uel etiam lineam longitudinis per 7 huius, cum talis ſuperficies plana nõ ſecet pyramidem uel columnam ſecundum axis longitudinem: patet quòd communis ſectio ſuperficiei reflexionis (quæ plana eſt) & partis ſuperficiei ſpeculi pyramidalis uel columnaris oppoſitæ uiſui, non poterit eſſe arcus circuli, neq; linea longitudinis. Erit ergo pars ſectionis oxygonię: quia totam talem ſectionem totius ſuperficiei pyramidalis uel columnaris, & ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam diximus oxygoniam ſectionem in 98 th. 1 huius. Patet ergo propoſitum.

11. Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris circulo exiſtente: omnes ſuperficies planæ ſpeculum contingentes, ſuper ſuperficiem reflexionis ſunt erectæ.

Remaneat dispositio, quæ præcessit in 9 huius. Et quia per 95 th.1 huius omnes planæ superficies columnam contingentes, secundum lineam longitudinis contingunt, patet per 92 th.1 huius, cum omnes lineæ longitudinis rectos angulos cum semidiametris basium contineant, quoniam omnes super illas bases sunt erectæ. Ergo per 100 & 23 th.1 huius illæ lineæ omnes sunt erectæ super circulum æquidistantem basibus columnæ. Hic autem est circulus (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi per 9 huius.) Ergo per definitionem superficierum erectarum super superficies, omnes illæ superficies contingentes columnam, super præfatam superficiem reflexionis eriguntur. Quod est propositum.

12. *Communem sectionem superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi circulum impossibile est esse. Alhazen 41 n 4. Item 5 n 5.*

Sit pyramidale speculum conuexum a b c: cuius uertex a: diameter basis b c: sitq́; axis speculi linea a d: est ergo per 89 th.1 huius punctum d centrum basis: sitq́; centrum uisus e: & punctus rei uisæ sit f. Dico quòd forma puncti f non potest reflecti ad uisum e ab aliquo puncto speculi propositi, ita ut communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus.



Si enim hoc sit possibile: esto quòd reflectatur forma puncti f ad uisum e à puncto speculi g: sitq́; circulus g h communis sectio superficiei reflexionis & speculi: cuius centrum sit k: eritq́; per 100 th.1 huius circulus g h æquidistans basi b c. Producatur ergo à puncto g extra speculum linea g m perpendiculariter super superficiem contingentem pyramidem in puncto g per 12 p 11. Quia uerò superficies basis non est orthogonalis super superficiem contingentem pyramidem in puncto g: ideo quòd omnis superficies contingens pyramidem secundum lineam longitudinis est contingens, ut patet per 95 th.1 huius, & linea longitudinis obliquè superstat superficiei basis: palàm quòd superficies circuli h g æquidistantis basi, non est orthogonalis super superficiem speculum contingentem in puncto g. Producta ergo linea perpendiculari, quæ est g m, intra pyramidem: palàm quòd ipsa non pertinget ad centrum circuli, quod est k, sed cadet sub illo in alio puncto axis, qui sit punctus n: & continebit linea m g n acutum angulum cum axe uersus punctum uerticis, scilicet angulum g n a, qui necessariò est acutus per 32 p 1, ideo quòd angulus g k n est rectus per 29 p 1: cum angulus a d c sit rectus. Et quoniam, ut patet per 27 th.5 huius, punctum m, qui est terminus lineæ perpendicularis super superficiem speculi (quæ perpendicularis est linea n g m) in superficie reflexionis consistere est necesse: linea ergo h k g non est in illa superficie. Palàm ergo quòd formæ puncti f ad uisum e non fiet reflexio à puncto speculi g, ut à puncto circuli. Si enim fieret reflexio à puncto g, ut à puncto circuli g h: oporteret necessariò superficiem circuli g h perpendicularem esse super superficiem planam contingentem speculum in puncto g, & perpendicularem m g produci ad centrum circuli k: quod est impossibile per præmissa. Patet ergo propositum.

13. *Opposito uisui speculo pyramidali conuexo, ita ut uisus non sit in superficie pyramidis aut ei continua, punctusq́; rei uisæ sit cum centro uisus in eadem superficie æquidistante basi pyramidis: impossibile est reflexionem fieri ad uisum.*

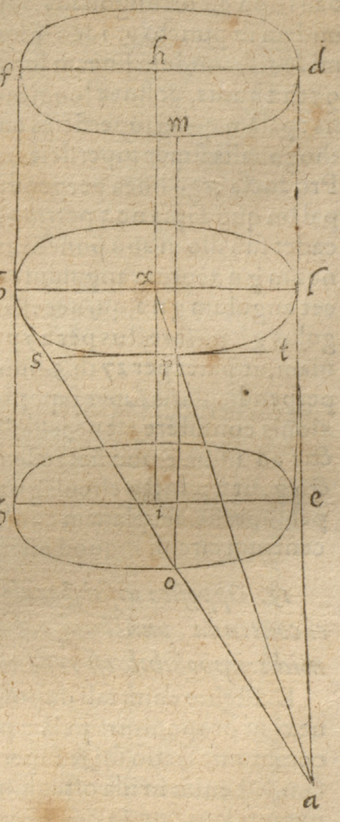
Existente enim tali dispositione centri uisus & puncti rei uisæ, respectu speculi pyramidalis conuexi, ut proponitur: palàm per 100 th.1 huius, cum superficies reflexionis sit superficies plana, quia communis sectio sui & superficiei conicæ speculi est circulus. Patet ergo propositum per præmissam. Est enim in illa ostensum impossibile esse, ut communis sectio superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi sit circulus. Quia si sectio illa communis esset circulus, esset ipsa per 100 th.1 huius æquidistãs basi speculi, & esset superficies illius circuli in superficie reflexionis. Et quia axis a d est perpendicularis super illum circulum per 23 th.1 huius: erunt lineæ longitudinis pyramidis declinatæ super illum circulum angulos acutos continentes cum diametris basis: & ita essent illæ lineæ obliquæ super superficiem reflexionis. Ergo in illa superficie non posset duci perpendicularis super lineam longitudinis: sed per 27 th.5 huius perpendicularis ducta super superficiem contingentem speculum secundum punctum reflexionis, est in superficie reflexionis & perpendicularis super lineam longitudinis: cum quælibet superficies contingẽs pyramidem, contingat illam secundum lineam longitudinis. Ergo nunquam fiet reflexio ad uisum in hoc situ formæ alicuius pũctorum rei uisæ, superficie reflexionis speculum pyramidale, ut pyramidale, contingente. Si uerò superficies, in qua est linea contingens speculi circulum, secundum aliquod punctum illius circuli secet superficiem speculi: tunc est possibile ab his speculis, & ab illo puncto circuli reflexionem fieri, non ut à speculis pyramidalibus, sed in quantum ipsorum cõuexa superficies communicat cum speculis sphæricis uel columnaribus conuexis, quorum passiones declarauimus in præmissis: nec tunc hæc passio ad proprietatem speculorum pyramidalium accedit. Patet ergo propositum.

14. *Superficierum reflexionis (quarum communis sectio cum superficie speculi pyramidalis est li-*

14. Superficierum reflexionis (quarum communis ſectio cum ſuperficie ſpeculi pyramidalis eſt linea recta) ſecundum diuerſas uiſus ſituationes quandoq; ſolùm unam, quandoq; plurimas ad eundem uiſum poßibile eſt applicari.

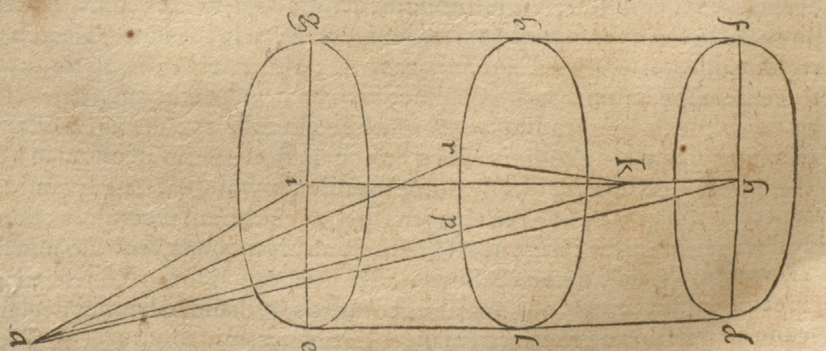
Quocunq; enim modo uiſu taliter diſpoſito, ut minus medietate ſuperficiei conicæ pyramidis uideatur per 84 th.4 huius: tunc ſolùm unica ſuperficies reflexionis tranſit per uiſum, cuius communis ſectio cũ ſuperficie pyramidis fit linea longitudinis: quoniam unica tunc tranſibit per axem pyramidis. Oſtenſum eſt enim per 7 huius quoniam in omni ſuperficie reflexionis factæ à ſpeculis pyramidalibus (quãdo communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis ſpeculi) neceſſe eſt eſſe axem ſpeculi. Taliter uerò diſpoſito uiſu, ut tota pyramis uideatur per 92 th.4 huius, nõ ſolùm plures, ſed etiam infinitæ ſuperficies reflexionum (quarum communis ſectio eſt linea longitudinis) ut proponitur, poſſunt ad oculum applicari: quoniam tunc centrum uiſus omnibus lineis longitudinis totius ſpeculi eſt commune: & omnes ſe æqualiter habent ad uiſum. Cum enim radius uiſualis continuus fuerit axi pyramidis: tota pyramis uidetur per 92 th.4 huius. In qualibet ergo ſuperficie reflexionis fit totus axis & linea perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem, ad axem tranſiens à puncto reflexionis: eritq; cuiuslibet ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei pyramidalis ſpeculi ſectio linea longitudinis in hoc ſitu: quoniam quælibet ſuperficies, in qua eſt totus axis, communem habet lineam longitudinis illius pyramidis cum ſuperficie pyramidis per 90 th.1 huius. Patet ergo propoſitum.

15. Omnis ſuperficies reflexionis (cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi eſt linea longitudinis ſpeculi) per æqualia diuidit ſuperficiem ſpeculi apparentem.



Eſto ſpeculum columnare conuexũ, cuius apparens ſuperficies uiſui ſit e d f g: & axis h i: & ſit cẽtrum uiſus a, ut prius in præmiſsis. Patet itaq; per 7 huius quoniã ſuperficies reflexionis taliter ſecans ſpeculum columnare uel pyramidale, ſecat ipſum ſecundum axis h i longitudinem. Sit autem linea longitudinis, ſecundum quam illa ſuperficies reflexionis ſecat ſpeculum, linea m o. Dico quòd linea m o per æqualia diuidit ſuperficiem ſpeculi e d f g uiſui apparẽtem. Patet enim per 25 th.5 huius quòd illa ſuperficies reflexionis eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentem columnam in linea m o. Si ergo in linea m o ſignetur punctum p: & ducatur linea a p: & à puncto p ducatur linea t p s in ſuperficie ſpeculum contingente, taliter ut linea s p t contingat quendam circulum columnæ æquidiſtantem baſibus, qui ſit b l: erit linea a p perpendicularis ſuper lineam t p s: quoniam ducitur in ſuperficie ſuper illam ſuperficiem erecta: ergo per 19 p 3 linea a p producta tranſit centrum circuli b l, quod ſit x. Ducanturq; lineæ a b & a l, quæ ſunt æquales per 58 th.1 huius: copulentur quoq; ſemidiametri x b & x l. Erunt ergo trigoni a b x & a l x æquianguli per 8 p 1: & erit angulus p a l æqualis angulo p a b: ergo per 58 th.1 huius linea a p diuidit arcũ l p b per æqualia in puncto p: ſed arcus l p b eſt æquidiſtans baſibus columnæ. Lineæ quoq; rectæ terminantes ſuperficiem ſpeculi uiſui apparẽtem æquidiſtant lineę m o: quod patet per 92 th.1 huius, & per 28 p 1. Linea itaq; m o diuidet per æqualia baſes columnæ: eſt autem linea m o in ſuperficie reflexionis. Palàm ergo quòd illa ſuperficies reflexionis diuidit ſuperficiem ſpeculi apparentem uiſui per æqualia. Et quoniam in ſpeculo pyramidali ſiue unica ſiue plurimæ ſint illæ ſuperficies reflexionis, ut patet per præmiſſam, ſemper eadẽ eſt demõſtratio. Patet ergo propoſitũ.

16. Omnium ſuperficierum reflexionum ab eodem ſpeculo columnari cõuexo ad eundem uiſum factarum unica eſt, cuius cõmunis ſectio & ſuperficiei ſpeculi eſt linea lõgitudinis illius ſpeculi. Alhazen 29 n 4.

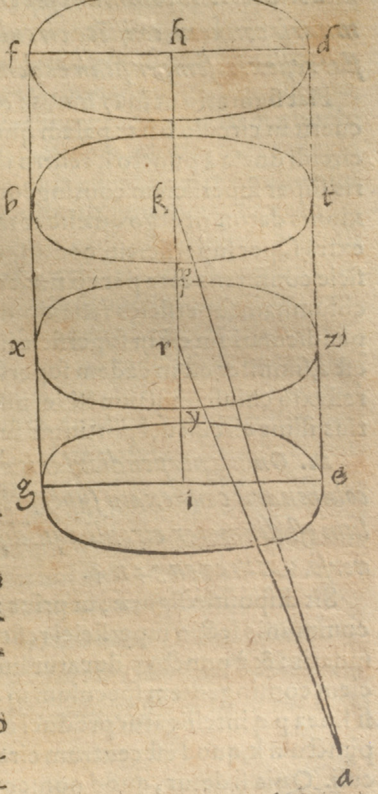


Sit diſpoſitio figuræ eadem, quæ in præcedente. Et quia nunquã cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi propoſiti eſt linea longitudinis ſpeculi, niſi ſolùm ſuperficie reflexionis columnam per axem ſecante per 7 huius: in hoc autem ſitu ſuperficies reflexionis (quæ eſt a h i) ſecat ſuperficiem e d f g appa-

apparentem uisui per duo æqualia,ut patet per præmissam huius,& superficies transiens per axem h i, est unica : patet quòd huius solius & superficiei speculi communis sectio est linea longitudinis speculi. Si autem dicatur quòd & alia superficies reflexionis est,cuius communis sectio & superficiei speculi est lineà longitudinis speculi : ergo per 7 huius illa superficies secat speculum secūdum axem h i. Ducatur ergo in illa superficie linea à centro uisus ad axem h i,quæ sit a r k : & ducatur in proposita superficie reflexionis superficiē apparentē speculi per æqualia secante,linea a p k. Palàm ergo quòd istæ duę rectæ includēt superficiē:quod est impoßibile.Patet ergo ꝓpositū.Vnica enim potest imaginari superficies,in qua sint axis colūnæ & centrū uisus & pūctus rei uisæ,& nō plures.

17. *Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cōuexo ad eundem uisum factarum unica est, cuius communis sectio & superficiei speculi est circulus æquidistans basibus columnæ. Alhazen 30 n 4.*

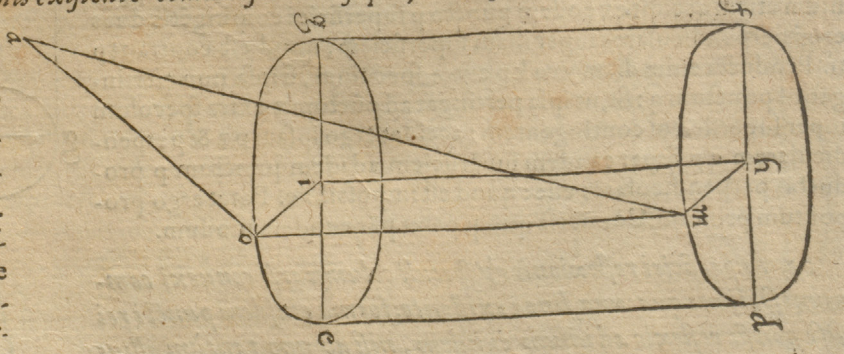
Sit dispositio,quæ suprà,ita ut cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi sit circulus. Quia ergo in omni tali superficie reflexionis linea perpendiculariter erecta super superficiem contingētem speculum in puncto reflexionis,est diameter circuli basibus columnę æquidistantis : & non potest esse in superficie columnæ, nisi unus circulus æquidistans basibus columnæ, qui cum centro uisus sit in eadē superficie:palàm quia omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cōuexo ad eundē uisum factarū unica est , cuius communis sectio & superficiei speculi est circulus æquidistās basibus columnę.Si enim dicatur quòd sint plures:sit communis sectio unius illarum superficierū & superficiei speculi linea circularis,quę sit b p t:alterius uerò x y z: puncta quoq;,in quibus axi columnę incidunt centra illorum circulorum sint k & r:& producantur lineæ a k & a r à cētro uisus ad illa puncta. Palàm ergo propter æquidistantiam basium ad istas,quoniā in trigono a k r duo anguli ad basim k r sunt recti : linea enim k r,cū sit pars lineæ h i axis columnæ,sicut est e recta super bases colūnæ per 92 th.1 huius : ita & super superficies circulorum illis basibus æquidistātium per 23 th.1 huius.Ergo & super diametros illorū circulorum est perpendicularis : sunt autē illæ diametri in lineis a k & a r. Linea ergo k r est perpendicularis super ambas lineas a k & a r:quod est impoßibile.Patet ergo propositū.



18. *Superficierum reflexionis (quarum communis sectio cum superficie speculi colūnaris uel pyramidalis conuexi est sectio oxygonia) plures ab eadem portione apparēte speculi ad eundem uisum est poßibile applicari. Alhazen 31.n 4.*

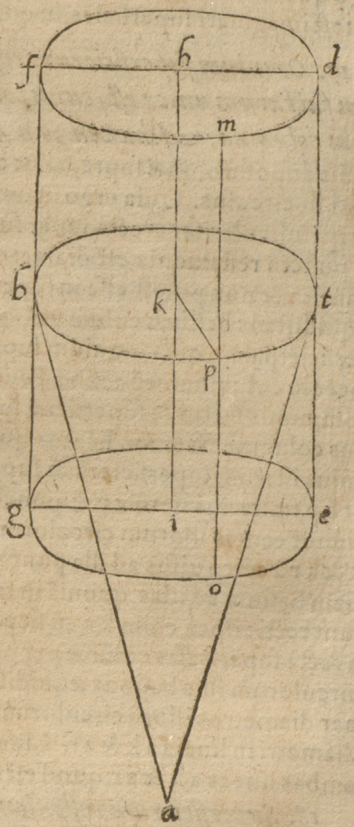
Fiat ordinatio figuræ,quæ suprà in 15 huius: sitq; cōmunis sectio superficiei reflexionis transeuntis per axem h i,linea m o: & cōmunis sectio superficiei reflexionis æquidistantis axibus columnę circulus b p l.Palàm ex præhabitis,quoniam ab omnibus punctis superficiei columnaris m p b & m p l potest fieri reflexio ad uisum a secundū partes sectionis columnaris. Quia enim ad quodlibet illorum punctorum potest aliquis punctus rerum uisarum incidere:patet quòd à quolibet illorū punctorum fieri potest reflexio ad uisum per 1 th. huius. Manifestum est ergo quòd partes illarū sectionum columnarium uel pyramidalium poßunt esse infinitæ, quarum quælibet secundum eandem lineam perpendicularem super axem secat columnam uel pyramidem speculi, ut patet per 104 th.1 huius.Patet ergo propositum.

19. *Linea longitudinis existente cōmuni sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis cōuexi: à quocunq; punctorum illius lineæ fiat reflexio ad uisum, semper fit in eadē superficie. Alhaz.32.42 n 4.*



Signata,ut in prȩmissa 15 huius, superficie reflexionis tali, ut proponitur, quæ secet superficiem speculi secūdum lineam m o. Dico quòd à quocunq; puncto illius lineæ fiat reflexio ad uisum : semper omnes lineæ reflexionis erunt in eadem superficie a m o. Quoniam enim in superficie a m o est per 7 huius axis h i : & unica superficies contingens speculum in illa linea m o, erecta est super superficiem refle-

reflexionis, ut patet per 8 huius: palàm quia quocunq; pũcto in illa linea m o sumpto, perpendicularis ab eo ad axem h i ducta, semper erit in eadẽ superficie cũ axe h i: & erit illa linea orthogonalis super superficiem contingẽtem superficiem columnæ secundũ illam lineam m o: quia per 18 p 3 illa linea à puncto contactus ad centrũ circuli ducta est perpendicularis super lineã, contingentem circulum ductã in superficie columnã contingente. Superficies ergo m o h i est erecta super superficiẽ in linea m o speculum contingentem: sed centrũ uisus est in superficie orthogonali super eandẽ superficiem: quoniã in superficie una est cẽtrum uisus & linea m o & axis speculi h i, ut patet per præmissa: una sola autem superficies est orthogonalis super illam superficiem contingentem secundum lineam m o: quoniam dato opposito, contingeret duas lineas super pũctum unum ad superficiem unam orthogonaliter insistere, quod est impossibile per 13 p 11. Omnes ergo reflexiones à punctis lineæ m o factæ sunt in una & eadem superficie. Quod est propositum.

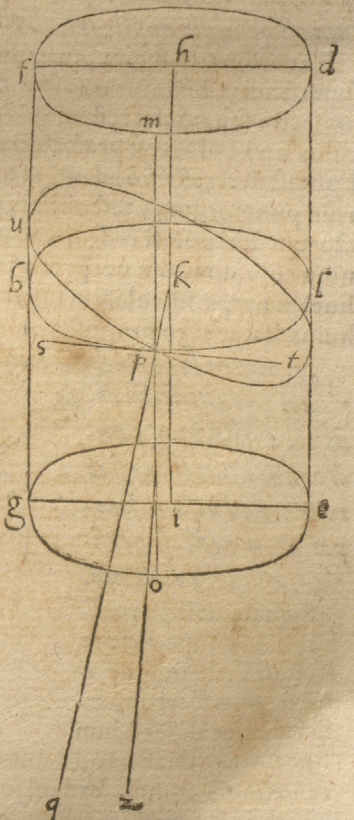


20. Sectione communi superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, existẽte circulo: à quocunq; puncto illius circuli fiat reflexio, semper fit in eadem superficie. Alhazen 32 n 4.

Fiat figuratio ut in 17 huius: & signetur quodcũq; punctum placuerit in circulo b p t: palàm quoniam semper semidiameter illius circuli ducta à puncto k centro illius circuli b p t erit perpẽdicularis super superficiem contingentem speculum in illo puncto reflexionis dato: erit ergo quælibet talium perpendicularium producta extrà super superficiem contingentem columnam in eadem superficie consistens tota per 1 p 11: est autem illa superficies educta extra columnam superficies reflexionis. Quia ergo quælibet talium perpendicularium est in superficie illius circuli, & pũctum uisus, quod est a, similiter est in eadem superficie. In hac ergo sola superficie erit reflexio cuiuscunq; puncti rei uisæ facta à quolibet punctorum totius illius circuli uel portionis suæ uisæ. Quod est propositum.

21. Omnis perpendicularis à puncto reflexionis super speculi columnaris conuexam superficiem erecta, producta intra speculum est diameter circuli æquidistantis basibus columnæ: & conuersò. Alhazen 34 n 4.

Sit dispositio figuræ, ut prius: sitq; punctum reflexionis p, siue communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit linea longitudinis uel circulus uel sectio columnaris: & à puncto p ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in eodem puncto p: quæ sit p q. Dico si linea p q intelligatur produci intra speculum, quòd ipsa cadet in punctum k, quod est centrum circuli b p l: & erit diameter illius circuli. Quia si detur, quòd non: cum constet per 18 p 3 diametrum k p perpendicularem esse super lineam s t contingentem circulum b p l in puncto p, & ex consequenti super superficiem in illo puncto contingentem columnam, in qua per 6 huius est linea s t: cum etiam linea q p sit perpendicularis super eandem lineam & superficiem in eodem puncto speculum contingentem: palàm quòd erunt hæ duæ perpendiculares q p & k p coniunctæ in puncto p linea una per 14 p 1: ambæ enim illæ lineæ exeunt ab uno puncto p lineæ s p, & continet quælibet ipsarum angulum rectum cum eadem: & danti oppositum etiam accidit ex eodem puncto p superficiei contingẽtis duas erigi perpendiculares super illam superficiem, quod est contra 13 p 11. Producta enim diametro k p extra speculum, si ipsa non pertingat ad punctum q: sit, ut ipsa pertingat ad pũctum z extra speculum super superficiem contingentem: accidet ergo ipsam p z & perpendicularem q p super eandem superficiem ad idem punctum p productas perpendiculares esse: quod est impossibile. Patet ergo propositum primum. Conuersa quoq; patet per eundem modum.



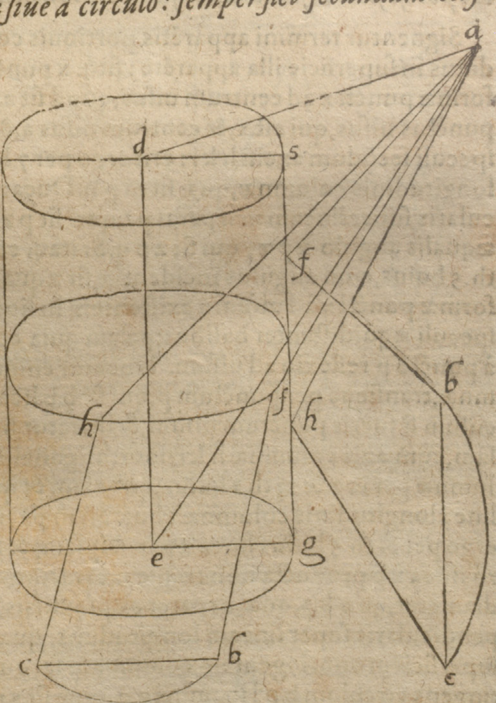
22. Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione quacunq; linea existente: formæ eiusdem puncti rei uisæ non fit reflexio ad uisum eundem, nisi ab uno tantùm illius sectionis puncto. Alhazen 33 n 4.

Communi enim sectione superficiei reflexionis & speculorum propositorum existente linea recta per 7 huius: tunc non fiet refle-

xio, nisi

xio, nisi ab uno tantùm puncto illius lineæ, sicut de speculis planis ostensum est per 45 th.5 huius. Si uerò communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris fuerit circulus, ut patet per 9 huius: tunc ab uno tantùm puncto illius circuli fiet reflexio, quemadmodum in speculis sphæricis conuexis ostensum est per 16 th.6 huius. Si uerò illa communis sectio fuerit oxygonia, ut patet per 10 huius: tunc est hoc propositum in speculis propositis specialiter demonstrandum. Fiat ergo dispositio figuræ, ut in præmissa proxima: sitq; pars colũnaris sectionis linea, quæ est p u. Dico quòd ab uno tantùm puncto lineæ p u fiet reflexio ad uisum in illa superficie. Dato enim quocunq; puncto alio, palàm quoniam perpendicularis ab illo puncto reflexionis erecta super superficiem columnæ, orthogonalis est super lineam longitudinis columnæ per illum punctum transeuntis: quare & super axem perpendicularis erit per 29 p 1: & erit illa perpendicularis, diameter circuli æquidistantis basibus speculi per præmissam. Et superficies reflexionis & circulus ille secant se, & linea eis communis est diameter illius circuli per 104 th.1 huius: & diameter illa est perpendicularis super superficiem speculum in illo puncto contingentem: & superficies reflexionis est secās illam lineam longitudinis columnæ, super quam fit contingentia: & est declinata super eam: ergo & super axem erit illa superficies reflexionis declinata. Sed in superficie plana super aliquã lineam declinata (ut specialiter patet de sectione oxygonia per 112 th.1 huius) non potest intelligi nisi una linea orthogonaliter cadens in ipsam lineam uel in ipsum axem: quoniam linea terminans illam superficiem, in uno tantùm puncto secat illam lineam, super quam superficies declinatur: ab uno itaq; puncto tantùm illius sectionis fiet reflexio. Si enim à duobus punctis illius sectionis daretur fieri reflexio ad eundem uisum: sequeretur quòd in eadem superficie illius reflexionis essent duę lineæ illius superficiei orthogonales super axem columnæ: quod esse non potest, cum illa superficies sit declinata super ipsum axem. Perpendicularis enim ducta à puncto reflexionis, cadit in circulum æquidistantem basibus columnæ in punctum axis: & est communis sectio superficiei circuli & huius superficiei reflexionis per 104 th.1 huius. Si itaq; fieret reflexio etiam ab alio puncto: tunc itẽ perpendicularis ducta à puncto illo reflexionis, esset per proximam propositionem diameter alterius circuli illi primo circulo æquidistantis, & caderet in punctum axis, in quod nõ cadit superficies reflexionis. In omnibus ergo his reflexionum superficiebus ab uno tantùm puncto lineæ communis fit reflexio in eadem superficie, respectu eiusdem uisus: quamuis respectu duorum uisuum posssit fieri reflexio à duobus pũctis superficiei speculi, ut à duobus diametri circuli terminis, quæ est perpendicularis super ipsam sectionem: ita tamen si diameter illa sit æqualis distantiæ oculorum, uel minor, non aliter: ad unum uerò uisum hæc fieri non potest: quoniã ab illo semper uidetur minus medietate columnæ speculi per 78 th.4 huius. Patet ergo propositum: quod nos demũ particularius prosequemur, ostendẽtes quòd in his speculis quacunq; linea communi sectione superficiei reflexionis & speculi existente, ab uno tantùm puncto totius speculi fiet reflexio ad uisum.

23. *Linea uisa non existente in eadem superficie, in qua est centrum uisus & axis speculi columnaris uel pyramidalis cõuexi, si linea uisa respectu basis speculi fuerit altior uel basior centro uisus, siue reflexio fiat à linea longitudinis speculi siue à circulo: semper fiet secundum oxygonias sectiones superficiem speculi secundum puncta illarum linearum continuã secantes.*



Sit linea uisa siue sit recta siue curua, quæ b c: & sit centrum uisus a: sitq; axis speculi columnaris uel pyramidalis cõuexi d e: ducanturq; lineæ a d & a e continentes cum axe d e trigonum a d e, in cuius superficie non sit linea b c, sed extra illã, siue secet trigonum a d e, siue non. Secet ipsum: fiatq; lineæ b c reflexio ad uisum a à superficie speculi propositi. Palàm autem quòd ab uno puncto speculi tota linea b c ad uisum a reflecti non potest per 29 th.5 huius. Dico quòd si linea b c reflectatur ad uisum a à linea lõgitudinis speculi, quæ sit s g (ut si linea b c æquidistet axi d e, & superficies, in qua est linea b c, secet speculum trans axem orthogonaliter super basim speculi: secetq; superficiem, in qua sunt centrũ uisus & axis speculi, qui est d e, ita quòd communis sectio illarum superficierum sit axis d e) fiet tamen reflexio ad uisum secundum oxygonias sectiones, quamuis fiat à linea longitudinis speculi, quæ est s g. Palàm enim per 27 th.5 huius quoniam in omni superficie reflexionis oportet ut sit cẽtrum uisus, & punctus, cuius forma reflectitur ad uisum, & punctus speculi, qui est punctus reflexionis. Sit ergo, ut punctus b reflectatur ad uisum a à puncto speculi f: & punctus c à puncto h. Et ducantur lineæ a f, b f, a h, c h. Quia itaq; punctus b lineæ b c non est in superficie a d e ex hypothesi: patet quòd superficies suæ reflexionis, quæ est a f b, secat superficiem a d e super punctum a,

& super punctum speculi f: secat ergo ipsam secundum lineam a f: & secat speculum trans axem d e, non autem æquidistat basi ex hypothesi: quoniam illa linea uisa, quæ b c, non est in superficie a d e, sed extra illam. Superficies ergo b f a, quæ est superficies reflexionis, transuersaliter secat axem d e: quoniam linea uisa est altior uel bassior centro uisus ex hypothesi. Communis ergo sectio superficiei reflexionis & speculi per 10 huius est oxygonia sectio. Similiterq; est de puncto c, & quolibet medio puncto lineæ b c. Licet itaq; omnia puncta lineæ b c reflectantur ad centrum uisus a à linea longitudinis speculi: cuiuslibet tamen puncti reflexio ad uisum fiet secundum oxygoniam sectionem. Similiterq; demonstrandum, si superficies incidẽtiæ lineæ b c orthogonaliter secet axem speculi, & superficiem a d e: tunc enim communis sectio superficiei incidentiæ lineæ b c & superficiei speculi fiet circulus æquidistans basi speculi per 100 th. 1 huius. Vnde si fiat reflexio ad uisum, fiet ab arcu circuli æquidistantis basi speculi: quælibet tamen superficies reflexionis transiens centrum uisus secabit obliquè axem speculi secũdum aliquod punctum illius arcus. Licet itaq; omnia puncta lineæ b c reflectantur ad uisum a ab arcu circuli speculi: fit tamen cuiuslibet puncti illius lineæ reflexio secundum oxygoniam sectionem. Si tamẽ aliquis punctorum lineæ b c fuerit cum centro uisus in eadem superficie æquidistanter basi speculum secante: illius solius reflexio fiet secundum circulum, aliorum uerò omnium punctorum reflexio fiet secundũ oxygonias sectiones: & sic puncta illius lineæ diuersas afferent uisui passiones. Patet ergo propositum.

24. In omni superficie reflexionis à speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis, centrum uisus: punctum uisum: punctum reflexionis: punctum axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis super superficiem speculi, consistere est necesse. Alhaz. 23. 34 n 4.

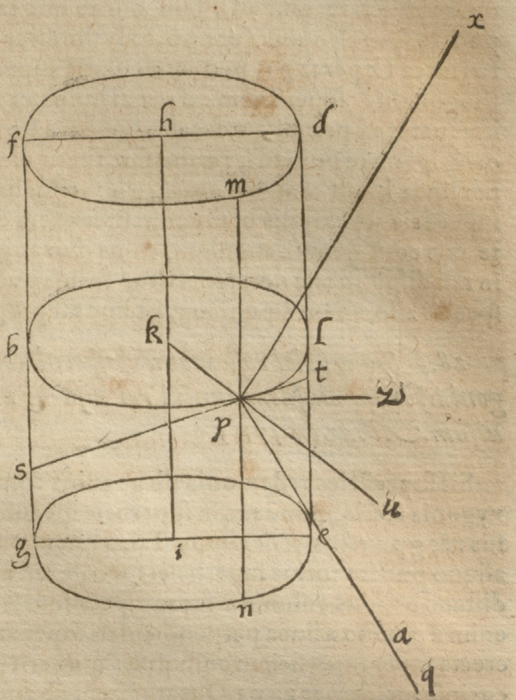
Quòd centrum uisus: & punctum reflexionis: & punctum reflexum sint in superficie reflexionis patet per 27 th. 5 huius. In omni enim superficie reflexionis necessariò sunt linea incidentiæ & reflexionis, quæ continent tria puncta prædicta. Et si superficies reflexionis secet speculum secũdum lineam suæ longitudinis: palàm per 7 huius quòd totus axis & punctum, in quod cadit perpendicularis à puncto reflexionis ducta, sunt in hac superficie. Si uerò communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus: palàm quia centrum illius circuli, qui est punctus axis, ad quem per 21 huius omnes perpendiculares à puncto reflexionis totius circuli productæ concurrunt, est in superficie reflexionis: quoniam tunc totus circulus est in superficie reflexionis. Si autem communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit sectio oxygonia: palàm per 10 huius quia hæc sectio decliuis est super axem columnæ, intersecans axem in puncto, cui incidit perpendicularis producta à puncto reflexionis super superficiem contingentem columnam in pũcto sectionis. Patet ergo propositum secundum omnem diuersitatem dictarum sectionum.

25. In superficie apparente speculi columnaris conuexi siue communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit linea longitudinis speculi, siue circulus, siue oxygonia sectio: à quolibet puncto potest fieri reflexio ad uisum. Alhazen 28 n 4.

Signentur termini apparẽtis portionis colũnæ, ut prius: & sit illa portio d e f g: & sit p punctus datus in superficie illa apparẽte: sitq; x punctus rei uisæ. Dico quòd à puncto p potest fieri reflexio formæ puncti x ad centrum uisus, quod sit a. Sit enim primò, ut superficies reflexionis (in qua sunt punctus uisus, qui est x, & centrum uisus a, & punctus, à quo fit reflexio, qui est p) secet columnam speculi secũdum axem h k i: erit ergo per 7 huius communis sectio illius superficiei & speculi linea longitudinis columnæ, quæ sit m p n. Ducatur itaq; linea x p: & à puncto p erigatur linea perpendicularis super lineam m n per 11 p 1, quæ sit p z: & super punctum p terminum lineæ z p fiat angulus æqualis angulo x p z, qui sit z p q. Si itaq; centrum uisus, quod est a, fuerit in linea p q, palàm per 20 th. 5 huius, cum angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis, quoniam à puncto p fiet reflexio formæ puncti x ad uisum a existentem in linea p q. Quòd si superficies reflexionis secet columnam speculi æquidistanter basibus: palàm quia communis sectio erit circulus per 9 huius: fietq; iterum à puncto p reflexio ad uisum. Ducatur enim per 102 th. 1 huius circulus æquidistans basibus columnæ, transiens per punctum p, qui sit b p l: cuius centrum sit k: in cuius superficie extensa extra speculum si fuerit punctum uisum, & ducatur linea x p, quæ producta si transeat centrum circuli k: palàm, cum axis columnæ h k i sit orthogonalis super superficiem illius circuli, sicut & super bases columnæ per 100 & 23 th. 1 huius, quoniam & ipse axis h k i orthogonalis erit super lineam x p: ergo & linea longitudinis columnæ (quæ est m p) erit orthogonalis super lineam x p per 29 p 1. Reflectetur ergo per 21 th. 5 huius linea x p in seipsam, & in ea existente uisu forma pũcti x uisui occurret. Si uerò linea x p producta non transeat centrum circuli k, sed obliquetur ab illo: tunc copuletur semidiameter, quæ k p, quæ, ut patet ex præmissis, erit orthogonalis super axẽ h i: erit ergo linea k p perpendicularis super lineam longitudinis, quæ est m p per 29 p 1: erit ergo k p perpendicularis super superficiem contingentem columnam secundũ lineam longitudinis m p: in qua ducatur linea contingens circulum b p l in puncto p, quæ sit s p t: educaturq; linea k p perpendiculariter super illam superficiem in punctum u: sitq;, ut prius, centrum uisus, quod est a, in linea q p in eadem superficie circuli. Et quoniam in illa superficie circulum contingente est linea s t, erit angulus k p t rectus: ergo & angulus s p u est rectus per 15 p 1. Palàm ergo quia angulus a p s est minor recto: ergo est

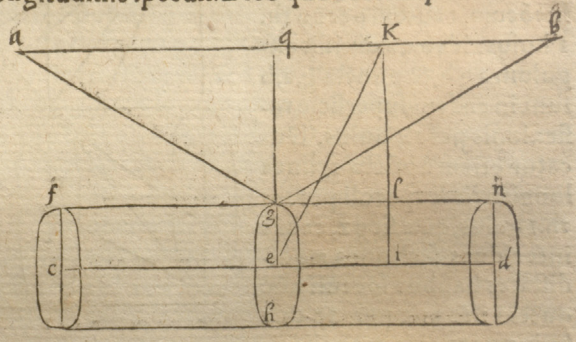
acutus:

acutus: ergo per 13 p 1 angulus a p t est obtusus: rescindatur ergo ab angulo u p t recto angulus æqualis angulo a p u per 27 th. 1 huius. Si ergo linea x p illum angulum contineat: palàm per 20 th. 5 huius quoniam à pũcto p reflectetur forma pũcti x ad punctum a centrum uisus. Quòd si linea x p illum angulũ non contineat: tunc, ut prius, super punctum p terminum lineę u p fiat angulus ęqualis angulo x p u per 23 p 1. In linea quoq; illum angulum continente posito centro uisus a, patet propositum, ut prius. Et quoniã perpendicularis k p u est cum puncto a in eadem superficie per præmissam, erit linea a p in eadem superficie cum linea x p: & erit hæc superficies ipsa superficies reflexionis & orthogonalis super superficiẽ speculum contingentem secundũ lineam m n: quoniam perpẽdicularis p u (quæ est in superficie reflexionis) erecta est super superficiem secundũ lineam m n speculum contingentem: & est in ea circulus b p l æquidistans basibus columnæ. Et similiter potest demonstrari de alijs punctis datis in dicta superficie speculi. Idem quoq; patet si cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi colũnaris fuerit sectio oxygonia per 10 huius: quoniam, ut ostendimus in 21 huius, patet quòd semper perpẽdicularis ducta à pũcto reflexionis cadit in aliquod punctum axis, & est semidiameter circuli cuiusdam secãtis superficiem speculi ęquidistanter basibus columnæ: ductaq; linea in puncto dato speculum secundum oxygoniam sectionem contingente, & producta illa perpendiculari, si punctus rei uisæ & centrũ uisus cadant in eandem perpendicularem, uel in lineas in eadem superficie cum perpendiculari existentes, & æquales angulos cum ipsa continentes: fiet secundum præmissa reflexio ad uisum. Patet ergo uniuersaliter propositum in omni sectione communi superficiei reflexionis & superficiei speculi columnaris.



26. Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione linea longitudinis speculi existente: formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno tantùm puncto totius superficiei speculi ad unum uisum fit reflexio. Alhazen 46 n 5.

Esto speculum columnare conuexum, cuius axis sit c d: sitq; superficies reflexionis a b g, ita ut forma puncti b reflectatur ad a cẽtrum circuli à puncto g superficiei speculi: & sit communis sectio superficierum istarum linea f g n, quæ est linea longitudinis speculi. Dico quòd forma puncti b non potest reflecti ad centrum uisus a ab alio puncto speculi quàm à puncto g. Ducatur enim à puncto g perpendicularis super superficiem contingentem columnam secundum lineam f g n per 12 p 11: quæ sit linea g q, secans lineam a b productam inter punctum uisum & centrũ uisus in puncto q. Palàm per 21 huius quoniam hæc linea g q producta intra speculum secat ipsum trans axem c d: secet ergo in puncto e. Et quia linea longitudinis, quę est f n, est in superficie reflexionis: palàm quoniam axis c d erit in illa superficie per 7 huius: ergo & pũctum e erit in illa superficie. Cum itaq; una sola superficies possit intelligi, in qua sunt simul omnia pũctã a, b, g & e, & lineæ f n & c d: palàm quòd à superficie totius speculi non potest reflecti forma puncti b ad a centrum uisus, nisi à linea longitudinis f n: sed per 45 th. 5 huius ostensum est quòd in speculis planis ab uno solo puncto fit unius puncti reflexio ad uisum: ergo & in his speculis non potest fieri reflexio ab alio pũcto quàm ab uno solo puncto scilicet lineæ f n. Forma ergo puncti b reflectitur ad uisum a ab uno solo puncto superficiei totius speculi. Quod est propositum.



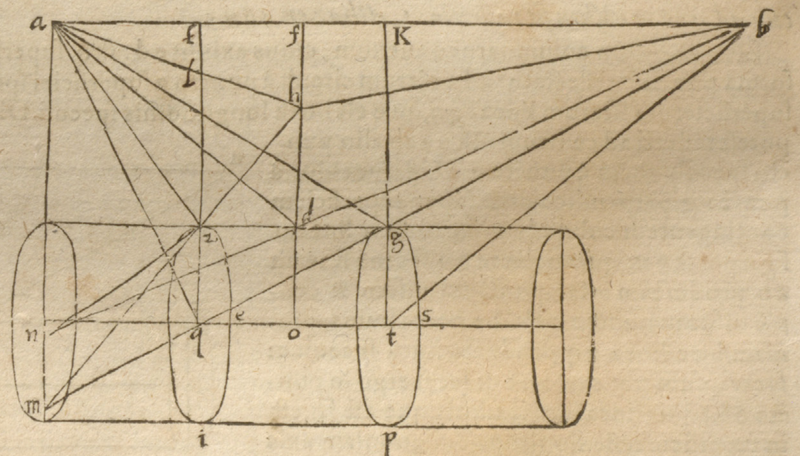
27. Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione existente circulo basibus speculi æquidistante: ab uno solo puncto superficiei totius speculi formæ eiusdem puncti rei uisæ fit reflexio ad uisum. Alhazen 46 n 5.

Sit dispositio, quæ in præcedente, palamq; per 17 huius quoniam hac hypothesi existẽte, superficies reflexionis a b g erit æquidistans basibus columnæ: circulus quoq;, qui est communis sectio superficiei a b g & columnæ, cuius axis est c d, qui est æquidistans basibus columnæ, sit g h: cuius centrum sit punctum e. Dico quòd à circulo g h (qui est communis sectio superficiei a b g & superficiei speculi) non potest fieri reflexio formæ b ad a uisum, nisi ab uno tantùm pũcto g. Patuit enim per 16 th. 6 huius quia in speculis sphæricis conuexis à circulo, super quem fit reflexio, non potest

fieri reflexio, nisi ab uno tantùm puncto: ergo nec in istis speculis columnaribus fiet reflexio formæ unius puncti rei uisæ ad uisum, nisi ab uno tantùm puncto, quod sit g. Si uerò detur, quòd ab alio puncto speculi huius (ut à pũcto l) similiter fiat reflexio, sicut à puncto g: producatur à puncto dato l linea l k per 12 p 11 perpendicularis super superficiem columnæ: hæc ergo producta cadet orthogonaliter super axem c d per 21 huius: cadat in punctum axis, quod sit i. Similiter quoq; linea l k, ut patet ex præmissis, secabit lineam a b productam inter punctum rei uisæ & centrum uisus: secetq; ipsam in puncto k: quod siue fuerit idem cum puncto q, siue aliud à puncto q, ducatur semper linea k e ad centrum circuli g h: eritq; linea k e orthogonalis super axem c d: quoniam est in superficie reflexionis orthogonaliter axem c d secante. Duæ ergo lineæ k e & k i cum linea e i, parte axis continent triangulum, cuius duo anguli sunt recti: quod est impossibile. Palàm ergo quòd in tali dispositione non reflectitur forma puncti b ad uisum a, ab aliquo puncto superficiei totius speculi alio, quàm à puncto g. Et hoc est propositum.

28. *Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione existente oxygonia: formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno solo puncto totius superficiei speculi fit reflexio ad uisum. Alhazen 47 n 5.*

Sit superficies reflexionis a b g: cuius communis sectio cum superficie speculi columnaris sit oxygonia sectio, transiens in superficie speculi punctum g: & sit b punctus rei uisæ: & a centrum uisus: & g punctus reflexionis. Dico quoniam forma puncti b non reflectitur ad centrum uisus a ab aliquo puncto totius superficiei speculi, nisi à puncto g. Ducatur enim à puncto a superficies æquidistans basibus columnæ, secans speculum secundum circulum, qui sit e z i: quod sic fiet. Producta enim à puncto a linea perpendiculari super axem columnę per 12 p 11 erit hęc linea perpendicularis erecta super superficiem columnæ: quia erit perpendicularis super lineam longitudinis columnæ, cui ipsa incidit per 29 p 1. Ducatur item ab eodẽ puncto axis, quod sit q, alia linea rectum continens angulum cum axe, quæ sit linea q e. Ergo per 18 p 11 patet quoniam superficies plana lineas illas a q & q e imaginata pertransire, super superficiem speculi erit orthogonaliter erecta. Et quoniam per 4 p 11 axis speculi erectus est super illã superficiem, patet per 14 p 11 & per 92 th. 1 huius quoniam illa superficies æquidistat basibus speculi: ergo per 100 th. 1 huius, cum ipsa secet superficiem columnæ æquidistanter basibus: patet quòd ipsa secat secundum circulũ, qui sit e z i, cuius centrum erit punctum q. Et eodem modo à puncto g ducatur superficies æquidistans basibus speculi, quæ secet speculum secundum circulum s g p: cuius centrum sit t: & in illo circulo ducatur ab axe linea ad punctum g, quæ sit t g: & hæc per 21 huius erit perpendicularis super superficiem contingentem columnam in linea lõgitudinis, in qua est punctus g. Linea quoq; t g producta concurrat cum linea a b in puncto k: cõcurret autem per 29 th. 1 huius: ideo q̃a diuidit angulum a g b, & puncta g, a, b sunt in eadem superficie reflexionis per 24 huius. Ducatur etiam à pũcto g linea longitudinis speculi per 101 th. 1 huius, quæ sit g z, cadẽs inter duas sectiones æquidistãtes basibus speculi nũc ductas: & erit per 25 th. 1 huius pars axis æqualis lineæ g z, linea t q: & à puncto b rei uisæ ducatur linea perpendicularis super superficiem, secantem speculum secundum circulum e z i per 11 p 11: quæ sit b h: & ducãtur duæ lineæ a z & h z: & ducatur à puncto z in superficie illa ad axẽ speculi linea z q: eritq; hæc linea z q perpendicularis super axem q t per 21 huius, sicut & superficies e z i, in qua protrahitur: & erit per eandem 21 huius linea z q perpendicularis super superficiem contingẽtem speculum in puncto z. Quia ergo linea q z educta extra speculi superficiem necessariò diuidit angulum h z a, eò quòd à concursu linearum h z & a z orthogonaliter producitur super superficiem contingẽtem, cui superficiei lineæ a z & h z obliquè incidunt: palàm per 29 th. 1 huius quia producta linea z q concurret cum linea a k, quæ subtenditur angulo a z h: concurrat ergo in puncto l. Dico quoniã forma puncti h lineæ b h reflectitur ad uisum a à puncto speculi z. Ducatur enim à puncto a linea æquidistans k g lineæ, quę sit a m: hæc utiq; per 2 th. 1 huius concurret cum linea b g, cum qua sua æquidistans concurrit: sunt enim lineæ a b, b g, k g omnes in eadem superficie reflexionis: sit ergo punctus cõcursus linearum b g & a m punctus m. Palàm quoq; per 6 p 11 quoniam linea g z æquidistat lineæ b h, cum utraq; ipsarum sit orthogonalis super superficiem e z i æquidistantem basibus columnæ: est ergo per 7 p 11 linea b g m in eadem superficie, cum secet illas duas lineas æquidistãtes. In superficie ergo reflexionis (quæ est a b g) sunt



ah

tria

tria pũcta m,z,h. Itẽ quia linea a m est æquidiſtans lineæ k g, ſed & linea z l eſt æquidiſtans lineæ k g per 33 p 1: ſunt enim lineæ g z & t q æquales & æquidiſtãtes, ut patet ex præmiſsis, & linea t g producitur in punctum k: & linea q z in punctũ l: erit ergo per 30 p 1 linea l z æquidiſtãs lineæ a m. Sunt ergo per 2 th. 1 huius lineæ l z & a m in eadẽ ſuperficie: & in eadem eſt linea h a per 7 p 11. Igitur tria puncta m, z, h ſunt in eadem ſuperficie, in qua ſunt lineæ l z & a m & h a, quæ eſt ſuperficies h l z m. Sed iam patuit ſuprà quòd ſunt in ſuperficie m b h: igitur ſunt in linea cõmuni illis duabus ſuperficiebus: ergo per 3 p 11 linea h z m eſt linea recta. Cum itaq; punctus g ſit punctus reflexionis ex hypotheſi: erit per 20 th. 5 huius angulus a g k æqualis angulo k g b: ſed angulus k g b per 29 p 1 eſt æqualis angulo a m g, cum ſit extrinſecus ad illum, & linea k g æquidiſtet lineæ a m: ſed & angulus a g k eſt æqualis angulo m a g per eandem 29 p 1, quia eſt illi coalternus: ergo anguli a m g & m a g ſunt æquales: ergo per 6 p 1 duæ lineæ a g & m g ſunt æquales. Quia uerò linea g z eſt erecta ſuper ſuperficiem a h z, ut patet ex præmiſsis: erit linea g z orthogonalis ſuper quamlibet lineam ſuperficiei a h z, ductam à puncto z: ergo erit perpẽdicularis ſuper lineam z m: angulus ergo m z g erit rectus: erit quoq; per 47 p 1 quadratum lineæ m g æquale quadratis duobus linearũ m g & g z: & ſimiliter quadratum lineæ a g eſt æquale quadratis linearum a z & g z: ſed quadratum lineæ m g æquale eſt quadrato lineæ a g: quoniã lineæ m g & a g ſunt æquales: ablato ergo utrobiq; quadrato communi, quod eſt quadratum lineæ g z: relinquitur quadratum lineæ m z æquale quadrato lineæ a z: eſt igitur linea m z æqualis lineæ a z: ergo per 5 p 1 angulus a m z eſt ęqualis angulo z a m: ſed per 29 p 1 angulus l z h extrinſecus æqualis eſt angulo a m z intrinſeco, & angulus z a m eſt æqualis angulo l z a per eandem 29 p 1, quia illi anguli ſunt coalterni: ergo angulus a z l eſt æqualis angulo l z h. Forma ergo puncti h incidens ſpeculo in puncto z reflectitur ad a centrum uiſus à puncto ſpeculi, quod eſt z, ut patet per 20 th. 5 huius. Si uerò dicatur quòd ab alio puncto quàm à puncto g poteſt forma puncti b reflecti ad uiſum a: illud aliud punctum aut erit in linea longitudinis, quę eſt g z, aut in alia. Si eſt in linea g z, ducatur à dato puncto lineæ g z, quod ſit d, linea perpendicularis ſuper lineam g z: quæ ad utramq; partem producta ſit linea o d f: & copulentur lineæ a d & b d. Linea itaq; o d f per 29 th. 1 huius neceſſariò ſecabit lineam a b: & erit æquidiſtans lineæ a m per 28 p 1: & linea ducta à puncto b ad illud punctum d, neceſſariò cõcurret cum linea a m per 2 th. 1 huius: & erit punctus d & punctus m in eadem ſuperficie: quoniam lineæ d f & a m, cum ſint æquidiſtantes, ſunt in eadem ſuperficie per 1 th. 1 huius. Linea ergo b d aut cadet ſuper punctum m, aut ſuper aliud punctum lineæ a m. Si cadat ſuper punctum m, erit ducere à puncto b ad pũctum m duas rectas lineas, ut lineam b g m, & lineam b d m: quod eſt impoſsibile: quoniam tunc duæ rectæ lineæ ſuperficiem includerent. Si uerò ad aliud punctum lineæ a m, quàm ad punctũ m, incidat linea b d: ſit illud punctum n: & ducatur à puncto n linea n z ad punctum z: & poteſt probari, quòd hæc linea n z cum linea h z facit lineam rectam, ſicut prius probatum eſt de linea m z. Quoniam enim puncta n, z, h ſunt in duabus planis ſuperficiebus: ergo ſunt in illarum communi ſectione: ergo per 3 p 11 erit linea h z n linea recta: & ita à puncto h erit ducere duas lineas rectas per punctum z tranſeuntes, & in diuerſa puncti lineæ a m cadentes: quod eſt impoſsibile per 1 p 11. Palàm ergo quòd à nullo puncto lineæ g z poteſt forma puncti b reflecti ad uiſum a, niſi à ſolo puncto g. Si dicatur quòd extra hanc lineam ſumpto puncto in ſuperficie ſpeculi ab illo poſsit reflecti forma puncti b ad a uiſum: ducatur ſuper illud punctum ſpeculi linea longitudinis ſpeculi per 101 th. 1 huius: & à puncto circuli e z i, in quem cadit hæc linea, probabitur forma puncti h reflecti ad uiſum a ſecundum prædictam probationem: ſed iam probatum eſt quòd forma puncti h à puncto ſpeculi z reflectitur ad uiſum a: & ita formæ eiuſdem puncti h ad eundem uiſum a à punctis duobus unius circuli fiet reflexio, quod eſt contra 16 th. 6 huius, & impoſsibile. Supereſt ergo, ut à ſolo pũcto ſpeculi propoſiti reflectatur forma puncti b ad uiſum a. Palàm enim, quia ſi communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris fuerit oxygonia ſectio, quia tunc nõ fiet reflexio, niſi ab uno tantùm puncto: quoniam, ut patet per 24 huius in omni ſuperficie reflexionis factæ ab his ſpeculis de neceſsitate oportet, ut ſit punctus axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis, quæ orthogonalis eſt ſuper lineam longitudinis ſpeculi per punctum illũ tranſeuntem: ergo & ſuper axem ſpeculi per 28 p 1: quoniam linea longitudinis columnæ & axis ſemper æquidiſtant per 92 th. 1 huius. Eſt autem illa perpendicularis communi ſectioni oxygoniæ, à cuius pũcto fiet reflexio, & cuidam circulo æquidiſtanti baſibus ſpeculi per 104 th. 1 huius: eſt ergo ſemidiameter illius circuli. Superficies itaq; reflexionis, & ille circulus ſecant ſe in illa perpendiculari ſemidiametro circuli ſuper peripheriam circuli per 21 huius: & ſuperficies reflexionis, in qua eſt illa ſectio oxygonia, eſt declinata ſuper ſuperficiem circuli, & ſuper illam ſemidiametrum, quæ eſt perpendicularis à puncto reflexionis ducta: ſuper aliquam uerò ſuperficiem declinatam ſuper axem columnę non poteſt intelligi, niſi una tantùm linea perpendiculariter cadens ſuper axem per 112 th. 1 huius. Si uerò ab eadem oxygonia ſectione fieret à duobus punctis reflexio: eſſet neceſſarium, ut in illa ſectionis ſuperficie poſſent duci duę perpendiculares ſuper axem ſpeculi: quod eſt impoſsibile: cum unus uiſus ſemper uideat minus medietate columnæ. Et ſimiliter patet per 79 th. 4 huius quòd duo uiſus uidẽt minus medietate columnę, quando diameter baſis columnæ maior eſt quàm diſtantia oculorum: hoc autem planius declaratum eſt in 22 huius. Patet itaq; propoſitum.

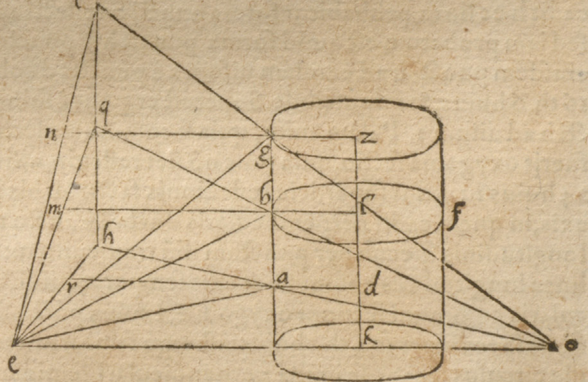
29. Oxygonia ſectione exiſtente communi ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi:

uexi: dati puncti uisi ad datum centrum uisus punctum reflexionis inuenire. Alhazen 48 n 5.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi propositi existente linea longitudinis speculi, punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis planis per 46 th. 5 huius ostensum est. Si uerò illa communis sectio fuerit circulus: tunc punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis sphæricis conuexis ostensum est per 20 uel 22 th. 6 huius. Si autem illa communis sectio sit oxygonia sectio, qualis proponitur: sit rei uisæ datus punctus b, qui reflectatur ab aliquo puncto sectionis oxygoniæ ad a centrum uisus. Dico quòd possibile est inueniri punctum reflexionis. Ducatur enim à puncto a, ut in præcedente propositione, superficies æquidistans basibus columnæ: quæ secabit columnam super circulum, qui sit e z i: & ducatur à puncto b perpendicularis super hanc superficiem per 11 p 11, quæ sit b h, & per 20 uel 22 t 6 huius, sicut in speculis sphæricis conuexis ostensum est, inueniatur in hac superficie punctus, à quo reflectitur forma puncti h ad uisum a, qui sit pũctus z: & à puncto z per 101 th. 1 huius ducatur linea longitudinis, quæ sit z g: & ducatur linea h a: & à pũcto z ducatur perpendicularis super lineam h a per 12 p 1, quæ sit z l: & huic ducatur æquidistans à puncto a per 31 p 1, quæ sit a m: & linea h z producatur usquequò concurrat cum linea a m: & sit cõcursus in puncto m: & à puncto m ducatur linea ad punctum b, quæ necessariò secabit lineam z g, cum sit in eadem superficie cum illa: quoniam cum linea b h sit æquidistans lineæ g z per 6 p 11, eò quòd ambæ lineæ b h & g z sunt perpendiculares super eandem superficiem e z i æquidistantem basibus columnæ: erit ergo linea h m in superficie illarum per 7 p 11: & ita linea m b erit in eadem superficie: quæ si secuerit lineam z g in puncto g: palàm ex his, quę in præcedẽte propositione præmissa sunt, quòd punctus g erit punctus reflexionis formæ puncti b ad a uisum. Hæc omnia pluraq; alia patent per ea, quæ dicta sunt in præcedente demõstratione. Et hoc est propositum: quoniam secundum hunc modum cuiuslibet dati puncti ad datum uisum punctus reflexionis poterit inueniri.

30. Lineæ rectæ æquidistantis axi speculi columnaris conuexi, uisu non existente in eadem superficie, reflexio fit à linea longitudinis speculi ad uisum. Alhazen 26 n 6.

Esto axis speculi columnaris conuexi linea z k: & sit linea uisa axi æquidistans, quæ t h: sitq; centrum uisus e extra superficiem t h z k. Dico quòd forma lineæ t h reflectitur ad uisum e à linea longitudinis speculi, quæ est communis sectio superficiei t h z k, & superficiei speculi. Et quia uisus e non est in superficie t h z k: sit superficies per ipsum uisum transiens, secãs columnam speculi æquidistanter basibus: eritq; hæc superficies secans columnam secundum circulum per 100 th. 1 huius: qui circulus sit b f. Palàm ergo cum linea h t ex hypothesi æquidistet axi z k, quòd aliquis eius punctus reflectitur ad uisum e ab aliquo puncto circuli b f: sit ergo hoc à pũcto b. Punctus quoq; lineæ t h, qui reflectitur ad uisum e à puncto speculi b, sit q: & ducantur lineæ q b, e b, q e: & ducatur per 101 th. 1 huius à puncto b linea longitudinis columnæ, quæ sit a b g: & ducatur à puncto b perpendicularis cadens super axem z k in punctum l: quæ producta ad lineam q e, secabit ipsam per 2 th. 1 huius: quoniam illæ duæ lineæ æquidistant, ut patet ex præmissis. Et quoniam superficies e q b est superficies reflexionis: patet quòd punctum b cum linea e q est in eadem superficie. Secet ergo linea b l producta ipsam lineam q e in puncto m: & sit linea m l: ducaturq; à puncto e linea æquidistans lineæ m l per 31 p 1, quæ sit e o: & producatur linea q b ultra punctũ b: quæ quia concurrit cũ linea m l: palàm per 2 th. 1 huius quia ipsa cõcurret cum eius æquidistante, quæ est linea e o: sit ergo punctus cõcursus o. Palàm aũt per 20 th. 5 huius quoniam angulus incidentiæ, qui est q b g, est æqualis angulo reflexionis, qui est e b a: anguli uerò m b g & m b a sunt æquales, quia recti: relinquitur ergo angulus q b m æqualis angulo reliquo, qui est e b m: sed per 29 p 1 angulus q b m est æqualis angulo b o e: quoniam extrinsecus intrinseco est æqualis: sed & angulus m b e æqualis est angulo b e o: quia coalternus est: ergo angulus b o e æqualis angulo b e o: ergo per 6 p 1 in trigono b e o latus b e est æquale lateri b o.



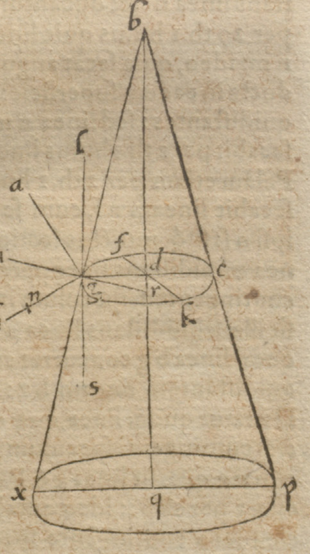
Sumatur autẽ & alius pũctus in linea t h, qui sit punctus t: & ducatur linea t o. Quia ergo linea t h æquidistat lineæ longitudinis speculi, quæ est a g per 30 p 1: ideo quòd utraq; illarum est æquidistans axi z k: palàm ergo per 1 th. 1 huius quòd lineæ t h & a g sunt in eadem superficie, cum etiam linea t h & z k axis sint in eadem superficie. Ergo per 7 p 11 linea q b o secans illas lineas æquidistantes, quę sunt t h & a g, est cum illis in eadem superficie: & similiter linea t o est in eadem superficie cum illis per 1 p 11: sunt enim puncta t & o in dicta superficie: secabit ergo linea t o lineam a g: sit punctus sectionis g: & ducantur lineæ e g & e t. Quia itaq; a g, quę est linea longitudinis speculi, est perpendicularis super superficiem circuli b f per 8 p 11: ideo quòd axis z k, cui æquidistat linea a g, perpendicularis est super eandem circuli superficiem per 23 th. 1 huius, cum ipsa sit perpendicularis super basim columnæ per 92 th. 1 huius.

Super-

Superficies aũt circuli b f eſt pars ſupficiei e o b f: hæc enim ſuperficies ſecat columnã æquidiſtáter baſi,ut patet ex præmiſsis:ergo per definitionẽ lineæ ſuper ſupficiẽ erectę angulus g b o eſt rectus, & angulus g b e rectus:ergo per 47 p 1 quadratũ lineæ g o ualet ambo quadrata linearũ g b & b o:& quadratũ lineę g e ualet ambo quadrata linearũ g b & b e. Et quoniá oſtenſum eſt quòd lineæ b e & b o ſunt æquales,erunt etiá ipſarum quadrata æqualia, & quadratũ b g utriq; eſt commune:erit ergo quadratũ lineæ g e æquale quadrato lineę g o: erit igitur per 6 p 1 in trigono e g o linea g e æqualis lineæ g o:ergo per 5 p 1 erit angulus g e o æqualis angulo g o e. A` puncto itaq; g ducatur perpendicularis ſuper axem ſpeculi,qui eſt z k,per 12 p 1,quæ ſit linea g z:& hæc producta ultra punctum g ad lineam t e,ſit z g n:eritq́; linea z n æquidiſtans lineę l m per 28 p 1:quoniam lineæ n z & m l ambę ſunt perpendiculares ſuper axem z k:ſed & linea e o æquidiſtat lineæ m l,ut patet ex præmiſsis. Linea ergo z n æquidiſtat lineæ e o per 30 p 1. Erit ergo per 29 p 1 angulus t g n exiſtens extrinſecus, æqualis angulo g o e intrinſeco:& angulus n g e æqualis angulo g e o, quia ſunt coalterni : ſed angulus g e o oſtenſus eſt eſſe æqualis angulo g o e:ergo angulus t g n eſt æqualis angulo n g e. Cum ergo linea t g o & linea n g z ſint in in eadem ſuperficie, in qua eſt punctus g: puncta ergo o,g,t erunt in eadem ſuperficie:ergo in eadem ſuperficie ſunt lineæ e g,o g,t g per 1 p 11. Forma ergo puncti t reflectitur ad uiſum e à puncto ſpeculi g,ut patet per 20 th.5 huius, propter æqualitatem angulorum t g n & n g e. Sumpto autem in linea t h puncto h eiuſdem diſtantiæ à puncto q, & à centro uiſus e, cuius eſt punctus t: & ducta linea h o, tranſibit hæc per lineam longitudinis ſpeculi, quæ eſt a g: ſit punctum tranſitus a: & ducta à puncto a linea perpendiculari ſuper axem z k, quæ ſit a d, & quæ producta ad lineam h e, ſit d r, & ducta linea e a, patebit, ſicut prius, quia duo anguli a b e & a b o ſunt recti, & latera a e & a o ſunt æqualia:fiuntq́;, ut prius, duo anguli h a r & e a r æquales Forma ergo puncti h, ut ſuprà patuit, reflectitur ad uiſum e à puncto ſpeculi a. Similiter quoque ſumpto quocũq; puncto lineæ t h,erit probare,quòd ille punctus reflectitur ad e ab aliquo puncto longitudinis ſpeculi,quę eſt a g. Tota ergo linea t h reflectitur ab una linea longitudinis ſpeculi,quę eſt a g, ad uiſum e: quod eſt propoſitum. Eſt tamen notandum, quòd in hac diſpoſitione figuræ punctum q lineæ t h eſt medius punctus illius lineæ: & eſt in eadem ſuperficie cum centro uiſus e: propter quod puncta t & h æqualiter diſtant à uiſu : & ſimiliter puncta reflexionum , quæ ſunt g & a:propter quod patet, quòd lineæ g b & b a ſunt æquales: & tota diſpoſitio figuræ fit ſecundum illa. Quòd ſi uiſus ſit inferior tota linea t h:notandum quòd fit reflexio à linea a g,prout ſecat plurimas oxygonias ſectiones, ut patet per 23 huius : aliàs uerò quandoq; ab aliquo puncto circuli neceſſe eſt fieri reflexionem.

31. Linea longitudinis exiſtente communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi : à quolibet puncto ſuperficiei ſpeculi apparentis uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum. Alhazen 40 n 4.

Eſto ſpeculum pyramidale conuexũ b x p:cuius uertex ſit b: & diameter baſis x p: ſitq́; centrũ baſis q:erit ergo linea b q axis ipſius ſpeculi. Sit quoq; quicunq; datus punctus in ipſius ſuperficie apparente,punctus g:& ſit centrũ uiſus a:& punctus rei uiſæ ſit n. Dico quòd forma puncti n reflecti poteſt à puncto g ad uiſum a,ſi fuerit in ſitu cõuenienti reflexioni. Circunducatur enim per 102 th.1 huius à puncto g circulus pyramidi ſpeculi æquidiſtans baſi x p:cuius centrũ ſit d,& cuius diameter ſit g c:ſemidiameter g d,quę neceſſariò erit perpendicularis ſuper axẽ b q per 29 p 1: eò quòd x q ſemidiameter baſis ſpeculi eſt perpendicularis ſuper eundem axem b q,ſicut & alia ſemidiameter baſis in eadẽ ſuperficie exiſtẽs cũ diametro g c æquidiſtat illi: eſt enim axis b q perpendicularis ſuper ſuperficies amborum circulorũ x p & g e per 23 th.1 huius: & producatur linea g b à dato puncto g ad uerticẽ pyramidis b. Palàm ergo per 32 p 1 quoniá angulus g b d eſt acutus:cũ angulus b d g ſit rectus. In ſuperficie quoq; trigoni g b d ſit linea reflexionis,quæ eſt a g per 7 huius, & ex hypotheſi erunt lineæ reflexionis a g & longitudinis b g & axis b d q in eadem ſuperficie. Et quoniam angulus b g d eſt acutus, fiat per 23 p 1 angulus b g r rectus,producta linea g r ad axem:eritq́; r g linea perpendicularis ſuper lineam longitudinis,quæ eſt b x:eritq́; g r linea in eadem ſuperficie cum alijs lateribus trigoni b g r per 2 p 11. A` puncto quoq; g ducatur linea contingens circulũ per 17 p 3,quæ ſit linea l g s: eritq́; per 18 p 3 linea l g s perpendicularis ſuper diametrũ g c: ducaturq́; alia diameter circuli g c perpendicularis ſuper diametrũ g c: quæ extrahatur à pũcto d per 11 p 1: & ſit f k:eritq́;,ſicut prius, diameter f k perpendicularis ſuper axem b q: erit ergo per 4 p 11 diameter f k perpendicularis ſuper ſuperficiem,in qua ſunt lineæ g c & b q:eritq́; diameter f k æquidiſtans lineę contingenti circulum, quę eſt l g s,per 18 p 3 & per 28 p 1:ergo per 8 p 11 linea contingens circulũ g c, quæ eſt s g l, perpẽdicularis eſt ſup ſuperficiẽ,in qua ſunt diameter g c & axis b q:

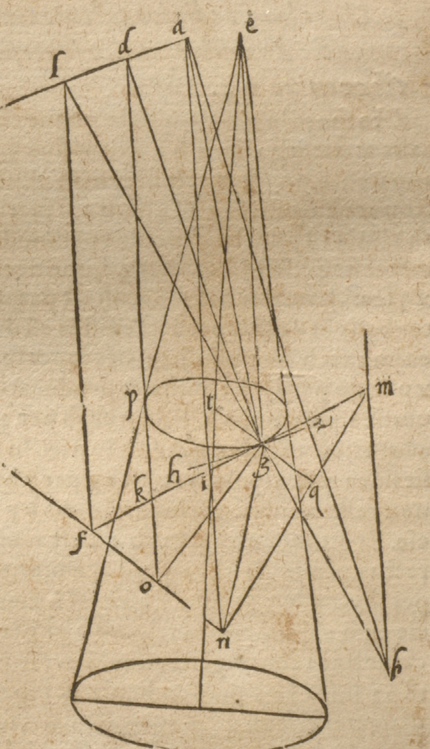


ergo p definitionẽ lineę erectę angulus l g r eſt rectus . Si ergo imaginemur ſuperficiẽ contingentẽ pyramidẽ,in qua ſit linea l g s cõtingens circulũ b c:palá quoniá linea r g erecta eſt ſuper illá ſuperficiem.

ficiem. Si ergo linea reflexionis, quæ est a g, transiens pyramidem, fiat una linea cũ linea g r, erit ipsa orthogonalis super superficiem contingentẽ speculũ in puncto g: fiet ergo per 21 th. 5 huius formæ secundũ illam lineã superficiei speculi incidentis reflexio per eandẽ. Et si punctus n sit in illa linea, poterit forma eius reflecti ad uisum a à puncto speculi g per lineã a g. Si uerò linea a g non fiat una linea cum linea g r: palàm per cõuersam 14 p 1 quòd angulus a g l est minor recto uel maior: quoniã si erit rectus, tunc lineę a g & g r ambæ coniunctæ sunt linea una per eandẽ 14 p 1. Sit ergo angulus a g l acutus: & producatur linea r g in continuũ & directũ usq; ad punctũ u: eritq; linea u g perpendicularis super superficiem contingentẽ speculum in puncto g: & erit angulus u g l rectus per 15 p 1: erit ergo angulus u g a acutus. Ducatur ergo in eadẽ superficie linea g h æqualẽ continẽs angulum cum linea u g angulo u g a per 23 p 1. Si ergo punctus rei uisę, qui positus est esse n, fuerit in linea h g: palàm per 20 th. 5 huius quoniã possibile est à puncto g fieri reflexionẽ ad uisum a: eritq; linea incidentiæ, quę est n g cũ linea reflexiõis, quę est g a, in eadẽ superficie orthogonali super superficiẽ, cõtingentẽ pyramidem in puncto reflexionis, quod est g: reflectetur q; forma puncti rei uisæ secundũ punctum n ad uisum, qui est in puncto a, à puncto speculi, quod est g. Et eodem modo de quolibet alio dato puncto superficiei speculi demonstrandum. Patet ergo propositum.

32. Dato puncto speculi pyramidalis cõuexi, à quo fiat reflexio dati puncti rei uisæ ad datum centrum uisus à puncto oxygoniæ sectionis, uel à linea longitudinis speculi: possibile est loca inueniri, in quibus centro uisus & puncto rei uisæ collocatis, fiat reflexio ad uisum ab eodẽ dato puncto speculi, prout est punctus circuli æquidistantis basi. Alhazen 52 n 5.

Sit a centrum uisus: b punctus rei uisæ: & sit g punctus reflexionis superficiei speculi pyramidalis conuexi, cuius uertex sit e. Dico quòd possibile est inueniri id, quod proponitur. Ducatur enim, prout docuimus in 28 huius, super punctum g superficies æquidistans basi, secans pyramidem super circulum basi æquidistantem per 100 th. 1 huius, quæ sit p g: cuius centrum sit t: & ducantur lineę a g, b g, a b: & à puncto g ducatur ad centrum circuli linea g t: & à uertice pyramidis, qui est punctus e, ducatur axis e t. Et quoniam superficies reflexionis semper est erecta super superficiem speculum in puncto reflexionis cõtingentem, ut patet per 8 huius, uel per 25 th. 5 huius: ducatur in superficie reflexionis linea perpendicularis super superficiem, contingentem speculum in puncto reflexionis, quod est g, quæ sit h g: & palàm per 26 th. 5 huius quoniam hæc diuidit angulum a g b per æqualia: ipsa ergo producta secabit lineam a b per 29 th. 1 huius: sit ergo, ut secet eam in puncto z. Ducatur quoq; à puncto e uertice pyramidis linea longitudinis speculi, quæ sit e g: & huic lineę e g ducatur æquidistans à puncto a centro uisus, quę necessariò secabit superficiem circuli p g: secet ergo ipsam in puncto n: & sit a n. Et similiter à puncto b ducatur linea æquidistans eidem lineæ e g, quæ sit b m, secans superficiem circuli g p in puncto m. Quia itaq; ambæ lineæ a n & b m æquidistant eidem lineæ longitudinis speculi, quæ est e g: patet per 30 p 1 quia ipsæ adinuicẽ æquidistãt, scilicet lineæ a n & b m. A puncto ergo n ducatur per 31 p 1 linea æquidistans semidiametro circuli, quæ est g t, sitq; illa æquidistans linea n f: & ducantur lineę n g, m g, n m. Palàm itaq; per 29 th. 1 huius quia linea t g producta secabit lineam n m: ideo, quia secat angulum m g n: est enim trãsuersim ducta in eadem superficie: & etiam lineæ n f & g t sunt æquidistantes: sed linea n m secat lineam n f: ergo & ipsa secabit per 2 th. 1 huius lineam g t: secet ergo in puncto q. Palàm etiam per 2 th. 1 huius quòd linea m g producta secabit lineam n f, cum secet lineam g t æquidistantem ipsi n f: sitq; punctus sectionis f: & à puncto a ducatur linea æquidistans lineę perpendiculari super superficiem, contingentem speculum in puncto g, quæ est linea h z: & sit illa æquidistans linea a l. Palàm ergo per 2 th. 1 huius quòd linea b g concurret cum linea a l: quia secat eius æquidistantem lineam h z: sit ergo punctus concursus l. Ducatur quoq; linea, quæ est sectio communis superficiei contingenti speculum in puncto g, & superficiei circuli p g, quæ sit linea g o. Palàm quòd linea g o erit orthogonalis super semidiametrum circuli, quæ est g t per 18 p 3: ideo quia linea g o est contingens circulum p g: quoniam ipsa ducta est in superficie plana contingente speculum in puncto g. Et quoniam lineæ n f & g t æquidistant: erit per 29 p 1 linea g o orthogonalis super lineam n f æquidistantem lineæ g t. Sumatur etiam linea, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei contingentis speculum in puncto g, quæ sit linea g d: quæ quidem, cum secet lineam g h in puncto g, palàm per 2 th. 1 huius quia ipsa

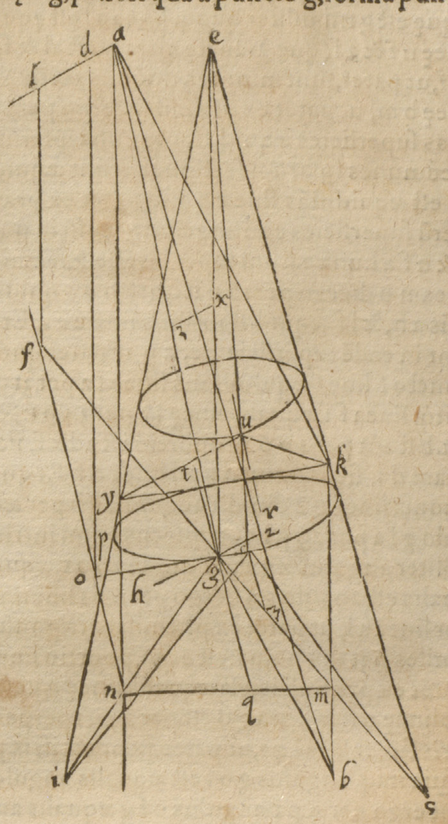


ipsa secabit lineam a l æquidistantem lineæ g h: sit ergo punctus sectionis d: & erit linea g d perpendicularis super lineam a l per 29 p 1: est enim linea g d perpendicularis super lineam g h. Quia cũ linea h g sit perpendicularis super superficiem cõtingentẽ circulum in puncto g: erit necessariò perpendicularis super lineã g d productã ab eodẽ puncto in illa superficie per definitionẽ lineæ super superficiem erectæ. Palàm aũt ex prædictis, quoniã linea n f est æquidistans semidiametro circuli p g, quę est g t: similiter quoq; linea a l est ęquidistans lineę g h: igitur per 15 p 11 superficies, in qua sunt lineę n f & a l (quę ꝓductę ultra pũcta l & f, necessariò cõcurrẽt ꝑ 14 th. 1 huius: quoniã anguli f n a & l a f, ut patet, sunt minores duobus rectis) est æquidistãs superficiei g t h: sed & linea e g æquidistat lineę b m, ut patet ex præmissis: ergo per 1 th. 1 huius ipsæ sunt in eadẽ superficie secante prædictas duas superficies æquidistantes: unã ipsarum super lineam e g: aliã uerò super lineã f l. Ergo per 16 p 11 cõmunes ipsarum sectiones erunt æquidistantes: erit ergo linea f l æquidistãs lineę e g: sed linea a n est æquidistãs lineæ e g, ut patet ex præmissis: ergo per 30 p 1 erit linea f l æquidistans lineæ a n. Verũ superficies contingens speculũ in puncto g secat easdẽ superficies æquidistantes, quę sunt g t h & n f a l: unã earum super lineã e g, secundum quã ipsa est speculũ contingens: & aliam ipsarũ sup lineam o d: ergo per 16 p 11 linea o d æquidistat lineæ e g: igitur per 30 p 1 erit linea o d æquidistãs lineis a n, & l f æquidistantibus lineæ e g. Et quia lineę n f & a l, inter quas ducuntur lineæ n a, o d, f l, sunt in eadẽ superficie per 2 p 11: patet quòd lineę a n, o d, f l sunt in eadẽ superficie. Ducatur itaq; à puncto f linea æquidistans lineę l a per 31 p 1 secans lineã o d in puncto k, & lineam a n in puncto i: eritq; linea f i æqualis lineę l a per 34 p 1: & similiter erit linea f k æqualis lineæ l d, & k i æqualis ipsi d a. Est aũt per 2 p 6 proportio i k ad k f, sicut n o ad o f: ergo per 7 p 5 erit proportio lineæ a d ad lineam d l, sicut lineæ n o ad lineã o f. Et quoniã ex præmissis angulus b g z est æqualis angulo a g z: quoniã linea g z diuidit angulũ a g b per æqualia per 26 th. 5 huius: sed angulus b g z est æqualis angulo g l a per 29 p 1, extrinsecus enim intrinseco est æqualis: & lineæ h z & a l sunt æquidistantes: similiter angulus z g a per eandẽ 29 p 1 æqualis est angulo g a l, quia coalternus: angulus ergo g l a æqualis est angulo g a l: ergo per 6 p 1 lineæ g a & g l sunt æquales: & linea g d est perpendicularis super lineã a l, ut patet ex præmissis: trigonũ ergo a g l diuisum est in duos trigonos æquiangulos & similes ꝑ 31 th. 1 huius: est ergo ꝓportio lineę a d ad lineã d l, sicut lineę g a ad lineã g l: sed linea a g, ut patet ex præmissis, est æqualis lineę g l: est ergo linea a d æqualis lineę d l: ergo & linea n o est æqualis lineę o f: & linea g o est per 29 p 1 perpendicularis super lineã n f: quoniã linea g o est perpendicularis super lineã g t, ut patet ex præmissis per 18 p 3, & lineæ g t & n f æquidistant, ut præmissum est. Quia itaq; angulus g o f est æqualis angulo g o n, & linea o f æqualis lineæ o n, & linea g o cõmunis: erit ergo per 4 p 1 angulus o f g æqualis angulo o n g: sed angulus q g m æqualis est angulo o f g per 29 p 1, cum sit ei extrinsecus, & angulus q g n æqualis est angulo o n g, cum sit ei coalternus, & lineę t q & n f æquidistent, ut patet ex præmissis: erit ergo q g m angulus æqualis angulo q g n: ergo per 20 th. 5 huius à puncto g circuli p g potest forma puncti m reflecti ad uisum existentẽ in puncto n: non tamen quòd secundũ circulum fiat reflexio ab his speculis pyramidalibus conuexis, sed sic scilicet quòd punctus g cõmunicat circulo, qui est sectio sphærę uel columnæ intra speculũ pyramidale imaginatæ: quoniã superficies contingens circulum p g est erecta super superficiem reflexionis: propter quod necesse habet pyramidem speculi in sui parte ampliore, ut in ea, quę est uersus basim, secare secundũ æquidistantiã axis pyramidis speculi: & sic superficies reflexionis (in qua sunt centrum uisus, & punctus rei, & circulus p g) erecta est super illam superficiem contingentẽ: & puncta n & m se respiciunt in superficie illius circuli secundũ angulos æquales contentos cum diametro ipsius. Collocato ergo centro uisus in puncto n & puncto rei uisæ in puncto m uel econuerso: reflectetur semper forma ad centrum uisus corpore speculi pyramidalis nõ præstante impedimentum: ut si fortè lineæ a n & b m cadant in ipso circulo basis, & propter corpus pyramidis speculi non ualeat à puncto g ad uisum aliquid reflecti. Et hoc est propositum.

33. *Communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi existente linea longitudinis speculi, ab uno tantùm puncto superficiei speculi fit formæ unius puncti rei uisæ reflexio ad uisum. Alhazen 53 n 5.*

Sit omnino dispositio, quæ est in proxima præcedente: & reflectatur forma puncti b ad uisum existentẽ in puncto a, à puncto speculi pyramidalis cõuexi, quod sit g: ita quòd cõmunis sectio superficiei reflexiõis & speculi sit linea lõgitudinis speculi, quæ est e g. Dico quòd forma pũcti b reflectitur ad uisum a à solo puncto superficiei speculi, qđ est g. Si enim dicatur quòd potest reflecti ab alio puncto superficiei speculi: tunc illud punctũ aliud aut erit in linea longitudinis speculi, quę est e g, aut nõ. Si sit in linea longitudinis speculi, quæ est e g: sit illud punctũ x: & ab eo ducatur perpendicularis sup superficiẽ cõtingentẽ speculũ in illo pũcto ꝑ 12 p 11: hęc ergo ꝑpẽdicularis sit x z: eritq; linea x z per 6 p 11 æquidistans lineæ z g, quæ prius ducta est perpendicularis super eandem superficiem: cum punctũ g & x sint in eadem lineã longitudinis, secundum quã superficies illa pyramidẽ contingit. Et quia linea h z & a l sunt æquidistantes, ut patet per illa, quæ dicta sunt in præmissa: erit ergo per 30 p 1 illa perpendicularis x z æquidistans lineæ a l. Et quia linea x z sicut & linea z h, est in sperficie reflexionis, quę per 8 huius uel 25 th. 5 huius est erecta super superficiem cõtingentem speculum in linea e g: erit ergo per 1 th. 1 huius linea a l in superficie reflexionis huius lineæ perpendicularis, quę est x z: & erit similiter in superficie reflexionis lineę perpendicularis, quę est z g. Igitur illæ duæ superficies reflexionis secãt se super lineã a l per 19 th. 1 huius: sed secant se etiã super pun-

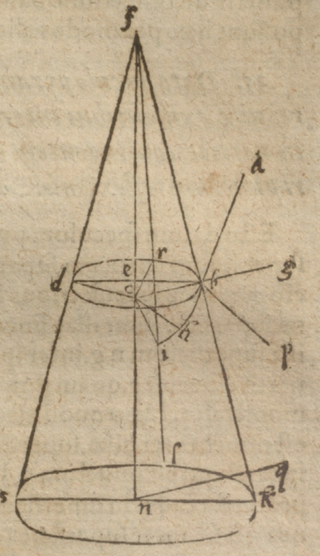
per punctũ b: quoniá illud eſt, quod reflectitur per utranq;: hoc aũt eſt impoſsibile: quoniá punctũ b nõ eſt in linea a l. Oſtenſum eſt enim prius lineam f l ęquidiſtantẽ eſſe lineę b m: quę duę lineę uel concurrerẽt ſi punctũ b eſſet in linea a l: uel ſequeretur puncta m & n cadere ex una parte lineæ g q. Non ergo fieret reflexio punctorũ m & n adinuicẽ à puncto g, quod eſt cõtra demonſtrata in præmiſſa. Reſtat ergo, ut à nullo puncto lineę longitudinis, quę e g, præterquá à puncto g, forma puncti b poſsit reflecti ad centrũ uiſus exiſtens in puncto a. Si aũt poſsibile eſt, ut reflectatur forma puncti b ad uiſum a ab aliquo puncto ſpeculi extra lineá longitudinis g e, ſit ille punctus u: & per 101 th. 1 huius ducatur linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit linea e u c: quæ in puncto c ſecet peripheriá circuli g p. Et ſumatur ſuperficies ęquidiſtans baſi tranſiens per punctũ u: palàm ergo per 8 p 11 quoniá linea a n ſecat hanc ſuperficiem: ideo, quia linea e g, cui æquidiſtat linea a n, ſecat eandẽ ſuperficiẽ: ſunt aũt per 1 th. 1 huius lineę a n & e g in eadẽ ſuperficie, cũ ſint æquidiſtantes: ſit ergo ut linea a n ſecet illá ſuperficiem in puncto y. Similiter quoq; linea b m æquidiſtás lineæ e g, ſecabit eandẽ ſuperficiẽ: ſit quoq; punctus ſectionis k: & ducãtur lineę k u, y u, a k. Et cum illa ſuperficies per 100 th. 1 huius ſecet pyramidẽ ſecundũ circulũ, tranſeuntẽ per punctũ u, ducatur à pũcto u linea ad centrum huius circuli, quę ſit r u: & producatur extra ſpeculum: & ſit item u r: & à uertice pyramidis ſpeculi pũcto ſcilicet e ducantur lineæ e k, e y, quæ neceſſariò ſecabũt ſuperficiẽ circuli p g: & ſint puncta ſectionũ i & s: & ducantur lineę i c & s c. Sicut ergo per præcedentem probatum eſt de forma puncti m, quod non impediente pyramide poteſt reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto n à puncto ſpeculi g: eodẽ modo probari poteſt de puncto k, quod reflectetur ad uiſum exiſtentẽ in pũcto y à puncto ſpeculi u: angulus ergo r u y erit æqualis angulo r u k. Et quoniá linea b h æquidiſtat lineę e g, & linea cõmunis ſuperficiei b g e k & ſuperficiei circuli p g eſt linea m g per 19 th. 1 huius: quoniá linea m g eſt in utraq; illarũ ſuperficierũ: patet quòd linea e k, cum ſit in hac ſuperficie b g e k, & ſecet ſuperficiẽ circuli p g, cadet ſuper lineam communẽ, quę eſt m g: cadit aũt in punctũ illius ſuperficiei, quod eſt s, ut pręmiſſum eſt: quoniá linea e k s eſt linea una: erit igitur linea s m g linea recta. Eodẽ modo cũ ſuperficies n y e g ſecet ſuperficiẽ circuli p g ſuper lineá n g, linea e y cõcurret cũ linea n g in puncto i per modũ præmiſſum: ergo linea i n g eſt una linea recta. Palàm etiá quòd ſuperficies i c e ſecabit ſuperficiem circuli p g ſuper lineá i c: ſecat aũt ſuperficiẽ huic ſuperficiei ęquidiſtantẽ, quę tranſit per punctũ u ſuper lineam y u: ergo per 16 p 11 linea i c æquidiſtat lineæ y u. Similiter ſuperficies s c e ſecat ſuperficies illas æquidiſtantes, ſcilicet ſuperficies g p & u y ſuper duas lineas s c & k u: ergo per eandẽ 16 p 11 lineæ s c & k u ſunt æquidiſtátes. Similiter ſi ſumatur ſuperficies ſecans ſpeculũ ſuper lineá longitudinis, quę eſt e c, in qua ſuperficie ſunt puncta r & u: ſunt enim puncta r, u, c, M in eadẽ ſuperficie: cũ puncta r, u, t, & aliquis punctus lineę s g ſint in eadẽ ſuperficie: quia eadẽ eſt demonſtratio dato alio quocunq; puncto lineę c M: ſemper enim ſuperficies hoc modo ſecans ſpeculũ ſecundũ lineá e c, ſecabit illas ſuperficies æquidiſtantes ſuper duas lineas M c & r u: igitur, ut prius per 16 p 11 illę duę lineę M c & r u ſunt æquidiſtantes: igitur per 10 p 11 angulus s c M æqualis eſt angulo k u r: & angulus M c i æqualis angulo r u y: ſed iam patuit quòd angulus k u r æqualis eſt angulo r u y: ergo angulus s c M æqualis eſt angulo M c i. Quare forma pũcti s poteſt reflecti ad uiſum exiſtentẽ in puncto i à puncto ſpeculi c, nõ impediente corpore pyramidis ſpeculi. Sed iam probatũ eſt per præmiſſa, quòd forma puncti m reflecti poteſt ad uiſum exiſtentẽ in puncto i à puncto g circuli p g: quoniá poteſt reflecti ad punctũ n: & puncta n & i ſunt in eadẽ linea recta cõſiſtentia, ut præoſtenſum eſt. Poterit ergo forma puncti m à pũcto ſpeculi g reflecti ad uiſum exiſtentẽ in puncto i: & ita punctũ s, qđ eſt in linea s m g, poteſt reflecti ad uiſum exiſtentẽ in puncto i à puncto g. Igitur forma pũcti s reflectitur ad uiſum in pũcto i à duobus punctis circuli p g, qđ eſt impoſsibile, & cõtra 16 p 6 huius, & contra 27 huius. Reſtat ergo, ut primũ ſit impoſsibile: ſcilicet quòd forma puncti b reflecti poſsit ad uiſum exiſtentẽ in puncto a ab aliquo alio puncto ſpeculi, quàm à puncto g. Ab uno ſolo ergo puncto fiet reflexio formæ eiuſdẽ puncti cõmuni ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi exiſtente linea longitudinis ſpeculi. Quod eſt propoſitum.



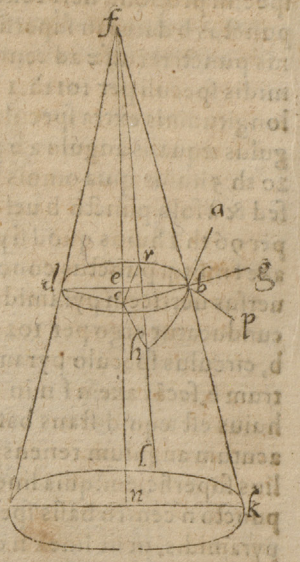
34. Cõmuni ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi exiſtente oxygõnia ſectione: à quolibet puncto ſuperficiei ſpeculi apparentis uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum: & ab uno uel à duobus punctis tantùm. Alhazen 43 n 4.

Eſto ſpeculum pyramidale conuexum f k s: cuius uertex f: diameter baſis k s: centrumq; baſis n: erit

erit ergo axis ſpeculi linea f n: ſitq; centrum uiſus punctus a. Dico quòd cõmuni ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi exiſtente ſectione oxygonia, quæ ſit b i: poſsibile eſt à quolibet puncto ſpeculi propoſiti fieri reflexionẽ alicuius puncti uiſi ad punctum a, quod eſt centrũ uiſus. Sit enim punctus b datus in ſuperficie ſpeculi, de quo dubitatur utrũ ab eo poſsit fieri reflexio formæ alicuius puncti rei uiſæ ad centrum uiſus, quod eſt a. Ducatur ergo à puncto b linea longitudinis pyramidis ſpeculi per 101 th. 1 huius, quæ ſit b f: ducaturq; à puncto b perpendicularis ſuper illã lineam longitudinis extra ſpeculum, quæ ſit b g: & ſuper punctum b terminum lineæ b g fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo a b g, qui ſit g b p, ducta linea b p in eadem ſuperficie reflexionis: patetq; per 20 th. 5 huius quia omnis punctus rei uiſæ exiſtens in linea b p reflectetur ad uiſum in punctum a: ſed & à ſolo puncto b uel duobus tantùm fiet reflexio ad uiſum exiſtentẽ in puncto a. Palàm enim per 96 th. 1 huius quòd ſi perpendicularis g b producatur intra pyramidem: quoniã concurret cum axe f n: ſitq; punctus concurſus c. Palàm ergo quoniam angulus g c f cum ſit in ſuperficie ſectionis, uerſus uerticem pyramidis eſt acutus per 32 p 1, quoniã in trigono b c f angulus c b f eſt rectus. Circunducatur ergo per 102 th. 1 huius à puncto reflexionis, quod eſt b, circulus ſpeculo pyramidali: cuius diameter ſit b d: & eius centrum e, ſecãs axem f n in puncto e. Et quia ille circulus per 100 th. 1 huius eſt æquidiſtans baſi ſpeculi, palàm quia perpendicularis g c acutum angulum tenens cum axe f n, declinata erit ſuper circuli illius ſuperficiem: quia linea æquidiſtans lineæ g c ſi produceretur à puncto n centro baſis ſpeculi, patet quòd declinata eſt ſuper baſim pyramidis, ut ſit linea n q. Producta ergo linea c d à puncto axis c ad circuli peripheriam, cum angulus b e c ſit æqualis angulo d e c, quoniam uterq; ipſorum eſt rectus: omnes enim anguli contenti ſub ſemidiametris circuli & axe f e ſunt æquales, & lineæ à centro ad circumferentiam æquales, e c uerò linea eſt communis: palàm per 4 p 1 quoniam latus b c æquale eſt lateri c d: & omnes anguli factorum trigonorum ſunt æquales: quia idem eſt de omnibus lineis à puncto c ad circuli b d circumferentiam productis per 65 th. 1 huius: quoniam punctus c eſt polus circuli b d. Fiet ergo noua pyramis, cuius baſis eſt circulus b d, uertex c, & axis c e. Superficies ergo reflexionis ſecans ſpeculum ſecundum oxygoniam ſectionem: aut continget hanc pyramidem c b d: aut ſecabit. Si contingat, dico quòd à ſolo puncto b, quod eſt punctus reflexionis, tantùm fiet reflexio ſecundum illam ſuperficiem eandem. Palàm enim quòd ſuperficies reflexionis contingat pyramidem ſuper lineam longitudinis illius pyramidis per 95 th. 1 huius: hæc autem erit linea b c, in qua eſt punctũ b, à quo ducitur linea b c perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, & linea reflexionis b a. A' puncto quoq; f, quod eſt uertex pyramidis ſpeculi, ducãtur lineæ plures ad ſectionẽ oxygoniã, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexiõis & pyramidis ſpeculi, quæ eſt f k s. Omnes itaq; illæ lineę prius cadent in ſuperficiẽ circuli b d, quę eſt baſis pyramidis intellectæ, q̃ cadant in ipſam ſectionẽ, præter unã ſolam, quę cadet in punctũ reflexiõis b, quę eſt linea f b. A' ſolo itaq; puncto b fiet reflexio ad uiſum. Si enim detur quòd ab alio puncto dictę ſectiõis oxygonię, ut à puncto i, fiat ad uiſum a reflexio: tunc linea ab illo puncto i ad punctũ c, quòd eſt uertex pyramidis intellectę, ducta, quę ſit i c: erit, ut prius, perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 96 th. 1 huius. Cum enim illa perpendicularis neceſſariò ſit in ſuperficie reflexiõis, in qua eſt ſectio: oportet quòd ipſa cadat in punctũ c. Ergo erit perpendicularis ſuper lineam lõgitudinis pyramidis ſpeculi per illud punctũ i tranſeuntẽ, quæ ſit f i l. Sit quoq; punctus, in quo linea f i ſecat circulũ d b, punctus r. Patet aũt per præmiſſa & per 96 th. 1 huius quoniã linea c r à uertice pyramidis intellectę ducta ad illã lineã longitudinis neceſſariò eſt perpendicularis ſuper illã, ſicut linea c b eſt perpendicularis ſuper lineã longitudinis ſpeculi, quæ eſt f b: quoniã, ut patet per 89 th. 1 huius anguli omniũ linearũ longitudinis cum ſemidiametro baſis & cũ axe ad uerticẽ ſunt æquales: erunt ergo in triangulo c i r duo anguli recti: quod eſt impoſsibile & cõtra 32 p 1. Non ergo fiet reflexio ab alio puncto ſectionis oxygoniæ, quę eſt b i, q̃ à puncto b, ſuperficie reflexionis pyramidem c b d contingente. Quòd ſi ſuperficies reflexionis ſecet pyramidẽ c b d, palàm per 104 th. 1 huius quoniã ſecabit circulũ b d, q. eſt baſis eiuſdẽ pyramidis, in duobus tantùm punctis. Dico ergo quòd in his ſolis duobus punctis poteſt fieri reflexio ad uiſum à tota data oxygonia ſectione. Quoniã enim ab utroq; iſtorũ punctorũ linea ducta ad punctũ c, qđ eſt uertex pyramidis c b d, eſt perpendicularis ſuper lineã longitudinis ſpeculi tranſeuntẽ per illum punctũ, ut patet ex præmiſsis: ab illis ergo duobus punctis poteſt fieri reflexio ad uiſum a, prout modo præmiſſo demonſtrari poteſt. Quòd ſi dentur puncta alia illius ſectionis oxygoniæ, à quibus dicatur poſſe fieri reflexio: tunc ſemper linea à dato puncto, quod ſit h, ducta ad punctum c uerticem imaginatæ pyramidis, tenebit angulum rectum cum linea longitudinis ſpeculi per illum dictum punctum tranſeuntem: & fiet angulus extrinſecus æqualis intrinſeco ſibi oppoſito, quod eſt contra 16 p 1: aut duo anguli trianguli fient recti, quod eſt contra 32 p 1, ut prius. Linea enim à puncto c ad communem ſectionem eiuſdem lineæ longitudinis & circuli b d ducta

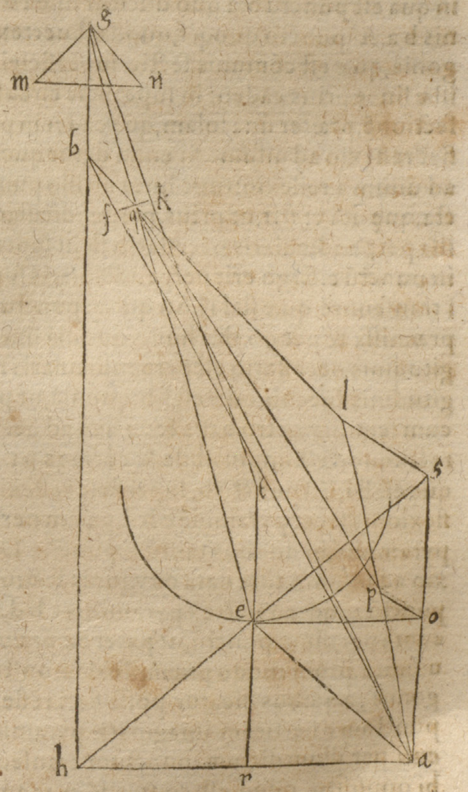


b d ducta tenebit cum linea longitudinis angulum rectum. Si uerò angulus f h c sit acutus, ideo quòd angulus c r h sit rectus: palàm per 13 p 1 quòd angulus c h l est obtusus. Omnes enim lineæ ductę à puncto c, quod est uertex pyramidis intellectæ, quæ est c b d, ad puncta sectionis, quæ interiacent uerticem speculi & peripheriam circuli b d, facient angulos obtusos cum lineis longitudinis uersus uerticem pyramidis, qui est f: & omnes lineæ, quę ducuntur à puncto c ad puncta interiacentia circulum b d & basim speculi k s, facient cum lineis longitudinis angulos acutos uersus uerticem speculi, qui est f, & obtusos ex parte basis. A nullo ergo omnium illorum punctorum fiet reflexio, sed à solis punctis circuli b d: sed neq; ab illis potest fieri reflexio per 25 huius, nisi in sectione oxygonia ceciderint: hoc autem non est possibile, ut præmissum est, nisi in uno tantùm puncto sectione oxygonia imaginatam pyramidem contingente, uel tantùm in duobus punctis dicta sectione basim pyramidis imaginatæ secante: nec enim possunt hæc per modos alios uariari. Patet ergo propositum.



35. Dato speculo pyramidali conuexo, centroq́ uisus & puncto rei uisæ existentibus inter superficiem æquidistanter basi speculum in uertice contingentem & inter ipsam basim: possibile est inueniri punctum reflexionis. Alhazen 54 n 5.

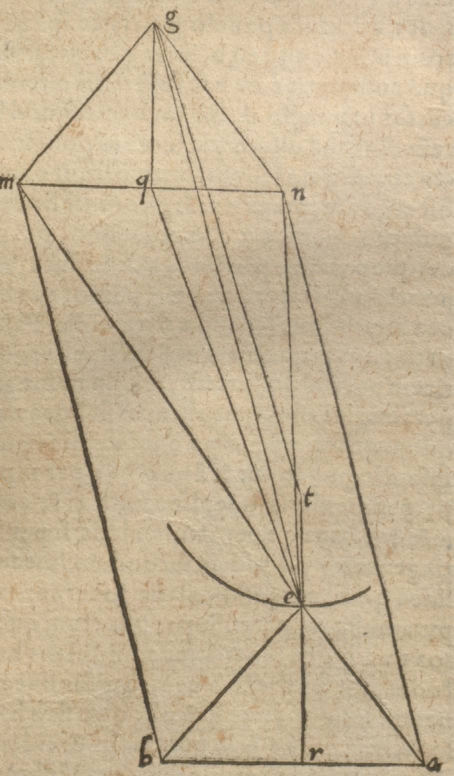
Esto datum speculum pyramidale, cuius uertex sit punctus g: & fiat super ipsum uerticem superficies æquidistans basi pyramidis, quę sit m n g: quod fiet ductis à puncto g uertice speculi tribus lineis perpendicularibus super axem speculi per 11 p 1, & imaginata plana superficie inter illas lineas extensa: sitq; a punctus rei uisæ: & b centrū uisus: quæ sint ambo sub illa superficie m n g, inter ipsam scilicet & basim speculi: sitq;, exempli caussa, punctū b propinquius uertici speculi g, quàm punctum a: quoniam si positum fuerit esse econuerso, semper eadem est demonstratio. Dico quòd est possibile punctum reflexionis inueniri. Ducatur enim à puncto a, qui est punctus rei uisæ, superficies secans pyramidem æquidistanter basi, ut prius: & ducatur à uertice speculi, qui est punctum g, linea ad punctum b, quod est centrum uisus, quæ sit g b. Hæc itaq; linea producta cadet in superficiem à puncto a rei uisæ ductam æquidistanter basi pyramidis: cum illa linea g b sit inter superficies æquidistantes ducta à uertice axis ambas illas superficies transeuntis: punctus ergo, in quem cadit hæc linea g b, sit punctus h. Ergo per modum demonstrandi, quo usi sumus in 32 huius, demonstrari potest quoniam forma puncti a reflectetur ad uisum existentem in puncto h ab aliquo puncto circuli, quem efficit superficies secans pyramidem, ducta à punctis a & h: cuius circuli centrum sit punctum axis speculi, quod est t: & sit punctus reflexionis inuentus in illo circulo punctus e: & ducatur inter a punctum rei uisæ & centrum uisus b linea a b: & linea longitudinis speculi, quę sit g e: & axis pyramidis speculi sit g t: & ducatur à puncto e linea ad centrum sui circuli, quæ sit e t: hæc enim cadet super axē g t perpendiculariter per 100 & per 89 th. 1 huius, uel per 21 huius: & etiam ideo quòd axis g t cum sit perpendicularis super basim pyramidis speculi & etiā erectus super superficiem circuli æquidistantis illi basi per 23 th. 1 huius: est ergo per definitionem lineę super superficiem erectæ axis g t perpendicularis super semidiametrum e t, & erit linea e t erecta super lineam contingentem illum circulū in puncto e per 18 p 3: & hæc linea t e producta extra circulum ductis lineis h e & a e, secabit angulum ab eis contentum per æqualia, scilicet angulum h e a per 26 th. 5 huius: ergo per 29 th. 1 huius eadem linea t e producta lineam h a ductā secabit: cum sit cum illa in eadē superficie reflexionis, ut patet per 24 huius: sit ergo linearum t e & h a punctus sectionis r. Et quia lineæ g e & e t efficiunt superficiem secantem lineam a b: sit punctus sectionis f: & ab illo puncto f ducatur per 12 p 1 linea perpendicularis super lineā longitudinis g e, quæ sit f q: eritq; linea f q per definitionem lineæ super superficiem erectæ, perpendicularis super superficiem contingentem pyramidem super lineam g e. Deinde à puncto a ducatur linea æquidistās lineæ f q, quæ sit linea a l: producaturq; linea f q, donec concurrat cum axe g t in puncto k. Ducatur item à puncto a linea æquidistans lineæ r t, quæ sit a s: & ducatur à puncto e linea, quæ sit communis sectio superficiei reflexio-



nis, quæ

nis,quæ eſt a e h,& ſuperficiei contingentis pyramidem ſpeculi in linea longitudinis,quæ eſt g e:& ſit hæc linea e o:quæ cum ſit perpendicularis ſuper ſemidiametrum circuli, quæ eſt e t, ut patet per 18 p 3:contingit enim linea e o circulum,cuius eſt centrum punctum t: palàm quòd ipſa eſt perpendicularis ſuper lineam e r:ergo per 29 p 1 erit linea e o perpendicularis ſuper lineam a s:quoniam linea a s æquidiſtat lineæ t r,ut patet ex præmiſsis.Ducatur quoque linea b q,quæ producta neceſſariò concurret cum linea a l per 2 th.1 huius:quia concurrit cum eius æquidiſtante, ſcilicet linea f q: ſit punctus concurſus l:& ducatur à puncto q linea,quæ eſt communis ſectio ſuperficiei contingentis ſpeculum ſecundum lineam longitudinis g e & ſuperficiei a b l:quæ ſit q p: quæ per 2 th. 1 huius ſecabit lineã a l:quia ſecat eius æquidiſtãtẽ,quę eſt f k:ſit pũctus ſectionis p:producaturq́; linea h e, donec concurrat cum linea a s:concurret autem per 2 th.1 huius:ſit punctus concurſus s: & ducantur duę lineę l s & p o. Quia itaq; linea r t eſt perpendicularis ſuper axem g t, & linea f k acutum angulum continet cum axe g t,angulus enim f k g per 32 p 1 eſt acutus:ideo quia angulus f q g,ut patet ex pręmiſsis,eſt rectus:ergo per 14 th.1 huius lineæ r t & f k concurrent in aliquo puncto ultra axẽ g t: ſed & illarũ ęquidiſtãtes lineę,quæ ſunt a l & a s cõcurrunt in pũcto a:ſuntq́; in alia ſuperficie,quã lineę r t & f k, quę ſunt in ſupficie g e k p 1 p 11:palã ergo quoniã ſupficies a l s eſt ęquidiſtãs ſupficiei g e k p 15 p 11. Lineę quoq; q e & p o ſunt in ſupficie cõtingẽte ſpeculũ in linea lõgitudinis g e, & ſecãte illas duas ſuperficies ęquidiſtantes ſup duas lineas, quę ſunt q e & p o:igitur linea q e æquidiſtat lineę p o per 16 p 11. Et quia linea h e producta concurrit cum linea a s in puncto s: erit ergo linea e s in ſuperficie h e g per 1 p 11,& in eadem ſuperficie eſt linea b l: & hæc ſuperficies ſecat prædictas ſuperficies ęquidiſtantes,quæ ſunt a l g & g e k,in duabus lineis e q & l s: igitur per 16 p 11 linea e q eſt æquidiſtans lineæ l s:ergo per 30 p 1 linea p o,quæ eſt æquidiſtans lineæ q s, ut ſuprà patuit, erit æquidiſtans ipſi lineę l s. Erit ergo per 2 p 6 proportio lineę a o ad lineam o s, ſicut lineæ a p ad lineã p l:ſed quoniam per 20 th.5 huius angulus h e r eſt æqualis angulo r e a, & angulus h e r æqualis angulo e s a per 29 p 1:quoniam extrinſecus intrinſeco eſt æqualis:& angulus e a s æqualis eſt angulo r e a,quia coalternus:palàm quia angulus e s a eſt ęqualis angulo e a s: ergo per 6 p 1 erit linea e a ęqualis lineę e s,quia linea e o eſt perpendicularis ſuper lineam a s,erũt per 31 th. 1 huius trigoni a e o & s e o ſimiles: ergo per 1 definit. 6 ipſorum latera æquos angulos reſpicientia ſunt proportionalia. Sed ex præmiſsis patet quòd latus a e eſt æquale lateri e s: ergo & latus a o erit æquale lateri o s:ergo & linea a p eſt ęqualis ipſi lineę p l: & linea p q eſt per 29 p 1 perpendicularis ſuper lineam a l: cum ipſa ſit perpendicularis ſuper lineam f k ęquidiſtantem lineę a l.In trigonis ergo q p a & q p l anguli ad p ſunt æquales,quia recti, & latus l p eſt æquale lateri p a, latusq́; p q ambobus trigonis q p l & q p a eſt commune:ergo per 4 p 1 erit linea a q ęqualis lineę q l,& angulus q l a æqualis eſt angulo q a l:ſed angulus q l a ęqualis eſt angulo b q f per 29 p 1, cum ſit ei extrinſecus: & angulus q a l ęqualis eſt angulo a q f,cum ſit ei coalternus:erit ergo angulus b q f æqualis angulo a q f. Igitur per 20 th.5 huius forma puncti a reflectitur ad uiſum b à puncto ſpeculi q. Quod eſt propoſitum.

36. Dato ſpeculo pyramidali cõuexo, centroq́ uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in ſuperficie ſpeculum æquidiſtanter baſi in uertice contingente: poſsibile eſt inueniri punctum reflexionis. Alhazen 55 n 5.

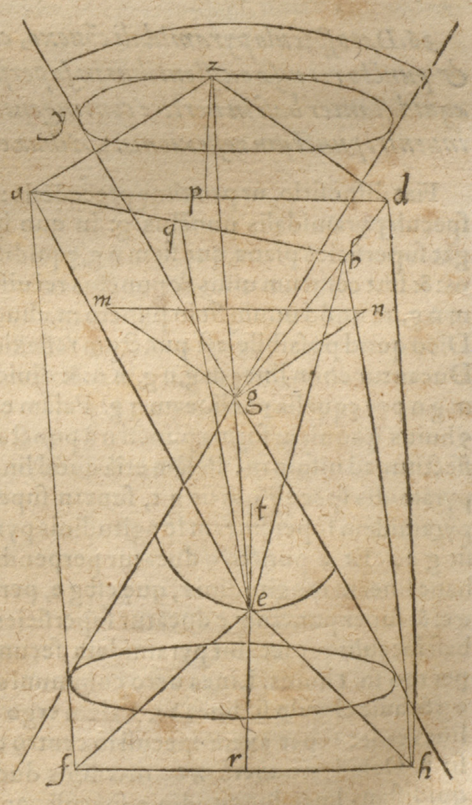


Fiat diſpoſitio, ut proximę pręcedẽtis : ſitque uertex ſpeculi pyramidalis punctus g: in quo ipſum contingat ſuperficies plana,quę ſit m n g,ęquidiſtans baſi ipſius:& ſint centrum uiſus & punctus rei uiſę in ſuperficie m n g,ita quòd unum ſit in puncto m,aliud in puncto n. Dico quòd poſsibile eſt punctum reflexionis inueniri. Ducantur enim lineę m g,n g,m n:& diuidatur angulus m g n per ęqualia per lineam q g. Palàm ergo per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti n à puncto ſpeculi g reflectitur ad uiſum m. Palàm etiã quòd linea m g & axis pyramidis ſpeculi,qui ſit g t, ſunt in ſuperficie ſecante pyramidem ſuper lineam longitudinis pyramidis , quæ ſit g e. Et à puncto q ducatur perpendicularis ſuper hanc lineam longitudinis , quę eſt g e, per 12 p 1, quę ſit q e: & ſuper punctum e ducatur ſuperficies æquidiſtans baſi ſpeculi:quę ſecabit pyramidem ſecundum circulũ, per 100 th. 1 huius. Linea uerò communis ſuperficiei q e g & huic circulo ſit linea e t. Palàm ergo quoniam hęc linea cadet ſuper axem ſpeculi in centro circuli, quod ſit t. Deinde à puncto m centro uiſus ducatur linea æquidiſtans lineę longitudinis ſpeculi , quæ eſt e g per 31 p 1: quę producta in ſuperficiem illius circuli, cadat in punctum b:& ſimiliter à puncto n,qui eſt punctus rei uiſæ, ducatur linea ęquidiſtãs lineę g e,

quæ producta in dictam superficiem, cadat in punctum a: & ducatur linea b a in superficie plana secante speculum secundum prædictum circulum: & producatur linea t e extra speculum, quæ secabit necessariò lineam b a per 29 th. 1 huius: cum illæ ambæ lineæ in eadem sint superficie circuli: secet ergo ipsam in puncto r. Quia uerò linea m b æquidistat lineę e g: palàm per 1 th. 1 huius quia est cum ipsa in eadem superficie: quę superficies secat superficiem m n g, & superficiem b e a super duas lineas m g & b e: superficies uerò m g n & b e a sunt æquidistantes per 24 th. 1 huius: quoniam ipsæ ambæ æquidistant basi speculi: ergo per 16 p 11 linea m g est æquidistans lineæ b e. Similiter quoque lineę a n & g e sunt in superficie secante illas æquidistantes superficies super lineas n g & e a: igitur per 16 p 11 linea n g æquistat lineæ a e. Similiter superficies q g e secat easdem superficies ęquidistantes secundum duas lineas r e & q g: igitur, ut prius, lineę r e & q g æquidistant. Igitur duæ lineæ q g & m g æquidistant duabus lineis b e & r e: ergo per 10 p 11 angulus m g q est æqualis angulo b e r: & angulus q g n eadē ratione est ęqualis angulo r e a. Ergo per 20 th. 5 huius forma puncti a potest reflecti ad uisum b à puncto speculi e. Si ergo à puncto a ducatur linea ęquidistās ductę lineę q e, & alia ęquidistans lineę r e: & copulentur lineę m e & n e, & producatur linea m e, donec concurrat cū linea ęquidistante lineę q e ducta à puncto a, & ducantur lineę communes, ut in proxima pręcedente, & iteretur probatio, ut in illa: patebit quoniam forma puncti n potest reflecti ad uisum m à puncto speculi e. Igitur punctus e erit punctus reflexionis. Quod est propositum.

37. Dato speculo pyramidali conuexo, & centro uisus & puncto rei uisæ existentibus ultra superficiem æquidistanter basi speculum in uertice contingentem: possibile est punctum reflexionis inueniri. Alhazen 56 n 5.

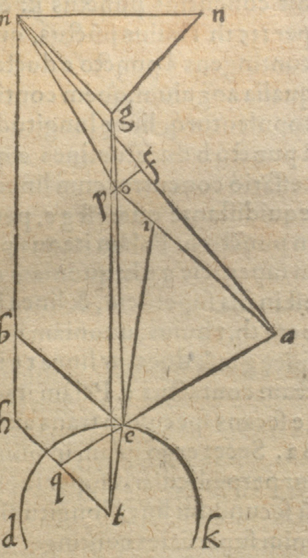
Sit dispositio, quę prius: & sit b centrum uisus: & a punctus rei uisæ ultra superficiem m g n speculum in puncto g uertice pyramidis contingentem. Dico quòd est possibile inueniri punctum reflexionis. Fiat enim pyramis huic opposita: & est hoc per 91 th. 1 huius possibile, lineis omnibus longitudinis pyramidis speculi imaginatis protrahi ultra ipsarum cōmunem sectionem, quę fit in uertice g: eritque basis huius pyramidis ęquidistans basi pyramidis primæ. Ducatur itaque à puncto a (qui est punctus rei uisæ) superficies secans hanc secundam pyramidem æquidistanter basibus unius & alterius pyramidum. Et quoniam illæ bases ad inuicem æquidistant: palàm per 23 & 24 th. 1 huius quoniam illa superficies ęquidistat ambabus basibus pyramidum: palàm autem per 100 th. 1 huius quoniam illa superficies secabit pyramidem illam secundam circulum, qui sit y z. Centrum itaque uisus (quod est b) aut erit in hac superficie pyramidem secante, aut non. Si fuerit in illa superficie, fiat ductio linearum ab ipso puncto b, & compleatur demonstratio sicut in 35 huius, quantùm ad hoc quòd fiat reflexio formę puncti a ad centrum uisus b ab aliquo puncto secundę pyramidis, quod sit z: quo habito, compleatur demonstratio, ut infrà statim patebit. Quòd si punctus b (qui est centrum uisus) non fuerit in illa superficie: ducatur à puncto g uertice ipsius speculi ad centrum uisus, quod est b, linea g b: quę producatur usquequò concurrat cum hac superficie circuli y z: & sit concursus in puncto d. Palàm itaque quòd forma puncti a reflectitur ad uisum existentē in puncto d ab aliquo puncto circuli y z arcus sui interioris, ut patuit per 32 huius. Sit ergo ille punctus z: & ducantur lineæ a z, d z, a d: angulum quoque a z d diuidat linea p z per æqualia: cadetque punctus p in linea a d: & ducatur linea a b: & à puncto z ducatur linea z g per 101 th. 1 huius, quæ sit linea lōgitudinis secundæ pyramidis. Palàm quoque per 91 th. 1 huius quoniam eadem linea producta trans uerticem pyramidis speculi, erit linea longitudinis primæ pyramidis ipsius speculi: quæ sit linea z g e. Palàm ergo quoniam superficies p z e secabit lineam a b: secet ergo ipsam in puncto q: & à puncto q per 12 p 1 ducatur linea perpendicularis super lineam g e: & cadat in punctum e: & erit linea q e perpendicularis super superficiem cōtingentem pyramidem secundum lineam g e: quoniam linea q e est perpendicularis super curuam superficiem pyramidis, ut patet. Super punctum quoque e fiat per 102 th. 1 huius superficies ęquidistans basi, quę sit f e h, & ducatur à puncto b centro uisus linea æquidistans lineę z e longitudinis speculi: quæ sit b h, concurrens cū superficie illa f e h in puncto h: & eidem lineæ z e ducatur à puncto a rei uisę linea ęquidistans, quę sit a f, secans superficiem f e h in puncto, qui est f. Palàm itaque per 1 th. 1 huius, cum linea b h sit æquidistans lineę z e, quoniam illę lineę sunt in eadem superficie: sed & puncta b & d sunt in eadem linea: quia



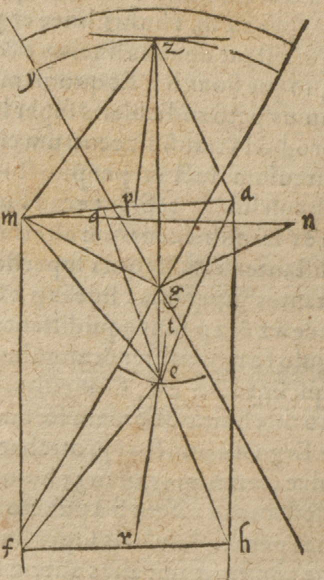
quia per 1 p 11 lineę d z & h e ſunt in eadem ſuperficie, quę ſecat ſuperficies illas ęquidiſtãtes, ſcilicet y z & f e h ſup duas lineas d z & h e. Igitur p 16 p 11 illæ duę lineę d z & h e ſunt ęquidiſtãtes. Et ſimi liter quoniam ſuperficies ducta per punctum a ſecat pyramidem ſecundam ęquidiſtãter ambabus baſibus præmiſſarum pyramidum, ſpeculi ſcilicet, & pyramidis imaginatę ſecundum circulum y z, & ſuperficies ducta per lineam f e, quæ eſt ſuperficies f e h, ſecat pyramidem ſpeculi ſecundum circulum æquidiſtantem baſi ſpeculi: patet quod ſuperficies, in qua ſunt lineę a z & f e, ſunt ęquidiſtan tes per 24 th. 1 huius: lineę ergo a z & f e ſunt ęquidiſtantes. Patet ergo quòd duę lineę d z & a z æquidiſtant duabus lineis h e & f e: ergo per 10 p 11 angulus d z a eſt ęqualis angulo h e f. Copuletur quoque linea h f. Et quoniam linea p z eſt diuidens per ęqualia angulum d z a: erit ipſa per 26 th. 5 huius perpendicularis ſuper lineam, circulum y z contingentem in pũcto z: ergo per 19 p 3 linea p z producta tranſibit centrum circuli y z. Superficies ergo p z e ſecat ſpeculum trans axem: ſecat ergo circulum ductum per punctum e tranſeuntem. Sit ergo communis ſectio ſuperficiei p z e & illius circuli linea r e. Sicut ergo linea p z tranſit centrum circuli y z: ſimiliter linea r e diuidens angulũ h e f tranſibit centrum alterius circuli, ſuper quem ſuperficies f e h ſecat pyramidem ſpeculi ęquidiſtanter baſi. Et quia ſuperficies, in qua ſunt duę lineę p z & e r, ſecat illas duas ſuperficies ęquidiſtantes ſuper duas lineas p z & r e: igitur per 16 p 11 lineę p z & r e ſunt æquidiſtantes. Duę ergo lineę a z & z p ſunt ęquidiſtantes duabus lineis f e & e r: ergo per 10 p 11 angulus a z p ęqualis eſt angulo f e r. Similiter & angulus d z p eſt ęqualis angulo r e i: quoniam ſicut totus angulus d z a eſt ęqualis toti h e f, ſic medietas medietati: ergo angulus f e r ęqualis eſt angulo h e r. Patet ergo per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti f reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto h à puncto ſpeculi e. Ergo ſi à puncto f protrahatur linea ęquidiſtans lineę q e, & alia linea ęquidiſtans lineę r e, & lineę aliæ communes, ut in 35 huius, reiterata demonſtratione illius: patebit quoniam forma puncti a reflectitur ad uiſum b à puncto ſpeculi e. Quod eſt propoſitum. Quòd ſi à puncto q non poſſit duci linea perpendicularis ſuper lineam g e, nulla fiet reflexio formæ puncti a ad uiſum b in tali diſpoſitione conſtitutum: aliàs autem ſemper fiet reflexio, ut præoſtenſum eſt: & patet per 14 huius, & per 90 th. 4 huius.

38. Dato ſpeculo pyramidali conuexo, punctóq; rei uiſæ exiſtente ſub ſuperficie ſpeculũ æquidiſtanter baſi in uertice contingente, & centro uiſus in eadem ſuperficie: poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri. Alhazen 57 n 5.

Permaneat prior diſpoſitio pręmiſſarum: & ſit a punctus rei uiſę, qui ſit ſub ſuperficie m n g contingente pyramidem ſpeculi in uertice g ęquidiſtanter baſi: & ſit centrum uiſus in illa ſuperficie. Dico quòd adhuc poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis. Sit enim centrum uiſus in puncto m ſuperficiei m g n, quę poſita eſt ſuperficies contingens ſpeculũ in puncto uerticis g ęquidiſtanter baſi ſpeculi: & à puncto a rei uiſę ducatur ſuperficies ęquidiſtans baſi pyramidis: quę per 100 th. 1 huius ſecabit pyramidem ſuper circulum, qui ſit d e k: cuius centrum ſit punctum t, & ducatur axis ſpeculi, qui ſit g t: & à puncto m centro uiſus ducatur ad a punctum rei uiſę linea m a: & linea perpendicularis ſuper dictam ſuperficiem circuli, quę ſit m h: & à puncto h ad cẽtrum circuli ducatur linea h t: & à puncto rei uiſę (qui eſt a) ducatur ad lineam h t linea a e q intra circulum, ſecãs peripheriam circuli in puncto e, & producta taliter ut pars ductę lineę intra circulũ, quę eſt e q, ſit æqualis lineę q t ſcilicet parti diametri interiacenti punctum ſectionis & centrum: quod poteſt fieri per 136 th. 1 huius: & ducatur linea t e i: & à puncto h ducatur in eadem ſuperficie ſpeculum ſecante ſecundũ circulũ d e k, linea ęquidiſtans & æqualis lineę t e, quæ ſit h b: & ducatur lineę m b, & b e, & g e: eritq; g e linea lõgitudinis ſpeculi. Palàm quoniã ſuperficies g t e ſecans ſpeculum trans axẽ, ſecat etiam lineam a m: ſit ergo punctus ſectionis f: & ducatur à puncto f perpendicularis ſuper lineã longitudinis ſpeculi, quæ eſt g e, cadens in punctum o: & producatur ad axem g t: & ſit f o p ſecans axem g t in puncto p: & ducantur lineæ m o & a o. Dico quoniam punctus o, (qui eſt punctus ſuperficiei ſpeculi: cum ſit in linea ſuę longitudinis, quæ eſt g e) eſt punctus reflexionis formæ puncti a, ad centrum uiſus punctum m. Palàm enim ex pręmiſsis, quoniam linea h b eſt æqualis & æquidiſtans lineę t e: igitur per 33 p 1 erit linea h t ęqualis & ęquidiſtans lineę b e: ſed linea m h eſt ęqualis & ęquidiſtans axi g t per 25 th. 1 huius: eò quòd ipſę ſunt lineæ ęquidiſtantes inter ſuperficies ęquidiſtantes productæ: ergo per 33 p 1 linea h t æquidiſtat lineę m g: ergo per 30 p 1 linea m g ęquidiſtat lineę b e: & eſt ęqualis illi. Palàm etiam quòd angulus q t e eſt ęqualis angulo q e t per 5 p 1: ideo quia lineæ e q & q t, ut patet ex præmiſsis, ſunt æquales: ſed angulus q e t æqualis eſt angulo a e i per 15 p 1: angulus ergo q t e eſt æqualis angulo a e i: ſed angulus q t e per 29 p 1 eſt ęqualis angulo i e b: propter hoc quòd lineę e b & t h æquidiſtant: ergo angulus i e b eſt ęqualis angulo i e a. Patet ergo per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti a reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto b à puncto ſpeculi e. Et cum linea b m ęquidiſtans ſit lineę g e, ſi à puncto a ducatur linea ęquidiſtans lineę



lineæ f o p, & linea æquidistans lineę i t: & iteretur figura suprà dicta 35 huius, & probatio eiusdem: palàm quia forma puncti a reflectetur ad cētrum uisus existens in puncto m à puncto speculi o. Quod est propositum: nec refert quemadmodum demonstraui hoc in sequenti proxima: siue punctum rei uisæ, siue centrum uisus sit in superficie m g n: quoniam idem est modus & ratio reflexionis hinc & inde.

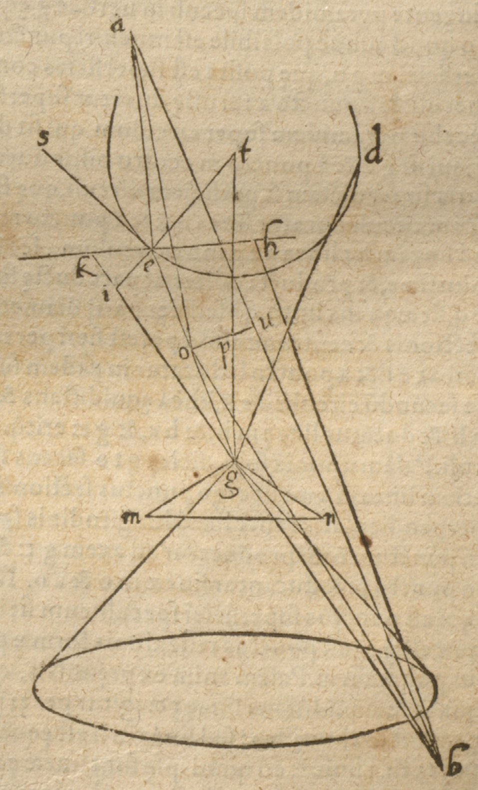


39. Dato speculo pyramidali conuexo, punctoq́; rei uisæ existente ultra superficiem speculum æquidistanter basi in uertice contingentem, & centro uisus in eadem superficie: possibile est punctum reflexionis inueniri. Alhazen 58 n 5.

Remanente dispositione figuræ pręcedentis: sit centrum uisus in puncto m superficiei m g n: & sit a punctus rei uisę ultra illam superficiem: fiatque pyramis alia huic opposita: & fiat super punctum a superficies ęquidistans basi huius pyramidis: & per proximam pręcedentem inueniatur in circulo huius superficiei punctus reflexionis ex punctis interioribus: & ducatur à puncto illo linea ad punctum g: & producatur taliter in superficie ipsius, ut ipsa fiat linea lōgitudinis pyramidis ipsius speculi: inuenieturq́; punctus reflexionis secundum ea, quę præmisimus in 37 huius: eiusq́; idem probandi modus penitus, qui prius in eadem 37. Et hoc est propositum.

40. Dato speculo pyramidali conuexo, punctoq́; rei uisæ existente sub superficie pyramidem æquidistanter basi in uertice contingente, & centro uisus super eandem, uel econuerso: possibile est punctum reflexionis inueniri. Alhazen 59 n 5.

Dispositione priori remanente: sit punctus a rei uisæ sub superficie m n g: & punctus b centrum uisus ultra eandem superficiem speculum in uertice g contingentem: uel econuerso a punctus rei uisæ sit ultra superficiem m n g, & b centrum uisus sub superficie m n g. Dico quòd adhuc possibile est punctum reflexionis inueniri. Sit enim, exempli gratia, punctum a sub superficie m n g, & b ultra illam: ducaturque à puncto a superficies ęquidistās basi speculi secans per 100 th. 1 huius pyramidem speculi super circulum, qui sit d e: cuius centrum sit t: & ducatur axis speculi, qui sit g t: & ducatur linea b g à puncto ulteriori, in quo est centrum uisus, ad uerticem pyramidis: quæ producta concurret necessariò cum superficie a e d: quoniam concurrit cum axe super ipsam erecto. Sit concursus punctus k: & in circulo d e inueniatur per 135 th. 1 huius pūctus, qui sit e, ita ut linea circulum contingens à puncto e ducta, quę sit e s, diuidat per æqualia angulum, quem continent ductæ lineę k e & a e: copulenturq́; lineę longitudinis, quæ sint g e & g d: & à puncto b ducatur linea æquidistans lineę g e: quę necessariò concurret cum linea k e concurrente cum eius æquidistante quæ est g e, per 2 th. 1 huius: sit concursus in puncto h. Palàm itaque per 1 p 11 quia punctus b est in superficie g e k: quoniam est in linea k g b, quę ducta est in illa superficie, & linea b h est in eadem superficie per 1 th. 1 huius: quoniam ipsa linea b h est ęquidistans lineę g e: & ducatur linea t e i à centro circuli t per punctum contactus e. Palàm itaque quoniam superficies g t e secans speculum trans axem g t, secat etiam lineam b a. Secet ergo ipsam in puncto u: & à puncto u ducatur perpēdicularis super superficiē contingentē speculū secundum lineā longitudinis speculi, quę est g e: hęc enim superficies continget circulum d e in puncto e, quæ linea sit o p u, secans superficiem speculi in puncto o, & axem g t in pūcto p: & ducātur lineæ a o & b o.



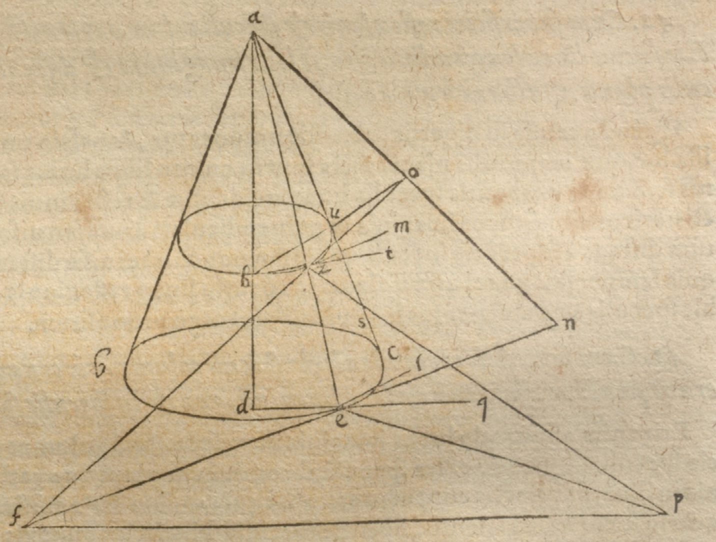
Cum itaque, ut patet ex præmissis, angulus a e s sit ęqualis angulo s e k, & cum angulus i e s sit rectus per 18 p 3, & angulus s e t rectus: palàm quòd angulus i e a est æqualis angulo t e k: sed & angulus t e k ęqualis est angulo i e h p 15 p 1: ergo angulus a e i est ęqualis angulo i e h. Potest ergo forma pūcti a reflecti ad uisum existentē in pūcto h à puncto speculi, quod est e, p 20 th. 5 huius. Si ergo à puncto a ducatur linea æquidistans lineæ u p, & linea æquidistās lineæ i t: & iteretur probatio 35 huius:

palàm

palàm quoniam forma puncti a reflectetur à puncto speculi, quod est o, punctum lineę g e, ad uisum
existentem in puncto b. Quod est propositum. Et quoniam semper est eodem modo demonstran-
dum quodcunque punctorum a uel b fuerit ex quacũque altera parte superficiei m n g: patet illud,
quod proponebatur. Et imaginandum est ita, quòd in figura solida punctum b cadat in lineam e g,
quod in plano non potuimus taliter figurare. Palàm itaque ex præmissis sex theorematibus, cũ nõ
sit possibile alio modo se habere punctum rei uisæ secundum situm reflexibilitatis à speculis pyra-
midalibus conuexis ad centra uisus, nisi modis propositis: quoniam aut ambo erunt sub superficie
m n g: aut ambo ultra illam: aut ambo in illa: aut unum in illa, aliud sub illa uel ultra illam: aut unum
sub illa, aliud ultra illam: & omnibus his modis reflexionis punctum est inuentum. Vniuersaliter er
go in tota superficie speculi pyramidalis conuexi quocunq; modo se habente rei uisibilis pũcto ad
centrum uisus, punctum reflexionis est possibile inueniri: quod principaliter quærebatur.

41. Speculo pyramidali conuexo super ipsius basim erecto: possibile est rectam lineam rei uisæ & centrum uisus sic sisti, ut ab una linea longitudinis speculi fiat formarum omnium puncto-rum illius lineæ reflexio ad uisum. Alhazen 31 n 6.

Sit speculum pyramidale conuexum, cuius uertex sit a: axis uerò a h: linea longitudinis a z: & à
puncto z ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in linea longi-
tudinis: quæ producta necessariò concurret cum axe a h per 96 th. 1 huius: sitq; linea h z t secans axẽ
a h in puncto h: & eius punctus t sit extra superficiem speculi: & erit angulus a z h rectus: ergo per
32 p 1 angulus a h z est acutus. Ducatur quoque à puncto a uertice speculi linea extra pyramidem
ultra superficiem contingentem pyramidem in linea a z, continens angulum acutum cum speculi
axe, qui est a h, & cũ linea lõgitudinis a z, quæ sit a n: lineę quoq; a h, a z, a n non sint in eadem superfi
cie, sed in diuersis: & in superficie h a n à puncto h ducatur linea, cum axe continens angulum æqua
lem angulo a h z: quæ linea concurret cum linea a n per 14 th. 1 huius: cum anguli h a n & a h z sint a-
cuti, ut patet ex præmissis: concurrant ergo in puncto o: & sit linea h o: & facto super punctum z cir
culo æquidistante basi per 102 th. 1 huius: palàm quoniam linea h o transibit superficiem illius circu
li: sicut etiam linea h z t transit per superficiem eiusdem circuli. Fit enim punctus h polus illius cir-
culi: ideo quòd semidiameter illius circuli cum axe a h continet angulum rectum, & anguli a h z & a
h o sunt acuti, ut patet ex præmissis. Secet itaq; linea h z t superficiem illius circuli in puncto z: & li-
nea h o in puncto u: ducaturq; linea longitudinis speculi, quæ sit a u s: ducatur quoq; linea o z: quæ
producatur usque ad punctum f. Et quoniam linea o z est ultra superficiem contingentem pyrami-
dem in linea a z, cum linea h z sit
perpendicularis super illam su-
perficiem: palàm quia angulus o
z h erit maior recto, cum angulus
a z h sit rectus: igitur per 13 p 1 an-
gulus f z h est minor recto. A
puncto ergo z ducatur linea con-
tingens circulum per 17 p 3, quæ
sit z m: cadetq; linea z m in super-
ficie contingente speculum secũ-
dum lineam longitudinis, quę est
a z: est ergo linea h z perpendicu
laris super lineam m z: & à pun-
cto f ducatur linea perpendicula
ris super lineam a z per 12 p 1, quę
sit linea f e, concurrens cum linea
a z producta in puncto e: quę li-
nea f e producta concurret cum
linea a n per 14 th. 1 huius: quia



cum angulus a e f sit rectus, angulus e a n est acutus: concurrant ergo in puncto n: & à puncto e du-
catur linea ęquidistans lineæ t h: quæ sit e q, per 31 p 1: itemq́ue ab eodem puncto e ducatur linea æ-
quidistans lineę m z, quæ sit e l. Palàm autem quod linea m z est perpendicularis super lineam a e
per 22 th. 1 huius, quoniam ipsa est perpẽdicularis super lineam t h, ut super diametrum circuli, quẽ
ipsa est contingens in puncto z. Igitur linea l e, cum ipsa sit æquidistans lineæ m z, est per 29 p 1 per-
pendicularis super lineam a e. Sunt quoque lineæ m z & l e in eadem superficie per 1 th. 1 huius, cum
ipsæ sint æquidistantes: producaturq; linea q e ultra punctum e: & hæc per 2 th. 1 huius secabit axẽ
a h, cum ipsa sit in eadem superficie cum linea h t per 1 th. 1 huius: secet ergo axem in puncto d: eritq;
angulus h d q acutus æqualis angulo a h t per 29 p 1. Fiat quoque superficies l e d q secans pyrami-
dem: erit ergo illius superficiei & superficiei pyramidis communis sectio oxygonia per 103 th. 1 hu-
ius. Cum ergo linea a e sit perpendicularis super lineam f n, & super lineam d q, & super lineam l e:
patet per definitionem lineæ erectę super superficiem, quoniam linea longitudinis pyramidis, quæ
est a e, erecta est super superficiem illius sectionis oxygoniæ, quæ est l e d q. Et quia linea a e est per-
pendicularis super lineam f e n: erit ergo linea f n in superficie illa secante pyramidem secundũ illã

sectionem: fiat ergo, ut in illa superficie sectionis à puncto f ducatur linea f p per 31 p 1 æquidistás lineę e q: ergo per 9 p 11 erit linea f p æquidistans lineæ z t. Verùm cum angulus o z t sit acutus: ideo quòd angulus o z h est obtusus: erit per 13 p 1 angulus t z f obtusus. Ducatur itaque à puncto z linea faciens cum linea t z angulum æqualem angulo o z t: quę quidem linea producta necessariò secabit lineam f p per 2 th. 1 huius: cum linea f p sit æquidistans lineę z t. Secet ergo ipsam in puncto p: & ducatur linea p e: quæ per 1 p 11 erit in superficie l e d q: erit ergo angulus a e p rectus, ut patet ex præmissis & per definitionem lineæ super superficiem erectæ. Cum ergo lineæ p z & o z, ut patet ex pręmissis, in eadem sint superficie pyramidem secante, & angulus o z t æqualis sit angulo t z p: palàm per 20 th. 5 huius quia forma puncti o reflectitur ad uisum existentem in puncto p à puncto speculi z. Verùm quia angulus o z t per 29 p 1 est æqualis angulo z f p, quia est extrinsecus illi: & angulus h z f æqualis est angulo o z t per 15 p 1: sed angulus z p f æqualis est angulo p z t per 29 p 1, quia est coalternus: palàm quia angulus z f p ęqualis est angulo z p f: ergo per 6 p 1 latus z f ęquale est lateri z p. Et quia angulus f e z est rectus: ideo quia linea a e est perpendicularis super lineā f n: palàm per 47 p 1 quia quadratum lineæ f z ualet ambo quadrata linearum e f & e z: sed eadem ratione quadratū lineę z p ualet ambo quadrata linearum e z & e p: quoniam, ut patet ex præmissis, angulus p e z est rectus: quadratum uerò lineę p z est ęquale quadrato lineę z f: quoniam, ut patet ex præmissis, lineę z f & z p sunt ęquales: illa ergo duo quadrata hinc inde sunt ęqualia: ergo ablato communi quadrato lineæ z e, remanet quadratum lineę e p æquale quadrato lineę e f: igitur latus f e æquale est lateri p e: ergo per 5 p 1 angulus e p f est æqualis angulo e f p. Sed angulus n e q est æqualis angulo e f p per 29 p 1, quoniam extrinsecus est illi: & angulus q e p æqualis angulo e p f, quia coalternus est illi: angulus ergo n e q & q e p sunt æquales: qui cum sint in eadem superficie, quæ est p e n: palàm per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti n reflectitur ad uisum existentem in puncto p à puncto speculi, quod est e. Similiter si ducatur à puncto f quæcunq; linea ad aliquod punctum lineę z e, & producatur usque ad lineam o n: semper probabitur de puncto lineę o n, in quem cadit producta linea, quòd ipse reflectetur ad punctum p à puncto aliquo lineę z e, quem secat illa linea. Simili modo & omniū huiusmodi linearum probatio sumet initium à linea perpendiculari, quæ est f e, & à parte lineæ e z, quæ erit communis omnib. illis triangulis: & ita quodlibet punctū lineę a o n reflectitur ad uisum existentē in puncto p ab aliquo pūcto lineę z e: quia de omnib. est eadem demōstratio: quod etiam patet per 34 th. 5 huius. Si itaq; quęcunq; linea recta cuiuscūq; rei uisæ ponatur in loco lineę a o n, & centrū uisus sistatur in puncto p: semper fiet reflexio ad uisum ab aliquo punctorum lineę a z e, quę est linea lōgitudinis speculi: & hoc proponebatur faciendum. Patet ergo propositum.

42. Cum superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi communis sectio fuerit linea longitudinis: erunt loca imaginum & distantia ipsarum à uisibus, quæ & in speculis planis. Alhazen 43. 49 n 5.

Quando caussa in diuersis subiectis uniuocatur, & passio uniuocabitur: ob hoc non repetimus illa hic, quæ in speculis planis dicta sunt in quinto libro huius scientiæ. Quia enim utrobiq; in planis scilicet, & propositis speculis lineę incidentiæ & reflexionis incidunt & reflectuntur à lineis rectis: erit utrobiq; locus imaginis in perpendiculari à puncto uiso ducta super superficiem speculi, tā tùm distans à superficie speculi, quantùm punctus rei uisæ distat ab eadem speculi superficie: ideo quia semper imago rei uisæ uidetur in cōcursu lineę reflexionis cum catheto incidētiæ in omnibus his speculis, ut patet per 37 th. 5 huius. Patet ergo propositum.

43. Cum superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi cōmunis sectio fuerit circulus: erunt puncta reflexionū & loca imaginū, quæ & in speculis sphæricis conuexis. Alha. 43 n 5.

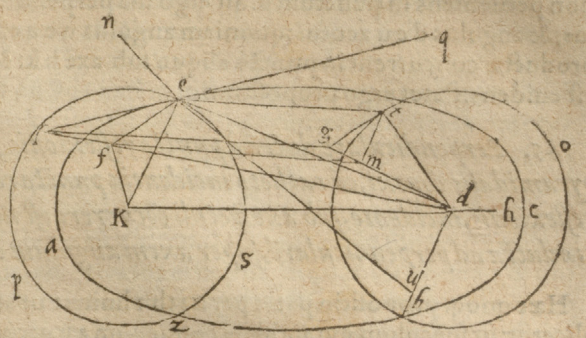
Erit enim aliquando locus imaginis intra speculum columnare conuexum: aliquando in superficie speculi: aliquando extra speculū, secundum modum quo cathetus incidentiæ & linea reflexionis in diuersis punctis concurrunt: cuius qui caussam & demōstrationem quæsierit, recurrat ad ea, quæ in sexto huius scientiæ libro de speculis sphæricis conuexis demonstrata sunt: nam eadem penitus est ratio hinc inde: quia & fines contingentiarum & metæ imaginum & loca, & eædem proportiones linearum sunt in illis speculis & in istis. Patet itaq; per illa propositum: nec uisum est nobis dignum in his amplius immorari.

44. A puncto sectionis columnaris, cui incidit cathetus incidentiæ ad perpendicularē ductam à puncto reflexionis super superficiem speculi columnaris conuexi, ducta recta ad axem cōtinente angulum acutum cum eadem: erit concursus catheti incidentiæ cum illa perpendiculari sub axe. Alhazen 24 n 6.

Hoc, quòd hic proponitur demonstrandum, patet per 114 th. 1 huius: ut autem huic nostro proposito conclusio mathematica sensibiliter applicetur, eandē demonstrationē duximus iterandam. Sit ergo a e b c columnaris sectio: & sit e datus punctus, cui incidat cathetus incidentiæ formæ puncti n: qui sit punctus rei uisæ: & b sit punctus reflexionis, à quo ducta sit linea b d perpendicularis sup axem speculi, qui sit h k: secetq; cathetus incidentię ducta à puncto n, qui est punctus rei uisæ, ipsum speculū secundū punctū propositæ sectionis, qui est e: dico uerum esse, quod proponitur. Ducatur

enim

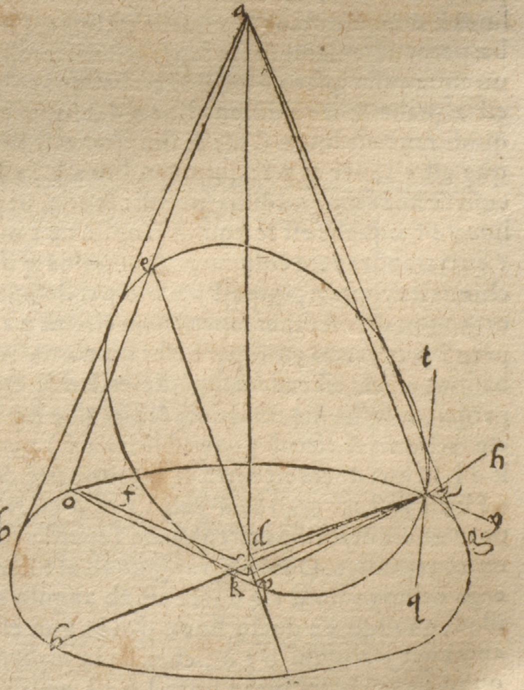
enim linea e d: sitq; ita, ut fiat e d b angulus acutus: sit ergo q e l linea contingens sectionem in puncto e: & super punctum sectionis b fiat circulus æquidistans basibus speculi per 102 th. 1 huius, qui sit b t o: cuius centrũ sit d: & ducatur à pũcto e linea longitudinis speculi per 101 th. 1 huius, quæ sit e t. A puncto quoq; d per 11 p 1 ducatur linea d g perpendicularis super lineam b d in ipsa circuli superficie. Palàm ergo quòd superficies h d g (cum per axem h k transeat, qui per 92 th. 1 huius est erectus super circuli superficiem) perpendicularis est super eandem circuli superficiem per 18 p 11. Superficies uerò contingens speculum in puncto b, erit æquidistans superficiei h d g speculum secanti. Ideo enim quia linea longitudinis speculi ducta à puncto b est æquidistans axi h k, & linea circulum b t o contingens super punctum b, est æquidistans lineæ g d per 29 p 1: angulus enim g d b est rectus, ut patet ex præmissis, & angulus contentus sub linea d b & sub linea contingente circulum in pũcto b est rectus per 18 p 3: ergo illæ superficies æquidistant per 14 p 11. Igitur superficies, in qua sunt lineæ l e & e t, non est æquidistans superficiei h d g: quod patet per 24 th. 1 huius: quoniam superficies contingens sectionem oxygoniam in puncto b non est æquidistans superficiei contingenti eandem sectionem in puncto e, in quo sunt linea l e q contingens sectionem, & linea longitudinis, quæ est e t. Angulus enim e d b, ut patet ex hypothesi, est acutus: superficies ergo h d g non æquidistat superficiei l e t: ergo concurret cum illa: concurrat ergo in linea l g: & ducatur linea g t: quæ necessariò erit contingens circulum b t o: cum superficies, in quâ ducitur linea g t, ipsum speculum sit contingens. Ducta autem linea t d, erit angulus g t d rectus per 18 p 3: quoniam linea t d est diameter circuli. & linea g t contingit illum circulum in puncto t. Fiat quoque, ut prius, super e punctum sectionis circulus æquidistans basibus speculi, qui sit e s z p: & centrum huius circuli sit punctus axis, qui k: & ducatur linea k e: & ducatur etiam linea d l: quæ quidem secabit superficiem circuli e s p: secet ergo illam in puncto f. Quia itaque punctum d est in superficie sectionis per 24 huius: cum ipsa sectionis superficies sit superficies reflexionis, & punctum l, quod est punctum lineæ contingentis sectionem, est in eadem superficie sectionis: ergo per 1 p 11 tota linea d l est in superficie sectionis: punctum ergo f est in superficie sectionis: sed ipsum est in superficie circuli e z p: est ergo in communi sectione illarum superficierũ, circuli scilicet & sectionis: sed & punctum e est in ambabus eisdem superficiebus: ergo item per 1 p 11 linea e f ducta erit in ambabus illis superficiebus: ergo per 19 th. 1 huius secundum lineam e f secant se superficies sectionis & circuli e z p. Ducatur itaque linea k f: & à puncto f ducatur perpendicularis super superficiem circuli b t o per 11 p 11, quæ sit f m: cadetq; punctus m in linea d g, ut patet: & ducatur linea t m. Palàm quoniam linea k d æquidistans & æqualis est lineæ f m per 25 th. 1 huius: sunt enim lineæ k d & f m ambæ perpendiculares super superficiem circuli b t o: quia illi circuli æquidistant per 24 th. 1 huius: utraque enim ipsarum æquidistat basibus columnæ per 100 th. 1 huius. Quoniam ergo linea f m est æqualis & æquidistans lineæ d k, quæ est pars axis: ergo per 33 p 1 linea k f æqualis & æquidistans est lineæ d m: & similiter erit linea f m æqualis & æquidistans lineæ longitudinis, quę est e t, per 33 p 1: quoniam linea e t est æqualis & æquidistans axi k d per 92 th. 1 huius, cum sit linea longitudinis speculi: & erit, ut prius, linea k e æqualis & æquidistans lineæ d t, & linea e f æqualis est & æquidistans lineæ t m per eandem 33 p 1. Verùm etiam superficies k d l g (quia transit axem columnæ, & angulus g d b est rectus) orthogonalis est super superficiem sectionis oxygoniæ, quę est a e b c per definitionem superficiei erectę: & eadem superficies k d l g orthogonalis est super superficiem circuli e s p: quoniam illa superficies k d l transiens per axem, per 18 p 11 erecta est super bases columnæ: ergo & super superficiem circuli e s p, æquidistantis basibus erecta est eadem superficies k d l. Quia itaque dicta superficies k d l est erecta super superficiem sectionis oxygonię & circuli e s p: est ergo orthogonalis super lineam communem dictę sectionis & circuli (quę est linea e f) per 19 p 11. Et quia linea e f est erecta super superficiem k d l, in qua ducta est linea k f: igitur per definitionem lineę super superficiem erectę angulus e f k est rectus: ergo & angulus t m d est rectus per 10 p 11: latera enim illos angulos continentia in æquidistantibus circulorum superficiebus protracta æqualia sunt & æquidistantia, ut patet ex præmissis. Cum ergo angulus d m t sit rectus, & angulus g t d sit rectus per 18 p 3: in trigono ergo orthogonio d t g ducta est ab angulo ad basim perpendicularis t m: ergo per 8 & 17 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ d m in g m est æquale quadrato lineæ m t. Et quoniam linea g t contingit circulum b t o, cum sit in superficie contingente ducta ad punctum contingentię, quod est t: palàm quòd linea l g est ęquidistans axi k d. Quoniam enim superficies secundum lineam longitudinis speculum contingentes sunt erectę super basium columnę superficies: ergo per 19 p 11 earum communis sectio, quę in proposito est linea l g, super easdem superficies basium perpendicularis erit: ęquidistabit ergo axi h k per 6 p 11: ergo etiam ęquidistabit lineæ f m per 30 p 1. Quia ergo in trigono l g d linea f m æquidistat basi l g: patet per 2 p 6



quoniam secat alia latera illius trigoni proportionaliter. Est ergo proportio lineæ d f ad f l, sicut lineæ d m ad m g: ergo permutatim per 16 p 5 erit proportio lineæ d f ad d m, sicut lineæ f l ad m g: sed linea d f maior est quàm linea d m per 19 p 1: quoniam in trigono f d m angulus f m d est rectus per præmissa uel 8 p 11: ergo & linea f l est maior quàm linea m g: ergo illud, quod fit ex ductu lineæ f d in f l maius est illo, quod fit ex ductu lineæ d m in m g: ergo & quadrato lineæ t m: sed linea t m est æqualis lineæ e f, ut patet ex præmissis: ergo illud, quod fit ex ductu lineę d f in l f maius est quadrato lineæ e f. Est ergo in trigono d e l angulus l e d maior recto per 30 th. 1 huius. Quia si esset rectus, tunc cum linea e f sit perpendicularis super lineam d l: esset per 8 & per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ d f in f l, æquale quadrato lineæ e f. Restat ergo ut linea perpendicularis super lineam contingentem sectionem a e b c, quæ est linea q l, ducta à puncto e, cadat sub linea e d, non perueniens in punctum d. Sit ergo illa perpendicularis linea e u. Et quia angulus e d b est acutus, & angulus d e u acutus: quoniam angulus u e q est rectus: ergo per 14 th. 1 huius lineæ e u & b d productæ concurrent in puncto aliquo sub axe h k: & sub concursu lineæ e d cum linea b d: quod est euidens. Patet ergo propositum.

45. Perpendicularē ductā à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super superficiē speculi pyramidalis cōuexi, cū catheto incidentiæ puncto remotiori à uertice speculi, quàm sit punctus reflexionis, incidente, sub axe speculi cōcurrere est necesse: dū tamē linea à pūcto catheti incidentiæ ducta ad perpendicularē, super axem angulum contineat acutū. Alhaz. 30 n 6.

Hæc quoq; propositio patet per 113 th. 1 huius: ut autem iam facilius pyramidalibus speculis applicetur: sit speculum pyramidale conuexum a b g: cuius uertex sit a: & axis a k: cadatq; in ipsum sectio oxygonia: à cuius circumferentia formę pūctorum lineę uisæ reflectátur ad uisum, quę sit e f z: punctum quoq; reflexionis sit e: & sit linea e d exiens à puncto e (quod est punctum reflexionis) perpendicularis super superficiē contingentē speculū: quæ producta in superficie sectionis concurret quidē cū axe a k per 14 th. 1 huius: angulus enim e a k est acutus, & angulus a e d est rectus: cōcurrat ergo in puncto d: sitq; cathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à pūcto speculi e z: quę sit h z. Dico quòd cathetus h z concurret cum perpendiculari e d ultra punctum d sub axe speculi. Ducatur enim linea t z q, quæ contingat sectionem e f z in puncto z, dum tamē sit punctū z remotius à puncto a uertice speculi, quàm sit punctū e: ducta quoq; linea z d angulū acutū cōtineat cum perpendiculari e d super ipsum axem speculi, in quē cadit punctum d. Trāseat quoq; super punctū z superficies æquidistans basi speculi, quæ secando speculum faciat circulū r z g per 100 th. 1 huius: iste ergo circulus secat sectionē e f z in duobus tantū locis per 104 th. 1 huius: quoniā circulus est perpendicularis super axem a d, & sectio est obliqua super eundem axem: & ducantur lineæ a z & a e. Linea quoq; a e, quæ ex hypothesi est breuior quàm linea a z (ideo quòd punctum z remotius est à uertice pyramidis quàm punctum e, protrahatur ultra punctum e) donec cōcurrat cum circumferentia circuli r z g: & sit concursus punctus o: ergo punctus o est remotior à puncto a uertice speculi, quàm sit pūctus e: eritq; linea a o æqualis lineę a z per 89 th. 1 huius: ideo quia ambæ à uertice pyramidis ducuntur ad circuli circumferentiam. Cum ergo exierit à puncto o perpendicularis super superficiem contingentem speculum secundum lineam a o: concurret illa linea cum axe a k ultra punctum d (cui prius data est incidere perpendicularis e d) per 2 th. 1 huius: erit enim linea illa æquidistans lineę e d per 6 p 11: sit ergo punctus cōcursus k: ducantur ergo lineæ k z & d z. Et quia linea k z est ęqualis lineę k o per 65 th. 1 huius: est enim k polus circuli: sed & linea a o est æqualis lineæ a z per 89 th. 1 huius: cum sint lineæ lōgitudinis unius pyramidis, & linea a k cōmunis est ambobus illis trigonis: erūt ergo per 8 p 1 trianguli a o k & a z k æquianguli: sed angulus a o k est rectus: ergo & angulus a z k est rectus: est ergo linea k z perpēdicularis super lineā lōgitudinis speculi a z, quę est in superficie cōtingēte speculū: est ergo linea k z erecta super superficiē contingentē speculū secūdū lineā a z: ergo per 18 p 11 & superficies z k o est erecta super illā superficiē contingentē.

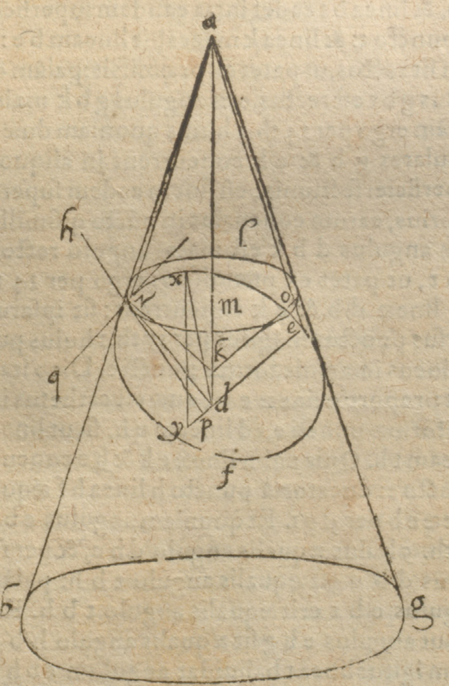


Et quia à puncto z ducta est linea cōtingēs sectionē, quę est t z q: cū ergo, ut patet, linea k z sit erecta super superficiē speculum contingentē secundum lineam a z, & cōmunis sectio superficiei sectionis & illius superficiei speculū contingentis sit linea t z q cōtingēs sectionē: erit linea k z perpēdicularis super lineā t z q: erit ergo angulus k z q rectus per definitionē lineæ super superficiē cōtingētē erectę. Et quia, ut patet ex præmissis, angulus k z q est rectus: trigonū quoq; a z k erectū est super superficiē speculū secūdū lineā a z cōtingētē: & linea k z est similiter perpēdicularis

super

ſuper hanc ſuperficiẽ cõtingentẽ. Extrahamus ergo à puncto z cõmunẽ ſectionẽ ſuperficiei circuli r z g & ſuperficiei pyramidẽ ſecũdum lineã a z contingentis: hęc aũt per 3 p 11 eſt linea recta: ſit ergo hæc linea z y: & palàm per pręmiſſa, quòd linea z y cõtingit circulũ r z g: ſit quoq; cẽtrum huius circuli c: & producatur linea c z: angulus ergo c z y eſt rectus per 18 p 3: & ducatur à puncto c, quod eſt centrũ circuli r z g, linea cõtinens cũ linea z c angulũ rectũ per 11 p 1: & ſit linea c r: linea ergo c r eſt æquidiſtans lineę z y per 28 p 1: linea uerò c r eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a z c per 4 p 11: ideo quia angulus z c r eſt rectus ex pręmiſsis, & angulus z c a eſt rectus: ideo quia axis a c eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli r z g per 89 th. 1 huius: & quia etiam axis eſt perpendicularis ſuper baſim pyramidis, cui circulus æquidiſtat: ergo & axis erit erectus ſuper circulum per 23 th. 1 huius: linea ergo z y æquidiſtans lineæ c r, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ a z c per 8 p 11: ergo linea z q contingens ſectionem eſt obliqua ſuper ſuperficiem a z c: ergo & ſuper lineam c z. Producatur ergo à puncto z in ſectionis ſuperficię extra ipſam ſectionis peripheriam linea recta continens cum linea t q angulum rectum per 11 p 1: quæ ſit z h. Et quia punctus d per 24 huius eſt in ſuperficie ſectionis in aliquo puncto axis: palàm quòd ipſum aliud eſt à pũcto k, qui eſt punctus axis inferior puncto d extra ſuperficiẽ ſectionis: ſed pũctus z eſt in ipſius ſuperficie: patet ergo quoniã linea k z eſt extra ſuperficiẽ ſectionis. Linea ergo k z ſecat lineã z h, nec cõtinuatur cũ ipſa: quoniã linea z h eſt in ipſa ſuperficie ſectiõis, & linea k z eſt extra illã. Et quoniã lineæ k z & h z ſecant ſe in pũcto z: patet quòd ipſę ſunt in aliqua ſuperficie una per 2 p 11: ſint ergo lineę z k & z h in alia ſuperficie pręter ſuperficiẽ ſectionis, quę ſecet ſuperficiẽ ſectiõis ſuper lineã p z h in ambabus iſtis ſuperficiebus exiſtentẽ per 19 th. 1 huius: & ſit z p eadẽ linea cũ z h, quę eſt producta in ſuperficie ſectionis. Linea uerò d z, quę eſt in ſuperficie ſectionis, eſt extra ſuperficiem, in qua ſunt lineæ k z & z h: ſed linea z k continet cum linea z q angulum rectum: ideo quia, ut prædictũ eſt, linea k z eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem, quę tranſit lineas a z & z q: & ſuperficies k z h ſecat ſuperficiem d z h ſuper lineam illis duabus ſuperficiebus communem per 19 th. 1 huius, quæ eſt h z. Verùm linea d z eſt in ſuperficie ſectionis, ut ſuprà patuit, & ſecatur à linea k z in puncto z, & pũcta t & q ſunt à lateribus ſuperficiei k z p h: ergo ſuperficies h z k ſecat ſuperficiem d z q: differentia ergo communis ſuperficierum h z k & d z q eſt in ſuperficie h z k: eſt quoq; illa communis ſectio linea recta per 3 p 11: continet ergo illa linea cum linea z q angulum rectum. Nam linea z q cum ſit perpendicularis ſuper lineam z h, & ſuper lineam z k: patet per 4 p 11 quoniam ipſa eſt erecta ſuper ſuperficiẽ h z k: ergo & ſuper lineam z p. Et quoniam ſuperficies h z k ſecat ſuperficiem d z q, & declinatio ſuperficiei h z k à ſuperficie ſectiõis, cuius pars eſt ſuperficies d z q, fit ex parte ſemidiametri z c, erit linea (quę eſt differentia communis his duabus ſuperficiebus) media inter duas lineas q z & z d: ergo angulus q z d eſt obtuſus: & linea h z eſt in ſuperficie, in qua ſunt lineæ d z & z q, quę eſt ſuperficies ſectionis, & continet cum linea z q angulum rectum: linea ergo z h producta intra ſectionem ultra punctum z, ſecabit angulum d z q: & linea h z concurret cum linea e d ſub pũcto d puncto axis per 14 th. 1 huius. Angulus enim z d e eſt acutus ex hypotheſi, & angulus d z p acutus. Cathetus itaq; incidentię, quę eſt h z, cum perpendiculari e d, quę ducitur à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem, concurret ſub axe: & ſub puncto ipſius axis, qui eſt d: ſit itaq; punctum concurſus p. Et hoc eſt propoſitum.

46. Perpendicularem ductam à puncto reflexionis ſectionis pyramidalis ſuper ſuperficiem ſpeculi pyramidalis conuexi, cum catheto incidentiæ pũcto propinquiori uertici ſpeculi, quàm ſit punctus reflexionis incidente, ſub axe ſpeculi concurrere eſt neceſſe: altioris quoque puncti cathetus cum eadem porpendiculari concurret remotius ſub axe: dum tamen linea à puncto ſuperiori cum perpendiculari ducta à puncto inferiori ſuper axem angulum contineat acutum.



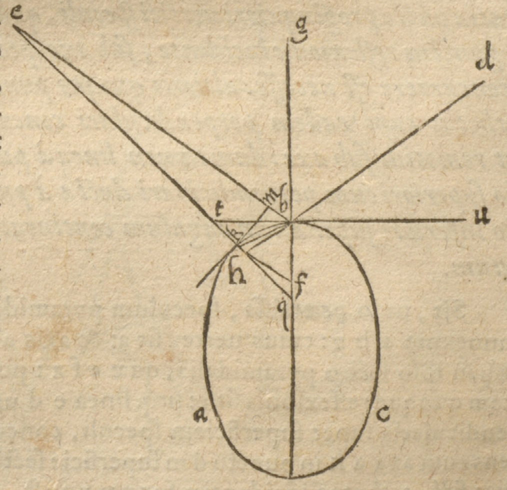
Sit, ut in præmiſſa, ſpeculum pyramidale conuexum a b g: cuius uertex ſit a: & axis a d: ſitq; in ipſo ſectio pyramidalis, quæ e f z: punctum quoque reflexionis ſit e: ſitq; linea e d perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, concurrens cum axe a k in puncto d in ſuperficie ſectionis: ſitq; cathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à puncto e, quæ ſit h z: cuius punctum z ſit propinquius uertici ſpeculi quàm punctum e: ita tamen quòd linea z d cum linea e d in puncto d contineat angulum acutum. Dico quòd uerũ eſt, quod proponitur. Circũducatur enim à

puncto z

puncto z ipsi speculo circulus per 102 th. 1 huius, qui sit z m l: & ducantur lineę a z & a e. Linea quoq; a e ex hypothesi est longior quàm linea a z: patet ergo per 100 & 89 th. 1 huius quoniá abscinditur per superficiem circuli z m l: ideo quia punctũ z propinquius est uertici pyramidis, qui est a, q̃ punctum e. Sit ergo, ut abscindatur in puncto o: est ergo punctum o propinquius uertici ipsius speculi, quàm e punctũ: eritq; linea a o æqualis lineæ a z per 89 th. 1 huius. Cum ergo exierit à pũcto o perpendicularis super lineam a o, quæ sit o k, secans axem a d in puncto k: erit per 28 p 1 linea o k æquidistans lineæ e d. Ducantur ergo lineæ k z & d z. Et quia linea k z est æqualis lineæ k o per 65 th. 1 huius: est enim pũctus k polus circuli z m l: sed & linea a o est æqualis lineæ a z p 89 th. 1 huius, & linea a k est cõmunis ambobus illis trigonis: erunt ergo per 8 p 1 trigoni a o k & a z k ęquianguli: sed angulus a o k est rectus, quia o k perpendicularis ducta est super lineam a o: uel etiá per 29 p 1: ideo quia angulus a e d est rectus, & lineæ e d & o k æquidistant: ergo & angulus a z k est rectus: est ergo linea k z perpendicularis super lineá lõgitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingente speculũ: est ergo linea k z erecta super superficiẽ cõtingentẽ speculũ secundũ lineá a z. Ducta quoq; à puncto z linea cõtingente sectionẽ in puncto z, quæ sit t z q, perficiatur demonstratio, ut in proxima præmissa: patetq; propositũ nunc, ut prius. Cadet enim punctus p, qui sit cõmunis sectio catheti incidẽtiæ ductæ à pũcto z cũ ppendiculari e d, sub axe a d & sub pũcto d. Et si in peripheria ipsius sectionis signetur pũctus propinquior uertici, q̃ sit punctũ z, qui sit punctus x: ab eo quoq; ducatur cathetus incidentiæ, quæ sit x y: quæ eodẽ modo, si angulus x d e fuerit acutus, demõstrabitur concurrere cum perpendiculari e d sub axe a d: sit concursus in puncto y. Dico quòd punctus y remotior erit sub axe a d quàm punctũ p: non enim secabit linea x y angulũ a z p, neq; lineam z p: quoniá cathetus ducta à puncto altiori ulterius protenditur sub axem: & cathetus angulum rectum continens cum perpendiculari e d concurret cum illa in puncto axis d. Reliquæ uerò catheti harum mediæ, à quarum punctis incidentiæ ductæ lineæ ad punctum d, angulos continent acutos cum perpendiculari e d, non secabunt lineam d p. Patet ergo propositum.

47. *Cathetum incidentiæ linea reflexionis intra sectionem oxygoniam secante, & à puncto reflexionis ducta contingente, quæ secet cathetum: erit totius catheti proportio ad partẽ sui resectam intra sectionem oxygoniam, sicut partis extrinsecus resectæ ad eam, quæ utrasq; interiacet sectiones. Alhazen 44 n 5.*

Esto a b c sectio oxygonia: cuius punctus b sit punctus reflexionis: & sit e punctus rei uisæ: d centrum uisus: à puncto quoque reflexionis, quod est b, ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b, quæ sit g b q, ducta intra speculum propositum in punctũ q: & ducatur à puncto e linea e k perpendicularis super ipsam sectionẽ, aut super lineá sectionẽ contingentem, ut fuerit possibile: ducatur quoque linea contingens speculũ in puncto b, quæ sit t b u, & alia contingens sectionem in puncto k. Duæ itaque perpendiculares, quæ sunt g b q & e k concurrent intra sectionem sub axe speculi per tres præcedentes: sit ergo punctus concursus illarum perpendicularium punctum q. Sed & hoc in proposito aliter declarandum. Ducantur enim lineæ e b, d b, k b: palàm per 29 th. 1 huius, & ex præmissis quoniam linea k m cadet intra superficiem e k b, & linea b t cadet intra eandem superficiem: igitur linea b t secabit lineam e k: sit, ut secet ipsam in puncto t: & linea k m secabit lineam b e: & sit, ut secet ipsam in puncto m. Cum ergo angulus e k m sit rectus, ut patet ex præmissis: palàm quòd angulus e k b maior est recto: & similiter quia angulus g b t est rectus, erit angulus g b k maior recto: palàm ergo per 14 th. 1 huius quoniam duæ perpendiculares g b & e k concurrent in aliquo puncto superficiei sectionis, cũ sint in eadem superficie: sit, ut prius, earum concursus in pũcto q: similiter quoque angulus d b k est maior angulo recto, qui est g b t, ut patet ex præmissis: ergo per 14 th. 1 huius lineæ d b & e k concurrent: sit ipsarum concursus punctus h: igitur per 37 th. 1 huius punctus h est locus imaginis formæ puncti e. Dico itaq; quòd erit proportio lineæ e q, quæ est cathetus incidentiæ formæ puncti e, ad lineam q h, sicut lineæ e t ad lineam t h. Quia enim lineæ e k & b e concurrunt in puncto e: ducatur à puncto h linea h f æquidistans lineæ e b per 31 p 1. Et quoniam angulus e b t est per 20 th. 5 huius æqualis angulo d b u, & per 15 p 1 angulus d b u est æqualis angulo t b h: palàm quòd angulus e b t erit æqualis angulo t b h. Restat ergo, ut angulus e b g sit æqualis angulo h b q: ideo quia anguli t b q & t b g sunt recti & æquales. Cum igitur linea t b diuidat angulum e b h per æqualia: erit per 3 p 6 proportio lineæ e t ad t h, sicut lineæ e b ad b h: sed per 29 p 1 angulus e b g est æqualis angulo h f b: angulus ergo h f b est æqualis angulo h b f, quoniá ut præostensum est, angulus e b g est æqualis angulo h b f: ergo per 6 p 1



linea

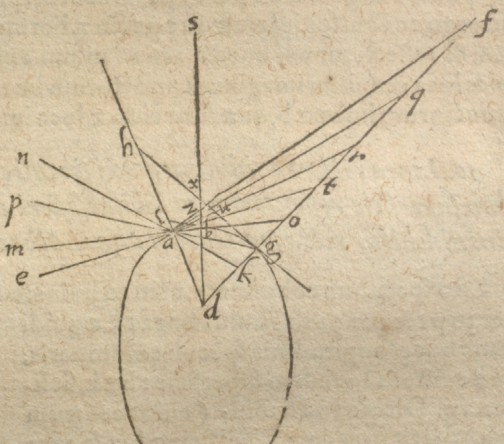
linea h b est æqualis lineæ h f: ergo per 7 p 5 proportio lineæ e b ad lineā h f est, sicut ad lineā h b: est aūt proportio lineæ e b ad h f, sicut lineæ e q ad q h p 4 p 6: quia per 29 p 1 trigona e q b & h q f sunt æquiangula: erit ergo proportio lineæ e b ad h b, sicut lineæ e q ad q h. Erit ergo per 11 p 5 proportio lineæ e q ad lineam q h, sicut lineæ e t ad lineam t h. Quod est propositum.

48. In omni speculo columnari uel pyramidali conuexo, communi sectione superficiei reflexionis & speculi oxygonia existente: linea recta interiacens punctum concursus duarum præmissarum perpendicularium & locum imaginis, maior est linea recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis. Alhazen 44 n 5.

Sit omnimoda dispositio & probatio, ut in præcedente proxima. Et quia est proportio lineæ e q ad lineam q h, sicut lineæ e b ad lineam h f per 4 p 6 & 29 p 1: & proportio lineæ e b ad h f est, sicut lineæ e b ad lineam h b per 6 p 1 & 7 p 5: erit proportio lineæ e b ad lineam b h, sicut lineæ e q ad lineā q h per 11 p 5: ergo permutatim per 16 p 5 & corollarium 4 p 5 erit proportio lineæ e q ad e b, sicut q h ad h b: sed linea e q maior est quàm linea e b per 19 p 1, eò quòd angulus e b q maior est recto, ut patet ex præmissis, quia angulus t b q est rectus: ergo linea q h est maior q̄ linea h b. Quod est ꝓpositum: est enim punctus q ille punctus, in quo cōcurrunt duę perpēdiculares g b q & e k, quę est cathetus incidentiæ: & punctus h est locus imaginis formæ puncti e: & punctus b est pūctus reflexionis formæ puncti e ad centrum uisus existentis in puncto d.

49. Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi existente oxygonia, formaq; rei uisæ obliquè speculo incidente: locus imaginum formarum uisorum punctorum quandoq; erit in superficie speculi: quandoq; intra speculum: & quādoq; extra ipsum. Alhazen 45.51 n 5.

Quod hic proponitur, locum habet, cum punctus rei uisæ non fuerit in diametro uisuali perpendiculari super superficiem speculi: tunc enim unius solius forma puncti super lineam perpendicularem accedit ad speculum, & secundum eandem lineam reflectetur ad uisum, utpote punctus ipsius perpēdicularis lineæ, qui est in superficie oculi uidentis. Punctus enim ultra superficiem oculi sumptus non potest reflecti super hanc perpendicularem: quia non potest accedere ad speculum super lineam perpendicularem, propter rationem assignatam in 32 th. 5 & 10 th. 6 huius. Et similiter non potest reflecti forma illius puncti ad uisum ab alio puncto speculi, quàm à puncto illo, cui incidit ipsa perpendicularis. Si enim daretur hoc posse fieri: tunc accideret duas perpendiculares ductas à superficie speculi concurrere in centro eiusdē uisus, quod esset contra 6 p 11 & contra 20 th. 1 huius: & duo anguli trianguli fierent recti: quod esset contra 32 p 1, & impossibile. In tali ergo situ perpendicularis reflectitur tantū in seipsam. Sit autem nunc, ut forma rei uisæ incidat superficiei speculi non perpendiculariter, sed obliquè: & esto, ut superficies reflexionis secet speculum columnare conuexum, & communis eorum sectio sit oxygonia sectio, quæ a b g: ad cuius punctum a sumatur linea contingens sectionem, quæ sit e a t: & ducatur perpendicularis à puncto a per 11 p 1 super lineam e t intra sectionem, quæ sit a d: cadatq; punctus d intra sectionē. Palàm ergo per 115 th. 1 huius quòd linea d a diuidit sectionem in duas partes, in quarum utraq; est punctus unicus, in quo pūcto linea sectionem contingens, erit æquidistans lineæ d a: sit ergo citra unum illorum punctorum alius, qui sit punctus g, cuius puncti contingens concurrat cum linea d a in puncto h extra sectionem: & ducatur linea perpendicularis super hanc lineam cōtingentē (quę est g h) per 11 p 1, quę perpendicularis



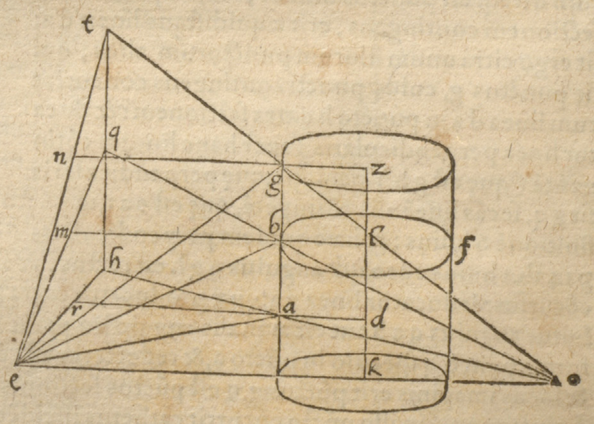
sit g q, secās lineā aliā cōtingētē, quę est e a t, in pūcto t: erit ergo punctū t finis cōtingētię per 6 definitionē 6 huius: & hæc quidem perpendicularis (quæ g q) necessariò concurret cum linea h d p 14 th. 1 huius: ideo q̄d angulus q g h est rectus, & angulus g h d acutus: sit ergo in pūcto d ipsarū cōcursus: & ducatur linea g a: quæ producatur extra sectionē usq; ad punctū p: & ducatur linea q a. Igitur angulus q a h aut est æqualis angulo h a p: aut maior: aut minor. Si sit æqualis: incidet ergo forma puncti q speculo in pūcto a, & reflectetur ad cētrū uisus existēs in pūcto p per 20 th. 5 huius: & locus imaginis erit pūctus g, q est pūctus sectionis oxygoniæ & supficiei colūnę speculi p 37 th. 5 huius: quoniā in illo pūcto cōcurrit cathetus incidētiæ ducta à pūcto rei uisæ, quę est q, super lineā cōtingentē sectionē in pūcto g, cū linea reflexionis, quę est p a. Et quia pūctus g est in superficie speculi: patet q̄d tūc uidebitur imago formæ pūcti q in supficie speculi. Si uerò in linea g q supra punctū q sumatur alius pūctus, ut f, & ducatur linea f a: erit quidē angulus f a h minor angulo h a p: est enim angulus f a h minor angulo q a h, q est æqualis angulo h a p: fiat ergo angulo f a h super a terminū lineę h a æqualis angulus, q sit h a n p 23 p 1: & ꝓducatur linea n a intra sectionē: cōcurretq; cum

catheto

catheto f q g d: & sit pũctus cõcursus k. Palàm ergo per 20 th. 5 huius quòd forma pũcti f reflectitur à pũcto speculi, qđ est a, ad uisum existentẽ in pũcto n: & locus imaginis formæ pũcti f erit in puncto k: & imagines omniũ punctorũ lineæ q f, quæ sunt ultra punctũ q, erunt intra columnã speculi, ut patet p 34 th. 5 huius, & ex pręmissis. Si uerò inter punctũ q & pũctũ t (qui est finis cõtingẽtiæ) ponatur punctus aliquis, ut r: erit angulus r a h maior angulo q a h, ergo & angulo h a p: fiat ergo ei æqualis angulus, qui sit h a m. Palàm quòd linea m a producta cadet super lineam g q extra sectionẽ. Ideo enim, quia linea p a continens cum linea a h angulum p a h æqualem angulo q a h, cadit in ipsam sectionẽ in punctum g: patet quia linea m a secabit lineam g q extra sectionẽ: sitq́; ut cadat in punctum o: erit ergo per 37 th. 5 huius imago formæ puncti r in puncto o: & omnium punctorum lineæ r q, excepto puncto q, imagines erunt extra speculum, inter puncta o & g. Si autem angulus q a h fuerit minor angulo h a p: secetur ex angulo h a p angulus h a n æqualis angulo q a h per 27 th. 1 huius. Palàm ergo, ut prius, quòd formæ puncti q imago erit in puncto k: & omniũ superiorũ punctorum lineæ q f imagines erunt intra sectionem. Si uerò punctus r sumatur inferior puncto q, ita ut angulus r a h sit æqualis angulo h a p: tunc erit imago formę puncti r in sectionis puncto g, quod est in superficie speculi: & omnium punctorum inter r & q imagines erũt intra speculum: & omniũ punctorum inter puncta r & t imagines erunt extra speculi superficiem. Si uerò angulus q a h fuerit maior angulo h a p: fiat angulus h a m æqualis angulo q a h: palamq́; quòd linea m a producta secabit sectionem: linea enim e a t est contingens sectionem in puncto a, propter quod linea m a producta necessariò sectionem secabit: secet ergo in puncto b: & ducatur linea contingens sectionem in puncto b, quæ concurrat cum linea d h in puncto l: cõcurret autem per 14 th. 1 huius: angulus enim d b l est rectus, & angulus l d b acutus, ducta linea d b: eritq́; angulus d l b acutus per 32 p 1: cum angulus d b l sit rectus: est ergo per 13 p 1 angulus h l b obtusus: linea ergo l b concurret cum linea h d, ut patet per 60 th. 1 huius, ex parte punctorum b & g: quia quantùm ad hoc eadem ratio est in circulis & in sectionibus: facietq́; cum ipsa angulum acutum. Ducatur ergo perpendicularis super lineam l b à puncto b per 11 p 1, quæ sit b s: hęc ergo cõiuncta cum linea d b fiet linea una per 14 p 1: quoniam utraq́; ipsarum cum linea l b in eodem puncto, qui est b, continet angulum rectum: & linea b s secabit lineam h g: sit, ut secet ipsam in puncto x. Et quoniam linea l b protracta concurrit cum linea h d, & angulus s b l est rectus: patet quòd linea b s cum linea h g ex parte puncti h continet angulum acutum per 14 th. 1 huius: eritq́; angulus s x h acutus: ergo & angulus g x b illi contrapositus similiter est acutus per 15 p 1. Quia uerò linea h g secat lineam q a, sit pũctus sectionis u. Et quoniã angulus h g d est rectus, & linea q a concurrit cum linea d g in puncto q: quoniam omnes hæ lineæ sunt in una superficie: palàm per 14 th. 1 huius quòd linea h g cum linea q a continet angulum acutum super punctum u, qui est angulus h u a. Quia ergo angulus s x h est acutus, & angulus q u g contrapositus angulo h u a per 15 p 1 est acutus: patet per 14 th. 1 huius quòd lineæ s b & q u cõcurrunt: sit ergo concursus ipsarum in puncto z. Forma itaque puncti z mouebitur ad speculum per lineam z a, & reflectetur per lineam a m ad uisum existentem in puncto m: & locus imaginis erit punctus b: & loca omnium imaginum punctorum lineæ z s ultra punctum z erũt intra sectionem: & omniũ punctorum lineæ z b, quæ sunt citra z, loca imaginum erunt extra sectionem. Quod est propositũ.

50. Lineæ rectæ æquidistantis axi speculi columnaris conuexi, centroq́; uisus existente in eadem superficie, reflexionem possibile est fieri à tota linea longitudinis speculi ad uisum: imagoq́; eius uidebitur recta, æqualis rei uisæ. Alhazen 25 n 6.

Esto speculum columnare, ut in 30 huius: cuius axi z k æquidistet linea recta, quæ sit t h: erit ergo per 30 p 1 & per 92 th. 1 huius linea t h æquidistans lineę longitudinis speculi columnaris, quæ existens in eadem superficie t h z k, sit linea a g. Dico quòd si uisus (cuius centrum sit e) fuerit in eadem superficie t h z k cum linea t h, & cum axe z k: possibile est ut omnia puncta lineæ t h reflectantur ad uisum e: quoniam per 30 huius possibile est, ut puncta reflexionis omnium punctorum lineæ t h sint in linea longitudinis columnę, quæ est g a: quia illa linea superficiei reflexionis, in qua sunt uisus e, & axis z k, & linea t h, & superficiei columnæ est communis, ut patet per 93 th. 1 huius. Videbitur ergo imago formæ lineæ t h recta: ideo quia

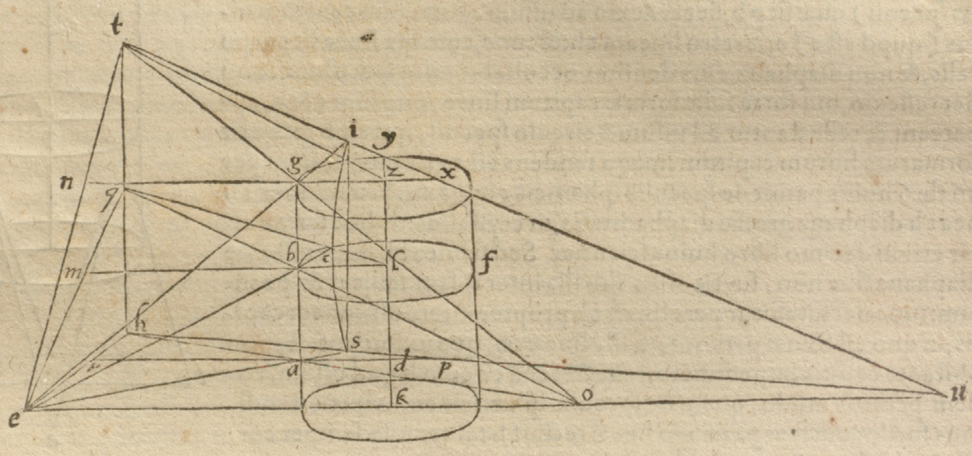


quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ t h, erit in eadem superficie cum uisu & axe: & probabuntur loca imaginum punctorum lineæ t h esse secundum lineam rectam disposita, sicut in speculis planis per 52 th. 5 huius extitit probatum de lineis rectis uisis. Patet ergo propositum.

51. Linea

51. Lineæ rectæ æquidistantes axi speculi columnaris conuexi; uisu non existente in eadē superficie, imago curua uidetur modicæ curuitatis, & minor re uisa. Alhazen 27 n 6.

Sit dispositio, quæ prius in 30 huius: reflectaturq; forma lineæ t h à linea longitudinis speculi, quę sit a g. Dico quòd imago lineæ t h uidebitur aliquando curua: forma enim puncti eius, quod est q, ut suprà patuit in 30 huius, reflectitur ad uisum e à puncto speculi b, qui est punctus circuli b f: linea ergo à puncto q ducta ad centrū circuli b f, quod est l, quæ erit q l, ipsa est cathetus incidentiæ formæ puncti q: quoniam, ut patet per 18 p 3, linea q l est perpendicularis super lineam contingentē circulum b f, cuius peripheria est communis sectio superficiei reflexionis & speculi: hæc quoq; cathetus q l, ut patet, concurret cum perpēdiculari producta à puncto b, quod est punctum reflexionis, super ipsam superficięm speculi super axē z k: & erit concursus in puncto axis l, scilicet in cētro circuli b f per 96 th. 1 huius. Cōcurrat ergo linea q l cū linea m l in puncto axis l: producatur quoq; linea reflexionis, quæ est e b, quousq; cōcurrat cum catheto q l: & sit punctus concursus c: uidebitur ergo per 37 th. 5 huius imago formę puncti q in puncto c: & est punctus c per 1 p 11 in superficie, in qua sunt linea q h, & axis z k, & linea longitudinis a g. Itē forma puncti t lineę t h reflectitur à puncto speculi g, qui per 10 huius est punctus sectionis oxygonię, cum punctus t sit altior centro uisus, quod est e, nec ipsi sint in eadē superficie. Est autē à puncto t, unam tantū ducere perpēdicularē super ipsam oxygoniam sectionē, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, uel super lineam contingētē speculum in puncto aliquo oxygoniæ sectionis: per 12 p 1 sit ducta: hæc ergo per 114 th. 1 huius uel per 44 huius concurret cū perpēdiculari ducta à puncto eiusdē sectiōis, quod est g, super axē z k, quæ est linea n g z: eritq; concursus sub axe, hoc est sub pūcto z, q est cōcursus perpendicularis n z, & axis z k: quoniam du

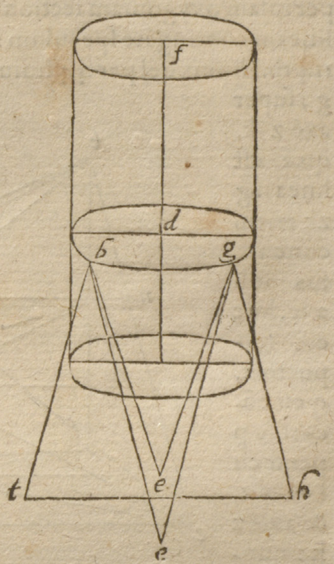


cta linea t z, erit angulus t z n acutus: ideo quòd angulus n z y est rectus, axe k z producto ultra punctum z ad punctū y. Producatur itaq; linea n z ultra pūctum z ad pūctum x: & ducatur à pūcto t linea concurrens cum linea n z producta ultra pūctum z in pūcto x: concurret autem per 14 th. 1 huius: ideo quia angulus x n t est rectus, uel acutus, & angulus x t n acutus: secetq; linea t x axē k z in pūcto y: & producatur linea e g ultra pūctum g, donec concurrat cum linea t x: concurrēt autē per 29 th 1 huius: linea enim e g producta secat angulum t g x: ergo & basim t x: quoniam illę lineę sunt in eadem superficie, ut patet: sit ipsarum sectio in pūcto i: erit ergo punctus i locus imaginis formæ puncti t per 37 th. 5 huius. Similiter ducta à puncto h lineę t h, linea, quę sit orthogonalis super lineā contingentem speculum in aliquo pūcto sectionis oxygonię, à qua reflectitur forma pūcti h ad uisum e per 10 huius, illa concurret cum perpendiculari d a r sub pūcto d, qui est pūctus axis per 114 th. 1 huius uel per 44 huius: concurrat ergo in pūcto p: & ducatur linea e a ultra punctum a, donec concurrat cum linea h p: & sit secūdum pręmissos modos punctus concursus s: erit quoq;, ut prius, punctus s imago puncti h. Ducatur quoq; linea s i: palàm ergo cum linea t i concurrat in puncto x cum perpendiculari n z, quę est æquidistans lineæ e o, quòd eadem concurret cum linea e o per 2 th. 1 huius: concurrat ergo in puncto u: similiter linea h s cum concurrat cum perpēdiculari d r, quę est æquidistans lineę e o, concurret cum linea e o per 2 th. 1 huius. Sed quoniam situs puncti t lineæ t h respectu pūcti e, quod est centrum uisus, idem est cum situ puncti h, & eadem distantia à uisu: quoniam linea t h æquidistat axi z k, & similiter puncta t & h æqualiter distant à pūcto q, &, ut patet ex pręmissis in 30 huius, situs puncti t & puncti h ad punctum o est idem, & punctorum i & s, respectu puncti o est etiam idem situs, ut patet ex pręmissis in pręsente demonstratione: ergo per 1 p 11 erit linearum t i & h s respectu lineæ e o idem situs. Lineę ergo t i & h s concurrent super idem punctum lineę e o: concurrant ergo in pūcto u: erit ergo t u h triangulus, & in superficie huius trianguli erit linea i s: axis autem speculi, qui est z k, nō est in hac superficie: uerùm linea t h est in eadem superficie cum axe, ut patet ex hypothesi & per 1 th. 1 huius: ergo superficies illa secat superficiem trianguli t u h super lineam communem, quæ est e h, nō super aliam. Cum ergo punctus t sit in superficie lineę t h, & similiter axis z k sit in eadem superficie, & punctus c non sit in linea t h: ergo non est in superficie trianguli t u h: & duo puncta i & s sunt in superficie illius trianguli: linea ergo i c s erit

curua per 1 p 11. Et quia ipſa eſt imago lineæ t h: palàm quòd imago lineæ rectæ, quæ eſt t h, eſt curua: quod eſt primum propoſitum. Sed eius curuitas modica eſt: quia perpendicularis ducta à puncto c ad lineam i s, ad punctum ſcilicet ſectionis lineæ i s, & ſuperficiei circuli eſt ualde parua: ſed quantò maior fuerit linea uiſa, quę eſt t h æquidiſtans lineæ longitudinis ſpeculi, tantò imago eius erit minus curua: & quantò minor fuerit linea t h, tantò curuitas erit maior. Et quoniam linea i c minor eſt quàm linea t q, & linea s c minor quàm linea h q: quoniam linea i s, à quo modicùm declinat linea i c s, cadit inter lineas t u & h u concurrentes in puncto u, & eſt quaſi æquidiſtans lineæ t h, ſicut & axi k z: patet ergo quòd linea imaginis (quæ eſt i c s) minor eſt re uiſa, in qua eſt linea t h: & hoc eſt ſecundum propoſitum. Patet ergo totum, quod proponebatur.

52. Superficie lineæ rectæ uiſæ ſuperficiem, in qua eſt axis ſpeculi columnaris conuexi, orthogonaliter ſecante, centroq́ uiſus exiſtente in utraq; ſuperficie: à circumferentia circuli (qui eſt communis ſectio dictarum ſuperficierum & ſpeculi) fiet reflexio: lineæq́ rectæ uiſæ imago erit curua. Alhazen 28 n 6.

Eſto linea t h in ſuperficie plana orthogonaliter ſecante ſuperficiem, in qua ſunt centrum uiſus e, & axis dati ſpeculi columnaris, qui ſit d f: ſitq; punctum e in eadẽ ſuperficie cum linea t h: erit ergo punctum e in linea, in qua illæ duæ ſuperficies ſe interſecant: quod neceſſe eſt eſſe per 19 th. 1 huius, & per 1 p 11. Dico quòd formæ totius lineæ t h à circumferentia circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficiei t h e, & ſuperficiei colũnæ ipſius ſpeculi) quæ ſit g b, fiet reflexio ad uiſum. Aut enim centrum uiſus (quod eſt e) erit retro lineam t h: & tunc, cum illa linea ſit corporalis, & non diaphana, eius denſitas occultabit uiſui ſpeculum, & nõ fiet reflexio, niſi fortè ſolæ formæ capitum lineę, quę ſunt t & h, appareant & reflectantur ad uiſum à circulo ſpeculi, qui eſt b g: & erit formarum horum capitum imago tendens ad curuitatem, ſicut per 56 th. 6 huius patuit de ſpeculis ſphæricis conuexis. Si uerò fuerit linea t h diaphana groſſæ diaphanitatis, ut cryſtallus: de hoc ſermo alter erit in decimo libro huius ſcientiæ. Sed ſi linea t h ſiue exiſtente diaphana ſiue non, fuerit uiſus ſub illa inter ipſam ſcilicet & ſpeculum: tunc occultabitur pars lineæ t h propter interpoſitionem capitis, in quo eſt uiſus: pars autem illa lineæ t h, quę uideri poteſt, non obſtante capitis impedimẽto, reflectetur à circulo b g ad uiſum, eodem penitus modo, quem de ſpeculis ſphæricis conuexis oſtendimus ſuo loco. Eſt ergo imago lineæ rectæ t h taliter uiſę ſemper curua. Quòd ſi centrum uiſus e fuerit extra terminos lineę t h in eadem ſuperficie, ut prius, & fiat reflexio formæ lineę t h ad uiſum: uidebitur imago lineę t h tota curua, ut patet ſecundum præmiſſa. Et hoc eſt propoſitum.

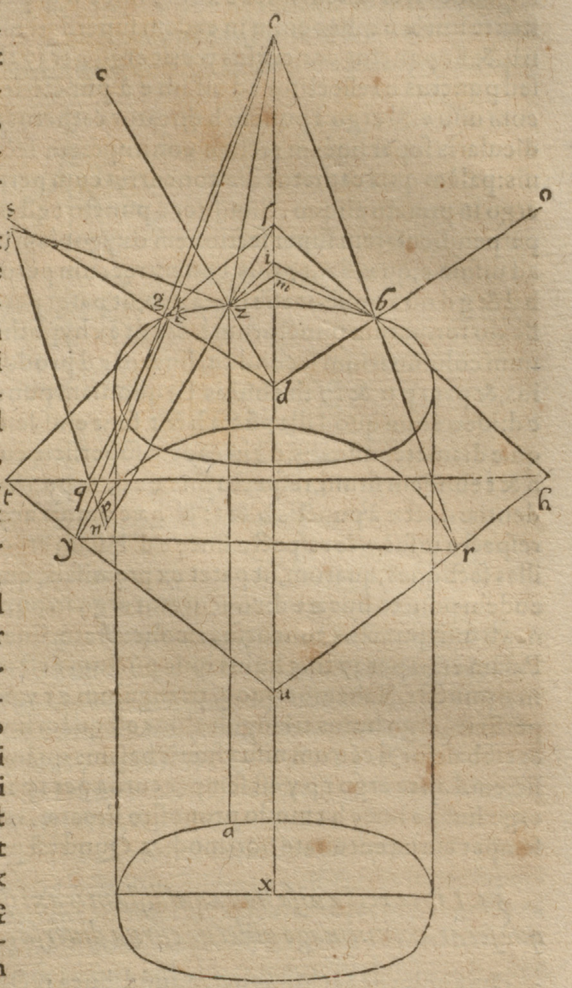


53. Lineæ rectæ uiſæ ſuperficie orthogonaliter axem ſpeculi columnaris conuexi ſecante, centroq́ uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie, factaq́ reflexione ad uiſum æqualiter diſtãtem ab extremis illius lineæ: eius imago uidetur maximæ curuitatis. Alhazen 29 n 6.

Sit ſuperficies plana, in qua eſt linea t h, orthogonaliter ſecans ſuperficiem, in qua ſunt centrum uiſus e, & axis ſpeculi columnaris conuexi, quod ſit b k g: ſitq; cẽtrum uiſus e non in eadem ſuperficie cum linea t h: cuius extrema t & h, ſicut proponitur, æqualiter diſtent à centro uiſus e: palamq; per 10 huius quoniam communes ſectiones omnium ſuperficierum reflexionis & ſpeculi, erũt oxygoniæ. Et quoniam ex hypotheſi forma puncti h reflectitur ad uiſum e ab aliquo puncto ſpeculi ꝓpoſiti: ſit ergo, ut hoc fiat à puncto b per 29 huius. Et quia punctus t eiuſdem eſt diſtantiæ à puncto e (quod eſt centrum uiſus) cuius eſt punctum h: patet quòd forma puncti t reflectitur ad uiſum e ab aliquo puncto ſpeculi: ſit illud punctum g. Et cum extrema puncta lineę h t ſint eiuſdem ſitus & longitudinis à centro uiſus e: erunt etiam puncta reflexionum formarum illarum punctorum (quę ſunt b & g) eiuſdem diſtantiæ & ſitus à puncto e centro uiſus. Igitur duo puncta b & g erunt in circulo æquidiſtante baſibus ſpeculi, qui cadet ſemper inter lineam h t & inter ſuperficiem tranſeuntem centrum uiſus e, & ſecãtem ſpeculum æquidiſtanter baſibus ipſius ſpeculi: quod ideo accidit, quia puncta reflexionum, quę ſunt b & g, plus declinant ad centrum uiſus, ad quod fit reflexio, quàm ipſa puncta h & t, quorum formę reflectuntur. Sit ergo ille circulus b z g, cuius centrum ſit d: ducantur itaq; lineæ incidentiæ, quę ſunt h b & t g: & lineæ reflexionum, quæ ſunt b e & g e: & à centro d ducantur perpendiculares ſuper lineas circulum b z g contingentes in punctis b & g, quæ ſint d g & d b o. Palamq; per 21 huius, quoniam illarum perpendicularium partes, quæ ſunt g d & d b ſunt ſemidiametri circuli b z g: & ducatur linea à puncto d centro circuli ad centrum uiſus, quę ſit e d: & producantur lineæ incidentię, quę ſunt h b & t g, donec concurrant cum linea e d. Cũ aũt puncta h & t ſint eiuſdẽ ſitus & diſtantiæ, reſpectu pũcti e, & reſpectu centri d: palã quòd lineæ h b

& t g

& t g habebunt eundem ſitum, reſpectu lineæ e d: concurrent ergo in idem punctum illius lineæ e t: eſto quòd concurrant in punctum l: ducaturq́; linea longitudinis columnæ ſpeculi, in qua ſit punctus z: & ſit hęc linea in ſuperficie plana, in qua eſt centrum uiſus & axis ſpeculi: ſitq́; linea a z: & ducantur lineę l z n & d z c. Et quoniam ſuperficies, in qua ſunt centrum uiſus & axis ſpeculi, interſecat ſuperficiem, in qua eſt linea t h, ſit punctus lineæ t h, in quo fit hæc ſectio, punctus q: & a puncto q ducatur linea æquidiſtans lineæ d z c: cadet quidem hæc linea per 2 th. 1 huius ſuper axem ſpeculi ex una parte, & ſuper lineam l z n ex alia: cadat ergo in punctum n lineæ l z n. Palàm autem per 20 th. 5 huius quoniam angulus h b o (qui eſt angulus incidentiæ formæ puncti h) eſt ęqualis angulo o b e, qui eſt angulus reflexionis: ſed angulus h b o per 15 p 1 eſt æqualis angulo l b d, quoniam eſt ei contrapoſitus: & angulus o b e æqualis eſt duobus angulis b e d, & b d e per 32 p 1: cum in triangulo e b d ipſe ſit extrinſecus: angulus ergo l b d æqualis eſt eiſdem duobus angulis, ſcilicet b e d, & b d e. Seceturitaq; ex angulo l b d angulus, qui ſit m b d, æqualis angulo b d e per 27 th. 1 huius: remanet ergo angulus m b l æqualis angulo b e d. Quia ergo in triangulo e b m angulus b e m eſt æqualis angulo m b l trianguli b m l, & angulus b m e communis utriq; illorum trigonorum: erit per 32 p 1 angulus m b e trigoni maioris æqualis angulo m l b trigoni minoris: eſt ergo per 4 p 6 proportio lineæ e m ad b m, ſicut lineæ b m ad m l: ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ e m in m l æquale eſt quadrato lineę b m. Ducatur quoq; linea m z. Et quoniam angulus b d m maior eſt angulo z d m (quia enim angulus s d e eſt æqualis angulo o d e propter identitatem ſitus punctorum reflexionum, quæ ſunt b & g à centro uiſus e, quæ cauſſatur, ut præoſtenſum eſt, ex identitate ſitus punctorum uiſorum, qui ſunt h & t, reſpectu uiſus e: angulus uerò s d e maior angulo z d m, ut totum ſua parte: ergo & angulus b d m eſt maior angulo z d m) ſed & duo latera z d & d m ſunt æqualia duobus lateribus b d & d m: quoniam d b & z d ſunt ex centro ad circumferentiam, & latus d m eſt commune: erit ergo per 24 p 1 latus m b maius latere m z: illud ergo, quod fit ex ductu lineæ e m in l m, maius eſt quadrato lineę z m: ſit ergo ductus lineę e m in lineam m i, (quę minor eſt quàm ſit linea m l) æqualis quadrato lineæ m z: & ducantur lineæ i b, i z, e z. Et quia trianguli e z m, & z i m (quorũ cõmunis angulus eſt z m i) per 6 p 6 ſunt æquianguli, propter laterum ſuorum proportionalitatem ex 17 p 6, quę continent illum communem angulum: erit ergo angulus m z i æqualis angulo z e i: eſt ergo angulus m z l (qui eſt maior angulo m z i) maior angulo z e d: ſed quoniam angulus m b d conſtitutus eſt æqualis angulo b d m: erit linea m d æqualis lineæ m b per 6 p 1: ſed linea m b eſt maior quàm linea m z, ut patet ex pręmiſsis: ergo linea m d eſt maior quàm linea m z: ergo per 18 p 1 erit angulus m z d maior angulo m d z: igitur angulus d z l maior eſt duobus angulis e d z, & z e d. Angulus enim d z l continet angulum m z l maiorem angulo z e d: quoniam angulus m z i, qui eſt pars anguli m z l, æqualis eſt angulo z e d, ut ſuprà patuit. Item pręter angulum m z l, continet angulus d z l & angulũ d z m maiorem angulo m d z: angulus uerò n z c eſt æqualis angulo d z l per 15 p 1, & angulus e z c per 32 p 1 æqualis eſt duobus angulis z d e & z e d: eſt ergo angulus n z c maior angulo e z c. Seceтur ergo ex angulo n z c per 27 th. 1 huius angulus æqualis angulo e z c, qui ſit f z c, ducta linea z f: quę quidem concurret cum linea n q per 2 th. 1 huius: quoniam concurrit in puncto z cum linea c d æquidiſtante lineę n q: concurrat ergo ſuper punctum f. Cum ergo angulus f z c ſit æqualis angulo e z c: palàm per 20 th. 5 huius quoniam reflectetur forma puncti f ad uiſum e à puncto ſpeculi z: ſed forma puncti q reflectitur ad uiſum ab aliquo puncto lineę longitudinis ſpeculi tranſeuntis per punctum z: reflectitur ergo à puncto, quod eſt ultra punctum z. Quia ſi detur, ut reflectatur à puncto, quod ſit citra punctum z, propinquius puncto e, quàm ſit punctum z: tunc linea ducta à puncto q ad illum punctum reflexionis ſecabit lineam f z: ille ergo punctus ſectionis reflectetur ad uiſum e à duobus punctis lineę longitudinis ſpeculi, quæ eſt z a, ſcilicet à puncto z, & ab alio puncto dato: quod eſt impoſsibile per 26 huius. Sumatur ergo punctus reflexionis formę puncti q ultra punctum z: & ſit punctus k: à quo reflectatur forma puncti q ad uiſum e: & ducatur linea in-



cidentię, quę sit q k, & linea reflexionis, quę e k: & producatur linea e k, donec concurrat cum linea n q: concurret autem linea e k cum linea n q per 2 th. 1 huius: quia concurrit cum linea d c æquidistante lineæ n q: hęc enim in eadem superficie est inter puncta e & k: concurrunt itaque lineę e k & n q: & sit punctus concursus p: erit ergo per 37 th. 5 huius pūctus p locus imaginis formæ puncti q: sed punctus h reflectitur ad uisum e à puncto sectionis oxygonię, cum non sit in eadem superficie cum uisu e. Si ergo à puncto h ducatur cathetus incidentiæ formæ puncti h, quæ erit linea perpendicularis super lineam rectam contingētem sectionem oxygoniam in aliquo puncto ipsius sectionis: palàm quia cathetus illa concurret cum perpendiculari o b d sub axe per 44 huius: concurrat ergo in puncto aliquo. Similiter à puncto t est ducere unam cathetum incidentiæ, lineam scilicet perpendicularem super sectionem oxygoniam, à cuius sectionis puncto reflectitur forma puncti t ad uisum e, quæ, sicut prius, concurret cum perpendiculari s g d sub axe. Et quoniam semidiametri b d & g d non possunt esse linea una, ut patet per 78 th. 4 huius: palàm per 112 th. 1 huius quoniam reflexio formarum punctorum h & t fit ex hypothesi, & per 23 huius à duobus punctis duarum sectionum columnarium secundum lineam c d productam trans speculum se intersecantium per 24 huius, & per 1 p 11, & 19 th. 1 huius. Et quoniam puncta h & t lineæ h t sunt eiusdem situs, respectu lineæ e d: ideo enim quòd illa pūcta h & t sunt eiusdem situs, respectu uisus e ex hypothesi, linea uerò e d, quæ diameter uisualis, est in eadem superficie cum axe speculi & centro uisus: habent ergo puncta h & t eundem situm, respectu lineæ e d, & puncta sectionis similiter, per quæ transeunt catheti incidentiæ ductæ à punctis h & t: & hæc omnia accidunt propter identitatem situs punctorum h & t, respectu uisus e, & respectu lineę e d. Palàm ergo quòd illæ duę catheti à punctis h & t ductæ super illas sectiones, quarum, ut patet ex pręmissis, quælibet concurrit cum linea e d, ambæ cōcurrent in eodem puncto lineæ e d: concurrant ergo in puncto u. Et quia linea e b producta concurret cum linea h u: sit punctus concursus r: concurratq; linea e g cum linea t u in puncto y: & ducatur linea r y. Palàm ergo per 37 th. 5 huius quia pūctum r est imago formę puncti h, & punctum y est imago formæ puncti t. Habemus quoq; triangulum e r y, & extra superficiem huius trianguli est pūctum z: superficies ergo huius trianguli altior est quàm linea e p, si cētrum uisus fuerit altius quàm linea h t, & est bassior, si cētrum uisus fuerit bassius quàm linea h t: est ergo pūctus p semper extra illā superficiem. Linea ergo r p y est semper curua per 1 p 11, sed ipsa est imago lineę t h, ut patet per 37 th. 5. Est ergo imago lineę h t modo proposito situatæ, respectu centri uisus & speculi columnaris conuexi, semper curua curuitate non modica. Quod est propositum.

54. Lineæ rectæ uisæ non æquidistantis axi speculi columnaris conuexi, cuius superficies obliquè secat axem: imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

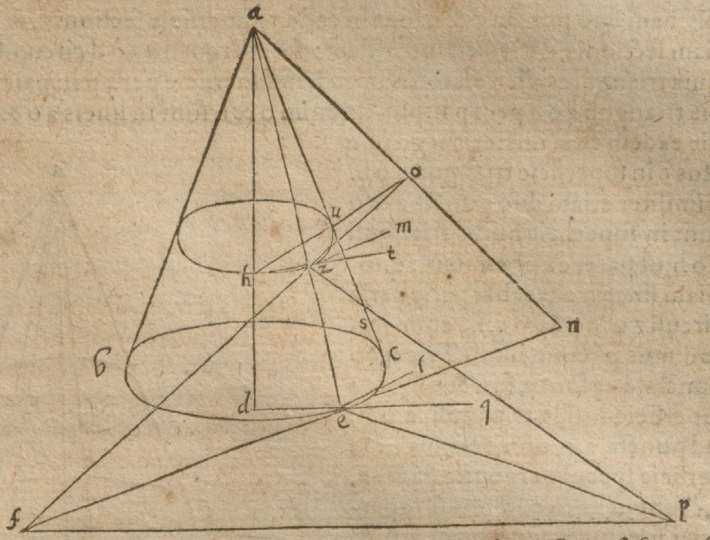
Quia enim per 51 huius patet quòd linea recta æquidistās axi speculi columnaris conuexi imaginē habet nō rectam sed curuam, licet modicę curuitatis: lineę uerò (cuius superficies orthogonaliter secat axem speculi, uisu non existēte in eadem superficie cū linea uisa) imago semper uidetur curua per proximam pręmissam: palàm per eandē quoniā lineę inter has duas sitę, quę magis accedunt ad sitū lineæ æquidistantis lineæ lōgitudinis colūnę, habebūt imagines plus accedētes rectitudini: lineę uerò, quæ plus appropinquāt lineis, quarū superficies orthogonaliter secāt axem, plus accedunt in suis imaginibus ad curuitatem: & augmētatur uel minuitur curuitas imaginum secundum accessum uel recessum linearum ad alterum istorum situum. Et hoc est propositum.

55. Forma omnis lineæ rectæ incidentis uertici speculi pyramidalis cōuexi obliquè super axe, reflectitur ad centrum uisus intra illam & superficiem speculi constitutum à linea longitudinis speculi: imagoq; ipsius uidetur curua modicæ curuitatis, cuius conuexitas est ad uisum. Alhazen 32 n 6.

Sit speculum pyramidale conuexum a b c, cuius uertex sit a, & cuius axis sit a d: signeturq; in superficie conica eius lineā longitudinis, utcūq; cōtingit, quę sit a z, per 101 th. 1 huius: ducaturq; per punctum z superficies æquidistans basi pyramidis: hęc ergo per 100 th. 1 huius secabit pyramidem speculi secūdum circulum, qui sit z u: & ducatur per 11 p 1 à pūcto z perpēdicularis super lineam longitudinis z a: quę producta ad axem speculi, qui est a d, cadat in pūctum h: cōcurret autem cum axe per 96 th. 1 huius, uel per 14 th. 1 huius: ideo quia angulus d a z est acutus. Et à pūcto z ducatur linea contingens circulum z u per 17 p 3, quę sit z m: & ducatur à pūcto a linea cōtinens cum utraq; linearum a z & a b, angulum acutum: quę sit extra superficiē contingētem pyramidem super lineam a z: hoc enim est possibile, cū angulus h a z sit acutus. Sit ergo illa linea a n: & in superficie, in qua sunt lineę a n & a h, ducatur à puncto h linea continens cum linea a h angulum æqualem angulo z h a per 23 p 1: hęc ergo linea concurret cum linea a n per 14 th. 1 huius: ideo quòd, ut patet ex pręmissis, duo anguli n a h & a h z sunt acuti. Sit ergo pūctus concursus o: linea itaq; h o secabit circūferentiā circuli z u: ideo enim quòd angulus a h o est æqualis angulo a h z, oportet quòd lineæ z h & o h sint in eadem superficie. Secet ergo linea h o peripheriam circuli in puncto u: & ducatur linea longitudinis speculi, quę a u: & extrahatur linea perpendicularis h z extra speculum ad punctum t: & ducatur linea o z: & producatur in continuum & directum: & sit o z f: & producatur linea a z ad punctum e. Angulus ergo f z h erit acutus per 15 p 1: quia linea o z cum linea t z continet angulum

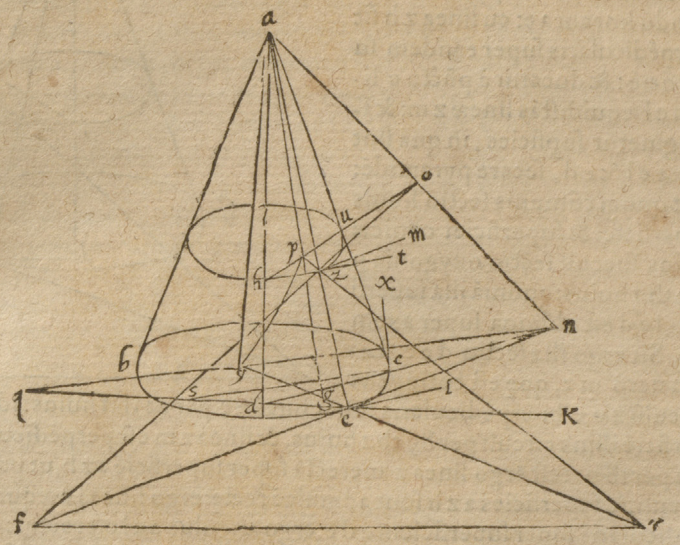
acutum:

acutum: eſt enim angulus a z t rectus. Et quia linea o z ſecat ſuperficiem contingentem ſpeculũ ſuper lineam a z, ſuper quam erecta eſt linea h z, ut patet ex pręmiſsis: angulo itaq; a z h exiſtente recto, angulus o z a eſt acutus: ergo per 15 p 1 relinquitur ut angulus e z f ſit acutus. A puncto ergo f ducatur perpendicularis ſuper lineam a e per 12 p 1: & producatur in continuum & directũ, donec concurrat cum linea a o in puncto n: concurret autem linea f e cum linea a o per 14 th. 1 huius: ideo quia angulus e a o eſt acutus, & angulus a e n rectus: & ducatur à puncto e linea e d æquidiſtans lineę z h: erit ergo ꝑ 8 p 11 linea e d perpẽdicularis ſuper ſuperficiem cõtingẽtem pyramidẽ ſecundũ lineam a e: cũ linea z h ſit perpẽdicularis ſuper eandem ſuperficiẽ: & ducatur à pũcto e linea e l æquidiſtãs lineæ z m: & imaginetur ſupficies, in qua ſint lineę e l & e d, ſecare pyramidẽ: erit quoq; cõmunis ſectio huius ſuperficiei & ſuperficiei conicæ ipſius ſpeculi ſectio oxygonia ꝑ 103 th. 1 huius: quoniã illa ſuperficies l e d eſt obliqua ſuper axem a d. Sit ergo illa ſectio d e c. Linea uerò m z, quę eſt cõtingens



circulũ z u, eſt perpẽdicularis ſuper lineã a e per 22 th. 1 huius: ideo quia axis a h erectus eſt ſuper ſuperficiẽ illius circuli per 89 th. 1 huius, & linea z m eſt perpẽdicularis ſuper illius circuli ſemidiametrũ per 18 p 3: eſt ergo linea z m recta ſuper ſuperficiẽ a z h, ut patuit in 41 huius: quoniã ſuperficies circuli, & ſuperficies a z h ſunt adinuicẽ rectę: ergo linea l e æquidiſtãs lineę z m, per 8 p 11 eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiem a d e: ergo angulus a e l eſt rectus: quod tamẽ facilius patet per 29 p 1. Quia enim angulus a z m eſt rectus, erit & angulus a e l rectus: ſed & angulus a e n eſt rectus: & ſimiliter angulus a e d eſt rectus ꝑ 29 p 1: ideo quia angulus a z h eſt rectus, & linea e d ęquidiſtat lineę z h: ergo per 5 p 11 lineæ n e, l e, d e ſunt in eadẽ ſuperficie ſectionis: & linea a e eſt erecta ſuper ſuperficiẽ illius ſectionis: cũ oẽs illę lineę cũ linea a e cõcurrant ad angulos æquales & rectos: ergo linea f n eſt in ſuperficie ſectionis. Protrahatur itaq; linea d e in continuũ & directũ uſq; ad pũctum q: & extrahatur à pũcto f linea æquidiſtãs lineæ d e q, quę ſit f p: hęc ergo linea æquidiſtabit lineę h z per 30 p 1: & producatur à pũcto z in ſuperficie o z h linea recta continẽs cũ linea z t angulũ æqualẽ angulo o z t, qui eſt acutus per 13 p 1: ideo quia, ut ſuprà patuit, angulus o z h eſt obtuſus: hæc ergo linea cõcurret cũ linea f p per 2 th. 1 huius: quia ſecabit lineã z h æquidiſtãtẽ lineę f p, & eſt in ſuperficie eius: q̃a linea z f eſt in ſuperficie eius: oẽs aũt lineę æquidiſtãtes ſunt in eadẽ ſuperficie per 1 th. 1 huius: cõcurrat ergo in pũcto p: & ſit angulus p z t æqualis angulo o z t. Et quia angulus o z t eſt æqualis angulo z f p per 29 p 1, quia eſt extrinſecus illi, & angulus t z p æqualis eſt angulo ſibi coalterno, qui eſt angulus z p f: palã quòd angulus z f p eſt æqualis angulo z p f: ergo per 6 p 1 lineæ z f & z p ſunt æquales. Et quia linea f e n eſt in ſuperficie ſectionis, & linea f p eſt æquidiſtãs lineæ e d, quæ eſt in ſuperficie ſectionis: eſt ergo per 2 th. 1 huius & per 7 p 11 linea f p in ſuperficie illius ſectionis. Producatur quoq; linea p e: erit ergo linea p e ſimiliter in ſuperficie ſectionis per 7 p 11. Et quoniã ſuperius declaratũ eſt quòd linea lõgitudinis ſpeculi, quę eſt e a, eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſectionis: uterq; ergo angulus a e p & a e f eſt rectus ꝑ definitionẽ lineę ſuper ſuperficiẽ erectę: quadratũ ergo lineę f z ualet duo quadrata linearũ z e & f e ꝑ 47 p 1: ſimiliter quadratũ lineæ z p ualet duo quadrata linearũ z e & e p: ſed quadratũ lineę z f eſt æquale quadrato lineę z p: quia & linea lineę eſt æqualis ex pręmiſsis: eſt aũt amborũ cõmune quadratũ lineę z e: relinquitur ergo quadratũ lineę f e æquale quadrato lineę e p: erit ergo linea f e æqualis lineę p e: ergo per 5 p 1 duo anguli e p f & e f p ſunt ęquales. Sed angulus n e q eſt ęqualis angulo e f p per 29 p 1: quia eſt ei extrinſecus, & angul9 q e p eſt ęqualis angulo e p f: quia eſt ei coalternus. ſunt ergo anguli n e q & q e p ęquales. Ergo ꝑ 20 th. 5 huius forma pũcti n reflectetur ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto p à pũcto ſpeculi e: & forma pũcti o reflectetur ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto p à pũcto ſpeculi z. Et omnis linea producta à pũcto f ad aliquod pũctũ lineę o n, ſecabit lineã z e. Patet quoq; ſecũdũ pręmiſſa quòd illa linea erit ęqualis lineę ꝓductę à pũcto p ad illud idẽ pũctum: quia linea a e eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ, in qua ſunt lineę p e & f e, quę eſt ſuperficies ſectionis: & duę lineę f e & p e ſunt æquales: oẽs ergo lineę extractę à pũctis f & p ad aliquod unũ pũctum lineę z e, ſunt ęquales, iterãdo modũ ꝓbandi, quo uſi ſumus prius. Patet ergo quòd forma omnis pũcti, qui eſt in linea o n, reflectetur ad uiſum exiſtentẽ in pũcto p ex illo pũcto ſpeculi, quod ſecatur in linea z e. Omnis quoq; linea extracta ex uertice pyramidis, qui eſt a, cadensq; obliquè ſuper axem pyramidis ſpeculi, qui eſt a d, ita ut angulos acutos contineat cũ axe a d, & cũ linea longitudinis, quę eſt a z, uel alia quacũq;, pręmiſſo modo demonſtrari poteſt, quia aliqua pars ipſius reflectitur ad uiſum tunc diſpoſitum, reſpectu illius

uiſibilis,ut nunc eſt diſpoſitus punctus p,reſpectu lineæ o n. Similiterq; patet,quòd in hac diſpoſitione formæ punctorum totius lineæ a o n reflectentur ad uiſum in puncto p exiſtentem.Et ſi punctus f ulterius producatur in maiori diſtantia à puncto z: augmentabitur quantitas lineæ a o n ſecundum illud. Et huius quidem ſimile demonſtratum eſt per 41 huius:nunc uerò hoc præmiſimus in hoc propoſito theoremate,ut ſtudioſus indagator ea,quæ ſequuntur, facilius acceptet. Omnibus itaq; his ſuo modo diſpoſitis cõtinuetur linea n d: ſecabit ergo linea n d circumferentiá ſectionis:nam duo puncta d & n ſunt in eadem ſuperficie ſectionis, & punctum n eſt extra circumferentiam ſectionis,d uerò eſt intra illam: ſecet ergo linea n d circumferentiam ſectionis in puncto c: & quia triangulus a h o eſt totus in eadem ſuperficie per 2 p 11: palàm quoniam linea n d erit in ſuperficie trianguli a o h per 1 p 11:puncta enim d & n ſunt in lineis a o & a h:ergo & linea n d eſt in ſuperficie eadem cum illis:erit ergo punctus c in ſuperficie trianguli a o h. Similiter etiam duo puncta a & u ſunt in ſuperficie huius trianguli a o h,ut patet ex præmiſsis: quoniam linea h o ſecabat peripheriá circuli z u in pũcto u:ſic enim uocauimus pũctum illud. Tria ergo puncta,quę ſunt a & u & c ſunt in ſuperficie huius trianguli a o h: ſed puncta a,b,c ſunt omnia in ſuperficie ſpeculi: ergo tria pũcta a, u,c ſunt in linea communi ſuperficiei ſpeculi & ſuperficiei a n d: ſed hæc linea communis eſt linea recta per 90 th. 1 huius: ſit enim ſectio ſecũdum axẽ ſpeculi: ergo puncta a, u, c ſunt in linea recta. Protrahatur ergo linea a u rectè

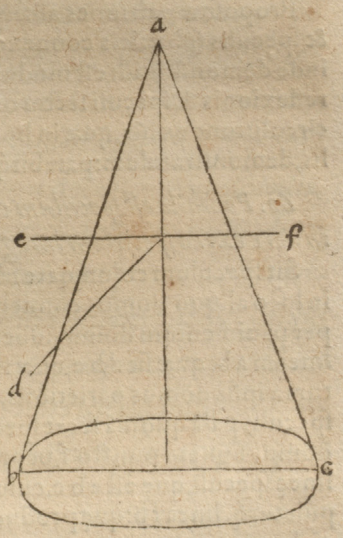


ad punctum c: & producatur linea r z ultra punctum z: quæ ſecabit lineá o h per 29 th.1 huius: ideo quia lineæ r z & h o ſunt in eadem ſuperficie,& linea r z,quæ ſecat angulum f z t,ſecat angulum eius contrapoſitum,qui eſt h z o: ergo & baſim illi ſubtenſam, quæ eſt h d, neceſſariò ſecabit:ſecet ergo ipſam in puncto p. Eſt ergo punctus p in ſuperficie trianguli a o h. Producatur quoq; linea a p: & protrahatur ultra p:ſecabit ergo lineá d n per 29 th.1 huius: quoniá ſecat angulũ d a n: ſecet quoq; ipſum in puncto g. Et quia punctus f nõ eſt in ſuperficie contingẽte pyramidem ſpeculi tranſeunte per lineá a z e,ſed obliquè incidit eidẽ,ut patet ex pręmiſsis:eſt aũt in ſuperficie ſectiõis: & quoniá ſuperficies ſectionis nõ eſt erecta ſuper ſuperficiẽ a d e per 103 th.1 huius:patet per 4 p 11 quia neceſſariò erit angulus f e d acutus,quoniá angulus a e f eſt rectus: angulus ergo d e n per 13 p 1 eſt obtuſus:ergo angulus e d n eſt acutus per 32 p 1:cadit ergo in triangulo amblygonio,qui eſt d e n. Et ſit linea c x contingens ſectionem in puncto c.Per ea ergo,quæ pręmiſſa ſunt in demõſtratione 45 th. 5 huius,& etiá ex eo quoniá angulus d c x eſt obtuſus: palá quòd perpẽdicularis extracta ex pũcto c ſuper lineá c x cõtingẽtẽ ſectionẽ,ſecat angulũ d c x: & qđ cõcurret cũ linea e d ſub pũcto d:hęc ergo perpẽdicularis ſecet lineá e d producta m ultra pũctum d in pũcto s: perpẽdicularis ergo extracta ex pũcto n ſuper lineá cõtingẽtem ſectionẽ, ſecabit lineá e d ultra pũctum s remotius à pũcto d, quàm ſit pũctus s: ſiue iſtæ perpẽdiculares cũ linea e d cõcurrant ultra circũferentiam ſectionis,uel intra illá.Perpẽdicularis enim extracta à pũcto n ſuper lineá cõtingentẽ ſectionẽ nõ ſecabit angulũ d c x,ſicut linea perpẽdicularis ducta à pũcto c ſecat angulũ illũ. Vt enim patet per 46 huius, & per 113 th.1 erit illa perpendicularis remotior à linea n e, q̃ ſit linea n d:hęc ergo perpendiculariter ſecat axẽ ſpeculi,qui eſt a d,in pũcto altiori q̃ ſit pũctum d: ſit ergo perpẽdicularis extracta à pũcto n ſuper lineam contingẽtem ſectionem in puncto ſuæ incidentiæ linea n q: & linea r e ſecat lineam n e in puncto e,qui eſt pũctus circũferentiæ ſectionis, & eſt in ipſius ſuperficie: & ſimiliter linea n q eſt in ſuperficie ſectionis.Si ergo linea r e,quæ eſt linea reflexionis,extrahatur in cõtinuum & directũ: palàm quòd ipſa ſecabit lineá n q,per 29 th.1 huius:quoniá ipſa protracta ſecat angulũ q e n: ſecabit ergo baſim q n in trigono n e q:ſit ergo,ut ſecet ipſam in pũcto y. Itẽ quia pũctũ e (qđ eſt in ſuperficie ſectionis) eſt extra ſuperficiẽ trigoni a n d,patet qđ trigonũ a n d ſecabit ſupficiẽ ſectiõis:quia ſuperficies a n d nõ eſt ſuperficies ſectionis:cũ,ſicut patet ex pręmiſsis, pũctus a ſit extra ſuperficiẽ ſectionis,& linea a e ſit perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſectiõis, & pũctus e eſt in circũferẽtia ipſius ſectionis:eſt aũt linea n c d cõmunis ambabus illis ſuperficiebus,trigoni ſcilicet a n d & ſectionis.ergo p 19 th.1 huius linea n c d eſt cõmunis ſectio illarũ ſuperficierũ,ſcilicet trigoni a n d & ſectiõis, & linea n q cõcurrit cũ ipſa ſectiõe ultra pũctũ c,ut ſuprà declaratũ eſt: ergo linea n q eſt ultra ſuperficiẽ trigoni a n d:ſed linea a p g eſt in ipſa ſuperficie trigoni a n d:pũctus ergo y (qui p 37 th. 5 huius eſt locus imaginis formæ pũcti n,cũ ipſe ſit cõmunis ſectio lineæ reflexionis,q̃ eſt r e, & catheti incidẽtiæ formę pũcti n,q̃ eſt linea n q) erit ultra lineá a p g. Viſu itaq; exiſtẽtę in pũcto r,& forma alicuius rei uiſę reflexa ad cẽtrũ uiſus in pũcto r à linea lõgitudinis ſpeculi, quæ eſt z e(ut nũc in præcedentibus

dentibus oſtenſum eſt, quòd forma pũcti o reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto r à pũcto ſpe-
culi z: & forma puncti n à puncto ſpeculi e) tunc punctus p erit locus imaginis formæ puncti o per
37 th. 5 huius: quoniam ipſe punctus p eſt cõmunis ſectio lineæ reflexionis, quæ eſt z r, & catheti in-
cidentiæ formæ puncti o, qui eſt linea o h: & punctus y eſt locus imaginis formæ puncti n: forma ue-
rò puncti a uidebitur in ſuo loco proprio: quia eſt in uertice pyramidis: & erit imago lineæ a o n li-
nea tranſiens per puncta a, p, y. Sed hæc linea eſt conuexa, quia punctum y eſt ultra lineam a p g: ſit
ergo illa linea imaginis curua, quæ eſt linea a p y. Iam autem patuit quòd formæ omnium punctorũ
lineæ a n reflectantur ad uiſum exiſtentem in puncto r à linea lõgitudinis ſpeculi, quæ eſt a e. Lineę
ergo reflexionum, per quas reflectuntur illæ formæ, ſunt omnes in ſuperficie trianguli r a e: omnes
ergo imagines punctorum lineę a n ſunt in hac ſuperficie: ergo linea a p y, quæ eſt cõuexa, eſt in hac
ſuperficie: & punctus p, qui eſt locus imaginis formæ puncti o, eſt propior centro uiſus, qui eſt pun-
ctus r, quã ſit punctus y, qui eſt locus imaginis formę puncti n: propter quod erit conuexitas huius
imaginis reſpiciens centrum uiſus: eritq; conuexitas parua. Et diameter huius imaginis (quæ dia-
meter eſt linea a y) erit minor, quã ſit linea a n, cuius imaginis eſt ipſa diameter: erit aũt illius diuer-
ſitatis exceſſus in modica quantitate. Imagines ergo linearum, quæ extrahuntur ex uerticib. pyra-
midaliũ ſpeculorum conuexorũ obliquè ſuper axem ſpeculi, cõprehendũtur à uiſu in talib. ſpeculis
ſecundum lineam longitudinis ſuæ reflexę: & apparent conuexę. Et hoc eſt propoſitum.

*56. Omnis forma lineæ rectæ æquidiſtantis latitudini ſpeculi pyramidalis conuexi, uiſu exi-
ſtente extra eius ſuperficiem ſpeculum æquidiſtanter baſi ſecantem, reflectitur ad uiſum ſecun-
dum oxygonias ſectiones, imagoq́; ipſius uidetur curua maximæ curuitatis, cuius cõuexitas eſt
ad uiſum. Alhazen 33 n 6.*

Eſto ſpeculum pyramidale conuexum: cuius uertex ſit a: diameter baſis b c: eſt ergo ipſius latitu
do trigonũ a b c: ſitq́; centrum uiſus d, & linea recta uiſa ſit e f æqui-
diſtans ſuperficiei trigoni a b c, ſitq́; centrum uiſus d extra ſuperfi-
ciem, in qua linea e f exiſtente per ipſam ſecaretur ſpeculum ęquidi
ſtanter ſuæ baſi. Dico quòd forma lineę e f reflectitur ad uiſum d ſe-
cundum oxygonias ſectiones ſpeculi ſuperficiem ſecantes. Non e-
nim poteſt reflecti ſecundum lineam longitudinis ſpeculi: quoniã
tunc oporteret, ut cõcurreret cum axe ſpeculi uerſus uerticem per
41 huius, & quòd obliquè incideret eidem, cuius oppoſitũ dicit hy-
potheſis: à ſuperficie uerò iſtorum ſpeculorum ſecũdum circulum
non fit reflexio per 12 huius. Oportet ergo de neceſsitate, ut harum
linearum reflexio cũ fit ad uiſum, fiat ſecundũ oxygonias ſectiones.
Et quoniam catheti incidentię, quæ ſunt perpendiculares ſuper il-
las oxygonias ſectiones, (quoniã ſunt perpẽdiculares ſuper lineas
illas ſectiones contingẽtes) cũ lineis reflexionum concurrunt non
in eadẽ linea ęquidiſtante lineę uiſæ, ſed in lineis diuerſis: ideo ima-
gines talium linearum ſic diſpoſitarum reſpectu ſuperficierum iſto-
rum ſpeculorum uidẽtur curuæ: ſicut de ſpeculis columnarib. oſtẽ-
dimus in 53 huius. Sunt aũt imagines harũ linearum multũ curuæ,
ita ut ipſarum curuitas ſit manifeſta ſenſui: ſitq́; centrum illarũ ima-
ginum extra ſuperficies, in quibus eſt conuexitas formarum harum linearum: fiuntq́; diametri ima
ginum harum linearum multò minores ipſis lineis: quod accidit propter augmentum ſuę curuita-
tis. Patet ergo propoſitum.



*57. Linearum rectarum ſuperficiebus ſpeculorum pyramidalium conuexorum non ſecundũ
concurſum cum uertice axis, neq; æquidiſtanter latitudini ſpeculi, ſed inter hæc obliquè inciden
tium imagines ſunt curuæ, diuerſæ curuitatis ſecundum modum, quo plus participant ſitib. ex-
tremis. Alhazen 34 n 6.*

Quod hic proponitur, ſatis euidentẽ habet cauſſam. Lineę enim rectę applicatæ his ſpeculis neq;
ſecundum lineam longitudinis, ut in 41 & 55 huius, neq; ęquidiſtanter latitudini ſpeculi, ut in præ-
miſſa: medio modo, ſecundum quod plus approximant uni ſitui uel alteri, participant modos curui
tatis. Vnde illæ, quę plus approximant in ſuo ſitu lineis exiſtentibus in longitudine ſpeculi, habent
formas minus conuexas, quę uerò plus approximant lineis ęquidiſtantibus latitudini ſpeculorum,
habent formas magis manifeſtè conuexas: ſed tortuosè tamen: quia, quę appropinquant plus uerti
ci ſpeculi, habent formas ſtrictiores & cõuexiores, quę uerò appropinquant plus baſi ſpeculi, ha-
bent formas ampliores: ueruntamen omnium illarum imaginum conuexitas erit manifeſta. Patet
ergo propoſitum.

*58. Omnis forma rei uiſæ in ſpeculis pyramidalib. conuexis uidetur pyramidalis, ſimilis ſpecu
li pyramĩdalitati. Alhazen 35 n 6.*

Quod hic proponitur, patet per 40 th. 6 huius: quoniam ibidem monſtratum eſt in ſpeculis ſphę
ricis conuexis, quòd quantò minus fuerit illud ſpeculum, tantò minores erunt circuli cadentes in
ſuperficie ipſius: & ſic imagines erunt propinquiores centro, & ideo erũt minores. Similiter quoq;

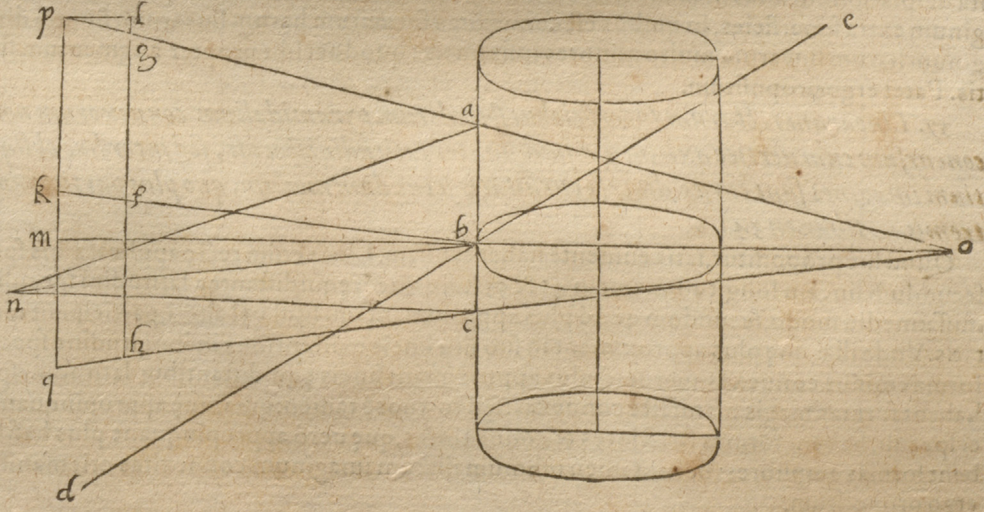
ſectiones cadentes in aliquo ſpeculo pyramidali: illę, quæ ſunt propinquiores uertici, ſunt minores & ſtrictiores: & ſic locus imaginis erit propinquior puncto, in quo cum axe ſpeculi cõcurrunt perpendiculares ductæ ſuper ſuperficies, contingentes ipſa ſpecula in punctis reflexionum oxygoniarum ſectionum, à quarum punctis fit reflexio ad uiſum: erunt ergo illæ imagines minores. Sectiones uerò oxygoniæ, quæ ſunt propinquiores baſi, habent contrariam diſpoſitionem alijs ſuperioribus, quoniam ipſæ ſunt ampliores, ut patet per 116 th. 1 huius: unde loca imaginum fiunt remotiora à puncto, in quo concurrunt prædictæ perpendiculares, ductæ ſuper ſuperficies contingentes ipſa ſpecula in punctis reflexionũ: fiunt ergo imagines maiores. Et propter hoc accidit, quòd imagines formarum uiſarum in ſpeculis pyramidalib. conuexis fiunt pyramidales, ſimiles pyramidalitati ſpeculorum. Quod enim ex formis fuerit propinquius uertici ſpeculi, erit ſtrictius: & quod fuerit propinquius baſi, erit latius. Omnino enim forma rei uiſæ, quæ comprehenditur per reflexionem ab aliquo ſpeculorum facta, aſsimilabitur ſuperficiei ſpeculi, à qua reflectitur illa forma, ut patet per 38 th. 5 huius. Reliquæ uerò omnes fallaciæ, quæ accidunt uiſui ex ſpeculis columnarib. conuexis, accidunt etiam ex iſtis ſpeculis pyramidalib. conuexis: unde non eſt hic reiterationi talium immorandum. Econuerſo etiam quæcunq; fallaciæ accidunt in ſpeculis his pyramidalibus, accidunt etiã in ipſis columnaribus, excepta pyramidatione imaginum: quoniã oxygonię ſectiones columnariũ ſpeculorũ, quę ſunt eiuſdem decliuitatis ſuper axẽ colũnę, oẽs ſunt ęquales: & pars omnis talis ſectionis cacumen ſpeculi reſpicientis eſt ſimilis parti ſibi ęquali in eodẽ ſitu reſpicienti baſim ſpeculi, quod non eſt in ſectionib. oxygonijs pyramidum, quę, ut oſtenſum eſt p 116 th. 1 huius, omnes ad partem baſis pyramidum dilatantur, ſecundum quod circuli ipſas æquidiſtanter baſibus ſecantes ſunt maiores, qui circuli omnes in columnis ſunt æquales. Patet itaq; propoſitum.

59. In ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis maioribus maiora uidentur idola: reiq́; uiſæ propinquioris imago uidetur maior. Alhazen 36 n 6.

Propoſitæ paſsiones aliæq; quã plures cõmunes ſunt his ſpeculis columnaribus & pyramidalib. & ſpeculis ſphæricis conuexis: unde iſtarum paſsionum, ſicut & aliarum communium, idem hinc inde demonſtrandi eſt modus. Verùm ſi in propoſitis his ſpeculis fiat communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſectio oxygonia, quæ non accidit in ſpeculis ſphæricis, cum in illis ſolùm ſint circuli: tunc ex his, quæ in hoc noſtro libro præmiſimus, hic erit in ipſis ſectionibus, ut illic in circulis, demonſtrandum: patebitq; propoſitum ingenio diligenti.

60. Poſsibile eſt ſpeculum columnare uel pyramidale cõuexum taliter ſiſti, ut intuens uideat in aere extra ſpeculum imaginem rei alterius non uiſæ.

Sit ſpeculum columnare cõuexum: cuius linea longitudinis ſit a b c: quod erigatur ſup baſim ſuã in loco aliquo domus conuenienter amplæ, ita ut linea a c, cuius medius punctus ſit b, ſit erecta ſuper pauimentum domus: ducaturq; linea contingens ſpeculum in puncto b perpendiculariter ſup lineam a b: quæ ſit d b e, quæ ſecundum puncta d & e tangat parietes domus: & illa puncta ſignentur in ipſis domus parietibus. Superficies itaq;, in qua eſt linea d b e (quę eſt orthogonalis ſup axẽ ſpeculi) palã quoniã ſecat ſpeculũ ſecundum circulũ p 100 th. 1 huius. Super punctũ itaq; d parietis domus ſignato puncto f, ut propinquius cõuenienter poſsit fieri: ducatur à pũcto f linea ęquidiſtãs lineę ſpeculi, quę eſt a b c, cuiuſcũq; quãtitatis placuerit: quę ſit g f h: & eius medius punctus ſit f: copuletur q; linea f b: quę producatur ultra punctũ f trãs murum in punctũ k: & perforetur paries ſecũdum lineã g f h, ita quòd ex alia parte ſuperficiei muri maior fiat excisio rimę parietis q̃ uerſus ſpeculũ, ſicut conſueuit fieri in feneſtris domorũ: ſitq; totalis illa excisio rimę ſecũdũ extẽſionẽ lineę b f k: ſitq; illa rima f k l. Et à pũcto ſpeculi, qđ eſt b, ducatur linea erecta ſup ſuperficiẽ ſpeculi: quę erit ppẽdicularis ſup lineã d b e: quę educta extra ſpeculũ ſit b m. Angulo quoq; k b m fiat ſup punctũ b terminũ lineę m b angulus ęqualis, q ſit m b n, ducta linea b n. A pũctis quoq; g & h (quę ſunt extrema pũcta lineę g f h) ducãtur lineę ad ſpeculũ, quę ſint g a & h c: quę productę cõcurrant in puncto o ſupficiei circuli ſecantis ſpeculũ in puncto b: ducaturq;



ducaturq; linea b o: facta quoque tali resectione lineæ b n per 3 p 1 ut ipsa fiat æqualis lineæ b o. Dico quòd si in puncto n ponatur centrum uisus, quòd ad ipsum reflectetur forma lineæ g f h à linea longitudinis speculi, quæ a b c. Hoc autem patet per 30 huius. Forma quoq; totius lineæ g f h uidebitur extra speculum scilicet inter speculum & inter lineam g f h, scilicet citra punctum d lineæ d e contingentis speculum in puncto b, ut patet per 49 huius. Si itaq; lineç o g & o h producantur trás murum in puncta p & q, & copuletur linea una, quæ sit p k q, in quam tabula aliqua depicta ordinetur ultra murum, ita ut media linea formæ in illa tabula depictæ situetur super lineam p k q, taliterq; disponatur, quòd per uisum existentem in puncto n, uel citra illum uideri non possit forma depicta in tabula: uidebitur tamē uisu sic disposito imago illius formæ in aere reflexa à speculi superficie columnaris. Simili quoq; modo diligens intuitor potest sistere speculum pyramidale conuexū & centrum uisus per 41 & 49 huius. A' speculis uerò sphæricis conuexis adeò regularis reflexio non fiet, ut à propositis speculis: patet ergo propositum. Secundū hunc itaq; modum studiosus percontator inuigilet: quoniam hoc, quod hic præmisimus in pręsenti theoremate, exempli caussa fecimus, ut ex huius libri 7 diffusione, uia perquisitionis diuersi artificij pateat animę diligenti.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER OCTAVVS.

NOTIFICATIS aliqualiter passionibus speculorum planorum & cōuexorum regularium, ut sphæricorum, columnarium & pyramidalium: superest nunc, ut de speculorum concauorum proprietatib. aliqua conscribamus, sicut de illis, in quibus plus resultat reflexionum diuersitas & mirabilis diffusio naturalium formarum, uisuum'que aspicientium deceptio multiformis. Specula uerò concaua regularia (prout in 5 huius scientiæ libro th. 8 declarauimus) sunt tantùm tria, scilicet sphæricum, columnare & pyramidale: inter quæ primò de sphæricis concauis in præsenti libro tractabimus, utpote de illis, quorum passiones ueluti simpliciores alijs, in reliquà concaua specula descendunt. Et quoniam principia communia his speculis sphæricis concauis & sphæricis conuexis, in principio 6 libri sciētiæ huius præmisimus: ideo ipsa, ut ex præmissis supposita, hic non reiteramus: ea tamen, quæ propria sunt his speculis, duximus explicanda.

DEFINITIO.

Imaginem conuersam dicimus, quæ totalem situm rei uisæ uariat: ut si caput intuentis, quod est sursum, uideatur deorsum: & secūdum hoc totus situs partium imaginis, respectu situs partium rei uisæ uarietur.

THEOREMATA.

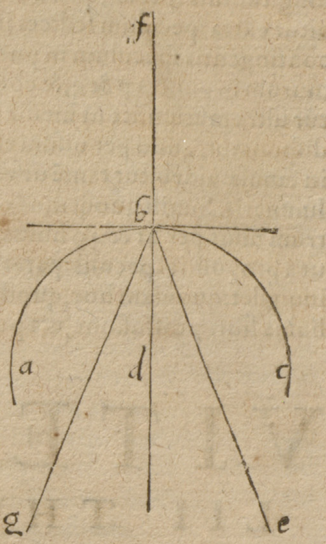
1. Opposito uisui speculo sphærico concauo: communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei concauæ speculi erit circulus sphæræ, quandoq; magnus, quandoq; minor illo.

Quandoq; enim tota sphæræ concauæ superficies uidetur, quandoque pars eius maior, quādoque minor, ut patet per 72 th. 4 huius. Secundum hoc ergo illa communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi uariatur. Cum autem superficies basis pyramidis sit superficies plana, & superficies concauorum speculorum sit sphærica: patet per 110 th. 1 huius quòd ipsorum communis sectio semper est circulus. Hic ergo quandoque est circulus magnus, ut quando transit cētrum speculi: quandoque minor circulo magno, ut cum non transit centrum speculi, sed cadit extra illud. Patet ergo propositum.

2. Communem sectionem superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici concaui necesse est circulum magnum uel arcum circuli magni suæ sphæræ esse: ex quo patet, quòd omnis superficies reflexionis secat sphæram speculi concaui per æqualia.

Huius propositi theorematis non est alia demonstratio, quàm quæ facta est suprà in 1 th. 6 huius: ubi idem

ubi idem proponitur de speculis sphęricis conuexis. Et quia sphæræ concauitas sic respicit centrũ, sicut & ipsius conuexitas, & superficies reflexionis est semper supsi cies plana erecta super superficiem speculi per 25 th. 5 huius: patet propositum: quoniam idem erit modus demonstrandi hic, qui supra. Esto enim speculum sphæricum concauum a b c: cuius centrũ d: & sit centrum uisus g: reflectaturque forma puncti e ad uisum g à puncto speculi b. Dico quòd superficiei reflexionis, quę est e b g, & superficiei speculi communis sectio est circulus a b c. Sit enim superficies plana contingens sphęram in puncto b, à quo puncto erigatur linea f b super superficiem speculum in illo puncto b contingentem per 12 p 11: hæc ergo cadet necessariò in ipsam superficiem reflexionis per 27 th. 5 huius, & eadem linea f b producta ultra punctũ b necessariò transibit centrũ sphæræ per 72 th. 1 huius, qđ est d: pducta quoq; fit diameter sphærę: ergo & circuli magni illius sphę ię. Et quoniam hęc diameter communis est superficiei reflexionis & ipsi sphærę: palàm ergo propositum.

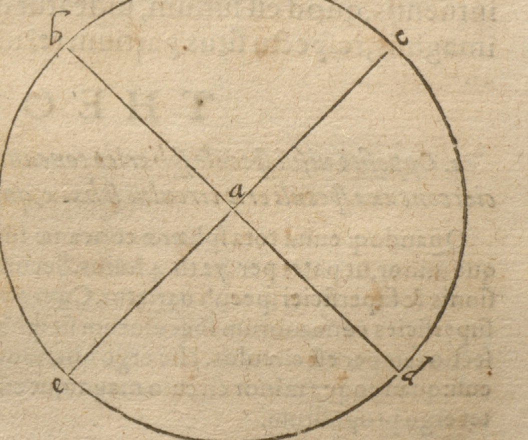


3. In omni superficie reflexionis à speculis sphæricis concauis, centrum uisus: centrum speculi: punctum reflexionis: punctum uisum: terminumq́; diametri uisualis à centro uisus per cẽtrum sphæræ ductæ ad sphæræ superficiem, consistere est necesse. Alhazen 23. 45 n 4.

Cum superficies reflexionis contineat lineam incidentiæ & reflexionis: palàm quoniam continet punctum rei uisæ, cuius forma reflectitur, & punctum reflexionis, à quo reflectitur, & centrum uisus, ad quod reflectitur. Et quoniam communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphęrici concaui est circulus magnus per æqualia diuidens sphęram per pręmissam: palàm quia in qualibet superficie reflexionis est centrum speculi: quia quælibet ipsarũ transit cẽtrum sphærę ipsius speculi, cum quęlibet illarum superficierum sit erecta super superficiem planam speculum in pũcto reflexionis contingentem per 25 th. 5 huius: sed per 1 p 11 producta diametro uisuali per centrũ uisus & centrum sphęrę, terminus illius diametri necessariò erit in eadem superficie cum alijs duobus suis punctis. Prædicta ergo quinq; puncta necessariò sunt in omni superficie reflexionis, quę fit à propositis speculis. Et hoc est propositum.

4. Centro uisus uel puncto rei uisæ in centro speculi sphærici concaui existente: à quolibet puncto fiet reflexio in se ipsum. Ex quo patet quòd in hoc situ uisus non comprehendet nisi se tantùm: & quòd punctus rei uisæ existens in centro speculi nõ reflectitur aliqualiter ad uisum. Euclides 24 th. catoptr. Ptolemæus 1 th. 2 catoptr. Alhazen 44 n 4. Item 62 n 5.

Esto speculum sphæricum concauum, cuius centrum sit a: & signetur in ipso aliquis suorum magnorum circulorum, qui b c d e: & centrũ uisus sit in centro speculi, quod est punctum a. Dico quòd à quocunque puncto fiet reflexio ad uisum: semper oportet ut reflectatur radius in seipsum. Dato enim quòd à puncto b fiat reflexio ad centrum speculi a, in quo est cẽtrum uisus: palàm ergo per 72 th. 1 huius quoniam linea b a, quę est linea reflexionis, est perpendicularis super superficiem cõtingentem speculum in puncto b: sed omnis perpendicularis in se ipsam semper reflectitur per 21 th. 5 huius. Si ergo linea b a est perpẽdicularis super superficiem speculi: palàm quia linea incidens fuit perpendicularis, & eadem cũ linea b a. Dato enim opposito, sequitur angulũ incidentię inęqualẽ esse angulo reflexionis: quod est contra 20 th. 5 huius, & impossibile. Linea itaq; a b reflectitur in seipsã, ut ipsa est facta linea b a. Et quoniam in hoc situ uisus, omnes linęę incidẽtes superficiei speculi, sunt semidiametri ipsius: palàm quoniam omnes anguli incidẽtię sunt inter se ęquales per 43 th. 1 huius: quia sunt anguli semicirculorum. Reflectuntur ergo necessariò in seipsos: uidebiturq; in tota superficie speculi forma aspicientis oculi una forma, & apud superficiem speculi apparebit: & nulla alia forma tunc uidebitur reflecti ad uisum. Et ex hoc patet, cũ uisus fuerit in centro a, quòd ipse uidebit se à quolibet pũcto speculi dati ppẽdiculariter: & qđ nihil aliud uidebit p reflexionẽ à sfuperficie speculi: quoniã ab uno pũcto speculi ad cẽtrum plures perpendiculares duci nõ est possibile, ut patet per 20 th. 1 huius. Similiter neq; punctus rei uisę existens in centro uisus reflectitur ad uisum, sed solùm in se ipsum: quoniã omnes lineę incidentię sunt perpendiculares super superficiẽ speculi: unde



non

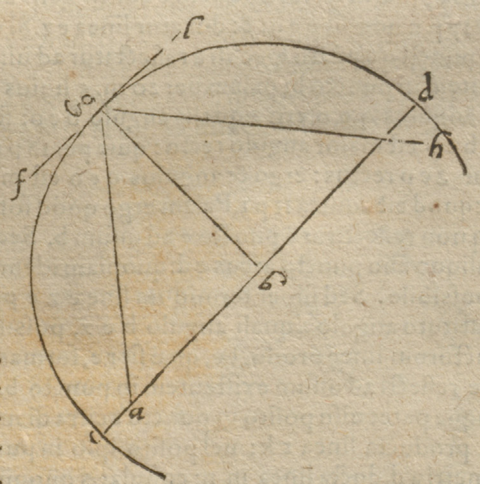
non reflectentur nisi in se ipsas. Et hoc est propositum. Et hæc quidem dicta sunt, non præstante impedimentum uisui capitis densitate. Si ergo centrum uisus hominis uidentis constitutum fuerit in diametro sphæræ speculi concaui, & in centro eius (cum quælibet linea à uisu ad superficiem speculi ducta sit perpendicularis super ipsam) tunc, ut prius demonstratum est, comprehendet uisus se ipsum, & non comprehendetur forma alicuius puncti speculi, nisi puncti portionis circuli interiacentis lineas longitudinis pyramidis uisualis, quę à centro speculi intelligitur protendi: quoniam forma cuiuslibet alterius puncti cadet in speculum super lineam à uisu declinatam, & necessariò reflectetur super illam lineam declinatam. Quare linea reflexionis non transibit per centrum speculi: & ita non pertinget ad centrum uisus. Patet ergo propositum.

5. Centro uisus existente in aliqua semidiametro speculi sphærici concaui extra centrum speculi: impossibile est ad uisum reflecti formam alicuius punctorũ illius semidiametri obliquè speculo incidentem: reliquæ uerò semidiametri est possibile. Alhazen 63 n 5.

Hoc, quod hic proponitur, euidenter declaratur. Si enim cẽtrum uisus fuerit in semidiametro aliqua propositi speculi, sed non in centro: non comprehendet uisus formã alicuius puncti semidiametri, in qua est, obliquè speculo incidentem: quoniam angulus, quem efficient duę lineæ, quarum una ducitur à puncto sumpto in illa semidiametro, & alia à centro uisus in idem speculi punctũ, nõ poterit diuidi per lineam perpendicularem ab illo puncto speculi ductam: cum illa perpendicularis tẽdat ad centrũ speculi, formam uerò alicuius puncti alterius semidiametri coniunctæ semidiametro, in qua est centrum uisus, ad complendam diametrum speculi, in qua constitutus est uisus, obliquè speculo incidentem percipere potest uisus: utpote formam illius puncti, à quo ducta linea incidentię ad aliquod punctum speculi, ab eodem puncto speculi ducta linea reflexionis ad uisum, angulus ab illis lineis contentus diuiditur per æqualia per lineam ab illo puncto reflexionis ad centrum speculi productam. Hæc enim est proprietas reflexionis in omnibus speculis, ut angulum à linea incidentię & linea reflexionis contentum diuidat perpendicularis à puncto reflexionis ducta per æqualia per 26 th. 5 huius. Ille ergo punctus poterit in speculo uideri: & non est nisi unicus talis punctus in quibuscunq; diametris speculi consistens, qui ab uno circulo speculi ad uisum reflecti possit. Quoniam centro speculi, ad quod terminatur perpendicularis ducta à puncto reflexionis, & centro oculi existentibus fixis, erit punctus ab uno circulo speculi reflexus semper unus: à diuersis uerò circulis speculi diuersa puncta diametri possibile est reflecti. Patet ergo propositum.

6. Posito uisu extra centrum speculi sphærici concaui: à quolibet puncto speculi potest fieri formæ alterius reflexio ad uisum, nisi solùm ab illo puncto, cui incidit diameter uisualis. Alhazen 45 n 4.

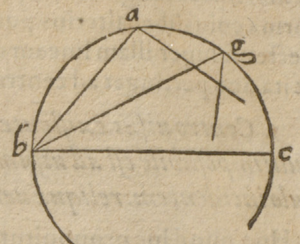
Esto per 2 huius communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui circulus magnus, qui sit g d c: cuius centrum sit b: & centrum uisus sit a: & ducatur à cẽtro uisus per b centrum speculi diameter uisualis: quę sit a b d, incidens superficiei speculi in puncto d. Dico quòd à quolibet puncto speculi dati potest fieri reflexio formę puncti alterius rei uisibilis ad uisum a, nisi à solo puncto d. Sit enim datus alius punctus, qui sit g: ducaturque ad ipsum semidiameter b g: & continuetur linea reflexionis, quæ sit g a: & ducatur linea f g l contingens circulum magnum speculi transeuntem pũcta g, d, c. Palàm per 18 p 3 quia anguli b g f & b g l sunt recti. Patet etiam per 42 th. 1 huius quoniam angulus b g a erit acutus: cadit enim linea a g inter diametrum & lineam contingentem f g l, quæ est extra speculum, ubicunq; ponatur esse cẽtrum uisus, siue intra siue extra circulum g c d. Constituatur quoque per 23 p 1 in eiusdem circuli superficie super lineam l g ad punctum g angulus æqualis angulo f g a: qui sit h g l: erit ergo angulus h g b æqualis angulo b g a. Et quoniam angulus contingentiæ est minimus angulorum per 16 p 3: palàm quòd ab angulo b g l recto abscisso quocunque angulo acuto rectilineo, semper linea illum acutum angulum continẽs cadet intra circulum g c d: quoniam solus angulus contingentiæ cadit extra circulum. Posito itaque quocunque puncto uisibili in linea h g: semper fiet reflexio formæ alicuius sui puncti ad uisum a. Et eodem modo de quolibet alio speculi puncto extra punctum d dato demonstrãdum. Sed & à puncto d fit reflexio. Cum enim linea a d sit perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto d: palàm quia linea a d reflectitur in seipsam per 21 th. 5 huius. Si ergo aliquid interponatur non diaphanum inter centrum uisus, quod est a, & punctum speculi d, nulla fiet reflexio ad uisum impediẽte medio: si uerò nullum tale interponatur, solius puncti superficiei oculi forma uidebitur ab eodem oculo, nihilq; aliud. Et hoc est propositum.

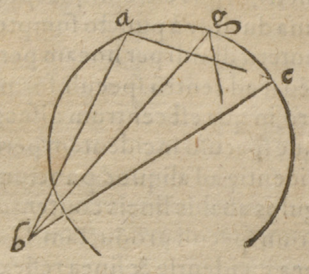


7. In spe-

7. In ſpeculis ſphæricis concauis ſi ſupra peripheriam uel extra ponatur centrum uiſus: oculus non uidetur, niſi per diametrum ſpeculi reflectatur. Euclides 25 th. catoptr.

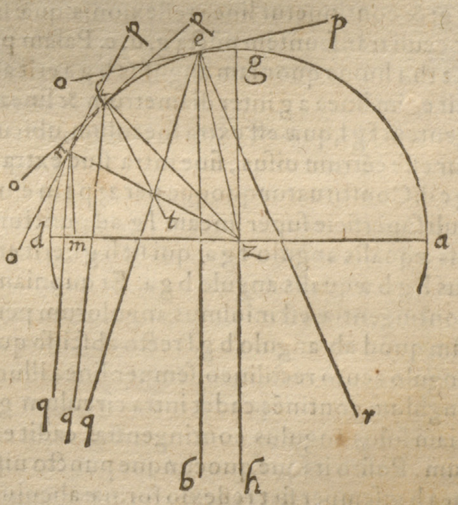
Sit ſpeculi concaui ſphærici circulus magnus a b g: ſitque centrum uiſus in puncto b ſuper ſpeculi peripheriam: & ducantur lineę b a & b g non per centrum. Et quoniam angulus maioris portionis, ut patet per 43 th. 1 huius, eſt maior: angulus uerò reflexionis ſemper debet eſſe æqualis angulo incidentiæ, ut patet per 20 th. 5 huius: palàm quia non fiet reflexio ſecundum lineam a b, ſed fiet ad partem maioris anguli: & ſimiliter eſt de puncto g: quoniam non fiet reflexio ſecundum lineam b g, ſed ad partem anguli maioris per 33 th. 5 huius. Si enim forma puncti b à punctis a & g reflecteretur in ſe ipſam: tunc anguli portionum ad punctum a & ad punctũ g eſſent æquales: quod eſt impoſsibile, & contra 43 th. 1 huius: per diametrum tamen cuiuſcunq; circuli magni totius ſpeculi ſphærici concaui poteſt uiſus incidens reflecti in ſeipſum: quoniam omnium ſemicirculorũ eiuſdem circuli anguli ſunt æquales per idem 43 th. 1 huius: ſed tunc non fiet reflexio niſi unius puncti ſuperficiei ſpeculi diametraliter incidentis, ut ſecundum lineam b c: qui non percipitur, quia indiuiſibilis eſt: & omne, quod uidetur, diuiſibile eſt, quia ſub angulo uidetur per 18 th. 3 huius: alij uerò puncti incidẽtes obliquè reflectuntur ad partẽ anguli maioris, & non perueniunt ad uiſum, niſi illi, quorum reflexionis lineę incidunt ſuperficiei uiſus, & figurantur in illo partium rei uiſæ ſitibus permutatis: quod autem non ſic reflectitur, non uidetur. In his itaq; ſpeculis ſphæricis concauis, ſi ſupra peripheriam ſpeculi ponatur centrum uiſus, non uidetur oculus, niſi per diametrum ſpeculi reflectatur. Idem enim accidit, ſi extra peripheriam ſpeculi propoſiti oculus ponatur: & eodem modo demonſtrandum: quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat per 20 th. 5 huius. Patet ergo propoſitum.





8. Ab altera parte productæ diametri extra circulum ſpeculi ſphærici concaui uiſu poſito, ſiue in tranſuerſali diametro, ſiue extra illam, ſiue citra illam: nihil rerum in illa parte diſpoſitarum poſsibile eſt uideri. Euclides 26 th. catoptr.

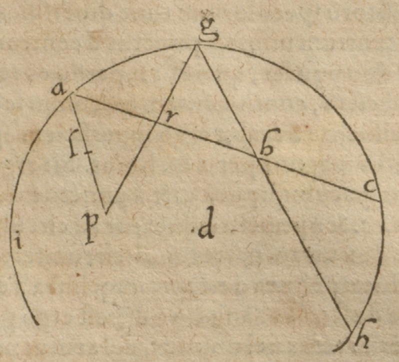
Eſto communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui circulus a g d: cuius centrum ſit z: & producatur ſemidiameter z g extra ſpeculum ad punctum h: ducaturq; à centro z per 11 p 1 alia diameter perpendiculariter ſuper lineam h g, quæ a z d: & ſit centrum uiſus in puncto b ab altera parte diametri h g: & à puncto b ducatur linea ęquidiſtans lineæ h g per 31 p 1, quę ſit linea b e, incidens ſuperficiei ſpeculi in puncto e. Dico quòd nulla rerum uiſibilium poſitarum ab illa parte diametri h g, & lineę b e, in qua ſcilicet eſt uiſus, poteſt uideri. Detur enim, ſi ſit poſsibile, ut punctus q ab illa parte poſitus ad uiſum exiſtentem in pũcto b reflexus ualeat uideri: incidatq; forma puncti q ad punctum ſpeculi, quod eſt e, producta linea incidentiæ, quæ ſit q e: & à puncto e contingens circulum per 17 p 3: quæ ſit p e o: & ducatur linea e z. Si ergo forma puncti q à pũcto ſpeculi e reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto b: palàm per 20 th. 5 huius quoniam angulus q e o erit æqualis angulo b e p: ſed angulus b e p eſt maior angulo recto: quia per 18 p 3 eſt angulus z e p rectus: ergo & angulus q e o eſt maior recto: quod eſt contra 13 p 1. Palàm ergo quòd forma pũcti q non reflectitur à puncto e ad uiſum b. Sed neque ab aliquo alio puncto arcus e d: quoniam idem accidit impoſsibile. Sed ſuper terminum lineæ z e per 23 p 1 conſtituto angulo æquali angulo b e z, poſsibile erit punctorum lineę productæ, quæ ſit r e, formas à puncto e reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto b. Idem quoque patet uiſu poſito in puncto t citra diametrum a d, producta linea t k: uel poſito ipſo in puncto m diametri a d, ducta linea m n: copulatis quoque lineis z k, z n, & facta deductione ut prius. Patet ergo propoſitum.

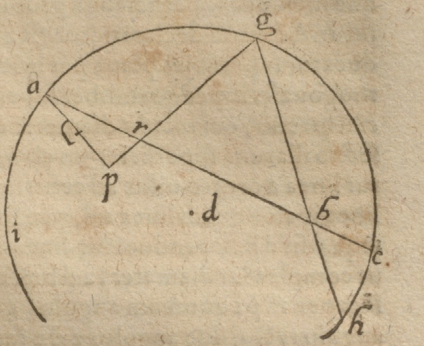


9. In concauis ſpeculis ſphæricis ſi inter centrum ſpeculi & peripheriam fuerit punctũ rei uiſæ: poſsibile eſt, ut quandoq; in centro unius uiſus à diuerſis punctis ſpeculi lineæ reflexionis concurrant. Euclides 6 th. catoptr.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum, cuius maior circulus ſit a g: centrum quoq; ſit punctus d: & ſit pun-

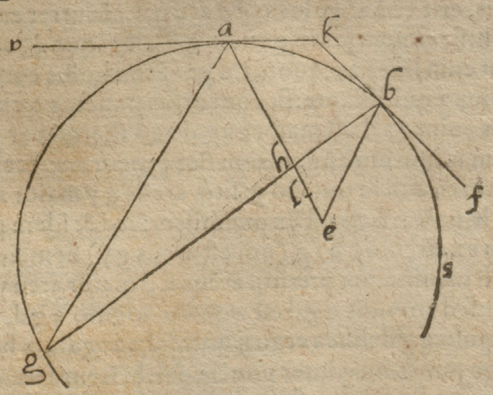
sit punctus rei uisæ b constitutus inter centrum d & peripheriam circuli a g: fiatq; reflexio formæ puncti b à puncto speculi, quod sit a: & à puncto speculi, quod est g. Dico quòd lineæ incidentiæ, quæ sunt b a & b g, possunt reflecti ad centrum unius uisus in puncto uno existentis. Sit enim primò, ut linea b g reflectatur ad uisum existentem in puncto p: producantur quoq; lineæ incidentiæ à punctis a & g ad aliam partem peripheriæ, quæ sint lineæ a c & g h. Hæ ergo lineæ aut sunt æquales, aut inæquales. Sint primò æquales: erit ergo arcus a g c per 28 p 3 æqualis arcui g c h: erit ergo per 43 th.1 huius angulus portionis (qui est c a g) æqualis angulo portionis, qui est b g c: sed & angulus h g c est æqualis angulo p g a per hypothesim & per 20 th.5 huius, quoniam angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: & angulus c a g sit æqualis angulo l a i: relinquitur ergo æqualibus angulis hinc & inde ablatis, ut angulus h g p sit æqualis angulo c a l. Sit autem punctus, in quo linea p g secat lineam c a, punctus r: angulus ergo p r c per 16 p 1 maior est angulo p g h: ergo & angulo l a c. Quia ergo angulus p r a cũ angulo p r c est æqualis duobus rectis per 13 p 1: patet quòd angulus p r a cum angulo r a l minor est duobus rectis: ergo per 14 th.1 huius lineæ g p & a l concurrent: sit concursus punctus p. Si itaq; in pũcto p ponatur centrum uisus: palàm quòd ipse uidebit formã puncti b reflexam à duobus punctis speculi, quæ sunt a & g: similiterq; demonstrandum si lineæ a c & g h fuerint inæquales: ut si linea a c sit maior quàm linea g h: tũc enim per 43 th.1 huius angulus portionis, qui est c a g, erit maior angulo portionis, qui est h g c: remanetq; per modum, quo processimus prius, angulus h g p maior angulo c a l: fietq; angulus p r b maior angulo h g p & maior angulo l a r: ergo, ut prius, lineæ g p & a l concurrent: sitq; cõcursus punctus p: & est idem, quod prius. Quòd si linea a c fuerit minor quàm linea g h: tunc per modum, quo usi sumus prius, erit angulus l a c maior angulo p g h: sed & angulus p r b maior est angulo p g h. Si itaq; angulus l a c sit minor angulo p r b, concursus fiet, ut prius, linearum a l & g p ad punctum p per 14 th.1 huius. Si uerò angulus l a c sit maior angulo p r b: fiet idem per 14 th.1 huius concursus illarum linearum ultra arcum a g, qui impeditur per corpulentiam speculi: unde tunc non fiet reflexio ad uisum. Similiter quoq; si angulus l a c fuerit æqualis angulo p r b: tunc per 28 p 1 lineę a l & g p æquidistabunt. In nullo ergo puncto concurrent. Nunquam ergo fiet formæ unius puncti, quod est b, reflexio ad unum centrum uisus à duobus punctis speculi sphærici concaui. Patet ergo propositum.





10. Lineæ reflexionis à speculis sphæricis concauis (puncto rei uisæ existente in peripheria speculi uel extra illum) nõnunquam in uno centro uisus à diuersis punctis speculi concurrunt. Euclides 5 th.catoptr. Ptolemæus 2 th.2 catoptr.

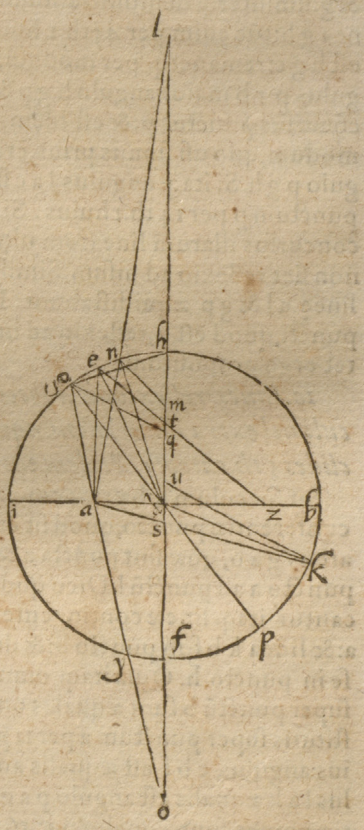
Sit speculum sphæricũ concauum g a b s: sitq; punctũ rei uisæ g: quod sit constitutũ in aliquo circunferentiæ puncto, quod sit etiã punctũ g: sitq; ut g punctum rei uisę reflectatur à duobus punctis arcus g a b, quæ sint puncta a & b: fiatq; reflexio formæ puncti g à puncto speculi b ad punctũ e: & à puncto a ad punctũ l. Dico quòd lineas reflexionũ, quæ sunt b e & a l, possibile est concurrere. Ducantur itaq; lineæ contingentes speculum in punctis a & b: contingatq; ipsum linea k a p in puncto a: & linea k b f in puncto b: & ducantur lineæ e b & b g & l a & a g. Sit quoq;, ut lineæ a l & g b secent se in puncto h. Quia itaq; omnes anguli constituti super punctũ b sunt æquales omnibus angulis constitutis super punctum a per 13 p 1, & per 20 th.5 huius angulus e b f est æqualis angulo k b g, & angulus l a k æqualis est angulo p a g, & anguli cõtingentiæ omnes sunt æquales per 16 p 3: angulus uerò g a b maioris portionis circuli, maior est angulo g b s minoris portionis per 43 th.1 huius: ergo angulus k b h maior est angulo p a g: ergo angulus e b f maior est angulo k a h propter æqualitatem angulorum hinc inde per 20 th.5 huius: palàm ergo quia angulus e b g minor est angulo l a g: sed angulus l a g est minor angulo g h l per 16 p 1: angulus ergo g h l est maior angulo g b e: sed angulus l h g cum angulo b h l ualet duos rectos per 13 p 1: ergo anguli g b e & b h l sunt minores duobus rectis: ergo per 14 th.1 huius lineæ a l & b e concurrent: sit concursus punctus e. Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto e: patet quòd à duobus punctis speculi fiet ad ipsum formæ puncti g reflexio. Quòd si extra periphe-



riam ponatur punctus g, accidet hoc idem: & eadem eſt demonſtratio. Non eſt tamen hoc uniuerſale: quia poſsibile eſt non concurrere: ut ſi anguli g b e & g h l ſint æquales uel maiores duobus rectis: tunc enim lineæ b e & a l non concurrent: uel ſi concurrant hoc erit retro ſpeculum, ubi uiſus conſtitutus retro ſpeculum formas reflexas non poterit uidere. Patet ergo propoſitum.

11. Locus imaginum formarum à ſpeculis ſphæricis concauis reflexarum quandoq; eſt in ipſo puncto reflexionis: quandoq; eſt ultra ſpeculum: quandoq; inter uiſum & ſpeculum: quandoq; in ſuperficie ipſius uiſus: quandoq; retro uiſum. Alhazen 60 n 5.

Quando enim forma puncti rei uiſæ uidetur ſecundũ cathetum ſuæ incidentiæ: tunc neceſſario imago uidetur in ipſa ſuperficie ſpeculi, in puncto ſcilicet ſuæ reflexionis: quando uero formæ oblique incidunt ſuperficiebus propoſitorũ ſpeculorum: tunc diuerſificantur loca imaginũ, ut proponitur. Ad quod declarandum ſit a centrum uiſus: & punctus d centrum ſpeculi ſphærici concaui: & ducatur ſuperficies plana per hæc duo puncta, quæ erit ſuperficies reflexionis: quoniã ipſa eſt orthogonalis ſuper quamlibet ſuperficiem, contingentem ſpeculum ſecundum punctũ illum ſuperficiei ſpeculi, cui incidit diameter uiſualis. Secabit ergo ſuperficiem ſpeculi dati: & erit communis ſectio illarum ſuperficierum circulus magnus per 2 th. huius. Sit ergo ille circulus h b f g: & ducatur linea à centro uiſus ad centrum ſpeculi: quę ſit a d: & à puncto a ducatur ad circuli peripheriam linea maior quàm linea a d, quæ ſit a e: & à puncto d ducatur ad circulum linea æquidiſtans lineæ a e: quæ ſit d h: & producatur linea a d ex utraq; parte ſui ad circumferentiam in puncta i & b, taliter ut compleatur diameter i a d b: & ducatur linea d e. Quia itaq; linea a e eſt maior quàm linea a d: palàm per 18 p 1 quoniam angulus a e d eſt minor angulo a d e: eſt ergo per 32 p 1 angulus a e d minor angulo recto, ſiue angulus a d e fuerit rectus uel obtuſus, uel acutus: ſed per 29 p 1 angulus e d h eſt æqualis angulo a e d: quia ſunt coalterni: eſt ergo angulus e d h minor recto. Super punctum quoq; e lineæ d e fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo a e d, qui ſit d e t. Palàm itaq; quoniam linea e t cadit intra circulum. Quoniam ſi caderet extra circulum, fieret ille angulus aut rectus, ſi linea producta circulum cõtingeret, aut obtuſus, ſi ſecaret: quod totũ patet ducta linea contingente circulum in puncto e per 17 p 3: & quia hoc eſt impoſsibile, ut patet ex præmiſsis: palàm quia linea t e cadet intra circulum, ſecabitq; lineam d h: ſitq; punctus ſectiõis t: & erit linea e t ęqualis lineę d t per 6 p 1: ſunt enim anguli e d t & d e t æquales. Et quoniã angulus a d e maior eſt angulo a e d per 18 p 1: palàm quia angulus a d e maior eſt angulo d e t: ergo per 14 th. 1 huius linea e t non æquidiſtat lineæ a b: concurrent ergo: ſitq; punctus concurſus z. Deinde à puncto a ducatur ad arcum e h linea a n: quæ cum concurrat cum linea a e in puncto a, & inter ipſam lineam d h ſibi ęquidiſtantem producatur, palàm per 2 th. 1 huius quia concurret cum linea d h. Sit ergo punctus concurſus l: & ducatur linea d n: & ſuper punctum n lineæ d n fiat angulus æqualis angulo d n a per lineam m n, qui ſit m n d. Et quia angulus d n a eſt acutus per 42 th. 1 huius, erit etiam angulus d n m acutus. Ideo enim, quia angulus in ſemicirculo eſt rectus per 31 p 3, omnis angulus cõtentus à quacũq; linea & termino diametri palàm quòd eſt acutus: cõcurret ergo linea n m cũ linea d h: ſit con curſus in puncto m. Ducatur etiam à puncto a linea ad arcum e i f, quæ ſit a g: & ducatur linea d g: fiatq; angulus q g d æqualis angulo d g a. Et quoniam, ut prius, angulus d g a eſt acutus per 42 th. 1 huius, erit etiã angulus q g d acutus: cõcurret ergo linea g q cũ linea d h: ſit concurſus in puncto q. Palàm quoq;, cum linea g a concurrat cum linea a e, quoniam per 2 th. 1 huius concurret cum linea d h illius æquidiſtante: ſit concurſus punctus o ex parte puncti f: angulus enim g a d eſt maior angulo e a d: ergo per 14 th. 1 huius ad partem minorum angulorum fiet concurſus: ſecetq; linea g o peripheriam circuli in puncto y: ſitq; arcus g y maior arcu g h. Quòd autem linea g q cadat inter puncta d & h, palàm ſatis eſt ex præmiſsis: ſed & idem patere poteſt ex hoc. Quia cum arcus, quẽ ſecat linea g o ex circulo h b f g, (qui eſt arcus g y) ſit maior arcu g h: producatur linea g d ad peripheriam circuli in punctum p: eritq; arcus h p maior arcu y p: ergo per 33 p 6 erit angulus h g d maior angulo a g d: ſed angulus q g d eſt æqualis angulo a g d, ut patet ex præmiſsis: ergo angulus h g d eſt maior angulo q g d: linea ergo g q diuidit angulum h g d: ergo per 29 th. 1 huius diuidit & baſim d h: cadet ergo punctum q inter puncta d & h. Item à puncto a ducatur ad arcum f b linea a k ſecans lineam d f in puncto s, ita ut ſit linea k s maior quàm pars diametri, quæ eſt s d. Hoc autem facile per 7 p 3: ut ſi linea d f diuidatur per æqualia in puncto aliquo, & linea a k ducatur per illum punctum, aut per punctum alium uerſus punctũ d. Hac itaq; linea a k ſic ducta, ducatur linea d k. Palàm ergo per 42 th. 1 huius quòd angulus d k a eſt acutus. Fiat ergo ſuper punctum k terminũ lineæ d k angulo d k a angulus



angulus æqualis, qui sit d k u. Cum itaq; per 18 p 1 angulus k d s sit maior angulo d k s: ideo quia linea s k est maior quàm linea d s: erit ergo angulus k d s maior angulo d k u: palàm ergo per 14 th. 1 huius, quia linea u k concurret cũ linea d h: sit ergo concursus in puncto u. Palàm itaq; per 20 th. 5 huius & secundum prædicta, quòd forma puncti t à puncto speculi e reflectitur ad uisum, qui est in puncto a: cathetus quoq; incidentiæ formæ puncti t est linea t d, quæ per 72 th. 1 huius est perpendicularis super superficiem contingentem speculum, cum sit transiens per eius centrum, & ipsa est æquidistans lineæ reflexionis, quæ est a e: nunquam ergo concurret cum illa. Apparebit ergò imago formæ puncti t in ipso puncto reflexionis, quod est e. Forma uerò puncti z reflectitur similiter à puncto e ad uisum existentem in puncto a: cathetus quoq; suæ incidentiæ, quę est b z d ducta à puncto z per centrum speculi concurrit cum linea reflexionis, quæ est a e in puncto a: locus itaq; imaginis formæ puncti z per 37 th. 5 huius erit centrum uisus, quod est a. Forma uerò puncti m à puncto speculi, quod est n, reflectitur ad uisum a: & perpendicularis ducta à puncto m, quæ est cathetus incidentiæ, quæ m d, concurrit cum a n linea reflexionis in puncto l, quod est ultra speculum: & forma puncti m habet locum imaginis in puncto l sub speculo. Forma uerò puncti q peruenit ad punctum speculi, quod est g, & ex puncto g reflectitur ad uisum a: & locus imaginis suæ est in puncto o, quod est ultra uisum. Et forma puncti u peruenit ad punctum speculi, quod est k, & reflectitur ad uisum in puncto a: & cathetus suæ incidentiæ, quæ est perpendicularis ab eo ducta trans centrum speculi d, est linea u d, concurrens cum linea a k linea reflexionis in puncto s: locus itaq; imaginis suæ est punctum s, quod est inter uisum & speculũ. Palàm itaq; ex prædictis quòd imaginum à speculis sphæricis concauis reflexarum quædam uidentur in superficie ipsius speculi, ut in ipso puncto reflexionis: quædam uidentur ultra speculum: quædam inter uisum & speculum: quædam in superficie ipsius uisus: quædam citra uisum. Quod est propositum. Et si centrum uisus sit extra circulum speculi uel in circumferentia ipsius, idem accidit, & eodem modo est demonstrandum: quoniam semper linea a e sit maior quàm linea a d: & accidunt omnia, ut prius. Patet ergo, quod proponebatur.

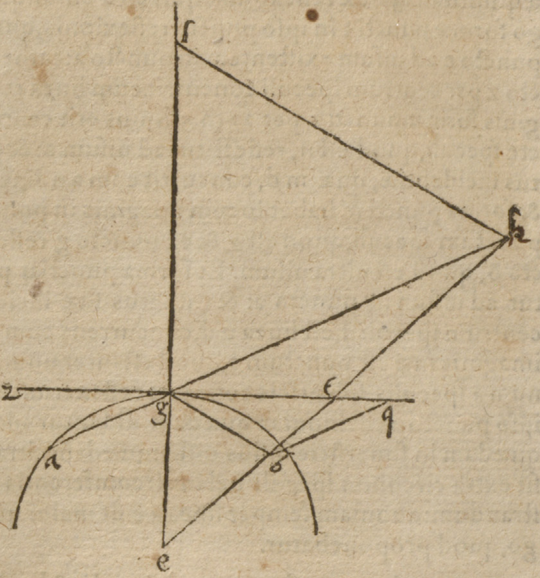
12. Imaginum reflexarum à speculis sphæricis concauis diuersa fit à uisu comprehensio, secundum suorum locorum propriam diuersitatem. Alhazen 61 n 5.

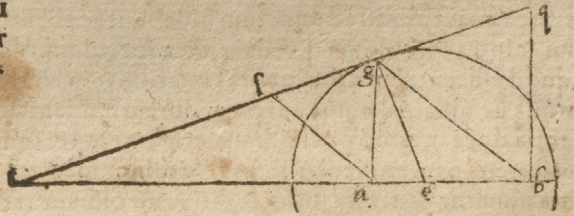
Remaneat dispositio præcedentis in tota forma figurationis. Cum itaq; locus imaginis fuerit ultra speculum, ut in puncto l: aut inter uisum & speculum, ut in puncto s: tunc, quia formas sibi oppositas semper perfectius acquirit uisus, comprehenditur ueritas illius imaginis. Cum uerò locus imaginis fuerit in puncto reflexionis: ut cum perpendicularis ducta à puncto rei uisę æquidistat lineæ reflexionis: tunc enim locus imaginis est in puncto e: quia cum punctus e per 3 th. 2 huius sit punctus naturalis diuisibilis, sensibilis, utpote capax imaginis formę rei sensibilis, quæ est diuisibilis, cum sit naturalis (sumpto in sui medio puncto intellectuali) erit imago cuiuscunq; illius puncti sensibilis pars, quæ fuerit ultra medium punctum sumptum, apparens ultra speculum, & imago partis alterius, quæ fuerit citra punctum medium, apparebit inter uisum & speculum. Et cum totalis forma secundum partes sui ulteriores superficie speculi & citeriores uersus uisum semper uideatur una & continua, necessariò forma illius puncti sensibilis proximi puncto intellectuali uidebitur in ipsius speculi superficie, in puncto scilicet reflexionis: aliæ quoq; partes formæ sensibilis circumiacentis illud punctum uidebuntur ab illo puncto declinare modo dicto: quædam ad uisum & intra speculum: quædam ultra speculum. Verùm in imaginibus, quarum locus est punctus a, quod est centrum uisus, ueritas ipsarum non comprehenditur: unde sæpius accidit error uisui in formis sic uisis. Ad huius autem maiorem euidentiam, ut non solùm demonstratio, sed etiam experientia doceat, quod præmisimus: erigatur super superficiem speculi sphærici cõcaui stipes ligneus uel ferreus perpendiculariter, qui sit minor medietate semidiametri speculi: & circa caput huius stipitis ponatur centrum uisus: & dirigatur uisualis radius ad punctum speculi, cuius distantia à stipite sit maior quàm distantia centri uisus à diametro per stipitem transeuntem: apparebit quoq; imago illius stipitis ultra uisum: nec erit certa comprehensio formæ ipsius: imò apparebit quasi curua, cum tamen stipes sit formæ lineæ rectæ. Ex quo patet quòd in his speculis non comprehenditur ueritas imaginis, nisi cuius locus fuerit ultra speculum, aut inter uisum & speculum, ut hæc patere possunt per experientiá situm stipitis & uisus uariè diuersificanti: & accidit eidem, quòd, cum centrum uisus fuerit in perpendiculari per lignum transeunte, nõ plenè comprehendet formam illius ligni. Patet ergo propositum.

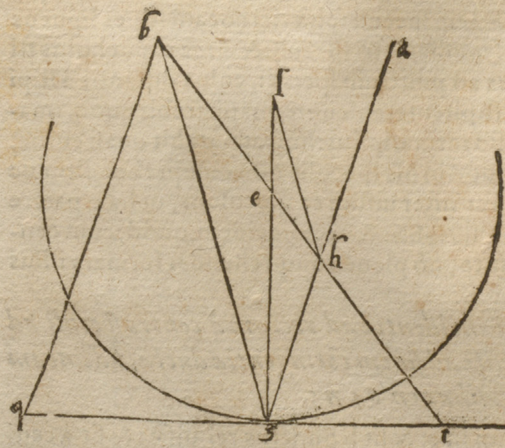
13. In speculo sphærico concauo est proportio catheti incidentiæ ad rectam à centro speculi ad locum imaginis productam, sicut lineæ à puncto rei uisæ ad finem cõtingentiæ ductæ, ad lineam à fine contingentiæ ad locum imaginis productam. Alhazen 64 n 5.

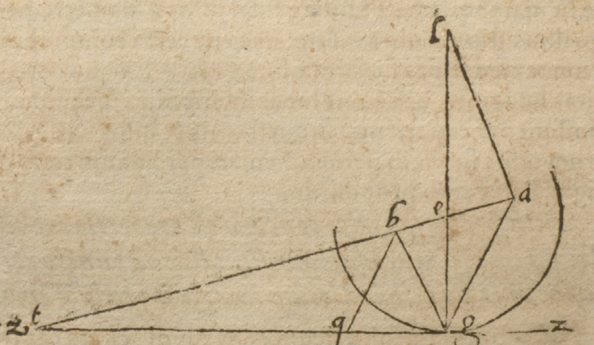
Esto speculum sphæricum concauum, cuius centrum sit e: & sit b punctus rei uisæ: & sit a centrum uisus: & sit g punctus reflexionis: & contingat linea z g circulũ, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, in puncto g: ducaturq; linea e g à puncto reflexionis ad centrũ speculi, & linea incidentiæ, quę b g, & cathetus incidentiæ: quæ sit linea e b, quæ producta concurrat cum linea z g in puncto t: concurret autem per 14 th. 1 huius, cum sint in eadem superficie reflexionis per 3 huius & per 1 p 11, & cum per 18 p 3 angulus e g z sit rectus, angulus uerò g e b sit acutus. Sit ergo

punctus t finis contingentiæ, ut patet è 6 defin. 6 huius. Educatur quoq; extra circulum linea reflexionis, quæ sit a g. Cathetus itaq; e b concurret cum a g linea reflexionis extra punctum g, qui est punctus reflexionis: & hoc ideo, quia lineæ e b & a g sunt duæ lineæ rectę, quarum a g secat lineam z g in puncto g, & fit angulus a g t obtusus, quoniam angulus e g t est rectus: linea uerò e b secat lineam z g in puncto t, & fit angulus e t g acutus per 32 p 1. Non ergo concurrũt lineæ e b & a g in puncto g. Aut igitur lineæ a g & e b (cum non sunt æquidistantes, ut patet ex hypothesi) concurrent ultra punctum g: aut inter puncta g & a. Sit ergo, ut concurrant ultra punctum g: & sit concursus in puncto h, qui erit locus imaginis per 37 th. 5 huius. Dico quòd est eadẽ proportio catheti e b ad lineam e h (interiacentem centrũ speculi, & punctum concursus lineæ reflexionis & catheti incidentiæ, qui est locus imaginis) quę est proportio lineæ b t (interiacentis punctũ rei uisæ, & finem contingentiæ) ad lineam t h, quæ interiacet finẽ contingentiæ, & punctum concursus lineæ reflexionis cum incidentiæ catheto, qui est locus imaginis formę puncti b, qui est pũctus rei uisæ. Producatur enim perpendicularis, quæ e g, ultra speculum: & à puncto h, qui est locus imaginis formæ puncti b, ducatur linea æquidistás lineę incidentiæ, quæ b g, per 31 p 1: quę necessariò per 2 th. 1 huius concurret cum producta linea e g: cum sua æquidistans, quę b g, concurrat cum eadẽ. Sit punctus concursus l: & à puncto b ducatur linea æquidistans lineæ g h, quæ, ut prius, necessariò concurret cum linea z t per 2 th. 1 huius, cum linea g h cõcurrat cum eadem: sit cõcursus punctus q. Et quoniam angulus b g e est æqualis angulo a g e per 20 th. 5 huius: sed angulus b g e est æqualis angulo g l h per 29 p 1, & angulus a g e æqualis est angulo l g h per 15 p 1: erit ergo angulus g l h æqualis angulo h g l: ergo per 6 p 1 erit linea l h æqualis lineæ g h. Similiter quoq; angulus b g q æqualis est angulo a g z: quia cũ anguli e g z & e g q sint æquales, quia recti, & anguli b g e & e g a sint æquales: remanent anguli residui æquales: sed & angulus a g z æqualis est angulo b q g per 29 p 1: angulus ergo b g q æqualis est angulo b q g: ergo per 6 p 1 linea b g est æqualis lineæ b q. Proportio itaq; lineæ b g ad lineam h l est, sicut lineę b q ad lineam h g per 7 p 5: sunt enim antecedentia æqualia inter se & consequentia æqualia inter se. Quia uerò angulus g h t æqualis est angulo t b q per 29 p 1: sunt enim illi anguli coalterni inter lineas æquidistantes: & angulus q t b æqualis est angulo h t g per 15 p 1: sed & angulus h g t æqualis est angulo t q b per 29 p 1: ergo trianguli t q b & g t h sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 est proportio lineę q b ad lineam h g, sicut lineæ b t ad lineam t h: sed linea b q æqualis est lineæ b g: ergo per 7 p 5 est proportio lineæ b g ad lineam h g, sicut lineæ b t ad lineã t h: ergo per 11 p 5 est proportio lineæ b t ad lineã t h, sicut lineæ b g ad lineã h l. Quia uerò per 29 p 1 trianguli h e l & b e g sunt æquianguli: erit per 4 p 6 proportio lineę e b ad lineam e h, sicut lineæ b g ad lineam h l: ergo, ut prius, erit proportio lineę e b ad lineã e h, sicut lineæ b t ad lineam t h: quod est propositũ. Eadem quoq; est demonstratiò, si locus imaginis fuerit intera centrum uisus, & g punctum reflexionis: aut si fuerit in puncto a: aut ultra illũ. Si uerò linea in puncto reflexionis speculũ contingens, quæ est z g, non cõcurrat cum catheto incidentiæ, quæ est b e h, sed sit ei æquidistans:

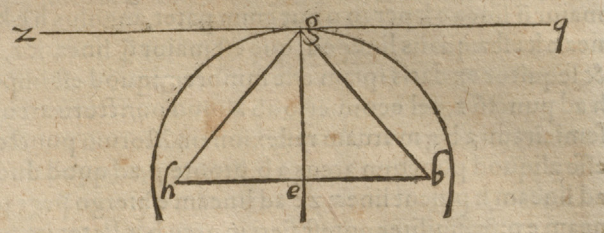






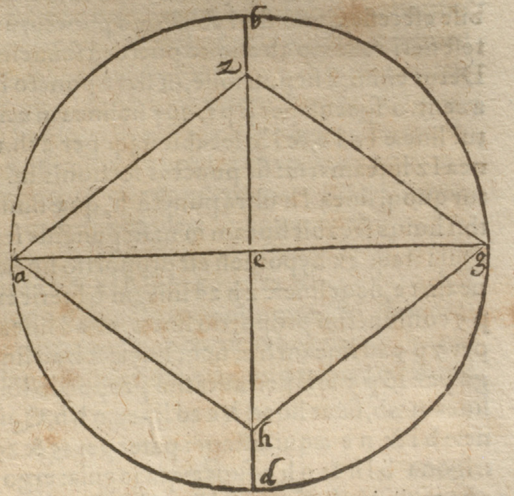


distans : ducatur à puncto contingentiæ, quod est g, linea perpendicularis, quæ sit g e, super lineam b h per 12 p 1: eritq́; per 29 p 1 linea e g perpendicularis super lineam z g. Quia itaq; angulus b e g est æqualis angulo h e g: quia uterq; est rectus: & angulus b g e æqualis est angulo h g e per 20 th. 5 huius: palàm per 32 p 1 quoniã triangulus b g e æquiangulus est triangulo h g e: ergo per 4 p 6 est proportio lineę b e ad lineã e h, sicut lineæ b g ad lineam g h: quod est propositũ, ut prius. Non enim tali facta dispositione est alius punctus finis contingentiæ quàm punctus g, qui est punctus contingentię. Similiterq; demonstrandum, si locus imaginis fuerit in ipso centro uisus: tunc enim punctum h, qui est concursus lineæ reflexionis & catheti incidentiæ, & est locus imaginis, fit idẽ cum puncto a: qui est centrũ uisus: nec oportet in illius demonstratione aliud adijci, nisi quia per 3 p 6 est proportio catheti b e ad lineam e a ductã à centro speculi ad locum imaginis, sicut lineæ b g ad lineam g a: quoniam linea g e diuidit angulum a g b per ęqualia per 20 th. 5 huius. Erit ergo, ut prius, proportio lineæ b t ad lineam t a, sicut lineæ b e ad lineam e a: quod est propositum. Et hoc est uniuersale ad omnes modos imaginum ubicunq; uisui occurrentium. Patet ergo propositum.

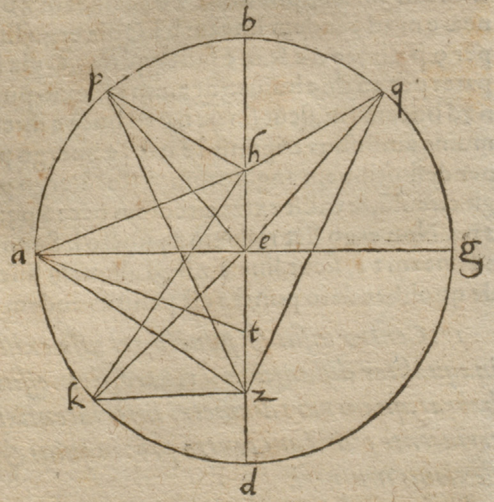


14. In speculis sphæricis concauis possibile est quandoq; reflexionem fieri secundum totam peripheriam unius circuli. Alhazen 65 n 5.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui, qui a b g d: cuius diameter est b e d, & centrũ e: signenturq; super diametrũ b e d duo puncta ex utraq; parte centri e: quæ sint h & z æqualiter distantia à centro e: erunt ergo lineæ h e & z e æquales. Ducatur quoq; à centro per 11 p 1 diameter g e a perpendiculariter super diametrum b d: & copulentur lineæ h a & z a. Quia itaq; in trigonis h e a & z e a duo latera h e & z e sunt æqualia ex hypothesi, & linea e a communis, & utriusq; trigonorum anguli h e a & z e a sunt æquales, quia recti: palàm per 4 p 1 quoniam angulus h a e est æqualis angulo z a e: ergo per 20 th. 5 huius puncta h & z ad seinuicẽ mutuò reflectuntur à puncto speculi, quod est a. Idem quoq; patet ductis lineis h g & z g: quoniam istorũ punctorũ mutua reflexio fiet à puncto g. Si itaq; fixa diametro b d, imaginemur reuolui trigonum a h z circa diametrũ b d, linea trigoni (quæ est h z) manente fixa: tũc punctum a motũ peruenit in punctũ g, & exinde reuertetur ad locum suum primum, motuq; suo describet in concauitate speculi circulum, à quo totali fiet formarũ punctorum h & z ad seinuicem mutua reflexio: quoniã ad quemcunq; punctum illius circuli ducantur lineæ à punctis h & z, semper ducta semidiametro à centro ad illud punctum, anguli ad punctum illius circuli erunt æquales: & ita ab illo puncto fiet reflexio per 20 th. 5 huius. Si ergo centrũ uisus fuerit in puncto h, reflectetur ad ipsum forma puncti z à tota peripheria illius circuli. Si tamen puncta h & z inæqualiter distent à centro e, non fiet reflexio à circulo illo, sed fortè fiet ab alio circulo, quem describit motu suo punctus reflexionis. Patet ergo propositum.



15. Duobus pũctis in una diametrorũ speculi sphærici concaui se orthogonaliter secantiũ existentibus, sub inæquali distantia à centro: impossibile est ab aliquo punctorũ peripheriæ semicirculi, in quo est punctus à centro remotior illorum punctorũ adinuicem fieri reflexionem: à reliqui uerò semicirculi duobus punctis est possibile.



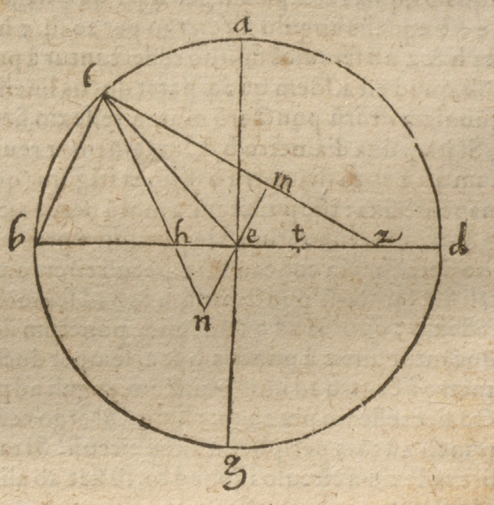
Sit speculi sphærici concaui circulus magnus, qui a b g d: cuius centrũ e: secentq; se in ipso duę diametri orthogonaliter, quæ sint a g & b d: in quarũ una, quæ b d, sint duo pũcta h & z inæqualiter distãtia à cẽtro e: sitq; h ꝓpinquius centro e, & z remotius: sitq; punctus h in semicirculo a b g, & pũctus z in semicirculo a d g. Dico quòd ab aliquo punctorũ semicirculi a d g non potest fieri istorũ punctorũ adinuicem reflexio. Sit enim, si possibile est, ut fiat à puncto a: & ducatur linea h a: abscindaturq; à linea e z linea æqualis lineæ h e p 3 p 1, quæ sit e t: & ducatur linea t a. Palã ergo per 4 p 1 quia

 angulus

angulus h a e est ęqualis angulo t a e: sed angulus e a t p 29 th. 1 huius est minor angulo e a z: angulus ergo h a e est minor angulo z a e. Non ergo fiet punctorũ h & z mutua reflexio à pũcto speculi à per 20 th 5 huius. Sed neq; ab aliquo alio puncto arcus a d g. Sit enim, si posibile est, ut fiat istorũ punctorũ reflexio à puncto k peripheriæ semicirculi, qui a d g: & ducãtur lineę h k, e k, & z k. Erunt itaq; p 20 th. 5 huius anguli h k e, & z k e ęquales: linea ergo k e diuidit angulũ h k e p ęqualia: ergo p 3 p 6 erit pportio lineæ h k ad lineã k z, sicut lineę h e ad lineã e z: sed linea e h est minor q̃ linea e z, ut patet ex hypothesi: ergo linea h k est minor q̃ linea h z: est aũt linea h k maior q̃ linea k z: quoniam est maior q̃ linea e k per 19 p 1. ut enim patet, angulus h e k est obtusus maior angulo h e a recto: sed linea e k est æqualis lineę e a, quę est maior q̃ linea k z, ut patet. Est ergo linea h k maior q̃ linea z k: & sequitur ex datis ipsam esse minorem: quod est imposibile. Non ergo fiet reflexio formæ puncti h ad punctũ z, uel econuerso ab aliquo punctorũ arcus a k g. Ab aliquibus uerò punctis peripheriæ semicirculi a b g mutuam reflexionem istorum punctorum fieri est posibile: quoniam est posibile esse aliquod punctum arcus a b, utpote p, ad quod ductis lineis h p, e p, z p, fiat proportio lineæ z p ad lineam h p, sicut lineæ z e ad lineam e h: ergo per 3 p 6 angulus h p z diuidetur per æqualia per lineam e p: & similiter potest fieri in arcu b g. Patet itaq; quod proponebatur: quoniã ab aliquo puncto arcus b g, ut à puncto q, similiter potest fieri reflexio ductis lineis h q, e q, z q.

16. Duobus punctis in una diametro speculi sphærici superficiei concaui existentibus, sub inæquali distantia à centro speculi, si excessus distantiarũ ad minorẽ distantiã proportionẽ habeat, quã pars diametri interiacẽtis ambo puncta, ad partẽ interiacentẽ punctũ cẽtro propinquius & speculum: impossibile est à circulo illius diametri illorum punctorũ fieri mutuã reflexionem.

Sit speculi sphærici concaui magnus circulus a b g d: cuius centrũ e: & diameter b d: sintq; duo puncta z & h constituta super illam diametrum b d: quorum remotior à centro e sit punctus z, & propinquior punctus h: erit ergo linea z e maior quàm linea h e: sitq; ipsarũ excessus linea z t. Dico quòd si proportio lineę z t ad lineã t e, uel ad lineã h e fuerit, sicut lineæ z h ad lineã h b, qđ imposibile est reflexionẽ fieri ab aliquo punctorũ circuli a b g d. Patet enim per præmissam quòd non potest fieri reflexio ab aliquo pũctorũ semicirculi à d g: sed neq; ab aliquo punctorũ semicirculi a b g. Detur enim, si sit posibile, ut fiat à puncto l arcus a b: & ducatur linea l b, & ipsi æquidistãs ducatur à centro speculi per 31 p 1, quę sit linea m e n: & ducantur lineæ l z, l e, & l h: secabit itaq; per 2 th. 1 huius linea l z lineam n m: sit punctus sectionis m. Producatur quoq; linea l h ultra punctũ h, quæ similiter per 2 th. 1 huius secabit lineam m n: sit punctus sectionis n. Quia itaq; ex hypothesi est proportio lineæ z t ad lineam t e, sicut lineæ z h ad lineam b h: erit ergo per 18 p 5 coniunctim proportio lineæ z e ad lineam t e, uel per 7 p 5 ad lineam h e, sicut lineæ z b ad lineã b h: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineæ z e ad lineam z b, sicut lineæ h e ad lineam b h. Quia uerò lineæ b l & n e æquidistant: patet per 15 & 29 p 1 quia trigona b l h & n h e sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 est proportio lineę e n ad lineã b l, sicut lineæ e h ad lineam b h. Similiter quoq; trigona b l z & e m z sunt æquiangula per 29 p 1, quia lineæ b l & e m æquidistant: erit ergo proportio lineę e m ad lineam b l, sicut lineæ z e ad lineam z b: sed eadẽ est proportio lineæ e h ad lineam h b, quæ lineæ z e ad lineam z b: eadem ergo est proportio lineæ e n ad lineam b l, quę lineæ e m ad eandem lineam b l. Quia ergo linearũ n e & m e ad lineam b l eadem est proportio: ergo per 9 p 5 lineę n e & m e sunt ęquales. Quia itaq; angulus n l m diuiditur per ęqualia per lineã l e, ut patet per 20 th. 5 huius: (fit enim reflexio punctorũ h & z à puncto l) erit per 3 p 6 proportio lineæ l n ad lineam l m, sicut lineæ n e ad lineã e m: est ergo linea l n æqualis lineæ l m: linea uerò l e est communis ambobus trigonis l e n & l e m: ergo per 8 p 1 anguli l e m & l e n sunt æquales: sunt ergo recti per definitionem angulorum rectorũ: ergo per 29 p 1 angulus b l e erit rectus: linea ergo b l contingit circulũ, & cadit extra circulum per 16 p 3: quod est imposibile: est enim ducta secãs circulũ per 2 p 3. Non ergo fiet reflexio à puncto l. Sequitur autem magis imposibile, si sit proportio lineæ z t ad lineam t e, sicut lineæ z h ad aliquam lineam minorem linea h b. Patet ergo propositum: quoniã de quolibet dato puncto est penitus eodem modo deducendum.

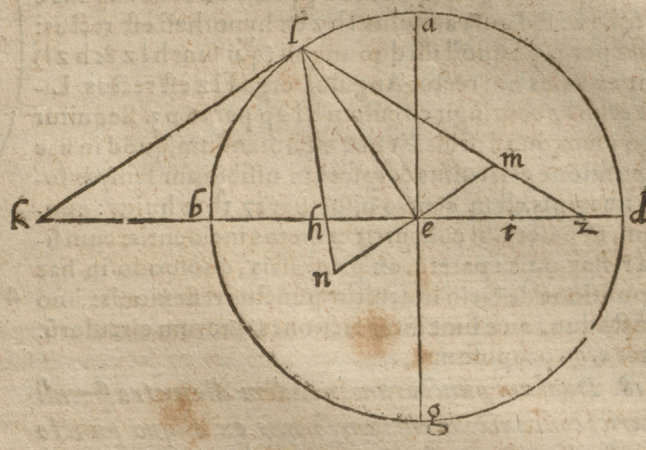


17. Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in una diametro speculi sphærici concaui, & inæqualiter distantibus à centro, si excessus distantiarum ad minorem distantiam proportionẽ habeat, quam pars diametri interiacentis puncta data ad lineam maiorem parte diametri interiacente punctum centro propinquius & peripheriam, fiet reflexio: posibileq́; est punctum reflexionis inueniri.

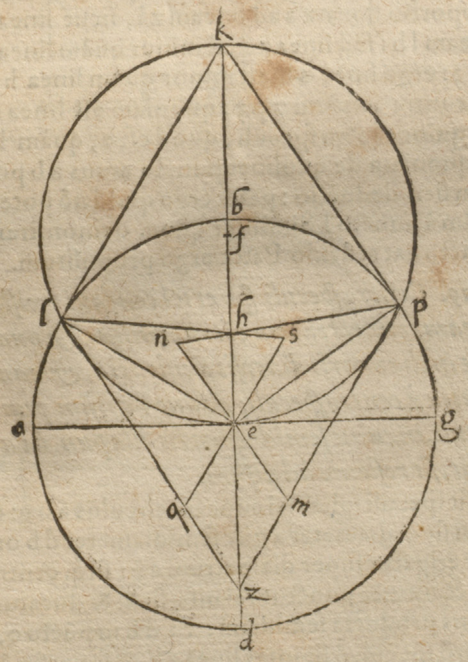
Sit speculi sphęrici concaui maior circulus a b g d: cuius centrum e: & diameter sit b d: in qua sit

centrum

centrum uiſus, quod ſit z: & punctus rei uiſę, qui ſit h: diſtetq; centrum uiſus z plus à centro ſpeculi, quod eſt e, quàm punctus rei uiſæ, qui eſt h: ſitq; proportio exceſſus diſtantiæ maioris, quæ eſt z e, ad minorem, quę eſt h e, ſicut partis diametri inter puncta data cadentis, quæ eſt z h, ad lineam maiorem parte diametri, quæ eſt inter pũctum h & peripheriam, quę eſt h b. Dico quòd in hoc ſitu fiet reflexio: & quòd eſt poſsibile punctum reflexionis inueniri. Ducatur enim diameter a g orthogonaliter ſuper diametrum b d. Et quia linea z e eſt maior quàm linea h e: ſit linea e t æqualis lineæ h e per 3 p 1: erit ergo linea z t exceſſus lineæ z e ſuper lineam h e: quæ ergo eſt proportio lineæ z t ad lineam h e, eadem ſit per 3 th. 1 huius proportio lineæ z h ad aliam lineam, quæ ſit h k: eritq; ex hypotheſi linea h k maior quàm linea h b: cadet ergo pũctum k extra peripheriam circuli. A puncto itaq; k ducatur linea contingens circulum a b g d per 17 p 3, quæ ſit k l, contingens circulum in puncto l: & copulentur lineę l z, & l h, & l e: & à puncto e per 31 p 1 ducatur linea æquidiſtans lineæ k l: quæ ſit n e m ſecans lineam l z in puncto m: & linea l h producatur: hæc ergo per 2 th. 1 huius concurret cum linea m e n: quia concurrit cũ eius æquidiſtante, quę eſt linea l k: ſit punctus concurſus n.



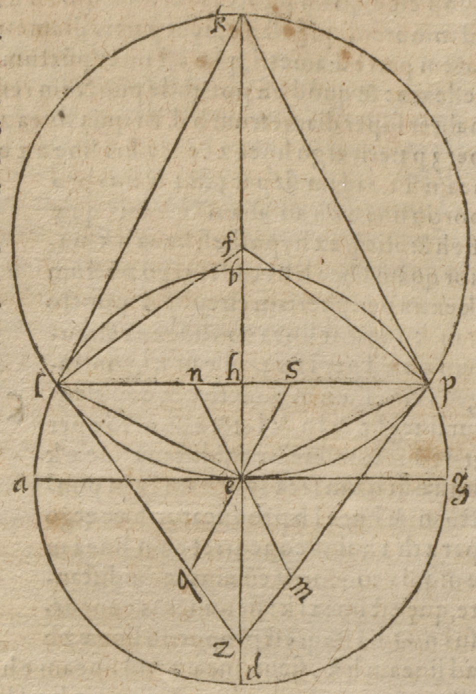
Quia itaq; eſt proportio lineæ z h ad lineam h k, ſicut lineæ z t ad lineam e h, uel ad eius æqualem lineam, ſcilicet t e per 7 p 5: erit per 18 p 5 coniunctim proportio lineæ z k ad lineam h k, ſicut lineæ z e ad lineam t e: eritq; permutatim per 16 p 5 proportio lineæ z k ad lineam z e, ſicut lineę h k ad lineam t e, uel ad eius æqualem lineam h e. Eſt autem proportio lineę k h ad lineam e h, ſicut lineæ k l ad lineam e n per 4 p 6: quoniam trigona h l k & h n e ſunt æquiangula per 29 p 1: ideo quia lineæ k l & n e ſunt æquidiſtantes. Proportio uerò lineę k z ad lineam e z, eſt ſicut proportio lineæ k l ad lineam e m per 4 p 6: quoniam trigona k l z & e m z ſunt æquiangula per 29 p 1, quia linea e m æquidiſtat lineę k l. Lineæ itaq; n e & m e ad lineam k l eandem habent proportionẽ: quoniam ex hypotheſi eſt proportio lineę k z ad lineam z e, ſicut lineæ k h ad lineam h e: ergo per 9 p 5 lineę e n & e m ſunt æquales: linea uerò l e eſt communis duobus trigonis l e n & l e m, & anguli l e n & l e m ſunt æquales, quia ſunt recti per 29 p 1, angulus enim k l e eſt rectus per 18 p 3: ergo per 4 p 1 duo anguli z l e & e l h ſunt ęquales. Ergo per 20 th. 5 huius forma puncti h reflectitur ad punctum z, uel econuerſo, à puncto ſpeculi, quod eſt l. Patet ergo propoſitum. Oſtenſum eſt enim quia fit reflexio mutua datorum punctorũ in hoc ſitu: & inuentus eſt punctus reflexionis: quod proponebatur. Ex his itaq; manifeſtum eſt, quòd ſi linea e z fuerit maior quàm linea e h, & ſi proportio lineæ k z ad lineam z e, ſicut lineæ k h ad lineã e h, quòd in omnibus ſpeculis ſphęricis concauis conſtitutis ſuper centrum e, quorum ſemidiameter fuerit maior quàm linea e h, & minor quàm linea e k, fiet mutua reflexio punctorũ h & z adinuicem à duobus punctis cõmunis ſectionis circuli ſpeculi & circuli, cuius diameter eſt linea e k. Sit enim in linea k h punctus, qui ſit b: & ſuper cẽtrum e deſcribatur circulus ad quantitatem ſemidiametri e b, qui ſit a b g d: ſitq; in ſpeculo ſphærico concauo: & diuidatur linea e k per æqualia in puncto f per 10 p 1: fiatq; ſuper centrum f circulus, cuius diameter ſit e k: hic ergo ſecabit circulum a b g d in duobus pũctis per 10 p 3, quę ſint puncta l & p. Dico quòd punctorum h & z mutua reflexio fiet à punctis l & p. Ducatur enim lineę k l, k p, e l, e p: erit ergo angulus k l e rectus per 31 p 3: ergo per 16 p 3 linea k l contingit circulum a b g d, cum ſit perpendicularis ſuper ſemidiametrum ipſius, quæ eſt e l. Ducta itaq; à puncto e linea n e m ęquidiſtanter lineę k l, demonſtrabitur ut prius, quoniã puncta h & z mutuò reflectentur adinuicem à puncto l. Similiter quoque ductis lineis z p & h p, & linea q e s ęquidiſtante lineę k p: nam eadẽ eſt demõſtratio hinc inde. Semper enim anguli incidentię & reflexionis ad puncta l & p fiunt ęquales.



Patet etiam ex pręmiſsis quòd ſi linea incidentię uel reflexionis, quę eſt h l, ſit perpendicularis ſuper lineam e k, quoniã linea z l neceſſariò circulum cõtingit, cuius diameter eſt linea e k: efficiturq; tunc angulus z l h maximus illorũ angulorum, ſecundũ quos in hoc ſitu

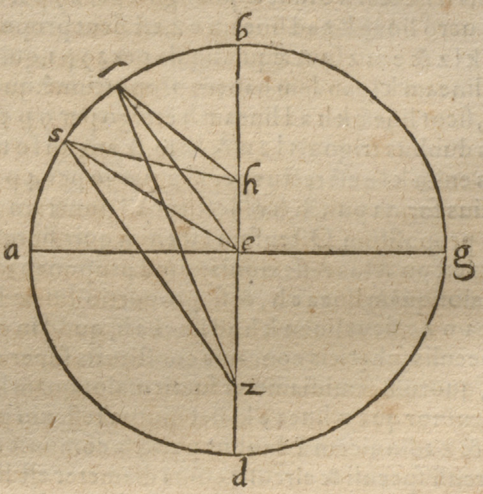
 poteſt

poteſt fieri reflexio. Ducatur enim à puncto f, quod eſt centrum circuli k l e p, linea f l: erit per 5 p 1 angulus f l e ęqualis angulo f e l: ſed angulus f e l eſt ęqualis duobus angulis e z l, & e l z per 32 p 1, cũ ſit illis extrinſecus in trigono z e l: angulus ergo f l e eſt æqualis duobus angulis e z l, & e l z: ſed angulus e l z eſt ęqualis angulo e l h ex præmiſsis: remanet ergo angulus f l h æqualis angulo e z l. Sit quoq; angulus h l z communiter additus utrobiq;: erit ergo angulus f l z ęqualis duobus angulis e z l & h l z: ſed quia angulus l h z ex hypotheſi eſt rectus: patet per 32 p 1 quòd illi duo anguli (qui ſunt h l z & h z l) ſunt æquales uni recto. Angulus ergo f l z eſt rectus. Linea ergo l z contingit circulum k l e p per 16 p 3. Sequitur ergo idem, quod prius. Et hoc eſt notandum, quòd in hac diſpoſitione cẽtri uiſus & ipſorum uiſibilium ſemper locus imaginis eſt in centro uiſus per 37 th. 5 huius: quoniam, ut patet, ibi concurrit cathetus incidentiæ cum linea reflexionis: patetq; ex præmiſsis, quomodo in hac diſpoſitione de facili inuenitur punctus reflexionis: imò puncta duo, quæ ſunt inter ſectiones duorum circulorũ. Patet ergo propoſitum.



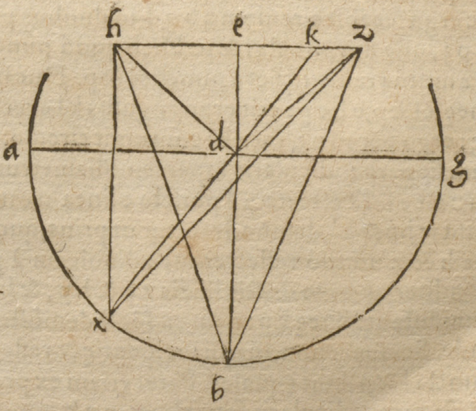
18. Duorum punctorum in eadem diametro ſpeculi ſphærici concaui exiſtentium formis ex aliquo puncto ſpeculi adinuicem reflexis: eaſdem ab aliquo pũcto alio eiuſdem quartæ illius circuli impoſsibile eſt reflecti.

Sit diſpoſitio, quæ in figuris proximis: reflectaturq; forma puncti h ad punctum z à puncto ſpeculi l. Dico quòd impoſsibile eſt, ut formarum illorum punctorum reflexio fiat ad inuicem ab aliquo alio puncto illius eiuſdem quartæ circuli, quæ eſt b a, quàm à puncto l. Sit enim, ſi poſsibile eſt, ut fiat à puncto s eiuſdem quartæ: & ducantur lineæ z l, h l, z s, h s, e l, e s. Quia itaq; angulus z l h diuiſus eſt per æqualia per lineã e l: patet per 3 p 6 quia eſt proportio lineæ z l ad lineã l h, ſicut lineæ z e ad lineam e h. Similiter quia angulus z s h diuiſus eſt per æqualia per lineam e s: erit per 3 p 6 proportio lineæ z s ad lineam s h, ſicut lineæ z e ad lineam e h: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ z s ad lineam s h, ſicut lineæ z l ad lineam l h: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineæ z s ad lineam z l, ſicut lineæ s h ad lineam l h: ſed linea z s eſt minor quàm linea z l per 7 p 3: ergo linea s h eſt minor quàm linea h l: quod eſt contra eandem 7 p 3: quoniam eſt linea s h propinquior centro ſpeculi, quod eſt e, quàm linea h l. Et quoniam de quolibet puncto arcus a b poteſt eadem fieri deductio: patet ergo quòd nõ poteſt fieri reflexio ab aliquo puncto quartæ circuli ab alio quàm à puncto l. Similiter quoq; demonſtrandum eſt in quarta circuli, quę eſt b g, ſi ab illius aliquo puncto fiat reflexio. Patet ergo propoſitum.



19. Centro ſpeculi ſphærici concaui exiſtẽte extra lineam connectentem cẽtrum uiſus, & punctum rei uiſæ in diametris diuerſis exiſtentia, & æqualiter diſtantia à centro ſpeculi: ab uno tantùm puncto ſemicirculi, in cuius ſemidiametris illa puncta non conſiſtunt, fit reflexio ad uiſum.

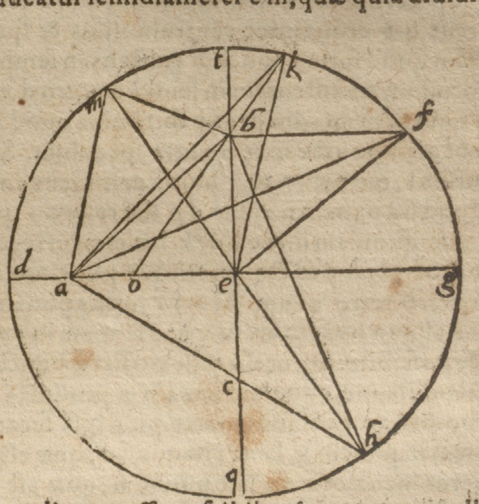
Sit ſpeculi ſphærici concaui circulus a b g: cuius centrum ſit d: diameter a g: & ſemidiameter d b orthogonaliter erigatur ſuper diametrum a g: ſitq; centrum uiſus punctum z: & punctus rei uiſæ ſit h: & ducatur linea z h ſecans productã ſemidiametrũ d b in pũcto e, ita quòd centrũ ſpeculi d ſit inter lineã z h & ſuperficiẽ ſpeculi, à qua fit reflexio: diſtentq; pũcta z & h æqualiter à pũcto d, q d eſt centrũ ſpeculi: ꝓpter qd' erit linea b d e ꝑpendicularis ſup lineã z h p 8 p & 10 defi. 1. Dico quòd forma pũcti h reflectitur ad uiſũ z ab uno tãtùm puncto

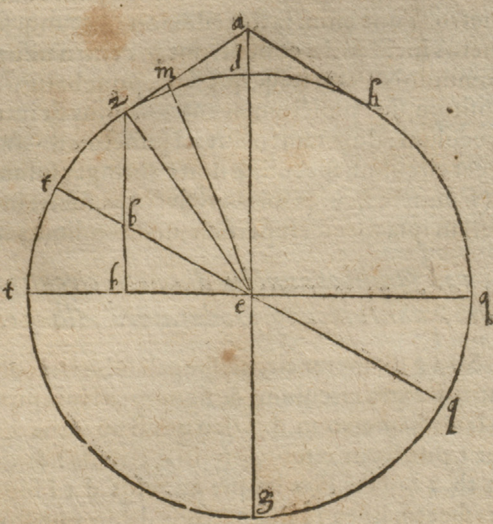


puncto semicirculi a b g, quod est b. Ducantur enim lineæ d z, d h, z b, & b h. Et quia per 3 p 3 linea b d e diuidit lineam h z per æqualia: patet quòd duo latera b e & e h sunt æqualia duobus lateribus b e & z e, & anguli b e h & b e z sunt æquales, quia recti: ergo per 4 p 1 patet quoniam anguli z b e & h b e sunt æquales. Fit ergo per 20 th. 5 huius reflexio formæ puncti h à puncto speculi b ad centrum uisus, quod est z. Dico itaque quòd non potest ab aliquo alio puncto speculi fieri hæc reflexio. Si enim detur, quòd fiat à puncto t: ducantur lineæ z t & t h: & à centro d ducatur ad punctum reflexionis t linea d t: quæ producta ad lineam z h secet ipsam in puncto k. Quia itaque per 20 th. 5 huius linea k t diuidit angulum z t h per æqualia: patet per 3 p 6 quoniam est proportio lineæ z t ad lineam t h, sicut lineæ z k ad lineam k h: sed linea z k est minor quàm linea z e: ergo & minor quàm linea k h. Erit ergo linea z t minor quàm linea t h: sed per 7 p 3 linea z t est maior quàm linea z b; & linea h b maior quàm linea h t: erit ergo linea z b minor quàm linea h b, quod est contra præmissa & contra 4 p 1. Non ergo reflectetur forma puncti h ad centrum uisus existens in puncto z à puncto speculi t. Similiter quoque demonstrandum est de quolibet puncto semicirculi a b g. Patet ergo propositum.

20. Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diametris diuersis circuli magni speculi sphærici cōcaui: possibile est reflexionem fieri ab aliquo pūcto arcuū interiacentiū diametros circuli transeuntes per illa puncta: non autem ab aliquo puncto arcuum aliorū. Alhaz. 66 n 5.

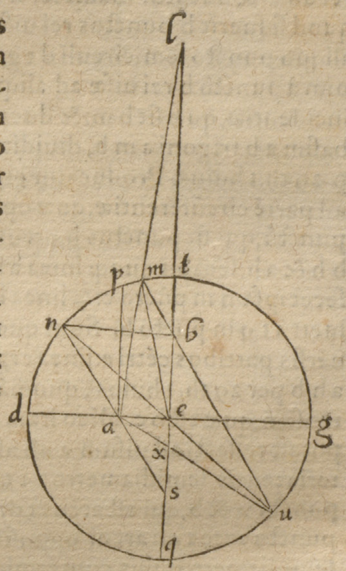
Circulus (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici cōcaui) sit d g t q: & sit a centrum uisus intra speculum sphæricum concauum: & sit e centrum speculi: & sit b pūctus rei uisæ: & ducatur diameter d a g per centrum uisus a: & ducatur diameter t q, ut contingit. Dico quòd si fuerit b punctus rei uisæ in semidiametro e t, potest fieri reflexio formæ eius ad uisum a ab aliquo puncto semicirculi d t g, & ab aliquo pūcto semicirculi sibi oppositi, qui est d q g. Ducatur enim à puncto b rei uisæ ad aliquē punctum semicirculi g t d arcus quartæ t d, qui sit pūctus m, linea incidentiæ, quæ sit b m: & ducantur lineæ b a & m a: & ducatur semidiameter e m, quæ quia diuidit basim a b trigoni a m b, diuidit ergo angulum b m a p 29 th. 1 huius. Producatur ergo semidiameter m e ad partē circūferentiæ, quæ opponitur puncto m, in punctū, qui sit punctus h, arcus g q: & ducātur lineę b h & a h: secabit quoq; linea a h diametrū t q. Sit, ut secet ipsam in pūcto c: & linea h b secabit eandē diametrū t q in pūcto b. Sunt quoq; pūcta b & c ex diuersis partibus cētri e: linea ergo e h diuidet angulū a h b per 29 th. 1 huius, quoniā diuidit basim ei subtensam, quæ est b c. Dico itaq; quòd forma puncti b potest reflecti ad uisum a ab aliquo pūcto arcus interiacentis semidiametros e t & e d, in quibus sunt puncta a & b, qui est arcus t d: & similiter ab aliquo puncto arcus illi arcui oppositi, interiacentis alias semidiametros illis conterminales, quæ sunt e g & e q, utpote ab aliquo puncto arcus, qui est q g: & quòd non potest reflecti ab aliquo puncto arcus g t. Si enim hoc dicatur esse possibile: sumatur tunc aliquis pūctus arcus g t, qui sit k, propinquior pūcto t: & ducātur lineæ a k & k b: & producatur linea k b, donec cadat sup diametrū d g in punctū o: cadet autem per 14 th. 1 huius: ideo quia angulus b e d est rectus, & angulus k b t est acutus: & oēs illę lineę sunt in eadē superficie. Quoniam ergo puncta o & a sunt in eadē parte centri circuli, quod est e, patet quòd perpendicularis ducta à puncto k ad centrū e, nō diuidit angulū o k a: & ita forma pūcti b nō potest reflecti ad uisum a à puncto speculi, quod est k. Similiter sumpto alio puncto, quod sit f, ita ut linea b f sit ęquidistans diametro d g, uel quòd angulus f b t fiat obtusus. Semper enim tunc patebit quoniam perpendicularis e f non diuidet angulum b f a per 29 th. 1 huius: quoniam cadet extra a b basim trigoni a b f. Non ergo potest reflecti forma puncti b ad uisum a à pūcto speculi f: ergo neq; ab aliquo pūcto arcus oppositi arcui g t, qui est arcus d q. Eodem quoq; modo demonstrandum, si b punctus rei uisæ fuerit in superficie speculi aut extra speculum: dum tamen punctum a, quod est centrum uisus, sit intra speculum: & idem erit modus probādi. Similiter quoq; si punctus a centrum uisus fuerit in superficie specu-





ficie speculi, & punctus b fuerit interius uel exterius, idem est probandi modus. Si etiam centrum uisus a fuerit extra speculum, & punctus b rei uisæ fuerit intra speculum: patet idem, quod propositum est. Ducantur enim à puncto a centro uisus lineæ contingẽtes circulum g t d per 17 p 3, quæ sint lineæ a h & a z: & ducantur duæ diametri, una uisualis, quæ sit a e g, & alia, quæ sit t e q: & sit b punctus rei uisæ in diametro t e q. Palàm itaq; ex præmissis, quia reflectitur forma puncti b ad uisum a ab aliquo puncto arcus t d. Igitur ab aliquo puncto arcus t z: quia impossibile est, ut reflectatur ab aliquo puncto arcus z d: quoniam ille arcus cadit sub puncto contingentiæ, & etiam propter inæqualitatem angulorum: quoniam per 18 p 3 angulus e z a est rectus, & angulus b z e per 42 th. 1 huius est minor recto, cui fiunt inæquales omnes anguli constituti super lineam z a. Similiter quoq; ab aliquo puncto arcus q g (qui est oppositus arcui t d) potest fieri reflexio formæ puncti b ad uisum existentem in puncto a: sed ab arcu t g uel d q nulla fiet reflexio propter supradicta: similiterq; permutato puncto b in aliam diametrum, quę sit eadem diameter t q, idem accidet, quod prius. Patet ergo propositum.

21. Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diuersis diametris circuli magni speculi sphærici concaui, si à centro uisus ducatur linea æquidistans diametro, in qua est punctum rei uisæ secans circulum: erũt omnia loca imaginum punctorum reflexorum ab arcu speculi interiacente terminum diametri rei uisæ & illam æquidistantẽ, extra speculum: & loca imaginum reflexarum à reliquo arcus interiacente diametros, erunt ultra uisum: oppositi uerò arcus loca imaginum erunt inter centrum uisus & speculum. Alhazen 67 n 5.

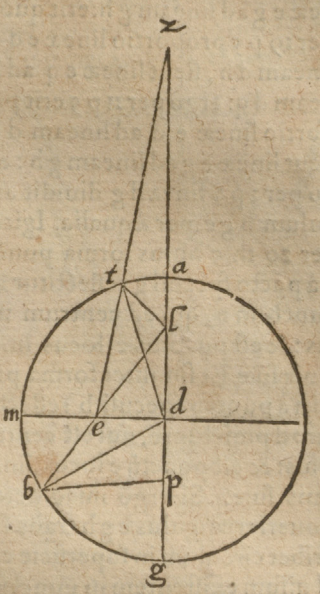


Sit dispositio, quæ prius: & ducatur à puncto a linea æquidistans semidiametro t e, quæ sit a p. Dico quòd loca imaginum reflexarum à punctis arcus t p erunt extra speculum: loca uerò imaginum arcus p d erunt ultra centrum uisus, quod est a: loca uerò imaginum arcus q g erunt inter centrum uisus & speculi superficiem. Dato enim quòd forma puncti b existens in semidiametro t e, reflectatur ad uisum a existentem in semidiametro d e ab aliquo puncto arcus p t, qui sit m: palàm per 14 th. 1 huius quòd lineæ a m & b e concurrent ultra puncta m & b extra speculum. Sit quoque punctus concursus l, qui per 37 th. 5 huius erit locus imaginis formæ puncti b. Quòd si à puncto n arcus d p fiat reflexio: patet per eandem 14 th. 1 huius quoniam lineæ a n & b e concurrent ultra puncta a & e: sit concursus in puncto ꝰ: eritque punctum s locus imaginis formæ puncti b retro uisum. Si uerò forma puncti b reflectatur ad uisum a ab aliquo puncto arcus q g: quoniam in præmissa ostensum est hoc esse possibile: sit, ut illa reflexio fiat à puncto arcus q g, quod sit u. Palàm itaque quoniam linea b e producta diuidit angulum a e u: ergo per 29 th. 1 huius patet quòd ipsa secat basim a u: sit, ut secet ipsam in puncto x. Linea itaque a u, quæ est linea reflexionis, & cathetus incidentiæ formæ puncti b, quæ est b e, secant se in puncto x: est ergo per 37 th. 5 huius punctum x locus imaginis formæ puncti b: & ipse est inter uisum & speculum. Secundum hæc itaq; loca imaginum diuersantur, ut etiam declaratum est in 11 huius. Nunquam autem est possibile locum imaginis esse in centro uisus, nisi cum punctus rei uisæ & centrum uisus in eadem sunt diametro. Tunc enim facta reflexione, utcunq; sit possibile, semper patet quòd linea reflexionis & cathetus incidentiæ concurrunt in centro uisus: quoniam solus ille punctus ambabus illis lineis est communis. Patet itaq;, quod proponebatur. Semper enim eodem modo est demonstrandum propositum, siue punctum a centrum uisus sit intra speculum: siue in superficie ipsius speculi: siue extra speculum: dum tamen linea à puncto a ducta æquidistanter diametro, in qua est punctus rei uisæ, secet circulum speculi, & non contingat ipsum. Forma uerò reflexa à puncto p secundum lineam p a (si punctus, cuius forma reflectitur, fuerit in semidiametro t e, cui æquidistat linea a p) potest uideri in ipsa speculi superficie, ut ostendimus in 11 & 12 th. huius.

22. Quilibet punctus diametri circuli magni speculi sphærici concaui potest esse locus imaginum, quantumcunq; producatur. Alhazen 68 n 5.

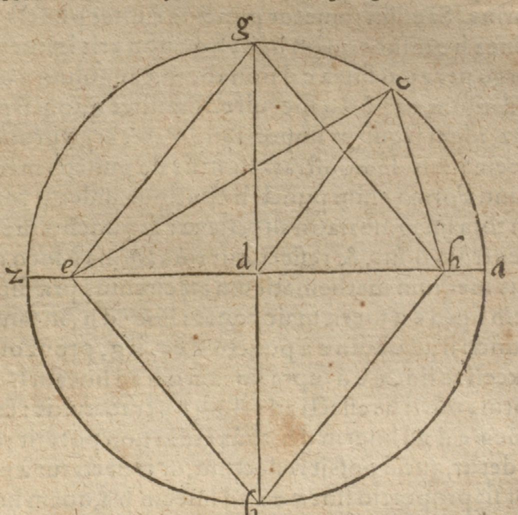
Sit a g diameter circuli speculi sphærici concaui, qui sit a t m g: cuius circuli cẽtrum sit d: producaturq; extra circulum: & signetur in ipsa punctum z: sitq; punctus e centrum uisus intra circulum in semidiametro m d. Dico quòd punctus z potest esse locus imaginis. Ducatur enim linea e t z per t punctum circumferentiæ circuli: & ducatur linea d t: eritque angulus e t d acutus per 42 th. 1 huius. Fiat itaque angulus d t l super terminum lineæ d t æqualis angulo e t d per 23 p 1: secetq; linea t l diametrum d a in puncto l. Palàm itaque per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti l reflectitur ad uisum existentem in puncto e à puncto speculi quod est t: & eius imaginis locus est in puncto z per 37 th. 5 huius: quoniam in illo puncto concurrit cathetus inciden-

incidentiæ, qui est d l z, cum linea reflexionis, quæ est c e. Et si sumatur punctus diametri a g intra circulum, qui debet ostendi posse esse locus imaginis, ut si ille punctus sit l: palàm quia & ipse erit locus imaginis alicuius formæ. Ducatur enim linea e l, & producatur usque ad punctum circumferentiæ, quod sit b, & ducatur linea d b: eritq; angulus d b e acutus per 42 th.1 huius. Fiat ergo æqualis sibi, qui sit d b p. Palàm itaque per 20 th.5 huius quoniam reflectitur forma puncti p ad uisum e à puncto speculi b: & locus imaginis formæ puncti p est punctus l per 37 th.5 huius. Sumpto quoq; quolibet puncto alio eadem est probatio. Patet ergo propositum.



23. Centro uisus & puncto rei uisæ in eadẽ circuli magni diametro existentibus: punctorũ reflexorum à speculis sphæricis concauis, quibus est locus imaginis centrum uisus, poßibile est, ut ab uno tantùm semicirculi puncto fiat reflexio ad uisum: uel tantùm à quolibet unius alterius circuli determinati puncto. Alhazen 69 n 5.

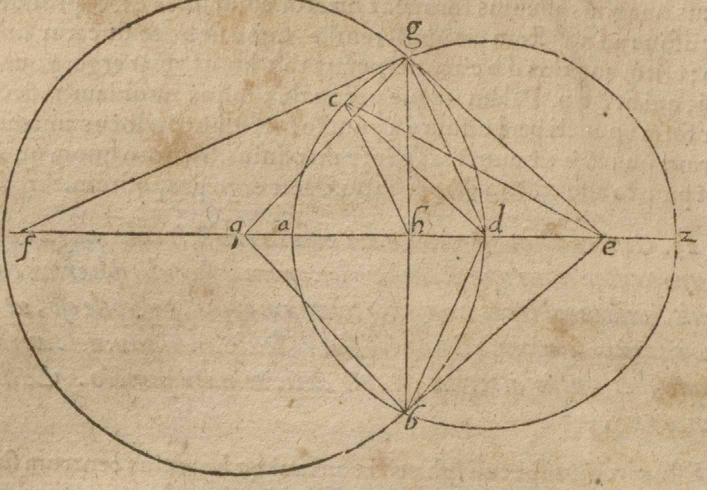
Esto circulus speculi sphærici concaui g z b a: cuius centrum sit d: & intersecent se in ipso duæ diametri z a & g b orthogonaliter: & sit in diametro z a punctus e: qui sit centrum uisus: & h, qui sit punctus rei uisæ, sit in eadem diametro z a: quoniam ubicunque fuerint centrũ uisus & pũctus rei uisę in una illius circuli diametro, semper possunt dictæ diametri taliter produci, ut se orthogonaliter intersecent, diametro z a per puncta e & h transeunte. Aut ergo linea e d interiacens cẽtra uisus & speculi est æqualis lineæ d h: aut non. Si sit æqualis, ita quòd illa pũcta æqualiter distent à centro speculi: ducantur lineæ h g, h b, e g, e b. Palàm itaq; per 4 p 1 quoniam triangulus h g d est æqualis triangulo g d e, & æqualis triangulo h d b & triangulo e d b, & ipsorum anguli respicientes æqualia latera sunt æquales. Et quoniam angulus h g d est ęqualis angulo d g e: palàm quia angulus h g e diuiditur per æqualia per lineam g d: potest ergo per 20 th.5 huius forma pũcti h à puncto speculi g reflecti ad uisum in punctum e: & erit per 37 th.5 huius locus imaginis punctus e, qui est cẽtrum uisus. Similiterq; potest forma puncti h à puncto speculi b reflecti ad uisum in punctum e: & erit iterum locus imaginis punctum e per eadem, quæ prius. Si itaq; diametro z a manente immobili, semicirculus z g a imaginetur moueri per sphæram speculi, aut etiam



solus triangulus h g e moueatur fixo manente latere e h: palàm quia punctus g motu suo describit circulum, & à quolibet puncto illius circuli reflecti potest forma puncti h ad uisum e: & locus imaginis erit semper punctus e, quod est centrum uisus. Quòd autem ab alio puncto speculi quàm ab aliquo puncto illius circuli non posit forma puncti h reflecti ad uisum e, manifestum est. Si enim reflecteretur ab alio circulo quàm ab illo, quem motu suo caussat punctum g uel punctum b: tunc reflecteretur ab alio puncto illius semicirculi a g z. Sit ergo, ut reflectatur à puncto illius, qui sit c: & hoc erit extra illum circulum imaginatum in superficie speculi. Ducantur quoque lineæ h c & e c: eritq; linea e c maior quàm linea e g per 7 p 3, & erit linea h c minor quàm h g per eandem 7 p 3: non ergo erit proportio lineæ e c ad lineam h c, sicut lineæ e d ad lineam b d, quæ sunt æquales: ergo per 3 p 6 angulus e c h non diuiditur in duo æqualia per lineam d c. Non ergo reflectitur forma puncti h ad uisum e à puncto speculi c. Et eadem est deductio, si sumatur punctus c inter puncta g & z in arcu z g. Palàm itaque quoniam centro uisus, quod est e, & puncto rei uisæ, qui est h, existentibus in eadem diametro, & æqualiter distantibus à centro speculi, semper fit reflexio formæ puncti uisi ad uisum modo proposito. Quòd si puncta dicta in eadem diametro existentia inæqualiter distent à centro speculi, puncto d, utpote si linea e d fuerit maior quàm linea d h, addatur lineæ d h linea h q per 126 th.1 huius, taliter, ut illud, quod fit ex ductu lineæ e q in q h sit æquale quadrato lineæ d q: erit ergo per 17 p 6 proportio lineæ e q ad lineam d q, sicut lineæ d q ad lineam h q. Fiat ergo circulus ad quantitatem semidiametri d q, cuius centrum sit q. Et quoniam ille circulus intersecat circulum g z b a in duobus locis per 10 p 3: sint illa loca sectionis puncta g & b: & ducantur lineæ e g, e b, q g, q b, d g, d b, h g, h b. Et quia linea q g est æqualis lineæ q d per definitionem circuli: palàm per 7 p 5 quoniam eadem est proportio lineæ e q ad lineam q g & ad lineam q d: est ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, sicut lineæ g q ad lineam q h: angulus uerò g q h communis est utrique triangulorum, qui sunt e q g & h q g: ergo per 6 p 6 illi duo

trianguli

trianguli ſunt æquianguli: erunt quoq; eorum latera proportionalia per 4 p 6: erit ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, ſicut lineæ e g ad lineam g h: erit quoq; per 19 p 5 proportio lineæ e d ad lineam d h, ſicut lineæ e q ad lineam d q: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ e d ad lineam d h, ſicut lineæ e g ad lineam g h: ergo per 3 p 6 linea d g diuidit angulum h g e per æqualia. Igitur per 20 th. 5 huius forma puncti h à pũcto ſpeculi g reflectitur ad punctum e, qui eſt centrum uiſus: & eſt punctus e locus imaginis ſuæ. Et ſimiliter forma pũcti h à puncto ſpeculi b reflectitur ad punctum e, qui eſt centrũ uiſus: & eſt punctũ e locus imaginis ſuæ. Si ergo imaginetur



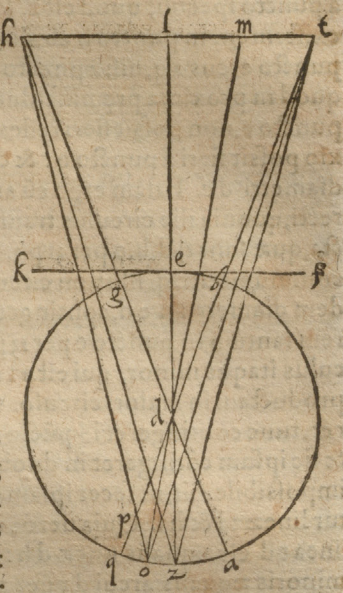
moueri triangulus e g h trans ſphæram ſpeculi (linea h e remanente immota) tunc punctus g deſcribet circulum in ſuperficie concaua ſpeculi, à cuius quolibet puncto reflectetur forma puncti h ad uiſum exiſtentem in puncto e: & ſemper erit locus imaginis punctus e. Quòd uerò ab alio puncto quàm ab aliquo punctorum illius circuli, non poſsit forma puncti h reflecti ad uiſum e, patet, ut prius. Si enim ſumatur punctus c inter puncta g & a: erit per 7 p 3 linea e c maior quàm linea e g, & linea h c minor quàm linea h g: non erit igitur proportio lineæ e c ad c h, ſicut e d ad d h per 8 p 5: ergo per 3 p 6 linea c d non diuidit angulum e c h per æqualia. Non ergo reflectetur forma puncti h ad uiſum e à pũcto ſpeculi c. Similiter quoq; ſi punctus c, à quo debeat fieri reflexio, cadat in arcum g z, idem ſequitur impoſsibile. Patet ergo propoſitum. Sicut autem hæc de punctis & circulis mathematicis demonſtrata ſunt: ſic de punctis medijs naturalium imaginum reflexarum intelligenda ſunt. Forma enim puncti h continua uidetur formis aliorum punctorum: & eſt media intelligenda in tota imagine naturali reflexa: & punctus medius totius illius formæ erit in puncto e, quod eſt centrum uiſus, & reflectetur tota forma à loco circulari ſpeculi habẽte ſenſibilem latitudinem, cuius medium mathematicum eſt circulus prædictus: & ſunt puncta e & h poli illius circuli. Cum autem linea e d fuerit maior quàm linea d h, in tantum poterit eſſe maior, quòd non reflectetur forma puncti h ad uiſum e à puncto ſpeculi g, prout oſtendimus per 17 huius: niſi enim fuerit proportio exceſſus lineæ e d ſupra lineam d h ad lineam h d maior quàm lineæ e h ad lineam a h, non poterit forma pũcti h reflecti ad uiſum e per 16 huius: eritq; proportio lineæ e a ad lineam a h maior quàm lineæ e d ad lineam d h: aliàs enim non poterit reflecti forma puncti h ad uiſum in punctum e. Quia ſi detur, quòd poſsit reflecti: ſit, ut reflectatur à pũcto g. Dico itaq; quòd neceſſariò ſequitur, ut maior ſit proportio lineæ e a ad lineam h a, quàm lineæ e d ad lineam d h: erit enim ex 42 th. 1 huius angulus h d g acutus: erit quoq; per idẽ 42 th. 1 huius angulus d g h minor recto. Ducatur itaq; à puncto g linea contingens circulum a g z b, quæ ſit g f: hæc ergo neceſſariò concurret cum linea e h per 14 th. 1 huius: cum angulus h d g ſit acutus, & angulus d g f rectus per 18 p 3: ſit concurſus punctus f: erit ergo per 13 huius proportio catheti incidentiæ, quæ eſt h d, ad lineam d e ductam à centro ſpeculi ad locum imaginis, ſicut lineæ h f ductæ à puncto rei uiſæ ad finem contingentiæ, ad lineam f e ductam à fine contingentiæ ad locum imaginis. Ergo per 5 th. 1 huius erit econuerſo proportio lineæ e f ad lineam f h, ſicut lineæ e d ad lineam d h: ſed maior eſt proportio lineæ e a ad lineam a h, quàm ſit lineæ e f ad lineam f h per 4 th. 1 huius: quoniam æquali linea (quę eſt f a) addita utrobiq;, minuitur proportio: igitur maior eſt proportio lineæ e a ad lineam h a, quàm ſit lineæ e d ad lineam d h. Si itaq; forma puncti h reflectitur ad uiſum e: neceſſarium eſt, ut proportio lineæ e a ad lineam h a ſit maior quàm lineæ e d ad lineam d h. Hoc itaque cum fuerit, erit in hac diſpoſitione centri uiſus & puncti rei uiſæ, ſicut prius, demonſtrandum. Palàm ergo ſunt omnia, quæ propoſita ſunt, cum centrum uiſus & punctus rei uiſæ fuerint in eadem diametro circuli propoſiti ſpeculi. Patet ergo propoſitum.

24. Puncto rei uiſæ & centro uiſus exiſtentibus extra ſpeculum ſphæricum concauum non in eadem diametro circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi) non eſt poſſibile, ut fiat ad uiſum reflexio niſi ab uno tantùm puncto: & unicus tantùm imaginis erit locus. Alhazen 70 n 5.

Eſto t punctus rei uiſæ: & h centrum uiſus: & ſit d centrum ſpeculi: & ducantur lineæ h d, t d, h t: ſuperficies itaq; reflexionis, quæ per 3 huius eſt ſuperficies h d t, ſecat ſuperficiem ſpeculi per 2 huius ſuper circulum, qui ſit e b q g. Palàm itaq; quòd forma puncti t non reflectitur ad uiſum h, niſi ab aliquo puncto huius circuli: non enim fit aliqua reflexio extra ſuperficiem reflexionis. Producatur

itaq;

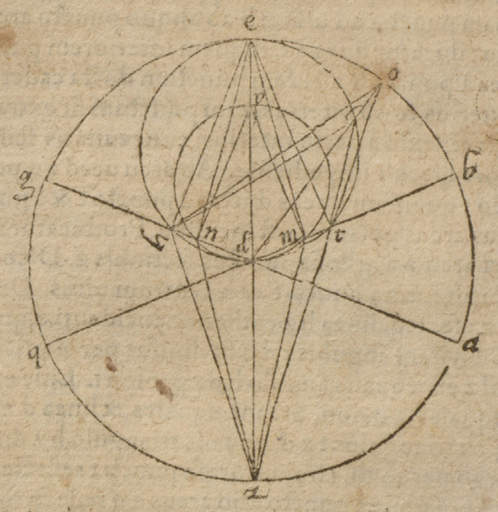
itaq; linea h d ultra centrum d, donec secet circumferẽtiam circuli: & sit punctus sectionis a: & producatur linea t d ultra punctum d, secans circulum in puncto q: incidatq; linea h d circulo in pũcto g, & linea t d in puncto b. Palàm ergo (cum per 20 huius solùm sit possibilis reflexio ab arcubus interiacentibus diametros, in quibus sunt centrum uisus, & pũctus rei uisæ) quòd forma puncti t ad uisum existentem in puncto h non reflectitur ab aliquo puncto arcus q g uel arcus b a: reflectitur itaq; aut ab aliquo puncto arcus g b, aut ab aliquo puncto arcus q a. Diuidatur itaq; angulus t d h per æqualia per 9 p 1: diuidatq; ipsum linea d e l, secans circuli peripheriam in puncto e, & linea h t in puncto l: & à puncto e ducatur linea contingens circulum per 17 p 3: quæ sit k e f. Si itaq; puncti t & h fuerint super illam lineam contingentem, ubicunq; consistant: palàm quòd non est possibile reflecti formam puncti t ad uisum h ab aliquo puncto arcus b g. Si enim à puncto t ducatur linea ad aliquem interiorem punctum huius arcus, linea à puncto h ad idem punctum ducta cadet super eundem arcum exterius & nõ interius, cum punctum sit extra speculum: & ita non erit reflexio à parte interiori concauitatis scilicet speculi, ipso corpore speculi impediente. Ab arcu uerò a q possibile est ut fiat reflexio: quoniam lineas ductas à puncto t & à puncto h, concauitati illius arcus possibile est incidere. Producatur itaq; linea l d donec secet arcum a q: & sit punctus sectionis z. Dico quòd à puncto z reflectetur forma puncti t ad h centrum uisus. Ducantur enim lineæ t z, h z: secetq; linea h z cathetum incidentiæ, quæ est t d q, in puncto p. Cum itaq; angulus t d h sit diuisus per æqualia: patet quòd angulus t d z est æqualis angulo h d z per 13 p 1. Lineæ itaq; t d & h d aut sunt æquales, aut non. Si sunt æquales, & linea d z est communis: erit per 4 p 1 triangulus t z d æqualis triangulo h z d: & angulus t z h est diuisus per æqualia per lineam d z: ergo per 20 th. 5 huius forma puncti t reflectetur ad uisum in pũctum h à puncto speculi z. Sed neq; est possibile à puncto alio arcus a q reflecti formam puncti t ad h. Sit enim, si est possibile, quòd reflectatur à puncto o, & ducantur lineæ t o & h o: linea quoq; o d m ducta per centrum speculi diuidat angulum t o h per æqualia: secetq; lineam h t in puncto m. Palàm ergo per 8 p 3 quoniam linea t z est minor quàm linea t o, & linea h o est minor quàm linea h z: est autem per 3 p 6 (cum angulus t z h sit diuisus per ęqualia) proportio lineæ t z ad lineam h z, sicut lineę t l ad lineam h l: proportio uerò lineæ t o ad lineam h o per eandem 3 p 6 est, sicut lineę t m ad lineam m h: sed per 9 th. 1 huius maior est proportio lineæ h z ad lineam t z, quàm lineæ h o ad lineam t o: ergo per 11 p 5 maior est proportio lineæ h l ad lineam l t, quàm lineæ h m maioris, quàm sit linea h l, ad lineam m t minorem, quàm sit linea l t: quod est impossibile. Semper enim est minor proportio quantitatis minoris ad maiorem quàm maioris ad minorem: quod faciliter patet per 9 th. 1 huius. Non ergo fiet reflexio formæ puncti t ad uisum h à puncto speculi o. Similiter etiam demonstrandum quòd à nullo alio nisi à solo puncto z: quod est propositum. Quòd si lineæ t d & h d sint inæquales, fiat resectio maioris ad æqualitatem minoris per 3 p 1: & ordinetur demonstratio, ut prius. Et quoniam forma puncti cuiuscunq; rei uisæ in eadem linea existentis semper reflectitur ab eodem puncto cuiuscunq; speculi ad uisum in quocunq; puncto eiusdem lineæ existentis (quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat, ut patet per 20 th. 5 huius: semper enim angulus incidẽtiæ est æqualis angulo reflexionis) patet quòd quæcunq; istarum linearum fuerit maior quàm alia, quòd non impedietur propter hæc reflexio: & quòd tantùm ab uno puncto speculi fiet reflexio: & hoc per diligentiam perquirentis secundum modum præmissum poterit declarari. Et quia in tali dispositione centri uisus & puncti rei uisæ ab uno tantùm puncto speculi fit reflexio ad uisum: patet quòd unica est linea reflexionis, quæ h z: unicus est ergo locus imaginis, scilicet pũctus p, in quo linea reflexionis (quæ est h z) secat cathetum incidentiæ, quæ est t d q. Patet ergo propositum.



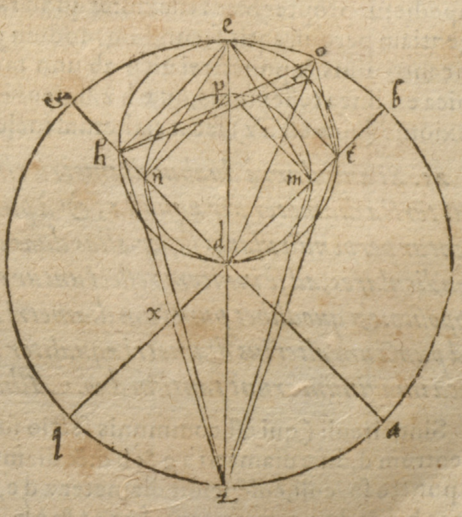
25. Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circumferentiæ & diametri medio ducantur perpendiculares super alias duas diametros: puncta diametrorum, in quæ cadunt perpendiculares, ad se inuicem reflectuntur tantùm ab illo puncto circumferẽtiæ, & à puncto sibi opposito: & quodlibet punctum diametri interiacens illa puncta, & centrum speculi reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistans à centro, ab eisdem duobus punctis: & loca imaginum erunt tantùm duo. Alhazen 71 n 5.

Sint circuli (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui) cuius centrum d, duæ diametri a g & b q: & diameter e d z diuidat angulum b d g per æqualia per 9 p 1: & à puncto speculi, cui incidit diameter z d e, ducantur duæ perpendiculares super duas semidiametros b d & d g per 12 p 1, quæ sint e t & e h. Palàm ergo per 26 p 1 quòd trianguli e t d & e h d sunt æquales & æquianguli. Quoniam enim angulus b d g diuisus est per æqualia per lineam d e, & anguli e t d & e h d sunt recti, & linea e d est ambobus illis trigonis communis: patet ergo quòd an-

gulus t e d est æqualis angulo d e h : ergo per 20 th.5 huius forma puncti t reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi, quod est e: & eodem modo forma puncti h reflectitur ad uisum existentem in puncto t à puncto speculi e. Similiterq; fiet reflexio à puncto z ductis lineis t z & h z. Cum enim ex præmissis lineæ t d & h d sint æquales, & per 13 p 1 anguli h d z & t d z sint æquales: erunt per 4 p 1 anguli t z d & d z h æquales: fiet ergo mutua reflexio púctorum t & h ad inuicem à puncto speculi, quod est z. Patet autem per 20 huius quòd nó reflectetur forma puncti t ad uisum existentem in puncto h ab aliquo puncto arcus a b, uel ab aliquo puncto arcus g q: nec ab aliquo puncto arcus a q, nisi à puncto z per 19 huius, & quòd idem accidet impossibile contra 9 th.1 huius, quod in proxima præmissa, ducta prius linea t h. Quòd uerò ab aliquo puncto arcus b g alio quàm à puncto e, non possit fieri reflexio formæ puncti t ad uisum h, sic patebit. Detur enim quòd illa reflexio possit fieri à puncto o: & ducantur lineæ t o & h o, d o: fiatq; circulus secundum quantitatem diametri d e. Palàm ergo cú anguli e t d & e h d sint recti, quoniá ille circulus transibit per quatuor puncta, quæ sunt t, d, h, e per 31 p 3. Cum itaq; púctus e sit communis utriq; illorum circulorú, & sit super eandem diametrum e d, continget circulus maior minorem tantùm in puncto e per 13 p 3, & non in alio. Circulus itaque minor, qui est e t d h, secabit lineam d o productam in maiori circulo. Quoniam si non secaret, tunc contingeret in púcto o circulum maiorem, & sic ipsum cótingeret in duobus punctis, quod est impossibile. Sit, ut secet ipsam in puncto l: & ducantur lineæ t l & h l. Quia uerò, ut patet ex præmissis, linea t d est æqualis lineæ d h: erit arcus d h circuli minoris æqualis arcui d t per 28 p 3: ergo per 27 p 3 angulus t l d est æqualis angulo d l h: ergo per 13 p 1 angulus t l o est æqualis angulo h l o: sed angulus l o t est æqualis angulo l o h per 20 th.5 huius, & ex hypothesi, & latus o l est cómune ambobus trigonis t o l & h o l: ergo per 26 p 1 illi trigoni sunt æquales & æquianguli: erit ergo linea t o æqualis lineæ h o, quod est impossibile: quoniam per 7 p 3 linea h o est maior quàm linea h e, & linea t o est minor quàm linea t e per eádem 7 p 3: linea uero t e, ut præmissum est, æqualis est lineæ h e: est ergo linea h o maior quàm linea t o. Non ergo reflectetur forma puncti t ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi o: sed neq; ab aliquo alio puncto arcus e b. Similiterq; est deducendum, si punctus o, à quo supponitur fieri reflexio, cadat in aliquem punctum arcus e g inter puncta e & g. Restat ergo, ut forma puncti t non reflectatur ad uisum h ab aliquo puncto arcus b g, nisi à solo puncto e: nec ab aliquo puncto arcus a q, nisi à solo puncto z.



Item à puncto e ducatur, ut contingit, linea e m super partem diametri b q, quæ est t d: & secetur à linea h d pars æqualis lineæ d m per 3 p 1: quæ sit d n: & ducatur linea e n. Palàm per 16 p 1 quòd angulus e m d est obtusus, cum angulus e t d sit rectus. Ab angulo itaq; e m d per 27 th.1 huius resecetur angulus rectus, qui sit d m p: & ducatur linea m p. Hæc ergo erit æquidistans lineæ e t per 28 p 1: concurret ergo linea m p per 2 th.1 huius cum linea e d, cum qua concurrit sua æquidistans, quæ est e t: sit concursus punctus p: & ducatur linea n p: & fiat circulus secundum quantitatem diametri d p: eritq; per 31 p 3 ille circulus transiens per quatuor puncta m, d, n, p. Quia cum angulus p m d sit rectus, & angulus m d p æqualis angulo p d n, & latus p d commune, erit per 4 p 1 angulus p n d rectus. Cum itaq; arcus d n sit æqualis arcui d m per 28 p 3, erit angulus d p n æqualis angulo d p m per 27 p 3, eruntq; trianguli d m p & d n p æquianguli per 32 p 1. Et quia linea n d est æqualis lineæ d m: erit per 4 p 6 linea m p æqualis lineæ n p. Et quia angulus m p d est æqualis angulo n p d: erit ergo per 13 p 1 angulus m p e æqualis angulo n p e: ergo per 4 p 1 linea e p existente communi triangulo n e p, & triangulo m e p, erit angulus n e p æqualis angulo m e p. Palàm ergo quòd forma puncti m reflectitur ad uisum existenté in puncto n à púcto speculi, quod est e: & eorum adinuicem fiet mutua reflexio: similiter à puncto z: & non ab aliquo puncto arcus b a, uel arcus g q per 20 huius: neq; ab alio puncto arcus b g, quàm à puncto e: nec ab alio puncto arcus q a, quàm à puncto z. In his enim est eadem deductio, quæ prius. Palàm itaq; secundum modum prædictum: quia sumpto puncto lineæ m d, & ductis lineis ad punctum illud à punctis t d h, & sumpto puncto ultimo, in quo circulus minor secabit diametrum, & à puncto sectionis ductis lineis ad puncta t & h: semper formæ illius puncti erit reflexio ad punctum sibi simile lineæ d n, tantundem

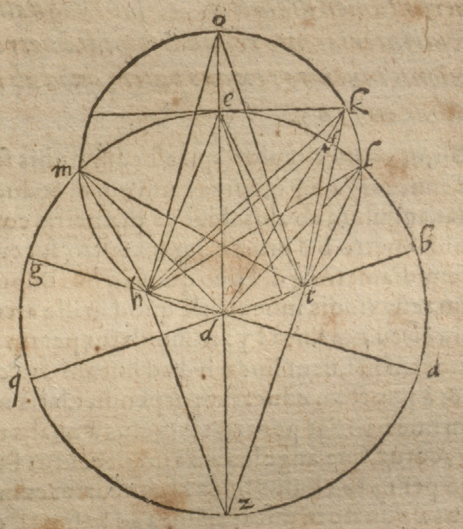


distans

distans à centro speculi, quod est d: fietq; illa reflexio à puncto speculi e, & à pũcto illi opposito diametraliter, qui est punctus z: eruntq; loca imaginum tantùm duo, in quibus duæ lineæ reflexionis, quæ sunt e h & z h, concurrunt cum catheto incidẽtiæ, quæ t d. Patet ergo propositum. Hoc tamen est magis euidens, si diametri b q & a g secent se ad angulos non rectos: quoniam tunc loca imaginum cadunt aut retro uisum, aut inter uisum & speculum. Si uerò illæ diametri secuerint se ad angulos rectos: tunc adhuc loca imaginum erunt tantùm duo: quoniam tunc, ut patet per 28 p 1, linea reflexionis, quæ e h, est æquidistans catheto incidentiæ, quæ est t d: & uidebitur una imago formæ puncti t in pũcto reflexionis, quod est e, per 11 huius: reliqua uerò uidebitur in pũcto x, qui sit communis sectio lineæ reflexionis, quæ est z h, & catheti incidẽtiæ, quæ est t d. Et sic loca imaginum diuersantur secundùm quantitates angulorum à diametris contentorum. Patet ergo propositum.

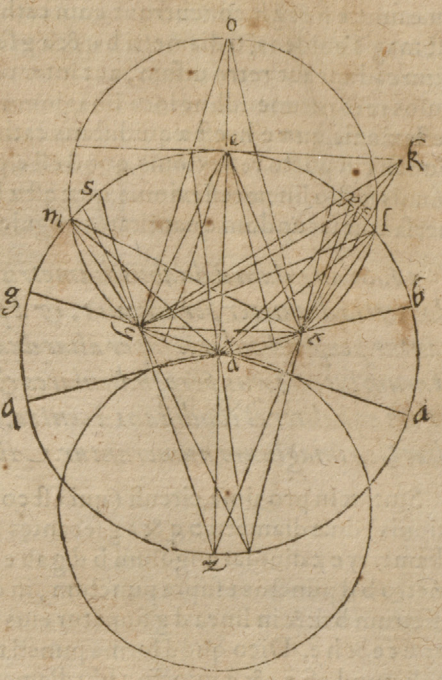
26. Si angulum à duabus diametris magni circuli speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circumferentiæ & diametri medio ducantur perpendiculares super alias duas diametros: quilibet punctus unius diametrorum sectarum interiacens perpendiculares & circumferẽtiam, reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistans à centro, à quatuor tantùm circumferentiæ punctis: & secũdum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 72 n 5.

Sint, ut in proxima, circuli (qui est communis sectio speculi sphærici cõcaui, & superficiei reflexionis) duæ diametri b q & a g secantes se super punctum d centrum speculi sphærici concaui: & diameter e z diuidat angulum b d g ab eis in centro contentum per æqualia: & sumatur in semidiametro b d punctus t supra punctum, in quem cadit perpẽdicularis ducta à puncto e super semidiametrum b d: & in linea d g sumatur eius pars (quæ sit d h) æqualis lineæ d t per 3 p 1, & ducantur lineæ t e & h e. Dico quòd forma puncti t reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi, quod est e, & à puncto z sibi diametraliter opposito: non autem reflectitur ab aliquo puncto arcus b a, uel arcus g q. Est autem necessarium formam puncti t reflecti ad uisum existẽtem in puncto h ab aliquo puncto arcus e g, & ab aliquo puncto arcus e b. Extrahatur enim à puncto t perpendicularis super lineam t d per 11 p 1, quæ sit t o. Et quia linea t o est æquidistans perpendiculari ductæ à puncto e super semidiametrum d b per 28 p 1: palàm quia linea t o producta cadet extra circulum speculi, non secans punctum e. Producatur ergo linea d e ultra punctum e. Et quia angulus b d e est acutus: ideo quia semidiameter d e diuidit angulum b d g per æqualia: propter quod uterq; ipsorũ est minor recto: palàm quòd linea t o per 14 th. 1 huius concurret cum linea d e: concurrant ergo in puncto o: & ducatur linea h o. Palàm itaq; per 4 p 1 cum angulus d t o sit rectus, quòd etiam angulus d h o est rectus. Fiat itaq; per 5 p 4 circulus transiens per tria puncta t, d, h, qui per 31 p 1 necessariò transibit per punctum o: & erit linea d o diameter eius: & ducatur per 17 p 3 linea contingens circulum b a z g in puncto e, quæ sit k e. Et quoniam circulus t d h o secat circulũ b a z g: necesse est ipsum secari in duobus punctis per 10 p 3: sint illa duo puncta l & m: & ducantur lineæ t l, h l, d l, t m, h m, d m. Cum itaq; linea recta, quæ est t d, sit æqualis lineæ h d, ut patet ex præmissis, erit arcus t d æqualis arcui d h per 28



p 3: erit ergo per 27 p 3 angulus t l d æqualis angulo d l h: & ita forma puncti t reflectitur ad uisum h à puncto l. Et similiter angulus t m d est æqualis angulo d m h per 27 p 3: ergo forma puncti t reflectitur ad uisum h à puncto m. Palàm igitur quòd forma puncti t reflectitur ad uisum h à quatuor punctis e, z, l, m. Et quoniam lineæ reflexionis sunt quatuor, scilicet h e, h l, h m, h z: patet quòd in communi sectione uniuscuiuscunq; ipsarum & catheti incidentiæ, quæ est t d, sit locus imaginis. Et si aliqua illarum linearum fuerit æquidistans catheto t d: erit locus imaginis in puncto reflexionis per 11 & 12 huius. Loca ergo imaginum sunt quatuor, secũdum numerum locorum reflexionis. Non potest autem forma puncti t reflecti ad uisum h ab alijs punctis præter hęc. Detur enim, si possibile est, ut fiat reflexio formæ puncti t ad uisum h à puncto alio speculi præter hæc quatuor, quod sit punctum f: & ducantur lineæ t f, h f, d f: & producatur d f, quousq; concurrat cum linea contingente circulum b a z q in puncto e: & sit, exempli caussa, punctus concursus k, qui sit communis sectio lineæ e k, & peripheriæ circuli t d h o: concurrent autem lineæ d f & e k per 14 th. 1 huius: & ducantur lineæ t k & h k: erit itaq; ex hypothesi, & per 20 th. 5 huius angulus t f d æqualis angulo d f h: ergo per 13 p 1 erit angulus t f k æqualis angulo h f k: sed angulus t k f est æqualis angulo f k h per 27 p 3: arcus enim in quos ad peripheriam cadunt illi anguli, scilicet arcus circuli t d h o (qui sunt d h & d t) sunt æquales, & linea f k est communis: erunt ergo per 26 p 1 trianguli t k f & h k f æquianguli: est ergo per 4 p 6 linea t k æqualis lineæ h k: quod est impossibile: quoniam, ut patet per 7 p 2. 3.

linea h k est maior quàm linea h o, & linea t k minor est quàm linea t o: linea uerò t o est æqualis lineæ h o, per præmissa. Et eodem modo deducendũ, si in arcu m g sit datus pũctus f: quoniam idem sequitur impossibile dato puncto f in arcu g b ubicunq; extra tria puncta m, e, l. Quia si punctus k, qui est pũctus lineę contingentis, cadat extra peripheriam circuli m d t o, copulatis lineis à punctis sectionis lineæ e k ad peripheriam circuli minoris, præmisso modo erit deducendum. Palàm ergo quòd non reflectitur forma puncti t ad uisum h ab aliquo alio puncto quàm ab his quatuor punctis. Si enim circulus fiat habẽs centrum in linea d z ad modum circuli t d h o habentis centrum in linea d o: palàm per modum 24 huius, ducta linea t h, quoniam lineæ à punctis t & h ad punctum z terminum diametri d z ductæ, si ad partem aliam ultra puncta t & h fuerint productæ: arcus interiacẽtes earum alteram & diametrum e d z, qui sunt p e & s e æquales resecant: ergo æquales angulos cum diametro in puncto z constituunt: & est possibilis reflexio, quæ fit à puncto z. Ad alia uerò puncta arcuum uicinorum productæ à punctis t & h lineæ semper arcus inæquales resecant: & ob hoc inæquales angulos cõstituunt super circumferentiam circuli maioris: & per modum, quo usi sumus in 24 huius, sequitur impossibile contra 9 th. 1 huius, ut manifestũ est per ea, quę præmissa sunt. Patet ergo propositum: quoniam tantùm à quatuor punctis fit reflexio tali existente dispositione: & tantùm sunt quatuor loca imaginum. Quod est propositum.

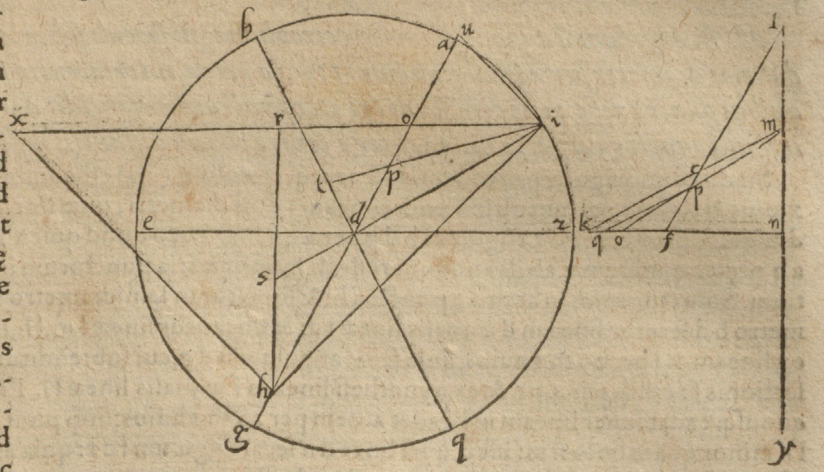


27. Puncto rei uisæ & centro uisus in eadem superficie circuli magni speculi sphærici cõcaui, diuersis tamen diametris, & sub inæquali distantia à centro speculi existentibus, in arcu illius circuli interiacente reliquas semidiametros, in quibus illa puncta non consistunt, punctum reflexionis inuenire: ex quo patet, quòd ab uno tantùm puncto illius arcus fit reflexio in hoc situ. Alhazen 73 n 5.

Sit, ut prius, circulus (qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici concaui) a b g q, cuius centrum d: & ducantur duæ diametri a d g & b d q: & diameter e d z diuidat angulum ab alijs duabus diametris contentum per æqualia: sitq; t punctus rei uisæ positus in semidiametro b d propinquior centro speculi d, quàm sit punctus h, qui sit centrum uisus positus in semidiametro g d. Dico quòd in hac dispositione punctorum t & h, possibile est in arcu a q punctum reflexionis inueniri: & quòd in illo arcu unicus huius reflexionis est punctus. Sumatur enim extra circulum linea l y: & diuidatur per 119 th. 1 huius in pũcto m taliter, ut sit proportio lineæ y m ad lineam m l, sicut lineæ h d ad lineam d t: & diuidatur item linea y l per æqualia in puncto n per 10 p 1: & à puncto n educatur perpendicularis n k super lineam y m per 11 p 1: & super punctum l terminum lineæ y l fiat per 23 p 1 angulus æqualis medietati anguli a d t per lineam f l: erit itaq; angulus f l y acutus, siue angulus a d t fuerit acutus siue rectus, uel etiam obtusus: sed angulus f n l est rectus: ergo per 14 th. 1 huius linea f l concurret cum linea n k: concurrant ergo in puncto f: & per 134 th. 1 huius à puncto m ducatur linea ad basim f l, concurrens cum latere n k in puncto k: secetq; lineam l f in puncto c taliter, ut sit proportio lineæ k c ad lineam c l, sicut lineę h d ad lineam b d. Deinde super punctum d terminum lineæ a d fiat angulus æqualis angulo l c m, qui sit i d a: sitq; punctus circumferentiæ, qui est a, supra punctum z, uel infra illum: & super punctum i terminum lineæ d i fiat angulus æqualis angulo c l m, qui sit o i d, ducta linea o i secante lineam d a in puncto o: quæ producatur ultra punctum o: & super lineam o i ducatur perpendicularis à puncto h per 12 p 1, quæ sit h r: & producatur linea r x, quousq; ipsa æqualis sit lineæ r i: & ducantur lineæ h x & h i. Palàm autem per 120 th. 1 huius quoniam à puncto m impossibile est duci aliam lineam super lineam f l, diuidentem eam secũdum proportionẽ, qua diuisit ipsam linea m c k. Cum itaq; angulus o d i sit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m: erit per 32 p 1 angulus i o d æqualis angulo l m c: erit ergo per 13 p 1 angulus r o h æqualis angulo k m n: & angulus h r o est æqualis angulo k n m: quia uterq; est rectus: ergo per 32 p 1 angulus n k m est æqualis angulo r h o. Trigona itaq; n k m & r h o sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 latera ipsorum æquos angulos respicientia sunt proportionalia. Producatur itaq; linea i d ultra punctum d, donec concurrat cum linea h r: concurret autem per 14 th. 1 huius: angulus enim h r i est rectus, & angulus r i d est acutus: concursus autem punctum sit s: eritq; angulus s d h æqualis angulo k c f per 15 p 1. Erunt ergo trigona f c k & s d h æquiangula per 32 p 1: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ s d ad lineam d h, sicut lineæ f c ad lineam k c: sed lineæ h d ad lineam d i per 7 p 5 est proportio sicut lineæ h d ad lineam d b: quoniam per definitionem circuli

lineæ

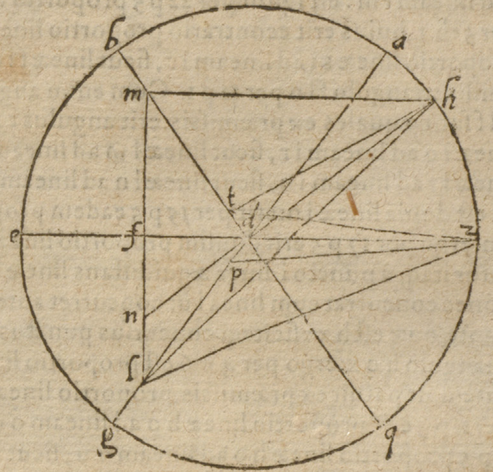
lineæ d i & d b sunt æquales: est ergo proportio lineæ h d ad lineam d i, sicut lineæ k c ad lineam c l. Ex pręmissis enim est proportio lineæ k c ad lineam c l, sicut lineę h d ad lineam b d: est ergo per 22 p 5 per æquam scilicet proportionem proportio lineę s d ad lineam d i, sicut lineæ f c ad lineã c l: ergo per 18 p 5 erit cõiunctim proportio lineę s i ad lineam d i, sicut lineæ f l ad lineã l c. Sed cũ triangulus d i o sit æquiangulus triãgulo c l m, ut suprà patuit: palàm per 4 p 6 quoniam est proportio lineæ d i ad lineam i o, sicut lineæ c l ad lineam l m: est igitur per 22 p 5 proportio lineæ s i ad lineam i o, sicut lineæ f l ad lineã l m: ergo per 5 th. 1. huius erit econtrariò proportio lineæ i o ad lineam s i, sicut lineæ l m ad lineam f l: sed est proportio lineæ s i ad lineam i r, sicut lineæ f l ad lineam l n per 4 p 6: quoniam triangulus r i s est similis triangulo f l n per 32 p 1. Cum enim anguli s r i & f n l sint æquales, quia recti, & anguli r i s & n l f sunt æquales ex præmissis: erit angulus r s i æqualis angulo n f l: igitur per 22 p 5 erit proportio lineæ i o ad lineam i r, sicut lineæ l m ad lineam l n: erit ergo econtrariò per 5 th. 1 huius proportio lineæ i r ad lineam i o, sicut lineæ l n ad lineam l m. Et quoniam linea x i est dupla lineæ i r, & linea y l est dupla lineæ l n: erit per 15 p 5 eadem proportio lineæ x i ad lineam i o, sicut lineæ y l ad lineam l m: ergo per 17 p 5 erit diuisim proportio lineæ y m ad lineam m l, sicut lineæ x o ad lineam i o. Ducatur itaq; à puncto i linea æquidistans lineæ h x per 31 p 1, quæ sit i u. Producatur quoq; linea d a, donec concurrat cum linea i u: concurret autem per 2 th. 1 huius: quia concurrit cum eius æquidistante, quæ est h x: sit itaq; concursus punctus u: eritq; triangulus o u i per 15 & 29 p 1 æquiangulus triangulo h o x: ergo per 4 p 6 est proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ x o ad lineam o i: est autem, ut patuit ex præmissis, proportio lineæ x o ad lineam o i, sicut lineæ y m ad lineam m l: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ y m ad lineam l m: est ergo per eandem 11 p 5 proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h d ad lineam d t. Sed quoniam triangulus h r i æquiangulus est triangulo h r x per 4 p 1, quoniam ex hypothesi linea x r est æqualis lineæ r i, & linea h r est perpendicularis super lineam x i: palàm quia angulus h x r est æqualis angulo r i h: ergo angulus r i h est æqualis angulo u i o: quia per 29 p 1 anguli h x i & u i o sunt æquales: cum sint coalterni inter lineas x h & u i æquidistantes: ergo per 3 p 6 erit proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h i ad lineam i u: est ergo proportio lineæ h i ad lineam i u per 11 p 5 sicut lineæ h d ad lineam d t. Verùm angulus u i d, ut patet per præmissa, maior est angulo d i h: secetur ergo ab angulo u i d angulus æqualis d i h angulo per 27 th. 1 huius: & sit angulus p i d: sitq; punctus p in diametro d a: & ducatur linea p t. Palàm itaq; per 13 th. 1 huius quòd proportio lineę h i ad lineam i u constat ex proportione lineæ h i ad lineam p i, & ex proportione lineæ p i ad lineam i u: sed per 3 p 6 proportio est lineæ h i ad lineam i p, sicut lineæ h d ad lineam d p: quoniam angulus p i h diuisus est per æqualia per lineam d i: igitur proportio lineæ h i ad lineam i u, quæ est proportio lineæ h d ad lineam d t, constat ex proportione lineæ h d ad d p, & lineæ p i ad i u: & proportio lineæ h d ad d t constat ex proportione lineę h d ad lineam d p, & ex proportione lineæ d p ad lineam d t: est igitur per 13 th. 1 huius proportio lineæ d p ad lineam d t, sicut lineæ p i ad lineam u i. Verùm, ut suprà patuit, angulus r i u est medietas anguli u i h: quoniam angulus u i r est æqualis angulo h x i per 29 p 1, & angulus h x i est æqualis r i h per 4 p 1: est ergo angulus r i h medietas anguli u i h: & angulus d i h est medietas anguli p i h: restat ergo, ut angulus d i o sit medietas anguli p i u: sed angulus d i o, cũ sit æqualis angulo f l y, est medietas anguli p d t: igitur angulus p i u est æqualis angulo p d t. Est autem, ut patet per præmissa, proportio lineæ d p ad lineam d t, sicut lineæ p i ad lineam i u: igitur per 6 p 6 trianguli p i u & d p t sunt ęquianguli: igitur per 4 p 6 illi trigoni sunt similes: & angulus u p i ęqualis est angulo d p t: ergo per 14 p 1 linea t p i est linea una recta: cum angulo enim o p t uterq; illorum angulorum æqualium, qui sunt u p i & t p d, ualet duos angulos rectos per 13 p 1. Quoniam ergo linea t p i est linea una recta: erit ipsa linea incidentiæ formę puncti t: & anguli t i d & d i h sunt ęquales, ut patet ex præmissis. Palàm ergo per 20 th. 5 huius quòd forma pũcti t reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi, quod est i: semperq; eadem est probatio, siue punctus rei uisæ, qui est t, sit extra circulum speculi, siue intra: similiter siue punctum h, quod est centrum uisus, sit extra circulum speculi, siue intra: dum tamen distent inęqualiter à centro speculi. Patet ergo propositum. Fit enim reflexio ab uno tantùm puncto arcus a q interiacẽte illas semidiametros, in quibus puncta h & t non consistunt. Et quoniam à puncto m impossibile est duci aliam lineam super lineam f l, diuidentem ipsam secũdum proportionem, qua diuisit ipsam linea m c k, ut patet per 120



th. 1 huius: manifestum est quia non est possibile in proposito arcu inueniri aliud punctum præmissæ reflexionis. Patet ergo, quod proponebatur.

28. Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat alia diameter per æqualia: ab omni puncto arcus interiacentis semidiametros primas, in quibus puncta reflexa nō consistunt (præter punctum, cui incidit diameter angulum diuidens) infinita punctorum paria inæqualiter à centro circuli distantiū reflectuntur. Alhaz. 74 n 5.

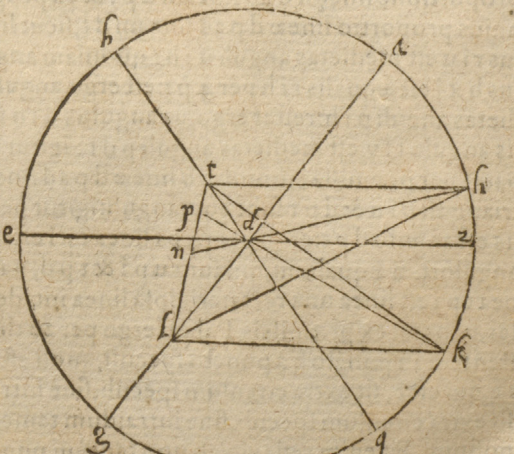
Sit dispositio figuræ præcedentis: secentq; circulum (qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici concaui) duæ diametri, quæ sint b q & a g, super centrum d: diuidatq; diameter e d z angulum b d g per æqualia. Dico quòd quicunq; punctus sumatur in arcu a q, præter punctum z, ab illo possunt reflecti infinita paria punctorum inæqualiter à centro distantium. Sumatur enim in arcu a q punctus h: & sumatur in semidiametro d g punctus l: & à semidiametro b d secetur linea m d æqualis lineæ l d: & ducantur lineæ l m, l h, m h, d h: secabitq; diameter e z lineam m l per 29 th. 1 huius, quia secat angulum b d g, cui subtenditur linea l m: sit ergo punctus sectionis f: eritq; per 4 p 1 & ex hypothesi linea m f æqualis lineæ f l. Producatur quoq; linea h d, quousq; cadat super lineam m l: cadat autem per 29 th. 1 huius: sitq; punctus sectionis n: eritq; linea l n minor quàm linea n m: ideo, quia linea d n secat angulum f d l: quia angulus h d z (qui per 15 p 1 est æqualis angulo n d f) minor est angulo a d z. Verùm cum angulus f d m sit æqualis angulo f d l ex hypothesi, & angulo q d z per 15 p 1, & angulus m d a sit æqualis angulo l d q: & angulus a d h æqualis angulo n d l: angulus uerò m d n est maior angulo n d l, & angulus h d q est maior angulo a d h: ergo totus angulus l d h est maior toto angulo m d h: igitur per 24 p 1 linea l h est maior quàm linea h m, cum linea m d sit æqualis lineæ d l, & linea d h communis ambobus trigonis m d h & l d h. Erit ergo angulus d h l minor angulo d h m. Quoniā si detur, quòd sit æqualis: tunc erit proportio lineæ l h ad lineam m h, sicut lineæ l n ad lineam n m per 3 p 6: quod est impossibile per 8 p 5. Si uerò detur quòd angulus d h l sit maior angulo d h m: ergo per 27 th. 1 huius secetur ex angulo d h l angulus æqualis angulo d h m: & sequetur impossibile, ut prius, producta illa linea secante, ad lineam l n per 29 th. 1 huius. Est igitur angulus d h l minor angulo d h m. Secetur igitur ab angulo m h d angulus æqualis angulo d h l, qui sit angulus t h d. Ergo forma puncti t per 20 th. 5 huius reflectetur ad uisum existentem in puncto l à puncto speculi, quod est h: & linea t d est minor quàm linea l d: quoniam est minor quàm linea d m. Similiter si sumantur in semidiametris b g & g d alia pūcta quàm l & m, æqualiter distantia à punctis l & m: similiter probabitur quòd à puncto h fit reflexio punctorum inæqualiter distantium à centro adinuicem: & ita de infinitis punctis in his diametris sumptis semper similis erit probatio: & à quocunq; puncto arcus a q, præter quàm à puncto z, eadem est demonstratio. A' puncto uerò z non est possibilis reflexio propter angulorum t z d & d z l inæqualitatem: quæ patet per 4 p 1, resecta per 3 p 1 linea l d in puncto p ad æqualitatem lineæ d t, & copulata linea p z. Patet ergo propositum.



bd

29. Puncto rei uisæ & cētro uisus intra speculum in diuersis diametris circuli magni speculi sphærici concaui existētibus, inæqualiterq; distantibus à centro: si ab aliquo puncto speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros, in quibus illa puncta non consistunt, fiat reflexio formarū eiusdem puncti ad eundem uisum: ab alio puncto eiusdem arcus est impossibile reflecti. Alhaz. 75 n 5.

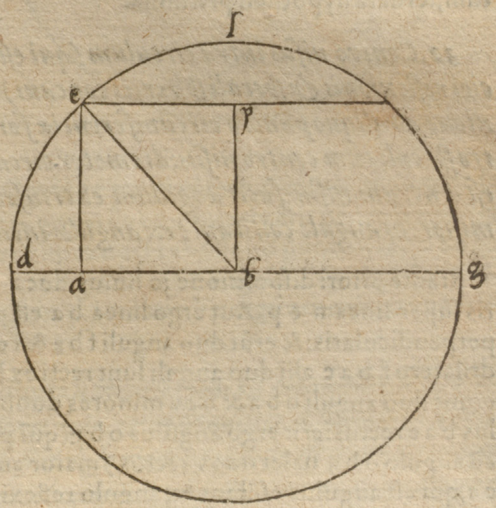
Remaneat omnimoda dispositio theorematis præcedentis: & sit, ut pūctus rei uisæ, (qui est t) in semidiametro circuli d b à puncto arcus a q, (quod sit h) reflectatur ad uisum existentē in pūcto l semidiametri d g plus distantē à cētro speculi, qđ est d, quā pūctus rei uisæ, qui est t: sintq; puncta t & l ambo intra speculū. Dico quòd formā pūcti t ad uisum l impossibile est reflecti ab alio pūcto arcꝰ a q, quàm à pūcto h. Si enim sit ipsum possibile ab alio puncto reflecti ad uisum l: sit illud punctū k: & ducātur lineæ t k, l k, d k, l t, t h, l h: & linea n d h: & producatur linea k d, quousq; cadat in lineā l t in punctū p: cadet autē per 29 th. 1 huius, ut in præmissa ostendimus. Quia itaq;

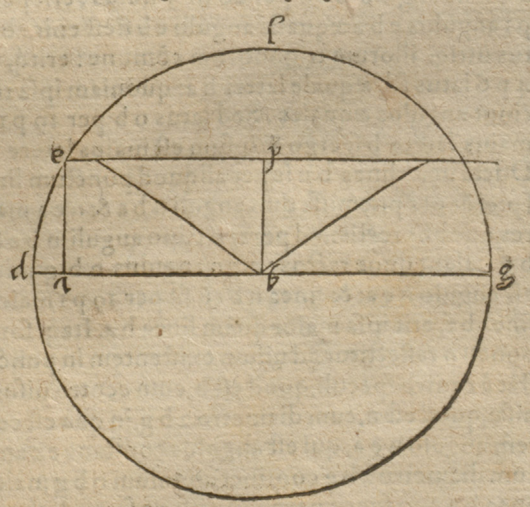


itaq;,ut patet ex hypothesi,forma puncti t reflectitur ad uisum existentem in puncto l à puncto spe culi h:palàm per 20 th.1 huius quoniam angulus t h l diuiditur per æqualia per lineam n d h. Ergo per 3 p 6 patet quoniam est proportio lineæ l h ad lineam t h,sicut lineæ l n ad lineam n t. Et similiter cum angulus t k p sit æqualis angulo l k p ex hypothesi: erit per eandem 3 p 6 proportio lineæ l k ad lineam t k, sicut lineæ l p ad p t: sed linea l h est maior quàm linea l k per 7 p 3, & linea t h est minor quàm linea t k: igitur per 9 th.1 huius maior est proportio lineæ l h ad lineam t h, quàm lineæ l k ad lineam t k: maior ergo erit proportio lineæ l n ad lineam n t,quàm lineæ l p ad lineam p t: quod est impossibile, & contra idem 9 th.1 huius. Quocunq; uerò alio puncto dicti arcus h q dato,idem accidit impossibile. Palàm ergo quoniam ab alio puncto arcus a q,quàm à puncto h, est impossibile formam puncti t ad l centrum uisus reflecti. Ergo nec aliquem punctorum æqualiter distantiū à puncto t, & à puncto l,possibile est ab alio puncto arcus a q,quàm à puncto h reflecti. Et hoc est ꝓpositū. Ex his itaq; duob.theorematibus patet uniuersalis passio, quę accidit uisibilibus, & uisui sic disposito,respectu centri speculi ab omnibus punctis arcus a q:quoniam à nullo puncto aliorum arcuū est possibilis reflexio punctorū taliter dispositorū, ut etiam hoc patet per 27 huius.

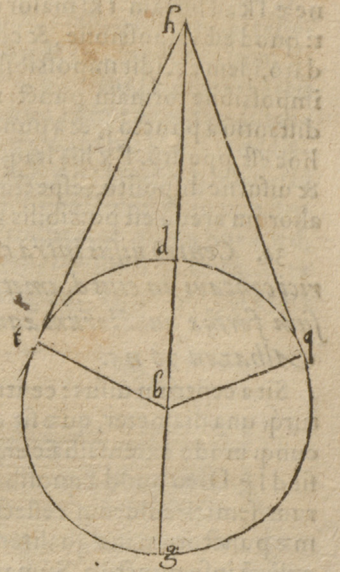
30. *Centro uisus intra circulum(qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui)in eius diametro existente: à quolibet puncto illius semicirculi reflectuntur ad uisum formæ punctorum æqualis uel inæqualis distantiæ à centro speculi cum ipso centro uisus. Alhazen 76 n 5.*

Sit a centrum uisus : centrum uerò speculi sphærici concaui sit b: & sit a intra speculum : ducaturq; una diameter, quæ sit d a b g: & imaginetur superficies plana, in qua sunt puncta a & b quocunq; modo extensa:hæc ergo per 69 th.1 huius secabit sphæram speculi secundum circulum, qui sit d l g. Dico quòd à quolibet puncto alterius istorum semicirculorum reflectuntur ad uisum a formæ punctorum inæqualiter distantiū à centro speculi cū ipso puncto a. Sumatur enim in alicuius semicirculorum illorum peripheria punctus e: & ducantur lineæ e a & e b. Palàm itaq; quoniam angulus a e b erit acutus per 42 th.1 huius, & quia cadit in minorem arcum semicirculo. Super punctum itaq; e terminum lineæ b e fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo a e b, qui sit p e b: & producatur linea p e quantum placet. Palàm itaq; per 20 th.5 huius quoniam quodlibet punctum illius lineæ reflectitur ad uisum a à puncto speculi,quod est e. Ducta quoq; à centro speculi, quod est b, ad lineā p e perpendiculari per 12 p 1: aut illa perpendicularis erit æqualis lineæ b a, secundum quam distat centrum uisus à centro speculi: aut maior: aut minor. Si fuerit æqualis: tunc, cum omnes lineæ ductæ à centro b ad lineam p e, præter illam perpendicularē, sint maiores illa perpendiculari per 19 p 1, quoniam opponuntur angulo recto in illo triangulo : palàm quòd omnes lineæ erunt maiores quàm linea b a: & ita quodlibet punctum lineæ p e, excepto puncto unico, in quod cadit perpendicularis ducta à centro b super lineā p e, inæqualiter distabit à centro b cum puncto a centro uisus. Si uerò perpendicularis fuerit maior quàm linea b a: tūc patet secundū præmissa,quòd omnia puncta lineæ p e plus distabunt à centro b,quàm punctus a. Si aūt illa perpendicularis fuerit minor quàm linea b a: tūc possibile est duci à puncto b duas lineas ex diuersis partibus perpendicularis æquales lineæ b a:quod fiet subtensis illis angulis,rectis ex utraq; parte lineis,æqualibus lineę a b per 26 th.1 huius: & omnes lineę aliæ ductæ à centro b ad lineā p e aut sunt minores,aut maiores, quàm linea b a. Palàm itaq; per 28 huius quoniā à puncto e reflectūtur omnia pūcta lineę p e ad a cētrū uisus,quorū distantia à centro speculi inæqualis est distantiæ centri uisus,quod est a,ab eodē centro speculi. Sed, ut patet ex præmissis, inter hæc sunt puncta æqualiter distantia à centro speculi cū puncto a. Sumpto quoq; quocūq; puncto in toto semicirculo illo,in quo sumptū est punctum e, semper est eodem modo demonstrandum. Eodem quoq; modo potest in alio semicirculo circuli d l g demonstratio formari. Patet ergo propositum.





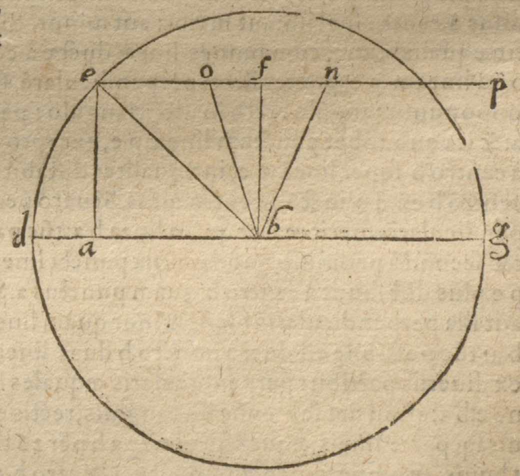
31. Centro uisus extra circulū (qui est cōmunis sectio superficiei reflexiōis & speculi sphærici concaui) existente, si à uisu ducantur duæ lineæ circulum contingentes, & diameter circuli: à quolibet puncto arcus interiacentis terminum ultimum diametri & punctum contingentiæ (præter quàm ab illis punctis) potest fieri reflexio ad uisum punctorum inæqualiter distantium à centro circuli cum centro uisus. Alhazen 77 n 5.



Huius demonstratio euidens est per præmissa. Sit enim centrum uisus h extra circulum d t g q, cuius centrum est b: & ducatur diameter h d b g: patetq; per 6 huius quòd à puncto g non fit aliqua reflexio ad uisum: ducanturq; à puncto h (quod est centrum uisus) duæ lineæ contingentes circulum d t g q per 17 p 3 quæ sint lineæ h t & h q: palamq; est per ea, quæ dicta sunt in 24 huius, quoniam ab arcu q d t nulla fit reflexio ad uisum existentem in puncto h: sed nec ab aliquo punctorum contingentiæ, quæ sunt q & t, potest fieri reflexio ad uisum existentem in puncto h: quoniam angulus contingentiæ est indiuisibilis: & lineæ q h & t h sunt circulum contingentes, & ut patet per 42 th. 1 huius omnis angulus contentus sub termino chordę & diametri est acutus: angulus uerò b q h est rectus. Non ergo fiet ab illis punctis reflexio alicuius formæ ad uisum in punctum h: à reliquis uerò punctis arcus q g t, excepto puncto g, potest fieri reflexio, demonstratione 6 & 24 huius repetita. Patet ergo propositum, seruata hypothesi præmissa.

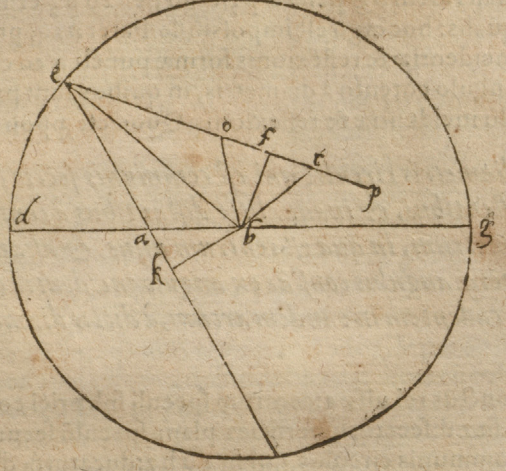
32. Centro uisus intra circulum (qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui) existente, factaq; reflexione ab aliquo puncto circumferentiæ formæ alicuius punctorum inæqualiter distantiū à centro speculi cum centro uisus: diameter circuli, in qua est punctus reflexus, cum diametro, in qua est centrum uisus facit angulum extrinsecum angulo reflexionis quandoq; maiorē: quandoq; minorem angulo constante ex angulis incidentiæ & reflexionis. Alhazen 78 n 5.

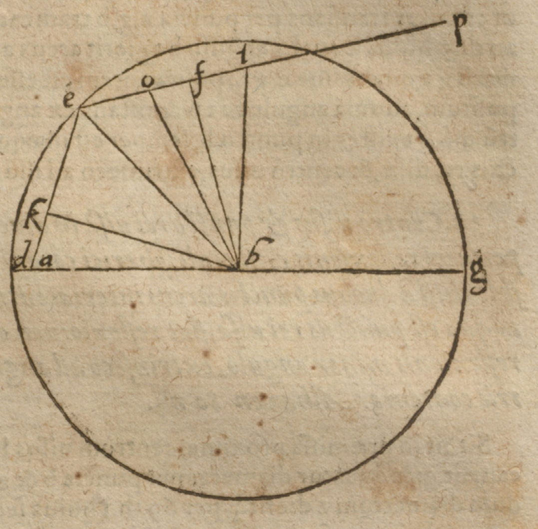
Stante priori dispositione 30 huius, ducatur à centro speculi, quod est b, linea b f perpendicularis super lineam e p. Aut ergo linea b a est perpendicularis super lineam e a: aut non. Sit primò perpendicularis: & erūt duo anguli f b a & f e a æquales duobus rectis per 32 p 1, ideo quòd in quadrilatero f b a e alij duo anguli sunt recti ex hypothesi. Ducatur itaq; linea b o super lineam e f: & erunt duo anguli o b a & o e a minores duobus rectis: ideo quòd angulus b o e est obtusus, & angulus b a e rectus: erit ergo angulus o b g (qui per 13 p 1 cū angulo o b a ualet duos rectos) maior angulo o e a, qui est angulus cōstans ex angulo reflexionis & incidentiæ. Et cum triangulus e b f sit æqualis triangulo e b a: quia cum angulus b f e sit æqualis angulo b a e (quoniam uterq; rectus) & angulus b e f est æqualis angulo b e a per 20 th. 5 huius: erit per 26 p 1 angulus e b a æqualis angulo e b f: est enim b e latus utriq; illorum trigonorum cōmune: eritq; per 4 p 6 latus f b æquale lateri b a: quoniam ipsa respiciunt angulos æquales. Sed latus o b per 19 p 1 est maius latere b f: ergo & ipsum est maius latere b a. Ducta uerò linea b n super aliquod punctum lineæ f p: erūt per præmissa duo anguli n b a & n e a maiores duobus rectis: sed per 13 p 1 duo anguli n b a & n b g ualent duos rectos: ergo angulus n b g minor est angulo n e a: & linea n b cū sit per 19 p 1 maior q̃ linea b f, erit ipsa maior quàm linea b a. Itaq; forma



puncti n reflectitur ad uisum existentem in puncto a, à puncto speculi, quod est e: & inæqualiter distat à centro speculi, quod est b, cum centro uisus, quod est a: & diameter b n, in qua est punctus rei uisæ, quod est n, cum diametro a b g, in qua est centrum uisus, quod est a, facit angulum n b g minorem angulo n e a, qui est angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis: diameter uerò o b cum diametro a b g continet angulum o b g maiorem angulo o e a. Patet ergo propositum. Si uerò linea b a non fuerit perpendicularis super lineam e a: tunc per 12 p 1 à puncto b super productam lineam e a ducatur perpendicularis, quę sit b k: quę quidē siue cadat ultra lineam a b, uel citra uersus punctū e, semper eadē probatio. Sit enim linea b f perpendicularis super lineā e p: & sit linea f t æqualis lineę a k: & ducatur linea t b. Palā itaq; quoniā in trigono k e b angulus e k b est rectus æqualis an-

lis angulo f b e trigoni f e b: & angulus k e b per 20 th.5 huius est æqualis angulo f e b, linea uerò e b est latus commune: ergo per 26 p 1 illa trigona f b e & k b e sunt æqualia: & erit linea b f æqualis lineæ k b: sed linea a k æqualis est lineæ f t ex hypothesi: ergo per 4 p 1 in trigonis b t f & b k a erit linea b t æqualis lineæ b a: & angulus a b k æqualis angulo f b t: addito ergo utrobiq; communi angulo f b a, erit angulus k b f æqualis angulo a b t: sed duo anguli k b f & f e a ualent duos rectos per 32 p 1, quia in quadrilatero k b f e alij duo anguli (qui sunt b f e & b k e) sunt recti: ergo duo anguli t b a & t e a ualent duos rectos: sed per 13 p 1 angulus t b g cum angulo t b a ualet duos rectos: ergo angulus t b g æqualis est angulo t e a, qui est angulus constans ex angulo incidentiæ & angulo reflexionis. Si igitur à centro speculi, quod est b, ad lineam t e ducatur linea ultra punctum t, faciet an-

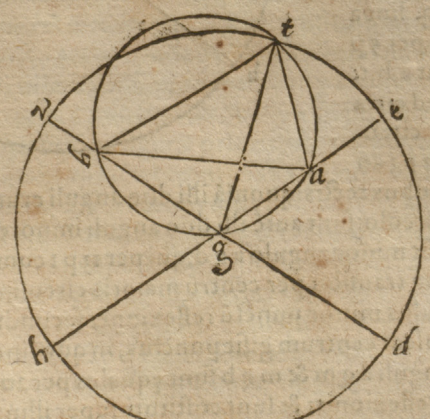


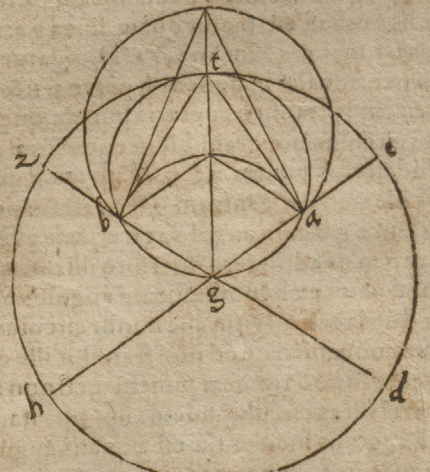


gulum cum diametro b g ex parte puncti g minorem angulo t e a: quoniam faciet minorem angulo t b g, qui est æqualis angulo t e a: & erit illa linea maior quàm linea a b: quia erit per 19 p 1 maior quàm linea b t, quæ est æqualis lineæ a b. Quælibet uerò linea ducta ab aliquo puncto lineæ t e ad centrum speculi, quod est b, faciet angulum cum diametro b g maiorem angulo t b g: ergo & maiorem angulo t e a: & erit quælibet illarum linearum minor quàm linea b t: ergo erit minor quàm linea b a. Patet ergo propositum.

33. Centro uisus & puncto rei uisæ in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui) existentibus, & inæqualiter distantibus à centro speculi: si ab aliquo puncto circumferentiæ circuli fiat reflexio, impoßibile est diametrum, in qua est punctus rei uisæ cum diametro, in qua est centrum uisus, angulum extrinsecum æqualem constituere angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis. Alhazen 79 n 5.

Sit b centrum uisus: & centrum speculi sphærici concaui sit g: & ducatur diameter per puncta b & g: quæ sit z d: sitq; a punctus rei uisæ: & esto, ut aliqua superficies plana secet sphæram speculi super circulum z e d per 69 th.1 huius. Dico (si forma puncti a existentis in diametro h g e reflectitur ad uisum existentem in puncto b ab aliquo puncto circuli z e d: & si inæqualis est distantia punctorum a & b à centro speculi, qđ est g) quòd diameter a g cũ diametro b g d ex parte pũcti d faciet angulum a g d, quem impossibile est esse æqualem angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexiõis.



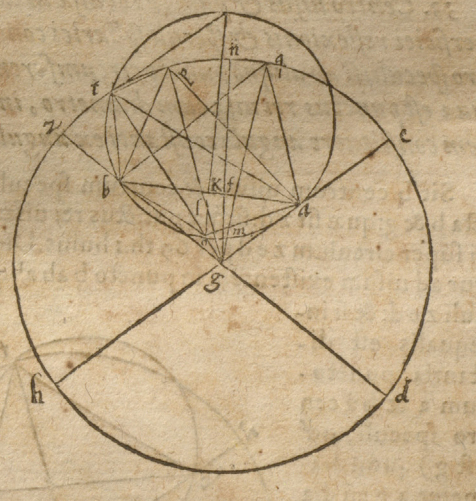


Si uerò hoc sit possibile, ponatur esse: & sit punctus reflexionis t: sitq; linea a g inæqualis lineæ b g: & ducantur lineæ t a, t b, t g, b a: & fiat circulus transiens per tria puncta a g b trigoni a b g per 5 p 4: trãsibit ergo ille cir-

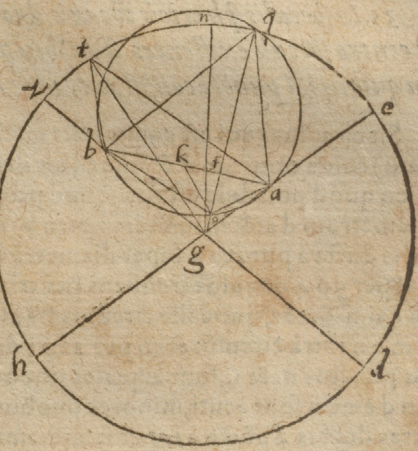
ille circulus necessariò per punctum t. Si enim trāseat extra punctum t: tunc ductis lineis à punctis a & b ad aliquod punctum unum illius circuli extra punctum t, & ducta linea b a: erit angulus contentus per lineas ductas ad illud punctum circumferentię minoris circuli per 21 p 1 minor angulo a t b, sed accidit ipsum esse æqualem angulo a t b. Palàm enim per 22 p 3 quoniā ille angulus cum angulo a g b ualet duos rectos: quoniam omnes duo anguli quadrilateri inscripti circulo ex aduerso collocati ualent duos rectos: sed angulus a g b cum angulo a g d per 13 p 1 ualet duos rectos: angulus uerò a g d æqualis est angulo a t b ex hypothesi: ergo angulus a g b cum angulo a t b ualet duos rectos: erit ergo ille angulus constitutus super arcum minoris circuli æqualis angulo a t b, quod est contra 21 p 1. Similiter quoq; accidit idem impossibile, si circulus ille transiens puncta illa tria, quæ sunt a, g, b, non ceciderit in punctum t, sed citra illud, & erit eadem deductio, quę prius. Restat ergo ut circulus transiens per puncta a, g, b transeat etiam per punctum t. Cum itaq; angulus a t g sit per 20 th. 5 huius æqualis angulo b t g: erit arcus a g æqualis arcui b g per 26 p 3: ergo per 29 p 3 erit linea b g æqualis lineæ g a: posita autem est esse inæqualis: hoc ergo est impossibile. Patet itaq; propositum, quoniā angulus a t b constans ex angulis incidentiæ & reflexionis formæ puncti a ad centrū uisus existēs in puncto b, semper est inæqualis angulo cōtento à diametris, in quibus sunt punctus rei uisæ, & centrū uisus, extrinseco ad illū angulū incidentiæ & reflexionis. Quod est ꝓpositū.

34. Centro uisus & puncto rei uisæ in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici cōcaui) existentibus, & inæqualiter distantibus à centro speculi: si à duobus punctis arcus interiacentis diametrum, in qua est centrum uisus, & aliam, in qua est punctus rei uisæ, fiat reflexio: non erit uterq; angulus constās ex angulo incidentiæ & reflexionis minor angulo, extrinseco ad angulum cadentem in eundem arcum, à dictis diametris contento. Alhazen 80 n 5.

Sit, ut in præmissa proxima, centrum uisus b: & punctus rei uisæ a: centrum speculi sphærici concaui sit g: & ducatur diameter per puncta b & g, quæ sit z d: secetq; superficies plana speculū secundum diametrum z d: eritq; per 69 th. 1 huius sectio communis circulus, qui sit e d h z: ducaturq; diameter e h, in qua sit punctus rei uisæ, qui est a: sitq; linea b g, quæ est distantia centri uisus à centro speculi, maior quàm linea a g. Dico quòd si forma puncti a reflectitur ad uisum existentem in puncto b à duobus punctis arcus e z, non erit uterq; angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo a g d. Sint enim duo puncta, à quibus fit reflexio formæ puncti a ad uisum existentem in puncto b, quæ sunt puncta t & q: & ducantur lineæ b t, g t, a t, b q, g q, a q. Si itaq; angulus b t a cōstans ex angulo incidentiæ, qui est a t g, & ex angulo reflexionis, qui est g t b, sit minor angulo a g d, qui est angulus extrinsecus angulo cadenti in arcum e z: & est ipse angulus a g d cadens in arcum e d. Dico quòd angulus a q b, qui constat ex angulo incidentiæ a q g, & angulo reflexionis g q b, non erit minor angulo a g d. Dato enim quòd sit minor: ducatur linea g n diuidens angulum e g z per æqualia per 9 p 1: & ducatur linea a b continuans punctum rei uisæ, quod est a, cum centro uisus, quod est b. Palàm itaq; per 29 th. 1 huius, cum linea g n secet angulum b g a, cui subtenditur linea a b, quòd linea g n etiā secabit lineā a b: sit punctus sectiōis f: erit ergo per 3 p 6 proportio lineæ b g ad lineam g a, sicut lineæ b f ad lineam f a: sed linea b g ex hypothesi est maior quàm linea g a: est ergo linea b f maior quàm linea f a. Diuidatur itaq; linea a b per æqualia in puncto k per 10 p 1: & fiat per 5 p 4 circulus transiens per tria puncta, quę sunt a, b, t: qui circulus non transibit per punctum g, sed citra illud uersus puncta a & b. Dato enim quòd circulus ille transeat centrum g, sequeretur per 22 p 3 angulum a g b cum angulo a t b ęqualē esse duobus rectis: quoniā illi duo anguli erunt ex aduerso collocati in quadrilatero inscripto illi minori circulo: sunt autē illi duo anguli minores duobus rectis, quod patet ex hypothesi, cum angulus b t a sit minor angulo a g d, qui per 13 p 1 cum angulo a g b ualet duos rectos. Igitur ille minor circulus non transibit per centrū maioris circuli, quod est g. Similiter quoq; dico quòd non transibit ille circulus minor punctū reflexionis secundū, quod est q. Dato enim quòd transeat punctū q, cū non transeat centrum g: sit punctus, in quo linea g q secat periphériā illius circuli, punctus m. Quia itaq; anguli a q m & m q b sunt ęquales per 20 th 5 huius, quoniā angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: & sunt cōstituti super illius circuli circumferentiam: palàm per 26 p 3 quoniā arcus a m æqualis erit arcui m b: quod est impossibile. Sit enim punctus in quo linea g t secat circulū, punctus o: eritq; palàm ꝑ 20 th. 5 huius & 26 p 3 quoniā arcus a o est ęqualis arcui o b: est aūt arcus a o maior arcu a m: fiet ergo arcus o b maior arcu m b, pars suo toto: qđ est impossibile. Nō ergo trāsibit ille circulus per punctū q: restat ergo, ut ille circulus transeat



ſeat ultra punctum q: ſi enim citra punctum q tranſeat, eadem penitus erit improbatio, quę prius. Ducatur item linea à puncto o ad punctum k, quę ſit o k: hæc ergo diuidit chordam b a per æqualia, & ſimiliter arcum b a, ut patet ex præmiſsis. Ductis ergo chordis b o & a o, quæ erunt æquales per 29 p 3, patet per 8 p 1 quòd linea o k perpendicularis erit ſuper lineam b a. Sed per 18 p 1 angulus b a g maior eſt angulo a b g: eſt enim linea b g maior quàm linea g a ex hypotheſi, & per 32 p 1 angulus b f g ualet duos angulos f a g & f g a, & per eandem 32 p 1 angulus a f g ualet duos angulos f b g & f g b: ſed ex præmiſsis angulus a g f eſt æqualis angulo f g b, & angulus f a g maior eſt angulo f b g: ergo angulus a f g minor eſt angulo g f b: eſt ergo angulus g f a acutus, & angulus g f b obtuſus per 13 p 1: ergo angulus n f k eſt acutus per eandem 13 p 1: ſed angulus o k b eſt rectus, ut patet ex præmiſsis: ergo per 14 th. 1 huius linea o k producta concurret cum linea g n ultra lineam b f, non autem ſub illa: ideo, quia ſi concurreret cum linea g f in puncto k: fierent per 1 p 6 trigona a g k & b g k æqualia: cum ipſa ſint eiuſdem altitudinis, & eorum baſes, quæ ſunt b k & a k, ſint æquales: ſed & eorum anguli, qui ſunt b g k & a g k ſunt æquales: angulus enim a g b diuiſus eſt per æqualia per lineam g f, in quam cadit punctum k: ergo per 15 p 6 ſequitur latus b g fieri ęquale lateri a g: quod eſt contra hypotheſim: uel ſequitur per 3 p 6 lineam b k fieri maiorem quàm fuit linea a k: quod item eſt contra præmiſſa. Idem quoq; accidit impoſsibile, ſi punctus f cadat inter puncta b & k: fiet enim linea b k maior quàm linea b f: eſt aũt linea b f per 3 p 6 maior quàm linea f a: & ita eſt linea b f maior quàm linea k a: quod totum eſt impoſsibile: cadet ergo punctus f inter puncta k & a. Fiet ergo linearum o k & g n concurſus ultra lineam b f. Facto item circulo tranſeunte per tria puncta, quæ ſunt a, q, b: tranſibit ille circulus citra punctum g: quoniam, ut prius oſtenſum eſt, ſi tranſiret per punctum g, fieret per 22 p 3 angulus a q b æqualis angulo a g d per 13 p 1, quod eſt contra pręmiſſam proximam: tranſibit ergo ille circulus citra punctum g, & per 20 th. 5 huius & per 26 p 3 linea g q diuidet arcum illius circuli, qui eſt a b, per æqualia in puncto, qui ſit o: quoniam ipſa diuidit angulum b q a per æqualia. Ducatur quoq; linea k o, quæ, ut patet ex pręmiſsis, diuidit chordam b a per æqualia: ergo linea k o concurret cum linea g n infra lineam f b, & ultra punctum o. Quia enim, ut ſuprà oſtenſum eſt, linea o k eſt perpendicularis ſuper lineam b a, punctumq; o cadit in peripheriam circuli minoris, qui eſt a q b: à punctis ergo a & b copulentur, ut prius, chordæ b o & a o, patetq; per 4 p 1 quoniam chordæ b o & a o ſunt æquales: ergo per 28 p 3 arcus a o eſt æqualis arcui b o: arcus enim b a diuiſus eſt per æqualia in puncto o per lineam g q: lineæ ergo o k & g n concurrunt in puncto aliquo citra lineam b f, & ultra punctum o: quoniam linea g n diuidens per æqualia angulum a g b, cadit inter puncta k & o, ut ſuprà patuit. Linea ergo k o cõcurrens cum linea b a, de neceſsitate prius concurret cum linea g n: concurret ergo cum linea g n ſub linea b f: cuius contrarium iam patuit in præmiſsis: oſtenſum enim fuit, quia concurrebat cum linea g n ultra lineam b f: & ita ſequeretur duas rectas lineas includere ſuperficiem: quod eſt manifeſtum impoſsibile. Reſtat ergo ut angulus a q b non ſit minor angulo a g d: aut quòd forma puncti a non reflectatur ad uiſum in punctum b à puncto q: quòd eſt contra hypotheſim & impoſsibile. Eſt ergo angulus a q b non minor angulo a g d: ex quo ſequitur propoſitum, quòd in hac diſpoſitione non erit uterq; angulorum conſtantium ex angulis incidentię & reflexionis minor angulo extrinſeco, ad angulum cadentem in arcum contentum à duabus diametris circuli, in quarum una eſt centrũ uiſus, & in altera punctus rei uiſę. Patet ergo propoſitum: quoniã ſemper ſimilis erit improbatio, ſumpto quocunq; alio puncto arcus e n. Sed neq; ab aliquo puncto arcus z n poſsibile eſt fieri reflexionem formæ puncti a rei uiſæ ad uiſum exiſtentẽ in puncto b, ita ut angulus conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis factæ à puncto t, & ab illo alio puncto arcus n z ſit uterq; minor angulo a g d. Remanente enim diſpoſitione figuræ prioris, ſit, ut à puncto arcus n z fiat reflexio formæ puncti a ad uiſum b. Sit itaq; quòd angulus conſtans ex angulo incidentię & reflexionis, qui ſit ſuper punctum p, ſit minor angulo a g d, ſicut & angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis, qui eſt ſupra punctum t, minor eſt eodem angulo a g d. Ducantur itaq; lineæ a p, b p, g p: ſecabit ergo linea g p lineam k o: quoniam, ut præmiſſum eſt, linea g t diuidit arcum a b minoris circuli per æqualia in puncto o per 26 p 3: eſt enim per 20 th. 5 huius angulus a t g æqualis angulo g t b, & eundem arcum diuidit linea k o per æqualia. Et quoniã, ut præoſtenſum eſt, patet quòd linea k o concurrit cum linea g n, linea g p ſecat angulũ n g t, cui ſubtenditur linea k o, concurrens cum linea n g ultra lineam b f: ergo per 29 th. 1 huius linea g p ſecabit lineam k o. Sit itaq; punctus ſectionis linearum g p & k o punctus l: & ducatur linea t p. Cum itaq; duæ lineæ g t & g p ſint æquales: quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli: erit per 5 p 1 angulus g t p æqualis angulo g p t, & uterq; acutus per 32 p 1. Ducta ergo linea perpendiculari à puncto t ſuper lineam g t, erit illa perpendicularis per 16 p 3 contingens ſpeculi circulum, qui eſt e d h z: & producta cadet ſuper terminum diametri minoris circuli per 31 p 3: cum angulus, quem efficit illa perpendicularis cum linea t g, reſpiciat

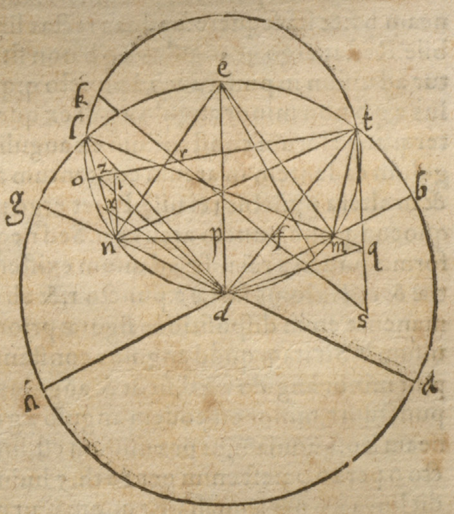


ſemicir-

semicirculũ minoris: linea enim t o cadit super lineã k o, fitq; angulus t o k minor recto per 42 th.1 huius: linea enim o k est pars diametri circuli minoris, propter hoc quòd angulus o k b est rectus: & linea k o producta secat circulum minorẽ, transiens per eius centrũ per 1 p 3: ideo quòd ipsa secãs lineam b a orthogonaliter, & per æqualia secat ipsam necessariò: ergo illa perpendicularis producta concurret cum linea k o per 14 th.1 huius: eritq; punctus concursus in puncto termini diametri circuli minoris per 31 p 3: cum ille angulus in semicirculo sit rectus, qui fit super punctum t terminũ lineæ g t: sed linea t p est inferior illa perpendiculari ex parte puncti n. Igitur quæcunq; linea ducatur à puncto g centro speculi ad lineam t p, secans diametrum o k: illa cadet necessariò in aliquod punctum lineæ t p citra perpendicularem. Cum igitur linea g p cadat in punctum p, & secet lineam o k: erit punctus p citra illam perpendicularem, & infra arcum minoris circuli, cui subtenditur illa perpendicularis. Facto igitur circulo trãseunte per tria puncta, quę sunt a, b, p, transibit quidem ille circulus per punctum l: quoniam linea p l secabit illum circulum, sicuti priorem circulum a b t secabat linea t o. Circulus itaq; a b p secabit circulum a b t in duobus punctis a & b: & cum exeat à puncto b, & iterum redeat in punctum p inferiorem puncto t (cum sit citra illum circulum uersus punctum t) necessariò secabit illum circulum in tertio puncto, quod est contra 10 p 3 & impossibile. Restat igitur, ut forma puncti rei uisæ, qui est a, non reflectatur ad uisum existentẽ in puncto b à duobus punctis arcus z n: ita ut quilibet angulorum illorum sit minor angulo a g d. Palàm ergo, quòd impossibile est, ut forma puncti a reflectatur ad uisum b à duobus punctis arcus interiacentis eorum diametros, qui est e z, ita ut uterq; angulorum constantium ex angulis incidentiæ & reflexionis sit minor angulo a g d. Quod est propositum.

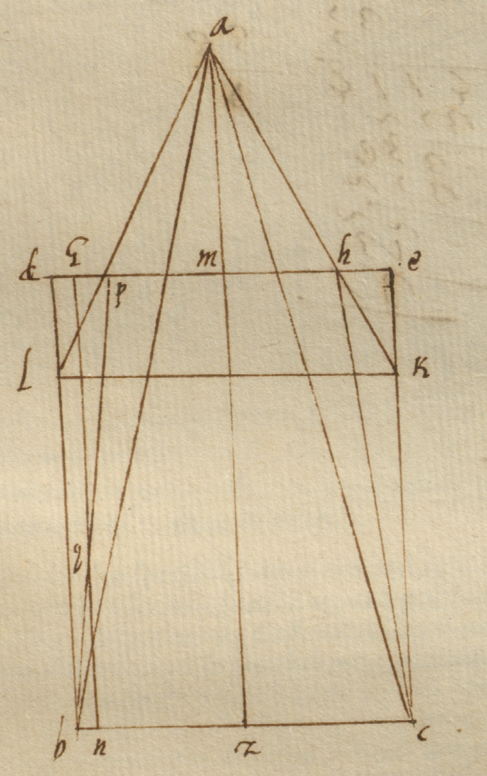
35. In speculis sphæricis cõcauis duos pũctos, qui in diuersis diametris, & inæqualis distantiæ à centro speculi existentes à duobus punctis speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros, in quibus illi puncti consistunt, ad se mutuò reflectantur, possibile est inueniri. Alhazen 81 n 5.

Sit circulus (qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui) cuius centrum d: & sumantur in ipso duæ diametri, quæ sint g a & b h, secantes se in centro d: dico quòd possibile est fieri, quod proponitur. Diuidatur enim angulus g d b per æqualia per semidiametrum d e: & in semidiametro b d sumatur punctus m ultra punctũ, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto e super diametrũ b d: & sumatur linea n d in diametro d g æqualis lineæ m d: & fiat per 5 p 4 circulus transiens per tria puncta m, d, n: hic ergo necessariò transibit ultra punctum e. Si enim detur, quòd ille circulus transeat punctum e, ducantur lineæ m e & n e: fietq; quadrangulũ d m e n intra circulũ: ergo per 22 p 3 duo anguli istius quadranguli ex aduerso collocati, ut qui sunt ad punctos m & n, sunt æquales duobus rectis: quod est impossibile: quoniam duo anguli e m d & e n d ambo sunt acuti, minores duobus rectis: ideo quòd lineæ e m & e n cadunt ultra perpendiculares ductas à pũcto e super semidiametros b d & g d. Similis quoq; fiet deductio, si circulus traieat citra punctum e: tunc enim anguli illius quadranguli cadentes super punctum m & n, erũt iterum minores duobus rectis. Transit igitur circulus d m n extra punctum e: secabit ergo circulum propositum ipsius speculi in duobus punctis per 10 p 3: sint illa duo puncta t & l: & ducantur lineæ n t, m t, n l, d l, m l: & ducatur linea m n secans lineã t d in puncto f, & lineam e d in puncto p. Cum itaq; ut patet ex præmissis, linea m d sit æqualis lineæ n d, & linea p d cõmunis ambobus trigonis p d m & p d n, & angulus p d m æqualis angulo p d n: palàm per 4 p 1 quoniã triangulus p m d æqualis est triangulo p n d: erit quoq; angulus f p d æqualis angulo n p d, & uterq; rectus: angulus itaq; p f d est acutus per 32 p 1. Ducatur ergo à puncto f linea perpendicularis super lineam d t per 11 p 1, quæ producta ad circunferentiam minoris circuli sit linea f k. Hæc itaq; secabit lineam l n: uel non secabit. Si non secet: erit quilibet punctus lineę l n propinquior puncto n, quàm punctus k. Si secet: palàm itaq; quoniam aliquis punctus lineæ l n erit inferior puncto k, plus approximans ad punctum n quàm punctũ k: sit ille punctus z: & ducatur linea t z: quæ producatur usq; ad circunferentiam circuli minoris, cadatq; in punctum o. Arcus itaq; n o aut est minor arcu t l: aut non. Si non fuerit minor, abscindatur ex eo arcus minor arcu l t, & ducatur ad terminum illius arcus linea à puncto t, & erit idem, sicuti si arcus n o sit minor arcu l t. Sit ergo arcus n o minor quàm sit arcus t l: ergo per 33 p 6 angulus t n l est maior angulo o t n. Secetur ergo ex angulo t n l angulus æqualis angulo o t n, qui sit i n z: cadetq; punctum i in lineam t z per 29 th.1 huius: & super punctum t lineæ m t per 23 p 1 fiat angulus æqualis angulo o t n, qui sit angulus q t m. Cum itaq; angulus t m l sit maior angulo m t q: quia arcus t l est maior arcu n o, ut patet ex præmissis: arcus uerò n o determinat quantitatem anguli m t q, qui est æqualis angulo o t n: palàm ergo per 14 th.1 huius quoniã concurret linea t q cum linea l m: sit itaq; concursus in puncto q. Cum



q. Cum igitur angulus l m t sit ęqualis duobus angulis m q t & m t q per 32 p 1, & angulus l n t sit æqualis angulo l m t per 27 p 3, sunt enim constituti super eundem arcum: qui est l t: & cum angulus i n z ex præmissis sit ęqualis angulo m t q: erit angulus i n t, ęqualis angulo m q t: est ergo per 32 p 1 triangulus m t q æquiangulus triangulo i n t, cum angulus o t n sit ęqualis angulo m t q: & similiter triangulus i n z est per 32 p 1 æquiangulus triangulo t n z, cum angulus t z n ambobus illis triangulis sit cõmunis, & angulus i n t sit ęqualis angulo o t n. Est ergo per 4 p 6 proportio lineę n t ad lineá t q, sicut lineę n i ad lineá m q: & similiter est proportio lineę t n ad lineá t z, sicut lineę n i ad lineá n z: sed linea t z est maior quàm linea t q: quod patet per hoc. Sit enim r punctus, in quo linea t z secat lineam k f: angulus itaque t f r est rectus, cum linea f k sit perpendicularis super lineam t d: ergo per 32 p 1 angulus f t r est acutus. Quia uerò linea d m, ut patet ex præmissis, est ęqualis lineæ d n: erit per 28 p 3 arcus d m æqualis arcui d n: ergo per 27 p 3 angulus m t d est ęqualis angulo d t n: sed angulus q t m est æqualis angulo o t n ex præmissis: fit ergo angulus q t f æqualis angulo f t r: quia ex æqualibus angulis constat: angulus ergo q t f est acutus, & linea k f est perpendicularis super lineam t d: angulus quoque t f k est rectus: ergo per 14 th. 1 huius linea k f producta concurret cum linea t q: sit punctum concursus s: & linea producta à puncto t usq ... rum concursus, cuius pars est li ... li ad punctum f fin ... igoni t f s & t f r

... qualia per 26 p 1:
... est minor quàm
... ad lineam t z: igi-
... linea m q est mi-
... ducatur linea d x.
... s q m d cum angu
... r 4 p 1 triangulus
... ęqualis angulo q
... sit maior angulo
... em minorem se-
... est acutus: quia
... er 19 p 1 linea d z
... potest reflecti
... s distantię à cen
... q d m: addito er
... est minor duo-
... Ergo duo pun-



... ro & in diuer
... tis illas semi-
... rcus ad se in-

... o ad se inui-
... d est d, quàm
... q; punctum k
... punctorum
... unctus arcus
... constantium
... ngulorum ę-
... t maior an-
... neę o t, d t, k
... cta linea t f
... per lineam
... ea t f ęqui-
... inea t e p-
... nea o k: &
... to p. Cum
... rtio lineæ
... t, ut linea
... n autem
... lus o p d
... gulus k o
... lus k p d
... et: si fiat
... d est cen-
trum



semiciculũ minoris: linea enim t o cadit super lineã k o, fitq; angulus t o k minor recto per 42 th. 1 huius: linea enim o k est pars diametri circuli minoris, propter hoc quòd angulus o k b est rectus: & linea k o producta secat circulum minorẽ, transiens per eius centrũ per 1 p 3: ideo quòd ipsa secãs lineam b a orthogonaliter, & per æqualia secat ipsam necessariò: ergo illa perpendicularis producta concurret cum linea k o per 14 th. 1 huius: eritq; punctus concursus in puncto termini diametri circuli minoris per 31 p 3: cum ille angulus in semicirculo sit rectus, qui fit super punctum t terminũ lineæ g t: sed linea t p est inferior illa perpendiculari ex parte puncti n. Igitur quæcunq; linea ducatur à puncto g centro speculi ad lineam t p, secans diametrum o k: illa cadet necessariò in aliquod punctum lineæ t p citra perpendicularem. Cum igitur linea g p cadat in punctum p, & secet lineam o k: erit punctus p citra illam perpendicularem, & infra arcum minoris circuli, cui subtenditur illa perpendicularis. Facto igitur circulo trãseunte per tria puncta, quę sunt a, b, p, transibit quidem ille circulus per punctum l: quoniam linea p l secabit illum circulum, sicuti priorem circulum a b t secabat linea t o [...] secabit circulum a b t in duobus punctis a & b: & cum exeat à puncto b, & iter[...] puncto t (cum sit citra illum circulum uersus punctum t) nec[...] & imposibile. Restat igitur, ut [...] b à duobus punctis a [...] quòd imposibile est [...] rum diametr[...] nis sit minor [...]

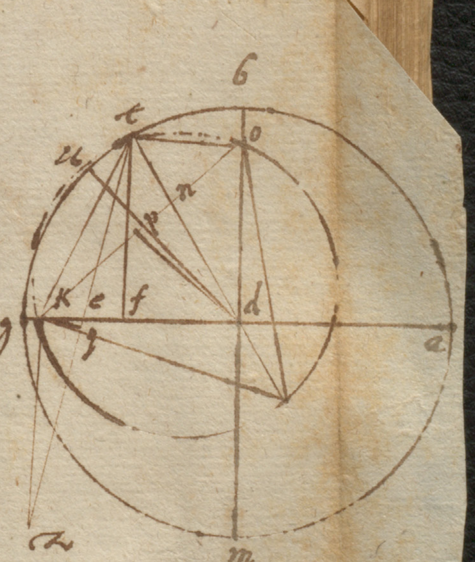
35. In specu[...]
à centro spec[...]
in quibus illi[...]

Sit circul[...]
caui) cuius [...]
dico quòd p[...]
diametrum [...]
laris ducta [...]
fiat per 5 p[...]
Si enim de[...]
d m e n in[...]
ad puncto[...]
e n d a m b[...]
lares duct[...]
citra pun[...]
minores [...]
positum [...]
m t, n l, c[...]
ut patet [...]
nea p d [...]
gulus p [...]
triangu[...]
gulus f[...]
itaq; p[...]
nea pe[...]
cta ad [...]
itaq; f[...]
quilil[...]
pun[...]
line[...]
ctu[...]
t z: [...]
ris, [...]
cu[...]
cu[...]
ne[...]
c[...]
S[...]
t[...]
ar[...]
te[...]
F[...]

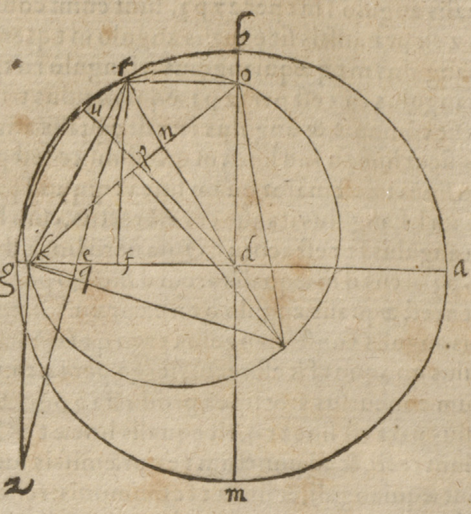
q. Cum igitur angulus l m t sit ęqualis duobus angulis m q t & m t q per 32 p 1, & angulus l n t sit æ-
qualis angulo l m t per 27 p 3, sunt enim constituti super eundem arcum : qui est l t: & cum angulus
i n z ex præmissis sit ęqualis angulo m t q: erit angulus i n t, ęqualis angulo m q t: est ergo per 32 p 1
triangulus m t q æquiangulus triangulo i n t, cum angulus o t n sit ęqualis angulo m t q: & similiter
triangulus i n z est per 32 p 1 æquiangulus triangulo t n z, cum angulus t z n ambobus illis triangu-
lis sit cómunis, & angulus i n t sit ęqualis angulo o t n. Est ergo per 4 p 6 proportio lineę n t ad lineá
t q, sicut lineę n i ad lineá m q: & similiter est proportio lineę t n ad lineá t z, sicut lineę n i ad lineá n z:
sed linea t z est maior quàm linea t q: quod patet per hoc. Sit enim r punctus, in quo linea t z secat li-
neam k f: angulus itaque t f r est rectus, cum linea f k sit perpendicularis super lineam t d: ergo per 32
p 1 angulus f t r est acutus. Quia uerò linea d m, ut patet ex præmissis, est ęqualis lineæ d n: erit per
28 p 3 arcus d m æqualis arcui d n: ergo per 27 p 3 angulus m t d est ęqualis angulo d t n: sed angulus
q t m est æqualis angulo o t n ex præmissis: fit ergo angulus q t f æqualis angulo f t r: quia ex æquali
bus angulis constat: angulus ergo q t f est acutus, & linea k f est perpendicularis super lineam t d: an
gulus quoque t f k est rectus: ergo per 14 th. 1 huius linea k f producta concurret cum linea t q: sit pũ
ctum concursus s: & linea producta à puncto t usque ad punctum s, quod est punctum concursus,
cuius pars est linea t q, est ęqualis lineæ t r. Quoniam enim illorum trigonorum anguli ad punctum
f fiunt recti, & ad punctum t ex præmissis sunt ęquales: patet per 32 p 1 quoniam illi trigoni t f s & t f r
sunt æquianguli, & linea t f communis: reliqua ergo latera, quæ sunt t s & t r sunt æqualia per 26 p 1:
sed linea t s est maior quàm linea t q, & linea t z est maior quá linea t r: linea ergo t q est minor quàm
linea t z. Est ergo per 8 p 5 maior proportio lineæ n t ad lineam t q, quàm lineæ n t ad lineam t z: igi-
tur maior est proportio lineæ i n ad m q, quàm lineę i n ad lineá n z: quare per 10 p 5 linea m q est mi-
nor quàm linea n z. Secetur ergo ex linea n z linea æqualis lineę m q, quę sit n x: & ducatur linea d x.
Et quoniam per 22 p 3 angulus l n d cum angulo l m d ualet duos rectos, & angulus q m d cum angu
lo l m d per 13 p 1 ualet duos rectos: erit angulus l n d ęqualis angulo q m d: ergo per 4 p 1 triangulus
x n d est ęqualis triangulo d m q: & linea d x ęqualis lineæ d q: & angulus x d n est ęqualis angulo q
d m: & angulus d x n æqualis angulo d q m. Sed angulus d x z est maior recto, cum sit maior angulo
d n x per 16 p 1: & angulus d n x est maior recto per 31 p 3: quoniam cadit in portionem minorem se-
micirculo, quę est d n l: & etiam patet hoc per 22 p 3. Quoniam enim angulus l m d est acutus : quia
angulus e m d est acutus ex præmissis: patet quòd angulus d n l est obtusus: ergo per 19 p 1 linea d z
est maior quàm linea d x: ergo linea z d est maior quàm linea q d. Forma ergo pũcti q potest reflecti
ad punctum z à duobus punctis speculi, quę sunt t & l: & puncta q & z sunt inęqualis distantię à cen
tro & in diuersis diametris: quod patet ideo quòd angulus x d n est ęqualis angulo q d m: addito er
go cómuni angulo x d m, erit angulus n d m æqualis angulo q d x: sed angulus n d m est minor duo-
bus rectis: ergo & angulus q d x: ergo magis angulus q d z est minor duobus rectis. Ergo duo pun-
cta q & z non sunt in eadem diametro, sed in diuersis. Et hoc est propositum.

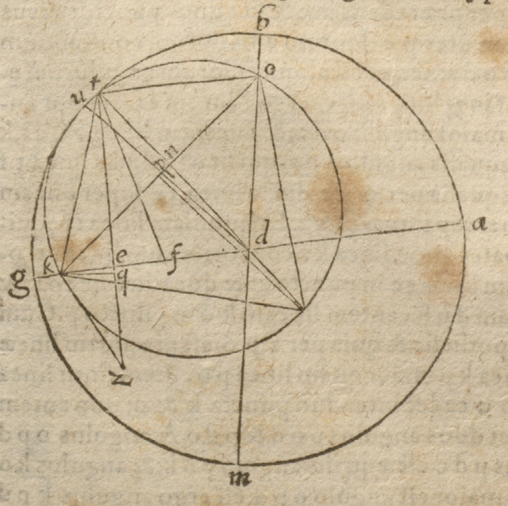
*36. A speculis sphæricis concauis duobus punctis inæqualiter distantib. à centro & in diuer
sis diametris existentibus, ad se inuicem reflexis à duobus punctis arcus interiacentis illas semi-
diametros, in quibus illa puncta consistunt: impossibile est ipsa à puncto alio illius arcus ad se in-
uicem reflecti. Alhazen 82. n 5.*

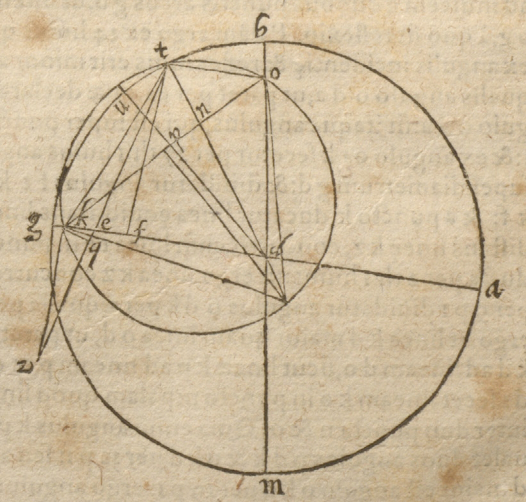
Sit circulus speculi sphærici concaui a g b, cuius centrum sit d: & sint duo pũcta k & o ad se inui-
cem reflexa à duobus punctis arcus b g: sitq́; punctum k remotius à cētro speculi, quod est d, quàm
punctus o: & sint lineæ g d a & b d m duę diametri, in quibus sunt puncta illa k & o: sitq́; punctum k
in semidiametro g d, & punctus o in semidiametro b d: reflectanturq́ue formæ istorum punctorum
ad inuicem à duobus punctis arcus g b, ut ostenditur per præcedentem: & sit t unus punctus arcus
b g, à quo fit reflexio. Palàm ergo ex 34 huius quòd non uterque duorum angulorum constantium
ex angulis incidentię & reflexionis erit minor angulo o d a: neque est aliquis illorum angulorum ę-
qualis angulo o d a, ut patet per ea, quæ declarata sunt in 33 huius: alter ergo illorum erit maior an-
gulo o d a: sit itaque angulus, qui est super punctum t, maior angulo o d a: & ducantur lineę o t, d t, k
t: & ex angulo o t k secetur per 27 th. 1 huius angulus æqualis angulo o d a, qui sit o t f, ducta linea t f
super diametrum g d: & diuidatur angulus f t k per æqualia per 9 p 1, ducta linea t e super lineam
k f: & à puncto k ducatur linea ęquidistans lineæ t f per 31 p 1: quæ sit k z. Et quoniam linea t f ęqui-
distans lineę k z, concurrit cum linea t e in puncto t: patet quòd linea k z concurret cum linea t e, p-
ducta per 2 th. 1 huius: sit ergo linea k z concurrens cum linea t e in puncto z: & ducatur linea o k: &
per 9 p 1 diuidatur angulus o d k per æqualia per lineam d u secantem lineam k o in puncto p. Cum
ergo sit linea k d maior quàm linea o d, ut patet ex hypothesi : & quia per 3 p 6 est proportio lineæ
k d ad lineam d o, sicut lineæ k p ad lineam p o: erit linea k p maior quàm linea p o. Item sit, ut linea
d t secet lineam k o in puncto n: palàm quòd linea d p u cadet inter duo puncta k & n: non autem
inter duo puncta n & o. Quia enim angulus k p d ualet duos angulos p o d & p d o, & angulus o p d
ualet duos angulos p d k & p k d per 32 p 1: sed angulus p d o est æqualis angulo p d k: & angulus k o
d maior est angulo o k d per 19 p 1: ergo angulus k p d maior est angulo o p d: est ergo angulus k p d
maior recto per 13 p 1: & angulus o p d est acutus. Sed & angulus k n d est acutus: quod patet: si fiat
circulus transiens per tria puncta o, t, k per 5 p 4: hic enim transibit infra punctum d, quod est cen-



trum circuli maioris. Quoniam cum angulus o t k sit maior angulo o d a ex hypothesi: erunt duo anguli o d k & o t k maiores duobus rectis: quod esset impossibile per 22 p 3, si circulus ille transiret punctū d: uel supra punctum d: quoniam eadem est demonstratio. Linea uerò n d diuidet k o arcum illius circuli per æqualia per 26 p 3: quoniam diuidit angulum o t k per æqualia ex hypothesi: fiet autem illa diuisio arcus k o infra punctum d. Si uerò ab illo puncto diuisionis arcus o k ducatur linea ad medium punctū lineę o k (quę est chorda illius arcus o k) erit linea illa perpendicularis super lineam o k per 8 p 1, & cadet illa perpendicularis inter puncta p & k, cū linea k p sit maior quàm linea p o ex præmissis: & angulus super punctum n ex parte illius perpēdicularis erit acutus: ergo & ex parte p erit acutus: & angulus super pūctū p ex parte o erit acutus: hoc enim ostensum est superius. Si ergo detur quòd punctus p cadat inter duo puncta n & o: impossibile erit perpēdicularem illam cadere inter puncta n & p: quia tunc secaret lineam d p: & fieret triangulus: cuius unus angulus esset rectus, & alius obtusus: quod cum sit impossibile, necesse est angulum k n d esse acutum: ergo per 13 p 1 angulus o n d est obtusus: punctum ergo p nō cadet inter puncta n & o. Quoniam cum angulus o n d sit obtusus, & ut patet ex pręmissis, angulus d p k est obtusus: sequeretur ergo in trigono d n p duos esse angulos obtusos: quod cum sit impossibile per 32 p 1: palàm quia punctus p non cadet inter puncta n & o: non cadit etiam in punctum n, ut est euidēs. Cadet ergo inter puncta k & n. Quia ergo, ut patet ex præmissis, angulus k t d est medietas anguli k t o: sed & angulus k t e est medietas anguli k t f: angulus uerò k t o maior est angulo f t o, in angulo k t f: restat ergo ut angulus e t d sit medietas anguli f t o: sed angulus f t o est æqualis angulo o d a: igitur angulus e t d est medietas anguli o d a: sed angulus o d a cum angulo o d f ualet duos rectos per 13 p 1, & tres anguli trianguli e t d ualent duos rectos per 32 p 1: tres ergo anguli trigoni e t d sunt æquales duobus angulis o d a & o d f: ablato ergo angulo e d t hinc inde illis angulis communi, & ablato angulo e t d, qui est medietas anguli o d a: restat ut angulus t e d æqualis sit medietati anguli o d a, & toti angulo o d n: sed angulus o d p, qui est medietas anguli o d k cum medietate anguli o d a est rectus: est autem angulus o d p maior angulo o d n, quod patet per 29 th. 1 huius: cum, sicut patet ex præmissis, punctum n lineæ d n cadat inter puncta p & o: est ergo angulus o d p cum medietate anguli o d a maior angulo t e d cum medietate anguli o d a. Patet ergo cum angulus o d k cum medietate anguli o d a sit rectus, quoniam angulus t e d est acutus: quare per 15 p 1 ei contrà positus, qui est angulus k e z, est acutus. Igitur si per 12 p 1 à puncto k ducatur perpendicularis super lineam t z, illa cadet inter puncta e & z: quia, ut patet ex præmissis, linea k e non est perpendicularis super lineam t e z. Si uerò dicatur quòd illa perpendicularis cadat ultra pūctum e super lineam t e: tunc cum angulus t e k per pręmissa & 13 p 1 sit obtusus: accidet triāgulum habere duos angulos unum rectum & alium obtusum: quod est impossibile per 32 p 1. Cadet itaque perpendicularis illa inter puncta e & z: quæ sit linea k q. Hoc autem seruato, nunc quidem necessarium interponimus: scilicet quòd linea k t se habet ad lineam t f, sicut linea k d ad lineam d o. Est enim linea t o aut æquidistans lineę k d, aut concurrens cum illa. Sit primū ęquidistans: erit ergo per 29 p 1, angulus o d a ęqualis angulo t o d: est ergo angulus t o d ęqualis angulo o t f, quoniam, ut patet ex pręmissis, angu

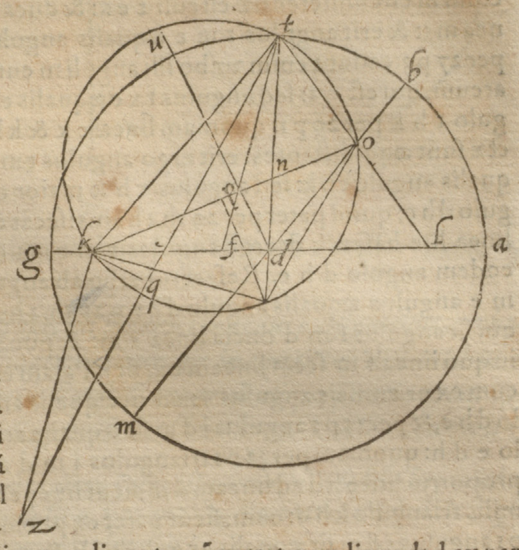




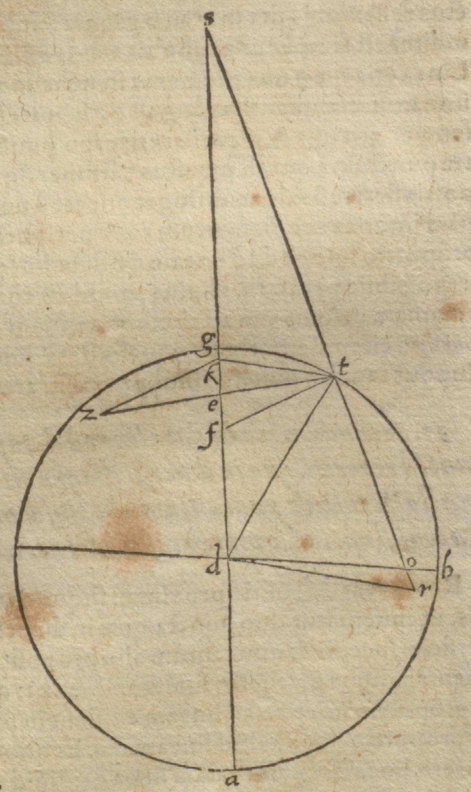


li o t f & o d a sunt æquales. Similiter quoq; lineæ o d & t f aut ęquidistabunt, aut concurrent. Si æquidistent, cum illæ cadant inter lineas k d & t o æquidistantes: palàm per 34 p 1 quoniam ipsę erūt æquales.

æquales. Si uerò lineæ o d & t f concurrunt, facient triangulum, cuius duo latera erunt æqualia per
6 p 1: quoniam duo eius anguli, qui sunt f t o & d o t, sunt ęquales. Linea uerò f d secat illa duo latera
æqualia æquidistanter basi d o: erit ergo per 2 p 6 & 18 p 5 proportio unius illorum laterum ad lineã
d o, sicut alterius ad lineam f t: est ergo linea t f ęqualis lineæ o d per 9 p 5. Fit autem hęc deductio
cum lineę illæ concurrunt sub linea k d. Quòd si cõcurrãt sub linea t o, erit eadẽ probatio: quia fiet
triãgulus, cuius unũ latus est linea t o, & alia duo latera æqualia ꝑ 6 p 1, ut prius: q̃a linea t o est ęqui
distãs lineæ d f, erit per 2 p 6 & 18 p 5 proportio unius illorũ duorũ laterũ ad lineã t o, sicut alterius
ad lineã t f, eruntq; ut prius, per 9 p 5, lineę t f & d o ęquales. Itẽ patet quòd angulus t d k est æqualis
angulo d t o per 29 p 1: ideo quòd linea t o data est æquidistans esse lineæ k d: ergo angulus t d f est
æqualis angulo d t k, cum anguli d t o & d t k sint æquales ex hypothesi & per 20 th. 5 huius: ergo per
6 p 1 lineę d k & t k sunt æquales: est ergo per 7 p 5 proportio lineę t k ad lineam t f, sicut lineæ k d ad
lineam d o: ideo quòd antecedentia & consequentia sunt hinc & inde æqualia. Si uerò linea t o non
ęquidistat, sed cõcurrit cũ linea k d: aut hoc est ad par
tẽ pũcti a: aut ad partẽ pũcti g diametri a g. Si fiat cõ
cursus ex parte a: sit hoc in pũcto l. Manifestũ ergo ꝑ
13 th. 1 huius quoniã ꝓportio lineę t k ad lineã t f cõpo
nitur ex proportione lineę t k ad lineã t l, & ex pro-
portione lineę t l ad lineam t f: sed proportio lineę k t
ad lineam t l est, sicut proportio lineę k d ad lineã d l
per 3 p 6: linea enim d t diuidit angulum k t o per æ-
qualia ex hypothesi. Quia uerò angulus o d l per prę-
missa est æqualis angulo l t f, & angulus ad punctum l
communis est ambobus trigonis t l f & o d l: patet ꝑ
32 p 1 quòd tertius angulus est tertio ęqualis: erit er-
go per 4 p 6 proportio lineę t l ad lineã t f, sicut lineæ
d l ad lineam d o. Proportio itaque lineę t k ad lineã
t f constat ex proportione lineę k d ad lineam d l, & li
neę d l ad lineam d o: sed proportio lineę k d ad lineã
d o cõstat ex eisdem proportionibus, posita linea d l
media per 13 th. 1 huius: ergo proportio lineę k t ad li-
neam t f est, sicut proportio lineę k d ad lineam d o. Si autem linea t o cõcurrat cum linea k d ex par
te g: sit concursus in puncto s: & à puncto d ducatur linea ęquidistans lineę k t, quæ sit d r, concur-
rens cum linea t o producta ultra punctum o in pũcto r:



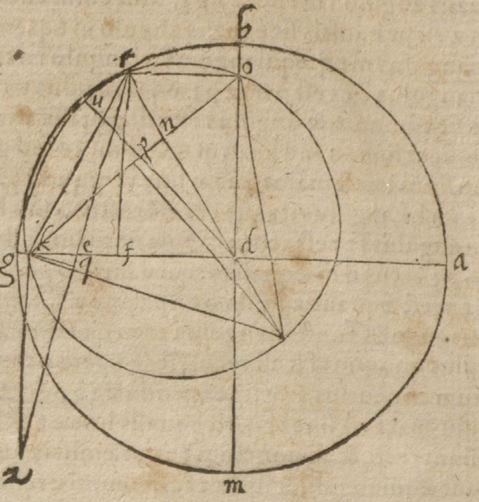
igitur angulus k t d æqualis est angulo t d r per 29 p 1:
sed & angulus k t d ex hypothesi æqualis est angulo d
t o: ergo anguli d t r & d r t sunt æquales: ergo per 6 p
1 linea d r est æqualis lineæ t r. Sed quoniam triangu-
lus s t k æquiangulus est triangulo s r d per 29 p 1, &
ꝓpter angulũ a s d cõmunẽ: erit ergo per 4 p 6 propor-
tio lineæ d r ad lineã s r, sicut lineę k t ad lineã t s: sed li-
nea d r est ęqualis lineæ r t: est ergo ꝑ 7 p 5 proportio li-
neę r t ad lineã r s, sicut lineæ k t ad lineã t s: sed propor-
tio lineę r t ad lineam r s est, sicut proportio lineæ d k
ad lineam d s per 2 p 6 & per 18 p 5: igitur per 11 p 5 est
proportio lineæ k t ad lineam t s, sicut lineæ k d ad d s.
Sed quoniam angulus f t o æqualis est angulo o d a: e-
rit angulus o d s æqualis angulo f t s per 13 p 1, & angu-
lus ad punctum s est communis: erit ergo triangulus o
d s æquiangulus triangulo f t s per 32 p 1: ergo per 4 p 6
est proportio lineæ t s ad lineam t f, sicut lineæ d s ad li-
neam d o: est autem proportio lineæ k t ad lineam t s,
sicut lineæ k d ad lineam d s: ergo per 22 p 5 erit pro-
portio lineæ k t ad lineam t f, sicut lineę k d ad lineam
d o. Quia uerò linea k z æquidistat lineæ t f, ut patet ex
præmissis, erit per 29 p 1 angulus k z e æqualis angulo
e t f: sed angulus k e z est æqualis angulo t e f per 15 p 1:
ergo trigoni k z e & e t f sunt æquianguli per 32 p 1:
ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ k e ad lineam e f,
sicut lineæ k z ad lineam t f: sed proportio lineę k e ad li
neam e f est, sicut lineę k t ad lineam t f per 3 p 6: quia
angulus k e f diuisus est per æqualia per lineam t e: li-

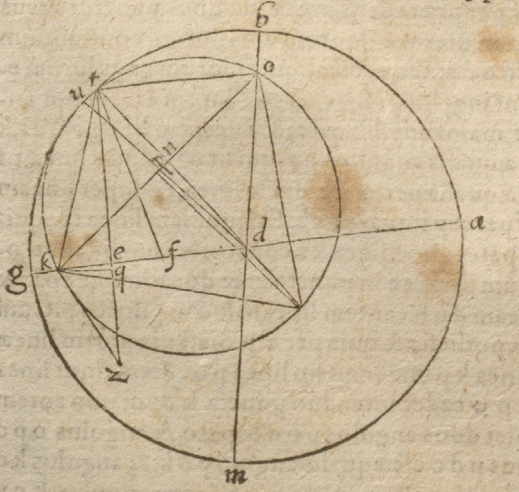


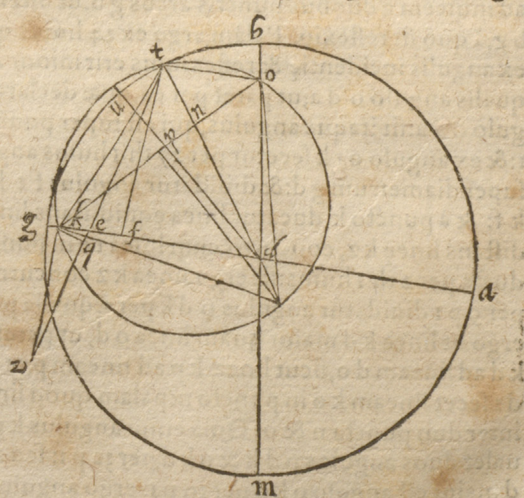
neæ ergo k z & k t ad eandem lineam t f eandem habent proportionem: ergo per 9 p 5 linea k z
est æqualis lineę k t: sed ex pręmissis patet, quòd est proportio lineæ z k ad lineam t f, sicut lineæ
z e ad lineam e t: est ergo per 11 p 5 proportio lineę z e ad lineam e t, sicut lineæ k d ad lineam

 d o: sed

trum circuli maioris. Quoniam cum angulus o t k sit maior angulo o d a ex hypothesi: erunt duo anguli o d k & o t k maiores duobus rectis: quod esset impossibile per 22 p 3, si circulus ille transiret punctũ d: uel supra punctum d: quoniam eadem est demonstratio. Linea uerò n d diuidet k o arcum illius circuli per æqualia per 26 p 3: quoniam diuidit angulum o t k per æqualia ex hypothesi: fiet autem illa diuisio arcus k o infra punctum d. Si uerò ab illo puncto diuisionis arcus o k ducatur linea ad medium punctũ lineę o k (quę est chorda illius arcus o k) erit linea illa perpendicularis super lineam o k per 8 p 1, & cadet illa perpendicularis inter puncta p & k, cũ linea k p sit maior quàm linea p o ex præmissis: & angulus super punctum n ex parte illius perpẽdicularis erit acutus: ergo & ex parte p erit acutus: & angulus super pũctũ p ex parte o erit acutus: hoc enim ostensum est superius. Si ergo detur quòd punctus p cadat inter duo puncta n & o: impossibile erit perpẽdicularem illam cadere inter puncta n & p: quia tunc secaret lineam d p: & fieret triangulus: cuius unus angulus esset rectus, & alius obtusus: quod cum sit impossibile, necesse est angulum k n d esse acutum: ergo per 13 p 1 angulus o n d est obtusus: punctum ergo p nõ cadet inter puncta n & o. Quoniam cum angulus o n d sit obtusus, & ut patet ex pręmissis, angulus d p k est obtusus: sequeretur ergo in trigono d n p duos esse angulos obtusos: quod cum sit impossibile per 32 p 1: palàm quia punctus p non cadet inter puncta n & o: non cadit etiam in punctum n, ut est euidẽs. Cadet ergo inter puncta k & n. Quia ergo, ut patet ex præmissis, angulus k t d est medietas anguli k t o: sed & angulus k t e est medietas anguli k t f: angulus uerò k t o maior est angulo f t o, in angulo k t f: restat ergo ut angulus e t d sit medietas anguli f t o: sed angulus f t o est æqualis angulo o d a: igitur angulus e t d est medietas anguli o d a: sed angulus o d a cum angulo o d f ualet duos rectos per 13 p 1, & tres anguli trianguli e t d ualent duos rectos per 32 p 1: tres ergo anguli trigoni e t d sunt æquales duobus angulis o d a & o d f: ablato ergo angulo e d t hinc inde illis angulis communi, & ablato angulo e t d, qui est medietas anguli o d a: restat ut angulus t e d æqualis sit medietati anguli o d a, & toti angulo o d n: sed angulus o d p, qui est medietas anguli o d k cum medietate anguli o d a est rectus: est autem angulus o d p maior angulo o d n, quod patet per 29 th. 1 huius: cum, sicut patet ex præmissis, punctum n lineæ d n cadat inter puncta p & o: est ergo angulus o d p cum medietate anguli o d a maior angulo t e d cum medietate anguli o d a. Patet ergo cum angulus o d k cum medietate anguli o d a sit rectus, quoniam angulus t e d est acutus: quare per 15 p 1 ei contrà positus, qui est angulus k e z, est acutus. Igitur si per 12 p 1 à puncto k ducatur perpendicularis super lineam t z, illa cadet inter puncta e & z: quia, ut patet ex præmissis, linea k e non est perpendicularis super lineam t e z. Si uerò dicatur quòd illa perpendicularis cadat ultra pũctum e super lineam t e: tunc cum angulus t e k per pręmissa & 13 p 1 sit obtusus: accidet triãgulum habere duos angulos unum rectum & alium obtusum: quod est impossibile per 32 p 1. Cadet itaque perpendicularis illa inter puncta e & z: quæ sit linea k q. Hoc autem seruato, nunc quidem necessarium interponimus: scilicet quòd linea k t se habet ad lineam t f, sicut linea k d ad lineam d o. Est enim linea t o aut æquidistans lineę k d, aut concurrens cum illa. Sit primũ ęquidistans: erit ergo per 29 p 1, angulus o d a ęqualis angulo t o d: est ergo angulus t o d ęqualis angulo o t f, quoniam, ut patet ex pręmissis, angu

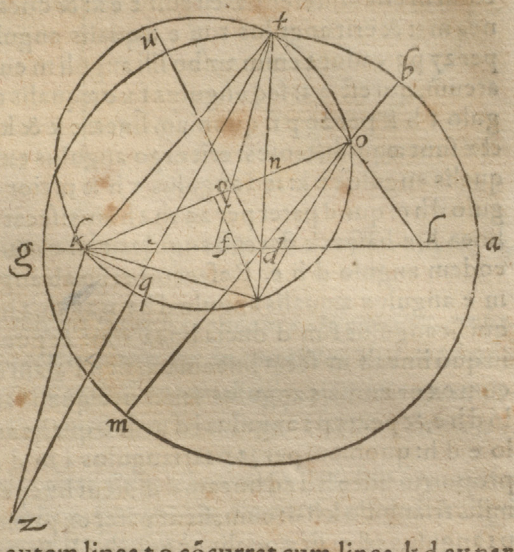


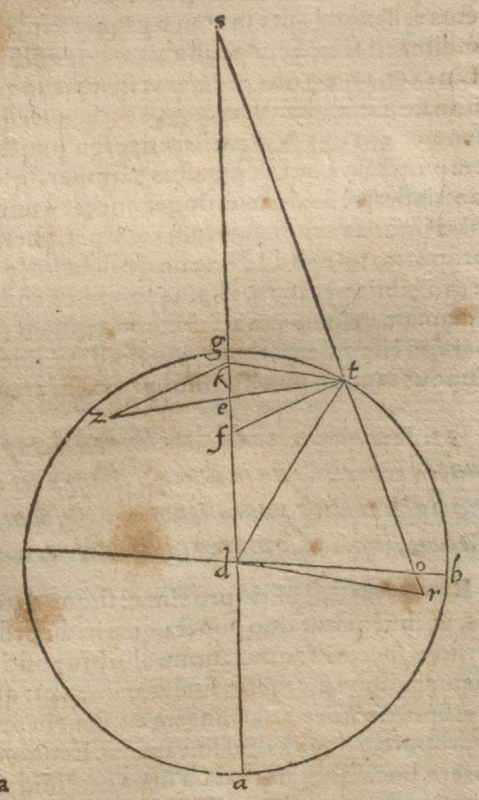




li o t f & o d a sunt æquales. Similiter quoq; lineæ o d & t f aut ęquidistabunt, aut concurrent. Si æquidistent, cum illæ cadant inter lineas k d & t o æquidistantes: palàm per 34 p 1 quoniam ipsę erũt æquales.

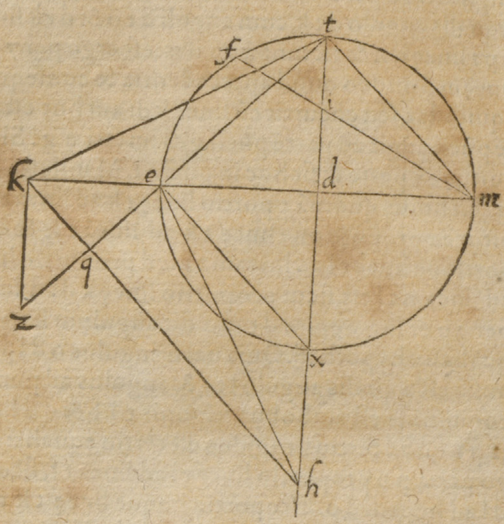
æquales. Si uerò lineæ o d & t f concurrunt, facient triangulum, cuius duo latera erunt æqualia per 6 p 1: quoniam duo eius anguli, qui sunt f t o & d o t, sunt ęquales. Linea uerò f d secat illa duo latera æqualia æquidistanter basi d o: erit ergo per 2 p 6 & 18 p 5 proportio unius illorum laterum ad lineā d o, sicut alterius ad lineam f t: est ergo linea t f ęqualis lineæ o d per 9 p 5. Fit autem hęc deductio cum lineę illæ concurrunt sub linea k d. Quòd si cōcurrāt sub linea t o, erit eadē probatio: quia fiet triāgulus, cuius unū latus est linea t o, & alia duo latera æqualia ꝑ 6 p 1, ut prius: q̄a linea t o est ęqui distās lineæ d f, erit per 2 p 6 & 18 p 5 proportio unius illorū duorū laterū ad lineā t o, sicut alterius ad lineā t f, eruntq́; ut prius, per 9 p 5, lineę t f & d o ęquales. Itē patet quòd angulus t d k est æqualis angulo d t o per 29 p 1: ideo quòd linea t o data est æquidistans esse lineæ k d: ergo angulus t d f est æqualis angulo d t k, cum anguli d t o & d t k sint æquales ex hypothesi & per 20 th. 5 huius: ergo per 6 p 1 lineę d k & t k sunt æquales: est ergo per 7 p 5 proportio lineę t k ad lineam t f, sicut lineæ k d ad lineam d o: ideo quòd antecedentia & consequentia sunt hinc & inde æqualia. Si uerò linea t o non ęquidistat, sed cōcurrit cū linea k d: aut hoc est ad partē pūcti a: aut ad partē pūcti g diametri a g. Si fiat cōcursus ex parte a: sit hoc in pūcto l. Manifestū ergo ꝑ 13 th. 1 huius quoniā ꝓportio lineę t k ad lineā t f cōponitur ex proportione lineę t k ad lineā t l, & ex proportione lineę t l ad lineam t f: sed proportio lineę k t ad lineam t l est, sicut proportio lineę k d ad lineā d l per 3 p 6: linea enim d t diuidit angulum k t o per æqualia ex hypothesi. Quia uerò angulus o d l per pręmissa est æqualis angulo l t f, & angulus ad punctum l communis est ambobus trigonis t l f & o d l: patet ꝑ 32 p 1 quòd tertius angulus est tertio ęqualis: erit ergo per 4 p 6 proportio lineę t l ad lineā t f, sicut lineæ d l ad lineam d o. Proportio itaque lineę t k ad lineā t f constat ex proportione lineę k d ad lineam d l, & lineę d l ad lineam d o: sed proportio lineę k d ad lineā d o cōstat ex eisdem proportionibus, posita linea d l media per 13 th. 1 huius: ergo proportio lineę k t ad lineam t f est, sicut proportio lineę k d ad lineam d o. Si autem linea t o cōcurrat cum linea k d ex parte g: sit concursus in puncto s: & à puncto d ducatur linea ęquidistans lineę k t, quæ sit d r, concurrens cum linea t o producta ultra punctum o in pūcto r: igitur angulus k t d æqualis est angulo t d r per 29 p 1: sed & angulus k t d ex hypothesi æqualis est angulo d t o: ergo anguli d t r & d r t sunt æquales: ergo per 6 p 1 linea d r est æqualis lineæ t r. Sed quoniam triangulus s t k æquiangulus est triangulo s r d per 29 p 1, & ꝓpter angulū a s d cōmunē: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ d r ad lineā s r, sicut lineę k t ad lineā t s: sed linea d r est ęqualis lineæ r t: est ergo ꝑ 7 p 5 proportio lineę r t ad lineā r s, sicut lineæ k t ad lineā t s: sed proportio lineę r t ad lineam r s est, sicut proportio lineæ d k ad lineam d s per 2 p 6 & per 18 p 5: igitur per 11 p 5 est proportio lineæ k t ad lineam t s, sicut lineæ k d ad d s. Sed quoniam angulus f t o æqualis est angulo o d a: erit angulus o d s æqualis angulo f t s per 13 p 1, & angulus ad punctum s est communis: erit ergo triangulus o d s æquiangulus triangulo f t s per 32 p 1: ergo per 4 p 6 est proportio lineæ t s ad lineam t f, sicut lineæ d s ad lineam d o: est autem proportio lineæ k t ad lineam t s, sicut lineæ k d ad lineam d s: ergo per 22 p 5 erit proportio lineæ k t ad lineam t f, sicut lineę k d ad lineam d o. Quia uerò linea k z æquidistat lineæ t f, ut patet ex præmissis, erit per 29 p 1 angulus k z e æqualis angulo e t f: sed angulus k e z est æqualis angulo t e f per 15 p 1: ergo trigoni k z e & e t f sunt æquianguli per 32 p 1: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ k e ad lineam e f, sicut lineæ k z ad lineam t f: sed proportio lineę k e ad lineam e f est, sicut lineę k t ad lineam t f per 3 p 6: quia angulus k e f diuisus est per æqualia per lineam t e: lineæ ergo k z & k t ad eandem lineam t f eandem habent proportionem: ergo per 9 p 5 linea k z est æqualis lineę k t: sed ex pręmissis patet, quòd est proportio lineæ z k ad lineam t f, sicut lineæ z e ad lineam e t: est ergo per 11 p 5 proportio lineę z e ad lineam e t, sicut lineæ k d ad lineam





 d o: sed

d o: ſed linea k d ex hypotheſi eſt maior quàm linea d o: linea ergo z e eſt maior quàm linea e t: & hoc quidem pro alijs reſeruantes nunc ad propoſitum redeamus. Quia uerò, (ut ſuprà patuit) linea k q eſt perpendicularis ſuper lineam e z: erunt omnes anguli circa punctum q recti: ſed angulus e t d eſt acutus, quoniam eſt medietas anguli f t o, ut ſuperius oſtenſum eſt: ergo per 14 th. 1 huius linea k q concurret cum linea t d: ſit punctus concurſus h: & ducatur linea e h: & à puncto e ducatur linea ęquidiſtans lineę k h producta uſq; ad lineã d h, quę ſit e x, ſecans h d lineã in puncto x: fiatque per 5 p 4 circulus tranſiens per tria puncta, quę ſunt e, t, x: & immutetur figura (ſi placet) propter diuerſam intricationem linearum. Quia itaque angulus t q h eſt rectus, ut patet ex præmiſsis: erit per 29 p 1 angulus t e x rectus: ergo per 31 p 3 linea x t erit diameter illius circuli, qui eſt e t x: & producatur linea k e per triangulum orthogonium t e x, & trans circulum, cadens in punctum m circumferentiæ circuli t e x: & ducatur linea m t: & erit angulus t m e æqualis angulo t x e per 27 p 3: cadunt enim ambo illi anguli in eundem arcum, qui eſt e t: ſed angulus t x e æqualis eſt angulo t h k per 29 p 1: quoniam lineæ e x & k h ductæ ſunt æquidiſtantes: erit ergo angulus t m e æqualis angulo t h k: ſed angulus t h k maior eſt angulo d h e: quod patet per 29 th. 1 huius: ſecat enim linea h e baſim k d: ergo angulus t m e maior eſt eodem angulo d h e. Reſecetur ergo ab angulo t m e angulus æqualis angulo d h e p 27 th. 1 huius, qui ſit angulus f m d ducta linea f m: & punctus, in quo linea f m ſecat lineam t x, ſit i. Palàm ergo, cum ex præmiſsis angulus i m d ſit æqualis angulo d h e, & per 15 p 1 angulus i d m ſit æqualis angulo e d h: quoniam per 32 p 1 triangulus i m d eſt æquiangulus triangulo d h e: ergo per 4 p 6 eſt proportio lineę h d ad lineam d m, ſicut lineę e h ad lineam i m. Et ſimiliter triangulus t m d fit ſimilis triangulo k h d: cum, ſicut patet ex præmiſsis, angulus d h k ſit æqualis angulo t m d, & per 15 p 1 angulus t d m ſit æqualis angulo k d h, & tertius tertio per 32 p 1: erit ergo proportio lineę k d ad lineam d t, ſicut lineę h d ad lineam d m: eſt autem proportio lineæ h d ad lineam d m, ſicut lineę e h ad lineam i m: eſt ergo per 11 p 5 proportio lineę k d ad lineam d t, ſicut lineę e h ad lineam i m: ſed proportio lineæ k d ad lineam d t eſt nota: quoniam ſemper una & eadem permanet, quicunque pũctus reflexionis ſit t in arcu b g: quia ſemper linea d t, quæ eſt ſemidiameter, eſt una, & linea k d ſimiliter eſt ſemper una: quoniam ipſa eſt diſtantia alterius punctorum reflexorum à centro ſpeculi. Linea etiam e h una permanet in quacunque reflexione, & non mutatur eius quantitas: quoniam non mutatur quantitas anguli e d h, qui eſt medietas anguli o d a, qui non mutatur. Quare linea i m ſemper erit una & æqualis: erit ergo punctus circumferentiæ, in quem cadit linea i m producta ultra punctum i, qui eſt punctus f, ſemper notus & determinatus. Si ergo à tribus punctis arcus b g poſsit fieri reflexio: continget ducere à puncto f ad circulum t x e tres lineas, quarum cuiuslibet pars interiacens diametrum t x & peripheriã circuli ſit æqualis lineæ i m per 9 p 5: quia ſemper erit proportio lineę k d ad lineam d t, ſicut lineę e h ad quamlibet illarum linearum: patet autẽ hoc eſſe impoſsibile per 133 th. 1 huius, quòd ab eodem puncto dato in circũferentia circuli extra diametrũ per ipſam diametrum ad circumferentiam (ita ut pars lineæ interiacentis diametrum ad reliquam partem circunferentiæ ſit æqualis datæ lineæ) non niſi duæ lineę ęquales duci poſſunt. Quare à duobus tantùm punctis illius propoſiti arcus fiet reflexio. Quod eſt propoſitum.

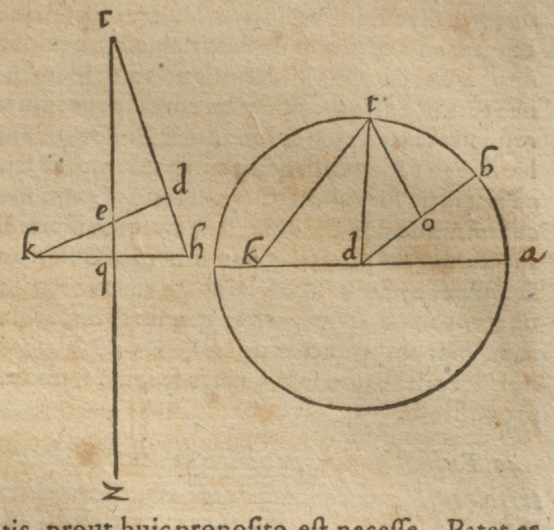


37. Secundum modũ datæ lineæ à dato puncto ſpeculi ſphærici concaui ductæ: poſsibile eſt duo puncta reperiri, quæ in diuerſis diametris inæqualiter à centro ſpeculi diſtantia, ab eodem dato puncto ſpeculi, & uno tantùm alio eiuſdem arcus interiacentis ſemidiametros, in quibus illa pũcta conſiſtunt, ad ſe mutuò reflectantur. Alhazen 83 n 5.

Remaneat diſpoſitio proximæ: ſitque datus quicunque punctus ſpeculi: qui ſit t: proponitur nobis, ut inueniãtur duo puncta, quæ in diuerſis diametris ſpeculi exiſtentia ab illo dato puncto ſuperficiei ſpeculi, & uno tantùm alio propoſiti arcus puncto ad ſe mutuò reflectantur. Sit enim, ut, quantacunque placuerit, ſumatur linea z t: quæ per 119 th. 1 huius diuidatur taliter in puncto e, ut ſit proportio lineę z e ad lineam e t, ſicut in præcedẽte propoſitione prima ſcilicet eius figuratione, eſt proportio lineę k d ad lineam d o. Et quoniam ex hypotheſi illius linea k d eſt maior quàm linea d o: erit linea z e maior quàm linea e t: diuidaturque linea z t per æqualia in puncto q per 10 p 1: & à puncto q ducatur perpendicularis ſuper lineam z t per 11 p 1: & fiat angulus e t d æqualis medietati anguli o d a per 23 p 1: erit quidem ille angulus e t d acutus: ergo per 14 th. 1 huius linea t d concurret cum perpendiculari ducta à puncto q ſuper lineam z t: ſit concurſus in puncto h. Completum eſt ergo trigonum orthogonium, quod eſt t q h, in cuius altero laterum rectum angulum t q h continentium

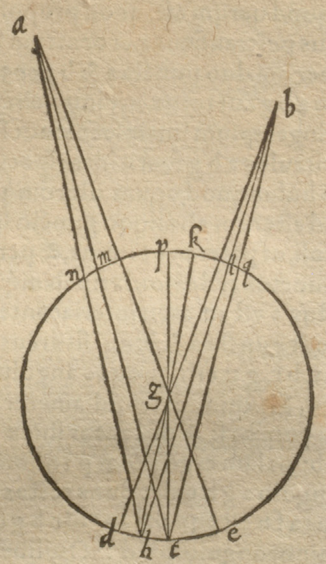
tinentium

tinentium, quod est t q, datus est punctus e: poss ibile est ergo à puncto e per 137 th. 1 huius duci lineam ad basim trigoni t q h, quę est t h, ex alia sui parte concurrentem cum altero laterum rectum angulum continentium, quod est q h, producto ultra punctum q, ita ut tota producta linea se habeat ad partem abscissam basis, sicut linea data ad lineam datam. Sit à puncto e taliter producta linea d e k, ita ut sit proportio totius lineæ k d ad lineam d t, sicut lineæ k d ad semidiametrum sphæræ speculi: ergo per 9 p 5 linea d t erit æqualis semidiametro. Punctum ergo d est centrum speculi. Et angulo k t d fiat per 23 p 1 super punctum t terminum lineę d t æqualis angulus, qui sit o t d. Dico quoniam punctus speculi (qui est t) est punctus reflexionis formæ puncti o ad uisum existentem in puncto k: uel econuerso formæ puncti k ad punctum o: & quòd ab illo dato puncto t & ab uno tantùm alio propositi arcus puncto fit illorum punctorum mutua reflexio. Et hęc omnia faciliter patent repetita priori demonstratione theorematis præcedentis, prout huic proposito est necesse. Patet ergo propositum.



38. Duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici concaui existentibus, ambobus extra circulum, uel uno intra circulum, & alio extra illum, & inæqualiter distantibus à centro, respicientibus arcum speculi, à quo fit reflexio: si reflectantur ab aliquo puncto arcus oppositi illis diametris, non est ea possibile reflecti ab alio puncto eiusdem arcus. Alhazen 84 n 5.

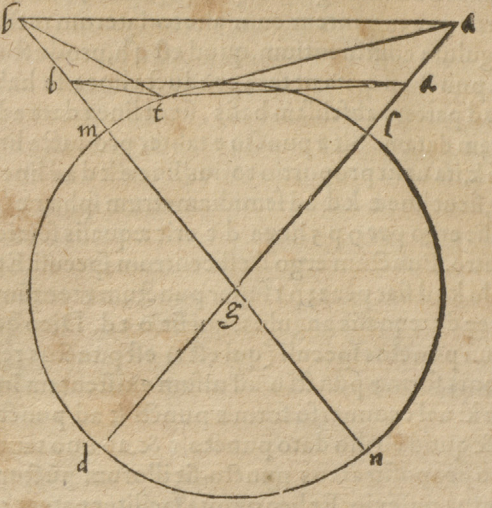
Sint duo puncta a & b in diuersis diametris extra circulum (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui) cuius centrum sit g: sintque illę diametri a e & b d: & sit punctus reflexionis t: & ducantur lineę b t, a t, g t. Linea itaque b t secabit arcum circuli: sit punctus sectionis q: sed & linea a t secabit peripheriam eiusdem circuli: sit punctus sectionis m. Et quoniam angulus b t g æqualis est angulo a t g: palàm per 26 p 3 quoniam cadunt in arcus æquales. Producatur ergo diameter t g ad aliam partem peripheriæ in punctum p: & erit arcus q p arcui m p æqualis. Si igitur forma puncti b reflectitur ad uisum existentem in puncto a ab aliquo alio puncto speculi arcus eiusdem: sit illud aliud punctum h: & ducantur lineę a h, b h, g h: & secet linea b h circulum in puncto l, & linea a h in puncto n: producaturq; semidiameter h g in punctum circumferentiæ, qui sit k. Secundum prædicta itaque erit arcus l k æqualis arcui n k: sed habitum est prius, quòd arcus q p est æqualis p m: sed arcus q p maior est arcu l k, & arcus k n maior arcu m p: accidit igitur impossibile, scilicet minus esse maiori æquale. Quocunque uerò alio puncto illius arcus d t e dato, idem accidit impossibile. Restat ergo ut forma puncti b non reflectatur ad uisum a à puncto h, uel ab alio puncto arcus d t e, oppositi diametris, in quibus sunt puncta a & b, præterquàm à puncto t. Idem quoque accidit impossibile, & eodem modo deducendum, si unum datorum punctorũ sit in circulo, reliquum uerò extra circulum. Patet ergo propositum.



39. Duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici concaui existentibus ambobus extra circulum: si linea continuans illa puncta contingat illum circulum, aut tota sit extra circulum: non est possibile unum illorum punctorum ad alterum reflecti, nisi ab uno tantùm illius speculi puncto. Alhazen 85 n 5.

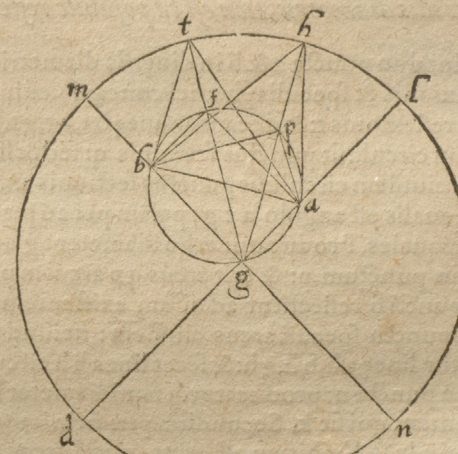
Sint, ut in pręcedente theoremate, duo puncta a & b in diuersis diametris extra circulum (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui) cuius centrum sit g: sintque illæ diametri l d & m n: sitque punctus a in semidiametro l g, & punctus b in semidiametro m g: & ducatur linea continuans puncta a & b, quæ sit a b: & hæc contingat circulum illum, à quo per 2 huius potest fieri reflexio: sitque ille contactus in arcu circuli, qui sit arcus l m: aut si linea illa sit tota extra speculum: dico quòd à nullo puncto arcus l m interiacentis diametros, in quibus sunt illa puncta, fit reflexio formæ unius punctorum a uel b ad punctum reliquum. Sumpto enim quocunque puncto in arcu l m, ut puncto t, ductisque lineis a t & b t, si linea a t cadat intra speculum, linea b t necessariò cadet extra speculum: quoniam hoc requirit talis situs speculi: & econuerso si li-

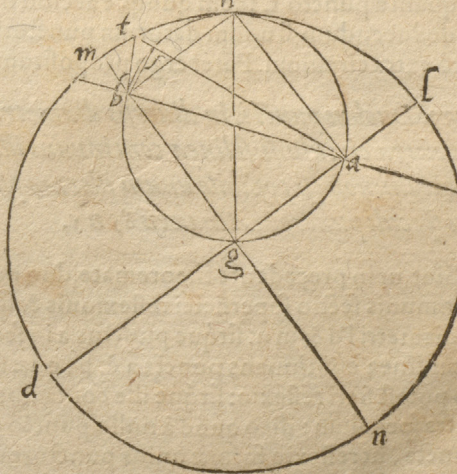
nea b t cadat in ſpeculo, linea a t cadet extra: ſemper enim altera linearum ab illis duobus punctis a & b ad illud punctum ſpeculi ductarum tota erit extra ſpeculum: & ſic item neuter illorum punctorum ad alterum reflectetur ab aliquo puncto illius arcus l m. Similiter quoque patet idem, ſi linea tota ſit extra ſpeculū, non contingens ipſum, reſpiciat tamen arcum l m: quia neque tunc ambæ lineę a t & b t cadent intra ſpeculum: ſed ſi una erit intra ſpeculum, reliqua erit tota extra ſpeculum: unde non fiet reflexio ſecundum illam: ab aliquo tamen puncto arcus d n poteſt fieri reflexio per 27 huius: & ab uno tantùm puncto illius arcus, ut patet per præcedentem: & ita formarum illorum punctorum reflexio ad inuicem non fiet niſi ab uno ſolo puncto ſpeculi. Quod eſt propoſitum.



40. Exiſtētib. duobus pūctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui, inæqualiter diſtantibus à centro: ſi linea continuans illa puncta producta ſecet circulum, unum illorum punctorum ad alterum ab uno tantùm puncto ſpeculi, uel à duobus, aut à tribus, aut à quatuor poſsibile eſt reflecti: & ſecundum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 86 n 5.

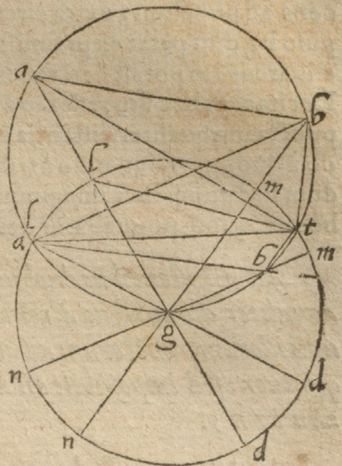
Sint, ut ſuprà, duo puncta a & b in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui, ita ut punctus a ſit in diametro l d, & pūctus b in diametro m n: ſintque illa puncta inæqualiter diſtantia à centro ſpeculi, quod eſt g: & linea a b ducta ab uno illorū punctorum ad alterum producta ſecet circulum: dico quòd uerum eſt, quod proponitur. Fiat enim circulus pertranſiens per centrum ſpeculi, quod eſt g, & per illa duo puncta a & b per 5 p 4: circulus itaque ille a b g aut totus erit intra circulum ſpeculi: aut continget ipſum intrinſecus: aut ſecabit ipſum. Si totus circulus a b g fuerit intra ſpeculi circulum, palàm per 6 huius quòd unum illorum punctorum reflectetur ad alterum ab aliquo puncto ſpeculi & propoſiti circuli, ut patet per 2 huius, & per 20 th. 5 huius. Sit ergo punctus reflexionis t: palamq; per 20 huius quòd pūctus t eſt in arcu interiacente diametros, in quibus ſunt puncta a & b: qui ſit arcus l m: & ducantur lineæ a t, b t, g t: erit quoque angulus a t b minor angulo b g d. Sit enim, ut ſemidiameter g t ſecet circulum a b g in puncto f: & ducantur lineæ a f & b f: fientque duo trigona a t b & a f b ſuper unam baſim, quæ eſt a b: palàm ergo per 21 p 1 quoniam angulus a f b eſt maior angulo a t b: ſed per 22 p 3 angulus a f b cū angulo a g b ualet duos rectos: ergo per 13 p 1 angulus a f b eſt ęqualis angulo b g d: angulus ergo a t b eſt minor angulo b g d. Quilibet quoq; angulus ſic factus ſuper arcum l m, ut ſuper punctū h, erit minor angulo b g d. Ab arcu itaq; ſpeculi, qui eſt l m, nō fiet reflexio niſi ab uno tantū pūcto ſpeculi: quoniā iam oſtenſum eſt per 34 huius, quia non eſt in huiuſmodi pūctorū reflexorū diſpoſitione poſsibile reflexionē fieri à duobus punctis ſpeculi, ita ut uterq; angulorū conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis, ſit minor angulo b g d. In hac ergo diſpoſitione ab uno tātùm puncto ſpeculi fiet reflexio: quod eſt unū propoſitorū. Si uerò circulus a b g ſit intrinſecus contingens circulū ſpeculi: ſit punctū contactus h: & ducātur lineę a h, b h, g h. Quia itaq; angulus a h b p 22 p 3 cum angulo a g b ualet duos rectos: patet per 13 p 1 quòd angulus a h b eſt æqualis angulo b g d. Quare ab illo puncto contactus non fiet reflexio per 33 huius. Angulus quoque factus ſuper quodcunque aliud punctum arcus circuli ſpeculi, erit minor illo



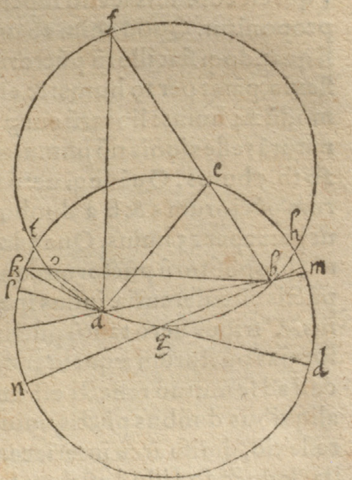


angulo

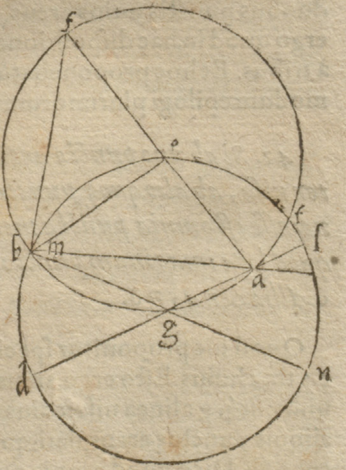
angulo per modum, quo iam superius præostensum est. Quare à duobus punctis illius arcus non fiet reflexio per 34 huius, sed solùm ab uno puncto. Si uerò circulus a b g secet circulum speculi: patet quòd tantùm in duobus punctis secare necesse est per 10 p 3: & illa duo puncta a & b aut ambo erunt extra circulum speculi: aut ambo intra: aut unum extra circulum, aliud intra illum: aut unum illorum punctorum in circumferentia circuli, & aliud extra illum uel intra illum. Si fuerint ambo extra circulum speculi: tunc patet quòd linea a b non secabit circulū speculi: fietq; reflexio ab uno tantū speculi puncto, ut patet per præcedentem. Tunc enim manifestè patet, quòd circulus a b g non secabit circulum speculi secundum arcum l m: quoniam ille arcus interiacet lineas a g & b g, & arcus b g a cadit extra illas lineas in alia puncta peripheriæ circuli ipsius speculi, cum ambo puncta a & b sunt extra circulum speculi. Si uerò punctus b sit in peripheria circuli speculi uel intra, puncto a constituto extra: patet tunc quòd arcus l m in duobus punctis non secabitur, sed arcus b g transibit punctum aliquod arcus l m, quod sit t: ergo angulus factus super arcū l m erit maior angulo b g d: quoniam ductis lineis l t, b t & a t, patet secundum præmissa per 22 p 3 quoniam angulus l t b est æqualis angulo b g d: angulus uerò a t b est maior illo. Patet ergo per 24 huius quoniam in hac dispositione ab unico puncto, uel à duobus pūctis arcus l m fiet formarum illorum punctorum adinuicem reflexio. Si uerò duo puncta a & b fuerint intra circulum speculi, & circulus a b g secet circulū speculi: tunc patet quòd circulus a b g secabit arcum l m in duobus



punctis: quoniam duæ semidiametri circuli maioris, quæ sunt g l & g m, secant circulū a b g in punctis a & b, & transeuntes resecant ex circulo speculi arcum l m: secet ergo circulus a b g arcum l m in duobus punctis, quę sint t & h: & restabūt ex ipso arcu l m duo arcus in diuersis partibus ipsius, qui sunt arcus l t & h m: omnisq; angulus constitutus super arcū circuli speculi, qui est t h, erit maior angulo b d: quod patet, si super peripheriā speculi fiat angulus a e b: ille enim est maior angulo b g d. Producta enim linea b e ad peripheriam circuli a b g in punctum f, si copuletur linea a f, erit per 22 p 3 & per 13 p 1 angulus a f b æqualis angulo b g d: sed per 21 uel per 16 p 1 angulus a e b est maior angulo a f b: ergo & angulo b g d. Et similiter erit de quolibet alio puncto arcus t e h demonstrandum. Ab hoc itaque arcu t e h, ut patet per 34 huius, poterit fieri reflexio, forsan ab uno tantùm puncto, & forsan à duobus. Quòd si fiat reflexio à duobus arcubus l t & h m, qui restant super arcum t e h ex arcu l m & ex diuersis partibus ipsius circuli a b g: tunc secundum præmissa omnes anguli super illos arcus consistentes contenti sub lineis à punctis a & b productis, erunt minores angulo b g d. Fiat enim angulus b k a super punctum arcus l t. Et quoniā arcus a t circuli a b g est intra circulū speculi sub arcu l t, secet linea b k arcū a t in puncto o: & ducatur linea a o: patet ergo per 22 p 3 & per 13 p 1 quòd angulus a o b est æqualis angulo b g d: sed angulus a o b est maior angulo a k b per 16 p 1: patet ergo quòd angulus a k b est minor angulo b g d. Et similiter de quolibet puncto arcuum l t & h m est demonstrandum. Ergo per 34 huius ab uno tantùm illorum arcuum puncto fiet reflexio. In hoc itaque situ fiet reflexio à duobus punctis arcus l m interiacentis



diametros, aut forsan à tribus: palàm uerò per 27 & 29 huius quòd ab uno tantùm puncto arcus n d fiet reflexio: & ita in hoc situ aliquando à tribus punctis speculi, aliquando uerò à quatuor punctis fiet reflexio. Si uerò unus punctorum a uel b fuerit in peripheria circuli, alius uerò intra circulum, & circulus a b g secet circulum speculi: tunc secabit arcum l m in uno tantùm puncto, qui sit t: quoniam in loco alterius punctorum l uel m erit punctum a uel b: existens enim in altera diametrorum n m uel l d, & in ipsa circuli peripheria, erit in puncto, quod est communis sectio illarum: & sic puncto b existente in puncto m, & puncto a intra speculum: restabit unicus tantùm arcus totius arcus l m: qui sit l t. Patet itaque secundum præmissa ductis, ut prius, lineis a f & b f super arcum circuli a b g, & lineis a e & b e super aliquod punctum arcus l m, quod sit e: quoniam per 21 p 1 omnes anguli consistentes super arcum t b sunt maiores angulo b g d: ergo per 34 huius potest fieri reflexio à duobus punctis illius arcus, uel ab uno. Omnes uerò anguli arcus l t erunt minores angulo b g d, ut præostensum est prius: & ita per 34 huius ab uno tantùm puncto arcus l t

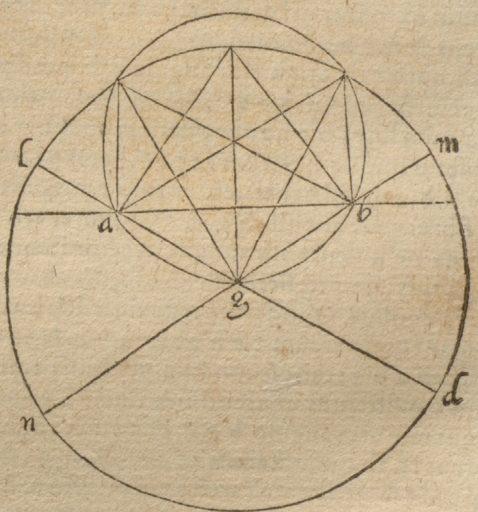


 fiet re-

fiet reflexio: sed & per 27 uel 29 huius ab uno tantũ puncto arcus n d fiet reflexio. Fiet itaq; in hoc situ reflexio quãdoq; à tribus punctis: quandoq; à quatuor, & non à pluribus. Quòd si puncto b existente in peripheria circuli speculi, punctus a sit extra illum circulum: tunc patet quòd circulus a b g nunquam secabit circulum speculi secundum arcum l m: quoniam semidiameter g m, & peripheriæ circuli communis sectio est punctus m, in quo est punctus b: semidiameter uerò g l procedens ad punctum a extra circulum secat arcum t b. Omnes itaq; anguli arcus l m sunt maiores angulo b g d, ut patet ex præmisis: ergo per 34 huius ab uno tantùm pũcto uel forsan à duobus punctis arcus l m potest fieri reflexio punctorum a & b adinuicem: & similiter ab uno pũcto arcus n d. Fiet itaq; in hoc situ reflexio à duob. aut à tribus pũctis speculi, & nõ à pluribus. Palàm ergo quòd puncta inæqualiter distantia à centro speculi aliquando ab uno tantùm puncto speculi: aliquando à duobus: aliquando à tribus: aliquando à quatuor: nunquam à pluribus reflectuntur: secundum hęc quoq; loca imaginum numerantur, quemadmodum patuit iam pluries in præmisis. Et hoc est, quod ꝓponebatur declarandum.

41. Existentibus duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici concaui, & æqualiter distantibus à centro, si linea coutinuans illa puncta secet circulum: poßibile est unũ illorum punctorum ad alterum reflecti ab uno tantum puncto speculi: uel à duobus: aut à quatuor: sed impoßibile est à tribus: & secundum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 87 n 5.

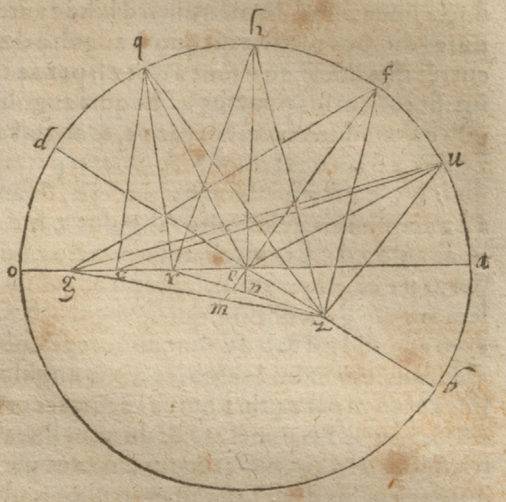
Sint, ut in præmissa, duo puncta a & b in diuersis diametris circuli speculi sphærici concaui, quæ sint l d & m n, ita ut pũctus a sit in diametro l d, & pũctus b in diametro m n: sintq; pũcta a & b æqualiter distantia à centro speculi, & linea a b sit ducta ab uno illorũ pũctorũ ad alterũ secundũ circulũ (qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi) cuius centrũ sit g: dico quòd uerũ est qđ proponitur. Quòd enim ab uno tantũ puncto speculi quandoq; fiat illorũ pũctorum adinuicẽ mutua reflexio, patet per 19 huius: & etiã idẽ ostẽdi potest per modũ 24 huius: linearũ enim inæqualitas in illo situ naturã reflexionis nõ immutat, ut declaratum est in 20 th. 5 huius. Quãdoq; uerò fit mutua reflexio istorum pũctorum a & b à duobus tantũ pũctis speculi, ut patet per 25 huius. Quandoq; uerò fit reflexio mutua propositorũ pũctorum, quę sunt a & b, à quatuor pũctis circũferentiæ ipsius speculi, ut patet per 26 huius. A tribus uerò tantũ pũctis istorum speculorum formas pũctorum æqualiter distantium à centro speculi ad se mutuò reflecti est impossibile. Si enim ab aliquibus duobus pũctis unius arcus fiat ista mutua reflexio, diuiso arcu interiacente illa pũcta per æqualia, & ductis ad illud pũctum lineis, patet per 27 p 3 & propter ęqualitatem laterum g a & g b, quoniam anguli constituti super illud punctum fiunt æquales: ab illo ergo pũcto fiet reflexio per 20 th. 5 huius: sed & fiet ab aliquo pũcto arcus oppositi illi arcui. Palã ergo quòd à quatuor pũctis speculi fiet reflexio, & non à tribus. Et quoniam, ut patet per præmissam & ex pluribus propositionibus huius libri, nunquam fit à tribus punctis speculi reflexio aliquorum duorum punctorum adinuicem, nisi fiat à duobus punctis unius arcus, & ab aliquo puncto arcus oppositi interiacente illas diametros: patet ergo quòd in hac dispositione reflexio fiet semper à quatuor punctis speculi propositi, & nunquam à tribus. Et hoc proponebatur. Et quoniam hęc duo præmissa theoremata disposuimus secundum modum epilogi plurimorum præmissorum theorematum, ęstimamus ipsa memorię cõmendanda.



42. Si ab uno puncto arcus circuli speculi sphærici concaui formæ unius termini lineæ totaliter uisæ, ab alio quoq; puncto eiusdem arcus formæ alterius termini eiusdem lineæ fiat reflexio: necesse est omnia puncta media lineæ uisæ ab illius arcus punctis medijs reflecti: ex quo patet quòd loca imaginum punctorum mediorum cadunt inter imagines punctorum extremorum. Alhazen 45 n 6.

Quod hic proponitur specialiter, quantùm ad primam sui partem, uniuersaliter est pręmissum in 24 th. 5 huius. Esto ergo arcus circuli speculi sphærici concaui a f h: cuius centrum e: & sit z centrũ uisus: sitq; g r linea uisa: cuius unus terminus (qui g) reflectatur à puncto speculi, qui sit f: & ille sit aliquis punctus arcus dati, qui est a f h: & alter terminus lineę (qui est r) reflectatur à puncto h arcus a f h. Dico quòd omnia puncta media lineæ g r reflectentur à punctis medijs arcus h f. Coaptetur enim linea g r (exempli caussa) diametro speculi, q̃ sit o a: cadatq; in semidiametrũ o e: sitq; pũct⁹ z, q̃ est cẽtrũ uisus, in alia diametro eiusdẽ circuli, quæ sit d b, cadẽs in semidiametrũ e b: & ducãtur lineæ

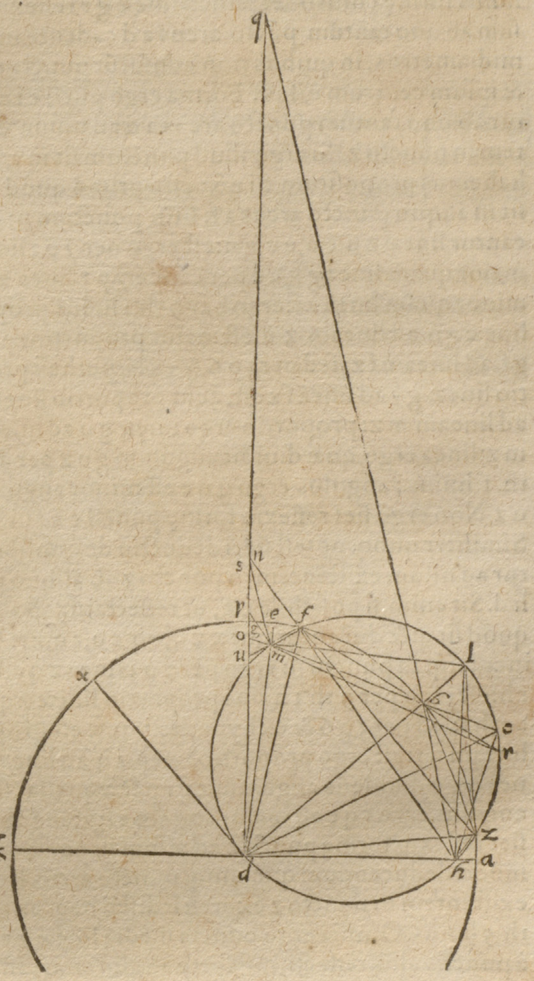
lineæ g f, e f, z f, r h, e h, z h: & copuletur linea g z: producaturq; linea f e ultra punctum e ad lineam g z in punctum m: & signetur in linea g r punctus c. Dico quòd forma puncti c reflectetur ab aliquo puncto arcus f h. Quòd enim reflectatur forma puncti c ad uisum existentem in puncto z palàm, cũ extrema lineæ, quæ sunt g & r, reflectantur ad uisum existentem in puncto z: fiet ergo reflexio ab aliquo puncto arcus a d, & non ab alio. Ostensum enim est per 20 huius quòd in hoc situ à duobus arcubus a b & d o nõ potest fieri reflexio formæ pũcti c ad uisum existentẽ in pũcto z: oportet ergo quòd fiat reflexio ab aliquo pũcto arcus a d: quoniam patet solùm offerri uisui arcũ speculi b a d o per 72 th. 4 huius: ideo quòd cẽtrum uisus est in puncto z diametri d b. Ostensum etiam est per eandem 20 huius quòd forma cuiuscunq; pũcti semidiametri e o reflectitur ab aliquo pũcto arcus a d: fit autem per 27 huius formę cuiuslibet puncti lineæ g r reflexio ad uisum ab uno tantùm pũcto arcus a d cadente inter semidiametros, in quibus non consistũt puncta reflexa & ipsum centrum uisus. Forma ergo pũcti c reflectetur ab uno tantùm puncto arcus a d ad uisum existentem in puncto z. Si ergo illud punctum sit in arcu f h: habemus propositum. Si nõ: esto primò quòd ipsum sit in aliquo puncto arcus a f: sitq; punctum u: & ducantur lineæ z u, c u, e u, g u: est ergo per 7 p 3 linea g u maior quàm linea g f: sed per eandẽ 7 p 3 linea z u est minor quàm linea z f: ergo per 9 th. 1 huius proportio lineæ g u ad lineam z u est maior proportione lineæ g f ad lineam f z: sed per 3 p 6 & ex hypothesi proportio lineæ g f ad lineã f z est, sicut proportio lineæ g m ad lineam m z: proportio ergo lineæ g u ad lineam z u est maior quàm proportio lineæ g m ad lineã m z: linea ergo, quæ diuidit angulum g u z per æqualia, secat lineam z m: secat ergo lineam z e per 32 th. 1 huius: angulus ergo g u e est minor angulo e u z: ergo angulus c u e est multò minor angulo e u z. Non ergo fiet reflexio formę puncti c ad uisum z à puncto speculi u, ut patet per 20 th. 5 huius. Similiter quoq; potest fieri deductio de quolibet puncto arcus a f. Forma ergo puncti c non reflectitur ad uisum existentem in puncto z ab aliquo puncto arcus a f. Sed neque ab aliquo puncto arcus h d. Sit enim, si possibile est, ut reflectatur ab aliquo puncto arcus h d, & reflectatur à puncto eius, quod sit q: & ducantur lineæ z q, e q, c q, r q, z r: & producatur linea e h ultra punctũ e ad lineam r z: incidatq; in punctũ n: ergo per 7 p 3 linea z q est maior quàm linea z h, & linea q r est minor q̃ linea r h: est ergo per 9 th. 1 huius proportio lineæ z q ad lineam q r maior proportione lineæ z h ad lineam h r: sed per 3 p 6 & ex hypothesi, quæ est proportio lineæ z h ad lineam h r, eadem est lineę z n ad lineam n r: est ergo proportio lineę z q ad lineam q r maior proportione lineæ z n ad lineam n r: linea ergo diuidens angulum z q r per æqualia, secat lineam n r: ergo per 32 th. 1 huius secat lineã r e: angulus ergo r q e est maior angulo e q z: angulus ergo c q e est multò maior angulo e q z. Non ergo fiet reflexio formę puncti c ad uisum in punctum z à puncto speculi, quod est q, arcus h d. Eodemq; modo deducendum quocunq; puncto arcus h d dato. Forma ergo puncti c nõ reflectitur ad uisum existentem in puncto z ex arcu h d: sed neq; ex arcu a f, neq; ab aliquo punctorum h uel f, ut per 29 th. 5 huius. Omnia ergo puncta media lineæ g r reflectuntur à punctis medijs arcus h f: nec possunt à punctis alijs reflecti, nisi fortè ab alio arcu reflectantur puncta g & r. Et ex hoc patet quia tã lineæ reflexionum punctorum mediorum, quàm catheti suarum incidentiarum concurrunt inter loca imaginum punctorum extremorum. Et quia illarum linearum communis sectio est locus imaginis per 37 th. 5 huius: patet ergo quòd loca imaginum punctorum mediorum cadunt inter loca imaginum pũctorum extremorum. Et hoc est propositum. Idem enim accidit, etiamsi res uisa uel centrũ uisus extra illas speculi diametros collocentur: quoniam semper trans illa puncta diametri aliæ duci possunt. Patet ergo propositum.



43. Si duorum punctorum in speculo sphærico concauo à duobus punctis ad unum uisum fiat reflexio, sic quòd loca imaginum sint in eadem speculi diametro: maior erit proportio lineæ interiacentis centrum speculi & locum imaginis remotiorem, ad lineam interiacentem idem centrum & punctum reflexum à centro speculi remotiorem, quàm lineæ interiacẽtis idem centrũ & locum imaginis propinquiorem, ad lineam ductam à centro ad punctum reflexum centro speculi propinquiorem. Alhaz. 48 n 6.

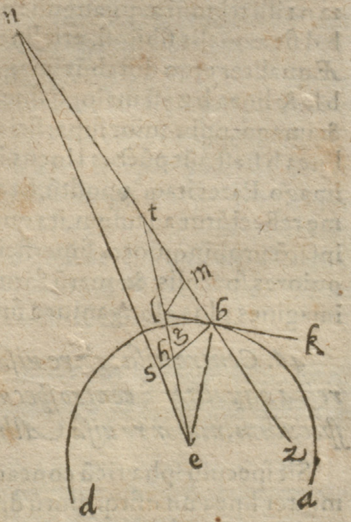
Sit speculum sphæricum concauum, per cuius centrum transeat superficies plana: secabit ergo illa superficiem speculi secundũ circulum magnum illius sphærę per 69 th. 1 huius, qui a b g: & eius centrũ sit d: & extrahatur à centro d linea quocunq; modo placuerit, quę sit d g: & transeat à centro ad circũferentiã in pũctũ g: & ducatur à cẽtro d in superficie illius circuli linea perpendicularis super lineã d g, q̃ sit d a: & abscindatur ab angulo a d g recto parua particula quocũq; modo cõtingat: & sit angulus g d e, ita qđ inter angulũ rectũ, qui est a d g, & inter angulũ a d e sit proportio multiplicitatis

plicitatis relatę ad angulũ e d g. Hoc autem poteſt fieri, ſi angulus rectus, qui eſt a d g, diuidatur per æqualia, & item eius medietas per æqualia, & ſic deinceps quouſq; fiat angulus a d e multiplex anguli e d g: ut ſi angulus a d e ſit ſeptuplus angulo e d g, erit rectus a d g ſeſquiſeptuplus angulo a d e: & diuidatur angulus a d e in duo æqualia per lineam d b per 9 p 1. A puncto quoq; d centro ſpeculi extrahatur linea continens cum linea b d angulum rectum per 23 p 1, qui ſit angulus b d x: & extrahatur linea a d ultra punctum d ad peripheriam, ut compleat diametrum: & ſit linea d k: & à puncto d ducatur linea d z continens cum linea a d angulum æqualem angulo e d g, qui ſit angulus a d z: & à puncto z ducatur linea ſuper lineam d z conſtituens angulum æqualem angulo k d x: qui ſit h z d ducta linea z h ad diametrum h d k: hoc autem eſt poſsibile. Quia enim anguli k d x & a d z ſunt minores duobus rectis: erũt quoq; anguli a d z & h z d ęquales k d x, minores duobus rectis: ergo concurrẽt illæ lineæ, quæ ſunt a d & z h per 14 th. 1 huius: ſit concurſus punctus h. Et quia anguli trianguli ualent duos rectos per 32 p 1, & anguli a d z & z d x & x d k ualent duos rectos per 13 p 1: angulus uerò h z d eſt æqualis angulo x d k, & angulus a d z communis: relinquitur angulus z h d ęqualis angulo z d x. Et extrahatur à puncto z linea z l, per 23 p 1 continens cum linea z h angulum ęqualem angulo b d k obtuſo, qui ſit angulus h z l. Duo ergo anguli l z d & b d z ſunt minores duobus rectis: deficiunt enim à duob. rectis in angulo z d a: linea ergo z l per 14 th. 1 huius cõcurret cum linea d b: ſit concurſus punctus l: & ducatur linea l h: & triangulo h l d circumſcribatur circulus per 5 p 4, qui ſit circulus d h l. Trãſibit ergo ille circulus per punctum z per 22 p 3: quia duo anguli l z h & l d h ſunt æquales duobus rectis: ſunt autem illi anguli in quadrilatero d h z l: eſt ergo illud quadrilaterũ in circulo. Anguli ergo l h z & l d z ſunt æquales p 27 p 3, cadunt enim in arcum eundem circuli d h l, qui eſt arcus z l: ſed, ut ſuprà oſtendimus, angulus z h d eſt æqualis angulo z d x: æqualibus ergo angulis, qui ſunt l h z & l d z hinc inde ablatis, remanet angulus l h d æqualis angulo l d x: ſed angulus l d x eſt rectus: angulus ergo l h d eſt rectus. Abſcindatur quoq; ex linea d e linea d m æqualis lineæ d h: & ducatur linea l m. Angulus ergo l m d eſt rectus. Quia enim angulus b d e eſt ęqualis angulo b d h: quoniam angulus a d e diuiſus fuit per æqualia per lineam d b: linea quoq; d m eſt æqualis lineæ d h: ſed latus l d eſt commune ambobus trigonis l h d & l m d: ergo per 4 p 1 linea h l eſt æqualis lineæ l m: & angulus l m d eſt ęqualis angulo l h d: ſed angulus l h d oſtenſus eſt rectus eſſe: ergo angulus l m d eſt rectus. Ergo per 22 p 3 circulus l h d tranſit per punctum m: & ſecat arcum b e circuli a b g in puncto compari puncto z: qui ſit punctus f: eritq; linea l d diameter circuli l h d per 31 p 3: & ducatur linea d f. Quia itaq; circuli l h d arcus d m eſt ęqualis arcui d h per 28 p 3: quoniam lineæ d m & d h ſunt æquales: ſed & arcus d f eſt æqualis arcui d z per 64 th. 1 huius: relinquitur ergo arcus m f æqualis arcui h z: & arcus l z ęqualis arcui l f: ergo per 27 p 3 angulus l d f erit æqualis angulo l d z. Ducantur ergo lineæ h b, h f, z f, m f, b m, b f. Et quia angulus l h d eſt rectus: patet quòd angulus b h d eſt acutus: & angulus g d h eſt rectus: ergo per 14 th. 1 huius linea h b concurret cum linea d g extra circulũ a b g: concurrant ergo in pũcto q. Similiter quoq; per 14 th. 1 huius linea h f concurret cum linea d g extra circulum: ſit concurſus punctus n: & producatur linea f b ultra punctum b, quouſq; ſecet arcũ l z: ſecet ergo ipſum in puncto r: & ducatur linea r m. Angulus ergo f r m (qui eſt in circumferentia) reſpicit arcum f m, & angulus f b m eſt maior angulo f r m per 16 p 1: eſt enim extrinſecus in triangulo r b m: & angulus f b m eſt in circumferentia circuli a b g: ergo ſi linea b m protrahatur ex parte puncti m, abſcindet de circulo a b g arcũ maiorẽ quodã arcui, ſimili arcu f m circuli l h d p 33 p 6: ſed arcus f m in ſuo circulo l h d eſt ſimilis duplo arcus f e in circulo a b g: quoniã duplũ arcus f e correſpõdet duplo anguli f d e ſuper peripheriã ſui circuli conſtituti per 33 p 6, & per 20 p 3: eſt aũt arcus f e æqualis arcui e g per 26 p 3: ideo quòd angulus e d g eſt æqualis angulo f d e: cũ uterq; ipſorũ ſit æqualis angulo a d z, ut patet ex pręmiſsis: arcus ergo g f eſt duplus arcui f e: eſt ergo arcus f g in circulo a b g ſimilis arcui f m in circulo l h d. Si ergo linea b m extrahatur rectè in partem m, abſcindet de circulo a b g arcum ultra punctum g maiorem arcu f g. Si enim caderet in punctum g, fieret angulus f b g æqualis



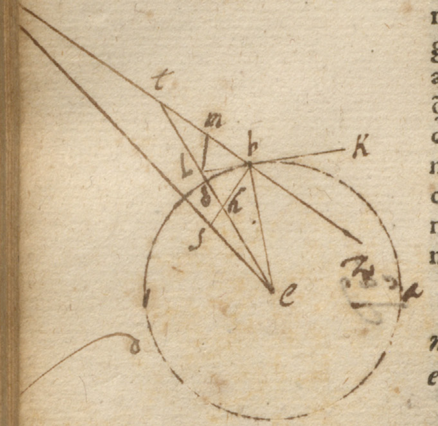
æqualis angulo f r g, extrinsecus intrinseco: quod est imposibile. Linea ergo b m non cadet in punctum g, sed secabit lineam d g inter duo puncta g & d: secet ergo in puncto o. Producatur quoq; linea f m ultra punctum m: hæc ergo, quia secat angulum d m o, patet per 29 th. 1 huius quia secabit lineam d o: secet illā in pūcto u: & producatur linea m b ultra punctū b: secabitq; arcū l r: secet ipsum in puncto c: & ducatur linea c d à puncto c ad centrū speculi. Quia ergo angulus b f z est in circumferentia circuli a b g, erit angulus b f z medietas anguli b d z p 20 p 3: sed angulus b d z est multiplus anguli z d a: ergo angulus b f z multiplus angulo z d h: ergo & angulus r f z est multiplus eidē: ergo per 33 p 6 arcus r z est multiplus arcui z h: arcus uerò c z est maior arcu r z, ut totū sua parte: ergo arcus c z est multiplus arcus z h, uel maior multiplo. Ducatur itaq; linea c h: angulus ergo c h d & angulus c m d sunt æquales duobus rectis per 22 p 3: sed angulus b m d cū angulo b m e ualet duos rectos per 13 p 1: relinquitur ergo ut angulus c h d sit æqualis angulo b m e: sed angulus z h d addit super angulum c h d angulū c h z, qui est per 27 p 3 æqualis angulo c d z: & angulus c d z est multiplus anguli z d a per 33 p 6: quoniā, ut suprà patuit, arcus c z est multiplus arcui z h: ergo angulus c h z est multiplus anguli e d g: angulus ergo d h z excedit angulum c h d in multiplo anguli e d g. Et quia arcus f m d est æqualis arcui z h d per 64 th. 1 huius, remanet arcus f z d æqualis arcui z f d: ergo erit per 27 p 3 angulus f m d æqualis angulo z h d: sed angulus c h d est æqualis b m e: ergo angulus f m d excedit angulum b m e in multiplo anguli e g d: sed angulus o m d est æqualis angulo b m e per 15 p 1: ergo angulus f m d excedit angulum o m d in multiplo anguli e d g. Et quia angulus g o m ualet angulum o m d, & angulū o d m per 32 p 1: palàm quia angulus f m d excedit angulum m o g in multiplo anguli e d g: sed angulus f m d per 32 p 1 excedit angulum m u d in solo angulo e d g: est ergo angulus m u d maior angulo m o g: ergo angulus m o u est maior angulo m u o per 13 p 1 bis sumpta: ergo per 19 p 1 linea m u est maior quàm linea m o. Et quia arcus h d est æqualis arcui m d per præmissa, erūt duo anguli h f d & m f d æquales per 27 p 3. Formæ ergo punctorum duarum linearum h f & f u ad seinuicem reflectuntur: & similiter formæ punctorum linearum h b & b o ad se inuicē reflectuntur: quoniā per præmissa angulus d b h est æqualis angulo d b m per 4 p 1 & per hypotheses præmissas. Duo ergo puncta, quæ sunt o & u ad uisum existentem in puncto h reflectūtur à duobus punctis speculi, quæ sunt b & f. Est ergo per 37 th. 5 huius punctus q imago puncti o, & punctus n imago puncti u. Ducatur ergo ex pūcto m linea æquidistans lineæ h q per 31 p 1: quæ sit linea m s: & linea ęquidistans lineę h n, quę sit m p. Quia ergo angulus h n d est maior angulo h q d per 16 p 1, erit angulus m p o, qui per 29 p 1 est æqualis angulo h n d, maior angulo m s o, qui per 29 p 1 est æqualis h q d: erit ergo punctum p inter duo puncta s & u per conuersam 21 p 1. Et quia angulus h d n est rectus: erit per 32 p 1 angulus h n d acutus: ergo angulus m p d est acutus: angulus ergo m p s est obtusus per 13 p 1: ergo linea m s est maior quàm linea m p per 19 p 1. Sed ex pręmissis linea m u est maior quàm linea m o: ergo per 9 th. 1 huius maior est proportio lineæ m s ad lineam m o quàm lineæ m p ad lineam m u: sed proportio lineæ s m ad lineam m o est, sicut proportio lineæ q b ad b o per 4 p 6: trigoni enim q b o & s m o sunt æquianguli per 29 p 1: cum linea m s sit æquidistans lineæ q b, & angulus q o b sit communis illis ambobus trigonis. Et similiter proportio lineæ p m ad lineā m u est, sicut proportio lineæ n f ad lineam f u: per eadem ergo, quæ prius, & per 11 p 5 erit proportio lineæ q b ad lineam b o maior proportione lineæ n f ad lineam f u: sed proportio lineæ q b ad lineam b o est, sicut lineæ q d ad lineam d o: & proportio lineæ n f ad f u est, sicut lineæ n d ad d u per ea, quæ sunt ostensa in 13 huius, quorum declarationem, cum manifesta sit, hic omittimus propter figurationis multitudinem. Palàm ergo quòd proportio lineę q d ad lineam d o est maior proportione lineę n d ad lineam d u. Et hoc est propositum.

44. In speculis sphæricis concauis imagine retro speculum occurrente: maior erit distantia imaginis à speculo quàm rei uisæ.



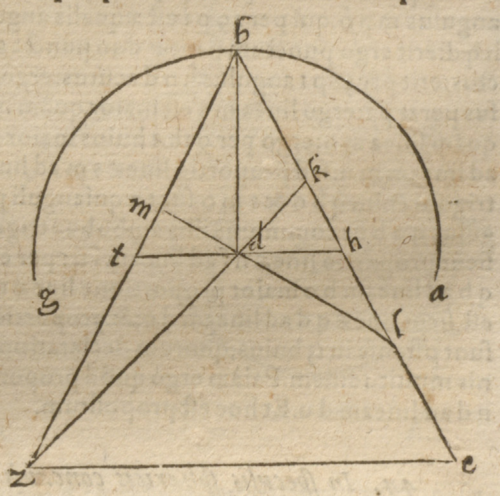
Esto speculi sphærici concaui circulus, qui a b g d: cuius cētrum sit e: sitq; centrum uisus z: & punctus rei uisæ h: fiatq; reflexio formæ puncti h ad uisum z à puncto speculi b, appareatq; imago retro speculum: dico quòd maior erit distantia imaginis à speculi superficie quàm ipsius rei uisæ. Ducantur enim lineæ h b incidentię, & z b reflexionis: & ducatur cathetus incidentiæ, quæ sit e h g t: producatur quoque linea reflexionis, quæ z b, donec lineæ e h & z b concurrant in puncto t: erit ergo per 37 th. 5 huius punctum t locus imaginis. Dico quòd linea t b (quæ est distantia imaginis à speculo) est maior quàm linea b h, quæ est distantia rei uisæ à puncto reflexionis. Et similiter linea h g est minor quàm linea g t. Ducatur enim linea e b: & à puncto b ducatur linea contingens circulum in puncto b per 17 p 3: quæ sit l b k. Quia itaque anguli cōtingentiæ, qui sunt a b k & g b l, sunt æquales per 16 p 3: & anguli z b a & h b g æquales per 20 th. 5 huius: fit ergo angulus k b z æqualis angulo l b h: sed angulus t b l est æqua-

est æqualis angulo k b z per 15 p 1: angulus ergo t b l est æqualis angulo l b h: sed angulus l b h est acutus: quoniá angulus l b e est rectus: ergo & angulus t b l est acutus. Sed angulus e l b est acutus: quoniá in trigono e b l angulus e b l est rectus: ergo per 13 p 1 angulus b l t est obtusus: angulus itaq; t b l est minor angulo b l t. Resecetur quoq; ab angulo b l t angulus æqualis angulo b l h per 27 th. 1 huius, qui sit b l m. Quia itaq; angulus m b l est ęqualis angulo l b h, & angul⁹ b l m ęqualis angulo b l h: erũt per 32 p 1 trigona l b m & l b h æquiágula: ergo p 4 p 6 latera ipsorũ sunt proportionalia: sed latus l b (cũ sit commune ambobus) est æquale sibijpsi: ergo latus m b est æquale lateri b h: sed linea m b est minor quàm linea b t: ergo linea h b est minor quàm linea b t. Et q̃a linea l b diuidit angulum t b h per æqualia: patet per 3 p 6 quoniá est proportio lineæ h l ad lineam l t, sicut lineæ b h ad lineam b t: sed linea b h est minor quàm linea b t, ut patet ex præmissis: ergo & linea h l est minor q̃ linea l t: linea ergo g h est multò minor q̃ linea g t. Patet ergo propositũ Et ex his patet quòd rerũ, quarum distátia ab eodem uisu maior est, uel augetur: etiá distantia imaginũ retro speculũ uisarum maior est uel augetur. Si enim protrahatur linea b h ultra punctum h ad punctum s, & producatur cathetus e s, quousq; concurrat cum linea reflexionis z b in puncto n: erit punctum n locus imaginis formæ puncti s: & erit linea b n maior quàm linea b s, ut prius patuit: & erunt lineæ b s & b n maiores quàm lineæ b h & b t.



45. In concauis speculis sphæricis inter uisum & speculum imagine occurrente: nonnunquã minor erit distantia imaginis à uisu, quàm sit ipsius rei uisæ: à superficie uerò speculi quandoq; erit minor: quandoq; maior: quandoq; æqualis.

Esto in speculo sphærico concauo circulus magnus a b g: cuius centrũ sit d: & sit semidiameter d b: sitq; centrum uisus in puncto e: & linea rei uisę sit z t m: quæ reflectatur ad uisum à pũcto speculi b: sitq; linea incidentiæ z b, & linea reflexionis b e. Dico quòd uerum est, quod proponitur. Ducatur enim per centrum d ad lineam reflexionis e b linea, quæ sit t d h: & esto ut ipsa sit perpendicularis super semidiametrũ d b. Ducatur quoq; similiter à pũcto rei uisæ, qđ est z, linea z d: quę ꝓducta ultra punctum d ad lineam reflexionis, quæ est e b, secet ipsam in puncto k: & similiter à puncto uiso, quod est m, ducatur linea m d: quæ producta ad lineá reflexionis, quæ est e b, secet ipsam in puncto l. Est ergo per 37 th 5 huius punctus k locus imaginis formæ puncti z: & punctus h locus imaginis puncti t: & pũctus l locus imaginis pũcti m. Et palàm quia puncta k & h cadunt inter puncta e & b: palamq; cum loca imaginũ approximẽt uisui, qui est in pũcto e, q̃a multò minor erit distantia ipsarũ imaginum à uisu, quàm sit ipsius rei uisæ. Quoniam enim linea d b semper diuidit angulũ omnis reflexionis per æqualia: patet quòd centrum uisus & punctum rei uisę semper collocantur ex diuersis partib. centri. Ducatur quoq; linea e z: eritq; in trigono k e z angulus e k z nõnunquam maior angulo k z e: ergo per 19 p 1 erit tunc linea e z (quæ est distantia rei uisæ à centro uisus) maior quàm linea e k, quæ est distantia imaginis k à cẽtro uisus: minus aũt distant à uisu loca imaginũ, quæ sunt h & l. Quia uerò in trigonis b d t & b d h duo anguli, q̃ sunt b d t & b d h sunt ęquales: quia recti ex hypothesi: & duo anguli h b d & t b d sunt æquales per 20 th. 5 huius, cum sint anguli incidentiæ & reflexionis: erũt per 32 p 1 illi trigoni æquianguli: ergo per 4 p 6 cum linea b d sit æqualis sibijpsi, erit linea b t æqualis lineæ b h.

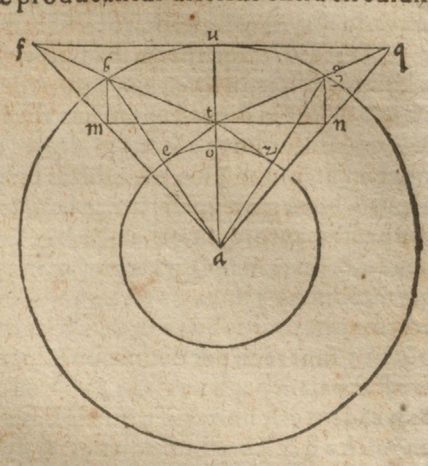


Æqualiter ergo distabũt imago & res uisa à superficie speculi. Sed linea b k est minor quàm linea b h, & linea b z est maior q̃ linea b t: erit ergo linea b z maior q̃ linea b k: erit ergo tũc locus imaginis & imago ꝓpinquior superficiei speculi q̃ res uisa, cuius illa est imago. Et quia linea b m est minor q̃ linea b l: est aũt pũctus l locus imaginis pũcti m: patet quòd res uisa propinquior est speculo q̃ eius imago. Patet itaq; ꝓpositũ. Et ex his patet, quoniá rerũ, q̃ magis elõgatę sunt à speculis, & quarũ formę reflectũtur ad uisum, ita quòd loca imaginũ sint inter uisum & speculi superficiẽ: fiunt imagines ipsarũ propinquiores superficiei speculi, & elongatæ plus à cẽtro uisus. Rerũ quoq;, q̃ sunt propinquiores speculis, & quarũ formę reflectũtur ad uisum, & loca imaginũ sunt inter speculũ & uisum, imagines plus elongantur à superficie speculi, & fiunt propinquiores ad uisum.

46. Centro uisus & re uisa existentibus intra speculum sphæricum cõcauum, in eadem linea recta æqualiter à centro speculi secundum sui extrema distante: imago rei uisæ uidebitur ultra speculum, maior re uisa. Alhazen 39 n 6.

Sit speculũ sphæricũ concauũ, cuius centrũ sit a: dico qđ si centrũ uisus fuerit intra speculũ, & similiter linea uisa: sitq; illorũ dispositio modo quo proponitur, uerũ esse qđ proponitur. Secetur enim speculũ ꝑ superficiẽ planá transeuntẽ ꝑ cẽtrũ speculi: erit ergo ꝑ 69 th. 1 huius cõmunis sectio illius sũpficiei planæ & superficiei speculi circulus, qui sit b g: & ducatur in hoc circulo linea à centro speculi

tro ſpeculi ad circumferentiã, quocunq; modo contingat: & ſit linea a u, quæ diuidatur per æqualia in puncto o: & à centro a ſecundum quãtitatem lineæ a o deſcribatur circulus, qui ſit e z: & in linea o u ſignetur pũctus t, utcunq; contingat: & à puncto t ducantur lineę t n & t m perpẽdiculariter ſuper lineã a u per 11 p 1: & ducãtur à pũcto t lineæ t e & t z contingentes circulum e z per 17 p 3: & ſint pũcta contactuũ e & z. Ducãtur quoq; à cẽtro ſpeculi pũcto a ad pũcta cõtactuũ lineæ a e & a z: quę productę ſecent ſpeculũ in punctis b & g. Copulentur quoq; lineę t b & t g à pũcto t, & ducatur linea b m æquidiſtans lineæ a u per 31 p 1: & linea g n ducatur æquidiſtãs eiſdẽ lineis a u & b m: & ducantur à centro ſpeculi ad puncta m & n lineæ a m & a n: quæ producantur ulterius extra circulum g b. Quia itaq; linea a o eſt æqualis lineę o u: palàm quoniam linea a e eſt æqualis lineæ e b, & linea a z æqualis lineæ z g: oẽs enim diametri circuli e z ſunt medietates diametrorũ circuli b g: ergo linea, quę interiacet circulos exiens à cẽtro a, eſt æqualis ſemidiametro circuli e z. Et quia linea t e cõtingit circulũ minorẽ, qui eſt e z: erit per 18 p 3 linea t e perpẽdicularis ſuper lineã b a: & ſimiliter erit linea t z perpẽdicularis ſuper lineã g a: ergo per 4 p 1 linea t e exiſtente cõmuni ambobus trigonis b e t & t e a, erit linea b t æqualis lineæ t a: & ſimiliter erit linea g t æqualis lineæ t a: ergo per 5 p 1 in trigono t b a erit angulus t a b æqualis angulo t b a: & in trigono t g a erit angulus t g a æqualis angulo t a g. Et quia linea b m eſt æquidiſtans lineæ a t: erit p 29 p 1 angulus m b a æqualis angulo t a b: quoniã ſunt coalterni: angulus ergo m b a æqualis eſt angulo a b t: & ſimiliter angulus n g a æqualis eſt angulo a g t.

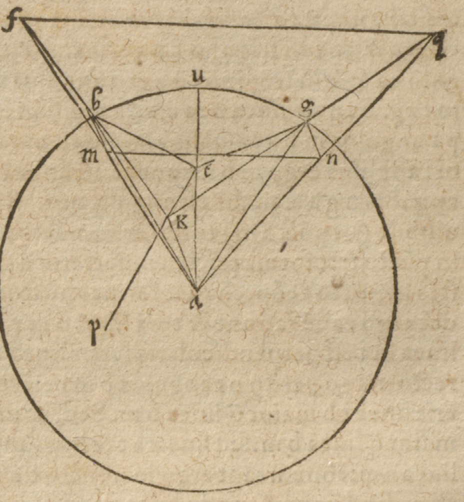


Cũ ergo uiſus fuerit in pũcto t, & in linea m b fuerit aliquod uiſibile (ut pũctũ m) tunc forma pũcti m à pũcto ſpeculi, quod eſt b, reflectetur ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t: & forma pũcti n reflectetur à pũcto ſpeculi g ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t. Viſus itaq; exiſtẽs in pũcto t cõprehẽdet formas pũctorum n & m reflexas ad ſe à pũctis ſpeculi g & b. Cõprehendet ergo eadẽ ratione & totã lineã n m reflexam ad ſe ex toto arcu g b, ut patet per 42 huius. Et quia linea m t eſt perpendicularis ſuper lineã a t: erit angulus m t b acutus. Quia enim angulus m t u eſt rectus: ergo per 29 p 1 angulus b m t eſt rectus: ergo angulus m t b eſt acutus p 32 p 1: ergo per 19 p 1 erit linea t b maior q̃ linea b m. Sed, ut pręmiſſum eſt, linea t b eſt æqualis lineæ a t: ergo linea a t eſt maior q̃ linea b m: ſed lineæ a t & b m ſunt ęquidiſtantes: ergo per 16 th. 1 huius linea t b cõcurret cũ linea a m: concurrant ergo in puncto f: eſt itaq; p 37 th. 5 huius pũctus f locus imaginis formæ puncti m. Eodẽ quoq; modo linea t g cõcurret cũ linea a n in pũcto, qui ſit q: & erit punctus q locus imaginis formæ pũcti n: quoniã cathetus incidentiæ formæ pũcti m eſt linea a m, & cathetus incidentię formę pũcti n eſt linea a n: lineæ quoq; reflexionis ſunt lineę t b & t g. Cõtinuẽtur itaq; pũcta f & q per lineã f q: & erit linea f q diameter imaginis formę totius lineę n m. Et quia lineæ t e & t z ſunt æquales per 58 th. 1 huius: erũt anguli t a e & t a z æquales. Anguli enim t z a & t e a ſunt recti per 18 p 3, & lineæ z a & e a ſunt æquales, quia ſemidiametri eiuſdẽ circuli: linea quoq; t a eſt cõmunis ambobus trigonis t z a & t e a: ergo p 8 p 1 anguli z t a & e t a ſunt æquales: & ſimiliter anguli t a e & t a z ſunt æquales: ergo & angulus t a b æqualis angulo t a g: ergo p 4 p 1 erũt lineæ t b & t g æquales. Et quia angulus e t a eſt æqualis angulo z t a: erit angulus u t b æqualis angulo u t g: relinquitur ergo angulus b t m æqualis angulo g t n: quoniã anguli u t m & u t n ſunt æquales, quia recti: ſed & anguli b m t & g n t ſunt recti: ergo trigona g t n & b t m ſunt p 32 p 1 æquiangula. Ergo p 4 p 6 cũ linea t g ſit æqualis lineæ t b: erũt lineę b m & g n æquales, & linea t m æqualis lineę t n: ergo p 4 p 1 cũ anguli n t a & m t a ſint recti & æquales, erũt lineæ a m & a n æquales: & ſic pũcta m & n ęqualiter diſtabunt à cẽtro ſpeculi, qđ eſt a: eritq; p 29 p 1 & 4 p 6 proportio lineę a f ad lineã f m, ſicut lineę a t ad lineã b m: & erit proportio lineæ a q ad lineã q n, ſicut lineę a t ad lineã g n: ſed p 7 p 5 eadẽ eſt proportio lineæ a t ad lineam b m, & ad lineam g n: quoniã illę duę ſunt æquales: eadẽ ergo eſt proportio lineę a f ad lineã f m, quę eſt lineę a q ad lineã q n: ergo p 7 th. 1 huius erit euerſim eadẽ proportio lineæ a f ad lineam a m, quæ eſt lineę a q ad lineã a n: ergo p 16 p & corollariũ 4 p 5 erit permutatim proportio lineæ a q ad lineã a f, ſicut lineę a n ad lineã a m: ſed linea a m eſt æqualis lineę a n: ergo linea a f eſt ęqualis lineæ a q. Linea itaq; f q æquidiſtat lineę n m p 2 p 6. Ergo linea f q eſt maior quàm linea n m. Si itaq; centrũ uiſus fuerit in puncto t, & in linea n m fuerit aliquod uiſibile: tũc uiſus cõprehendet imaginẽ illius uiſibilis maiorẽ q̃ ſit ſecũdum ueritatẽ. Et hoc eſt propoſitũ. Et ſi arcus cuiuſcũq; circuli copulentur ad has chordas n m & q f: patet idem de arcubus, quod de lineis rectis.

47. Centro uiſus & re uiſa oppoſitis ſpeculo ſphærico concauo taliter, ut uiſus ſit altior re uiſa ſecundum ſui extrema æqualiter diſtante à centro ſpeculi: imago lineæ uiſæ uidebitur ultra ſpeculum, maior re uiſa. Alhazen 40 n 6.

Sit circulus ſpeculi ſphærici cõcaui, ſicut in pręmiſſa, qui eſt b g: cuius centrũ a: & ducantur lineę à centro circuli a ad peripheriã, quę ſint a b, a g, a u: ſitq; linea a u diuidens per ęqualia arcũ g b: quę diuidatur, ut in pręcedẽte, ſecũdũ punctũ t ultra ſui mediũ uerſus circũferẽtiã g b: & ducãtur lineæ

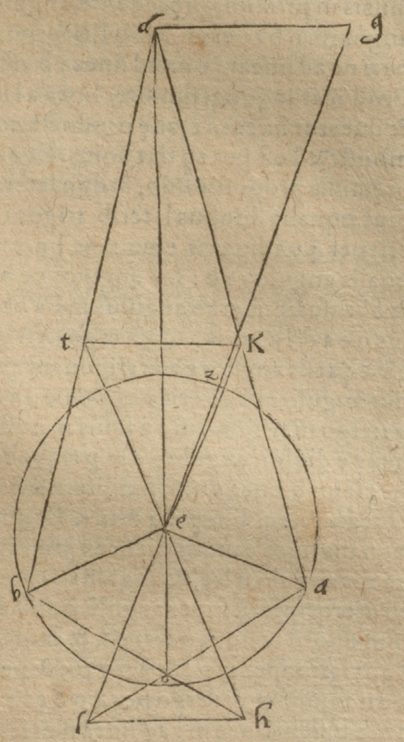
g t & t b: & erigatur à puncto t linea perpēdicularis ſuper ſuperficiē circuli p 12 p 11, quæ ſit linea t k: & ducantur lineæ a k, b k & g k. Superficies itaq; trigonorum k b a, k g a ſunt ſecantes ſphærā ſpeculi ſuper cētrum a: & ſunt erectæ ſuper ſuperficiē circuli b g per 18 p 11 & ſuper oēs ſuperficies cōtingentes ſphærā in punctis b & g, uel quibuſcūq; pūctis alijs circulorū, qui ſunt cōmunis ſectio illarū ſuperficierū & ſpeculi p 2 huius. Quoniā enim cōmunes ſectiones circuli b g & ſuperficierū illorū trigonorū ſunt ſemidiametri a b & a g, qui ſunt erecti ſuper ſuperficies in illis pūctis b & g ſpeculū cōtingētes: patet quòd illæ ſuperficies per 18 p 11 ſunt erectæ ſuper ſuperficies in illis punctis cōtingentes. Et ſimiliter patet hoc de alijs ſuperficiebus ſecūdum puncta illorum circulorum contingentibus. In illis itaq; ſuperficiebus fit reflexio à punctis circūferentiæ circulorū cōmunium eis & ſpeculo. Ducatur itaq; linea b m in ſuperficie b k a æquidiſtanter lineę a k: ſitq; linea b m minor q̃ linea a k: fiatq; taliter, ut linea b m tota penetret ſuperficiē circuli b g ad partē aliā, q̃ linea t k, ita ut lineæ t k & b m ſint in diuerſis partibus ſpeculi reſectis p ſuperficiem circuli b g. Ducatur itaq; linea a m: & extrahantur lineę b k & a m, donec cōcurrant in puncto f: cōcurrent aūt per 16 th. 1 huius: cum linea b m ſit minor q̃ ſua æquidiſtās linea a k: & in ſuperficie g k a ducatur linea g n æquidiſtans lineę a k: ſitq; linea g n æqualis lineæ b m, & ad eandē partē ſuperficiei circuli producta: & ducatur linea a n: producanturq; lineæ a n & k g, donec per 16 th. 1 huius concurrant in puncto q: ducaturq; linea f q, & linea m n. Quia ergo (ut in pręcedente proxima oſtēdimus) linea b t eſt æqualis lineæ t a, & linea t k eſt communis duobus trigonis b k t & a k t, & anguli ad pūctū t ſunt recti per definitionē lineę ſuper ſuperficiē erectæ: palàm p 4 p 1 quia linea b k eſt æqualis lineæ k a: & p eadem erit linea g k æqualis lineę a k: ergo per 5 p 1 anguli k a b & k b a ſunt æquales: & ſimiliter ſunt anguli k a g & k g a æquales. Itē quia linea g k eſt æqualis lineæ a k: igitur linea g k ęqualis eſt lineę b k: ſed & linea a g eſt æqualis lineę a b: quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli: & linea a k eſt cōmunis: trigona itaq; a k b & a k g ſunt æquilatera: ergo per 8 p 1 angulus k b a eſt æqualis angulo k g a, & angulus k a b ęqualis angulo k a g. Et quoniā per 29 p 1 angulus a b m eſt æqualis angulo k a b: ergo & angulo k b a: quia lineæ a k & b m æquidiſtant, & iſti anguli ſunt coalterni. Et ſimiliter angulus a g n eſt propter eadem ęqualis angulo k a g: quoniā etiā lineę a k & g n æquidiſtant: ergo & angulo k g a. Et quoniam anguli k a g & k a b ſunt æquales, ut pręoſtenſum eſt: erit ergo angulus a b m æqualis angulo a g n, & linea b m ex hypotheſi eſt æqualis lineę g n: ergo per 4 p 1 linea a m eſt æqualis lineæ a n: ergo, ut in præmiſſa, linea a f erit æqualis lineæ a q: ergo per 2 p 6 linea q f æquidiſtat lineę m n: & linea f q eſt maior quàm linea m n. Cum itaque uiſus fuerit in puncto k uel ſuper punctum k in linea t k: & fuerit linea m n in aliquo uiſibili inferiore ipſo uiſu: tunc forma puncti m incidet ſpeculo ſecūdum lineam m b, & reflectetur à puncto ſpeculi b ad uiſum ſecundum lineam b k in ſuperficie circuli tranſeuntis per puncta b, a, k: & forma puncti n incidet ſpeculo ſecūdum lineam n g, & à puncto ſpeculi g reflectetur ad uiſum ſecundum lineam g k in ſuperficie circuli tranſeuntis per puncta g, a, k: & erit per 37 th. 5 huius imago puncti m punctum f: & imago puncti n punctum q: & erit linea q f diameter imaginis lineæ n m: & linea f q erit maior quàm linea m n. Imago itaque rei uiſæ apparebit maior ipſa re uiſa, & ultra ſpeculum. In hoc ergo ſitu uiſus & uiſibilis patet propoſitum. Si itaq; reuoluatur tota figura in circuitu lineę a u, ipſa linea a u permanente immobili: tunc punctum k deſcribet motu ſuo quendam circulum, ſuper quem erecta eſt linea a u tranſiens ad utramq; partem ſuperficiei illius circuli: & omne punctum illius circuli habebit ſitum reſpectu lineæ comparis lineæ m n. Si itaque uiſus fuerit in aliquo puncto circumferentię huius circuli, & linea compar lineę m n fuerit in ſuperficie alicuius rei uiſę, reſpicientis centrum uiſus ſecundum illum ſitum, ut res uiſa (in qua eſt linea m n) reſpiciebat uiſum exiſtentem in puncto k: tunc uiſus comprehendet formam illius lineę maiorem ſua propria quantitate. Et ſimiliter ſi extrahatur linea t k in continuum & directum: & ſignetur in ea punctum aliud pręter punctum k, ut punctum p: & ducantur lineę ad illud punctum p, ſicut ad punctum k ſunt prius ductę: erit idem eueniens, quod prius accidit in puncto k. Pluries itaq;, ut patet per pręſens theorema, & per proximè præmiſſum, in ſpeculis ſphæricis concauis uidetur imago rei uiſę maior ipſa re uiſa: quod eſt notandum.



48. In ſpeculis ſphæricis concauis quandoq; comprehenditur imago æqualis ipſi rei uiſæ: quæ occurrens inter uiſum & ſpeculum, conuerſum: retro uiſum uerò conformem habet ſitum rei uiſæ. Alhazen 41 n 6.

Sit ſpeculum ſphęricum concauū a b: cuius centrū ſit e: ſecetq; ipſum ſuperficies plana tranſiens centrū e, cuius cōmunis ſectio & ſuperficiei ſpeculi erit circulus per 69 th. 1 huius: q ſit a b: & ducatur à centro linea e z, utcūq; contingit, nō in ipſa ſuperficie circuli a b, ſed obliquè ſuper illam, ſicut placet:

placet: quę producatur ultra circuli peripheriā ad pūctum g: & à pūcto g extrahatur linea perpendicularis super superficiē circuli a b per 12 p 11: & in illa perpendiculari signetur pūctum d: & ducatur linea d e: quę protrahatur ultra centrū e ad pūctum o: & ducatur linea e b cōtinens cū linea d e angulū obtusum: & ducatur linea e a cōtinens cū linea e d angulū obtusum æqualē angulo d e b per 23 p 1: & ducātur lineę d a, d b: erūtq; per 4 p 1 trigona d e a & d e b æquiangula. Superficies itaq; duorū trigonorū d e a & d e b secāt se super lineam d e: & duo anguli d b e & d a e sunt acuti & æquales per 4 p 1: linea enim e b est ęqualis lineę e a, & linea d e est cōmunis ambobus trigonis d e a & d e b: & anguli d e b & d e a sunt æquales. A` pūcto quoq; b in superficie trianguli d e b ducatur per 23 p 1 linea continens cū linea e b angulū æqualem angulo d b e: quę sit linea b o: hæc igitur linea cōcurret cū linea d e per 14 th. 1 huius: ideo quòd angulus b e d est obtusus, & angulus e b o, qui est apud pūctum b, est acutus, nō ualēs cū angulo d e b duos rectos: cū angulus o b e sit æqualis angulo d b e, qui cū angulo b e d & angulo b d e ualet duos rectos p 32 p 1. Sit itaq; linearū d e & b o cōcursus in pūcto o: & à pūcto a ducatur linea in superficie trianguli d e a cōtinens cū linea a e angulū ęqualē angulo d a e: cōcurret ergo illa, ut prius, cū linea e o in pūcto o: quoniā anguli a e o & b e o p 13 p 1 & ex premissis sunt ęquales: & anguli e b o & e a o ex pręmissis inter se sunt æquales: ergo p 32 p 1 anguli reliqui, q sunt e o b & e o a, sunt æquales: ergo per 4 p 6 latera ipsorū sunt proportionalia: sed linea e a est æqualis lineæ e b: ergo linea e o est æqualis sibi-ipsi: cadūt ergo lineę b o & a o in unū punctū lineę d e pductæ, qui est o. Ducatur etiam linea e t ad lineā b d, ita quòd cōtineat cū linea e b angulū rectū per 11 p 1: & protrahatur linea t e ultra pūctum e, & linea b o ultra pūctum o: cōcurrētq; lineæ t e & b o per 14 th. 1 huius: quia cū angulus b e t sit rectus, angulus e b o est acutus: sit ergo cōcursus pūctus h: eritq; linea t e æqualis lineæ e h, & linea t b æqualis lineę b h p 4 p 6: trigona enim t e b & b e h per 26 p 1 & ex pręmissis sunt æquiangula, quibus latus e b est cōmune. Et similiter producatur linea e k ad lineā a d, ita quòd cōtineat cū linea e a angulū rectū per 11 p 1, & producatur ultra pūctum e: & producatur linea a o ultra pūctum o: concurrentq; lineę k e & a o p 14 th. 1 huius: quia cū angulus k e a sit rectus, angulus e a o est acutus: sit concursus punctus l: & erit linea k e æqualis lineæ e l: quia cū angulus k e a sit rectus, erit angulus e a l rectus: sed & angulus e a l est æqualis angulo k a e, ut patet ex pręmissis: ergo per 32 p 1 trigona k e a & e a l sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 cū linea e a sit ambobus illis trigonis cōmunis, erit linea k a æqualis lineę a l, & linea k e æqualis lineę e l. Et hoc etiam potest concludi per 3 p 6. Et per eundem modū ostensæ sunt lineæ t e & e h adinuicē, & lineæ t b & b h adinuicē æquales. Ducātur ergo lineæ t k & l h. Quia itaq; duo latera t e & k e sunt æqualia duobus lateribus e h & e l, & per 15 p 1 angulus t e k est æqualis angulo l e h: patet per 4 p 1 quoniam lineę t k & l h erunt æquales inter se. Si ergo uisus fuerit in pūcto d, & linea l h fuerit in aliquo uisibili: tūc uisus existens in puncto d cōprehendet formā pūcti h in speculo a b reflexam à pūcto b: & erit formę pūcti h imago pūctum t per 37 th. 5 huius: quoniā cathetus suę incidētię, quę est linea h e, cōcurrit cū linea reflexionis, quę est d b, in pūcto t: similiterq; forma pūcti l reflectetur ad uisum in punctum d à pūcto speculi, quod est a: & quia cathetus suę incidentiæ, que est l e, concurrit cū linea reflexionis, quæ est d a, in puncto k: erit per 37 th. 5 huius pūctum k imago formę pūcti l: & erit linea t k diameter imaginis lineę l h: & erit ei æqualis. Si ergo reuoluatur tota figura speculi, & linearū productarū, linea h l immobili existente: tunc pūctus d describet circulū, in cuius circūferētię pūcto aliquo cētro uisus existēte poterit comprehendere aliquod uisibile cōparem habens sitū ad uisum, sicut nūc habet linea l h ad uisum d: & erit imago illius uisibilis æqualis ei. Et similiter si uisus fuerit intra circulū speculi in pūcto o, & res uisa fuerit disposita secūdum lineam t k: erit imago lineæ t k linea l h, æqualis rei uisæ. Sed tamen re uisa existente in linea l h, & uisu existēte in pūcto d, cū imago rei uisę fuerit linea t k: erit forma imaginis cōuersa respectu situs rei. Si enim pūctus h fuerit in dextra, erit punctus t in sinistra: & si punctus h fuerit supra lineā aliquā eleuatus, erit punctus t infra illā lineā depressus & inclinatus: & similiter est de pūcto l respectu pūcti k. Sed cū res uisa fuerit in linea t k, & uisus fuerit in pūcto o, & imago lineę t k fuerit linea l h: erit forma nō cōuersa sed directa. Nā imago, quę est linea l h, erit retro uisum, ut ostēsum est in 11 hui9: & uisus cōprehēdet pūctū h, qđ est imago pūcti t, retro se in linea h o, & pūctum l, quod est imago pūcti k, in linea l o retro se: & pars formę uisibilis, quæ reflectitur ad uisum, erit respiciens uisum in ipsa imagine, sicut & in ipsa superficie rei uisę. Patet ergo propositum.

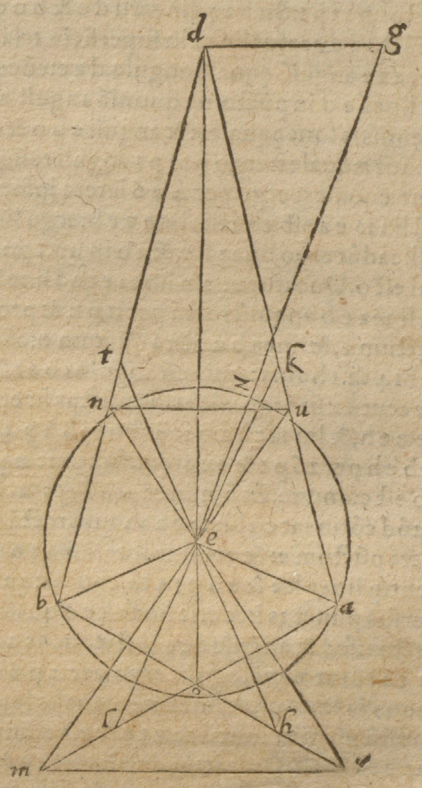


siue locus

49. In speculis sphæricis concauis imago quandoq; cōprehenditur minor re uisa: quæ occurrēs inter uisum & speculum conuersum habet situm rei uisæ: quandoq; uerò uidetur maior re uisa: quæ occurrens retro uisum conformem habet situm rei uisæ. Alhazen 42 n 6.

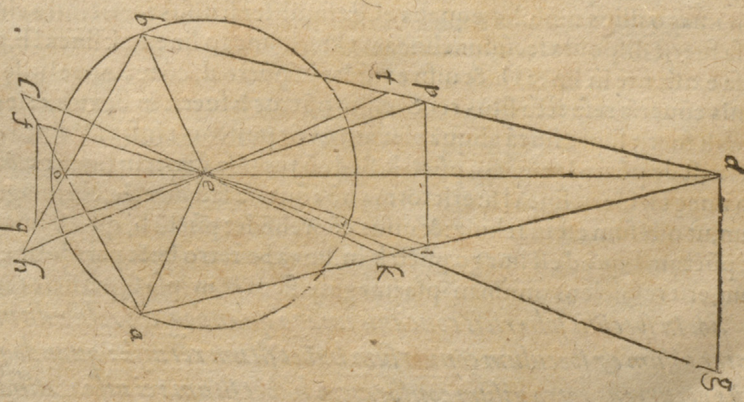
Sit dispositio totius figurę omnino eadem, quę in pręcedente theoremate: & producatur linea

b h in continuum & directũ : & in ipſa ſignetur punctus r: & ducatur linea r e ad centrũ ſpeculi. Et quoniá angulus t e b eſt rectus, patet per 13 p 1 quòd angulus h e b eſt rectus: palàm ergo quia angulus r e b erit obtuſus: producaturq́; linea r e ultra punctum e ad lineá b d: incidatq́; in pũctum n: cadetq́; punctũ n inter pũcta t & b. Cum enim angulus b e r ſit obtuſus: patet per 13 p 1 quòd angulus b e n eſt acutus: linea itaq; e n diuidit angulũ t e b, qui eſt rectus : ergo per 29 th. 1 huius ipſa ſecabit baſim t b: erit ergo linea n b minor q̃ linea t b: ſed linea t b, ut patuit in pręcedẽte, eſt æqualis lineæ b h, & linea b r eſt maior quàm linea b h: erit ergo linea r b maior q̃ linea b n. Et quia, ut patet ex pręmiſsis in proxima pręcedente, angulus n b e eſt æqualis angulo e b r: palàm quòd linea e b diuidit angulum n b r per æqualia. Erit ergo per 3 p 6 proportio lineæ r b ad lineam b n, ſicut proportio lineæ r e ad lineam e n: ſed linea r b eſt maior quàm linea b n: ergo linea r e eſt maior quàm linea e n. Producatur quoq; ſimiliter linea a l in continuum & directum, donec ſit linea a m ęqualis lineę b r: & ducatur linea m e, quę producta concurrat cũ linea d a in puncto u: cõcurret autem, ut prius demonſtratũ eſt per 29 th. 1 huius. Et quia duo anguli e a m & e b r ſunt æquales, ut patet in cõmento pręmiſſæ propoſitionis, & duo latera e a & a m trigoni e a m ſunt æqualia duobus laterib. trigoni b e r, quę ſunt b e & b r: erit per 4 p 1 linea m e æqualis lineæ r e: & angulus m e a æqualis angulo r e b: ſed angulus r e b maior eſt angulo recto & obtuſus: erit ergo angulus m e a obtuſus: ergo p 13 p 1 angulus u e a eſt acutus. Quia ergo in trigono a e u angulus u a e eſt æqualis angulo e a m trigoni m e a, & angulus u e a eſt minor angulo m e a: erit angulus e u a maior angulo a m e p 32 p 1: ergo in trigono m a u latus m a eſt maius latere u a: ſed linea a e diuidit angulũ u a m p æqualia. Ergo p 3 p 6 linea m e eſt maior q̃ linea e u: & ſimiliter eſt linea r e maior q̃ linea e n. Ducatur itaq; lineę n u & m r. Et quia per 26 p 1 linea n e eſt æqualis lineę e u: quoniam ex pręmiſsis angulus u a e eſt æqualis angulo n b e, & angulus a e u eſt æqualis angulo b e n, cũ uterq; ipſorũ ſuper angulũ æqualẽ obtuſum ſit cõplementum duorũ rectorũ per 13 p 1, & latus a e eſt æquale lateri b e. Sunt igitur per 15 p 1 & per 7 p 5 & per 6 p 6 trigoni m e r & n e u æquianguli: ergo per 4 p 6 erit ꝓportio lineę m e ad lineá e u, ſicut lineę m r ad lineá n u: ſed, ut patet ex pręmiſsis, linea m e eſt maior q̃ linea e u: ergo linea m r eſt maior q̃ linea n u. Si ergo linea m r fuerit in aliquo uiſibili, & uiſus fuerit in puncto d: erit linea n u diameter imaginis lineę m r: & eſt minor q̃ linea r m. Et ſi uiſus fuerit in pũcto o, & linea n u fuerit in aliquo uiſibili: erit linea m r imago lineę n u: & eſt maior q̃ linea n u. Sed cũ in linea m r fuerit aliquód uiſibile, & uiſus in pũcto d: imago n u erit inter uiſum & ſpeculũ: & uidebitur imago reuerſa, habens ſitũ alium q̃ res uiſa, prout declarauimus in theoremate pręcedente. Cum uerò res uiſa fuerit in linea n u, & uiſus in pũcto o: imago m r uidebitur retro uiſum, & erit eius forma conformis ſitui rei uiſę, ut in pręmiſſa patuit. Ná imago ſi fuerit ultra uiſum uidebitur anterius ipſius, & omne punctum imaginis uidebitur in linea ſuę reflexionis. Patet ergo manifeſtè totum, quod proponebatur.



50. In ſpeculis ſphæricis concauis imago quandoq; comprehenditur maior re uiſa, & conuerſa ſecundum ſitum formæ rei uiſæ, ipſa imagine inter uiſum & ſpeculũ occurrente: retro uiſum non uidetur minor, ſed habens ſitum conformem rei uiſæ. Alhazen 43 n 6.

Remaneat diſpoſitio, quę prius in 48 huius: & ſignetur in linea o h punctum q: & ducatur linea e q: & producta ultra cẽtrũ e tranſeat ad punctum p lineę d b: ſitq́;, ut à linea o l abſcindatur linea o f æqualis lineę o q per 3 p 1: & ducatur linea f e: quę producatur ultra punctũ e ad lineá d a in punctũ i: erunt itaq; ſecundum prędictũ in pręmiſsis probandi modũ duę lineę p e & i e maiores duabus lineis e f & e q. Quia enim linea l e eſt maior q̃ linea f e, ut patet ex pręmiſſis duobus theorematibus, & linea e h eſt maior quàm linea e q: linea uerò p e eſt maior q̃ linea t e,

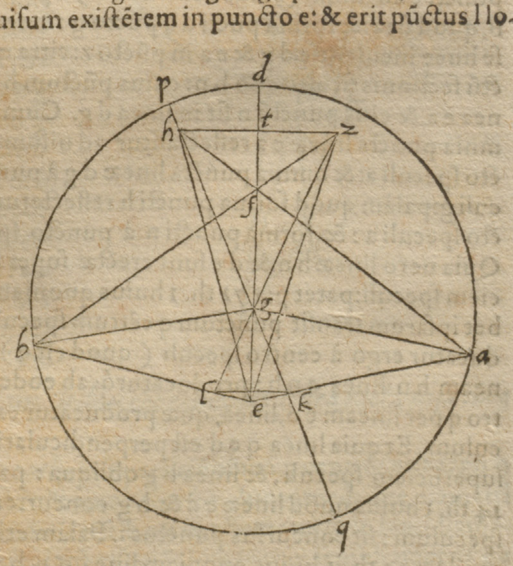


& linea

& linea i e maior quàm linea e k: linea uerò l e est æqualis lineę k e, & linea h e est æqualis lineę e t: patet quòd duę lineę e p & e i sunt maiores duabus lineis f e & e q. Et quia ex præmissis in pręcedentibus duobus theorematibus anguli e h q & e l f sunt æquales, & lineę e h & e l æquales: nūc autem lineę h q & l f acceptę sunt ęquales: ergo per 4 p 1 lineę f e & q e sunt æquales: & angulus f e o ęqualis angulo q e o: ergo per 15 p 1 angulus p e d est ęqualis angulo d e i: relinquitur ergo ex pręmissis angulus p e b æqualis angulo i e a: ergo per 32 p 1 trigona p e b & i e a sunt ęquiangula: ergo per 4 p 6 cum linea e b sit æqualis lineę e a: erit linea p e æqualis lineę e i. Ducantur ergo lineę p i & f q: erit per 15 p 1 & per 7 p 5 & per 6 & 4 p 6 linea p i maior quàm linea f q. Si ergo uisus fuerit in puncto o, & linea p i sit in aliquo uisibili: erit linea f q imago lineę p i: & est linea f q minor quàm linea p i: & imago f q uidebitur super duas lineas reflexionis, quæ sunt a o & b o: erit ergo forma imaginis retro uisum minor quàm res uisa: & erit directa habens situm conformem situi rei uisę. Si uerò uisus fuerit in puncto d, & linea f q fuerit in aliquo uisibili: tunc erit linea p i imago lineę f q, & erit maioris quantitatis quàm linea f q: & erit forma ante uisum, conuersum & contrarium habens situm, respectu situs formę rei uisę. Et hoc est propositum.

51. Centro uisus existēte in aliquo pūcto, inter quod & superficiē speculi sphærici cōcaui fuerit cētrū speculi: formæ uisæ existētis ultra cētrū speculi imago cōuersa uidetur, & minor forma rei uisæ. In hoc quoq; situ uisus cōprehendet propriā imaginē minorē & cōuersam. Alhaz. 44 n 6.

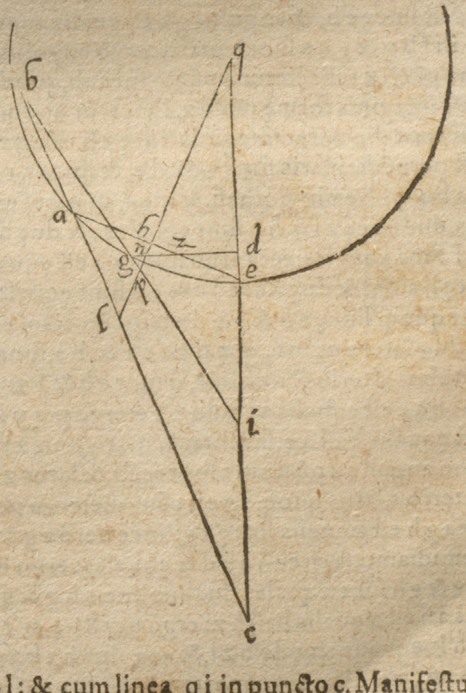
Sit speculum sphęricum concauū a b d: cuius cētrum g: secetq; ipsum superficies plana per centrum g: erit ergo per 69 th. 1 huius cōmunis sectio circulus: qui sit a b d: & ducatur linea g d, utcūq; contingit: & producatur linea g d ultra punctū g ad pūctum e: in quo sit cētrum uisus in superficie circuli a b d: sitq; pūctus t in eadē linea e d ultra cētrum speculi, quod est pūctum g: & ducatur linea t h per 11 p 1 perpēdiculariter super lineā e d: & producatur linea h t ultra pūctum t ad pūctum z, donec sit linea z t æqualis lineę t h: comprehēdatq; uisus existēs in pūcto e formā pūcti h ꝑ reflexionē factā à puncto speculi, quod sit a. Erūt itaq; duo pūcta a & h à duobus lateribus pūcti g: sitq; ita, ut si linea g h producatur ad peripheriam circuli in punctum p, fiat arcus a p maior quarta circuli: & erit angulus a g p obtusus per 33 p 6. Non est autē possibile, ut pūcta a & h consistāt in eodē latere pūcti g, inter diametros g d & g q, producta semidiametro g p in pūctum q. Nō enim posset fieri reflexio, ut patet per 20 huius, nisi linea producta à pūcto g cētro speculi ad pūctum a diuideret angulū h a e per ęqualia. Ducantur itaq; lineę e a & a h: & producta linea h g ad lineā a e, incidat ipsa in pūctū k. Angulus itaq; h a g est ęqualis angulo g a e per 20 th. 1 huius: & est punctus k locus imaginis pūcti h per 37 th. 5 huius. Sit quoq; arcus b d æqualis arcui d a: quod fiet ꝑ 26 p 3: si angulus d g b fiat ęqualis angulo d g a: & ducātur lineę e b, z b, g b: & producatur linea z g ad lineā b e, incidatq; in pūctū l: secetq; linea z b semidiametrū d g in pūcto f. Et quia, ut patet ex pręmissis, duę lineę z t & t h sunt ęquales, & pūcta z & h ęqualē habēt dispositionē, respectu cētri, & respectu peripherię circuli: patet quòd lineę h a & z b intersecabūt semidiametrū d g in eodē pūcto f. Quia itaq; in trigonis t z f & h t f duo latera h t & t z sunt ęqualia, & latus t f est cōmune, & anguli ad t recti: palàm ꝑ 4 p 1 quoniā linea z f est ęqualis lineę h f. Sed & in trigonis a g f & b g f accidet ꝑ eandē 4 p 1 angulū f a g æqualem esse angulo f b g, & lineā a f æqualē fieri lineę f b. Est enim ex pręmissis angulus a g f ęqualis angulo b g f, & lineę a g & b g sunt semidiametri, cōmunis uerò ambobus trigonis a f g & b f g est linea f g: ergo ꝑ 4 p 1 angulus f a g ęqualis est angulo f b g: similiterq; per 13 p 1 & ꝑ eandē 4 p 1 linea e a ęqualis fit lineę e b, & angulus g b e ęqualis angulo g a e: sed anguli f a g & g a e sunt ęquales: ergo & anguli f b g & g b e sunt ęquales: ergo angulus z b g ęqualis est angulo e b g. Ergo per 20 th. 5 huius forma pūcti z reflectetur à pūcto speculi, quod est b, ad uisum existētem in puncto e: & erit pūctus l locus imaginis formę pūcti z. Ducatur quoq; linea k l: quę erit diameter imaginis lineę z h. Et q̄a linea z h est perpēdicularis sup lineā d e, & linea z t est ęqualis lineę t h ex hypothesi, & quia, ut patet ex pręmissis, duę lineę z f & h f sunt ęquales, & duę lineę a f & b f sunt ęquales: tota ergo linea z b est ęqualis toti lineę h a: sed & duę lineę a e & e b sunt ęquales: ducantur quoq; lineę e h & e z. In trigonis itaq; e a h & e z b duo latera unius, quę sunt e a & h a, sunt æqualia duobus alterius lateribus, q̄ sunt e b & b z: & angulus h a e est ęqualis angulo z b e: ergo ꝑ 4 p 1 basis z e est ęqualis basi h e: similiterq; in trigonis z t g & h t g duo anguli ad pūctum t sunt recti, & latus z t ęquale lateri h t, latus quoq; t g est cōmune: ergo per 4 p 1 linea g h est æqualis lineę z g: lineę uerò a g & g b sunt semidiametri circuli a b d & ęquales: ergo duę lineę a g & g h sunt æquales duabus lineis b g & g z, & basis a h est æqualis basi b z: ergo per 8 p 1 erit angulus a h k æqualis angulo b z l, & angulus h a k æqualis angulo z b l: erit ergo ꝑ 32 p 1 angulus h k a æqualis angulo z l b. Trigona itaq; h a k & z b l sunt ęquiangula: ergo ꝑ 4 p 6 erit proportio lineę h k ad



lineam z l, sicut lineæ z b ad lineã h a: sed linea z b est æqualis lineæ h a, ut patet ex pręmissis: ergo linea h k est æqualis lineæ z l: sed & linea h g est æqualis lineæ z g, ut suprà patuit: erit ergo reliquum æquale reliquo: ergo linea g k est æqualis lineæ g l. Quia itaq; duæ lineæ z g & h g inter se sunt ęquales, & duæ lineæ g k & k l inter se sunt æquales: patet p 7 p 5 quoniã est proportio lineæ z g ad lineã g l, sicut lineæ h g ad lineã g k: sed angulus z g h & k g l sunt ęquales p 15 p 1: ergo p 6 p 6 erũt trigona z g h & k g h æquiangula: angulus ergo z h k est æqualis angulo l k h: ergo p 27 p 1 lineę z h & k l sunt æquidistãtes: quod etiã patere potest p 14 th. 1 huius. Itẽ angulus h g a, ut patet ex p̃missis, est obtusus: ergo p 13 p 1 angulus a g k est acutus: duo uerò anguli h a g & g a k sunt æquales: relinquitur ergo p 32 p 1 angulus a k g maior angulo a h g: ergo per 19 p 1 in trigono a h k latus a h est maius latere a k, & duo anguli apud a sunt æquales: ergo per 3 p 6 linea h g est maior q̃ linea g k: & similiter linea z g est maior q̃ linea g l. Ergo linea z h est maior q̃ linea k l per 4 p 6: sed linea k l est diameter imaginis lineæ z h: linea ergo z h uidebitur minor q̃ sit secũdũ ueritatẽ. Si ergo reuoluerim⁹ circulũ a b d, linea e d immobili existẽte: ex duob. pũctis a & b describetur circulus in superficie speculi: & sicut se habet uisus existens in pũcto e ad rẽ uisam, in qua est linea z h: sic se habebit respectu cuiuslibet cõparis lineæ cadẽtis intra illũ circulũ, quẽ signant pũcta z & h reflexa ex arcu cõpari arcui a b, ex portione speculi, quam diuidit circulus, quẽ signãt duo pũcta a & b. Et similiter potest declarari, si linea z h ponatur maior uel minor, q̃ nũc est posita. Vniuersaliter enim in hoc situ diameter imaginis uel faciei aspicientis cõprehenditur in speculo sphærico concauo minor q̃ sit: sed etiã imago uidetur conuersa. Si enim uisus fuerit in pũcto e: tũc aspiciens cõprehendet formã suã in tali speculo minorẽ q̃ sit. Et q̃a pũctus k est imago pũcti h, & pũctus l est imago pũcti z: erit imago cõuersa: quoniã pars dextra uidebitur sinistra, & sinistra dextra: & similiter superior uidebitur inferior, & inferior superior. Et similiter etiã uisus cõprehendet suã formã: quia illud, quod est in dextro, cõprehendet in sinistro, & econuerso: & quod deorsum est, cõprehendet sursum, & ecõuerso. Similiter quoq; si uisus fuerit in quolibet pũcto, inter quod & superficiẽ speculi fuerit centrũ speculi: semper cõprehendet suã formã cõuersam. Et hoc est propositũ. Ex his itaq; pręmissis quatuor theorematibus patet, quòd in speculis sphæricis concauis imago rei uisæ cõprehenditur à uisu quãdoq; maior: quandoq; minor: quãdoq; æqualis rei uisæ: & nũc conformẽ habens situm ipsi rei uisæ, & nũc cõuersum. Et quoniam, sicut ostendimus per 40 huius, quandoq; unius rei una uidetur imago: quãdoq; duæ: quandoq; tres: & quandoq; quatuor: illud ergo, quod habet unã imaginẽ maiorẽ se, forsan habebit alias minores uel æquales: & quod habet unam imaginem se minorẽ, forsan habebit alias maiores uel æquales: & quod habet unã æqualẽ, forsan habebit alias maiores uel minores: & quod habet unam, cuius situs est directus compar rei uisæ, forsan uidebitur sub alijs imaginibus habentibus conuersum situm in contrarium rei uisæ. Et hęc omnia ex diuersitate situs rei uisæ, & ipsius uisus, respectu punctorum reflexionis patere possunt ex pręmissis. Patet ergo propositum.

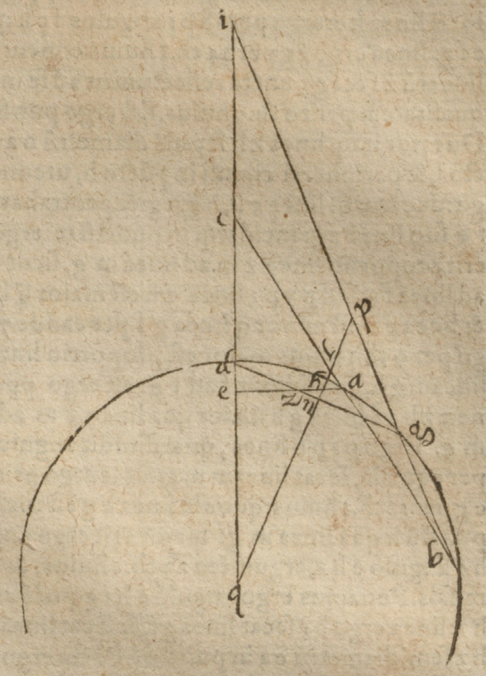
52. *Lineis incidentiæ se intersecantibus in speculis sphæricis concauis: altitudines & profunditates erectæ super superficiem speculi citra punctum sectionis existẽtes: reuersæ: quæ uerò sunt in eisdem lineis ultra sectionem, quemadmodum sunt, sic apparent. Eucl. 11 th. catoptr.*

Esto speculũ sphęricũ concauũ a g: cuius centrũ q: sintq; duæ altitudines d e & h n erectę super superficiẽ speculi: sitq; cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus a g: reflectaturq; forma puncti e ad uisum (cuius centrũ sit b) à pũcto speculi, quod sit a: & forma pũcti d à pũcto g: intersecẽtq; se lineę incidentię d g & e a in pũcto z: citra quẽ punctũ sectionis sit altitudo h n: cuius pũctum h sit in linea e a, & eius punctũ n sit in linea d g. Cum ergo omnia puncta lineæ e a reflectantur ad uisum b à puncto speculi a: & omnia puncta lineæ d g à puncto speculi g: palàm quòd forma puncti h reflectetur à puncto speculi a: & forma puncti n à puncto speculi g. Quia uerò lineæ h n & d e sunt erectæ super superficiem speculi: patet per 72 th. 1 huius quoniam quęlibet ipsarum transit punctum q cẽtrum speculi. Producatur ergo à centro speculi (quod est q) per lineam h n linea q n h: producaturq; ab eodem centro q per lineam e d, linea, quæ producatur extra speculum. Et quia linea q e d est perpendicularis super superficiem speculi, & linea b g obliqua: patet per 14 th. 1 huius quòd lineæ e d & b g concurrent ultra speculum: sit concursus punctus i. Palàm etiam per eandem 14 th. 1 huius quoniam linea q n h producta concurret cum linea b g i: sit concursus punctus p: & linea b a concurrat cum linea q h in puncto l: & cum linea q i in puncto c. Manifestum



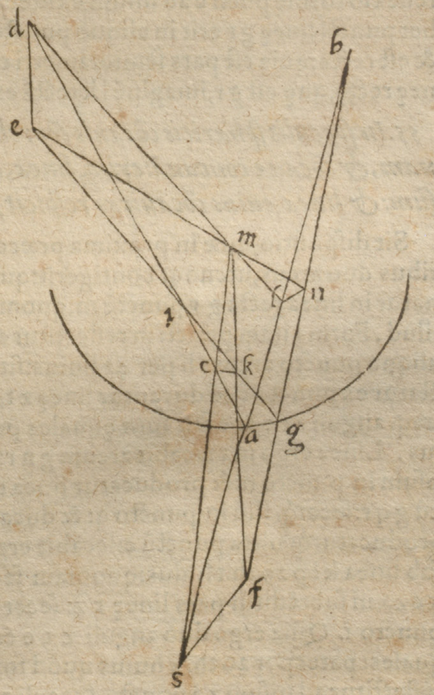
autem

autem per 37 th. 5 huius quoniam locus imaginis formæ puncti h erit in puncto l: & locus imaginis formæ puncti n erit in puncto p. Erit ergo linea l p imago totius lineæ h n. Habet autem imago l p situm reuersum, respectu situs lineę h n: quoniam punctus h est altior puncto n, & punctus l, qui est imago puncti h, est bassior puncto p, qui est imago puncti n. Punctus uerò i est locus imaginis puncti d: & punctus c est locus imaginis puncti e. Et quia punctus i est altior puncto c, sicut punctus d est altior ipso puncto e: palàm quoniam imago lineę d e (quæ est linea i c) conformem situationem habet ipsi lineæ d e, cuius ipsa est imago: quoniam imago situata apparet, sicut se habet ipsa res uisa. Et hoc est propositũ de altitudinibus. De profunditatibus uerò idem patet: ut si lineæ h n & d e quędam profunditates ponantur esse: tunc enim eadẽ est demõstratio. Apparet enim profunditas h n reuersa, & profunditas d e quemadmodum est disposita, sic apparet. Hoc itaq; est propositum. Si uerò ambę lineę d e & h n essent ex una quacunq; parte sectionis linearum incidentiæ, fieret suarum imaginum conformis situatio: ut patet per præmissa.



53. Lineis incidentiæ se intersecantib. in speculis sphæricis concauis: obliquæ longitudinis citra punctum sectionis existentes, quemadmodum sunt, sic apparent: earum uerò, quæ sunt ultra sectionem in eisdem lineis, uidentur imagines reuersæ. Euclides 12 th. catoptr.

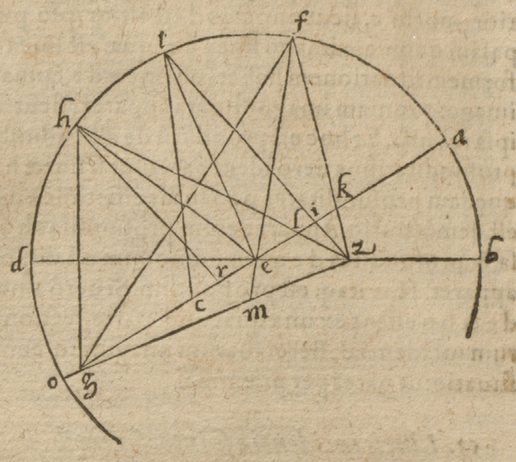
Sit speculum sphæricum concauum a g: cuius centrum m: & sit centrum uisus b: & sit linea d e obliqua super superficiem speculi: cuius puncti d forma reflectatur ad uisum b à puncto speculi, quod est a: formaq; puncti e à puncto g: & lineæ incidentiæ (quæ sunt d a & e g) intersecẽt se in pũcto i: sitq; citra punctum i linea obliquè incidẽs superficiei speculi, quę sit k c, cuius punctus k reflectatur à puncto speculi g, & punctus c à puncto speculi a. Ducatur itaq; linea d m à puncto d ad centrum speculi, quę (propter obliquitatẽ lineę b a super superficiẽ speculi, cũ linea d m sit perpẽdicularis super eandem speculi superficiem per 72 th. 1 huius: ideo quia transit centrum speculi, quod est m) concurret cum linea b a obliquè superficiei speculi incidente, ut patere potest per 14 th. 1 huius: sit concursus in puncto l. Similiter quoq; linea e m concurret cum linea b g: sit punctum concursus n. Palàm ergo per 37 th. 5 huius quoniam in puncto l est imago formæ puncti d, & in puncto n imago formæ puncti e: ducaturq; linea n l: quæ erit imago totius lineæ d e. Habet quoque imago n l reuersẽ se ad situm lineę d e: quoniã punctus n, qui est imago puncti e bassioris, est altior puncto l, qui est imago puncti d altioris. Producatur quoque linea m k donec concurrat cum linea b g producta: concurret autem propter obliquitatẽ lineæ b g super superficiem speculi, & propter perpendicularitatẽ lineę m k: sit concursus punctus f: & producatur linea m c donec cõcurrat cũ linea b a producta: & sit punctus cõcursus s: copuleturq; linea f s: erit ergo linea f s imago lineæ k c: & sicut punctũ k est altius puncto c, sic erit punctũ f altius puncto s. Est itaq; imago f s cõformẽ habens sitũ ipsi rei uisæ, quę est k c, occurrens speculo citra punctum sectionis linearũ incidentię, qui est i. Patet ergo propositũ.



54. In speculis sphæricis concauis uisus in quibusdam sitibus cõprehendit lineæ rectæ uisæ imaginem plenè rectam. Alhaz. 45 n 6.

Sit speculũ sphęricũ concauũ a b: cuius cẽtrũ e: seceturq; ꝑ superficiẽ planã ꝑ centrũ: erit ergo ꝑ 69 th. 1 huius cõmunis sectio circulus magnus, qui sit a b: & eius centrũ e: ducanturq; duę diametri huius circuli, quę sunt a e o & b e d: & speculũ non excedat arcũ b a d o: assumaturq; in semidiametro b e, quicũq; pũctus placuerit: & sit z: in quo ponatur cẽtrũ uisus: & sumatur in semidiametro a e punctus k, taliter, ut linea a k sit maior q̃ linea k e: & ducatur linea z k: & ꝓtrahatur ad circũferentiã, incidatq; in punctũ f: & ducatur linea e f: & sup f terminũ lineę e f constituatur angulus æqualis an-

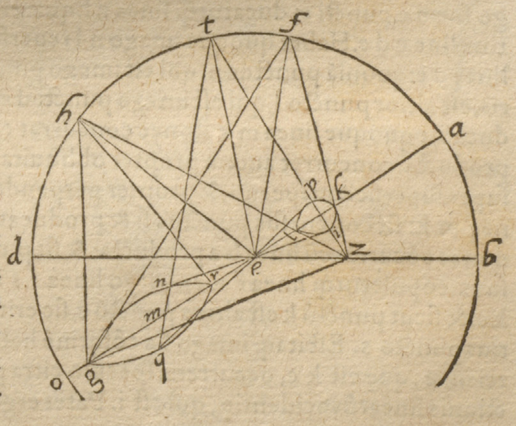
gulo z f e ꝑ 23 p 1, qui ſit angulus g f e, ducta linea g f: cuius pũctus g cadet in ſemidiametrũ o e. Quia
enim linea f k eſt maior q̃ linea k a per 7 p 3, & linea k a eſt maior q̃ k e ex hypotheſi: erit linea f k ma-
ior q̃ linea k e: ergo per 18 p 1 angulus f e k maior eſt angulo e f k: eſt ergo angulus f e k maior angulo
e f g: linea ergo f g per 14 th. 1 huius concurret cũ linea g e: cõcurrat ergo in puncto g. Duarum ergo
linearũ z f & f g puncta reflectuntur ad ſe inuicem à puncto ſpeculi, quod eſt f, propter angulorũ æ-
qualitatem per 20 th. 5 huius. Eſt ergo punctus k imago puncti g centro uiſus exiſtente in puncto z.
Ducatur itaq; linea z h ſecans diametrũ o a in pun-
cto l, & peripheriá circuli in pũcto h, utcunq; cõtin
git: ducãturq; lineę e h, h g, z g: & protrahatur linea
f e ſup lineã z g: incidatq; in punctũ m: ergo ꝑ 3 p 6
erit proportio lineę z m ad lineã m g, ſicut lineę z f
ad lineã f g: ſed ꝑ 7 p 3 linea z h eſt maior q̃ linea z f,
& linea g h eſt minor q̃ linea g f per eandẽ 7 p 3: er-
go per 9 th. 1 huius maior eſt proportio lineę z h ad
lineam g h, quá lineæ z f ad f g: eſt ergo ꝓportio li-
neæ z h ad lineã g h maior quá lineę z m ad lineam
m g. Ergo ꝑ 3 p 6 linea, quæ diuidit angulum z h g
per ęqualia, ſecat lineam m g: ſecat ergo prius lineã
e g per 32 th. 1 huius: quoniã linea e g eſt uicinior ad
punctũ h quá linea m g: maior erit ergo angulus g
h e angulo e h z, arguméto 29 th. 1 huius, & ex præ-
miſsis. Ponamus ergo angulũ e h r ęqualẽ angulo e



h z: linea ergo h r ſecat lineã g f, & ſecat lineã g e ꝑ 29 th. 1 huius: ſecet ergo g e in pũcto r: & ſecet linea
h z ſemidiametrũ e a in puncto l. Pũcta ergo duarũ linearũ z h & h r reflectũtur adinuicẽ propter ę-
qualitatẽ angulorũ r h e, e h z: fietq; reflexio à puncto ſpeculi, quod eſt h, ꝑ 20 th. 5 huius: & erit l pũ-
ctus imago puncti r. Palá uerò quoniã forma cuiuslibet puncti lineę g r reflectitur ad uiſum in pun-
ctum z, ex aliquo puncto arcus f h, & nõ ex alio ꝑ 42 huius. Sumatur itaq; aliq̃s punctus lineę g r, q̃
ſit c, & hic reflectatur ab aliquo puncto arcus f h, qui ſit t: & ducãtur lineę c t & z t. Quia ergo pũctus
t eſt inter duo puncta f & h arcus f h: palá quia linea z t cadet inter duas lineas z f & z h: linea ergo z t
ꝑ 29 th. 1 huius ſecat lineã k l: ſecet ergo in puncto i. Eſt ergo per 37 th. 5 huius punctus i imago for-
mæ puncti c: & pũctus c nõ habet aliá imaginẽ niſi punctũ i, quoniã tãtũ ab uno puncto arcus f h fit
reflexio formę pũcti c ad uiſum exiſtentẽ in pũcto z, ut patet ꝑ 19 uel ꝑ 27 huius. Imago itaq; cuiusli
bet puncti lineę g r erit in aliquo puncto lineę k l: eſt ergo tota linea k l imago formę totius lineę g r:
& eſt recta: quia eſt pars ſemidiametri circuli a e. Viſus ergo exiſtẽs in puncto z cõprehẽdit formá li
neę rectę, quę eſt g r, imaginẽ l k rectá exiſtentẽ in ſpeculo ſphęrico cõcauo a b. Et hoc eſt propoſitũ.

*55. In ſpeculis ſphæricis cõcauis cõprehendet uiſus ex quibuſdã ſitib. imaginẽ lineæ cõuexæ cõue-
xam, & cõcauæ concauã: eritq́; lineæ, cuius cõuexitas reſpicit ſpeculũ, imago cõuexa reſpiciẽs ui-
ſum: & lineæ, cuius cõcauitas reſpicit ſpeculũ, imago concaua reſpiciẽs uiſum. Alhazen 46 n 6.*

Sit diſpoſitio, quæ in proxima præcedente: conſtituanturq́; ſuper lineam g r à duobus ſuis late-
ribus duo arcus, utcunq; contigerit: qui ſint g n r & g q r: & ſit arcus g n r non ſecás lineam g h: & po
natur in linea recta g r punctũ m, quomodocunq; ſit
illud. Forma itaq; puncti m reflectitur ad uiſum z ex
aliquo puncto arcus f h per 42 huius: ſit itaq;, ut refle
ctatur ex puncto t: & ducantur lineę z t, e t, m t: duo
itaq; anguli z t e & e t m ſunt ęquales per 20 th. 5 hu
ius. Linea ergo m t ſecabit arcum g n r: ſit, ut ſecet i-
pſum in puncto n: & producatur linea t m uerſus ar-
cũ g q r: ſecetq; illũ in puncto q: & ducatur linea n e:
producaturq́; ultra punctũ e: ſecabit ergo lineam z t
ſub linea k l ꝑ 29 th. 1 huius: quoniam ſecat angulum
k e z, cui ſubtẽditur pars lineę t z: ſecet ergo illam in
puncto i. Quia ergo duo anguli z t e & n t e ſunt æ-
quales: patet per 20 th. 5 huius quòd forma puncti n
reflectitur ad uiſum z à puncto ſpeculi t. Eſt ergo pa-
làm per 37 th. 5 huius quoniam punctus i eſt locus i-

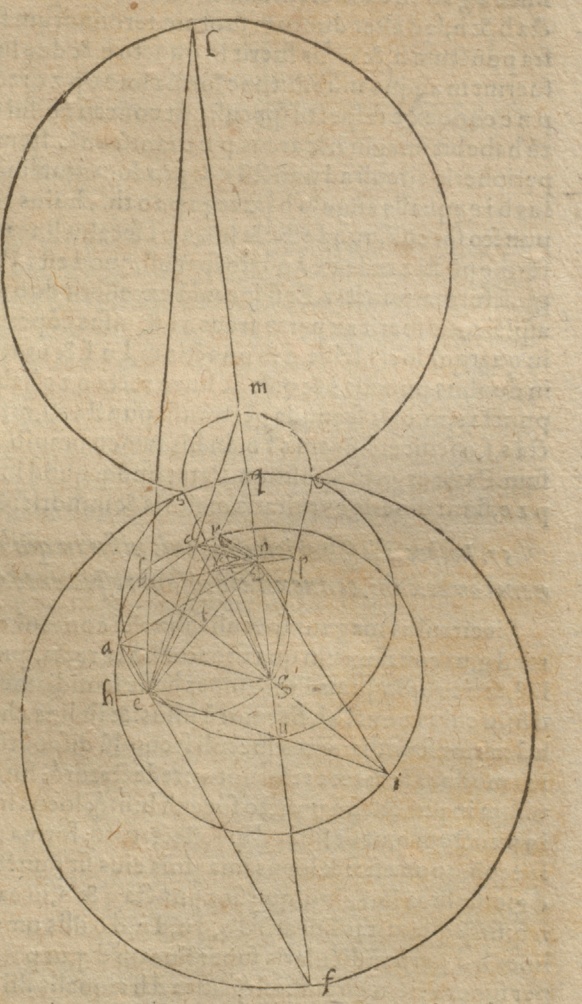


maginis formę puncti n: & duo puncta k & l ſunt imagines duorũ punctorũ g & r, ut patuit per præ
miſſam. Imago ergo arcus g n r eſt linea tranſiens per puncta k i l: ſed linea k i l eſt conuexa ex parte
uiſus z: & arcus g n r eſt conuexus ex parte ſpeculi. Viſus itaque exiſtens in puncto z comprehen-
det formam lineę g n r conuexæ conuexam lineam. Ducatur quoque linea q e: & producatur ul-
tra punctum e: ſecabit quoque lineam z t ultra lineam l k per 29 th. 1 huius: quoniam ſecat angulum
t e k: ſecet ergo in puncto p. Et quia anguli p t e & q t e ſunt æquales: patet per 20 th. 5 huius quoniã
à puncto ſpeculi, quod eſt t, reflectetur forma puncti q ad uiſum z: & locus imaginis formæ puncti q
eſt punctus p: & erit, ut ſuprà, linea l p q ex parte uiſus concaua: & ipſa eſt imago arcus g q r
concaui

concaui ex parte ſpeculi. Comprehendet ergo uiſus in puncto z exiſtens formam arcus g q r concaui lineam concauam. Et hoc eſt propoſitum.

56. In ſpeculis ſphæricis concauis comprehendet uiſus ex quibuſdam ſitibus lineæ rectæ imagines quatuor curuas: lineæq́; curuæ, cuius conuexitas eſt ad ſpeculum, imaginem comprehendit curuam: omniumq́; harum imaginum concauitas reſpiciens eſt ad uiſum. Alhazen 47 n 6.

Sit ſpeculum ſphęricum concauum, in quo ſit circulus maximus, qui a b d: cuius centrum g: & extrahatur à centro g ſemidiameter g b, utcunq; contingit: quę diuidatur per inęqualia in puncto t taliter, ut linea g t ſit maior medietate lineę b g: & à puncto t ducatur linea t z perpendiculariter ſup lineam g b per 11 p 1: & producatur linea z t ultra pũctũ t ad punctũ e: fiantq; lineę z t & e t utręq; æquales lineę t g per 3 p 1: & ducantur lineæ g e & g z: & trigono e g z circumſcribatur circulus per 5 p 4: eritq; centrum illius circuli punctus t per 9 p 3. Et quia linea t g maior eſt quã linea t b: palàm quoniam ille circulus ſecabit circulum a b d: in duobus ergo pũctis illum ſecabit per 10 p 3: ſint itaq; illa duo puncta a & d. Ducantur quoque lineæ g a, g d, e a, e b, e d, z a, z b, z d. Quia ergo duæ lineæ e t & t z ſunt æquales, & anguli ad punctum t ſunt recti, & linea t g communis: erunt per 4 p 1 duę lineę e g & z g æquales: & ſimiliter per eandem 4 p 1 duæ lineæ e b & z b ſunt æquales: ergo per 28 p 3 duo arcus e g & g z ſunt æquales: ergo per 27 p 3 angulus e a g eſt æqualis angulo g a z: & angulus e d g æqualis eſt angulo g d z: & angulus e b g æqualis angulo g b z: quoniam omnes illi anguli cadunt in eoſdem arcus. Forma ergo puncti z reflectitur ad punctum e à punctis ſpeculi a & d & b, uel econuerſo per 20 th. 5 huius. Et quia linea g t eſt maior quàm linea t b: duæ uerò lineæ e b & z e ad inuicem, & duę lineę e g & z g adinuicem ſunt æquales per 4 p 11: palàm per 47 p 1 quoniam linea g e eſt maior quàm linea b e. Quadratum enim lineæ g e ualet ambo quadrata linearum g t & t e, & quadratum lineæ e b ualet ambo quadrata linearum e t & t b: ablato ergo quadrato lineæ t e communi, relinquitur quadratum lineę g e maius quadrato lineæ e b: quoniam linea g t eſt maior quàm linea t b. Ergo linea g e eſt maior quàm linea e b in trigono g ę b, &, ut patet per 18 p 1, angulus g b e eſt maior angulo e g b: ſed angulus e g b eſt medietas unius recti per 5 & per 32 p 1: duo ergo anguli, qui b g e & e b g, ſimul ſumpti ſunt maiores recto: ergo angulus b e g eſt minor recto per 32 p 1: ſed angulus e g z eſt rectus per 31 p 3: & ideo quoniam anguli e g t & t g z ſunt duę medietates unius recti: ergo per 14 th. 1 huius duæ lineæ e b & g z productę concurrent extra circulum: ſit earũ concurſus pũctus l. Et quia linea e d eſt intra triangulum l e g: palàm quoniam ipſa producta concurret cum linea g l per 29 th. 1 huius: concurrant ergo in puncto m. Et quia linea g b tranſit per punctum t, quod eſt centrum circuli e g z: linea uerò a g ducitur extra illam à centro ad peripheriá: palá quia portio a e g eſt minor ſemicirculo: ergo p 31 p 3 angulus a e g eſt obtuſus, & angulus e g z eſt rectus: ergo per 14 th. 1 huius illæ duę lineæ a e & z g concurrent in partem lineæ e g: concurrant ergo in puncto f. Si itaq; uiſus fuerit in puncto e, & punctus z in aliquo uiſibili: tunc tria puncta m, l, f erunt imagines puncti z. Sic ergo punctus z comprehenditur in tribus locis: quoniam à tribus pũctis ſpeculi, quæ ſunt a, b, d fit reflexio formæ puncti ipſius z ad uiſum e. Item protrahatur à pũcto e linea ſuper arcum d z, utcunq; contingat, quæ ſit linea e k: & ducatur linea g k, quæ ſecet arcum d z in puncto k: & ducatur linea z k. Quia ergo arcus e g & g z ſunt æquales: erunt duo anguli e k g & g k z æquales per 27 p 3: producaturq́; linea g k ad circumferentiam circuli a b d: incidatq; in punctũ r: & ducantur lineę e r & z r. Et quoniam angulus e k g eſt æqualis angulo g k z, erit angulus e k r æqualis angulo z k r per 13 p 1: erit ergo angulus e r k maior angulo k r z. Si enim ſit æqualis: tunc per 32 p 1 & 4 p 6 ſequitur lineam e k æqualem eſſe lineæ z k, & arcũ z k ęqualẽ eſſe arcui e a k: quod eſt contra præmiſſa: eſt enim arcus e a ęqualis arcui d z. Quòd ſi angulus e r k ſit minor angulo z r k: erit ergo ex pręmiſsis angulus r e k maior angulo k z r: reſecetur ergo angulus r e k ad ęqualitatẽ anguli r z k p 27 th. 1 huius: & ſequetur idẽ impoſsibile qđ prius, ꝓducta illa linea ad lineá r k: reſtat ergo ut angulus e r g ſit maior angulo g r z. Fiat ergo p 23 p 1 ſup pũctũ r terminũ lineę g r angulus g r n



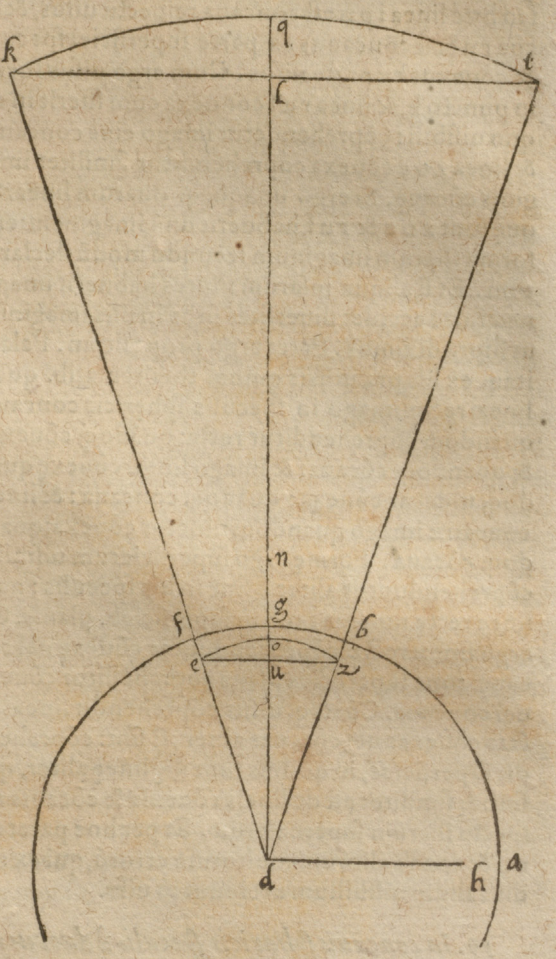
æqualis

æqualis angulo e r g: cadetq́; punctus n in lineam z m per 29 th.1 huius: duæ ergo lineę e r & r n à pũcto speculi (quod est r) reflectentur ad se inuicem per 20 th. 5 huius, propter æqualitatem angulorũ ad punctum r. Producatur quoq; linea e r ad lineam g m: concurret autem cum illa per 14 th.1 huius: sitq́; punctus concursus q: erit ergo punctus q imago formæ puncti n, respectu uisus e. Imaginemur ergo superficiem exeuntem à linea m g f, quæ sit perpendiculariter erecta super superficiem circuli a b d: & extrahatur à puncto z linea in hac superficie, quæ sit perpendicularis super lineam g z: & transeat in utranque partem superficiei circuli a b d: sitq́; linea c z p. Posito itaque puncto g centro circuli fiat arcus circuli secundum quantitatem lineæ g n, qui sit c n p: secans lineam c z p in duobus punctis c & p: & producantur lineę g c & g p: erunt ergo istę lineæ in superficie perpendiculari super superficiem a b d per 2 p 11. Producantur item lineę g c & g p ultra puncta c & p extra speculum: & super centrum g secundum longitudinem lineę g q in superficie transeunte lineam m g f, secante circulum, in qua sunt lineæ g c & g p, fiat arcus circuli. Hic ergo iterum secabit duas lineas g c & g p productas: secet ergo lineam g c in puncto s, & lineam g p in puncto o. Quia ergo superficies circuli a b d est perpendiculariter erecta super superficiem duarum linearũ g c & g p: palàm per definitionem quoniam duo anguli e g s & e g o erunt recti: linea ergo e g erit erecta super superficiẽ g c p: ergo per 18 p 11 erit utraq; superficierum, quæ sunt e g s & e g o, perpendicularis super superficiẽ s g o, & utraque istarum superficierum facit in speculo circulum magnum comparem circulo a b d per 69 th.1 huius: punctum ergo circuli, quem facit superficies e g s, quod est compar puncto circuli a b d scilicet puncto r, eundem habet situm respectu centri ipsius speculi, quod est g, & respectu uisus, qui est in puncto e, quem habet punctum r. Concurrunt ergo ex ipso secundum angulos ęquales duę lineę inter duo puncta e & c: & similiter accidit inter duo pũcta e & p: & lineæ g c & g p sunt æquales per definitionem circuli: & similiter lineæ g s, g q, g o sunt æquales per definitionem circuli: & punctus q est imago puncti n: & punctus s est imago puncti c: & punctus o est imago puncti p. Imago ergo arcus c n p conuexi ex parte speculi est arcus s q o concauus ex parte uisus: & punctus l est imago formæ puncti z: & duo puncta s & o sunt imagines formarum duorum punctorum c & p: imago ergo lineę rectæ, quę est c z p, est linea curua, transiens per tria puncta s, l, o: hęc autem linea s l o est concaua ex parte uisus. Ducatur itaque linea transiens per puncta s, l, o: & extrahatur linea e g ad circumferentiam circuli a b d in punctum h. Si ergo speculum non peruenit ad duo puncta b & h, sed alter duorum suorum terminorum fuerit inter duo puncta b & d, & reliquus fuerit infra punctum h, & uisus fuerit in puncto e, & duę lineę p z c recta, & p n c conuexa ex parte speculi, fuerint in aliquo uisibili: tunc forma lineæ p z c rectę apparebit concaua, scilicet s l o: & forma lineę p n c conuexæ respectu speculi erit concaua uisui occurrẽs, scilicet s q o. Et forma lineę p z c unã tantũ habebit imaginẽ: & arcus p n c tantũ unã. Item producatur linea b g ultra punctũ g ad aliã partẽ peripherię circuli ad punctũ i: & producantur lineę e i & e z: erit ergo ex pręmissis, & per 4 p 1 angulus b i e ęqualis angulo b i z: ergo p 20 th.5 huius reflectetur forma pũcti z ad uisum in punctum e à puncto speculi, quod est i: & linea e i secabit lineã f g: secet ergo in puncto u: eritq́; punctus u imago formę pũcti z reflexæ à pũcto speculi, quod est i. Pũcta ergo quatuor, quę sunt m, l, u, f sunt loca imaginũ formæ puncti z. Et si speculũ excesserit duo puncta a & d, & uisus fuerit in pũcto e, & dorsum aspicientis fuerit ex parte arcus a i, & uisus cõprehenderit totum arcũ i d a: tunc punctũ z uidebitur in quatuor locis, scilicet in punctis m, l, u, f: & uidebuntur duo puncta lineę rectæ p z c uel arcus p c in duobus punctis s & o: & sic linea recta p z c habebit quatuor imagines concauas: & una transit p puncta s, m, o: & secunda pertransit puncta s, l, o: tertia pertrãsit pũcta s, u, o: & quarta pertrãsit puncta s, f, o scilicet lineam s f o. In his tamen omnib. imaginibus semper cõcauitas imaginis respicit uisum. Patet ergo propositum. Patet quoq; quòd imagines eiusdem lineę rectę, ut patet nunc in linea p z c, fiunt diuersę curuitatis maioris & minoris: & fit principium formæ monstruosæ.

57. In speculis sphæricis concauis uisus in quibusdam sitibus comprehendet lineæ rectæ imaginem conuexam, conuexitate uisum respiciente. Alhazen 49 n 6.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui, qui a b g: cuius centrum d: & ducatur semidiameter d g, ut contingit: in qua situetur linea recta, quæ sit o u: & sit punctum o remotius à centro speculi d, & u propinquius illi: & super hanc semidiametrum d g ducatur perpendiculariter linea, quæ sit d h: in cuius puncto h sit centrũ uisus: & sit linea h d erecta super superficiem circuli a b g: sitq́; linea h d minor semidiametro speculi secundũ dispositionẽ lineę h d, quę assumpta fuit in 43 huius, ad cuius modum & cętera referuntur: reflectaturq́; forma puncti o, quod est remotius à cẽtro speculi, ad uisum in punctũ h à puncto speculi b: sitq́; locus imaginis pũctus q: & producatur semidiameter d g in punctum q, ut sit linea d q: reflectaturq́; forma puncti u ad uisum existentẽ in puncto h à puncto speculi, quod est f: & locus imaginis eius sit punctum n. Et quia puncta o & u sunt in semidiametro d g: erũt loca imaginũ, quę sint puncta q & n, in eadem semidiametro producta, quæ erit linea d u o n q: sitq́; quantitas linearũ d q, d u, d n, d o illis omnino ęqualis, quę sunt assumptę in 43 huius: & erit linea h d perpendicularis super lineam d q, ut patet ex præmissis: est enim ipsa perpendicularis super superficiem circuli: estq́; linea d h æqualis illi lineæ d h, quæ in figura 43 huius. Angulus ergo h d q est rectus: eritq́; communis sectio superficiei planæ, in qua sunt lineę h d & d q, & superficiei speculi circulus, cuius arcus interiacens lineas d h & d q per 20 huius est arcus, ex quo fit reflexio formarum, quarum imagines sunt in punctis q & n: & erit arcus ille æqualis arcui a g assumpto in 43 huius:

huius: & ex duobus punctis illius arcus similibus duobus punctis b & f in 43 huius fit ab hoc arcu illa reflexio formarum duorum punctorum, quæ sunt u & o: erit ergo q imago puncti o, & n imago puncti u. Ducatur ergo à puncto u in superficie circuli a b g recta perpendicularis super lineam d u: quæ sit z u e: & à centro d secundum longitudinē semidiametri d o fiat circulus: hic ergo circulus secabit lineā z u e in duobus pūctis per 2 p 3: secet ergo in punctis z & e: fiatq; arcus circuli secundum quantitatem lineæ d q à centro d: & ducantur à cētro speculi d lineæ d z, d e: & producātur extra speculum ad arcum circuli descripti à centro d secundum quantitatem semidiametri d q: & sint d t, d k: & ducatur linea t k: secetq; lineam d q in puncto l. Quia ergo linea h d est perpendicularis super superficiem circuli, palàm per definitionem lineæ erectæ quoniam uterque angulus h d t, h d k est rectus: & utraq; superficies h d t & h d k in superficie speculi continet arcū interiacentē lineas h d & d t, & lineas h d & d k per 69 th. 1 huius: quorū arcuū quilibet est ęqualis arcui, qui est inter duas lineas h d & d q: & utraq; linearum d z & d e est ęqualis lineæ d o: quoniā omnes sunt semidiametri eiusdē circuli. Illi ergo duo arcus sunt huiusmodi, quòd ex illis posibile est fieri reflexionē formarū duorum punctorum, quæ sunt z & e, ab aliquibus punctis illorum arcuum, ut patet per 20 huius. Interiacent enim illi arcus semidiametros speculi, in quibus consistunt centrum uisus, quod est in puncto h, & puncta, quorum formæ reflectūtur, quæ sunt e & z: incidentq; formæ eorum illis punctis illorū arcuum, & reflectentur ad uisum in punctum h secundum angulos ęquales à duobus punctis speculi: & duę lineæ d t & d k sunt æquales lineę d q: ergo punctum t est locus imaginis puncti z, & punctum k est locus imaginis puncti e. Et quia lineæ

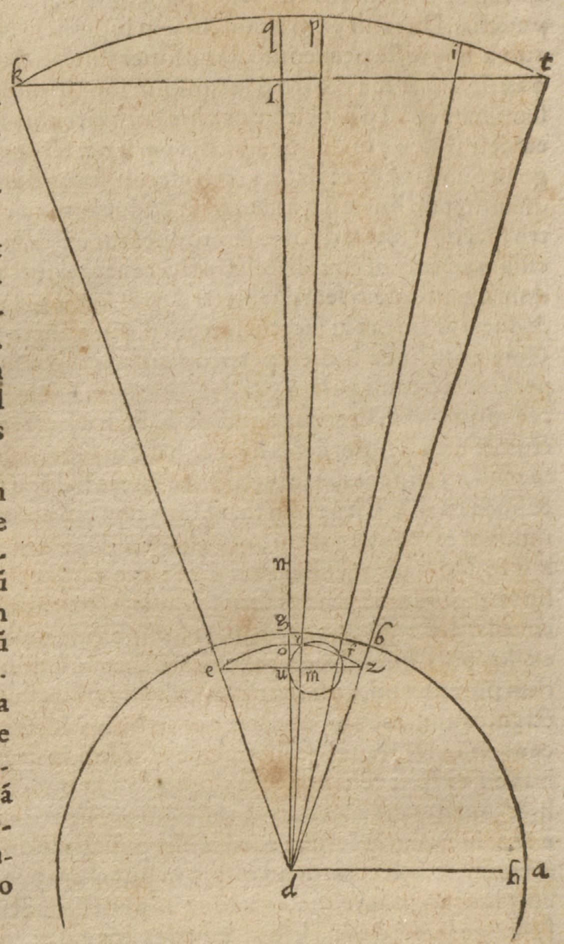


d t, d q, d k sunt æquales, & lineę d z, d o, d e æquales, erit per 7 p 5 proportio lineæ d t ad lineā d z, sicut lineæ d q ad lineam d o, & sicut lineæ k d ad lineam d e: sed per 43 huius proportio lineę d q ad lineam d o est maior proportione lineę d n ad lineam d u: ergo similiter proportio lineę k d ad lineā d e est maior proportione lineę n d ad lineā d u: & similiter proportio lineę d t ad lineam d z est maior proportione lineæ d n ad lineam d u. Et quia duę lineę d e & z d sunt æquales, & duæ lineæ d t & d k sunt æquales: erit per 7 p 5 proportio lineę d t ad lineā d z, sicut lineę d k ad lineā d e: ergo per 17 p 5 erit proportio lineæ t z ad lineam z d, sicut lineæ k e ad lineam d e: ergo per 2 p 6 linea t k est ęquidistans lineę e z: erit ergo per eandem 2 p 6 & per 18 p 5 proportio lineę l d ad lineam d u, sicut lineę d k ad lineam d e, & sicut lineę d t ad lineam d z: proportio ergo lineę l d ad lineā d u est maior proportione lineę n d ad lineam d u: ergo per 10 p 5 linea l d est maior quàm linea n d: ergo punctus n est inter puncta l & u: sed punctus n est imago puncti u: & duo puncta t & k sunt imagines duorū punctorū z & e: ergo imago lineę z u e rectæ est linea transiens per tria puncta t, n, k: linea uerò pertransiens hæc puncta est conuexa. Patet ergo quòd imago lineę z e rectę uidebitur in hoc situ conuexa. Et hoc est propositum.

58. In quibusdam sitibus reflexione facta à speculis sphæricis concauis, uisus comprehendet imaginem concauam reflexam ex linea concaua uel conuexa. Alhazen 50 n 6.

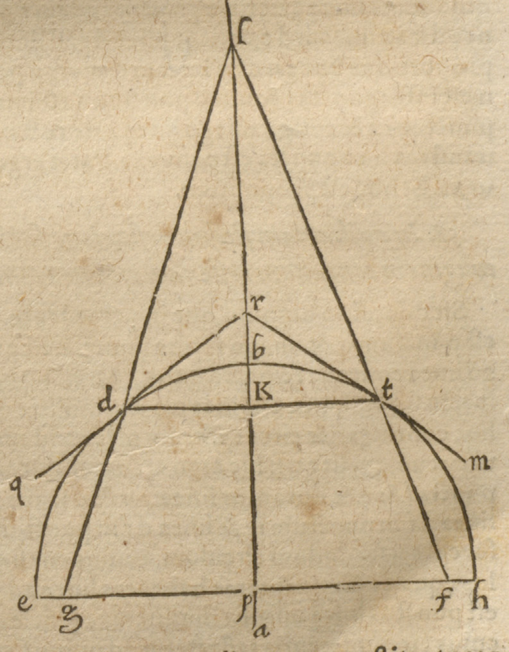
Sit dispositio omnino, quę in pręcedente. Quia itaq;, ut patet in præmissa, imago formæ puncti o est punctum q, & imago formę puncti z est punctum t, & imago formæ puncti e est punctū k: erit ergo linea concaua respectu uisus, quæ est t q k, imago lineę curuę respectu uisus, conuexę tamen respectu speculi, quæ est linea z o e. Similiter quoq;, si in linea z u signetur punctum m, qualitercunq; hoc contingat: & circa centrum m secundum longitudinē semidiametri m u describatur arcus parui circuli, qui sit r u f: hic ergo arcus secabit circulum z o e in duobus punctis per 10 p 3: sint illa duo puncta f & r: & ducantur lineæ d r & d f: quę protrahantur usque ad arcum t q k eductum: incidatq; linea d f in punctum i, & linea d r in punctum p. Superficies ergo duarum linearū h d & d p secabit speculum secundum circulum, à cuius circumferentię puncto aliquo duci poterunt secundū angulos ęquales & ęqualiter se habentes lineę ad punctum h, in quo est centrū uisus, & ad punctū r, qui est punctus lineę uisæ. Et similiter superficies duarum linearum h d & d i faciet in speculo circulū, à cuius circumferentia reflectetur ad uisum forma puncti f arcus r u f. Est ergo punctus p imago formæ pun-

mæ puncti r: & punctus i imago formæ puncti f: & punctus n est imago formæ puncti u. Imago itaque arcus r u f est linea transiens per puncta i p n: sed hæc linea i p n est concaua respectu uisus, & arcus r u f est concauus ex parte superficiei speculi, & cõuexus ex parte uisus. Cum ergo uisus fuerit in puncto h, & linea r u f conuexa cum fuerit in aliquo uisibili: cõprehendetur imago eius concaua: & linea z o e cõuexa cõprehenditur similiter imaginis cõcauę. Si ergo unaquęq; duarum linearũ, quę sunt z o e & r u f, habuerit unã imaginem: erit forma illarum imaginum secundũ modũ declaratum. Et si aliqua ipsarum plures habuerit imagines: fortè accidet diuersitas situs in illis imaginib. ut suprà diximus. Patet ergo propositum. Palàm itaq; ex his præmissis quinq; theorematib. quòd lineæ rectę imago in speculis sphęricis concauis quandoq; cõprehenditur recta: quãdoq; cõuexa: & quandoq; cõcaua: & imago lineæ cõuexę quandoq; uidetur cõuexa: quãdoq; concaua: & lineæ concauæ imago quandoq; uidetur cõuexa: quandoq; cõcaua. Formę ergo superficierum uisibiliũ cõprehenduntur aliter q̃ sint in his speculis: nam lineę rectę non sunt, nisi in superficieb. planis. Cũ ergo lineæ rectæ cõprehenduntur cõuexę uel cõcauę: tunc superficies plana cõprehẽditur cõuexa uel concaua. Cũ itaq; uisus cõprehendit lineas rectas cõuexas uel cõcauas aliter, q̃ sint: cõprehendit superficies, in quibus sunt illę lineę aliter, quã sint: & similiter est de lineis cõuexis & cõcauis respectu illarum superficierum. Et per hoc patet ratio & caussa aliorum multorum errorũ, qui ex modis talium uisibilium accidunt in uisu.



59. In concauis sphæricis speculis à duobus uidentibus secundum aliquem situm res una uisa unum habebit idolum, secundum alium uerò plura.

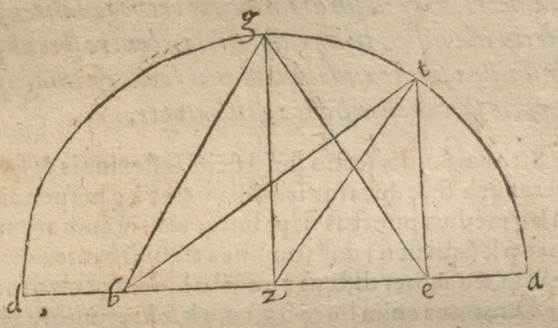
Sit speculum sphæricum concauum: cuius cõmunis sectio cum superficie reflexionis sit circulus e b h: cuius diameter sit e h: centrum uerò p: & ducatur linea a b perpendiculariter super superficiẽ speculi. Palàm ergo per 72 th. 1 huius quoniam ipsa transit per centrum speculi, quod est punctum p: & producatur ultra speculum: sitq; a b l, secans diametrum e h perpendiculariter in centro p: & in diametro e h signentur duo puncta æqualiter distantia à cẽtro p: quæ sint g & f: erit ergo linea g p æqualis lineæ p f. Et à punctis g & f ducãtur duę lineę ad circumferentiam æquales, quę angulos acutos cõtineant cum diametro e h, respectu centri p, & lineæ a p b: quod fiet auxilio 33 p 3, si ex utraq; parte pũcti b arcus æquales abscindantur parui, quorũ chordę sint minores quàm lineæ g p & p f, qui sint arcus d b, t b: & ad puncta t & d ducantur lineę, quę sint g d & f t. Et quiá arcus b t & b d sunt æquales, & arcus b h & b e ęquales, remanent arcus t h & d e ęquales: eruntq; anguli portionis, qui sunt g d e & f t h, inter se æquales per 43 th. 1 huius. Et à puncto d ducatur linea contingens circulum per 17 p 3, quæ sit d q: & similiter à puncto t ducatur linea circulum contingens, quæ sit t m: producanturq; illę lineę contingentes ad diametrum a l, & concurrent in puncto uno per 59 th. 1 huius: sit concursus punctus r. Et quoniam per 16 p 3 anguli contingentiæ, qui sunt q d e & m t h sunt æquales, & anguli portionis, qui sunt g d e & f t h, sunt æquales: erit totus angulus q d g æqualis toti angulo m t f. Super punctum itaq; d terminum lineę r d cõstituatur angulus æqualis angulo q d g per 23 p 1, qui sit r d k: linea quoque d k producta concurret cum linea a b per 14 th. 1 huius: sit concursus punctus k: & super punctum t terminum lineæ r t cõstituatur angulus



gulus æqualis angulo r d k, qui sit r t k: concurrent enim illæ lineæ ambæ in uno puncto diametri, quod est k: quia cum angulus r t k sit æqualis angulo r d k per præmissa, & angulus k r t sit æqualis angulo k r d per 59 th. 1 huius: trigoni ergo d k r & t k r sunt æquianguli per 32 p 1: ergo per 4 p 6 latera illorum trigonorum sunt proportionalia. Sed linea r t æqualis est lineæ d r per 58 th. 1 huius: erit ergo linea k r æqualis sibijpsi: concurrent ergo lineæ d k & t k in puncto uno diametri b p, quod est k. Positis itaq; duobus oculis diuersorũ uidentiũ in punctis g & f, & puncto rei uisę in puncto k: tũc forma pũcti k uidebitur ab utroq; uisuũ reflexa à duobus pũctis speculi d & t. Sed & idolũ eius uidebitur unũ & in eodẽ loco. Producãtur enim lineę g d & f t extra circulũ: cõcurrẽt itaq; ambę cũ diametro a b producta p 14 th. 1 huius: quoniá anguli g p b & f p b sunt recti, & anguli p g d & p f t acuti, ut patet ex pręmissis: cõcurrat ergo linea g d cũ linea a b in puncto l. Dico quòd linea f t cõcurret cũ eadem linea a b in eodẽ puncto l. Cum enim angulus q d g sit æqualis angulo f t m, ut suprà patuit, & angulus r d l sit æqualis angulo g d q per 15 p 1, & angulus r t l æqualis angulo f t m: erit angulus r d l æqualis angulo r t l: sed & angulus t r b est æqualis angulo b r d per 59 th. 1 huius: ergo per 13 p 1 angulus t r l est æqualis angulo d r l: ergo per 32 p 1 trigoni t r l & d r l sunt æquianguli. Ergo cũ linea t r sit æqualis lineæ r d per 58 th. 1 huius: erit per 4 p 6 linea r l æqualis sibijpsi, & linea t l æqualis lineæ d l. In uno ergo puncto diametri a b l concurrent lineæ t l & d l: & hoc est punctum l. Patet ergo cum per 37 th. 5 huius punctus l sit locus imaginis formæ puncti rei uisæ, qui est k, quòd ambobus uisibus uni existenti in puncto g, & alij in puncto f unica tantùm occurrit imago: uisibus uerò permutatis ab hoc situ, plures occurrunt imagines. Et hoc est propositum. Quandocunq; tamen aliquid in his speculis percipitur duplici uisu, si linea reflexionis æquidistãs fuerit catheto incidentiæ: erit locus imaginis ipse punctus reflexionis per 11 huius: & cum distant à se puncta reflexionis, respectu amborũ uisuum: apparebunt uisibus duæ imagines eiusdem puncti, & locus cuiusq; imaginis est in ipso puncto suæ reflexionis. Si uerò linea reflexionis non sit æquidistãs catheto incidentiæ, & punctus rei uisæ tantùm distet ab uno uisu, quantùm ab altero: uel sit modica differentia distantiæ, si locus imaginis fuerit in ipsa superficie uisus: duæ adhuc imagines uidebuntur: aliàs autẽ ut plurimùm locus imaginis respectu utriusq; uisus erit idem, aut modicùm distans: unde aut tantùm una uidebitur imago, aut penè una.

60. In una diametro speculi sphærici concaui positis ambobus oculis æqualiter à centro speculi distantibus, neuter uidebitur oculorum. Euclides 27 th. catoptr.

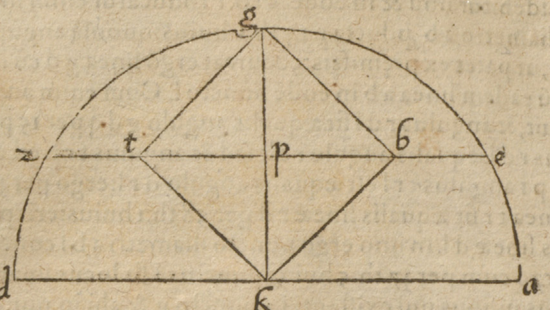
Sit speculum concauum sphæricum a t g d: cuius centrum z: & diameter a d: sintq; duo oculi b & e constituti in diametro a d, æqualiter distantes à centro z. Dico quòd neuter oculorum uidebitur. Ducatur enim semidiameter z g perpendiculariter super diametrum a d: & ducantur lineæ b g & e g. Quia ergo in trigonis e z g & b z g latus e z est ęquale lateri z b ex hypothesi, & latus z g commune: anguli quoq; e z g & b z g sunt æquales, quia sunt ambo recti: erit per 4 p 1 angulus b g z æqualis angulo e g z. Forma ergo puncti b reflectitur ad punctum e à puncto g speculi, & econuerso per 20 th. 5 huius. Sed neq; possibile est ab alio puncto speculi formam puncti b ad punctum e reflecti. Sit enim, ut fuerit id datũ esse possibile, ut forma puncti b reflectatur ad punctum e à puncto alio speculi, quod sit t: & ducantur



lineæ b t, t e, t z: linea ergo t z diuidit angulum b t e per duo æqualia per 20 th. 5 huius: erit ergo per 3 p 6 proportio lineæ b t ad lineam t e, sicut lineæ b z ad lineam e z: sed linea b t est maior quàm linea b g per 7 p 3: linea uerò b g est æqualis lineæ e g, ut patuit superius: linea uerò e g est maior quàm linea t e per 7 p 3: erit ergo linea b t maior quàm linea e t: ergo linea b z maior erit quàm linea e z: quod est contra hypothesim & impossibile. Et eodem modo de quolibet puncto semicirculi a g d potest demonstrari. Non ergo reflectitur forma puncti b ad punctum e ab alio speculi puncto quàm à puncto g. Non ergo uidebit oculus b oculum e: ideo quia linea reflexionis, quæ est b g, non concurrit cum catheto e z ducta à puncto e per centrum speculi z, nisi in puncto b: & linea reflexionis, quæ est e g, non concurrit cum catheto b z, nisi in puncto e. Locus itaq; imaginis e est punctus b: sed b est simile ipsi e in forma, & e ipsi b. Non ergo cõprehenditur aliqua distantia, quæ sit caussa diuersitatis inter illos uisus. Non ergo unus uisus percipiet formam alterius in seipso existentis, sed æstimabit formam propriam se uidere. Non ergo unus oculus taliter dispositus uisibus alium oculum uidebit: & hoc est propositum. Aliæ tamen partes corporis circumstantes centrum uisus poterunt uideri: quarum catheti incidentiæ cum lineis suarum reflexionum concurrunt: siue ille concursus sit in superficie uisus uel in alijs punctis quibuscunq;: & circa hæc multa diuersitas uisibus occurrit.

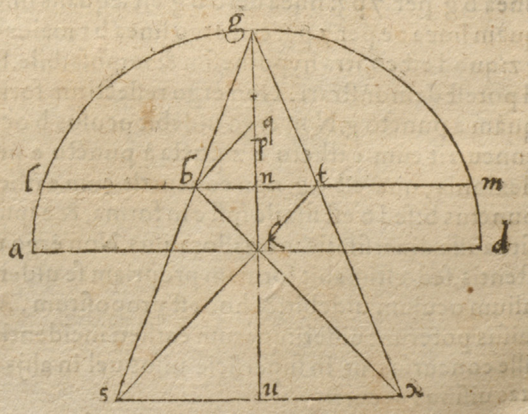
61. Si in linea à puncto medio semidiametri super diametrũ speculi sphærici concaui perpendiculariter erectæ ducta æquidistanter diametro ambo ponantur oculi, æqualiter distãtes à centro speculi: imago una tantùm oculi apparebit in puncto reflexionis. Euclides 28 th. catoptr.

Sit speculum sphæricum concauum a g d: cuius centrum k: & diameter a d: ducaturq; semidiameter k g perpendiculariter super diametrum a d: & à medio puncto semidiametri k g ducatur linea æquidistans diametro a d: & in hac positi sint uisus ambo æqualiter distantes à centro k. Dico quòd amborum oculorũ una tantùm imago, in uno scilicet puncto reflexionis uidebitur. Sit enim ut à puncto p (quod sit medius punctus lineę k g per 10 p 1) ducatur linea æquidistans diametro a d per 31 p 1, quæ sit e z: & sint in illa perpẽdiculari e z positi ambo oculi, qui sint b & t, æqualiter distantes à centro k, & à linea k g: erunt ergo lineæ b p & t p æquales: ducanturq; lineæ b g, t g, b k, t k: ergo per 4 p 1 linea p g existente communi ambobus trigonis b p g & t p g, cum anguli b p g & t p g sint recti: erit angulus b g p ęqualis angulo t g p. Reflectetur ergo forma puncti b ad punctũ t à puncto speculi g: & econuerso. Et quia linea k p est ęqualis lineę p g, quoniam punctus p est medius punctus lineæ k g, & lineæ b p & t p sunt æquales: angulus quoq; k p t est æqualis angulo b p g per 15 p 1: ergo per 4 p 1 angulus t k p est æqualis angulo b g p: ergo per 27 p 1 linea t k æquidistat lineæ b g: sed linea t k est cathetus puncti t, & linea b g est linea reflexionis: nunquam ergo concurrent: ergo per 11 huius non uidebitur forma puncti t, qui est unus oculorum ab alio oculo, qui est b: neq; econuerso per eandem rationem, nisi in puncto g, qui est punctus reflexionis. Linea enim b g, quæ est linea reflexionis formę puncti t ad uisum b, non concurrit cum catheto incidentiæ formę puncti t, quę est linea t k. Quilibet ergo oculorum uidebit alterum in uno tantùm puncto reflexionis. Imago ergo amborum oculorũ erit tantùm una: & sic unus tantùm oculus apparebit. Et quoniam reliqua pars faciei uidentis offertur ambobus uisibus retro uisus) quia ad illam partem catheti incidentię cum lineis reflexionum concurrunt, ut patet intuenti. Si enim lineę b k & t g caderent inter lineas concurrentes: tunc & ipsæ concurrerent: quod est imposibile: cum sint æquidistantes: concurrent ergo retro ambos uisus illę lineę) ergo per 37 th. 5 huius apparebit tunc facies uidentis monocula ad modum picturę cyclopis, eritq; oculus ultra faciem prominens: quoniam nõ uidetur, nisi in puncto reflexionis per 11 huius. Patet ergo propositum.



62. Si à puncto propinquiori diametro speculi sphærici concaui quàm medius punctus semidiametri super illam diametrum orthogonaliter producta linea æquidistãs diametro producatur: in illa uisus, in æquidistantia à centro speculi positi retro se apparebũt: dextra pars dextra, & sinistra sinistra: idolum maius facie: & imago plus distabit à uisu quàm facies uidentis à superficie speculi. Euclides 29 th. catoptr.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui circulus a g d: cuius diameter sit a d: & ducatur semidiameter k g perpendiculariter super diametrũ a d: cuius semidiametri k g medius punctus sit p: sintq; centra amborum uisuum puncta b & t. Si ergo ab aliquo puncto lineę p k (qui sit n) ducatur linea æquidistanter diametro a d: quę sit l m: & uisus b & t positi in linea l m, æqualiter distent à puncto n, uel à centro speculi, quod est k: dico quod accidet, ut proponitur. Ducantur enim lineę b g, t g, b k, t k: eruntq; ex hypothesi & per 4 p 1 anguli b g n & t g n æquales: ergo à puncto g reflectentur uisus adinuicem mutuò per 20 th. 5 huius: sed linea n g est maior quàm linea n k: resecetur ergo per 3 p 1 linea n g ad æqualitatem lineę n k in puncto q: & ducatur linea b q: erit ergo per 15 & 4 p 1 angulus b q n æqualis angulo t k n: sed angulus b q n est maior angulo b g q per 16 p 1: ergo angulus t k n est maior angulo b g q: ergo per 14 th. 1 huius lineę t k & g b concurrent retro uisum b: cõcurrant ergo in puncto s. Est aũt linea t k cathetus puncti t, & linea g b linea reflexionis. Videbitur ergo forma puncti g retro uisum b. Et similiter per eadem penitus uidebitur forma puncti b retro uisum t: quia lineæ b k & g t concurrent, ut præostensum est per 14 th. 1 huius: sit, ut concurrant in puncto x: & ducatur linea s x. Et quoniam linea s x est maior quàm linea b t: ideò quòd in triangulo s g t angulus s t g, ut patet ex præmissis, est æqualis angulo x b g trigoni x g b, & angulus s g x cõmunis: erunt ergo per 32 p 1 trianguli illi s t g & x b g ęquiãguli: est ergo p 4 p 6 proportio lineę x g ad lineã g s, sicut lineæ b g ad lineã g t: sed linea b g est æqualis lineę g t: ergo linea x g est æqualis

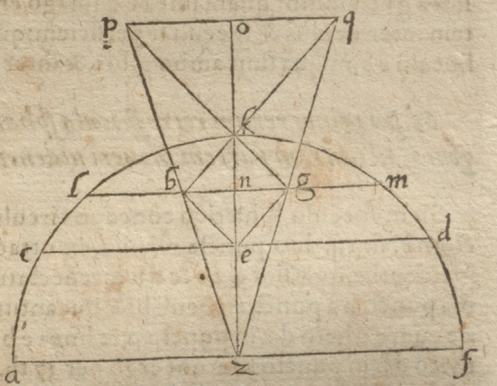


est æqualis lineæ g s, & linea x b æqualis lineæ s t: ergo per 7 p 5 erit proportio lineæ x g ad lineam g t, sicut lineæ s g ad lineam g b: ergo per 17 p 5 erit proportio lineæ x t ad lineam t g, sicut lineæ s b ad lineam b g. In trigono ergo s g x per 2 p 6 linea b t æquidistat lineæ s x: est igitur per 4 p 6 proportio lineæ s x ad lineam b t, sicut lineæ x g ad lineam g t: sed linea x g maior est quàm linea g t: ergo linea s x maior est quàm linea b c. Imago ergo erit facie maior: quoniam linea s x est diameter imaginis, & linea b t pars diametri faciei: scilicet linea continens distantiam oculorum. Item linea g k producta secat lineam s x per 29 th. 1 huius: secat enim angulum s g x: secet ergo in puncto u. Quia itaq; in trigono s u g linea b n æquidistat basi s u: patet per 4 p 6 & 17 p 5 quia est proportio lineæ u n ad lineam n g, sicut lineæ s u ad lineam b n: sed linea s u est maior quàm linea b n per 4 p 6: quoniam linea u g est maior quàm linea n g: erit ergo linea u n maior quàm linea n g: sed linea u n est distantia imaginis à uisu, & linea n g est distantia uisus à speculi superficie. Patet ergo propositum.

6t

63. Si à puncto remotiori à diametro speculi sphærici concaui quàm medius punctus semidiametri orthogonaliter super illam semidiametrum producta, linea æquidistans diametro producatur, uisibus æquidistanter à centro speculi in linea illa positis, dextra apparent sinistra, & sinistra dextra: & imago uidentis maior facie: maiorq; erit distantia imaginis à speculo quàm faciei uidentis. Euclides altera parte 28 th. catoptr.

Esto speculum sphæricum concauum, cuius superficiei & superficiei reflexionis communis sectio sit circulus a k f: cuius centrum z: & diameter a f: & à centro z ducatur perpendicularis super diametrum a f, semidiameter z k: quæ diuidatur per æqualia in puncto e: & à puncto e ducatur æquidistans diametro a f, linea c d: diuidatur quoq; linea e k per æqualia in puncto n: & à puncto n lineæ e k ducatur linea æquidistans lineæ a f, quæ sit l m: in hac itaq; linea l m ponantur uisus æqualiter distantes à centro z: dico quòd uerum est, quod proponitur. Sint enim uisus b & g dispositi in linea l m, ut proponitur: erunt ergo, ut in præmissa propositione, anguli b k n & g k n æquales per 4 p 1: reflectentur ergo uisus b & g ad se inuicem mutuò à puncto k. Ducantur quoq; lineæ b e & g e: & erit per 4 p 1 angulus b e n æqualis angulo b k n: sed angulus b e n per 16 p 1 est maior angulo b z e: ergo angulus b k z maior est angulo b z k: ergo & maior est angulo k z g: ergo per 14 th. 1 huius lineæ b k & z g concurrent: sit concursus punctus q: sed & per eandem lineæ g k & z b concurrent: sit concursus punctus p. Cum itaq; linea g k sit linea reflexionis formæ puncti b à puncto speculi k, & linea z b sit cathetus incidentiæ: erit ergo per 37 th. 5 huius punctus p imago formæ puncti b: & similiter erit punctus q imago formæ puncti g. Ducatur ergo linea p q: & hæc erit imago lineæ b g. Videbitur ergo dextrum sinistrum, & sinistrum dextrum, propter intersectionē linearū reflexionis b q & g p, ut patet per 53 huius. Itē per 4 p 1 linea z b est æqualis lineæ z g: ergo per 5 p 1 angulus z b n est æqualis angulo z g n, & angulus p b g est æqualis angulo q g b: sed angulus n b k æqualis est angulo n g k: relinquitur ergo angulus k b p æqualis angulo k g q: sed angulus b k p est æqualis angulo g k q per 15 p 1: ergo per 32 p 1 trigoni b k p & g k q sunt æquianguli: sunt ergo anguli b p k & g q k æquales. Et quia anguli p b g & q g b, ut patet ex præmissis, sunt æquales,

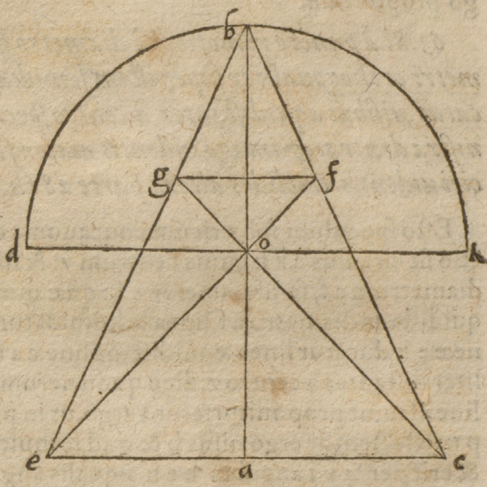


ergo per 32 p 1 trigona p b g & q g b sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ b p ad lineam g q, sicut lineæ b g ad seipsam: erit ergo linea b p æqualis lineæ g q: erit ergo linea z p æqualis lineæ z q: quæ est ergo proportio lineæ p z ad lineam z b, eadem est lineæ q z ad lineam z g: ergo per 17 p 5 & per 2 p 6 linea b g æquidistat lineæ p q: ergo per 29 p 1 trigoni p z q & b z g sunt æquianguli: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ p z ad lineam z b, sicut lineæ p q ad lineam b g: sed linea p z est maior quàm linea b z: ergo linea p q est maior quàm linea b g: est ergo idolum maius re uisa. Item linea z k producta secat lineam p q per 29 th. 1 huius: secat enim angulum p z q: secet ergo ipsum in puncto o: erit ergo per præmissa, & per 29 p 1 angulus p o k trigoni k p o æqualis angulo g n k trigoni k g n: sed & angulus p k o æqualis est angulo g k n per 15 p 1: ergo per 32 p 1 trigona p k o & g n k sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 quæ est proportio lineę p o ad lineam g n, eadem est lineæ o k ad lineam k n: est autem, ut patet ex præmissis, linea b n æqualis lineę g n: sed linea p o est maior quàm linea b n: ideo quòd tota linea p q est maior quàm tota linea b g: & linea p o est medietas lineę p q, sicut linea b n medietas lineæ b g. Cum enim lineę b q & g p sint ęquales, & lineę b k & g k ęquales: erit linea k q ęqualis lineę k p, & anguli p k o & q k o sunt equales per 15 p 1, & per præmissa: erit ergo linea p o ęqualis lineę q o. Si ergo linea p o est maior quàm linea b n: patet quòd linea o k est maior quàm linea k n: & linea o k est distantia imaginis sub speculo, & linea n k est distantia rei reflexę à superficie speculi. Palàm ergo propositum.

64. Circa diametrum speculi sphærici concaui extra speculum producta ambobus positis ocu-

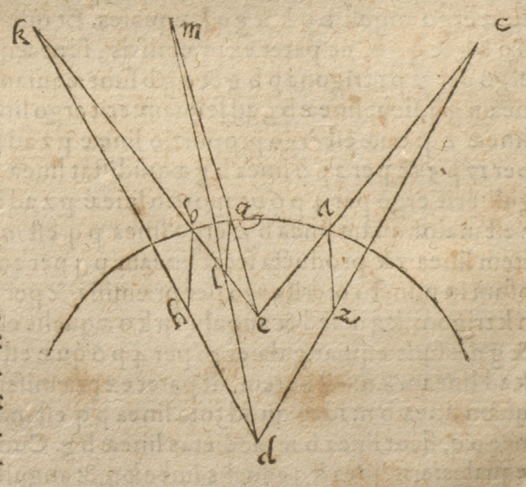
lis secundum æqualem distantiam à diametro, & centro speculi: dextra apparent sinistra, & sinistra dextra: & imago minor facie apparet inter uisus & superficiem speculi.

Sit communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui circulus d b k: cuius centrum o: & diameter d k: & orthogonaliter super diametrum d k producatur diameter b o a extra speculum: sintq; duo oculi in punctis e & c lineæ c e perpendicularis super lineam b a: & sint ambo oculi æqualiter distantes ab ipsa diametro b a, & à puncto a: erit ergo linea e a æqualis lineæ a c: & ducantur lineæ e b & c b: erit ergo per 4 p 1 angulus e b a æqualis angulo a b c: ergo per 20 th. 1 huius uisus ambo e & c ad se inuicem reflectuntur à puncto b. Producatur itaq; linea à puncto e ad centrum o: hæc ergo producta concurret cum linea c b per 29 th. 1 huius: sit concursus punctus f: & similiter à puncto c ducatur linea per centrum o concurrens cum linea e b in puncto g. Apparet ergo per 37 th. 5 huius imago formæ puncti e in puncto f: & imago formæ puncti c in puncto g: apparet ergo dextra sinistra, & sinistra dextra. Sed & per 5 p 1 angulus b e c est æqualis angulo b c e: quoniam lineæ b e & b c sunt æquales. Sed cum trigonorum e a o & c a o duo latera e a & c a sint æqualia, & latus a o commune, anguliq; c a o & e a o sint æquales, quia recti: erit per 4 p 1 angulus f e a æqualis angulo g c a: trianguli ergo e f c & c e g sunt æquianguli per præmissa & 32 p 1: ergo per 4 p 6 est proportio lineæ e g ad lineam c f, & lineæ e f ad lineam c g, sicut lineæ e c ad seipsam: sunt ergo lineæ e g & c f æquales, & lineæ e f & c g æquales. Sed totalis linea b e est æqualis totali lineæ b c: ergo relinquitur linea b g æqualis lineæ b f: ergo per 5 p 1 angulus b g f æqualis est angulo b f g: sed illi anguli cũ angulo g b f ualẽt duos rectos per 32 p 1: sunt ergo illi duo anguli æquales duobus angulis b e c, b c e: illi ergo trigoni e b c & g b f sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 quæ est proportio lineę b g ad lineam b e, eadem est proportio lineæ g f ad lineam e c: sed linea b g est minor quàm linea b e: ergo linea g f est minor quàm linea e c. Imago ergo faciei uidentis est minor facie conspecta. Apparet autem inter oculos & speculi superficiem: quoniam linea g f (quæ est diameter imaginis) cadit inter lineam e c, in qua sunt ambo uisus, & inter superficiem speculi. Palàm ergo propositum.



65. Imagines rerum retro specula sphærica concaua apparentes, motis rebus, quarũ sunt imagines, ad eandem partem moueri uidentur.

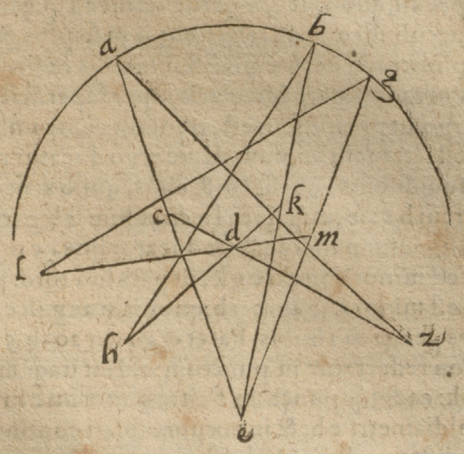
Sit in speculo sphærico concauo circulus a g b: cuius centrum sit d: & sit centrum uisus punctum e: sintq; duo puncta rei uisæ ex utraq; parte puncti e: quæ sint z & h: ducanturq; duæ catheti incidentiæ, quæ sint d z c & d h k: reflectaturq; forma puncti z ad uisum e à puncto speculi a: & forma puncti h à puncto speculi b: & ducantur reflexionum lineæ, quę sint a e & b e: concurratq; linea a e cum catheto d z in puncto c, & linea e b cum catheto d h in puncto k: erunt ergo per 37 th. 5 huius pũcta c & k loca imaginũ ultra speculum: ita quòd punctum c sit locus imaginis formæ puncti z, & punctum k locus imaginis formę puncti h: & erunt loca imaginum in partibus illis, in quibus sentiuntur & res, quarum sunt illę imagines. Transferatur itaq; punctus rei uisæ, qui est h ad punctum l: & reflectatur ad uisum e à puncto g: & ducatur cathetus d l concurrens cum linea reflexionis, quæ est e g in puncto m: eritq; locus imaginis formę puncti h in puncto m translata ad ipsum à puncto k, qui locus m erit in illa parte, ad quam translata est ipsa res, cuius in puncto m est imago. Quòd si puncta rei uisę fuerint h & l, & sint supra uisum: erunt loca imaginum, quæ sunt k & m, supra uisum: & apparebunt supra res, quarum sunt formæ. Et si puncta h & l fuerint à dextris ipsius uisus: & loca imaginum suarum, quę sunt k & m, erunt à dextris: sed non putabuntur esse dextra, ut patuit suprà per 51 huius: quoniam propter reuerberationem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra. Patet itaq; propositum.



66. Imagi-

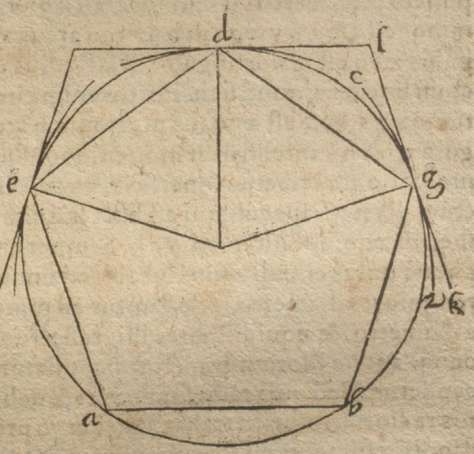
66. Imagines rerum inter specula sphærica concaua & uisus apparentes, motis rebus, uidentur ad partem contrariam moueri.

Sit speculi sphærici concaui circulus a b g: cuius centrum sit punctus d: sitq; centrum uisus e citra centrũ speculi, quod est d: & ex lateribus aspicientis sint duo puncta rei uisæ: quę sint z & h: quæ reflectantur ad uisum à duobus punctis a & b: sintq; lineæ reflexionum e a puncti z, & e b puncti h: ducanturq; catheti incidentiæ z d c & h d k secantes lineas reflexionum in punctis c & k: erunt ergo per 37 th. 5 huius puncta c & k loca imaginũ: c puncti z, & k puncti h. Videbuntur itaq; formæ illorum punctorum in diuersis partibus alijs, quàm sint res ipsæ per 49 huius. Quòd si punctus h rei uisæ transferatur ad punctum l: & reflectatur à puncto speculi g ad uisum e: ducaturq; linea reflexionis, quę sit e g: & cathetus l d m, secans lineam reflexionis, quæ est e g, in puncto m: erit per 37 th. 5 huius punctus m locus imaginis formæ puncti l. Imago itaq; puncti h, quę est k, erit translata ad partem diuersam illi, ad quàm res uera translata est. Et si puncta h & l fuerint sursum mota supra uisum: tunc imagines ipsorum, quæ sunt k & m, uidebuntur moueri deorsum. Et si puncta h & l fuerint mota ad dextram partem uisus: formæ imaginum uidebuntur moueri ad sinistram: & ita semper mouentur imagines ad partem contrariam rebus. Patet ergo propositum.



67. Per specula sphærica concaua, quot libuerit, poßibile est formæ eiusdem puncti imaginem uideri. Euclides 15 th. catoptr. Ptolemaus 8 th. 2 catoptr.

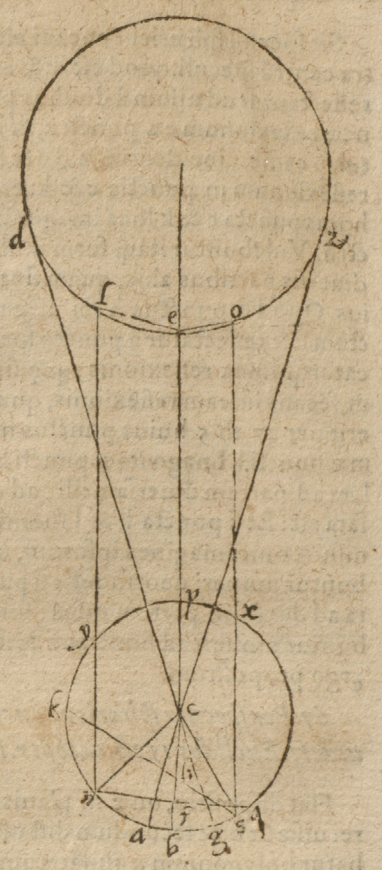
Fiat dispositio, quæ in planis & conuexis sphæricis speculis: & sit centrum uisus a: & punctus rei uisæ sit b: & secundum distantiam centri uisus (quod est a) à puncto rei uisæ, (quod est b) describatur polygonium æquilaterum & æquiangulum, quotcunq; angulorum placuerit: sitq;, exempli caussa, pentagonum: quod sit a b g d e: fiatq; circulus circumscribens illud polygoniũ pentagonum per 12 p 4: & super illius pentagoni angulos orthogonaliter super lineas à centro circuli circumscribentis polygoniũ productas ad circumferentiam secundum ipsorum puncta media statuantur specula sphærica concaua, quæ sint partes eiusdem sphæræ & æquales portiones. Patet itaq; quoniam superficies plana pentagoni a b g d e secabit quodlibet speculorum secundum circulum per 69 th. 1 huius. Vnus itaq; arcus unius illorum circulorum sit z g c: ducanturq; lineæ contingentes quemlibet illorum arcuum in punctis g, d, e: contingatq; arcum z g c in puncto g linea l k. Quia itaq; per 43 th. 1 huius angulus portionis, qui est b g z, est æqualis angulo d g c: anguli quoq; contingentiæ, qui sunt k g z & l g c sunt æquales: palàm ergo per 20 th. 5 huius quoniam fit reflexio formæ puncti b à puncto speculi g ad punctũ speculi alterius, quod est d. Et similiter per eandem demonstrationem fiet reflexio à puncto d ad punctum speculi alterius, quod est e, & à puncto e ad centrum uisus, quod est a. Palàm ergo propositum. Et sic quotcunq; fuerint anguli polygonij, tot assumantur specula, & semper accidet illud, quod præmissum est.



68. A speculis sphæricis concauis soli oppositis ignem poßibile est accendi. Euclides 31 th. catoptr.

Esto speculum sphæricum concauum soli oppositum: in quo signetur circulus k a b g x, cuius centrum sit c: sitq;, ut superficies plana secans speculum secundum hunc circulum secet etiam corpus solis trans centrum: ergo per 69 th. 1 huius communis sectio illius superficiei planæ & solis erit circulus magnus, qui sit d e z: & ab aliquo puncto illius circuli solaris, ut à puncto d, ducatur linea, secundum quam procedens radius ad centrum speculi, quod est c, incidat in punctum speculi, quod sit g: & à puncto circuli solis, quod sit e, procedens radius ad centrum speculi, quod est c, incidat in punctum speculi b: & à puncto solis, quod sit z, incidens radius per centrum speculi c, cadat in punctum speculi a. Quia ergo omnes radij transeuntes per centrum c sunt perpendiculares su-

per superficiem speculi a b g per 72 th.1 huius: patet per 21 th 5 huius quoniam omnes reflectuntur in seipsos: concurrent ergo tam incidentes quàm reflexi omnes in puncto c, quod est centrum speculi: omnes enim illi radij sunt diametri ipsius speculi, & omnes anguli semicirculi sunt æquales per 43 th.1 huius: reflexio autem omnis fit secundum angulos æquales, ut patet per 20 th.5 huius. Quicunq; itaq; radiorum solarium pertransierint per centrum speculi, quod est c, & peruenerint ad quęcunq; puncta superficiei speculi: illi omnes reflectentur in seipsos, & concurrent in centro ipsius: radij uerò æquidistantes illis radijs non concurrunt. Sit enim radius perpẽdicularis super superficiẽ speculi, qui est e b: hic ergo, ut præmissum est, transibit centrum speculi, quod est c: & reflectetur in seipsum. Huic ergo ducatur per 31 p 1 aliquis radius æquidistans: qui sit l n: & alius, qui o s: sitq; arcus n b inæqualis arcui b s: secetq; linea l n circulum a b g in puncto y: & in arcu y n signetur punctum k: & ducatur linea c n. Quia itaq; angulus l n k est minor angulo c n k, ut pars suo toto: patet quòd angulus l n k est minor angulo c n b: quoniam anguli c n b & c n k sunt æquales per 43 th.1 huius. Patet ergo per 20 th.5 huius quòd radius l n non reflectetur in punctum c. Fiat itaq; angulus b n f æqualis l n k: cadetq; punctum f citra punctum c in punctum aliquod semidiametri c b: & in corpore solari continuetur linea e l. Si itaq; quadrangulum n f e l, (fixo permanẽte suo latere e f) imaginetur moueri, quousq; linea l n incidat ad locum, unde exiuit: tunc punctus n motu suo describet quendam circulum in superficie speculi: & in tota peripheria illius circuli angulus l n f remanet æqualis: ergo angulus l n k est æqualis angulo b n f. Fiet ergo per 20 th.5 huius à tota peripheria illius circuli reflexio omnium radiorum incidentium ad punctum f. Similiter quoq; si à puncto solis, quod est o, ducatur per 31 p 1 radius æquidistans radio perpendiculari, qui est e b: & sit ille radius æquidistans o s, secans circulum a b g in puncto x: & in arcu x s signetur punctum q in linea n f producta, sitq;, ut perpendicularis e b secet circulum a b g in puncto p: & sit arcus b s minor arcu n b: ergo & arcus x p (qui est æqualis arcui b s per 53 th.1 huius) minor est arcu p y æquali b n: ergo arcus x q s remanet maior arcu y k n: ergo per 43 th.1 huius angulus x s q est maior angulo y n k. Radius ergo o s non reflectitur ad punctum f, sed ad aliquod punctum lineæ f c, quod sit h. Portio enim circuli y k n, quæ est æqualis portioni n b q, est minor portione x q s, quæ est æqualis portioni s b k: copuletur quoq; linea o e. Si itaq; fixo latere e h, quadrangulum o e h s intelligatur moueri, quousq; linea o s redeat ad locum, unde exiuit: tunc punctum s motu suo describet in superficie speculi circulum, à cuius totali peripheria fiet reflexio ad punctum diametri speculi, qui est h. Et similiter est de quibuscunq; alijs radijs incidentibus superficiei speculi æquidistanter radio e b. Semper enim fiet reflexio omnium sibi similium radiorum à peripheria unius circuli totius speculi ad unum punctum diametri ipsius speculi: & lineæ radiales propinquiores diametro, reflectuntur ad punctum propinquius centro c: & lineæ radiales remotiores à diametro, & æquidistantes illi, reflectuntur ad punctum remotius à centro, quod est c. In quocunq; autem illorum punctorum ponatur aliquod corpus combustibile, per radios reflexos incendetur. Sed quia radij sunt pauci & debiles, oportet ut combustile diutius in puncto collectionis radiorum moram trahat. Patet ergo propositum. Et hoc speculum, quantùm ad actum combustionis, efficacius est speculo composito ex planis speculis, de quo locuti sumus in fine quinti libri huius scientiæ. Posset quoq; per diligentiam artificis aliquod speculum ex pluribus huiusmodi speculis componi, quod esset maioris efficaciæ ad comburendum: hoc autem relinquimus industriæ perquirentis: quia sufficit nobis ut propositum sit hoc modo demonstratum.



VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER NONVS.

IN præmisso libro passiones speculorum sphæricorum cõcauorum pro nostro posse pertractauimus: superest nũc, ut speculorum columnarium & pyramidalium concauorũ proprietates aliquas demonstremus. In his enim speculis quasi omnium præmissorum speculorum proprietates concurrunt: planorum quidem, cum in illis à linea longitudinis speculi fit reflexio. Columnarium quoq; & pyramidalium conuexorum plurimæ passiones in hæc concaua specula descẽdunt: quoniam istorum & illorum cõformis est generatio secundũ figuras, à quibus in utrisq; prouenit quædam conformitas passionum: nisi quòd hinc & inde secundum naturam conuexi & concaui illæ passiones quodammodò secundũ situm contrariè disponuntur. Ex quo accidit, ut quandoq; lineæ reflexæ in cõuexis speculis fiat locus imaginis in concauis, & econuerso: & ob hæc eadem principia in his speculis & in illis sunt (præmissis figuris) conformiter assumenda. Sic itaq; omnium speculorum regularium pro nostrarum uirium & experientiæ possibilitate passionibus aliqualiter pertractatis, ad aliqua specula figurarum irregularium & compositarum mentem conuertimus: uidentesq; quòd antiquorum geometrarum diligentia & solicitudo circa specula comburentia, (à quorum totali superficie ad unum punctum naturalem uel mathematicum fit reflexio luminis & formarum incidentium) plurimum est uersata: ut circa rem scientiæ geometriæ plurimam subtilitatem rebus naturalibus applicantem: actionem quoq; naturalium formarum accelerantem in productione effectuum mirandorum: huic negotio curam consequenter in hoc libro dedimus, ut rei, ad quam, sicut ad finem nobilissimum, omne, quod de natura quorumlibet speculorum præmisimus, aliqualiter ordinatur. Ex præmissis uerò libris satis patet, quòd figura talium speculorum comburentium in una superficierum planarum, ut patet per 65 th. 5 huius, non est possibilis: sicut nec ab aliqua una superficierum conuexarum quacunque, siue illa conuexa superficies fuerit sphærica, ut patet per 65 th. 6 huius, siue fuerit columnaris uel pyramidalis, ut patet per 59 th. 7 huius, possibile est radios aliquos aggregari ad punctum unum mathematicum uel etiam naturalem. A' concauis quoq; speculis sphæricis non fit ad unum axis punctum mathematicum reflexio, nisi à peripheria unius tantùm circuli, & à tota superficie unius hemisphærij ad totam semidiametrum siue axem speculi, ut ostensum est per 68 th. 8 huius. Non fit autem omnium radiorum, æquidistanter axi speculi superficiei talis speculi incidentium reflexio ad punctum unum. Sed neq; ab aliqua superficierum speculorum columnariũ uel pyramidalium concauorũ est hoc possibile fieri: prout infrà in præsenti libro demonstrabimus. Restat ergo, ut superficies alias huic nostro proposito competentes cum demonstrationis diligentia perquiramus: quoniam illud, quod ex plurium speculorum regularium compositione ad hũc effectum possibile prius fore diximus, unius superficiei (à qua totali ad unum punctum fiat reflexio) certitudinem non attingit: neq; ad illorum peruenit commoditatem: neq; in illis adeò relucet humani bonitas ingenij & utilitas figurarum. In his itaq; columnaribus & pyramidalibus, & alijs irregularibus quibuscunque speculis, & etiam in ipsis comburentibus

ſpeculis ſupponimus principia, quæ in libris præcedentibus ſunt præmiſſa, ut patet in 5. 6 & præcipue 7 & 8 libris huius ſcientiæ: quæ uerò ex præſuppoſitis principijs & cõcluſionibus demonſtranda de his ſpeculis prænominatis uidimus, ſunt iſta.

THEOREMATA.

1. In ſpeculis columnaribus concauis communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi quandoq; eſt linea longitudinis ſpeculi: quandoq; circulus: quandoq; oxygonia ſectio. Alhaz. 89 n 5.

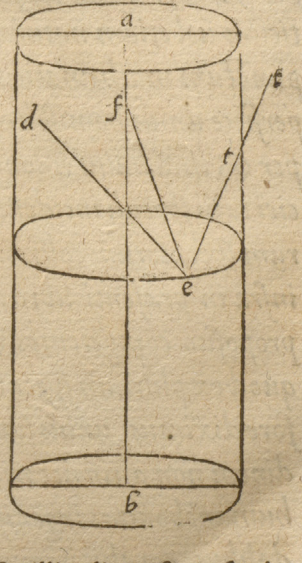
Quod hic proponitur, patet ex præmiſsis in libro 7 huius de ſpeculis columnaribus conuexis. Et quia ſpeculum columnare concauum non minus participat formam & proprietatem columnæ quàm conuexum: patet quòd propoſita paſsio eodem penitùs modo demonſtrãda eſt de ſpeculis columnaribus concauis, ut de columnaribus conuexis. Patet ergo propoſitum: nec enim neceſſarium talibus amplius immorari. Et quando fuerit communis illa ſectio linea longitudinis ſpeculi: erunt modi reflexionum & loca imaginum ſicut in ſpeculis planis: quãdo uerò illa ſectio communis fuerit circulus: erunt modi reflexionis & loca reflexionum, ſicut in ſpeculis ſphæricis cõcauis. Eruntq; loca imaginum quandoq; ultra ſpeculum: quãdoq; in ipſa ſuperficie ſpeculi: quandoq; inter uiſum & ſpeculum: quandoq; in ipſa ſuperficie uiſus: & omnium iſtorum idem eſt demonſtrandi modus, qui in illis ſphæricis concauis ſpeculis patuit per 11 th. 8 huius.

2. In ſpeculis pyramidalibus concauis communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſpeculi lineam longitudinis ſpeculi aut ſectionem oxygoniam poßibile eſt eſſe: circulum uerò impoßibile. Alhazen 97 n 5.

Paſsiones propoſitæ de præſentibus ſpeculis eodem penitùs modo demonſtrabiles ſunt, quo & de ſpeculis pyramidalibus cõuexis ſunt oſtẽſæ per diuerſas propoſitiones 7 huius. Patet ergo propoſitum. Et quando cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis: erũt modi reflexionum & loca imaginum, quæ & in ſpeculis planis oſtenſa ſunt per 49 th. 5 huius.

3. In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis, centrũ uiſus: & punctum rei uiſæ: punctum reflexionis: & punctum axis, (in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculum in puncto reflexionis contingẽtem) conſiſtere eſt neceſſe. Alhazen 46 n 4.

Sit ſpeculum columnare concauum: cuius axis ſit a b: ſitq; centrum uiſus t: & punctum rei uiſæ d: reflectaturq; forma puncti rei uiſæ, quod eſt d, ad uiſum t à puncto ſpeculi e: & in puncto e contingat ſuperficiem ſpeculi ſuperficies plana: ſuper quam ſuperficiem à puncto e ducatur linea perpendicularis per 12 p 11: quæ ſecet lineã a b axem ſpeculi in puncto f: & ſit linea e f. Dico quòd puncta t, d, e, f neceſſariò erunt ſemper in eadẽ ſuperficie reflexionis. Aut enim hæc ſuperficies reflexionis æquidiſtabit baſibus columnæ, aut nõ. Si ſic: patet per 100 th. 1 huius quòd communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi erit circulus æquidiſtans baſibus columnę: & linea ducta à puncto reflexionis, quod eſt e, tranſiens per centrũ illius circuli, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem columnæ, ut patet per 96 & per 100 th. 1 huius. Et ſi centrum uiſus, quod eſt t, & punctum rei uiſæ, quod eſt d, fuerint in illa linea: fiet reflexio formarum punctorum uiſorum tantùm ſecundum illam lineam per 21 th. 5 huius: eruntq; illa quatuor puncta, (quæ ſunt t, d, e, f) omnia in ſuperficie reflexionis. Quòd ſi centrum uiſus uel punctum rei uiſæ non fuerit in hac linea perpendiculari: ſemper tamẽ linea e f perpẽdiculariter à puncto e ducta, cadet in axem a b per 96 th. 1 huius, & linea reflexionis continebit cum illa perpendiculari angulum acutum: quoniam cadet inter perpendicularem e f, & inter lineam, circulum (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi) in puncto e contingentem. Et quoniam hæc linea reflexionis cadit ſemper intra ſpeculum: quia ſecundum ſui partem, qua incidit ſpeculo, neceſſariò cadet inter ſuperficies planas per cẽtrum uiſus ductas, portionem apparentẽ ſpeculi contingẽtes: & quoniam per 20 th. 5 huius ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis: patet quòd ſi unus illorum punctorum eſt in ſuperficie reflexionis, quod & reliquus. Quia enim angulus d e f erit æqualis angulo f e t, cadent hi anguli ex diuerſis partibus perpendicularis lineæ, quæ eſt e f, intra ſpeculũ. In eadẽ itaq; ſuperficie cadent omnia puncta t, d, e, f. Et eodem modo demonſtrandũ eſt, à quocunq; pũcto circuli, (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi) fiat reflexio: ſemper enim illa quatuor pũcta erũt in ſuperficie reflexionis. Quòd ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit linea lõgitudinis ſpeculi: tũc iterũ à quocũq; pũcto illius lineæ fiat reflexio: ſemper



ſemper propoſita quatuor puncta erũt in ſuperficie reflexionis, ut patet per 27 th. 5 huius. Similiter quoq; patet idem, ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & horum ſpeculorum fuerit ſectio oxygonia: quoniam illa ſectio ſecabit ſpeculũ trans axem per 103 th. 1 huius: & linea à puncto reflexionis perpendiculariter ducta ſuper ſuperficiem, ſpeculum in puncto reflexionis contingẽtem, ſemper cadet in axe, ut hæc in ſpeculis columnaribus & pyramidalibus conuexis ſunt amplius declarata. Et ille modus demonſtrãdi eſt uniuocus & iſtis ſpeculis. Quòd ſi ſpeculum propoſitum fuerit pyramidale concauum: tunc (ut ſuprà oſtenſum eſt per præmiſſam) impoſsibile eſt communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi circulum eſſe: quę ſectio ſi fuerit linea longitudinis uel ſectio oxygonia: tunc eadem erit declaratio quòd quatuor prædicta puncta t, d, e, f conſiſtunt in ſuperficie reflexionis, quæ prius in ſpeculis columnaribus concauis. Patet ergo illud, quod proponebatur.

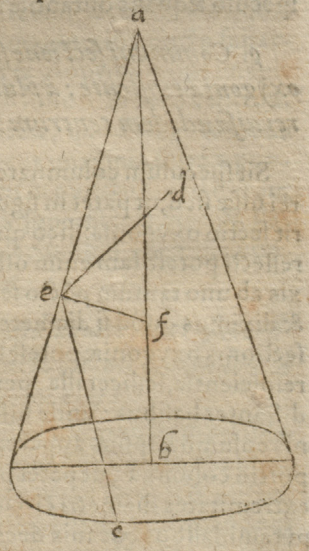
4. Centro uiſus exiſtente intra ſpeculum columnare uel pyramidale concauum: à quolibet puncto ſpeculi fiet reflexio ad uiſum. Alhazen 49 n 4.

Sit ſpeculum columnare concauum: cuius axis ſit a b: & ſit centrum uiſus t, ſitq; punctum t intra ſpeculum: dico quòd ab omni puncto ſuperficiei ſpeculi fiet reflexio ad uiſum. Siue enim cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & huius ſpeculi fuerit linea longitudinis columnæ ſpeculi: ut cum ſuperficies reflexionis ſecat ſuperficiem ſpeculi ſecũdum axis longitudinem, ut patet per 93 th. 1 huius: ſiue fuerit circulus æquidiſtans baſibus colũnæ ipſius ſpeculi: ſiue fuerit ſectio oxygonia: ſemper patet per præmiſſam quòd punctus reflexionis & centrum circuli ſiue punctus axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſunt in eadẽ ſuperficie. Eſt ergo ſemper poſsibile, ut ab illo puncto fiat reflexio ad uiſum: quoniam in concauitate talium ſpeculorum non eſt corpus aliquod denſum reſiſtens multiplicationi formarum per medium. A quolibet ergo puncto ſuperficiei talium ſpeculorum fiet formarum reflexio ad uiſum. Idem quoq; patet in ſpeculis pyramidalibus concauis. Quoniam enim centrum uiſus ſemper eſt intra talia ſpecula, non refert à quocunq; puncto ſuperficiei ſpeculi fiat reflexio: quoniam ſemper poſsibile erit formam ad uiſum peruenire, niſi fortè denſitas occipitis in quibuſdã ſitibus impediat reflexionẽ. Patet ergo propoſitum, reſumpta figuratione pręmiſſæ, poſitoq; puncto t intra ſuperficiẽ ſpeculi in linea t e. Quicunq; enim punctus in utroq; ſpeculorũ fuerit datus: ſit ille punctus e: & ab eo extrahatur perpendicularis ſuper ſuperficiem planam in illo puncto ſpeculum contingentem per 12 p 11. Et quoniam illa cadet in axem ſpeculi per 96 th. 1 huius: ſit, ut cadat in punctum f: & ſuper pũctum e terminũ lineæ e f fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo t e f, qui f e d. Palàm ergo quòd forma puncti d reflectetur ad uiſum in puncto t exiſtentem per 20 th. 5 huius. Et hoc proponebatur.

5. Centro uiſus exiſtente extra ſpeculũ columnare uel pyramidale concauum nõ integrum, à maiore parte ſuperficiei ſpeculi fiet reflexio ad uiſum. Alhazen 49 n 4.

Eſto ſpeculum columnare uel pyramidale concauum: cuius axis ſit a b: & ſit centrum uiſus punctum t: ſitq; extra ſpeculum: dico quòd à maiore parte ſuperficiei concauæ ſpeculi fiet reflexio ad uiſum. Imaginentur enim ſuperficies contingentes columnam uel pyramidem à uiſu productæ ad ſpeculum: palamq; per 1 p 7 huius quoniam ſolùm pars ſuperficiei ſpeculi interiacens illas ſuperficies contingentes eſt illa, à qua, ſpeculo exiſtente conuexo, fit reflexio ad uiſum. Eſt autem illa pars minor pars ſuperficiei ſpeculi, ut patet de ſpeculis columnaribus per 78 th. 4 huius, & de pyramidalibus per 84 th. 4 huius: ablata itaq; illa parte remanet maior pars ſuperficiei ſpeculi. Fit autem à tota illa ſuperficie reflexio ad uiſum: quoniam omnis linea ducta ſub lineis contingentibus ſpeculum in aliqua illarum ſuperficierum, producta ſecat ſuperficiem ſpeculi per 4 th. 7 huius: ſecundum illam ergo poteſt fieri reflexio ad uiſum. Patet ergo propoſitũ.

6. Speculo pyramidali concauo integro exiſtẽte, oppoſitoq; ipſo uiſui ex parte ſuæ baſis exiſtenti: nullius puncti forma uidebitur, niſi intra ſpeculum exiſtentis. Alhazen 50 n 4.



Eſto ſpeculum pyramidale concauum: cuius axis ſit a b: ſitq; eius conica ſuperficies tota integra: baſis uerò eius, quæ eſt ſuperficies plana, ſit ſubmota ab ipſo ſpeculo: ſitq; centrum uiſus c ex parte baſis ſubmotæ: dico quòd uiſus non percipiet formam alicuius puncti rei uiſæ, niſi illius, quę fuerit intra ipſum ſpeculum. Si enim centrum uiſus c in aliqua cõſiſtat linea longitudinis ſpeculi, fiatq; reflexio ab illa linea longitudinis ad uiſum: tunc patet quia punctum rei uiſæ oportebit conſiſtere intra ſpeculum: quoniam ex hypotheſi centrum uiſus eſt ex parte baſis ſpeculi: oportebitque punctum rei uiſæ in eadem linea longitudinis exiſtere: aliàs enim non fieret reflexio propter inæqualitatem angulorum. Quòd ſi centrum uiſus c ſit ſub aliqua linearum longitudinis ſpeculi: tunc adhuc patet propoſitum. Quoniam enim omnis perpendicularis ducta à quocunque puncto reflexionis, quæ fieri poſsit ad uiſum c in hoc ſitu,

tenet angulum acutum cum linea reflexionis: patet per 33 th.5 huius cũ semper fiat reflexio ex parte anguli maioris, quòd semper fiet reflexio ex parte acuminis pyramidis speculi. Oportet ergo de necessitate, ut puncta rei uisæ, quorum formæ reflectuntur ad uisum à quibuscunq; punctis superficiei totius speculi, semper sint intra ipsum speculum. Patet ergo propositum. Si uerò auferatur à speculo tali portio aliqua secundum longitudinem speculi: tunc poterunt comprehendi exteriora, quæ sunt extra speculum: quoniam patebunt liberi introitus lineis incidentiæ formarum extrinsecarum, quę reflectentur ad uisum. Similiter quoq; accidit, si secetur pyramis speculi ad modum annuli secundum aliquem circulum æquidistantem basi, uel etiam secundum oxygoniam sectionem, taliter, ut auferatur uertex pyramidis speculi: tunc enim lineæ incidentiæ liberum habebũt ingressum: plures tamen formæ reflectentur ad uisum si centrum uisus fuerit ex parte superficiei concauitatis speculi, quàm si fuerit ex parte suæ basis: quia tunc lineis incidentibus latior uia patet.

7. A quocunq; puncto speculi columnaris uel pyramidalis concaui non est possibile nisi formam unius puncti ad eundem uisum reflecti. Alhazen 51 n 4.

Esto, ut in præmissa, speculum columnare uel pyramidale concauũ, cuius axis a b: ab eius quoq; puncto e reflectatur ad uisum c forma pũcti d: dico quòd ab eodẽ puncto e formam alterius puncti, quàm d, ad uisum existentem in puncto c impossibile est reflecti. Ducatur enim à puncto reflexionis, qui est e, linea perpendicularis super superficiem speculum in puncto e contingentem: quæ secabit axem speculi per 96 th.1 huius: secet ergo in puncto f. Palàm itaq; per 3 huius quoniam puncta c, d, e, f sunt in eadem superficie. Et quoniam una sola linea recta à centro uisus, quod est e, ducibilis est ad punctum reflexionis, quod est e: patet quòd angulus c e f non potest uariari: ergo nec angulus d e f, qui per 20 th.5 huius est æqualis angulo c e f. Linea ergo e d est tãtùm unica linea, cuius alicuius puncti forma potest reflecti ad uisum c: sed ex hypothesi forma puncti d reflectitur ad uisum: nullius ergo alterius puncti forma ad ipsum reflectetur. Cum enim aliqua linea incidentiæ peruenit ad aliquod punctum corporis: non potest forma alterius puncti per illam lineam incidere speculo: quoniam punctus altior occultat posteriorem, nec præstat transitum formæ illius. Patet ergo propositum: quoniam in his speculis à quocunq; puncto facta reflexione formę unius puncti, non potest ab eodem puncto speculi forma alterius puncti reflecti ad eundem uisum. Sed à duobus uisibus possunt in eodem puncto speculi duorum punctorum formæ comprehẽdi, sicut à pluribus uisibus plures formæ diuersorum punctorum: quoniam, ut patet per 18 th.7 huius, infinitæ possunt sumi superficies super perpendicularem e f se secantes, in quarum qualibet ex utraq; parte perpendicularis e f sumi possunt duo anguli acuti æquales. Licet autem illud, quod hic proponitur, satis patuerit per 29 th.5 huius: hic tamen idem declarauimus: ideo quia oppositum in his speculis plus uerisimile uidebatur.

8. Linea longitudinis speculi columnaris uel pyramidalis concaui existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi: unus est tantùm punctus reflexionis, & unius puncti rei uisæ ad unius uisus centrum: & uidetur unica imago.

Non oportet huic propositioni declarandæ aliter insisti, nisi sicut idem ostensum est in speculis planis, quòd ab uno tantùm puncto fit reflexio, & una tantùm occurrit uisui imago, ut patet per 46 & 48 th.5 huius. Linea enim recta est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi hinc inde: unicus ergo tãtùm est punctus reflexionis: unica tãtùm ergo uidebitur imago sub superficie speculi semper apparens, ut in planis speculis: eritq; per 49 th.5 huius distantia imaginis sub speculo æqualis distantiæ rei uisæ supra speculum. Patet ergo propositum.

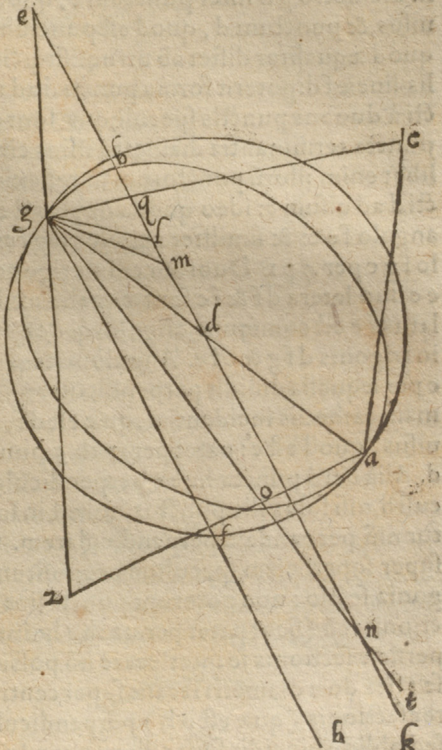
9. Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis concaui oxygonia existente: à pluribus punctis illius sectionis potest fieri reflexio formæ eiusdem puncti rei uisæ ad idem centrum uisus. Alhazen 48 n 4. Item 93 n 5.

Sit speculum columnare uel pyramidale concauum, cuius axis a b: sitq; centrũ uisus c: & punctũ rei uisæ sit d, ut patet in figura 6 huius. Si itaq; cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit sectio oxygonia: dico quòd forma puncti d ad centrum uisus c à pluribus punctis illius sectionis reflecti potest. Iam enim ostendimus suprà per 22 th.7 huius quòd à speculis columnaribus conuexis ab uno tantùm pũcto sectionis oxygoniæ fit formæ eiusdem puncti reflexio ad uisum eundem: & diximus quòd si diameter columnæ fuerit æqualis distantiæ oculorum, quòd à duobus punctis sectionis oxygoniæ potest fieri reflexio ad uisum: aliàs enim latebunt uisum puncta reflexionis se respicientia, scilicet illa, per quæ transit circulus columnæ, ductus per punctum reflexionis æquidistanter basibus: unde uiso uno illorum punctorum alius pũctus latebit propter minoris portionis columnæ ipsius apparentiam. In his uerò speculis columnaribus concauis apparet uisui maior portio columnæ, ut patet per 5 huius: unde ab unico uisu possunt percipi ambo puncta, quæ sunt extremitates diametri circuli æquidistãtis basibus columnæ. Et eodem modo penitùs de speculis pyramidalibus cõcauis declarandũ: eius enim superficiei plus medietate uni uisui occurrit: & duo pũcta per diametrũ circuli æquidistãtis basi pyramidis opposita uideri possũt. Patet ergo ꝓpositũ.

10. Com-

10. Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui oxygonia exiſtente: erit locus imaginis quandoq; ultra ſpeculum: quandoq; citra uiſum: quandoque in centro uiſus: quandoque in ſuperficie ſpeculi: quandoque inter uiſum & ſpeculum. Alhazen 90 n 5.

Eſto ſpeculum columnare concauum: cuius pars axis ſit d k: & eius ſuperficiei columnaris & ſuperficiei reflexionis communis ſectio ſit oxygonia: quæ a b g: dico quòd poſsibile eſt totum, quod hic proponitur. Ducatur enim in hac ſectione perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculum cōtingentem in pūcto reflexionis, quæ ſit d g: hæc itaq; per 112 & per 104 th. 1 huius erit ſemidiameter cuiuſdam circuli ſecundum illum punctum ſecantis columnam ſpeculi æquidiſtantèr baſibus: ſecabitq; axē ſpeculi, qui eſt k d: ſitq;, ut ſecet ipſum in puncto d: eritq; illa perpendicularis tantùm una: cum à nullo alio puncto ſectionis a b g poſsit duci linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto reflexionis quàm ab uno puncto reflexionis: cum omnes aliæ lineæ à quibuſcunq; punctis ſectionis a b g ductæ ad axem d h, ſint obliquæ ſuper ſuperficiem illam ſpeculum contingentem, ut patet per prænominatas propoſitiones 1 huius. Sumatur item alius punctus ſectionis a b g, qui ſit b: & ducatur ab illo puncto b linea perpendicularis ſuper lineam rectam contingētem ſectionem a b g in puncto b: & hæc quidem linea per 114 th. 1 huius neceſſariò concurret cum perpendiculari g d. Sit ergo, exempli cauſſa, cōcurſus in puncto d: quoniam ſi concurrant ſub puncto d, eadem eſt demonſtratio: ſitq; punctus b taliter ſumptus in ſectione a b g circa punctum g, ut angulus b d g ſit acutus. Deinde à puncto g ducatur in ſuperficie ſectionis a b g linea æquidiſtās lineæ b d per 31 p 1: quę ſit g h: & hæc linea cadet intra pyramidalē ſectionem: ideo quia cum angulus g d b ſit acutus ex hypotheſi, erit ſuus coalternus (qui eſt angulus h g d) ſimiliter acutus per 29 p 1: cum lineæ b g & g h adinuicem æquidiſtent. Item inter puncta d & h ducatur à puncto g linea in ſuperficie ſectionis, quæ per 2 th. 1 huius neceſſariò concurret cum linea b d: quoniam ipſa cōcurrit cum linea h g æquidiſtante lineæ b d: ſit ergo punctus concurſus n: cadet itaq; linea g n inter lineas g h & b n. In hac itaq; linea g n ſumatur pūctus quicunq;, qui ſit o, inter duo puncta g & n, & ultra punctum n ſumatur punctus t in linea g n. Item à puncto g ducatur extra ambas lineas g h & b d, alia linea intra ſectionem a b g, quæ ſit g z. Hæc itaq; linea g z, quia concurrit cum linea h g in puncto g, neceſſariò concurret cum linea d b producta ultra punctum b per 2 th. 1 huius: ſit concurſus in puncto e: & ſuper g terminum lineæ g d fiat angulus æqualis angulo z g d per 23 p 1, qui ſit angulus d g q: cadatq; punctū q in linea b d.



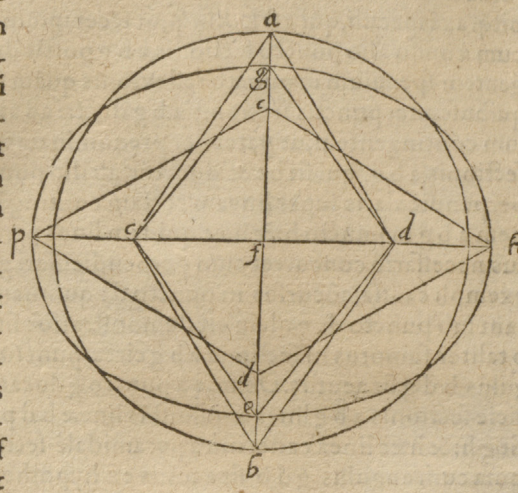
Similiter quoq; fiat angulus l g d æqualis angulo h g d: & fiat angulus m g d æqualis angulo n g d: ſintq; omnia puncta q, l, & m in linea b d. Palàm itaq; per 20 th. 5 huius, quòd ſi centrū uiſus fuerit in puncto z, reflectetur ad ipſum forma puncti q à pūcto ſpeculi g: & erit per 37 th. 5 huius locus imaginis punctum e: & ſi fuerit centrū uiſus in puncto h, reflectetur ad ipſum forma puncti l à puncto ſpeculi g. Et quoniā cathetus incidentiæ, quæ eſt l d, æquidiſtat lineæ reflexionis, quæ eſt g h: palàm quòd lineæ l d & g h nunquam concurrent. Erit ergo locus imaginis in puncto ſuperficiei ſpeculi, à quo fit reflexio (quod eſt punctum g) qui locus eſt primus & proprius ipſius imaginis propter continuitatem totius formæ reflexæ, prout diximus in 12 th. 8 huius. Si uerò centrum uiſus fuerit in puncto o, reflectetur ad ipſum forma puncti m à puncto ſpeculi, quod eſt g: & locus imaginis erit punctum n. Si uerò centrum uiſus fuerit in puncto n: erit locus imaginis formæ puncti m in ipſo centro uiſus, quod eſt in puncto n. Quòd ſi cētrum uiſus fuerit in puncto t: erit iterum locus imaginis formæ puncti m in puncto n, quod erit tunc inter uiſum & ſuperficiem ſpeculi. Patet ergo propoſitum: quoniā in ſpeculis pyramidalibus concauis poterit ſecundum præmiſſa, cooperante 113 huius, demonſtratio faciliter coaptari. Hoc itaq; proponebatur.

11. Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in eadem linea perpendiculari ſuper ſuperficiem ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui: quandoq; ab uno puncto ſpeculi: quandoq; à duobus fit reflexio: & locus imaginis ſemper erit centrum uiſus. Alhazen 91 n 5.

Sit ſpeculum columnare concauum: cuius axis ſit a b: ſitq; centrum uiſus c: & punctum rei uiſæ d: ſintq; puncta c & d in una linea perpendiculari ſuper ſuperficiē ſpeculi, quæ ſit e f, uel in alia linea perpendiculari ſuper lineā e f: quæ ſit h p, ita quòd punctus e ſit pūctus ſuperficiei ſpeculi, & pūctus f ſit pūctus axis a b: & producatur linea e f ad aliā partem ſpeculi in punctū g. Dico quòd quandoq; ab uno puncto ſpeculi, ut à puncto e: quandoq; à duobus, ut à punctis e & g, poteſt forma puncti d

reflecti

reflecti ad uisum c. Palàm enim per 21 th.5 huius quòd linea c e, in qua est punctus rei uisæ, qui est d, reflectitur in seipsam: tunc enim infinitæ possunt intelligi superficies secantes se super lineam e f, quarum quælibet est erecta super superficiem contingētem speculum per 18 p 11: cum linea e f, quæ est communis sectio illarum superficierum, sit erecta super superficiem speculum in puncto e contingentem. Quādo ergo quarundam illarum superficierum & superficiei ipsius speculi communis sectio est linea recta, quę est linea longitudinis speculi æquidistans axi a b, tunc, sicut per 21 th.5 huius in speculis quibuscunq; ostendimus, non fiet reflexio, nisi super eandem lineam perpendicularem, quæ est e c: & (ut patet per 32 & 36. th.5 huius) locus imaginis est centrum uisus, qui est punctus c: nec uidebitur aliquis pūctus rei uisæ, nisi solus ille, qui fuerit in superficie ipsius uisus. Quādo uerò aliqua illarum superficierum perpendicularium super superficiem speculum in puncto e contingentem, secat superficiem concauam ipsius speculi, ita quòd communis sectio illarum superficierū est circulus æquidistans basibus colūnæ, cuius centrum est f punctum axis: & tunc si punctum f fuerit in diametro p h inter punctum c, quod est centrum uisus, & punctum d, quod est punctum rei uisæ, ita quòd æqualiter distet ab utroq;: sitq; linea c f æqualis lineæ f d: poterit forma puncti d ad uisum c reflecti à duobus punctis speculi, quæ sunt e & g: & sunt puncta terminantia diametrū illius circuli. A quolibet enim illorū punctorum fit reflexio formę puncti d ad uisum c: ideo quòd angulus d e f est æqualis angulo f e c: & similiter angulus d g f æqualis angulo f g c per 4 p 1. Duorum enim trigonorum d f e & f e c duo latera d f & f c sunt æqualia ex hypothesi, &



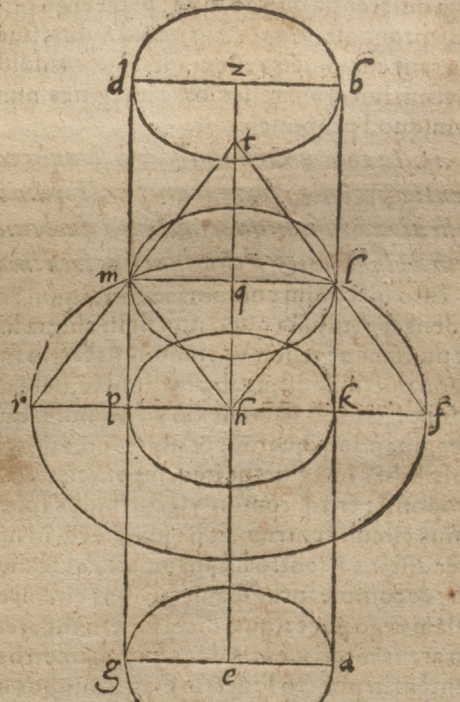
latus f e est commune, angulusq; d f e est æqualis angulo c f e: quia uterq; est rectus: & similiter est in trigonis d f g & c f e. Angulum itaq; d e c per æqualia diuidit perpendicularis e f: & angulum d g c per æqualia diuidit perpendicularis f g ducta à puncto reflexionis ad centrū illius circuli. Et quoniam cathetus incidentiæ, quæ est d f, cum linea reflexionis e c uel g c non concurrit nisi in centro uisus, quod est c: patet per 37 th.5 huius quoniam centrum uisus est locus imaginis formæ puncti d. Alia uerò puncta lineæ perpendicularis, quæ est c d h, non reflectuntur ad uisum c à puncto speculi h, nisi solus ille punctus, qui est in superficie ipsius uisus, ut suprà patuit: ideo quòd nō reflectitur nisi per eandem perpendicularem. Cum uerò alicuius illarum superficierum perpēdicularium super superficiem speculum propositum in puncto e contingētem & superficiei speculi fuerit oxygonia sectio: non poterunt puncta lineæ reflexionis reflecti ad uisum ab aliquibus alijs punctis sectionis: cū (sicut patet per 112 th.1 huius) duæ lineæ perpendiculares super superficiē speculi in superficie sectionis se intersecare nō possint, sicut in superficie circuli æquidistantis basibus speculi se tales duæ diametri secant super centrum f, ut iam patuit, quę sunt p h & e g. Non enim est diameter sectionis (quæ est p h) perpendicularis super superficiem contingētem speculum in puncto h, sed obliquè incidit super illam, quando diameter e g perpendicularis est super superficiem speculi: & hoc accidit propter obliquationem sectionis oxygoniæ super axem columnæ speculi. Non ergo reflectetur forma puncti d ad uisum c per lineam c d h. Sed si puncta d & c æqualiter distent à puncto f, ita ut linea d f sit æqualis lineæ f c: tunc à punctis speculi e & g, quæ sunt termini lineę perpendicularis super superficiem speculi, quæ est linea e f g, potest fieri reflexio formæ puncti d ad uisum c per 20 th.5 huius, & per 4 p 1, ut suprà patuit: quoniam anguli d e f, & f e c sunt æquales: & itē anguli d g f & f g c sunt æquales, & punctum rei uisæ, quod est d, & cētrum uisus, quod est c, sunt cum ambobus punctis reflexionis, qui sunt e & g, & cum pūcto axis f, cui incidit linea e f g, quæ est perpendicularis super superficies contingentes speculum in punctis e & g in eadem superficie ipsius sectionis. Patet ergo quòd fiet ab illis duobus pūctis reflexio formæ puncti d ad uisum c: & erit locus imaginis in utrisq; centrum uisus, quod est c. Sed si puncta d & c fuerint in perpendiculari e f: tunc non fiet reflexio ab aliquo puncto sectionis oxygoniæ, nisi solùm à puncto e: quoniam forma incidens superficiei speculi secundum lineam perpendicularem, reflectitur secūdum eandem perpendicularem: & in sectione oxygonia est unica linea perpendicularis super superficiem speculum contingentem. Quare, ut prius dictum est, per illam solam fit reflexio solius puncti lineæ perpendicularis, qui est in superficie uisus: & sicut prius, erit locus imaginis in centro uisus. Eodem quoque modo deducendo, patet idem propositū in speculis pyramidalibus concauis. Ducta enim à centro uisus ad superficiem contingētem speculum pyramidale linea recta perpendiculari super illam superficiem: si in illa perpēdiculari sumatur punctus corporeus inter uisum & speculum: patet quòd non reflectetur forma eius ad uisum secundum illam perpendicularem: quoniam punctus ille occultabit terminum perpendicularis, & non reflectetur ab ipso. Si autem nullus punctus corporeus fuerit in illa perpendiculari: reflectetur ad uisum secundum hāc perpendicularē forma solius puncti superficiei uisus, quod punctum ex illa superficie uisus secat ipsa perpendicularis. Si communis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis speculi: ab uno tantùm puncto speculi fit

culi ſit reflexio, ſicut & in alio ſpeculo columnari præoſtenſum eſt. Quòd ſi ſectio fuerit oxygonia, quandoq; ab uno puncto: quandoq; à duobus poteſt fieri reflexio ſecundũ diuerſitatem ſitus puncti rei uiſæ & centri uiſus: quoniam punctis c & d exiſtentibus in linea f p, fiet reflexio à puncto h: & ſi puncto c exiſtente in linea f g, punctus d ſit in linea f e: fiet reflexio fortè à punctis h & p: & ſemper locus imaginis eſt centrum uiſus. Vniuerſaliter enim tam in ſpeculis pyramidalibus quàm columnaribus concauis, exiſtẽte axe ſpeculi inter uiſum & ſpeculum, non fiet reflexio per lineam ad uiſum perpendicularem, niſi ab uno tantùm puncto ſpeculi, quẽ ſecat illa perpẽdicularis: & ſolùm illius puncti ſuperficiei uiſus, quem ſecat illa perpendicularis ducta à cẽtro uiſus. Hoc quoq; quod præmiſimus, tunc demum uerùm eſt, ſi linea f h fuerit perpendicularis ſuper lineam longitudinis ſpeculi: quod eſt poſsibile fieri in ſpeculis pyramidalibus, non autẽ in ſpeculis columnaribus: quia tunc ſemper ſectio eſt obliqua ſuper ſuperficiem ſpeculi: & ſimiliter eſt de linea f p. Patet ergo propoſitum: quoniam ſectionem pyramidalem poſsibile eſt ſic diſponi, ut linea p h ſit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem, & ut ordinetur reflexio ſecundum illud.

12. Centro uiſus exiſtente in centro baſis ſpeculi columnaris cõcaui, aut circuli æquidiſtantis baſi: fiet reflexio formæ ipſius oculi ab arcu circuli ſpeculi ſimili arcui circuli magni, qui eſt in ſuperficie oculi: eritq́; locus imaginis centrum uiſus. Alhazen 92 n 5.



Sit ſpeculum columnare concauum: cuius axis ſit a b: ſitq́; centrum uiſus in puncto b: quod per 92 th. 1 huius eſt cẽtrum circuli, qui eſt baſis ſpeculi: dico quòd forma ipſius oculi uidentis reflectetur ad ipſum uiſum ab arcu circuli baſis ſpeculi, ſimili arcui circuli magni, qui eſt totius ſphæræ oculi, tranſiens per centrum foraminis uueæ & per centrum oculi: hoc eſt arcui, qui interiacet extremas perpẽdiculares, quæ à centro uiſus ſecantes peripheriam foraminis uueæ duci poſſunt ad peripheriam circuli ſpeculi. Imaginentur enim illæ lineæ à centro oculi per centrum foraminis uueæ & per totam peripheriam cuiuſdã arcus circuli magni ſphæræ ipſius oculi, ſecantis portionem ſphæræ oculi, cui correſpondet foramen uueæ, per æqualia. Illæ ergo lineæ omnes erunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſphæræ oculi per 72 th. 1 huius: quoniam ducuntur à centro: ſed eædem lineæ ad peripheriam circuli baſis ſpeculi productæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſpeculi per eandem rationem: quoniam exeunt à centro illius circuli, quod eſt b. Iſtæ ergo lineæ ſunt perpendiculares ſuper utraſq; iſtas ſuperficies: ergo per 21 th. 5 huius ipſæ reflectuntur in ſeipſas. Formæ ergo punctorum ſuperficiei oculi in illis perpendicularibus cadentes, reflectũtur ad uiſum per eaſdem. Et quoniam circulus ſphæræ oculi & circulus baſis ſpeculi (cum idẽ centrum habeant) ſunt circuli æquidiſtantes: patet per definitionẽ ſimilium arcuum, quòd arcus quaſq; duas ipſarum ſemidiametros interiacentes ſunt ſimiles. Arcus itaque circuli ſpeculi, à quo fit reflexio, eſt ſimilis arcui oculi, qui reflectitur. Et fortè ille arcus hinc inde eſt quadrans circuli: quia ſicut in 4 th. 3 huius diximus, latus rectum ſubtenſum arcui circuli magni, & ſphæræ ipſius oculi tranſeunti per centrum uueæ & trans totum foramẽ uueæ, eſt quaſi æquale lateri quadrati inſcriptibilis ipſi ſphæræ oculi: illi autẽ correſpondet in centro angulus rectus, & in ſuperficie ipſius ſphæræ quadrans circuli per 33 p 6. Locus autem imaginis omnium pũctorum ſuperficiei oculi taliter reflexorum eſt in centro ipſius uiſus, ut patet per præmiſſam. Et quoniã de quocunq; circulo ſpeculi æquidiſtante baſi eſt eadem demonſtratio: patet ergo propoſitum.



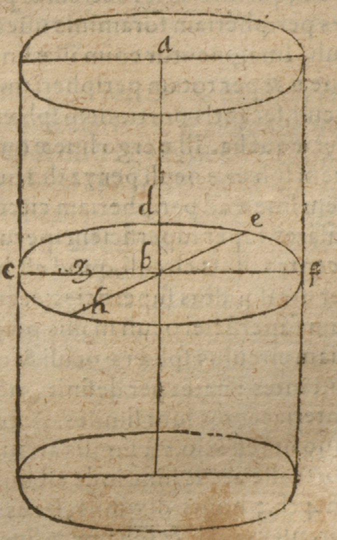
13. In ſpeculis columnaribus concauis ſumptis duobus punctis in axe ſpeculi: poſsibile eſt unum reflecti ad alterum à toto uno circulo ſpeculi: locuſq́; imaginis erit quidã circulus extra ſuperficiẽ ſpeculi. Alhaz. 94 n 5.

Eſto ſpeculum columnare concauum: cuius axis ſit e z, ſintq́; t & h duo pũcta ſignata in axe: dico quòd eſt poſſibile unum illorum punctorum reflecti ad alterum, ut proponitur. Sint enim circuli a g & b d baſes ſpeculi: & diuidatur linea t h per æqualia in puncto q per 10 p 1: & ſuper cẽtrum q deſcribatur circulus in ſuperficie ſpeculi æquidiſtãs baſibus ſpeculi per 102 th. 1 huius: cuius diameter ſit linea l q m: ducantur quoq; lineæ longitudinis ſpeculi per 101 th. 1 huius: quæ ſint b l a, & d m g: fiat quoq; circa centrum h circulus: cuius diameter

 ſit linea

ſit linea k h p: & ducantur lineæ t l, t m, h l, h m. Et quia axis ſpeculi, qui eſt e z, per 92 th. 1 huius erectus eſt ſup ſuperficiē circuli l m: patet quia anguli t q l & t q m & h q l & h q m ſunt recti: ſed & linea t q eſt æqualis lineæ q h ex hypotheſi: & lineæ q m & q l ſunt æquales per definitionem circuli: ergo per 4 p 1 trigona quatuor, quæ ſunt t q m & h q m & t q l & h q l ſunt æquiangula: angulus itaq; t l q eſt æqualis angulo q l h: & angulus t m q æqualis angulo q m h. Si itaq; centrum uiſus fuerit in puncto t, & alicuius rei uiſæ punctus fuerit h: reflectetur forma puncti h ad uiſum exiſtētem in puncto t, à puncto ſpeculi, quod eſt l: & ſimiliter à puncto m. Si itaq; triangulus t l h, fixo manente latere t h, quod eſt pars axis ſpeculi, imaginetur moueri quouſq; redeat ad locum, unde ſumpſit motus principium: tunc punctus l motu ſuo deſcribet circulum: & ſemper duo anguli t l q & q l h manebunt æquales: & ſemper in hoc motu reflectetur forma puncti h ad uiſum exiſtentem in puncto t. Quia uerò diameter p h k eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi: palàm quia ipſe eſt cathetus incidentiæ formæ puncti h. Producatur itaq; eadem cathetus p h k ultra pūctum k extra ſuperficiem ſpeculi, donec concurrat cum linea reflexionis, quæ t l, producta: cōcurret autem per 14 th. 1 huius: quoniam cū angulus t h k ſit rectus, angulus h t l eſt acutus: ſit punctus concurſus f. Similiter quoq; producta catheto h p ultra punctum p: cōcurret ipſe cum linea reflexionis, quæ eſt t m: ſit punctus concurſus r: eruntq; per 37 th. 5 huius puncta f & r loca imaginū formæ puncti h: motoq; triangulo t l h, mouebitur ſimul cum illo triangulus t f h: & in hoc motu punctus f deſcribet circulum extra columnam ſpeculi: totusq; ille circulus erit locus imaginis. Et idem erit probandi modus ſumptis quibuſcunq; duobus pūctis in axe ſpeculi. Oportebit tamē hoc modo uiſum taliter ſiſti, ut centrū eius ſit directè in axe ſpeculi, & punctus rei uiſæ ſit in aliquo cētro circuli ſpeculi, aut circuli baſis, aut æquidiſtantis ei: aliàs enim locus imaginis nō occurret uiſui extra ſpeculū. Patet ergo ꝓpoſitū.

14. *Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris concaui exiſtēte circulo: quandoq; unum: quandoq; duo: quandoq; tria: quandoq; quatuor erunt puncta reflexionis & non plura: & ſecūdum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 95 n 5.*



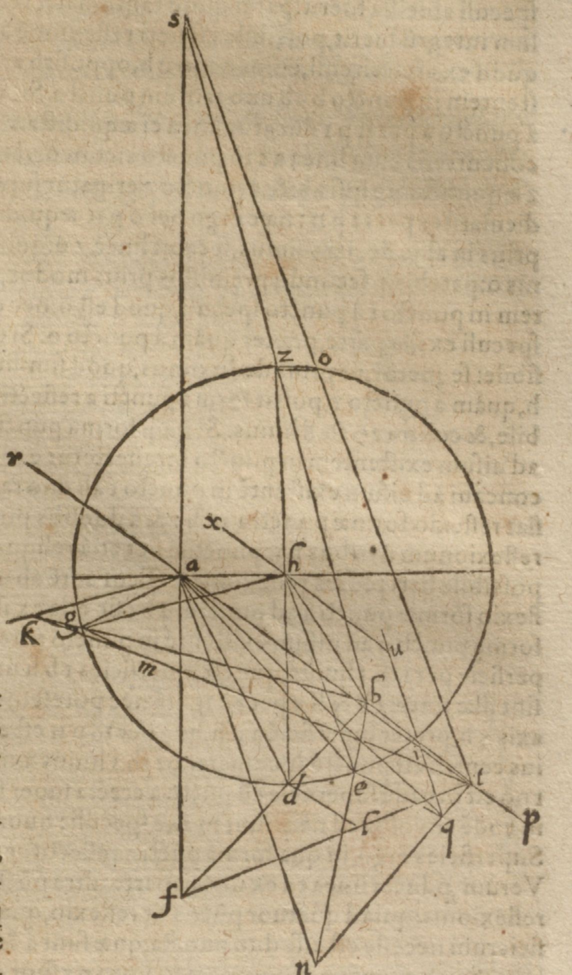
Eſto ſpeculum columnare concauum, cuius axis a b: ſitq; communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus, qui c d e f: cuius centrum ſit b: ſitq; centrum uiſus g: & pūctū rei uiſæ h: quæ ſint intra illum circulum æqualiter uel inæqualiter diſtantia à centro b: ſintq; ambo ab una parte centri b. Dico quòd uerum, quod proponitur. Ducantur enim diametri g b & h b: quæ producantur ad peripheriam circuli: patetq; per 40 th. 8 huius quoniā poſsibile eſt quandoq; formam puncti h reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto g ab uno tantùm puncto circuli c d e f: quandoq; à duobus: quandoque uerò à tribus: quandoq; uerò à quatuor: non autem à pluribus. Et quoniam in propoſito, cum reflexio fiat à circulo ſpeculi, nō eſt aliqua differentia quo ad illud: patet ergo primum propoſitum. Patet etiā, prout oſtenſum eſt in 11 th. 8 huius, ſiue catheti incidentiæ concurrant cum lineis reflexionis ſiue æquidiſtent, quòd ſecūdum numerum linearum reflexionis imagines numerantur. Et hoc eſt totum, quod proponebatur.

15. *In columnaribus cōcauis ſpeculis communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi exiſtente oxygonia: formarum punctorum rei uiſæ quarundam fit ab uno tantùm puncto ſpeculi reflexio ad uiſum: quarundam à duobus: quarundam à tribus: quarundam à quatuor: non autem à pluribus: & ſecundum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 95 n 5.*

Eſto ſpeculum columnare concauum: cuius axis ſit linea x h: ſitq; punctus rei uiſæ obliquè incidens ſpeculo, ita quòd non ſit in aliqua linearum perpēdicularium ſuper ſuperficiem ſpeculi: qui ſit punctus a: taliter ut communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit ſectio oxygonia. Dico quòd poſsibile eſt, ut ab uno puncto, uel à duobus, uel à tribus, uel à quatuor punctis alicuius oxygoniæ ſectionis fiat reflexio ad uiſum: & quandoq; unica appareat imago, quādoq; duæ, quandoq; tres, quandoq; quatuor & non plures imagines: quoniam totidem ſunt puncta reflexionis tantùm poſsibilia. Imaginetur itaq; ſuperficies plana tranſiens per punctum a æquidiſtans baſibus ſpeculi propoſiti: eritq; cōmunis ſectio huius ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi circulus per 100 th. 1 huius, cuius circuli centrum ſit h: ſumaturq; in ſuperficie illius circuli aliud punctum, quod ſit b, inæqualiter diſtans à centro h cum puncto a: & ducantur à punctis a & b ad centrum circuli h lineæ a h & b h: & compleantur diametri illius circuli eiſdē lineis ad peripheriam circuli hinc inde productis. Palàm ergo per ea, quæ dicta ſunt in theoremate præcedente, & in 40 th. 8 huius, quòd ab uno puncto arcus interiacentis duas ſemidiametros a h & b h poteſt forma puncti a reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto b: uel forſitan à duobus uel à tribus: ſed nō à pluribus: ab arcu uerò oppoſito iſti arcui (utpote ab illo arcu, qui cadit inter eaſdem ſemidiametros productas ad aliam partem peripheriæ circuli) non poteſt fieri reflexio formæ pūcti a ad uiſum b, niſi ab uno tantùm puncto. Eſto itaq; quòd forma pūcti a reflectatur ad uiſum b à tribus pūctis ſpeculi propoſiti arcus, ſcilicet unius

inter-

inter iacentis semidiametros a h & b h: quæ sint puncta g,d,e: & ducantur lineæ a g,h g,b g,a d, h d, b d,a e,h e, b e: & à puncto a rei uisæ ducantur in eadem superficie tres lineæ æquidistantes tribus semidiametris,quæ sunt h g,h d, h e: quæ lineæ æquidistantes sint a k, a f, a n: ita quòd linea a k sit æquidistás semidiametro h g: & linea a f semidiametro h d: & linea a n semidiametro h e. Cum itaq; linea a k sit æquidistás semidiametro h g, & linea b g concurrat cum eadem semidi ametro in pũcto g: palàm per 2 th.1 huius quoniá linea b g concurret cum linea a k: sit ergo punctus cócursus k. Similiter quoq; per eandem rationem linea b d concurret cum linea a f: sit concursus punctus f: similiter quoque linea b e concurret cum linea a n: sit punctus cócursus n. Deinde à puncto b erigatur perpendicularis super superficiem circuli, cuius centrum h, per 12 p 11: quæ sit b t: & quoniam axis x h est perpédicularis super superficiem illius circuli: erit per 6 p 11 linea b t æquidistás axi x h. Sumatur quoq; in linea b t punctũ quodcũq;, quod sit t: & ab illo ducantur tres lineę ad tria puncta k, f,n, quæ sint lineæ t k, t f, t n: & à tribus punctis g, d,e erigantur per 12 p 11 tres perpédiculares super superficiem circuli, cuius cétrum h: quæ sint g m, d l, e q: erunt ergo per 6 p 11 lineæ b t & e q æquidistantes. Et quoniam, ut patet per 1 th.1 huius, omnes lineę æquidistantes sunt in eadé superficie: palàm per 1 p 11 quoniá lineæ b t & e q sunt in superficie trianguli b t n: igitur linea e q secabit lineam t n: sit ut secet ipsam in puncto q: & penitus per eundem modum sit, ut linea d l secet lineam t f in puncto l: & linea g m secet lineam t k in pũcto m: eruntq; per 92 th.1 huius hæ tres lineæ scilicet e q & d l & g m partes linearum longitudinis speculi: cum sint in superficie columnæ speculi perpendiculariter productæ super super ficié circuli, cuius centrum h: & per consequés sint erectæ super bases speculi per 23 th.1 huius. Et à puncto q ducatur per 31 p 1 linea æquidistans lineæ n a: quæ sit linea q u: hęc itaq; per 30 p 1 erit æquidistans lineæ h e: quoniam ipsa h e æquidistat lineæ a n, ut patet ex præmissis. Quia itaq; axis x h concurrit cum linea h e in puncto h: palàm per 2 th.1 huius quoniam ipse axis cócurret cum eius æquidistante ducta à puncto q: sit cócursus in puncto u: & sit illa æquidistans linea q u: & ducatur linea t a: hæc itaq; secabit lineam q u: quoniá linea q u ducitur à latere trianguli t b n, & à termino lineę e q æquidistantis basi t b, & omnes illæ lineæ sunt in eadem superficie, lineaq; t a producta est inter lineam q u æquidistantem axi h u, & inter ipsum axem: patet quòd linea t a secabit lineá q u: sunt enim ambæ in eadem superficie: sit itaq; linearum t a & q u pũctus sectionis i: & ducatur linea q a. Quia itaq; lineæ h e & a n sunt æquidistátes, ut suprà patuit: palàm per 29 p 1 quia angulus b e h extrinsecus est æqualis angulo e n a intrinseco, & anguli h e a & e a n sunt æquales, quia coalterni: sed & angulus reflexionis, qui est h e b, est æqualis angulo incidentiæ, qui est a e h, per 20 th.5 huius. Erit ergo angulus e a n æqualis angulo a n e: ergo per 6 p 1 in trigono e a n duo latera e a & e n sunt æqualia: sed linea e q est perpendicularis super superficiem trigoni a e n: quia & super superficiem circuli, cuius cétrum est h, est erecta, ut suprà patuit. Cum itaq; linea q e sit communis duobus trigonis q e a & q e n: patet per 4 p 1 quoniam illa trigona sunt æqualia: eritq; linea q n æqualis lineę q a: ergo per 5 p 1 quia trigoni q a n duo latera q a & q n sunt æqualia, erit angulus q a n æqualis angulo q n a. Quia itaq; linea q i æquidistat lineæ a n: patet per 29 p 1 quoniam angulus t q i extrinsecus ęqualis est angulo t n a intrinseco: & angulus i q a æqualis est angulo q a n, quia sunt coalterni: erit ergo angulus i q t æqualis angulo i q a. Forma itaq; puncti a per 20 th.5 huius reflectetur ad uisum existentem in puncto t à puncto speculi, quod est q. Et eodem modo demonstrandum quòd forma puncti a reflectitur ad uisum existentem in puncto t ab alijs duobus punctis speculi similibus puncto q, quę sunt puncta l & m. Sic ergo formæ puncti a ad uisum in punctum t fiet reflexio à tribus punctis speculi columnaris concaui, quę sunt q,l,m, & ex eadem parte colũnæ speculi: nec est possibile, ut fiat eiusmodi reflexio à pluribus punctis speculi ex illa parte. Si enim detur quodcunq; pũctum superficiei speculi columnaris concaui aliud ab istis tribus, à quo dicatur posse fieri reflexio formę puncti a ad uisum in punctum t: ducatur ab illo puncto dato linea longitudinis speculi super circulum, cuius centrum h: & ostendetur modo præmisso, quòd à puncto peripheriæ illius circuli, cui incidit illa linea longitudinis, potest forma puncti a reflecti ad uisum existenté in pũcto b: & sic à quatuor pun-



ctis arcus interiacentis diametros circuli, in quibus sunt centrum uisus & punctum rei uisæ, fiet reflexio ad uisum, scilicet à tribus punctis g, d, e, & à quarto dato: quod est contra 40 th. 8 huius, & impossibile. Non ergo fiet reflexio formæ puncti a ad uisum existentē in puncto t, nisi à tribus punctis speculi columnaris concaui: quę sunt q, l, m ex una parte ipsius speculi. Si itaq; alia pars columnaris speculi abscissa fuerit: patet quòd tantùm fiet reflexio à tribus pūctis speculi: quòd si totum speculum integrū fuerit, posibile est fieri reflexionē à pūctis quatuor. Iam enim patuit per 27 th. 8 huius, quòd ex arcu circuli, cuius centrū h, opposito arcui g d e, potest forma pūcti a reflecti ad uisum existentem in puncto b ab uno tantùm puncto. Sit ergo illud punctū z: & ducatur semidiameter h z: & à puncto a per 31 p 1 ducatur linea ei æquidistans: quæ sit a s: & ducatur linea reflexionis, quæ sit b z concurrens cum linea a s in puncto s: concurret autē per 2 th. 1 huius: quoniā concurrit cum linea h z æquidistante ipsi a s: & à puncto z erigatur super superficiē circuli, cuius centrū h, linea z o perpēdiculariter per 12 p 11: hæc ergo per 6 p 11 æquidistabit lineæ b t. Ducatur itaq; linea t s, quæ, sicut prius in alijs declarauimus, secabit lineā z o: quoniā sunt in eadē superficie: sit ergo punctus sectionis o: patebitq; secundū pręmissos prius modos, quoniā forma puncti s reflectitur ad uisum existētem in puncto t à puncto speculi, quod est o: nec erit posibilis reflexio ab aliquo puncto superficiei speculi ex illa parte, præter quàm à puncto o. Si enim detur, quòd ab aliquo alio pūcto hoc sit possibile: sequetur, ut prius deduximus, quòd similiter ab alio puncto illius arcus circuli, cuius centrū h, quàm à puncto z, posit forma puncti a reflecti ad uisum existentē in puncto b, quod est impossibile, & contra 29 th. 8 huius. Si itaq; forma puncti a ab uno pūcto circuli, cuius centrū h, reflectitur ad uisum existentem in puncto b: reflectetur eadē forma puncti a ex eadē parte speculi columnaris concaui ad uisum existentē in puncto t ab uno tantùm speculi puncto: & si à duobus pūctis speculi fiat reflexio formæ puncti a ad b: & à duobus punctis speculi reflectetur a ad t. Si uerò una harum reflexionum à tribus fiat punctis: fiet etiā reliqua à tribus: & ab illa parte circuli uel speculi non est posibile fieri plures reflexiones. Sicut autē ab uno tantùm puncto arcus oppositi in circulo fit reflexio formæ puncti a ad punctum b: sic etiā ex illa parte speculi ab uno tantùm puncto fit reflexio formę puncti a ad uisum existentē in puncto t. Item linea t b æquidistat axi x h: sunt ergo in eadē superficie per 1 th. 1 huius, quę est superficies t b h u: nec enim potest alia sumi plana superficies, in qua sint illæ lineæ t b & h x per 1 p 11. Itē nec potest sumi aliqua plana superficies, in qua sit punctus a, & axis x h, pręter superficiē a u h, quę per 18 p 11 est erecta perpēdiculariter super superficiē circuli, cuius centrū est punctū h: cum per 92 th. 1 huius axis h u sit perpēdicularis super ipsam. Punctus ergo t nō est in eadē superficie cū pūcto a erecta super superficiē dicti circuli: sed neq; illa pūcta t & a sunt in eodē circulo: sed neq; sunt in axe speculi: quoniā linea b t est æquidistans axi speculi, qui est x h. Superficies ergo, in qua forma pūcti a reflectitur ad uisum existentē in pūcto t, est oxygonia sectio. Verùm ꝓducta linea t a ex utraq; parte ultra pūcta t & a, ut fiat linea p r: cū quatuor sint superficies reflexionis: quia à quatuor pūctis fit reflexio, quæ sunt q, l, m, o, & in qualibet illarū quatuor superficierum necesse est esse duo puncta, quæ sunt a & t: patet quòd linea p r est communis illis quatuor superficiebus per 1 p 11: quoniam in linea p r sunt cētrum uisus, quod est punctum t: & punctum rei uisæ, quod est punctum a: quæ necesse est esse in omni superficie reflexionis factæ ab his speculis, ut patet per 3 huius. Quælibet autem illarum superficierum secat speculum super superficiem contingentem speculum in puncto suæ reflexionis: & cuilibet istarum superficierum reflexionis & superficiei in illo puncto speculum contingentis communis sectio est linea recta per 3 p 11. Et sicut pūcta reflexionis non sunt eadem: sic neq; lineæ communes illarum sectionum sunt eædem: linea itaq; p r est perpendicularis super unam tantùm illarum quatuor communium linearum, non super duas. Quoniam si esset perpendicularis super duas illarum linearum: esset perpēdicularis super duas superficies speculum secundum puncta illarum linearum cōtingentes: linea itaq; p r necessariò transiret axem: cum tamen ostensum sit prius, quòd linea t a, (quæ est pars lineæ t p r) cadat citra axem speculi, qui est x h. Necessariò ergo oportet duci quatuor diuersas lineas perpendiculares ad illas quatuor lineas communes à puncto rei uisæ, quod est a: quæ erunt quatuor catheti incidentiæ perpendiculares super oxygonias sectiones, cōmunes illis superficiebus reflexionū & speculi. Quælibet itaq; istarū perpendiculariū aut erit æquidistans lineæ reflexionis: aut cōcurret cū illa siue intra speculū siue extra. Si fuerit æquidistans: erit locus imaginis ipse pūctus reflexionis, ut suprà patuit in 11 huius. Et cū quatuor sint huiusmodi ꝑpēdiculares: erūt quatuor loca imaginū, & quatuor imagines: ideo quòd quatuor sunt loca reflexionū. Si uerò oēs illę quatuor perpēdiculares cōcurrunt cū lineis suarū reflexionū: erūt itē quatuor imagines: quia quatuor sunt cōcursus illarū linearum. Sic ergo loca imaginū numerātur secundū numerū punctorū reflexionis. Et hoc est ꝓpositū.

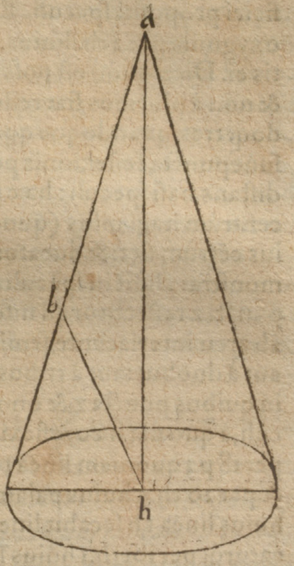
16. In speculis columnaribus concauis dato centro uisus & pūcto rei uisæ, punctum reflexionis inuenire. Alhazen 96 n 5.

Sit speculum columnare concauum, cuius axis sit x h: sitq; punctum rei uisæ a: & centrum uisus b: quæ sint in locis datis. Dico quòd est posibile punctum reflexionis inueniri. Si enim pūctum rei uisæ (quod est a) & centrum uisus (quod est b) fuerint in una plana superficie speculū trans axem secante: tūc patet per 93 th. 1 huius, quia communis sectio superficiei reflexionis & speculi est linea longitudinis. Potest itaq; inueniri punctum reflexionis, sicut in speculis planis per 46 th. 5 huius. Quòd si puncta a & b non fuerint in tali superficie: imaginetur superficies transiens per punctum a, secans speculum æquidistanter basibus: erit ergo per 100 th. 1 communis sectio superficiei illius & super-

ſuperficiei ſpeculi circulus. Centrum itaq; uiſus, quod eſt punctum b, aut eſt in ſuperficie illius circuli, aut non. Si ſic: poteſt reflexionis punctum inueniri in peripheria illius circuli, ſicut ſuprà in 27 th.8 huius docuimus in ſpeculis ſphæricis cõcauis. Si uerò centrum uiſus b non fuerit in ſuperficie illius circuli: tũc cũ punctũ rei uiſæ, & centrũ uiſus ſemper ſint in ſuperficie reflexionis per 3 huius: patet quòd cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi in hoc ſitu eſt ſectio oxygonia. Ducatur ergo à puncto b cẽtro uiſus perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ illius circuli per 11 p 11: & replicetur tota ꝓbatio proximæ præcedẽtis: & palàm, quia inuenietur pũctus reflexionis. Quod eſt ꝓpoſitũ.

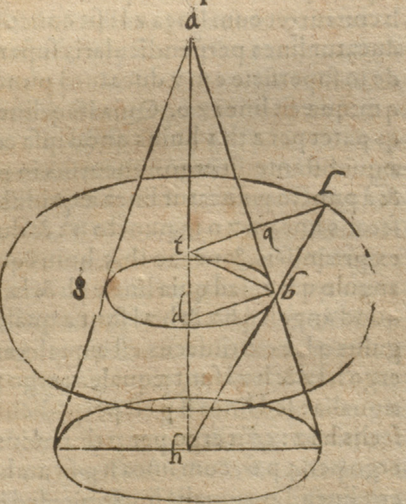
17. Centro uiſus exiſtente in puncto, qui eſt communis ſectio axis & lineæ perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem ſpeculum pyramidale concauum: fiet reflexio formæ ipſius oculi ab una totali peripheria circuli ſpeculi æquidiſtantis baſi: & ſolùm per lineas perpẽdiculares: locusq́; imaginis erit in centro uiſus. Alhazen 98 n 5.

Eſto ſpeculum pyramidale concauum, cuius axis ſit a h: & ducatur à puncto h linea perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem ſpeculum in puncto b: erit itaq; punctus h communis ſectio axis a h & lineæ perpendicularis, quæ eſt h b. Dico quòd ſi centrum uiſus poſitum fuerit in puncto h: fiet reflexio formæ oculi uidentis à tota peripheria unius circuli ſpeculi æquidiſtantis baſi, cuius polus erit punctus h. Sit enim punctus a uertex ſpeculi: & ducatur linea a b: ut ergo patet per 95 th.1 huius, erit linea a b pars lineæ lõgitudinis ſpeculi: eritq; trigonum h b a orthogonium: quoniam angulus a b h erit rectus propter perpendicularitatem lineæ h b ſuper lineam a b. Imaginetur ergo à puncto h plurimæ duci perpendiculares ſuper lineas longitudinis ſpeculi, ſicut eſt linea h b perpendicularis ſuper lineam longitudinis, quæ eſt a b: uel remanente fixo a h latere trigoni a b h, & circumducto trigono, quouſq; ad locum, unde exiuit, redeat: deſcribet punctũ b circulum in concauitate ſpeculi, à cuius quolibet peripheriæ pũcto fiet reflexio ad uiſum exiſtentem in puncto h ſecundum lineas perpendiculares, ſimiles lineæ h b: hoc eſt ſecundum lineas, quas motu ſuo determinabit linea h b. Fiet autem reflexio ſolùm ſuperficiei ipſius uiſus per 21 th.5 huius: & ſolùm partis ſuperficiei uiſus, quam ſecant duę lineæ perpendiculares à centro oculi exeuntes, & maiorem angulum, qui eſt ibi poſsibilis, continentes. Erit autem in omnibus his reflexionibus ſemper locus imaginis in centro uiſus: quoniam non fit reflexio niſi ſecundum lineas perpẽdiculares. Patet itaq; propoſitum: ita tamen quòd inter centrum uiſus & ſpeculi ſuperficiem non ſit aliquod corpus ſolidum, quod obſiſtat.



18. Exiſtentibus centro uiſus punctoq́; rei uiſæ in axe ſpeculi pyramidalis concaui: poſsibile eſt reflexionem fieri à toto uno circulo ſuperficiei reflexionis ſpeculi: locusq́; imaginis erit quidã circulus extra ſpeculum. Alhazen 99 n 5.

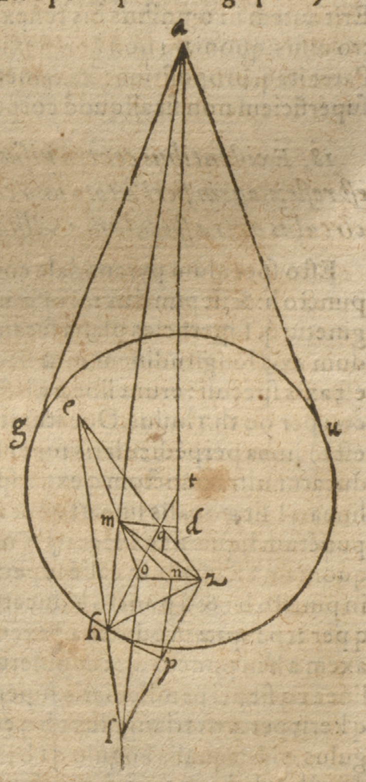
Eſto ſpeculum pyramidale concauum: cuius axis ſit linea a h: & uertex a: ſitq; centrum uiſus in puncto h: & ſit punctus rei uiſæ in puncto axis: qui ſit t: imagineturq; ſuperficies plana ſecans pyramidem ſpeculi ſecundum axis longitudinem, quæ ſit a b h g. Et quoniam linea a h eſt axis ſpeculi: erunt lineæ a b & a g lineæ longitudinis ſpeculi per 90 th.1 huius. Ducatur itaq; à puncto rei uiſæ (quod eſt t) linea perpẽdicularis ſuper lineam a b: quę ſit t q: & producatur ultra punctum q extra ſpeculum ad pũctum l, donec linea q l ſit æqualis lineæ t q: & à puncto h ducatur linea ad punctum l, quæ ſit h l. Hęc itaq; neceſſariò ſecabit lineam a b: quoniam eſt cũ illa in eadẽ ſuperficie: ſit ergo, ut ſecet ipſam in puncto b: & à puncto b ducatur linea æquidiſtans lineæ t q per 31 p 1: quæ producta ad axem ſpeculi, ſit linea b d, ſecans axem a h in puncto d: & copuletur linea t b. Palàm itaq;, cum linea t q ſit perpendicularis ſuper lineam a b, & æqualis lineę q l: erit per 4 p 1 triangulus t b q ęqualis triangulo q b l: & angulus q l b æqualis angulo q t b: ſed angulus q t b æqualis eſt angulo t b d per 29 p 1 quia ſunt coalterni: & angulus d b h extrinſecus eſt æqualis angulo q l b intrinſeco. Eſt ergo angulus t b d ęqualis angulo d b h: ergo per 20 th.5 huius forma puncti t reflectitur à puncto ſpeculi, quod eſt b, ad centrum uiſus exiſtens in puncto h. Et quoniam linea t q eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi: patet per definitionem quoniam ipſa eſt cathetus incidentiæ formę puncti t: concurrit autem cathetus t q cum linea reflexionis, quæ eſt h b, in puncto l: eſt ergo punctus l locus imaginis formæ puncti t per 37 th.5 huius. Si itaq; fixo latere t h imaginetur trigonus t l h moueri, quouſq; redeat ad locum, unde incepit: tũc



punctus b motu suo describet circulum in superficie cōcaua speculi: & à quolibet puncto periphe-riæ illius circuli reflectetur forma puncti t ad uisum existentem in puncto h. Similiter quoq; l motu suo describet circulum extra speculum, in cuius totali peripheria erit locus imaginis formæ puncti t: quoniam in tota illius circuli peripheria catheti incidentiæ formæ puncti t, & lineæ reflexionum formæ puncti t ad uisum h, concurrent. Patet itaq; propositum.

19. In pyramidalibus concauis speculis cōmuni sectione superficiei reflexionis & speculi oxygonia existente, & centro uisus, punctoq; rei uisæ existentibus in eadem superficie basis speculi, aut ei æquidistantis, neq; sit ipsorum aliquod in axe speculi: formarum punctorum rei uisæ quarundam fit ab uno tantùm pūcto speculi reflexio: quarundā à duobus: quarundā à tribus: quarundā à quatuor: nō aūt à pluribus: & secundū hæc loca imaginū numerātur. Alhaz. 100 n 5.

Esto speculum pyramidale concauum a g u: cuius axis sit a d & uertex a: sitq; punctus e centrum uisus: & sit z punctus rei uisæ obliquè incidens speculo: ita quòd nō sit in aliqua linearum perpendicularium super superficiem uisus: neq; sit in axe speculi, qui est a d: neq; fiat reflexio ab aliqua linearum longitudinis speculi: fiat tamē reflexio formæ puncti z ad uisum e ab aliquo puncto superficiei propositi speculi. Erit ergo necessariò cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sectio oxygonia per 2 th. huius: & sint puncta e & z in eadē superficie circuli basis speculi, aut æquidistantis ei. Dico quòd est possibile, ut ab uno tantùm pūcto speculi: uel duobus: uel tribus: uel quatuor: & non à pluribus fiat reflexio ad uisum: & quandoq; unica apparebit imago: quandoq; duæ: quandoq; tres: quandoque quatuor: nec est possibile uideri plures imagines: quoniam totidem tantùm sunt puncta reflexionis possibilia. Imaginetur itaq; superficies plana transiens per pūctum z æquidistans basi speculi: hæc itaq; superficies per 100 th. 1 huius secabit speculum secundum circulum: centrum itaq; uisus (quod est punctum e, ut patet ex hypothesi) erit in superficie illius circuli, cuius cētrum sit t: & ducatur linea e z, quæ producta secet illum circulum. Palàm ergo per ea, quæ demonstrata sunt in speculis sphæricis cōcauis per 40 th. 8 huius, quoniam in tali dispositione forma puncti z reflectitur ad uisum existentem in puncto e à peripheria illius circuli ex una parte, scilicet ab arcu interiacente semidiametros, in quibus puncta z & e consistunt, aut ab uno puncto speculi: aut à duobus: aut à tribus: & ex alia parte ab arcu scilicet interiacēte illas semidiametros reliquas, in quibus puncta z & e non consistunt, ab uno tantùm puncto. Sumatur itaq; aliquis punctus circuli, à quo fiat hæc reflexio, quod sit h: & ducantur lineæ z h & e h: & semidiameter t h. Patet itaq; per 18 p 3 quoniam linea t h est perpendicularis super lineam circulum in puncto h contingentem: & per 20 th. 5 huius palàm est quoniam linea t h diuidit angulum z h e per æqualia: ergo per 29 th. 1 huius linea t h secabit lineam e z: sit ergo punctus sectionis q: ducaturq; per 101 th. 1 huius linea longitudinis speculi: quæ sit a h: & à puncto q ducatur linea cadens perpendiculariter super lineam a h per 12 p 1: quæ sit q m, secans lineam a h in puncto m: & producta ultra punctum q secet axem speculi, qui est a d, in puncto d: & ducantur lineæ z m & e m: & à puncto z, quod est pūctum rei uisæ, ducatur in superficie illius circuli linea æquidistans lineæ q h: quæ sit z l. Quia itaq; linea e h concurrit cum linea q h in puncto h: patet per 2 th. 1 huius quoniā linea e h producta ultra punctum h concurret cum linea z l: sit concursus punctus l: & à puncto h ducatur linea perpendicularis super lineam l z, quæ sit h p: deinde in superficie e m z ducatur à puncto z linea æquidistans lineæ q m: quæ sit linea z o. Quia itaq; linea e m concurrit cum linea m q: patet per 2 th. 1 huius quòd ipsa concurret cum linea z o ipsius æquidistante: sit ergo concursus in puncto o: & ducatur linea l o: & à puncto p ducatur linea æquidistās lineæ l o: quæ sit linea p n, secans lineam z o in puncto n: & ducatur linea m n. Palàm itaq; ex præmissis, & per 20 th. 5 huius quòd angulus e h q est æqualis angulo q h z: sed quia lineæ t h & l z æquidistant: patet per 29 p 1 quòd anguli q h z & h z l sunt æquales: quia coalterni: sed & angulus q h e extrinsecus est æqualis angulo h l z intrinseco: anguli ergo h l z & h z l sunt æquales: ergo per 6 p 1 latera h l & h z sunt æqualia: sed linea h p est perpēdicularis super lineā l z basim isosceli h l z: erūt ergo per 31 th. 1 huius trigona h l p & h p z similia: ergo per 4 p 6, cum linea h p sit ambobus illis trigonis cōmunis: erit linea l p æqualis lineæ p z: sed in trigono l o z linea p n est æquidistans lineæ l o: ergo per 2 p 6 erit proportio lineæ z n ad lineam o n, sicut lineæ z p ad lineam p l. Est ergo linea z n æqualis lineæ n o. Item cum, sicut patet ex præmissis, linea o z sit æquidistans lineæ q m & linea h q sit æquidistans lineæ l z: ergo p 15 p 11 erit superficies z l o æquidistans superficiei q m h: & superficies e o l secat illas duas superficies: superficiē quidē q h m secundū lineā h m, & superficiē l o z secundū lineā l o: ergo per 16 p 11 cōmunes sectiones superficiei e o l cum illis duabus superficiebus æquidistantibus sunt æquidistantes. Linea ergo h m æquidistabit lineæ l o: sed



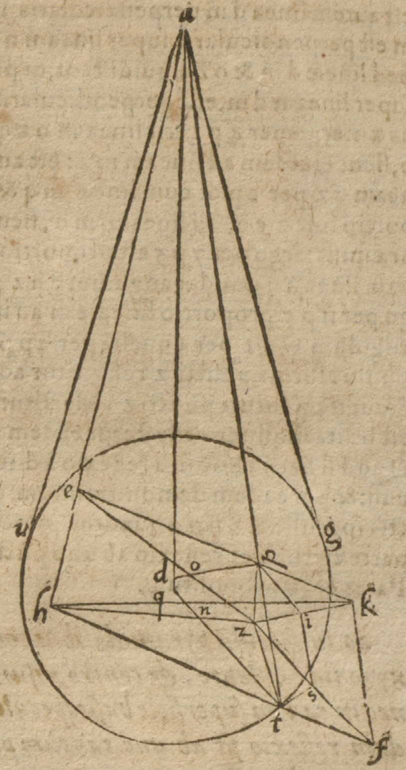
linea

linea p n æquidiſtat lineæ l o: ergo per 30 p 1 lineæ h m & p n æquidiſtant. Quia itaq; linea h p cadit inter lineas h t & l z æquidiſtantes: patet per 29 p 1 quia anguli h p l & p h t ſunt æquales: quia coalterni: ſed angulus h p l eſt rectus: ergo angulus p h t eſt rectus: ergo per 16 p 3 linea p h contingit circulum: igitur ſuperficies a h p eſt contingens pyramidem ſpeculi: ergo per 95 th. 1 huius contingit illam ſecundum lineam longitudinis, quæ eſt a h: & in hac ſuperficie erunt ambæ lineæ p n & n m: linea quidem m h, quoniam eſt pars lineæ longitudinis, quæ eſt a h: linea uerò p n per 1 th. 1 huius: omnes enim lineę æquidiſtantes neceſſariò ſunt in eadem ſuperficie, & linea p n & h m æquidiſtant: linea uerò n m eſt in eadem ſuperficie per 1 p 11, quoniam puncta n & m ſunt in illa ſuperficie: eſt autem linea d m perpendicularis ſuper ſuperficiem a h p ſpeculum contingentem: ergo linea d m eſt perpendicularis ſuper lineam n m per definitionem lineę perpendicularis ſuper ſuperficiem. Sed lineæ d m & o z æquidiſtant, ut prius patuit: ergo per 29 p 1 linea n m, quæ eſt perpendicularis ſuper lineam d m, erit perpendicularis ſuper eius æquidiſtantem, quæ eſt z o: ſed linea o n eſt æqualis z n: ergo per 4 p 1 erit linea m o æqualis m z: ergo per 7 p 5 erit proportio lineæ e m ad lineam m o, ſicut eiuſdem ad lineam m z: eſt autem proportio lineæ e m ad lineam m o, ſicut lineæ e q ad lineam q z per 2 p 6: cum lineæ m q & o z ſint æquidiſtantes in trigono o z e: uel ſic: eſt autem proportio lineæ e m ad lineam m o, ſicut lineæ e h ad lineam h l: ſed lineæ l h & h z ſunt æquales per præmiſſa: ergo per 7 p 5 eſt proportio lineæ e h ad lineam h z, ſicut ad lineam h l: eſt autem per 3 p 6 cum linea h q diuidat angulum e h z per æqualia, proportio lineæ e h ad h z, ſicut e q ad q z. Eſt ergo per 11 p 5 proportio lineæ e m ad lineam m z, ſicut lineæ e q ad lineam q z: ergo linea m q diuidit angulum e m z per æqualia per 3 p 6. Eſt ergo angulus e m q æqualis angulo q m z: ergo per 20 th. 5 huius forma puncti z reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e à puncto ſpeculi, quod eſt m. Sicut itaq; forma puncti z reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e à ſolo puncto circuli, quod eſt h: ita ſimiliter reflectetur eadem forma puncti z ad uiſum e à ſolo puncto ſpeculi, quod eſt m. Quòd ſi fiat in hoc ſitu reflexio à duobus punctis circuli: erit etiam reflexio à duobus punctis ſpeculi: & per eadem demonſtrandum: & ſi à tribus punctis circuli fiat reflexio: fiet etiam à tribus punctis ſpeculi: & ſi fiat à quatuor punctis unius, fiet etiam à quatuor punctis alterius: & ſicut ab alia parte circuli fiet reflexio ab uno pũcto circuli, ita fiet etiam ab uno puncto ſpeculi ex eadem parte. Patet ergo propoſitum.

20. In ſpeculis pyramidalibus concauis, communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi oxygonia exiſtente, & centro uiſus, punctoq́; rei uiſæ exiſtentibus intra ſpeculum, non in axe, nec in eadem ſuperficie baſis ſpeculi, aut ei æquidiſtante: formarum punctorum rei uiſæ quarundam reflexio fit ab uno tantùm puncto ſpeculi: quarundam à duobus: quarundam à tribus: quarundam à quatuor: non autem à pluribus: & ſecundum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 101 n 5.

Sit, ut in propoſitione præcedente, ſpeculi pyramidalis concaui (quod ſit a g u) uertex a: & axis a d: ſitq; punctus rei uiſæ z: & centrum uiſus e: ductaq; per punctum z ſuperficie ſecante ſpeculum æquidiſtanter baſi ſpeculi, non ſit punctum e in illa ſuperficie, ſed ſub illa, uel ſupra illam. Sit autem nunc, exempli cauſſa, ſupra illam: quia ſi ponatur eſſe ſub illa, eadem erit demonſtratio: dico itaq; quòd uerum eſt id, quod proponitur. Quia enim, ut patet per 100 th. 1 huius, cõmunis ſectio illius ſuperficiei & ſpeculi eſt circulus: ducatur à uertice ſpeculi, quod eſt a, linea per centrum uiſus e, ſecans ſuperficiem præmiſsi circuli extra ipſius centrum in puncto h, quę ſit a e h: hoc autem eſt poſſibile: ideo quia centrum uiſus, quod eſt punctum e, ut patet ex hypotheſi, eſt intra ſpeculum, non in axe: ſitq; centrum illius circuli punctum q. Palàm itaq; per 20 th. 8 huius quia forma puncti z poteſt reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto h ab aliquo puncto circuli: ſit illud punctum t: & ducantur lineæ h t & z t & h z, & ſemidiameter q t: quæ cum ſit perpendicularis ſuper lineam contingentem circulum in puncto t per 18 p 3, ergo per 26 th. 5 huius palàm quòd linea q t diuidit angulum h t z per æqualia: ergo per 29 th. 1 huius patet quòd linea q t ſecabit lineá h z: ſit punctus ſectionis n: & ducatur linea z e à puncto rei uiſæ ad centrum uiſus in punctum e, & linea longitudinis ſpeculi: quæ ſit a t. Palàm itaq; ex præmiſsis, cum punctus z ſit ex illa parte diametri q t, & ex una parte eiuſdem ſit punctum e, quod eſt centrum uiſus, quoniam punctum h, quod eſt in linea a e, eſt in eadem parte ſemidiametri q t, in qua eſt & punctum e. Patet ergo quòd linea e z ſecabit ſuperficiem a q t: ſit, ut ſecet ipſam in puncto o: & ab illo puncto o per 12 p 1 ducatur perpendicularis ſuper lineam a t, ſcilicet lineam longitudinis ſpeculi: quæ perpendicularis ſit o p: hæc itaq; producta ultra punctum o neceſſariò cadet ſuper axem ſpeculi, qui eſt a d, ut patet per 96 th. 1 huius: ſit, ut cadat in punctum d: & ducantur lineæ e p & z p. Dico quòd forma puncti z reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e à puncto ſpeculi, quod eſt p. Ducatur enim à puncto z linea æquidiſtans ſemidiametro q t per 31 p 1, quæ ſit z f. Et quoniam linea h t concurrit cum linea q t in puncto t: palàm per 2 th. 1 huius quoniam ipſa concurret cum eius æquidiſtante, ſcilicet cum linea z f: ſit punctus concurſus f. Item à puncto z ducatur linea æquidiſtans lineæ o p: quæ ſit z k. Et quoniam linea e p concurrit cum linea o p: patet quòd ipſa producta ultra punctum p concurret cum illa z k: ſit punctus concurſus k: & ducantur lineæ k f & k h. Et quia, ut patet ex præmiſsis, angulus o p t eſt rectus, angulus uerò p t q minor recto per 89 th. 1 huius: quoniam ipſe eſt angulus,

quem continet linea longitudinis cum semidiametro basis: patet ergo per 14 th.1 huius quoniam lineæ o p & q t concurrunt in aliquo puncto productæ ultra puncta d & q. Cum ita linea z f sit æquidistans lineæ q t, & linea z k æquidistãs lineæ o p, & lineæ z f & z k concurrãt in puncto z: lineę quoq; d p & q t similiter concurrant in aliquo puncto, ut præostensum est: patet quod superficies f k z, & superficies o p q t, quæ est superficies a q t, sunt æquidistantes per 15 p 11. Quòd autem superficies o p q t sit pars superficiei a q t, patet ex his. Quoniam enim linea p o producta cadit in punctum axis, quod est d, patet per 1 p 11 quòd linea p o est in superficie a q t: sed & linea q t est in illa superficie: tota ergo superficies o p q t est pars superficiei a q t.



Et quia superficies h k f secat duas superficies z k f & a q t sup duas lineas t p & k f: patet quòd illæ duæ lineæ t p & k f sunt ęquidistantes per 16 p 11. Ducatur itaq; à pũcto t linea perpendicularis sup lineã z f per 12 p 1: quæ sit linea t s: erit ergo angulus t s f rectus: ergo p 29 p 1 angulus s t q est rectus: quoniã lineæ z f & t q æquidistãt: ergo p 16 p 3 linea t s cõtingit in puncto t circulũ, cuius centrum est punctũ q. Superficies itaq; a t s est contingens pyramidem speculi: continget ergo illam per 95 th.1 huius secundum lineam longitudinis, quæ est a t. Sed linea o p est perpendicularis super lineam a t: est ergo linea o p erecta super superficiem a t s contingentem pyramidem: quoniam linea o p est in superficie a q t, transeunte per axem a d, & per lineam longitudinis a t: talis autem superficies, ut patet per 97 th. 1 huius erecta est super superficiem contingentem speculum in linea longitudinis, quæ est a t. Quia ergo superficies a t s secat duas superficies o p q t & z k f, quæ sunt æquidistantes: patet per 16 p 11 quoniam duæ lineæ, quæ sunt illarum superficierum communes sectiones, sunt æquidistantes: quarum linearum una est linea p t, & altera sit linea s i secans lineam z k in puncto i. Patet quoq; quia punctus i cadit inter puncta k & z: lineæ itáq; p t & s i æquidistant: sed lineæ p t & f k æquidistant ad inuicem: quoniam sunt in superficiebus æquidistantibus: ergo per 30 p 1 lineæ s i & f k sunt æquidistantes. Et quoniam lineæ q t & z f æquidistant: patet per 29 p 1 quòd angulus n t z est æqualis angulo t z f: quia sunt coalterni: & angulus h t n extrinsecus est æqualis angulo t f z intrinseco: sed anguli h t n & n t z sunt æquales: ergo anguli t f z & t z f sunt æquales: ergo per 6 p 1 lineæ t f & t z sunt æquales: & linea t s est perpendicularis super basim isoscelis t f z: trigona itaq; partialia (quæ sunt t s f & t s z) sunt similia per 31 th.1 huius: ergo per 4 p 6 cum linea t s ambobus illis trigonis sit communis: erit linea s f æqualis lineæ s z. Sed cum linea s i æquidistet lineæ f k in trigono f k z: erit per 2 p 6 proportio lineæ f s ad lineam s z, sicut lineæ k i ad lineam i z: erit ergo linea k i æqualis lineæ i z: ducaturq; linea p i. Cum ergo superficies a t s i, in qua ducta est linea p i, sit erecta super superficiem z k f, in qua cadit linea z k: erit per definitionem superficiei super superficiem erectæ linea p i erecta super lineam z k: ergo per 4 p 1 cum linea k i sit æqualis lineæ i z, lineaq; p i sit communis, & anguli ad punctum i sint æquales, quia recti: erit angulus p k z æqualis angulo p z k: sed per 29 p 1 angulus e p o extrinsecus æqualis est angulo p k z intrinseco: quoniam lineæ o p & z k æquidistant: & angulus o p z est æqualis angulo p z k: quia sunt coalterni: anguli ergo e p d & d p z sunt æquales: cum anguli p k z & p z k sunt æquales. Ergo per 20 th. 5 huius forma puncti z reflectitur ad uisum existentem in puncto e à puncto superficiei speculi, quod est p: quod est unũ propositorũ. Si aũt sumatur aliud punctũ in circulo, cuius centrum est punctum q, à quo forma puncti z reflectatur ad uisum existentẽ in puncto h: præmisso modo potest declarari, quòd ab alio puncto speculi reflectetur forma puncti z ad uisum existentẽ in puncto e ab alio pũcto q̃ à puncto p. Similiter quoq; si forma puncti z reflectatur ad uisum existentẽ in puncto h à tribus punctis circuli: reflectetur forma puncti z ad uisum e à tribus punctis speculi: & si à quatuor punctis reflexio fiat in circulo: & à quatuor punctis reflexio erit in speculo: & secundũ hæc loca imaginum numerantur. Patet ergo propositum. Quòd si dicatur quòd à pluribus punctis speculi quàm à quatuor possit fieri reflexio formæ puncti z ad uisum existentem in puncto e: ducta ab illo puncto linea longitudinis super peripheriam circuli, cuius centrum est punctum q: poterit per conuersionem præmissæ demonstrationis ostendi, quòd forma puncti z reflectetur ad uisum existentem in puncto h à pluribus punctis circuli quàm à quatuor: quod est impossibile, & contra 40 th. 8 huius. Semper enim, ut patuit ex præmissis, à quotcunq; punctis circuli reflectitur forma puncti z ad punctum h: à totidem punctis speculi reflectetur eadem forma puncti z ad punctum e: & econuerso: & dicenti contrarium accidit impossibile modo prædicto. Patet itaq; quòd punctorum rei uisæ in his speculis quædam habent unicam imaginẽ: quædam duas: quædam tres: quædam quatuor: & quòd nõ est possibile caussari plures imagines in speculis colũnaribus uel pyramidalibus concauis: sicut neq; in sphæricis concauis: quod est notandum.

21. Dato

21. Dato centro uisus & puncto rei uisæ in speculis pyramidalibus concauis, punctum reflexionis inuenire. Alhazen 102 n 5.

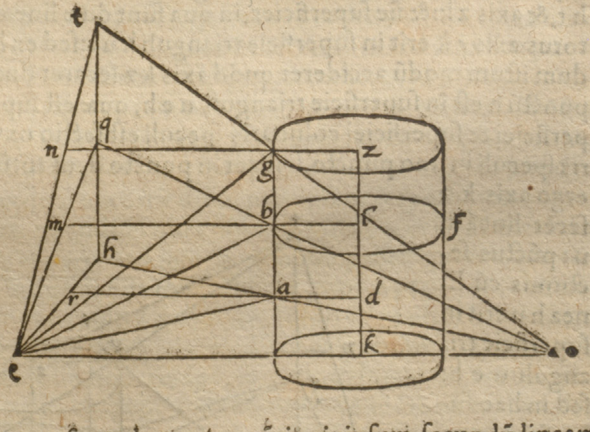
Sit speculum pyramidale concauum, cuius axis sit linea a d: sitq; punctus rei uisæ z: & centrum uisus sit punctum e, quæ sint in locis datis: dico quòd est posibile punctum reflexionis inueniri. Si enim punctum rei uisę, quod est z, & centrum uisus, quod est e, fuerint in una plana superficie speculum trans axem secante: tunc patet per 90 th.1 huius quia communis sectio superficiei reflexionis & speculi est linea longitudinis pyramidis speculi: potest itaq; punctum reflexionis inueniri sicuti in speculis planis per 46 th.5 huius. Quòd si puncta z & b non fuerint in illa totali superficie: imaginetur superficies transiens per punctum z, secans speculum æquidistanter suæ basi: erit ergo per 100 th.1 huius communis sectio illius superficiei & speculi circulus. Centrum itaq; uisus, quod est punctum e, aut erit in illa superficie circuli, aut non. Quomodocunq; autem sit: quia, ut patet per 12 th 7 huius impossibile est communem sectionem superficiei reflexionis & huius speculi circulum esse: ergo erit semper tunc illa cõmunis sectio oxygonia: replicata ergo demonstratione 19 huius, uel proximæ præmissæ: patebit faciliter inuentio puncti reflexionis. Forma enim puncti z reflectetur ad uisum existentem in puncto h ab aliquo puncto circumferentiæ circuli, cuius centrum est q: uel fortè à duobus: uel à tribus: uel à quatuor: & quotcunq; fuerint, semper modo præmisso inuenietur punctum reflexionis illi puncto circuli correspondens, inuento puncto reflexionis illorum punctorum in peripheria circuli, per ea, quæ declarauimus in diuersis propositionibus octaui huius. Patet ergo propositum.

22. Ambobus uisibus à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis quasi unica occurrit imago.

In his enim speculis puncta reflexionis formæ eiusdẽ puncti rei uisæ, ad diuersos uisus eiusdem uidentis non habent multam diuersitatem distantiæ, propter uisuum approximationem ad se inuicem. Vnde etsi puncti unius formæ imago fit aliqualiter ambobus uisibus occurrẽs duplicata: sunt tamen illæ imagines contiguæ & admixtæ: unde uidebuntur quasi unica imago. Diuersitas enim locorum illarum imaginum propter sui imperceptibilitatem non inducit aliquam distantiam in uisu, nec aliquẽ efficit errorem. Videtur ergo imago quasi una. Et similiter per modum, quo in 59 th. 8 huius ostendimus, posibile est quòd diuersorum uidentium uisibus distantibus & diuersis, unica quandoq; in his speculis, sicut & in alijs, occurrat imago: cui propter identitatem illius situs hic non duximus immorandum. Patet ergo propositum.

23. Lineæ rectæ æquidistantis axi speculi columnaris cõcaui (centro uisus existente in eadem superficie uel in alia) reflexio fit à linea longitudinis speculi ad uisum.

Esto axis speculi columnaris cõncaui linea, quæ z k: sitq; linea uisa axi speculi æquidistans t q h; sitq; centrum uisus punctum e: dico quòd forma lineæ t q h reflectitur ad uisum e à linea longitudinis speculi a b g, quæ est communis sectio superficiei t h z k, & superficiei speculi: & hoc quidem si centrum uisus (quòd est e) non fuerit in superficie t h z k, demonstrari potest omnimodè sicut in 30 th.7 huius. Si uerò centrum uisus fuerit in eadem superficie, demonstrabitur idem propositum, sicut in 51 th. 7 huius: reflecteturq; forma puncti t à puncto speculi g: & forma puncti q à puncto speculi b: & forma puncti h à puncto speculi a. Erit itaq; angulus t g n æqualis angulo n g e: & angulus q b m æqualis angulo m b e: & angulus h a r æqualis angulo r a e. Patet etiam per 30 th.7 huius quòd lineæ e k, h a, q b, t g concurrunt in puncto o. Patet etiam ibidem quòd linea a b g est linea recta extensa in longitudine speculi: & quòd lineæ g z, b l & a d sunt



perpendiculares super superficiem, contingentem speculum, quæ cõtingit ipsum secundũ lineam a b g: & quòd linea a b g est perpendicularis super superficiẽ, in qua est triangulus e b o: & quòd linea t q est æqualis lineæ q h: & linea a b æqualis lineæ b g. Palàm itaq;, cum in his & in illis speculis hinc inde eadem sit demonstratio: quoniam forma lineæ t q h reflectitur ab his speculis à linea longitudinis ipsorum. Patet ergo propositum: quoniam siue linea longitudinis, quæ est a b g, sit in conuexo uel in concauo ipsius speculi, quantùm ad hoc, nulla est diuersitas in proposito.

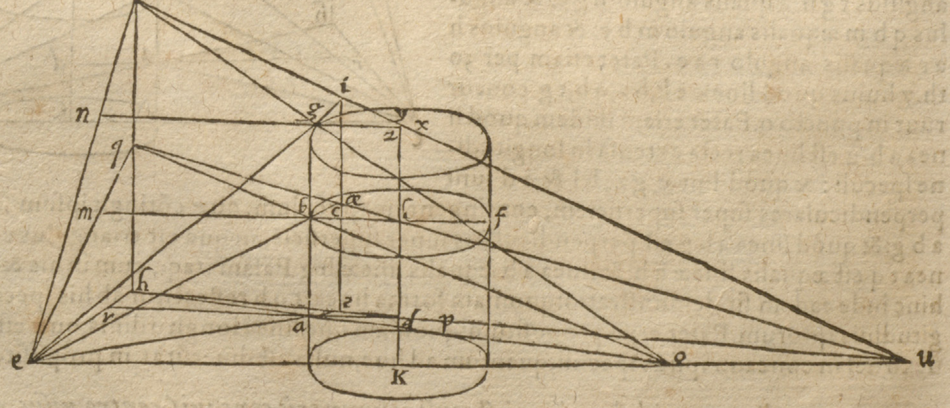
24. Imago lineæ æquidistantis axi speculi columnaris concaui (centro uisus existente in eadem superficie) uidebitur recta, æqualis & conformis rei uisæ.

Sit enim dispositio, quę in precedente: reflectaturq; forma lineę t q h à superficie speculi secundũ lineã lõgitudinis, quę est a g: & sit centrũ uisus e in ipsa sup̃ficie t h z k. Dico quòd imago lineę t q h uidebitur

uidebitur recta, æqualis ipsi lineæ t q h. Quælibet enim perpendicularis ducta ab aliquo punctorũ lineę t q h erit semper in eadem superficie cũ centro uisus & axe: & probabuntur loca imaginũ punctorum lineę t q h situari secundum lineam rectam, sicut in speculis planis per 52 th. 5 huius ostensum est de lineis rectis uisis. Vt si aliqua linea recta rei uisę imaginetur in his speculis collocari in loco imaginis, & uisus situetur proportionaliter ad illam, sicut nunc situatus est ad lineam t h: erit locus imaginis illius lineæ linea t h, & apparebit recta & æqualis rei uisæ. Similiter quoq; illud, quod est in linea rei uisæ superius, erit in imagine superius: & quod in re uisa est inferius, erit in imagine inferius. Erit itaq; imago conformis rei uisæ. Latitudo uerò talium uisorum erit maior quàm latitudo suarum imaginum: quoniam imagines secundum latitudinem constringuntur propter puncta reflexionum, quæ angustantur, & puncta latitudinis diuersantur: quoniam sinistrũ rei fit dextrum imaginis, & dextrum rei fit imaginis sinistrum. Patet ergo propositum.

25. *Lineæ rectæ æquidistantis axi speculi columnaris concaui (centro uisus non existente in eadem superficie) imago quandoq; uidebitur recta maior re uisa: quandoq; concaua: quandoq; conuexa: quandoq; unica: quandoq; plures. Alhazen 51 n 6.*

Remaneat dispositio præcedentis, nisi quòd centrum uisus (quod est e) non sit in superficie t h z k: dico quòd erit, ut proponitur. Repetita enim demonstratione 51 th. 7 huius, patebit quòd in speculis columnaribus cõuexis locus imaginis formæ puncti h lineę t q h est in puncto s: & locus imaginis formæ q est in puncto c: & locus imaginis formæ puncti t est in puncto i. Sic ergo in linea s c i sunt imagines formarum omnium punctorum lineæ h q t: & patet quòd punctus c est propinquior centro uisus quod est e, quàm linea recta s i: & quòd linea s i est in superficie trigoni u h t: & quòd duæ lineæ u h & u t sunt æquales: & quòd duæ lineæ u s & u i sunt æquales: relinquitur ergo, ut duę lineæ t i & h s sint æquales: est ergo proportio lineę t i ad lineam i u, sicut lineæ h s ad lineã s u: ergo per 2 p 6 linea s i æquidistat lineæ t h. Patet etiam ex eodem 51 th. 7 quia duæ lineæ s e & e i sunt æquales. Ducatur ergo linea q u, quę secet lineã s i in puncto æ: diuidet ergo ipsam per æqualia: nam linea t h diuisa est in duo æqualia in puncto q: & erit linea c u in superficie trigoni q u e: quæ est superficies circuli b f æquidistãs basibus speculi. Punctus itaq; c erit in superficie trigoni c u e: & similiter erit punctũ t in superficie trigoni c e i: est ergo punctũ c in linea, quę est cõmunis sectio illarum duarũ superficierũ, scilicet trigonorũ q u e & c e i: sed hæc cõmunis sectio est linea e b per 19 th. 1 huius. Punctus ergo c cadit in rectitudinẽ lineæ e b: linea ergo q c secat lineã e b in rectitudine ipsius: & duæ lineę h u & t u sunt sub duobus punctis d & z: nam duæ lineę h u & t u sunt duæ catheti incidentiæ, scilicet duę lineę perpendiculares exeuntes à duobus terminis lineę t h super duas lineas, cõtingentes duas portiones duarũ sectionum columnariũ speculi, in quarũ circũferentia sunt duo puncta a & g, à quibus fit reflexio punctorũ t & h ad uisum in punctũ e. Superficies ergo trianguli u h t est sub axe speculi, qui est z k. Sed nullũ punctũ ipsius axis, etsi ꝓtrahatur in infinitũ, erit unquã in superficie trianguli u h t. Nam si hoc esset possibile: tunc si axis k z continuaretur cũ aliquo puncto lineæ h t secundũ lineam rectã: tunc illa superficies, in qua esset illa linea recta, & linea u h t esset superficies trianguli u h t: & illa superficies esset illa, in qua sunt duæ lineæ æquidistantes, quę sunt h t, & axis z k: & sic superficies, in qua sunt duæ lineæ h t & k z, esset superficies trianguli h u t: & sic totus axis z k erit in superficie trianguli h u t: sed ex hypothesi axis est æquidistãs lineæ h t: & secundum istum modũ accideret quòd axis k z secaret duas lineas h u & t u. Sed & linea t h secundũ eius punctũ h est in superficie trianguli u e h, quæ est superficies reflexionis: & sectio cõmunis huic superficiei & superficiei colũnaris speculi est sectio oxygonia: superficies ergo e u h secat axẽ colũnaris speculi in uno puncto, scilicet in puncto d, ut totũ præostensum est in cõmento 51 th. 7 huius. Si ergo axis k z secet lineã h u: pũctus sectionis cũ linea h u erit in superficie trianguli u e h: sed in hac superficie non est punctũ, ꝑ quod axis trãseat, nisi punctũ d: secabit ergo axis k z lineam h u in puncto d: sed



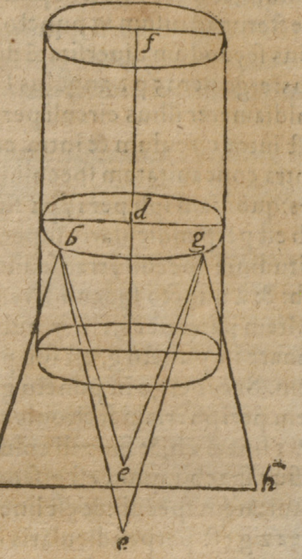
per 114 th. 1 huius, uel per 44 th. 7 huius ostensum est, quòd linea h u secat axem sub puncto d: in duobus ergo punctis secabit linea h u axem k z: quod est impossibile. Axis ergo k z totus est extra superficiem h u t: & propinquior uisui existenti in pũcto e, quàm superficies h u t. Superficies ergo, in qua sunt lineę h t, & axis k z, propinquior est centro uisus puncto e q̃ superficies u h t: & punctũ c est in superficie, in qua sunt linea h t, & axis k z: quia punctus c est in linea q l: & q l ꝑ 7 p 11 est in eadẽ

super-

superficie cum lineis æquidistantibus, quas copulat, quæ sunt h t & z k. Punctum ergo c est propinquius puncto e centro uisus, quàm sit linea s i: sed punctum c cum sit communis sectio linearum e b & q l, ut in 51 th. 7 huius præostendimus: palàm quòd est in rectitudine lineæ e b. Si ergo linea e b educatur ultra punctum b, ipsa perueniet ad punctum c: supponatur itaq; peruenisse ad punctũ c. His itaq; sic præmissis, patet quòd si linea s i (quę ostensa est per 51 th. 7 huius in speculis columnaribus conuexis esse imago lineæ t h, & esse æquidistans lineæ t h, & axi z k) sit in aliquo corpore uisibili, & uisus fuerit in puncto o ex parte concauitatis speculi columnaris: tunc forma lineæ s i reflectetur ad uisum in puncto o à linea longitudinis speculi, quę est a b g: & diuersabuntur imagines eius secundum diuersitatẽ distantiæ suæ ab axe speculi, qui est z k. Quia enim angulus e b m est acutus: ergo per 15 p 1 angulus l b c est acutus: & linea e b c est in superficie circuli b f: & linea l b est semidiameter illius circuli per 21 th. 7 huius: linea ergo e b c secat circulum, & eius pars, quæ est b c, est intra circulum & intra concauitatem speculi. Et similiter est de linea o b, quoniam ipsa cadit intra concauitatem speculi: ideo quòd angulus o b l est acutus: & duo anguli o b l & c b l sunt æquales: quoniam ipsi per 15 p 1 sunt æquales duobus angulis q b m & m b e æqualibus: & semidiameter l b est perpendicularis super superficiem contingentem columnam speculi secundum lineam longitudinis speculi, transeuntem per punctum b. Forma itaq; puncti c incidit speculo per lineam c b: & à puncto speculi b reflectitur per lineam b o, & comprehenditur à uisu existente in puncto o. Item patet per 51 th. 7 huius, & ibi declaratum est, quòd superficies contingens speculum columnare in puncto g, est sub puncto e centro uisus: linea ergo e g secat illam superficiem contingentem. Secat ergo in puncto g (qui est punctus reflexionis) lineam in eodem puncto g contingentem peripheriam sectionis columnaris, quæ est communis sectio superficiei reflexionis formę puncti t lineæ t h, & speculi columnaris conuexi. Et quia secat illam lineam contingentem in puncto ipsius speculi, quod est g: secat ergo sectionem oxygoniam, & cadit intra ipsam: cadit ergo intra concauitatem speculi: & est linea g i: duæ ergo lineæ o g & g i cadunt intra concauitatem speculi: & linea z g est perpendicularis super superficiem contingentem columnam speculi per 96 th. 1 huius: quoniam ducitur ab axe perpendiculariter super lineam longitudinis speculi, transeuntem per punctum g: & duo anguli o g z & z g i sunt æquales per 15 p 1 ut prius. Forma ergo puncti i incidit superficiei concauæ ipsius speculi secundum lineam i g: & à puncto speculi g reflectitur ad uisum existentem in puncto o secundum lineam reflexionis, quæ est g o. Et eodem modo patet quòd forma puncti s incidit speculo secundum lineam s a, & reflectitur à puncto speculi a ad uisum existentem in puncto o secundũ lineã reflexionis, quę est a o. Et etiã patuit in cõmento 51 th. 7 huius quoniam duæ lineæ h u & t u sunt perpendiculares super duas lineas contingentes sectiones oxygonias, transeuntes per duo puncta a & g. Imago ergo formæ puncti s est in linea h u per 36 th. 5 huius: sed linea a o est linea reflexionis formæ puncti s: quoniam à puncto reflexionis, quod est a, producitur ad uisum existentem in puncto o. Imago itaq; formę puncti s est in linea s o, per 37 th. 5 huius: punctum ergo h, quod est communis sectio linearum h u & o a, est locus imaginis formæ puncti s. Similiter quoq; patet quòd punctum t est locus imaginis formæ puncti i. Ducatur quoq; linea c l à puncto c ad punctum, centrum circuli b: eritq; linea c l producta ultra punctum c perpendicularis super lineam contingentem circulum per 18 p 3: est ergo linea c l cathetus incidentiæ formæ puncti c per definitionem illius catheti. Quia ergo forma puncti c reflectitur ad uisum in punctũ o à puncto speculi b: erit imago formæ puncti c in linea q c l, quæ est cathetus suæ incidentiæ: sed & in linea reflexionis, quæ est b o, necesse est esse eandem imaginem per 37 th. 5 huius. Imago itaq; formæ puncti c necessariò erit in puncto, quod est communis sectio linearum l c q & o b: hoc autem potest esse in partibus diuersis. Patuit enim per 11 th. 8 huius quòd imago formæ puncti, quę reflectitur à cõcauitate circuli speculi, quandoq; occurrit uisui inter uisum & speculum: quandoq; ultra speculum: quandoq; in centro uisus: quandoq; ultra uisum: quandoq; in ipsa superficie speculi: & (ut patet per 40 th. 8 huius) quãdoq; apparet una imago: quandoq; duæ: quandoq; tres: quandoq; quatuor. Imago ergo puncti c, cum formæ ipsius reflexio fiat à puncto peripheriæ circuli æquidistantis basibus speculi, erit fortè in linea h q ultra speculum: & fortè erit ultra lineam b q: & fortè ultra lineam b o retro uisum: & fortè erit in linea b o inter uisum & speculum: & fortè erit in puncto o, scilicet in ipso centro uisus: & fortè erit unica imago, fortè duæ: fortè tres: fortè quatuor. Si itaq; locus imaginis formæ puncti c, uel alicuius puncti formæ lineæ s i (utpote illius, secundum quem b c producta ultra punctum c secat lineam i s: quia & illud punctum reflectitur à puncto speculi columnaris concaui, quod est b, ad uisum existentem in puncto o per 20 th. 5 huius) fuerit punctum q: tunc linea h q t erit diameter imaginis formæ lineæ i s. Si ergo omnes imagines omnium punctorum lineæ s i fuerint in linea h q t: tunc imago eius erit linea recta: nam mediũ eius punctum, quod est punctum q, est in rectitudine duarum suarum extremitatum, quæ sunt h & t. Quòd si locus imaginis formæ puncti c fuerit ultra punctum q: tunc imago lineæ rectæ, quæ est s i, erit concaua: eiusq; concauitas respiciet uisum. Et si imago formæ puncti c fuerit in linea b o: uel in puncto o centro uisus: aut inter speculum & uisum: tunc uidebitur imago lineæ s i conuexa, cuius conuexitas respiciet uisum. Et si fuerit imago formæ puncti c in linea b o retro uisum: tunc iterum uidebitur imago concaua, in cuius concauitate situabitur centrum uisus. Quòd si punctum c plures habuerit imagines: tunc linea s i plures habebit imagines: quarum omnium extremitates cõiungentur in punctis h & t, & media ipsorũ erunt distincta & separata: & linea

linea h t erit communis diameter omnium illiarum imaginum,quotcunq; fuerint imagines:& fortè linea h t, quæ est diameter imaginis, erit maior quàm linea rei uisæ,quæ s i,in modica quantitate.Patet ergo propositum.

26.Superficie lineæ rectæ uel curuæ uisæ superficiem(in qua est axis speculi columnaris concaui)orthogonaliter secante,centroq́; uisus existente in utraq; superficie: à circumferentia circuli (qui est communis sectio dictæ superficiei & speculi)fiet reflexio: imagoq́; lineæ uisæ quandoq; erit recta: uel aliquando conuexa.



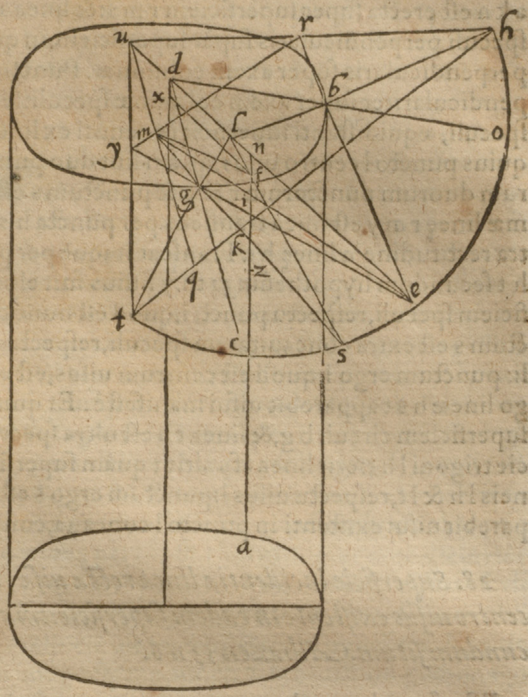
Esto,sicut in 52 th.7 huius proponitur, linea t h in superficie plana orthogonaliter secante superficiem, in qua sunt centrum uisus e,& axis dati speculi columnaris,qui sit d f:sitq; centrũ uisus(quod sit e)in eadem superficie lineæ t h. Facta quoq; figuratione 52 th.7 huius,compleatur demonstratio,ut in illa propositione:eritq; imago lineæ rectæ, quæ est t h,curua.Si itaq; speculum idem,quod ibi conuexum accipitur, assumatur concauum : & in locum imaginis collocata intelligatur linea curua,secundum cuius terminos extremos ducatur etiam linea recta,quæ sit in superficie rei uisæ:& centrum uisus disponatur proportionaliter circa illam lineam in eadem superficie : tunc locus imaginis lineæ curuæ uel rectæ uisæ erit linea t h recta.Patet ergo propositum: & fortè linea imaginis erit æqualis recta uel fortè conuexa:sicut ostensum est in 57 th.8 huius:& hic eodem modo est deducendum.

27.Superficie lineæ rectæ uisæ,orthogonaliter axem speculi columnaris concaui secante,centro uisus nõ existente in eadem superficie, reflexioneq́; facta ad uisum æqualiter distantẽ ab extremis illius lineæ:eius imago uidebitur cõcauitatis magnæ uisum respiciẽtis. Alhazen 52 n 6.

Fiat omnimoda dispositio figuræ, quæ in 53 th. 7 huius: dico quòd uerum est, quod proponitur. Patet enim per ea, quæ in commento illius dicta sunt, quòd puncta t & h (quia æqualiter distant à centro uisus,puncto scilicet e)reflectuntur ad uisum à duobus punctis oxygoniarum sectionum,cadentibus tamen in quodam circulo æquidistante basibus speculi, qui circulus erit medius inter lineam h t,& inter superficiem transeuntem centrum uisus e, secantem speculum æquidistanter basibus ipsius speculi. Sit ergo, ut forma puncti h reflectatur in punctum e à puncto speculi b, qui est punctus peripheriæ cuiusdam sectionis oxygoniæ (quæ est communis superficiei reflexionis & superficiei speculi)cadens in circulo b g:lineæ ergo h b & b e continẽt angulos æquales cum linea contingente illum circulũ in puncto b.Et similiter forma puncti t reflectitur ad uisum e à puncto speculi g:& lineæ t g & g e continent angulos æquales cum linea contingente circulum speculi in puncto g.Lineæ quoq; h b & t g concurrunt in puncto l: & linea h b continet cum linea perpendiculari,quæ est b o,angulum acutum: linea ergo h b secat superficiem contingentem superficiem columnæ in linea longitudinis, in qua est punctum b:linea itaq; b l cadit intra concauitatem columnæ:& similiter linea g l.Similiter quoq; duæ lineæ l f & g y cadũt intra concauitatẽ colũnę:& per 15 p 1 duo anguli l b d & d b r sunt æquales:cum ipsorũ contrapositi, qui sunt e b o & o b h sint æquales per 20 th.5 huius. Similiter quoq; duo anguli l g d & d g y sunt æquales. Si itaq; linea r y (quæ in speculo columnari conuexo est imago lineę t h) fuerit nunc in aliquo uisibili opposita speculo columnari concauo,& centrum uisus fuerit in puncto l:tunc forma puncti r incidet in speculo secundum lineam r b,& reflectetur ad uisum in punctum l à puncto speculi b:& linea h u est perpendicularis super lineam contingentem sectionem, in cuius peripheria est punctum b, à quo fit reflexio: imago ergo formæ puncti r erit in catheto r h per 36 th.5 huius : sed & eadem imago necessariò est in linea reflexionis, quæ est b l. Erit ergo in communi illarum sectione in puncto h. Est ergo punctum h imago puncti r, ut hæc omnia patent per 37 th.5 huius. Similiter quoq; declarabitur, quòd forma puncti y incidet speculo per lineam y g: & reflectetur per lineam g l à puncto speculi g: & eius imago uidebitur in puncto t.Et ducatur linea q u:hæc ergo secabit lineam r y:quoniam punctũ u est ultra lineam illam r y, quæ est inter duo puncta q & u: puncta quoq; h,q,t, u sunt omnia in superficie circuli b g,ut patet ex præmissis:secet ergo linea q u lineam r y in puncto m:punctum itaq; m erit in superficie transeunte per axem speculi, & per centrum uisus punctum l. Nam, ut in commento præassumptæ 53 propositionis 7 huius patuit, puncta l & q sunt in illa superficie:nam,ut ibi acceptum est,patet quòd in illa superficie,in qua erat centrum uisus e,& axis speculi,in eadem erat linea e l d: sed & illa superficies secabat lineam h t in puncto q, & in linea e d cadebat punctum u: ergo per 1 p 11 linea q u est in illa superficie: ergo & punctum m. Et quia duo puncta m & l sunt in superficie transeunte per axem columnæ: ideo forma puncti m potest reflecti ad uisum in punctum l in illa superficie, & linea a z est communis sectio superficiei columnæ speculi & superficiei transeunti per suum axem,& per punctum l,quod est centrum uisus.Forma ergo puncti m reflectetur ad uisum in punctum l (quod est centrum uisus) ab aliquo puncto speculi lineæ a z.Et ducatur

linea

linea e m, quæ erit in illa superficie: & linea e l etiam erit in illa superficie: & punctum e, ut suprà patuit, est elongatum à superficie contingente columnam speculi in linea a z, ut patet per 53 th. 7 huius. Si ergo linea a z ducatur in continuum & directum ultra punctum z, concurret cum duabus lineis e m & e l, quę sunt in una superficie cum linea a z: concurrat ergo cum linea e m in puncto i, & cum linea e l in puncto n. Punctum itaque n cadet inter duo puncta e & l: quia punctum l est intra cō cauitatem columnę, & pūctum n est extra, in ipsius conuexitate in superficie columnæ: quoniam est in linea longitudinis columnæ, quæ est a z: punctum uerò e, quod in speculis columnaribus conuexis suppositum fuit esse centrum uisus, est elongatum à superficie columnaris speculi. Patuit quoque in demonstratione 53 th. 7 huius quòd circulus b g est medius inter lineam h t, & inter superficiem exeuntem à puncto e ęquidistantem basibus columnæ speculi: & linea perpendicularis exiens à puncto e super lineam a z, est in superficie transeunte punctum e, & secante speculum ęquidistanter basibus columnæ: ergo linea perpendicularis exiens à puncto e super lineam a z n cadit extra triangulum e i n, & uersus partem puncti n: quoniam linea e n l d u est communis sectio superficierum reflexionis, secundum quas reflectuntur formæ punctorum h & t: quæ cum sint oxygoniæ sectiones, patet per 103 th. 1 huius quoniam ipsæ sunt obliquè secantes axem speculi: ergo & ipsarū

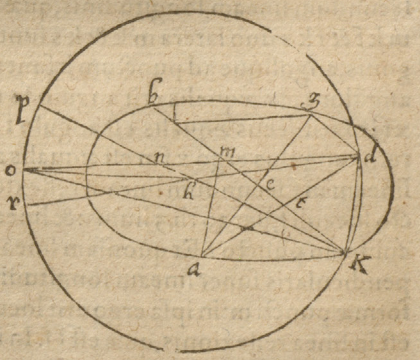


communis sectio obliquè incidit illi axi speculi: ergo per 32 p 1 angulus e i n est acutus: ergo per 15 p 1 angulus m i a est acutus: & angulus m i n erit obtusus per 13 p 1. Educatur ergo per 12 p 1 à puncto m linea perpendicularis super lineam a i: quæ sit m k, secans lineam a i in puncto k: punctum ergo k erit inter puncta i & a. Quoniā si caderet inter pūcta i & n, fieret unius trigoni unus angulus rectus & alter obtusus, qui est m i n: qđ est impossibile: cadet ergo punctū k inter pūcta i & a. Producatur itaq; linea m k ultra punctū k ad punctū s, donec linea k s fiat æqualis lineæ m k: erit ergo punctus s extra superficiem speculi, & ultra concauitatem eius: & punctus l, in quo est centrum uisus, erit intra ipsius speculi concauitatem. Ducatur itaque linea s l, quæ secabit lineam n k. Quoniam cum linea n k sit pars lineæ longitudinis speculi: patet quòd ipsa est cadens inter puncta s & l: secet ergo ipsam in puncto f: & à puncto f ducatur per 31 p 1 linea ęquidistans lineę k m, quæ producta ad axem speculi secet ipsum in puncto x: sitq; linea f x. Erit ergo per 29 p 1 linea f x perpendicularis super lineam longitudinis speculi, quæ est a n: quoniam linea m k æquidistans lineæ f x, est perpendicularis super ipsam a n: eritque linea f x in superficie transeunte per axem speculi, & per punctum l. Est ergo linea f x semidiameter circuli transeuntis per punctum f æquidistanter basibus columnę per 21 th. 7 huius: linea ergo f x est perpendicularis super superficiem contingentem columnam speculi secundum lineam longitudinis, quæ est a z. Ducatur itaq; linea m f. Quia ergo duorum trigonorum m k f & f k s duo latera m k & k s sunt æqualia ex hypothesi, & latus k f commune ambobus illis trigonis, anguliq́ue ad punctum k sunt recti: ergo per 4 p 1 latus m f est æquale lateri f s: ergo per 5 p 1 angulus f m s æqualis erit angulo f s m: linea uerò f x æquidistat lineæ s m: ergo per 29 p 1 angulus x f l extrinsecus æqualis est angulo f s m intrinseco, & anguli x f m & f m s sunt æquales, quia coalterni: angulus ergo x f m est æqualis angulo x f l. Forma ergo puncti m incidens speculo secundum lineam m f, secundum lineam reflexionis, quæ est f l, reflectitur ad uisum existētem in puncto l à puncto speculi f, per 20 th. 5 huius: & linea x f est perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto f. Et quoniam linea m k est perpēdicularis super superficiem speculi: quia est perpendicularis super lineam longitudinis, quæ est a z: patet quòd linea m k est cathetus incidentiæ formæ puncti m: in ipsa ergo erit locus imaginis formę puncti m per 36 th. 5 huius: sed & idem locus est in linea reflexionis, quæ est l f. In illarum ergo linearum communi sectione, quæ est punctus s, est locus imaginis formæ puncti m per 37 th. 5 huius. Et quia duæ lineę r y & h t sunt æquidistantes & perpendiculares super superficiem transeuntem per axem speculi & per centrum uisus, quod est nunc punctū l: quoniam linea h t taliter fuit disposita in 53 th. 7 huius: duę igitur superficies uniformiter exeuntes à duabus lineis h t & r y erunt æquidistantes & perpendiculares super superficiem transeuntem per axem per 18 p 11. Et quia linea r y est perpendicularis super superficiem transeuntē per axem & per punctum l: ideo per 18 p 11 superficies duarum linearum, quæ sunt r m y & m s, erit perpendicularis super superficiem transeuntem per axem, & per punctum l: & erit per 19 th. 1 huius linea m s communis sectio illarum duarum superficierum. Et quia linea a k, cum sit pars lineę longitudinis speculi, quæ est a z, est in superficie transeunte per axem: quia omnis superficies secans co-

lumnam ſecundum lineam longitudinis per ęqualia, trãſit per axem illius columnę, ut patet per 93 th. 1 huius. Sed & linea a k eſt perpendicularis ſuper lineam m s, quæ eſt communis ſectio inter ſupfi ciem tranſeuntem per axem, & inter ſuperficiem duarum linearum, quæ ſunt r m & m s: ergo linea a k n eſt erecta ſuper ſuperficiem r m s: & linea a n eſt æquidiſtans axi ſpeculi: ergo per 8 p 11 erit axis ſpeculi perpendicularis ſuper ſuperficiem, in qua ſunt duæ lineæ r m & m s. Illa ergo ſuperficies eſt perpendicularis ſuper axem columnæ. Punctum itaque s eſt in ſuperficie exeunte ex linea r y perpendiculariter ſuper axem columnæ ſpeculi: ſed linea h t eſt in ſuperficie perpendiculari ſuper axẽ ſpeculi, æquidiſtanti ſuperficiei exeunti ex linea r y: punctum ergo s eſt extra lineam h t, & propinquius puncto l centro uiſus, quàm ſint duo puncta h & t: & duo puncta h & t ſunt imagines formarum duorum punctorum r & y: & punctum s eſt imago formæ puncti m. Palàm ergo quia imago formæ lineę r m y, eſt linea tranſiens per puncta h, s, t: ſed talis linea eſt arcualis: quia punctum s eſt extra rectitudinem lineę h t. Tranſeat itaque per puncta h, s, t linea arcualis, quæ ſit h s t. Et quia linea h t ſecundum hypotheſim 53 th. 7 huius fuit elongata à conuexo columnæ: erit linea h t ultra ſuperficiem ſpeculi, reſpectu puncti l, quod eſt nunc centrum uiſus. Et iam ſuprà oſtenſum eſt quòd punctum s eſt extra concauitatem ſpeculi, reſpectu puncti l, & punctum l eſt intra concauitatem ſpeculi: punctum ergo l, quod eſt centrum uiſus, eſt extra ſuperficiem, in qua eſt linea h s t: arcualitas ergo lineæ h s t apparebit uiſui manifeſtè. Et quia punctum f eſt in ſuperficie columnæ ſpeculi extra ſuperficiem circuli b g, & linea t h eſt ultra ſpeculum in ſuperficie circuli b g: quoniam eſt in ſuperficie trigoni l h t: erit linea l f s altior quàm ſuperficies trigoni l h t: linea ergo l s erit altior duabus lineis l h & l t, reſpectu uiſus l: punctum ergo s eſt altius quàm duo puncta h & t. Linea ergo h s t apparebit uiſui exiſtenti in puncto l concaua, concauitate uiſum reſpiciente. Quod eſt propoſitum.

28. Superficie incidentiæ lineæ rectæ uiſæ, obliquè ſecantis axem ſpeculi columnaris concaui, centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie: imago uidetur concaua reſpectu uiſus & conuerſa ſecundum ſitum. Alhazen 53 n 6.

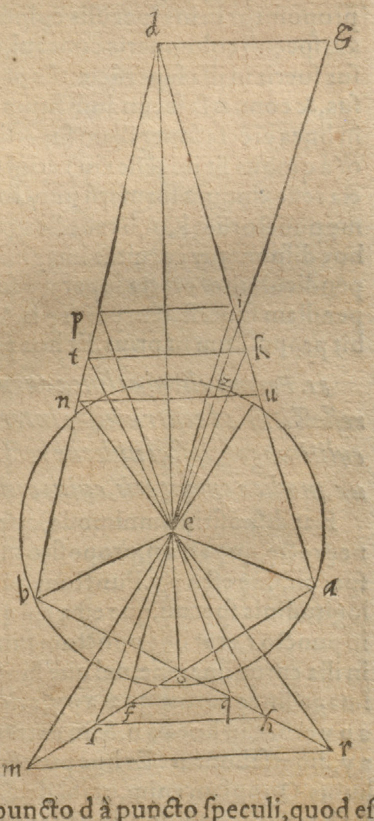
Eſto ſpeculum columnare concauum, quod ſecetur per ſuperficiem obliquã ſuper axem: erit ergo communis ſectio illius ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi ſectio oxygonia per 103 th. 1 huius: ſit illa ſectio a b g: ſed in 11 huius oſtenſum eſt, quòd quandoque in ſuperficie oxygonię ſectionis à puncto reflexionis erit linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum columnare, ex cuius duobus terminis ſcilicet ex duabus communibus ſectionibus ſui & ſuperficiei ipſius ſpeculi fit reflexio formarum ad uiſum. Sit ergo in ſectione a b g huiuſmodi perpendicularis, quæ ſit g a: & ſit linea b e k perpendicularis ſuper lineam contingentem peripheriam ſectionis in puncto b: & ſit pũctum b prope punctum g, ita quòd linea ducta à puncto b cum linea perpendiculari ducta ſuper ſuperficiem ſpeculi à puncto reflexionis (qui ſit g) contineat ſuper axem ſpeculi angulum acutum. Patet ergo per 44 th. 7 huius quoniam linea b e k ſecabit lineam perpendicularem, quæ eſt g a, ſub axe ſpeculi, & continebit cum ipſa angulum acutum: fiat ergo illarum linearum ſectio in puncto e. Angulus ergo b e g erit acutus per 32 p 1, ut patet: cadatq; punctum k in peripheriam ſectionis: & à puncto g ducatur per 31 p 1 linea æquidiſtans lineę b k: quę ſit linea g d: erit ergo angulus d g e per 29 p 1 æqualis angulo b e g: ergo uterque eſt acutus: linea ergo g d erit intra concauitatem ſpeculi: quoniã linea à puncto g termino perpendicularis, quæ eſt a g, extra ſectionem ducta continget ſectionem, & continebit angulum rectum cum linea a g: aut non continget, & continebit angulum obtuſum. Fiat itaque per 23 p 1 ſuper punctum g terminum lineæ e g angulus ęqualis angulo e g d: qui ſit e g l linea ergo g l concurret cum linea b e k per 14 th. 1 huius: ideo quòd anguli g e l & l g e ambo ſunt acuti: ſit concurſus in puncto l: qui ſit punctus lineæ b k: & in linea l e, ut contigerit, ſignetur punctũ m: & ducatur linea a m: erit ergo angulus m a g acutus p 32 p 1: ideo, ut prius oſtendimus, quia angulus m e g, qui eſt maior angulo m a g, cum ſit ei extrinſecus, eſt acutus, ut patet ex pręmiſſis: linea ergo m a cadit intra ſectionẽ. Fiat quoque ſuper pũctum a terminũ lineæ a g angulus æqualis angulo g a m, qui ſit angulus g a d: linea enim a d concurret cum linea g d per 14 th. 1 huius: ideo quia anguli d g a & d a g ſunt acuti: ſit ergo concurſus in puncto d. Linea itaque a d ſecabit lineam b k, concurrens cum ipſa per 2 th. 1 huius: quoniam concurrit cum eius ęquidiſtante, quæ eſt d g: ſecet ergo ipſam b k in puncto t. Cum itaq; linea l k fuerit in aliquo corpore uiſibili, & centrum uiſus fuerit in puncto d: tunc forma puncti l uidebitur in puncto ſpeculi g, quod eſt punctum reflexionis: & hoc accidit per 10 huius: ideo quia forma puncti l reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto d à puncto ſpeculi g, & linea k l b, quæ eſt cathetus incidentię formæ puncti l, æquidiſtat lineæ g d, quæ eſt linea reflexionis. Nunquam ergo concurrent: & ſic locus imaginis formæ puncti l erit in puncto reflexionis, quod eſt g. Similiter quoque forma puncti m reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto d à puncto ſpeculi, quod eſt a: & cathetus incidentiæ, quæ eſt linea b m k, ſecat lineam reflexionis, quæ eſt a d, in puncto t: ergo punctũ t eſt locus imaginis for-



mæ pun-

mæ puncti m per 37 th.5 huius. Transeat itaque per punctum d, quod est centrum uisus, superficies plana æquidistans basibus columnæ: hæc ergo superficies secabit columnam speculi secundum circulum per 100 th.1 huius: qui circulus sit p o r. Et quoniam centrum uisus d est in superficie sectionis a b g: palàm quòd ille circulus p o r secabit sectionē oxygoniam a b g in duobus punctis per 104 th.1 huius: superficies ergo illius circuli secabit lineam b k: quoniam secat lineam g d æquidistantē lineę b k: ducitur enim per punctum d: sit ergo, ut secet lineam b k in puncto k: sitq́; centrum circuli p o r punctum h: & ducatur linea k h, quæ ducta per circulum secet ipsius peripheriam in puncto p: & ducatur linea d h: quæ producta ad peripheriam circuli incidat ipsi in puncto r. Forma ergo puncti k reflectitur ad uisum existentem in puncto d ab aliquo puncto arcus r p, ut patet per 27 th.8 huius, ubi hoc ostensum est de reflexione formæ uisibilis ad uisum secundum talem situm ab aliquo puncto peripheriæ circuli. Sit ergo ut fiat illa reflexio à puncto speculi scilicet arcus p r, quod sit pūctum o: & ducantur lineę k o, d o, h o: ergo angulus k o h est æqualis angulo h o d per 20 th. 5 huius. Et quoniam linea reflexionis, quę est d o, secat semidiametrum h p: ideo quia linea d h r transit per centrum circuli, citra quam respectu puncti o ducitur linea d o: hęc ergo secat semidiametrum h p: sit, ut secet ipsam in puncto n. Est aūt linea k h p cathetus incidentię formę puncti k: ergo per 37 th.5 huius punctum n est locus imaginis formæ puncti k. Ducatur itaq; linea k d: quæ per 19 th.1 huius erit cōmunis sectio superficiei circuli p o r & sectiōis a b g, uel pars illius cōmunis sectionis: nā duo puncta k & d sunt in utraq; illarū superficierū, & nihil de sũpficie sectionis oxygoniæ (quę est a b g) est in superficie circuli r p, nisi linea k d, uel linea, cuius pars est linea k d: punctū ergo g est extra circulū: & similiter pūctū b: & sunt in superficie sectionis: & punctū n est in superficie circuli r o: & forma imaginis lineę l m k transit per puncta g, t, n: linea uerò pertransiens hęc puncta est arcualis: quia superficies sectionis est decliuis super superficiem columnę per 103 th.1 huius: lōgior ergo diameter ipsius sectionis non transit per totum axem colūnæ, neq; est superficies sectionis æquidistans basi columnæ: linea ergo t n g, quæ est imago lineæ rectę k m l, cuius superficies secat axem speculi obliquè, est curua maximæ curuitatis: & eius concauitas respicit uisum existētem in puncto d. Et quia punctum t est imago formæ puncti m: & punctum n imago formę puncti k: & punctum g est imago formę puncti l: patet quòd imago lineæ l m k est cōuersa, ita quòd superior punctus imaginis, respectu uisus, qui est g, correspondet infimo puncto lineæ uisę, qui est l, & infimus punctus imaginis, qui est n, correspondet supremo puncto lineæ uisæ, qui est k. Sic ergo situs partium imaginis non est cōformis situi partium rei uisæ, sed conuersus & difformis. Patet ergo propositum. Patet itaq; ex hac propositione & duabus præmissis, quòd lineę rectę ęquidistātes axi speculi columnaris concaui, & ęquidistantes basi eius, & etiā illæ, quę sunt obliquę super superficiem eius, quandoq; uidebūtur arcuales: quandoq; rectę: quandoq; cōuersę. Forma ergo eorū, quę cōprehenduntur in speculis colūnarib. concauis, quandoq; erit directa, cōformis in suo situ situi partiū rei uisæ: & quandoq; erit difformis, cōuersum habēs sitū suarum partiū, respectu uisus partiū rei uisæ, & in respectu ad uisum.

29. Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculum columnare concauum trans axem orthogonaliter secante, centroq́; uisus existente in eadem superficie, uidebitur recta: quandoq; maior: quandoq; æqualis: quandoq; minor re uisa: sed semper conuersum habens situm: & quandoq; una: quandoq; plures imagines uisui occurrent. Alhazen 54 n 6.



Sit secundum dispositionem 48 th.8 huius circulus a b z in superficie speculi columnaris concaui æquidistans basibus speculi: cuius centrum e: & sit centrum uisus in puncto d: erit ergo linea d g, ut in prædicta 48 præmissum est, perpendiculariter erecta super superficiem circuli: & sint duæ lineę e a & e b perpendiculares super superficies cōtingentes superficiem columnę speculi: & erit sũpficies trianguli d e g ꝑpendiculariter erecta super superficiē circuli a b z per 18 p 11: quia linea g d est perpendicularis super superficiem circuli: hoc est super eam superficiem, cuius sectio efficit circulum a b z. Superficies ergo trigoni d e g, ut patet per 19 p 11 & per 92 th.1 huius, transit per totum axem speculi, & per centrum uisus, quod est punctum d: & neutra superficies earum, quæ sunt d b o & d a o, quæ secant se in linea d o, ut patet per 19 th.1 huius, transit per totum axē: & in neutra illarū superficierum est aliquid de axe, nisi punctum e, quod est centrum circuli a b z. Vtraque ergo superficies, quę sunt d b o & d a o, secat superficiem columnarem speculi secūdum oxygoniam sectionem: & fit reflexio formarum ad uisum à duobus punctis illarum sectionū, quæ sunt a & b, ut patet per præmissa in 48 th. 8 huius. Forma ergo puncti r reflectetur ad uisum existentem in puncto d à puncto speculi, quod est b: & forma puncti m reflectetur ad uisum in punctum d à puncto speculi, quod est a. Et quoniam

cathetus incidentiæ formæ puncti r est linea r e n, secans lineam b d, quæ est linea reflexionis, in pūcto n: & cathetus incidentiæ formę puncti m est linea m e u, secans lineam reflexionis, quæ est a d in puncto u: patet quòd puncta n & u sunt loca imaginum formarum pūctorum r & m: & erit linea n u diameter imaginis formæ lineę m r: & est minor quā linea m r, ut patuit in 49 th. 8 huius. Et similiter formę duorum punctorum h & l reflectentur ad uisum in punctum d à duobus punctis speculi, quæ sunt a & b: & erit per modum prius dictum, linea t k diameter imaginis formę lineę l h: & secundum præmissa in 48 th. 8 huius erit diameter imaginis t k æqualis diametro rei uisæ, quę est linea l h. Similiter quoque linea p i erit diameter imaginis formę lineę f q: & est maior quā diameter rei uisæ, quæ est linea f q: & omnes istæ imagines erunt cōuersę, ut ostēsum est in 50 th. 8 huius. Si uerò centrū uisus fuerit in puncto o, & formæ linearum, quæ sunt p i, t k & n u, reflectantur ad uisum in puncto o à punctis speculi, quæ sunt a & b: tunc erit ecōuerso. Erit enim diameter imaginis lineę p i, quę est linea f q, minor diametro t k rei uisæ: & erit linea l h diameter imaginis lineę t k, & ęqualis ei: & erit linea m r diameter imaginis lineæ n u, & maior quā illa: omnesq; imagines linearum istarum rectarū erunt rectæ: sed conuersę secundum situm & ordinem partiū, quem habent ipsæ res. Nam dextrū rei fit sinistrum imaginis, & sinistrum rei fit dextrum imaginis: & similiter est de partib. quę sunt sursum & deorsum. Item cū utraq; extremitatum harum linearum unicā habuerit imaginē, & aliquod aliud punctū in medio plures habuerit imagines: tunc forma illius lineę tot habebit imagines, quot punctum medium ipsius: & omnes istę imagines copulabuntur ad puncta extrema illius imaginis: & erit illa linea unica diameter omnium illarum imaginum. Et si utraq; extremitas illius lineę uel altera ipsarum plures habuerit imagines, punctum uerò medium habuerit tantùm unam: iterū tota illa linea tot habebit imagines, quot eius puncta extrema ambo, uel saltem alterū suum punctū extremum. Et si utraq; extremitas uel altera plures habuerit imagines, & similiter punctum medium multas habuerit imagines: tunc tota linea habebit imagines secundum numerum maiorem: & hoc patebit, sicut patuit suprà de imaginibus speculorum sphæricorum concauorum. In speculis enim columnaribus concauis accidit fallacia in omnibus, quæ in eis comprehenduntur, sicut accidit in speculis sphæricis concauis: scilicet de formis specierum uisibilium: & de quantitatib. & de numero suarum imaginum: & de conformitate ipsarum ad res, quarum ipsę sunt imagines: & de difformitate situs ipsarum secundum cōuersionem formarum partialium, cum omnib. fallacijs, quę appropriātur conuersioni: & omnes fallaciæ sunt in his, ut in speculis prędictis sphęricis concauis. Patet ergo illud, quod proponebatur.

30. Lineæ rectæ uisæ, non æquidistantis axi speculi columnaris concaui, cuius superficies incidentiæ secat axem obliquè, centro uisus non existente in eadem superficie, uidetur imago curua, diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs: & conuersa.

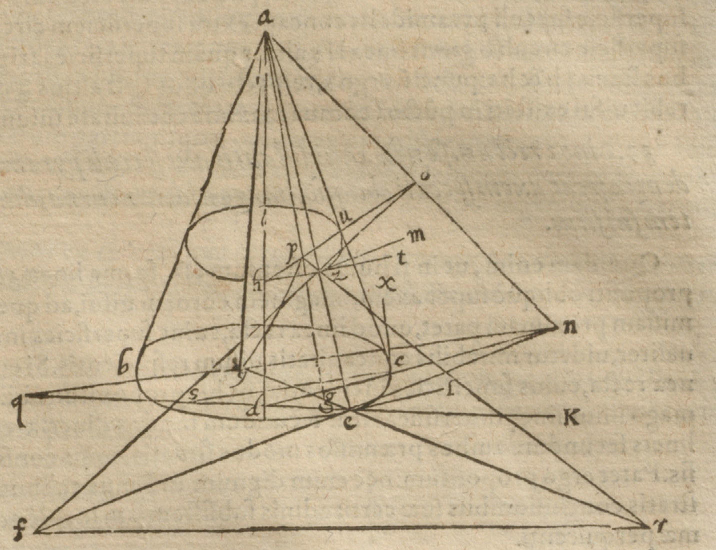
Fiat in isto proposito theoremate dispositio totalis, quæ in 28 huius: apparebitq; totum, quod ibi proponitur in his speculis columnaribus concauis. Posito itaq;, ut aliqua linea recta non ęquidistet axi speculi columnaris concaui, cuius superficies incidentiæ obliquè secat illum axem, si centrū uisus fuerit in illa superficie: tūc patet per 28 huius quòd imago illius lineę uidetur curua, respectu uisus, & conuersa secundum situm ipsius rei uisæ. Quòd si centrum uisus fuerit extra illam superficiē in linea erecta super illam superficiem à puncto d, in quo est illic centrum uisus: tunc si à pūctis a, g, o (à quibus fit ibi reflexio) erigātur lineæ longitudinis speculi per 101 th. 1 huius, & inueniantur pūcta reflexionum formarū punctorū m, b, k: patebit secundū modū plurium præmissarum, quòd formę punctorum k, m, b reflectentur ad uisum secundum dispositionē suo situi diuersam: & secundū hoc disponetur curuitas imaginū & conuersio figuræ. Quòd si centrum uisus nō fuerit in linea perpendiculariter erecta super illā superficiē à pūcto d: tūc à centro uisus ducatur perpendicularis super illam superficiem per 11 p 11, & inuentis punctis reflexionum formarum punctorum b, m, k: patebit propositum ut prius. Et hoc proponebatur.

31. Forma alicuius lineæ curuæ incidētis uertici speculi pyramidalis cōcaui obliquè super axē, reflectitur ad centrū uisus inter illā lineā & superficiē speculi constitutū, à linea lōgitudinis speculi: imagoq; ipsius uidetur recta: & si illa linea incidēs fuerit recta: eius imago uidebitur curua, modicæ curuitatis, cuius conuexitas uel concauitas est ad uisum. Alhazen 55 n 6.

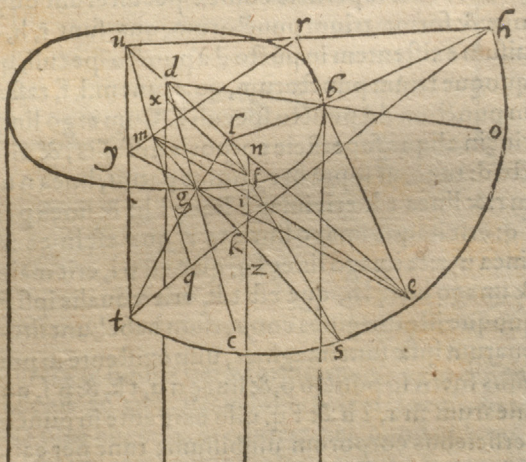
Fiat dispositio omnimoda, quę in 55 th. 7 huius: inuenieturq; in speculis pyramidalib. conuexis lineę rectę, quę est a n, proposito modo illud speculum respicientis, imago curua intra concauitatem speculi, quę est a p y. Punctum quoq;, quod est sub superficie speculum cōtingente secundum lineā lōgitudinis speculi, quę est a e, à qua fit reflexio formę lineę rectę uisę, quę est a n, ad uisum existentē in puncto r, erat illic punctum f: in quo puncto f si fuerit centrum uisus, erunt omnia pūcta, quę sunt in illa curua imagine, uel quę sunt in linea recta, scilicet in diametro imaginis, reflexa ad punctū f: & imago lineę curuæ, quæ a p y, erit linea recta, quæ est a n: uel imagines duarum extremitatum lineę a p y erunt in linea a n, & in extremitatibus illius: & loca imaginis puncti p, quod est in medio lineę a y, diuersabuntur. Et hoc potest eodem modo declarari, sicut sibi simile declaratum est in 55 th. 7 huius. Quoniam enim, ut ibi declaratum est, angulus z r f est ęqualis angulo z f r: est autem angulus p z h æqualis angulo t z r per 15 p 1: & angulus t z r est æqualis angulo z f r per 29 p 1: sed per eandem 29 p 1 angulus h z f est ęqualis angulo z f r: est ergo angulus p z h æqualis angulo h z f. Palàm ergo

per

per 20 th. 5 huius quoniam fiet reflexio formę puncti p ad uisum existentem in puncto f à pũcto speculi pyramidalis concaui, quod est z. Et quoniam linea h p o est cathetus incidentiæ formæ puncti p: & linea f z o est linea suę reflexionis ad uisum existẽtem in puncto f: patet per 37 th. 5 huius quoniam punctum o est locus imaginis formæ puncti p. Similiter quoq; angulus y e d est ęqualis angulo k e r per 15 p 1, qui per 29 p 1 est ęqualis angulo e r f: & per eandem 29 p 1 angulus d e f est æqualis angulo e f r: sed, ut in commento 55 th. 7 huius ostensum est, angulus e f r est æqualis angulo e r f: est igitur angulus y e d æqualis angulo d e f: ergo per 20 th. 5 huius forma puncti y reflectitur ad uisum existentẽ in puncto f à puncto speculi concaui, quod est e. Et quoniam linea y n est cathetus incidentię formæ puncti y: & linea f e n est linea suę reflexionis: patet per 37 th. 5 huius quòd locus imaginis formę puncti y est pũctũ n: & pũctũ a, sicut reflectitur à uertice speculi, sic locus imaginis suę est ibidem per ea, quæ dicta sunt in 11 & 12 th. 8 huius, & in 10 huius. Erit ergo imago totius lineæ a p y curuæ linea a o n recta: quoniã de alijs punctis est eodem modo demonstrandum. Quòd si aliquod uisibile statuatur in loco lineæ rectæ a y, quę est diameter illius curuæ imaginis lineę a p y: tunc duæ extremitates lineę a y (quæ sunt a & y) habebunt, ut prius, loca suarum imaginum in punctis a & n. Loca uerò imaginis puncti medij correspondentis puncto p, qui cadit in producta linea z p, & aliorum punctorum mediorum diuersabuntur: & secundum diuersitatem concursus cathetorum incidentiæ formarum illorum punctorum cum lineis suarum reflexionum, secundum quas à punctis lineę longitudinis, quę est a z e, speculi propositi concaui reflectuntur ad uisum existentem in puncto f, uel ultra lineam a o n uel citra illam loca imaginum illorum punctorum diuersabuntur, quandoque ad concauitatem: quandoq; ad conuexitatem, respicientem centrum uisus. Erit tamen illa curuitas modica: quoniam prędictorum locorũ imaginum (respectu lineæ a o n) modicus est excessus. Palàm itaque ex pręmissis quòd si linea recta, quæ est diameter imaginis curuæ, quæ est a p y, fuerit in aliquo uisibili, & centrum uisus fuerit in puncto f: tunc imago lineę rectę pręmisso modo dispositę fortè uidebitur cõuexa, & fortè uidebitur concaua. Quod est propositum.



32. Lineæ rectæ uisæ superficie incidentiæ axẽ speculi pyramidalis concaui orthogonaliter secãte, centroq; uisus non existente in eadem superficie, imago uidebitur concaua, mirabilis concauitatis, uisum respicientis.



Sit, ut in 27 huius libri, centrum uisus punctum l: & linea uisa r m y: cuius extrema puncta, quæ sunt r & y, æqualiter distent à centro uisus l: sitque centrum uisus extra superficiem lineę r y: quę producta secat speculum pyramidale cõcauum æquidistanter basi secundũ circulum, qui sit b g: cuius centrũ sit d: reflectaturq; forma puncti r ad uisum l à puncto speculi b, & forma pũcti y reflectatur ad uisum l à puncto speculi g: erũtq; pũcta b & g, quãuis sint in circulo, ut tñ sunt puncta reflexionum, erunt in duabus oxygonijs sectionib. secantib. se secundum lineam d l: ut patent hæc per 7 th. 7 huius, & per 19 th. 1 huius. Et quoniam quantùm ad propositum demonstrandũ non est aliqua diuersitas inter specula columnaria & pyramidalia concaua: tunc patet quòd reiterata demõstratione 27 huius, erit locus imaginis formę puncti r in pũcto h: & locus imaginis formę pũcti y erit in puncto t: locus uerò imaginis formæ pũcti m erit punctũ s, quod est extra rectitudinẽ lineę t h. Imago itaque lineę r m y est in quadã linea trãseũte ꝑ pũcta h, s, t: sed talis linea est curua. Est ergo lineę rectę, quæ

 est r m y,

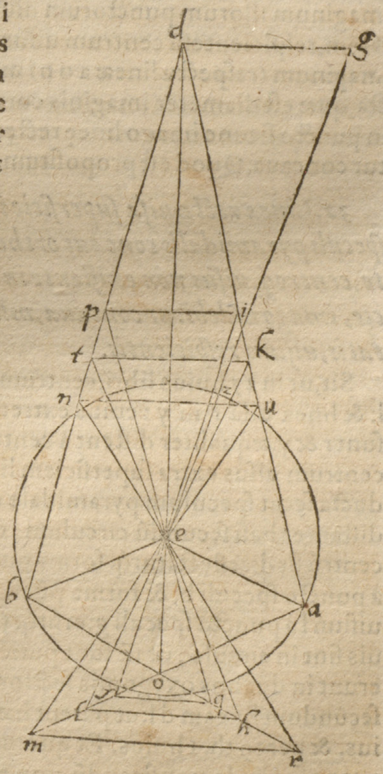
est r m y, imago curua. Et quoniam punctum s est ultra concauitatem speculi, respectu puncti l centri uisus, & punctum l est intra illam cōcauitatem: palàm quòd punctum l est extra superficiem, in qua est linea h s t: curuitas ergo lineę h s t apparebit uisui manifestè. Et quia punctū f cadit in ipsa superficie speculi pyramidalis concaui extra superficiem circuli b g, & linea t h est ultra speculum in superficie circuli b g: erit linea l f s altior quàm superficies trigoni l h t: linea ergo l s erit altior duabus lineis l h & h t: punctū ergo s, respectu uisus l, est altius q̃ duo puncta h & t. Linea ergo h s t apparebit uisui existēti in pūcto l cōcaua maxima cōcauitate uisum respiciente. Et hoc est propositum.

33. Lineæ rectæ uisæ non æquidistantis axi speculi pyramidalis concaui, cuius superficies incidentiæ secat axem speculi obliquè, imago uidetur curua, diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

Quoniam enim, ut in 31 huius ostensum est, forma lineæ rectæ incidentis uertici huius speculi propositi obliquè super axem, imaginem curuam uisui, ad quem fit reflexio, repræsentat: & per præmissam proximam patet, quòd linea recta, cuius superficies incidentiæ secat axem speculi orthogonaliter, uidetur mirabilis concauitatis uisum respicientis. Si ergo inter has dispositiones situetur linea recta, cuius superficies incidentiæ, ut hic proponitur, obliquè secet axem speculi: patet quòd imago illius lineę diuersificabitur secundum modos diuersæ curuitatis: qui accidunt hinc & inde lineis secundum ambos præmissos modos situatis, cuius conformis est demonstratio cum præmissis. Patet ergo propositum: nec enim dignum uidimus talibus immorandum, quę ex prædemonstratis conclusionibus suæ certitudinis subsistentiam lucidè accipiunt: unde talia relinquimus animæ perquirenti.

34. Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculū pyramidale trās axem secante, centroq́ uisus existente in communi sectione eiusdem superficiei, & superficiei speculum secūdum axem secantis, uidebitur recta: quandoq́ maior: quandoq́ æqualis: quandoq́ minor re uisa: sed semper conuersum habens situm: & quandoq́ una: quandoque plures imagines uisui occurrent. Alhazen 56 n 6.

Fiat item (ut in 29 huius) eadem dispositio figuræ, quæ facta est in 48 th. 8 huius. Si ergo aliquod punctum commune ambabus superficiebus d a o & d b o, fuerit in axe pyramidis, ut punctum o: & si duæ lineæ a e & b e fuerint perpendiculares super superficies contingentes pyramidem speculi: hoc autem est possibile, quia lineę a e & b e sunt æquales: possunt enim cum axe continere duos angulos acutos æquales. Cum ergo hæ duæ lineę fuerint perpendiculares super illas superficies, & uisus fuerit in puncto d: tunc superficies trigoni d e g, in qua sunt lineæ g e & d e, transibit per totum axem & per centrum uisus: & utraque superficies d a o & d b o erit decliuis super axem speculi: & communes ipsarum sectiones cum superficie conica speculi erunt duę sectiones oxygoniæ: & formæ trium punctorum, quæ sunt r, h, q, reflectentur ad uisum existentem in pūcto d à puncto speculi, quod est b. Formę quoque trium punctorum, quæ sunt m, l, f, reflectentur ad uisum in punctum d à puncto speculi a. Cum ergo lineæ m l f & r h q fuerint in aliqua superficie corporis uisibilis, & uisus fuerit in puncto d: tunc, ut suprà in 29 huius patuit, linea n u erit imago lineæ m r: & linea t k erit imago lineę l h: & linea p i erit imago lineæ f q: erit itaque imago lineę m r, quæ est linea n u, minor quàm linea m r: & imago lineę f q, quæ est p i, erit maior quàm linea f q: & imago lineę l h, quę est t k, erit æqualis ipsi lineæ l h. Omnes quoque istę imagines conuersum habebunt situm, respectu rerū, quarum ipsæ sunt imagines, uisu existente in puncto d. Quòd si uisus fuerit in puncto o, & lineę n u, t k, & p i, quæ sunt imagines linearum m r, l h & f q, uisu existente in puncto o, fuerint in superficiebus corporum uisibilium: tunc per eandem præmissam rationem in 29 huius imagines illarum linearum n u, t k, & p i erunt lineæ m r, l h & f q: eritque imago lineæ p i, quæ est linea f q, minor quàm linea p i: & imago lineæ t k, quæ est linea l h, erit æqualis suæ lineæ: & imago lineæ n u, quæ est linea m r, erit maior ipsa linea n u: & istæ imagines omnes erunt lineæ rectæ: & apparebunt ultra centrum uisus, quod est in puncto o. Et si imaginentur continuari capita illarum linearum per lineas n t p & u k i: erunt loca imaginum illarum linearum lineæ m l f & r h q. Puncta itaque istarum imaginum, quæ sunt m, l, f, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis, quę est a o: & puncta r, h, q comprehenduntur super eandem lineam reflexionis, quę est b o: & imago puncti remotioris à uisu, erit propinquior uisui, & imago puncti propinquioris uisui, erit remotior à uisu. Conuersum

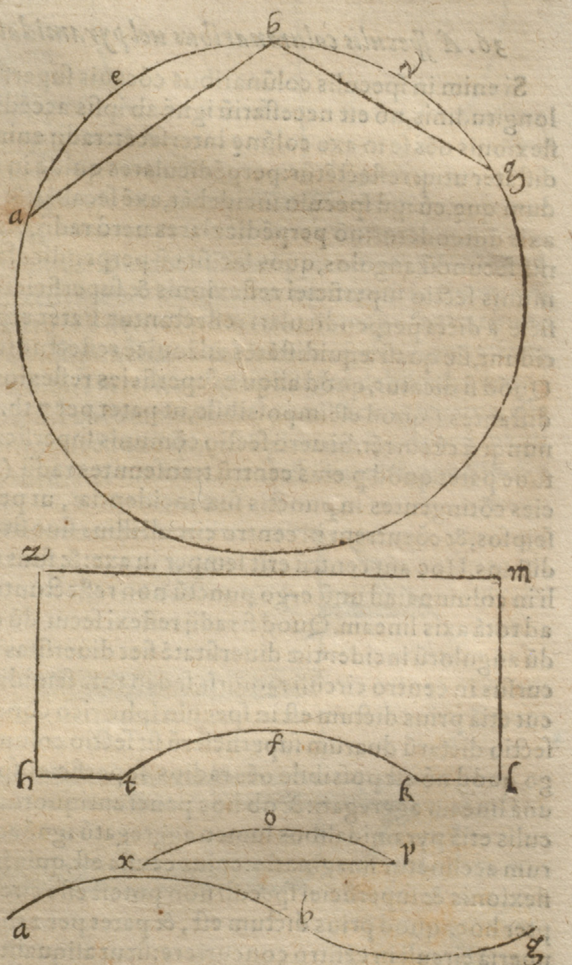


uersum

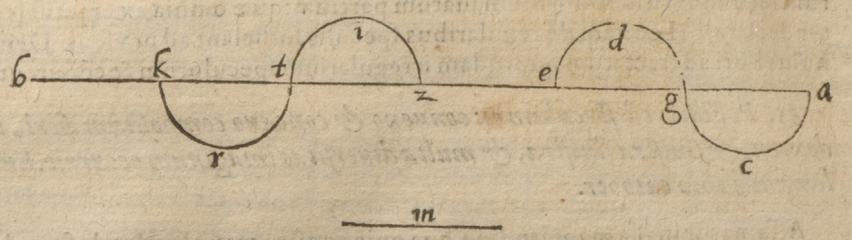
uersum itaq; habebunt situm omnes istæ imagines. Quod est propositũ. Patet itaq; ex his quatuor propositionibus, quòd lineæ rectæ quandoq; in his speculis pyramidalibus concauis uidetur conuexæ: quandoq; concauæ: quandoq; rectæ: & quandoq; maiores: & quandoq; minores: & quãdoque æquales rebus uisis: & sunt omnes rectæ imagines difformem situm habentes, respectu situs rerum, quarũ sunt imagines. Et accidit in his speculis, sicut in alijs speculis, numerari imagines secundum numerum punctorum reflexionis: & fortè imagines eiusdem rei diuersarum erunt formarum secundum diuersum situm suarum partium: quæ omnia ex pręmissis principijs possunt faciliter declarari. Hæc itaq; de regularibus speculis sufficiant ad præsens. Deinceps uerò in sequẽtibus huius libri ad tractatum quorũdam irregularium speculorum & cõburentiũ ingeniũ cõuertemus.

35. Poßibile est speculum ex conuexo & concauo compositum fieri, in quo dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & multa diuersitas imaginum occurrit. Euclides 30 th. catoptr. Ptolemæus 3 th. 2 catoptr.

Assumatur in illa magnitudine, qua quis construere uoluerit tale speculum, circulus, qui sit a b g: & inscribatur ei latus pentagoni inscriptibilis eidem circulo per 11 p 4: quod sit a b: & similiter inscribatur eidẽ circulo latus hexagoni per 15 p 4, quod sit b g: eritq; per eãdem 15 p 4 linea b g ęqualis semidiametro circuli. Et abscindatur ab illo circulo portio a e b, cuius arcus a b p 28 p 3 est æqualis quintæ parti peripheriæ circuli. Et similiter abscindatur ab eodem circulo portio g z b, cuius arcus b g est æqualis sextæ parti circuli. Fiant quoq; formæ regulares ad quantitatem illarum duarum portionum: quarum una fiat secundum quantitatem portionis a e b, quæ sit concaua, ut est figura, quam descripsimus, z h t f k m l: altera uerò facta ad quantitatem portionis, quę est g z b, sit conuexa, ut est figura x o p. Et assumatur petia uel pars ferri rectangula, cuius longitudo sit maior quàm ambę chordę a b, & b g, latitudo quoque sit maior quàm chorda b g: & incuruetur ferrũ taliter, ut eius longitudo sit conuexitatis portionis a e b, ita ut superficies cõcaua, quæ est k f t, sibi extrinsecus applicetur: & eius latitudo sit in parte longitudinis residuæ concauitatis portionis g z b, ita ut cõuexitas superficiei x o p sibi intrinsecus applicetur. Taliter uerò fiat, ne forma cõuexitatis impedimentum accipiat ex forma concauitatis, sed in eadem superficie speculi ipsarũ quęlibet imprimatur: poliaturq; speculum ex partibus ambabus: propter quod oportet ut lamina speculanda sit conuenienter spissa, ut ex utraque parte salua dispositione reliqua ualeat poliri. Hoc itaque speculum si super sedem uolubilem ad hoc præparatam componatur, & super ipsam uoluatur, ita quòd nunc conuexa, nunc concaua superficies uisui se offerat: tunc apparebunt dextra dextra, & sinistra sinistra: & distanti quasi duobus cubitis apparet imago commensurata & similis ueræ formę: magis uerò distanti protenditur imago in anterius: propius uerò accedenti ad conuexam superficiem speculi, fit imago penitus informis: & magis accedenti informitas plus augetur, & contraria ei, quod uidetur, fit imago, magisq; accedẽti prolixior apparet, & fit facies uidentis cõsimilis formæ equi: & semper magis inclinato speculo, imago apparet plus inclinata. Permutato quoque speculo, imago quandoque habet caput sursum & pedes deorsum: & quandoque pedes sursum & caput deorsum: & plus experientia, quàm scriptura, docebit imaginum diuersitates: quia si connectantur duo specula sphærica, quorum unum sit concauum, reliquum conuexum, non moto etiam speculo, uariatur dispositio imaginum. Propter reuerberationem enim formæ reflexæ ab uno speculo in alterum, dextra apparebunt dextra, & sinistra sinistra: & in parte conuexa non mutabitur situs imaginis secundum sursum & deorsum: sed in parte concaua uidebitur imago supercapitalis, uelut antipodes. Caussa uerò omnium horum in simplicibus speculis dicta est per præmissa: modo quoq; tali in præmisso speculo permiscentur imagines. Et si in eadem continuitate sit speculum planum ipsis speculis sphęricis conuexis & cõcauis interpositum: uariabitur imaginum quãtitas:



quia in planis est imago æqualis rei uisę p 52 th.5 huius: in cōuexis uerò est minor p 39 th.6 huius: in cōcauis uerò quādoq; æqualis: quādoq; maior: & quādoq; minor, ut patet p 45. 47. 49 th. 8 huius: & tale speculū potest taliter cōponi. Sit superficies aliqua plana, quę a b: & fiant in ipsa specula cōuexa, quę sint a c g & t r k: & similiter fiant in ipsa specula cōcaua, quæ sint g d e & z i t: & fiant specula plana, quę sint e z & k b: ponaturq; res uisa in puncto m; quæ à speculis illis ad uisum reflectatur. A' planis itaq; speculis apparent æqualia idola & æqualiter distātia: & à cōuexis minora & minus distātia: à cōcauis uerò diuersa & diuersi modè uisui occurrentia, sicut in alijs prędemonstratū est. Ingeniū uerò modernorū & futurorū addat, quod libuerit: quia sufficiēter dedimus cogitantibus principia multarum talium adinuentionum: & nos, quæ talia digna memoria inuenerimus, posterius conscribemus.



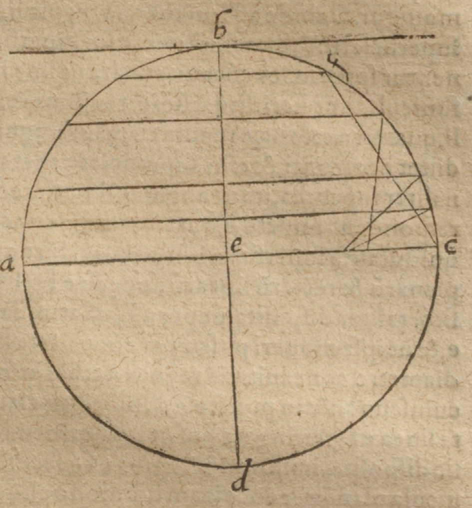
36. A' speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis ignem difficile est accendi.

Si enim in speculis colūnaribus cōcauis superficiei reflexionis & speculi cōmunis sectio sit linea longitudinis, nō est necessariū ignē ab ipsis accēdi, sicut neq; à speculis planis, etiā si superficies reflexionis oēs se in axe colūnę intersecēt: radij enim æquidistāter superficiei speculi incidētes, æquidistāter utiq; reflectētur: perpēdiculares quidē in se ipsos ad diuersa pūcta speculi colūnaris secundum quę, cū ipsi speculo incidebāt, axē secabāt: & ita nunquā in pūcto concurrent, sed in tota linea axis distendētur: nō perpēdiculares uerò radij, obliquè scilicet superficiei speculi incidentes, quoniā secundū angulos, quos faciūt cū perpendiculari ducta ab axe ad lineā lōgitudinis, quę est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei cōtingentis columnā, ad partē aliā in eadē superficie à dicta perpendiculari reflectuntur. Patet ergo quia secundū quod ęquidistantes ad inuicē incidunt, sic quasi æquidistātes ad inuicē reflectuntur, & nō in puncto, sed in linea cōcurrent p 29 p 1. Quòd si dicatur, quòd aliquæ superficies reflexionis se in axe colūnę nō intersecent, sed sint æquidistantes (quod est impossibile, ut patet per 7 th. 7 huius) palàm tamē est quòd in eis reflexi radij nunquā cōcurrēt. Si uerò sectio cōmunis superficiei reflexionis & superficiei columnę sit circulus: tunc patet quòd p eius centrū transeuntes radij (quoniā oēs sunt perpendiculares super superficies cōtingentes in punctis suæ incidentiæ, ut per 21 th. 7 huius ostensum est) oēs reflectuntur in seipsos, & cōcurrent in centro circuli illius siue sit basis columnæ speculi, siue sit circulus basi æquidistans. Hoc aūt centrū erit semper in axe: & sunt tot cētra talium circulorū in axe, quot sunt circuli in columna: ad unū ergo punctū non reflectuntur radij totius superficiei speculi columnaris, sed ad totā axis lineam. Quòd si radij reflexi secur dū circulum nō transeunt centrū circuli: tunc secundū angulorū incidentiæ diuersitatē fiet diuersitas reflexionis ad semidiametrū circuli: nec fiet concursus in centro circuli radiorū, sed in tota semidiametro: & sic ignis difficiliter accendi poterit, sicut etiā prius dictum est in speculo sphærico concauo, ut patet per 68 th. 8 huius. Quòd si cōmunis sectio dictarū duarum superficierū sit sectio columnaris: tunc radij paucissimi cōcurrent. Patet ergo quòd nō est possibile oēs radios superficiei speculi columnaris concaui in unū locū uel etiā in unā lineam aggregari: & ob hoc pauci antiquorum tali speculo pro cōbustionibus sunt usi. Ex speculis etiā pyramidalibus lumen aggregatū ignē accendere non est necessariū, quāuis ad hæc multarum acclinetur imaginatio: cuius caussa est, quia in talibus speculis communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi non potest esse circulus aliquis nec basis, nec æquidistans basi: propter hoc, quod prius dictum est, & patet per 2 th. huius. In nullo ergo euentu possunt radij à peripheria circuli in centro concurrere: sicut aliqualiter accidit in speculo colūnari. Quòd si sectio communis superficierum dictarū sit linea lōgitudinis speculi: tūc, quoniā superficies speculū contingēs contingit in linea longitudinis, accidet in his speculis, sicut prius dictū est in planis & colūnaribus speculis. Radij enim incidentes quoscunq; angulos fecerint cū linea longitudinis, eosdē facient cū eadē reflexi: & sic radij incidētes ęquidistāt, & ęquidistāter reflectūtur. Nō ergo cōcurrēt, etiā si sint in eadē superficie reflexionis: & si in diuersis sint superficiebus, patet q nō cōcurrent nisi in axe: quia supficies reflexionis se super axē pyramidis intersecāt: & tūc cōcursus radiorū fiet in linea, nō in pūcto. Si cōmunis sectio superficierū dictarū sit sectio pyramidalis: nec adhuc oēs uel plures radij eiusdē superficiei uel diuersarū aliqualiter concurrēt. Nullo ergo modo radij incidentes pyramidali speculo omnes, uel plures ipsorum, uel etiam pauci in puncto uno possunt concurrere, ut aliquid ignitioni resistens ualeant ignire: nec etiam pluralitas coniunctorum speculorū aliquid ualidum respectu laboris superadditi apportabit. Patet ergo illud, quod proponebatur.

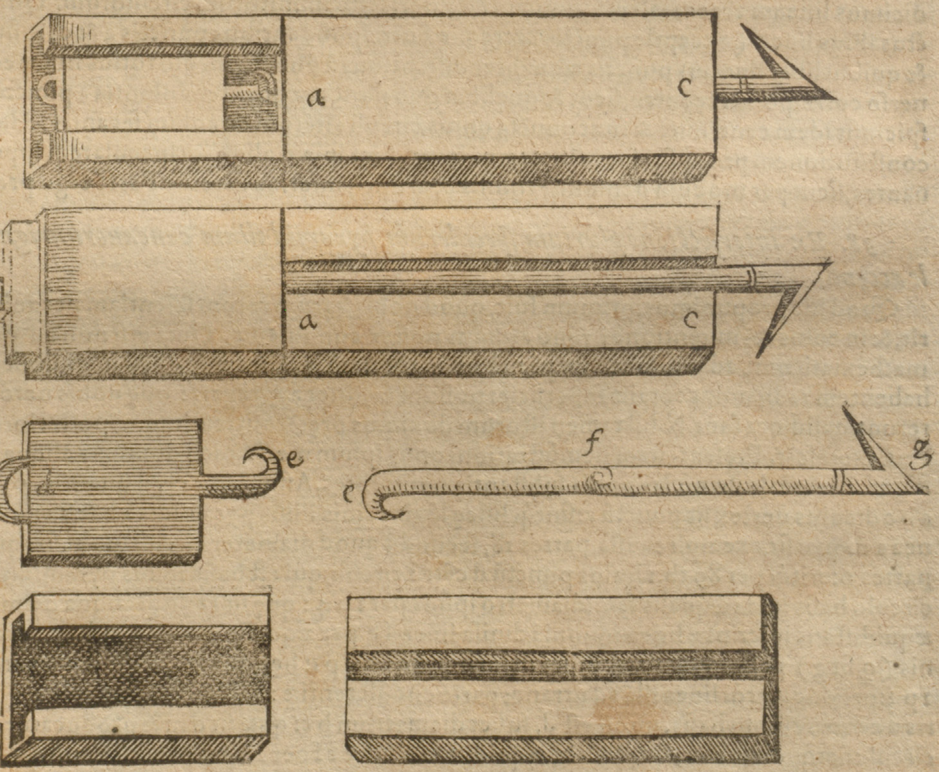
37. Ex plurium speculorum sphæricorum concauorum intersectione speculum comburens constitui est possibile.

Verbi gratia, sit circulus alicuius speculi sphęrici concaui, qui a b c d: & eius centrum sit e: intersecentq;

secentq; se in ipso duę diametri a c & b d orthogonaliter: incidantq; radij solares illi circulo: palàm itaq; per ea, quæ in 68 th. 8 huius dicta sunt, quoniam radius incidens circulo secundum aliquã diametrorum (uerbi gratia, secundum diametrum a c) reflectitur in seipsum trans centrum: radiorũ uerò æquidistantium illi diametro a c, is, qui contingit circulum, palàm quia incidit in punctum b per 29 p 1: angulus enim, quem linea contingens cõtinet cũ diametro, est rectus per 18 p 3, & angulus b e a est rectus ex hypothesi. Ille ergo radius contingens circulum non reflectitur: quia nihil inuenit resistens: procedit ergo in continuum & directum. Alius uerò radius æquidistãs diametro a c cum linea in puncto suæ incidentię speculum contingente continet angulum rectilineum acutissimum, & modicam abscindit portionem circuli incidens, & modicùm se reflectẽs, sed æqualiter. Sic itaq; omnes radij æquidistantes diametro a c incidentes circulo speculi æquales abscindũt circuli portiones: semper enim angulus reflexionis est æqualis angulo incidentię: illi autem anguli æquales semper æquales abscindunt portiones per 43 th. 1 huius: solus autem radius incidens circulo ęquidistanter diametro a c, abscindens portionem, cuius arcus est sexta pars peripherię circuli, & cuius chorda est æqualis lateri hexagoni inscriptibilis eidem circulo, reflectitur ad punctum c terminum diametri c a: est enim diameter a c æquidistans medio lateri hexagoni suo circulo inscripti, quẽ hexagonũ diuidit illa diameter per æqualia, ut patet per 63 th. 1 huius: sitq;, ut talis radius incidat circulo in pũcto f. Oẽs quoq; radij ęquidistantes semidiametro a c, incidentes reliquo arcui quartę circuli, cuius chorda est æqualis residuo lateri hexagoni, & est arcus f c, reflectũtur ad illã partem circuli portiones æquales abscindentes: & omnes illi radij transeunt per aliquod punctum semidiametri c e: & quodcunq; punctum reflexionis imaginetur moueri circa axem a c, quousq; redeat ad locũ, à quo exiuit: illud pũctũ motu suo describet circulũ, cuius polus erit punctũ c: & à tota illius circuli peripheria fiet reflexio ad idẽ punctum semidiametri speculi, quę est c e: fietq; in illis punctis diametri combustio, opposita aliqua materia cõbustibili, sed debilis & cũ mora tẽporis. Quòd si fieri posſit, ut loca plura cõbustionis uel omnia in unũ punctũ congregẽtur, fiet fortior cõbustio: hoc aũt uisum est posſibile fieri ꝑ intersectionẽ sphęricã plurium speculorũ sphęricorũ cõcauorũ: nõ aũt inęqualiũ: quia in illis nõ cõueniẽter uniformis poteſt inueniri ꝓportio.



Relinqtur ergo quòd ęqualiũ speculorum sphęricorũ sit illa intersectio: ita, ut illud qđ uariat in locis cõbustionũ diuersitas distãtiæ radiorũ ęquidistãtium axi speculi, & ad ipsum axẽ reflexorũ, cõformet diuersificatio centrorũ: ut si cẽtra sphęrarũ speculorũ se intersecantium



secundum omnia puncta unius semidiametri sphæræ uarientur: tunc enim puncta combustionis aut omnia, aut plurima in unũ pũctũ colligẽtur: & fortificabitur cõbustio secũdum illud. Huius aũt rei mechanicũ artificiũ tradẽdũ cogitauimus illis, q̃ ꝑ manualẽ fabricã intẽdere uoluerint ꝓmisſis,

cuius

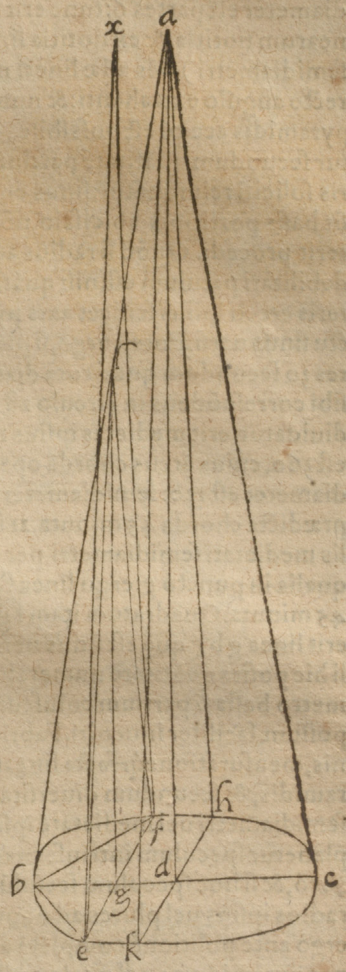
cuius forma talis est. Assumatur regula lignea uel ænea quadrãgula planarũ superficierũ, quãta pla cet: & sit eius latitudo tripla suæ spissitudini uel circa illud: deinde in medio suæ latitudinis caueatur secundũ lineã rectã, & planetur foramẽ, & ordinetur taliter, ut intra ipsam decurrere possit nauicula ad modũ artificij tornatorũ, in qua nauicula uncus ferreus infigatur: & hęc regula sic cõcaua ta & disposita, taliter situetur, ut eius cauata superficies sit erecta super superficiem horizontis, & lineæ profunditatis suæ concauitatis sint perpendiculares super superficiem horizontis: sitq; linea, quã motu suo describet uncus motæ nauiculę, æqualis semidiametro propositi circuli, quæ est e d, ita quòd pũctũ e cadat in intrinseca superficie ipsius unci ferrei, qui motu nauiculæ, cui infixus est, mouetur. Deinde assumatur alia regula lignea uel ænea similiter quadrangula, ut prima, & planarũ superficierũ: & hæc similiter in sui superficie latiori cauetur subtiliter secũdum lineas rectas, & planentur superficies cõcauitatis, ita ut sine impedimẽto p illã cõcauitatẽ possit alia subtilis regula uel funiculus moueri: sitq; cõcauitas illius regulæ dupla lineæ e d, hoc est ut sit æqualis diametro circuli, quæ est a c: & hæc regula cũ priori regula taliter adaptetur, ut eius superficies nõ cõcauata æquidistet horizonti, & eius superficies cauata respiciat cauaturã regulæ prioris: & ordinetur orthogonaliter super illã, ita ut angulus d e c sit rectus: & sit medius pũctus lõgitudinis suæ cõcauitatis correspondens puncto e, qui est punctus unci ipsius nauiculæ: & sint omnia hæc in eadẽ superficie æquidistante superficiei horizontis. Fiat quoq; tertia regula ęnea longa quadrangularũ superficięrũ planarũ & rectarũ linearũ, quę sit e f g: sitq; eius pars e f æqualis semidiametro circuli, quæ est e c: sitq; taliter disposita, ut per aliquã armillã uel foramẽ applicetur unco nauiculę secundum pũctum e, & ut ipsa moueri possit per cõcauitatẽ lineæ a c: sitq; in puncto f nodus, cuius diameter sit maior diametro concauitatis regulæ a c: fiat quoq; reliqua pars lineæ e f g, quę est f g, longitudinis placitæ cuiuscunq;: & in puncto g adhibeatur clauus acutus in fine acuitatis, qui sit illius quãtitatis, ut mota linea e f g, attingere possit pauimentum uel illi aliam superficiem substratam. His itaq; omnibus sic dispositis immittatur regula e f g secundum foramen puncti e in uncum nauiculę, & trahatur nauicula planè per cochleam uel modo alio, ut uidebitur, plano tamen & æquali tractu: & sequetur regula e f g tractum nauiculę, decurretq; punctus f in superficie regulę a c: & semper mutabitur centrum circuli, cuius diameter est linea e f. Cum itaq; punctus e peruenerit in punctũ d: tũc punctus f erit in medio puncto lineæ a c, quod est centrum circuli præmissi: omniumq; punctorum reflexionis luminis uel quarumcunq; formarum à quarta circuli, quæ est c b, concursus radiorum uel diffusæ uirtutis erit in centro circuli, quod est e: quoniã omnia puncta combustionum concurrentia in axe e b, reducta sunt ad punctum e, quod est centrum circuli, utpote omnium radiorum incidentiũ circulo speculi æquidistãter diametro a c. Similiter quoq;, si placet, fiat in alia quarta circuli descendente planè ipsa nauicula, reducendo punctum f ad pũctum a: tunc enim punctum g lineę f g motu suo describet quandam lineam, quę per clauum sibi affixum in pauimento figurabitur: & hãc lineã dicimus lineam eccentralem: quoniam est intersectio infinitorum circulorum. Quilibet enim punctus illius lineæ (exceptis punctis extremis correspondentibus punctis a & c, ipsius diametri a c, & quibuslibet duobus punctis æqualiter distantibus à puncto medio totius lineæ eccentralis) diuerso correspondet centro, sicut & quęlibet duo puncta æqualiter distantia à puncto sui medio, respiciunt idem centrum: & sunt puncta unius circuli alterum circulum secantis. Hac ergo linea ad constitutionem propositi speculi utemur secundum ipsam aliquam specularem superficiem concauantes, sicut per modum demonstrationis & artificij inferius dicetur. Patet ergo propositum.

38. Ex intersectione plurium speculorum pyramidalium concauorum ignem est possibile accendi.

Quod hic proponimus, primum fuit, quod nobis harum rerum scientiam perquirentibus occurrit, & in cuius rei inuentione primò animus noster conquieuit. Quia etsi non ad unum punctum mathematicum, ad unum tamen punctum naturalem modicam & quasi insensibilem latitudinem habentem radij unius totalis superficiei possunt faciliter aggregari: quę nobis uerò postea occurrerunt, ualidiora sunt. Nihil tamen istorum duximus prętermittendum, ut posteriorum animi in altius excrescãt. Pręsenti itaq; demõstrationi opus ipsum mechanicũ duximus aliqualiter immiscendũ, nihil tamẽ de demõstrationis substantia omittentes. Assumatur ergo quæcũq; pyramis, quæ sit a b c d: cuius uertex sit punctũ a: sintq; lineę lõgitudinis illius pyramidis a b & a c: & sit axis ipsius linea a d: quæ sit, exempli caussa, partes 18, secundũ quod diameter circuli suę basis, quę est f b e c, est partes 6: eritq; per 89 th. 1 huius punctũ d cẽtrũ circuli, qui est basis ipsius pyramidis: inscribaturq; circulo basis linea æqualis semidiametro ipsius per 1 p 4: quę sit f e: sitq; aliqua diameter in circulo æquidistans inscriptæ lineæ: quoniã diuisa linea f e per æqualia ex 10 p 1, producatur à pũcto diuisionis (q sit g) perpendicularis super illam lineam ex 11 p 1: hęc quoq; transibit per centrũ circuli per 1 p 3: producaturq; linea illa ad utranq; partẽ circũferentiæ: & sit b c: extrahatur ergo perpẽdicularis à centro circuli basis, quod est d, super diametrum b c: quæ sit d h: & producatur ad partem aliã circuli: fietq; diameter, quę sit h k, æquidistans lineæ e f per 28 p 1: producanturq; à punctis h & k duę lineæ longitudinis pyramidis ad uerticem, quę sint h a & k a. Producatur quoq; à puncto e linea æquidistans lineę k a, & à puncto f æquidistans linea h a ex 31 p 1: & concurrant productę lineæ in puncto x: concurrent autem ideo, quia ipsarum æquidistantes, quę sunt k a & h a, concurrunt in puncto a. Inter duas ergo lineas e x & f x continuata plana superficies & terminata ad lineam f e

(quæ

(quæ sit trigonum f e x) palàm quoniam intersecabit pyramidem: eritq; triangulus x f e propter æquidistantiam laterum ęquidistans triangulo magno in pyramide, qui est a h k: & sicut triangulus a h k diuidit pyramidem per æqualia, eò quòd sit duabus lineis longitudinis & diametro basis contentus: sic etiam triangulus x f e aliquam pyramidis resecat portionem. Abscindatur ergo hæc portio à tota pyramide, quæ sit l f b e g: ducanturq; lineę rectæ, quæ sint l e & l f: eruntq; lineę l f & l e per 89 th. 1 huius partes æquales unius sectiõis conicæ, quę est e l f, diuisa per æqualia in sui supremo puncto, qui est l. Linea uerò l b, quę est pars lineæ longitudinis pyramidis, erit minoris quantitatis qualibet linearum l e & l f: eritq; linea b g linea profunditatis huius portionis: linea uerò f e linea latitudinis: & linea l g latus portionis erectum, æquidistans lineæ d a, quę est axis pyramidis. Expedit ergo ut operi mechanico consulentes notitiam harum linearum omniũ perquiramus, supponentes ea, quę in chordis & arcubus sunt probata. Palàm autẽ ex præmissis quoniã linea f e, quæ inscripta circulo, quia est æqualis eius semidiametro, est partes 60, secũdũ quod diameter circuli est 120: arcus ergo f e similiter est 60: secũdũ qđ circulus est 360. Ducãtur quoq; lineę b f & b e. Et quoniã diameter b c diuidit chordã f e per æqualia & orthogonaliter: patet quoniã lineæ rectę f b & b e ęquales sunt p 4 p 1: ergo arcus f b & b e sunt ęquales per 28 p 3: arcus itaq; f e diuisus est per æqualia in pũcto b: ergo arcus f b est partes 30: chorda ergo f b est 31 partes, 3 minuta, & 30 secunda: sed quoniã in linea f g est medietas lineę f e, quę fuit 60: patet qđ linea f g est 30: quadrentur ergo ex 46 p 1 linea f b, & similiter linea f g. Et quia quadratũ lineæ f b in triangulo f b g subtenditur angulo recto: palã ex 47 p 1 quia quadratũ lineæ f b ualet ambo quadrata linearũ f b & b g: ablato ergo ex quadrato f b quadrato f g, remanet quadratũ b g. Extrahatur ergo radix quadrata illius residui, & ipsa est quantitas lineæ b g: & secundũ quod linea f g est 30 partes, erit ipsa 8 partes, 2 minuta, 29 secunda: secundũ uerò quòd diameter b c est partes 6, & semidiameter f e partes 3, & linea f g partes 8 & 30 minuta: erit linea b g 24 minuta & 6 secunda, prout ex tribus notis quartũ ignotum perquirens auxilio 19 p 7 diligens inquisitor facile poterit inuenire.



Quoniam uerò linea g l erecta ęquidistans est axi pyramidis, quę est d a, patet ex 29 p 1 quoniam trianguli d a b & g l b sunt ęquianguli: ergo per 4 p 6 erit proportio lineę d a ad lineam g l, sicut lineę d b ad lineam g b: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineę d a ad lineam d b, sicut lineę l g ad lineam g b: sed linea d a sextupla est ad lineam d b ex hypothesi: erit ergo linea l g sextupla lineę b g: patet ergo quoniam linea l g erit 2 partes, 24 minuta, 36 secunda, secundum quod linea d a est partes 18. Sed quia in triangulo l b g angulus l g b est rectus: quia latus g l, quemadmodum linea d a, orthogonaliter erectum est super superficiem circuli basis pyramidis per 89 th. 1 huius, & per 8 p 11: patet ergo quia quadratum lineę l b ualet quadrata ambarum linearum l g & b g ex 47 p 1: componantur ergo quadrata, & aggregati radix quadrata extrahatur, & ipsa est quantitas lineę l b: quę secundum propositum numerum quo semidiameter basis est 3 partes, erit 2 partes, 26 minuta, 35 secunda. Et quia linea l g erecta est super superficiem basis pyramidis: palàm ex definitione lineę erectę super superficiem, quoniam ipsa cum lineis g f & g e angulos rectos facit, sicut etiam cum omnibus lineis in dicta superficie productis. Quadratum ergo lineę e l rectę, quę in triangulo rectilineo (qui est e g l) angulo recto opponitur, ualet quadratum lineæ l g & lineæ g e: coniunctis ergo illis quadratis, ipsius aggregati extrahatur radix: & patet quòd linea recta, quæ est l e, est 2 partes, 50 minuta, 19 secunda. Et quia per eadem quadratum lineæ rectæ, quę est f l, ualet quadratũ lineæ f g, quæ est æqualis lineæ g e, & quadratum lineæ l g: patet quia linea l f est æqualis lineæ e l: erit ergo linea f l 2 partes, 50 minuta, 19 secunda. Habetur itaq; notitia omnium linearũ portionis pyramidis assumptæ, necessariæ operi præsenti. Cum autẽ difficile sit assumi pyramidẽ proposito cõpetẽtem, (quoniã oporteret, ut ipsa tota esset concaua solidi corporis dẽsi & polibilis pro factura speculi, ut prius dictum est, & ab illa difficilis fieret abscisio) sufficiat ipsam habere mathematicam in imaginatione. Cum ergo ad opus speculi libeat procedere: fiat de corpore polibili albo, utpote argenteo uel ferreo bono portio pyramidis concaua, sic ut basis illius sectionis sit portio circuli, qui est basis imaginatæ pyramidis, cuius chorda sit medietas diametri imaginati circuli, & est linea f e: eritq; partes 3: sinus uerò uersus, qui g b, sit secundum illam quantitatẽ 24 minuta, 6 secunda, quę est linea ꝓfunditatis acceptæ sectionis: & fortè, quãdo protrahitur, assimilatur sagittæ, secundum quod illę lineæ chordæ & arcui assimilãtur: & erunt lineæ e l & f l rectæ æquales: & ipsarum quęlibet est 2 partes, 50 minuta, 19 secunda: & erit linea l b 2 partes, 26 minuta, 35 secunda, secundum dictã quantitatẽ: quę omnia si bene mensurata fuerint: patet qđ habetur portio pyramidis, cuius circuli basis diameter est

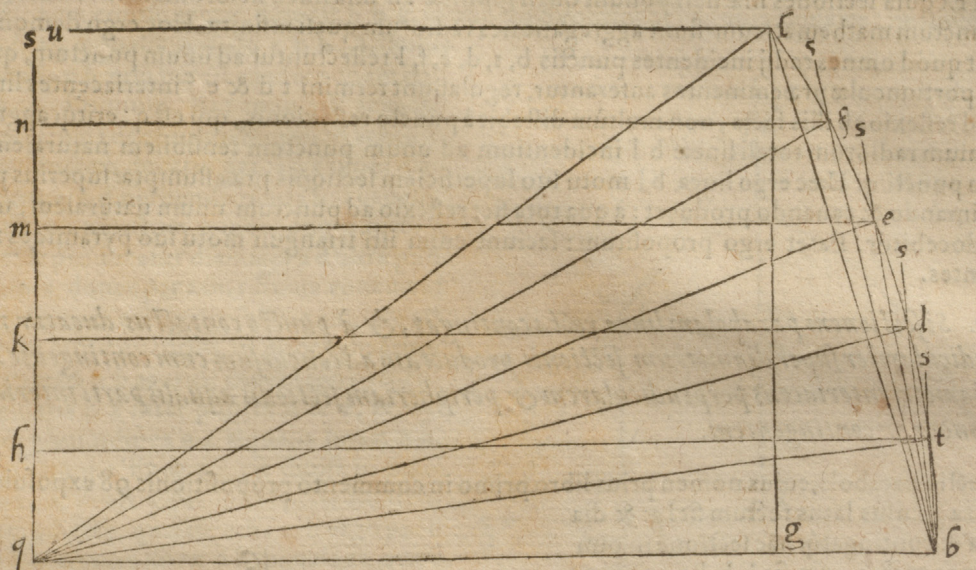
meter eſt partes 6,& axis pyramidis partes 18: eritq; tale ſpeculū latius q̃ ſit lõgum, & in breue ſpa-
tium radios plurimos cõgregabit. Quòd ſi axē pyramidis imaginatus fueris 24 partes, ſecundū qđ
diameter eſt partes 6: tunc erit linea l g 4 partes, & longius radij protendentur: eruntq; ex harum li
nearum notitia, & ex notitia linearū e g & g f (quarum notitia ſupponitur, eò quòd ſunt medietas
ſemidiametri) oēs aliæ lineæ notę cõponenti quadrata linearū notarum, & radicē lateris oppoſiti
recto angulo extrahenti: & numerorū taliū eſt infinitas, eò quòd ſecundum omnē numerum axem
pyramidis accipi eſt poſsibile, diametro tamē circuli baſis nõ mutata ſecundū numerū, & ſi mute-
tur ſecundum quãtitatē partium numeratarum. Certitudo ergo numerorum operationi indagato
ris ſoliciti relinquatur: ſinus enim uerſus & medietas ſemidiametri, circulo inſcriptæ, ſecundū quā
ſit baſis portionis abſciſsio, nõ poterūt uariari: ex quorum notitia ad aliarum linearum notitiā po-
terit procedi. Quòd ſi radios ad longā diſtantiā aggregari placuerit (ex quo tamē uirtutē ipſorum
debilitari patulum eſt, niſi quãtitas aggregationis quãtitatē uincat diſtãtiæ) illud erit in exceſſu la
teris erecti ipſius ſcilicet axis pyramidis, reſpectu ſemidiametri baſis, & ſemidiametri baſis, reſpe-
ctu ſinus uerſi. Poteſt ergo, ſi placet, circulo baſis inſcribi medietas ſemidiametri: hæc aūt cū ſit par-
tes 30 ſecundum quod tota diameter eſt partes 120, ſi ex notis notum extrahatur: inuenietur arcus
ſibi correſpõdens in circulo 28 partium, 57 minutorum, 21 ſecundorum, qui ex 30 p 3 ſi per æqualia
diuidatur, erit medietas ipſius 14 partes, 28 minuta, 40 ſecunda, 30 tertia, ſecundum quod circulus
eſt 360, cuius arcus chordā operās inueniet 15 partes, 7 minuta, 13 ſecunda, 20 tertia, ſecundum qđ
diameter eſt 120: ſemidiameter quoq; partes 60. Sed ſecundū quod ſemidiameter eſt partes 3: erit
prædicta chorda 45 minuta, 21 ſecunda, 40 tertia: ſitq; latus f b. Sed linea f e inſcripta circulo ęqua-
lis medietati ſemidiametri, per diametrum orthogonaliter ſuperſtãtem ei, ex 3 p 3 diuiditur per æ-
qualia in puncto g: ergo linea f g eſt medietas lineæ f e (quę eſt pars & 30 minuta) linea ergo f g eſt
45 minuta. Quadratum itaq; f g auferatur ex quadrato f b, & reſidui extrahatur radix quadrata, &
erit linea g b (quę eſt ſinus uerſus ipſius arcus f e) 5 minuta, 42 ſecunda, 44 tertia: cuius immutabi
li hic poſita quãtitate numerali, axe pyramidis quomodocunq; in numero & quãtitate uariato, dia
metro baſis 6 partium cuiuſcunq; quãtitatis exiſtēte, oēs lineæ abſciſſæ ſectionis, ut prius, operãti
poſſunt faciliter inueniri. Fabricata itaq; ſectione pyramidis, ſi placet, ex ferro cõpetētis ſpiſsitudi
nis, menſurationeq; facta linearum pręmiſſarum in illa, ſecundum proportionē axis imaginatæ py
ramidis, & ſecundum diuerſitatē lineæ baſi inſcriptæ, quā fieri poſſe diximus ſecūdū quãtitatem
ſemidiametri uel medietatē ipſius, ut ſecundum hęc quãtitas ſinus uerſi & tota proportio uarietur,
planetur ſpeculum intrinſecus ne partes partibus multum pręmineant, quãtùm eſt poſsibile. Quia
uerò, & ſi hoc ſpeculum ſecūdū ultimum poſsibilitatis poliretur: tamē quia eſt pars pyramidis, oēs
radios ipſius uel plures ad unum punctū aggregari eſſet impoſsibile, ut patet per 36 huius: oportet
ergo ante politionē completā aliā ſibi adhibere medelā, ſcilicet, ut in eo fiant diuerſarū interſectio-
nes pyramidum: qđ p tale artificium poterit cõpleri. Quoniam enim in aſſumpta pyramidis por-
tione, triangulus l b g, qui continetur à lineis intra ſectionem aſſumptis, eſt notorum laterū: æqua-
lis ei triangulus in aliquo plano deſcribatur, qui ſit item l b g: qui ſi duplatus fuerit, protracto late-
re l g, quouſq; linea g m ſit æqualis lineæ g l, & compleatur triangulus l b m: palàm quòd ſiue ſit or-



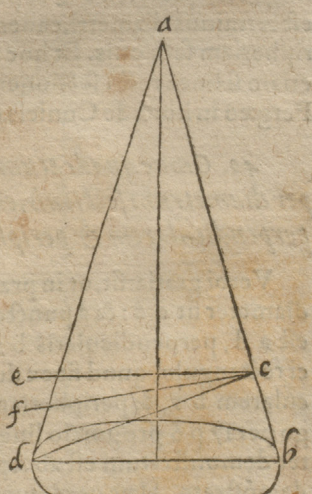
thogonius, ſiue amblygonius, ſiue oxygonius, quia ex doctrina 5 p 4 circulus ſibi poteſt circūſcri-
bi: circūſcribatur ergo: quod ut facilius fiat, aſſumatur prior diſpoſitio, ſcilicet, ut linea b g ſit 24 mi
nutorū, 6 ſecundorū, & linea l g 2 partiū, 24 minutorū, 36 ſecūdorū: eritq; l g ſextupla lineę b g. Pro-
ducatur ergo linea b g in continuum & directum ad punctum p, donec linea g p ſit ſextupla lineæ
l g: erit ergo proportio lineæ p g ad lineam g l, ſicut lineæ g l ad lineam g b: ergo per 17 p 6 illud, qđ
ſit ex ductu lineæ g p in lineā b g, erit æquale quadrato lineæ g l: ſed quadratum lineæ g l æquale eſt
ei, quod ſit ex ductu lineæ g l in lineam g m, quia linea l g eſt æqualis lineæ g m. Illud ergo, quod ſit
ex ductu lineę p g in lineam g b, eſt æquale ei, quod ſit ex ductu lineę l g in lineā g m: ergo lineæ p g
& l m in circulo aliquo ſe interſecant ex conuerſa 35 p 3: ſed linea p b ſecat lineam l m per æqualia, &
orthogonaliter ei ſuperſtat ex prius datis: trāſit ergo linea b p per cētrū circuli ex 1 p 3: quę diuida-
tur per 10 p 1 per ęqualia, & erit in puncto diuiſionis centrum circuli circumſcriptibilis triangulo
l g b: & erit diameter circuli, quę eſt linea b p, 14 partes, 51 minuta, 42 ſecunda: cuius medietas eſt
7 partes, 25 minuta, 51 ſecunda: & eſt punctus ille poſt completam fabricam locus aggregationis

radiorum

radiorum speculi secundum dictam dispositionis quantitatem, præter quàm modicum, quod perditur in limando. Quòd si basi eiusdem pyramidis inscribatur medietas semidiametri axe pyramidis existente 18: erit linea b g 5 minuta, 42 secunda, 44 tertia, cuius sextuplum est latus l g, quod erit 34 minuta, 16 secunda, 24 tertia: cuius item sextuplum erit linea g p: & ipsa erit 3 partes, 25 minuta, 38 secunda, 24 tertia: adiecta ergo linea b g, erit linea b p 3 partes, 31 minuta, 21 secunda, 8 tertia: cuius medietas est pars una 45 minuta, 40 secunda, 34 tertia: & est punctus ille locus aggregationis radiorū speculi secundū talē quātitatē dispositi, prçter illud, qđ deperditur in limādo. Similiter etiā est in reliquis formis speculorū secūdū quātitates uarias acceptorū: & semper secūdū ꝓportionē axis pyramidis, respectu diametri basis, & semidiametri, respectu sinus uersi, fit diuersitas elōgationis pūcti aggregationis radiorū à speculo, qui secundū eundem modum est in omnibus perquirendus. Assumatur ergo pars circuli circumscribentis triangulum l m b, & resecetur secundum lineam b p, quæ est diameter: & deinde ducatur à centro illius circuli (quod sit q) linea q l: & re-



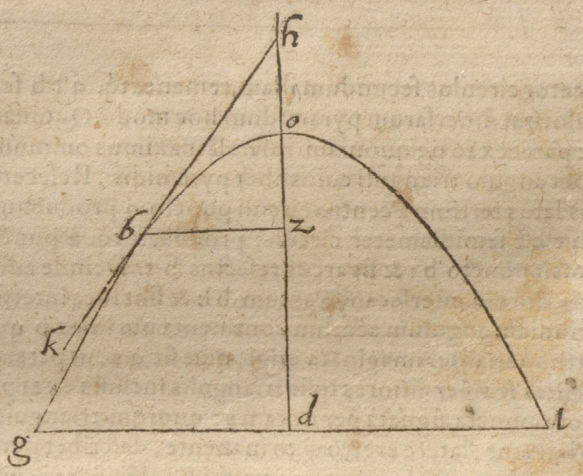
secetur circulus secundum illam, remaneatq; q l b sector: in quo postea fiant intersectiones triangulorum diuersarum pyramidum hoc modo. Quoniam enim angulus l b g est angulus semicirculi: patet ex 16 p 3 quoniam ipse est maximus omnium angulorum acutorum: ergo est maior quolibet angulo trianguli cuiuslibet pyramidis. Resecetur ergo ab ipso angulo alicuius trianguli, cuius latus tertium à centro circuli puncto q productum rectum angulum contineat cum linea b q, quæ est semidiameter circuli: producaturq; à puncto b linea secans arcum b l, prout uicinius possit puncto b: & sit arcus resectus b t. Deinde adhuc à puncto b ducantur latera aliorum triangulorum intersecantia arcum b l: & sint loca intersectionum t, d, e, f, l: eruntq; lineæ productæ, quoniam angulum acutum continent cum linea b q, omnes concurrentes cum linea à puncto q orthogonaliter imaginata erigi, quæ sit q s, ut patet per 14 th. 1 huius: facientq; triangulos includentes semper altiores ipsis triangulis inclusis ex 21 p 1: sintq; omnium illorum trigonorum superiora puncta signata per notam s: quorum triangulorum quilibet si moueatur, latere erecto fixo manente, describet pyramidem rotundam: & pars motus partem pyramidis efficiet axi copulatam, & pars trianguli resecta caussabit partem pyramidis habentem proportionem ad totam pyramidem, sicut pars trianguli ad totum triangulum, & sicut partialis motus ad totum motum. Quoniam uerò patet per 2 huius quòd in speculo pyramidali concauo secundum lineas longitudinis pyramidis fit reflexio, ita quòd angulus, quem facit radius incidens cum linea longitudinis speculi, est æqualis angulo reflexionis, scilicet ei, quem facit radius reflexus cum eadem linea longitudinis speculi (ut si super lineam longitudinis pyramidis alicuius speculi, quæ sit a b, reflectatur radius e c, æquidistanter semidiametro basi incidens, quæ sit b d: patet quia angulus e c a æqualis est angulo d c b: quoniam, ut patet per 20 th. 5 huius, quoscunque angulos facit radius incidens cum perpendiculari erecta super superficiem contingentem speculum in puncto incidentiæ, eosdem facit radius reflexus cum eadem perpendiculari: uniuersaliter enim angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.) Resumatur ergo q l b sector, & eius trianguli: quia quod demonstratum est in pyramidibus, uerum etiam est in triangulis caussantibus pyramides. Incidat ergo ipsi sectori in puncto e radius



æquidistans lineæ q b, qui sit h t. Erit ergo angulus incidentiæ, qui est h t s, æqualis angulo reflexionis: sed angulus h t s æqualis est angulo q b t per 29 p 1, & angulus q b t est per 5 p 1 æqualis angulo q t b: ideo quòd latera q b & q t sunt æqualia per definitionem circuli: erit ergo angulus reflexionis æqualis angulo q b t: ergo linea reflexionis æqualis erit lineæ q b per 6 p 1: secundum lineam ergo q t fit reflexio. Incidens ergo radius in punctum b, & reflexus à puncto t, concurrunt in puncto q: quia à puncto t aliam lineam æqualem lineæ q b, continentem cum linea b t angulum æqualem angulo q b t duci est impossibile. Similiter etiam angulus incidentiæ, qui est k d s, æqualis est angulo reflexionis: sed & idem est æqualis angulo q b d secundum præmissum modum deducendo ex 29 p 1: ergo angulus q b d & angulus reflexionis radij k d incidentis sunt æquales: ergo secundum lineam q d fit reflexio. Similiter etiam est & in alijs demonstrandum. Patet ergo quòd omnes radij incidentes in puncta sectionum factarum per latera triangulorum productorum à puncto b uersus axem q s reflectuntur ad punctum unum, qui est centrum accepti circuli. Et quia sectiones illæ fieri possunt quasi infinitæ ab una linea sic ordinata in sectore, ad unum punctum mathematicum fiunt aggregationes radiorum quasi infinitæ. Hoc ergo demonstrato patet quòd omnes radij incidentes punctis b, t, d, e, f, l reflectuntur ad unum punctum, qui est q. Et si portiunculæ præeminentes auferantur, regulabunt termini t d & e f interiacentes lineas, ita quòd reflexio ab illis facta, non multùm distabit à puncto reflexionis, qui est q: eritq; aggregatio omnium radiorum totali lineæ b l incidentium ad unum punctum sensibilem naturalem, in circuitu puncti q. Hæc ergo linea b l motu suo superficiem sectionis præassumptæ superius pyramidis limando & cauando producet: à qua tota fiet reflexio ad punctum unum naturalem, ut inferius docebitur. Patet ergo propositum: faciunt enim isti trianguli motu suo pyramides se intersecantes.

39. Si sectionem parabolam linea recta contingat, & à puncto contactus ducatur recta perpendiculariter super diametrum sectionis productam ad concursum cum contingente: erit pars diametri interiacens perpendicularem & peripheriam sectionis æqualis parti interiacenti sectionem & contingentem.

Sit sectio parabola, cuius nomen prius libro primo in commento propositionis 98 exposuimus: quæ sit l a g, cuius latus rectum sit l g: & diameter a d: contingatq; hàc sectionẽ in puncto b linea recta: quæ sit h b k: concurratq; diameter: quæ sit d a, producta extra sectionem cum linea contingente, quæ est h b k, in puncto h: & à puncto contingentiæ, quod est b, ducatur per 12 p 1 linea perpendicularis super diametrum a d, secans ipsam in puncto z: & sit b z. Dico quòd linea z a pars diametri interiacens punctum sectionis perpendicularis b z, & peripheriam sectionis, quæ est l a g, est æqualis lineæ a h, parti eductæ diametri, quæ interiacet punctum h, quod est punctum concursus diametri cum linea contingente, quæ est h b k, & pũctum a, quod est terminus diametri, cadens in ipsam peripheriam sectionis. Et hoc uniuersale est: etiam si linea recta sectionem contingat in puncto g. Hoc autem demonstratum est ab Apollonio Pergæo in libro de Conicis elementis: & hic utemur ipso, ut demonstrato.

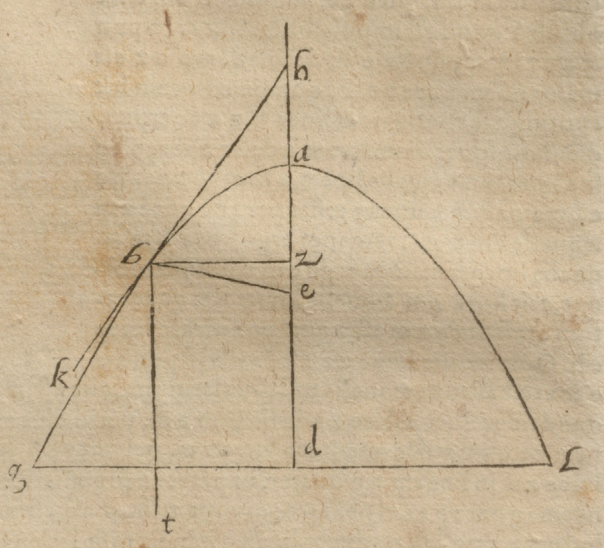


40. Omne quadratum lineæ perpendicularis ductæ ab aliquo puncto sectionis parabolæ super diametrum sectionis, est æquale rectangulo contento sub parte diametri interiacente illam perpendicularem & peripheriam sectionis, & sub latere recto ipsius sectionis.

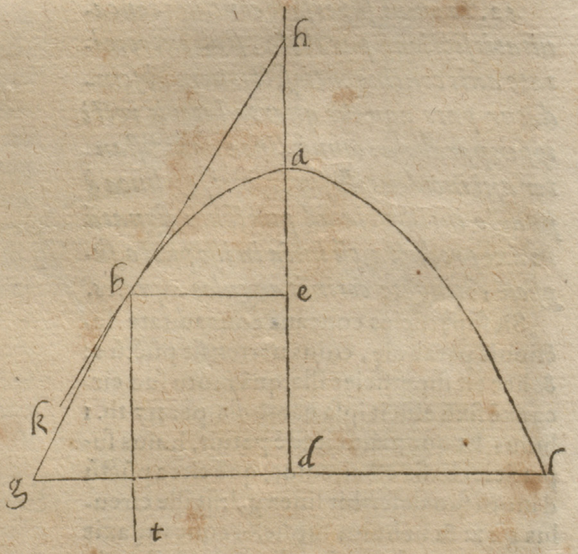
Verbi gratia: sit, ut in præmissa, sectio parabola, quæ sit l a g: cuius latus rectum sit l g, & eius diameter sit a d: & à puncto aliquo sectionis, quod sit b, ducatur super diametrum sectionis, quæ est a d, perpendicularis b z. Dico quòd quadratum lineæ perpendicularis, quæ b z, est æquale ei rectangulo, quod fit ex ductu lineæ z a, quæ est pars diametri a d, interiacens ipsam perpendicularem b z, & peripheriam sectionis, in lineam l g, quæ est latus rectum ipsius sectionis. Est ergo per 17 p 6 proportio lineæ l g ad lineam z b, sicut ipsius z b ad lineam z a. Hoc autem similiter demonstratum est ab Apollonio Pergæo in libro de Conicis elementis: & nos ipso utemur, ut demõstrato. Hæc uerò duo theoremata cum alijs Apollonij theorematibus in principio libri non connumerauimus: quia solùm illis indigemus ad theorema subsequens explicandum, & in nullo aliorum theorematum totius huius libri.

41. Si in sectione parabola ab extremitate diametri ex parte peripheriæ sectionis resecetur æquale quartæ parti lateris recti ipsius sectionis: omnis linea æquidistanter diametro incidens alicui puncto sectionis, & linea ab eodem puncto sectionis ad punctum abscißionis diametri producta, cum linea contingente sectionem super illud punctum, continent angulos æquales.

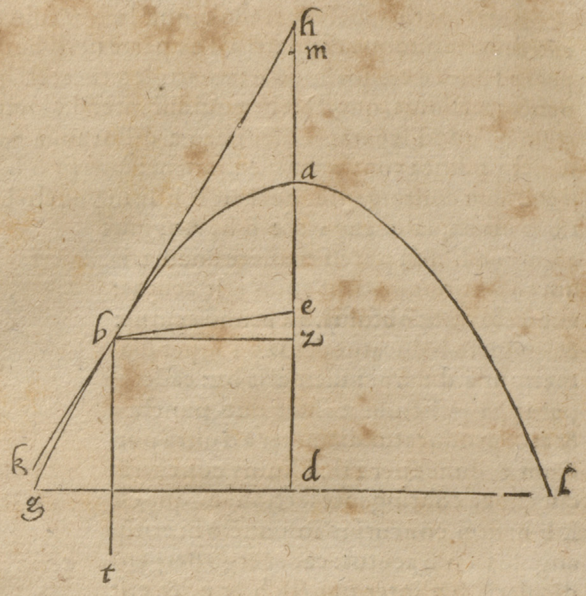
Sit, ut superius, sectio parabola, quæ l a b g: cuius diameter sit a d: & eius latus rectum sit l g: ab extremitate quoque diametri a d ex parte peripheriæ sectionis, hoc est à parte puncti a resecetur per 3 p 1 linea a e æqualis quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, quod est l g: incidatq; linea t b puncto sectionis, quod est b, æquidistanter diametro a d: & continuetur linea à puncto b ad punctum e, quod separat à diametro a d lineam a e æqualem quartæ parti lineæ l g: & ducatur à puncto b linea contingens sectionem: quæ sit h b k. Dico quòd duæ lineæ t b & b e cum linea sectionem contingente, quæ est h b k, in puncto b continent angulos æquales: ita quòd angulus t b k est æqualis angulo e b h. Angulus enim b e h non potest euadere unam trium conditionum. Aut enim erit acutus: aut rectus: aut obtusus. Sit primò acutus: & à puncto b ducatur per 12 p 1 super diametrum a d perpendicularis b z: cadetq; per 32 p 1 punctum z inter duo puncta a & e: & producatur diameter a d ultra punctum a, donec per 2 th. 1 huius concurrat cum linea contingente sectionem, quę est k b h: sitq; concursus in puncto h: eritq; angulus a h b acutus: cadet ergo perpendicularis b z inter puncta h & e, & erit per 39 huius linea a z æqualis lineæ a h. Quia itaque linea a e est diuisa in puncto z, & ei est æqualis uni parti diuidentium adiecta, quæ est a h: erit ergo per 8 p 2 quadratum lineæ e h æquale ei, quod fit ex ductu lineæ e a in lineam h a, uel in lineam a z quater, & quadrato lineæ z e: sed linea e a est quarta pars lineæ l g ex hypothesi: ergo per 1 p 2 uel per 1 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ a z in lineam a e quater, est æquale ei, quod fit ex ductu lineæ a z in lineam l g semel. Illud ergo, quod fit ex ductu lineæ a z in lineam l g cum quadrato lineæ z e est æquale quadrato lineæ e h: sed per præmissam patet, quòd illud, quod fit ex ductu lineæ a z in lineam l g, est æquale quadrato lineæ b z: quoniam linea b z est perpendicularis super diametrum a d: duo uerò quadrata b z & z e sunt per 47 p 1 æqualia quadrato lineæ b e: quadrata ergo linearum e h & e b sunt æqualia: ergo linea e b est æqualis lineæ e h: ergo per 5 p 1 in trigono e b h angulus e h b est æqualis angulo e b h: sed linea t b & d a sunt æquidistantes: ergo per 29 p 1 angulus t b k extrinsecus est ęqualis d h b intrinseco: angulus ergo e b h est æqualis angulo t b k. Eodem quoque modo demonstrandum de qualibet linea æquidistante diametro a d & b e linea copulata ad punctum e, quando illa linea super punctum e cum diametro a d angulum continet acutum. Patet ergo propositum secundum hunc modum.



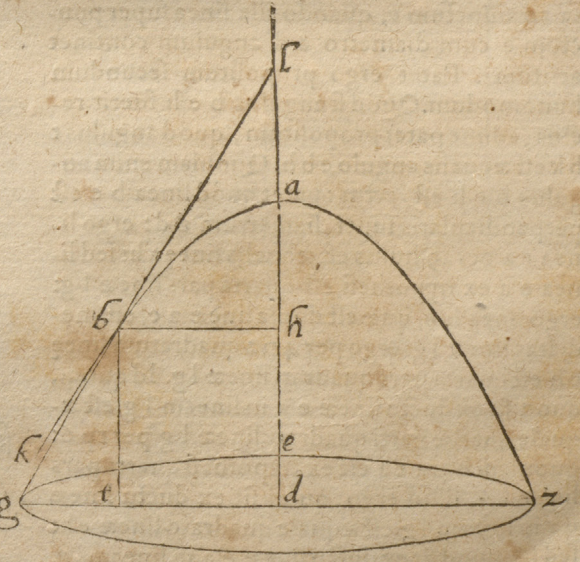
Quòd si angulus b e h fuerit rectus, adhuc patet propositum, quòd angulus t b k est æqualis angulo e b h. Quoniam enim angulus b e h est rectus: patet quòd linea b e est perpendicularis super diametrum a d: ergo linea e a per 39 huius est æqualis lineę a h: sed linea e a ex hypothesi est quarta pars lineæ l g: ergo linea h e, quæ est dupla lineæ a e, est medietas lineæ l g: ergo per 4 p 2 quadratum lineę e h est quarta pars quadrati lineæ l g. Id quoq; quod fit ex ductu lineæ e a in lineam l g est æquale quartæ parti quadrati lineæ l g per 1 p 6: quoniam linea e a est ex hypothesi quarta pars lineæ l g. Illud ergo, quod fit ex ductu lineæ e a in lineam l g est æquale quadrato lineæ e h: sed id, quod fit ex ductu lineæ e a in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e b per præmissam: quoniam linea e b est perpendicularis super diametrum a d: quadratum ergo lineæ e h est æquale



quadrato lineæ e b: ergo linea e h est æqualis lineæ b e: ergo, ut prius per 5 p 1 anguli e b h & e h b sunt æquales. Et quoniam linea t b æquidistat lineæ a d: patet per 29 p 1 quoniam angulus t b k est æqualis angulo e b h. Et similiter demonstrandum de omni linea incidente ipsi sectioni, cum angulus b e h est rectus: & illud est, quod proponebatur. Si uerò angulus b e h sit obtusus: dico quòd adhuc angulus t b k est æqualis angulo e b h. Ducatur enim linea perpendicularis, quæ sit b z à puncto b ipsius sectionis, cui incidit linea æquidistans diametro a d, quæ est t b: illa quoque perpendicularis super diametrum a d sit b z: cadetq; hæc perpendicularis b z inter puncta diametri, quæ sunt d & e: aliàs enim duo anguli unius trigoni b e z fierent maiores duobus rectis: quoniam uno existente recto, qui b z e, angulus b e z esset obtusus: quod est impossibile: cadit ergo punctum z inter puncta e & d: linea ergo a z est maior quàm linea a e. Et quoniam linea h b k contingit sectionem, & linea b z est perpendicularis super diametrum a d: erit per 39 huius linea a z æqualis lineæ a h: ergo linea h a est maior quàm linea a e: fiat per 3 p 1 linea a m æqualis lineæ a e: remanet ergo linea h m æqualis lineę z e: linea ergo e m addita utrobique, erit linea z m æqualis lineæ h e: quadratum ergo lineę z m est æquale quadrato lineę e h. Quia itaque linea z a est diuisa in puncto e, & ei est adiecta æqualis uni diuidentium, quę est m a, æqualis ipsi a e: patet per 8 p 2 quòd illud, quod fit ex ductu lineę z a in lineam a m, uel in eius æqualem lineam a e quater, cum quadrato lineæ z e, est æquale quadrato lineę z m, uel lineę e h, quę sunt æquales: sed illud, quod fit ex ductu lineę z a in lineam a e quater, ut patet ex pręmissis, est æquale ei, quod fit ex ductu lineę a z in lineam l g per 1 p 2 uel per 1 p 6: quoniam linea a e est æqualis quartę parti lineę l g ex hypothesi. Illud ergo, quod fit ex ductu lineę a z in lineam l g, cum quadrato lineę z e, est æquale quadrato lineę e h: sed illud, quod fit ex ductu lineę z a in lineam l g est æquale quadrato lineę b z per præcedentem: quoniam linea b z est perpendicularis super diametrum a d: quadratum uerò lineę b e per 47 p 1 est ęquale quadratis ambarum linearum b z & e z. Patet ergo quòd quadratum lineę b e est ęquale quadrato lineę e h: ergo linea e b est ęqualis lineæ e h: ergo per 5 p 1 anguli e b h & a h b sunt ęquales: sed, ut prius, lineę t b & d h sunt æquidistantes: angulus ergo t b k per 29 p 1 est æqualis angulo d h b: ergo & angulus e b h. Et similiter demonstrandum in omni linea incidente sectioni æquidistanter diametro a d, cum angulus b e h est obtusus. Patet itaq; generaliter propositum. Nam omnis linea incidens peripherię sectionis ęquidistanter diametro, & alia linea, quę ab illo eodem puncto ducitur ad punctum abscindens à diametro ex parte peripherię sectionis partē, æqualem quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, cum linea sectionem in illo puncto contingente continent angulos ęquales. Et hoc proponebatur.



42. *In omni superficie concaua concauitatis sectionis parabolæ, si ab extremitate axis contingentis sectionem abscindatur pars æqualis quartæ lateris recti ipsius parabolæ: omnis linea æquidistanter axi incidens illi superficiei, & linea à puncto incidentiæ ad punctum signatū in axe producta, cū linea in illo pūcto superficiē cōtingēte cōtinēt angulos æquales.*

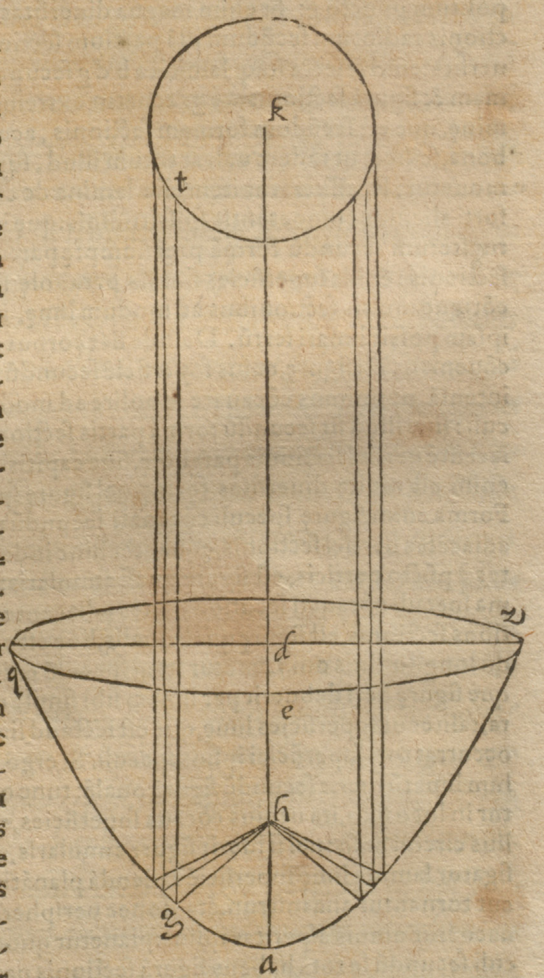


Sit superficies concaua concauitate sectionis parabolę, cuius uertex sit pūctū a: & hęc est superficies illa, quā motu suo circa axē fixū efficit ipsa parabola per 117 th. 1 huius. Et quoniā, ut ibidē patuit, huius superficiei basis est circulus, quē circa pūctū d motu suo describit linea g d: sit ille circulus g e z: & sit huius supficiei concauę axis linea a d, quę fuit prius diameter sectionis parabolę: & ab extremitate axis à puncto scilicet a abscindatur ab axe linea a h ęqualis quartę parti lateris

lateris recti ipsius sectionis, quę sit linea g z, cuius quartę parti ęqualis sit linea a h: & ducatur à puncto superficiei b linea b t ęquidistanter axi a d per 31 p 1: & ducatur linea b h. Dico quòd duę lineę t b & h b continent cum linea contingente superficiē concauam propositam in pūcto b duos angulos æquales. Quoniam enim linea a d & b t sunt ęquidistantes: patet quòd ipsę sunt in eadē superficie per 1 th. 1 huius: sed linea b h cadit inter illas: ergo per 7 p 11 ipsa est in eadē superficie cum illis: lineę ergo t b & b h & a d sunt in una superficie. Sit itaq;, ut aliqua superficies plana contingat superficiē propositam super punctum b: superficies itaq; b t d a secabit superficiem concauā: & erit per 19 th. 1 huius communis sectio ipsarum parabola: quę sit a b g: cuius diameter erit linea a d: & erit communis sectio superficiei b t d a & superficiei planę contingentis istam superficiem concauam linea contingens sectionem a b g in puncto b: quę sit linea l b k. Quia itaq; linea l b k contingit sectionē a b g in puncto b, & linea a h est quarta pars lateris recti, & linea t b ęquidistat lineę a d: patet per præmissam, quoniam duę lineę t b & b h continent angulos æquales cum linea l b k contingente sectionē in puncto b: & quòd imaginata moueri superficie b t d a circa axem fixū, qui est a d: patet quòd punctum b motu suo efficit circulum in superficie cōcaua, à cuius totali peripheria lineę ductę ad punctum h continent angulos ęquales. Et idem accidit in quacunque parte sectionis parabolę, quę est a b g, cadat punctus b: siue angulus b h a fiat acutus, rectus uel obtusus. Patet itaq; quòd omnis linea ęquidistans axi a d & incidens superficiei concauę propositę, & linea ab illo puncto ad punctū h ducta continent angulos ęquales cum linea in illo pūcto superficiē cōtingēte. Et hoc est ꝓpositū.

43. Speculo concauo concauitatis sectionis parabolæ soli opposito, ita ut axis ipsius sit in directo corporis solaris: omnes radij incidentes speculo æquidistanter axi, reflectuntur ad punctū unum axis, distantem à superficie speculi secundum quartam lateris recti ipsius sectionis parabolæ, speculi superficiem caussantis. Ex quo patet quòd à superficie talium speculorum ignem est possibile accendi.

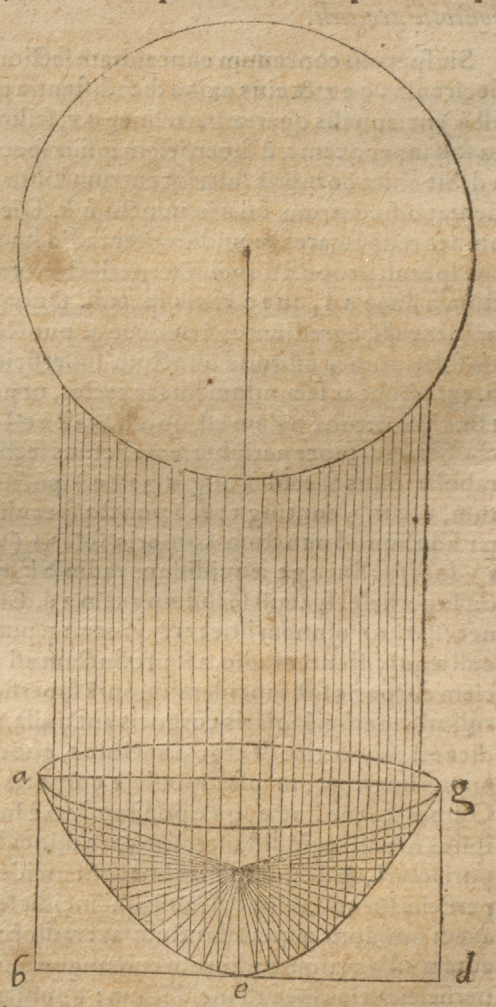
Sit speculū concauum concauitate sectionis parabolæ: cuius uertex sit pūctum a: & basis ipsius sit circulus q e z: & eius axis a d: & distantia puncti axis (quod sit h) à puncto uerticis speculi (qđ est a) sit æqualis quartæ parti lineę q z, scilicet lateris recti sectionis parabolæ a g q, caussantis motu suo super axem a d superficiem ipsius speculi concaui: quod soli opponatur secundum eius axē a d. Sit enim corporis solaris centrum k: situeturq; speculū taliter, ut eius axis a d sic productus perueniat ad centrum solis in punctum k. Dico quòd omnes radij solares æquidistanter radio k a superficiei speculi propositi incidētes, reflectuntur ad punctum h lineę a d, quę est axis speculi. Quoniā enim omnes radij egredientes à quocunq; puncto corporis solaris super aliquod punctum superficiei speculi, egrediuntur secundum lineas rectas, ut patet per 1 th. 2 huius: tunc palàm est quia linea k a est linea recta. Sit itaq; super peripheriam alicuius sectionis parabolæ ipsius speculi (quę sit g a z q) pūctū g signatum, utcunq; contingit: & à puncto speculi g per 31 p 1 ad aliquod punctum corporis solaris (quod sit t) ducatur linea g t æquidistans radio a k, qui incidit superficiei speculi secūdum axem a d. Est autem necessarium omnem lineam à quocunq; puncto speculi æquidistanter radio a k productam ad superficiem corporis solis incidere: quoniā superficiei speculi ad superficiē solaris corporis aut nulla, aut modica est proportio: sit ergo punctum t, quod est terminus lineæ g t, in ipsa superficie corporis solaris. Omnes itaque lineæ, quæ possunt duci à superficie ipsius speculi ęquidistanter suo axi a d, incidunt corpori solari, & secūdum illas lineas fit incidentia superficiei speculi, respectu radij, qui incidit secūdum axem omnium æquidistantium axi radiorum: hoc autem est omnium radiorum cuicunque puncto superficiei totius speculi incidētium: quoniam per 31 p 1 à quolibet pūcto propè uel remotè dato scimus cuilibet datæ lineæ, ut in proposito est axis a d, ducere lineam æquidistantem. Dico itaq; quòd omnes illi radij reflectuntur à totali superficie speculi ad unum punctum axis speculi, quod est punctum h. Omnes enim illi radij cum sint lineæ rectæ: patet per præmissam, quòd cum lineis ab omnibus pūctis suarum incidentiarū ad punctū h ductis continent



angulos æquales: ergo per 20 th.5 huius omnes illi radij reflectuntur ſecundum illas lineas tranſe-
untes punctum h. Et ex hoc patet, quòd omnes radij incidentes peripheriæ ſectionis æquidiſtan-
ter radio incidenti ſecundum lineam, quę eſt diameter ipſius ſectionis, reflectuntur ad punctũ dia-
metri, qui abſcindit ex capite diametri à parte peripherię ſectionis partem æqualem quartę parti la
teris recti ipſius ſectionis g a z q: quoniam omnis reflexio à quolibet corporum politorum regula-
rium fit ſecundum æqualitatem angulorum, quos continent linea incidens & reflexa cum linea in
illo puncto ſuperficiem ſpeculi, à qua fit reflexio, contingente. Et quoniam omnes illę lineę ſecant
ſe in puncto h: patet quòd in puncto h eſt concurſus omnium illorũ radiorum. In illo ergo puncto
aggregatur omnis uirtus omnium radiorum totali ſuperficiei ſpeculi incidentium. Et quoniá qui-
libet radiolus defert ſecũ aliquid uirtutis actiuę corporis ſolaris: patet quòd in illo puncto tota uir
tus eſt concurrẽs, omnium ſcilicet radiorũ ſuperficiei ſpeculi ęquidiſtanter ipſi axi a d incidentiũ.
Ex quo patet quòd in illo puncto h poſito aliquo combuſtibili ignem eſt poſsibile accendi. Et hæc
eſt melior & fortior figura omniũ figurarũ radios ſolares ad unũ pũctũ aggregátiũ: quoniá à tota e-
ius ſupficie, & à quolibet pũcto ipſius radij ſolares in unũ pũctũ aggregátur. Patet ergo ꝓpoſitum.

*44. Speculum ſecundũ formã ſectionis parabolæ, uel lineæ eccentralis, uel interſectionis pyra
midalis, uel cuiuſcunq; alterius regularis uel irregularis datæ lineæ artificialiter conſtituere.*

Lineam, quá dicimus peripheriá ſectionis, inueniat induſtria operantis: quę & apud nos multis
conatibus artificialiter eſt inuenta: faciliter tamen eſt imaginabilis: quoniam, ut in 98 th.1 huius di-
ximus, ipſa eſt linea, quę eſt cõmunis ſectio ſuperficiei conicę cuiuſcunq; pyramidis, maximè uerò
rectangulę & ſuperficiei pyramidem per diametrum baſis ſecanti æquidiſtanter alicui lineę longi-
tudinis illius pyramidis: utpote ei, cuius & axis pyramidis cõmunis ſuperficies eſt erecta ſuper pla
nam ſuperficiem dicto modo pyramidẽ ſecantem. Talis itaq; ſectio parabola ſic artificialiter inuen
ta ſit a e g: & aſſumatur lamina ferri boni uel chalybis, menſuræ & quantitatis cuius placuerit: quę
ſit a b g d: & protrahatur in ipſa ſectio parabola, quę
ſit æqualis & ſimilis ſectioni a e g: & abſcindatur la-
mina ſecũdũ illam ſectionẽ a e g, uel ſecundũ aliquá
partem ipſius: ſiue placeat à parte uerticis, qui eſt a:
ſiue ex parte unius ſui capitis, quod eſt g: ſiue ex par
te alterius ſui capitis, quod eſt in latere eius recto op
poſitum puncto g: fit enim magna diuerſitas proie-
ctionis radiorum ſecũdum illá partium ſectionis di-
uerſitatem. Reſecta itaq; lamina a b d g ſecundũ for-
mam & figurá ſectionis a e g: acuatur extremitas la-
minę, quę eſt ſecũdum formam ſectionis, acuitione
bona, ſcilicet ut radere ualeat totum illud, ſuper qđ
mouetur. Et aſſumatur item alia lamina de chalybe
forti alicuius competentis ſpiſsitudinis: quę incida-
tur iterum ſecundũ formá pręaſſumptę partis illius
ſectionis: & illa ſuperficies ſimilis parabolę ſecetur
cõtiguè multis ſectionibus ad modum limę, ita ut ꝑ
ipſam poſsit limari ferrũ. Deinde fiat corpus ferreũ
cõueniens illi figurę, cuius ſuperficiẽ ſecundũ formá
intentá ꝓponimus cõcauare & polire ad modũ ſpe-
culi: ſiue illud ſit ſecundũ formá partis ſectionis ad-
iacentẽ uertici ſectionis parabolę, ſiue capitis. In his
enim eſt multa diuerſitas formę uel figurę ſpeculi.
Forma enim figurę ſpeculi cõcauati ſecundũ partes
adiacẽtes uertici ſectionis, ęqualiter hinc inde diſtá-
tes à pũcto uerticis, eſt figurę quaſi annularis: & for
ma ſpeculi cõcauati ſecundũ partes adiacentes capi
tibus ſectionis, eſt figurę quaſi oualis, hoc eſt ad mo-
dũ longitudinis oui. Limetur itaq; ſpeculũ cuiuſcun
que figurę fieri debuerit per limam ſibi ſimilẽ in figu
ra, taliter ut ſuperficies limę, quę eſt ſecta ad limádũ,
occurrat toti ſuperficiei ipſius ſpeculi. Si ergo ſpecu
lum limatũ fuerit ſecundũ figurá oualẽ: tunc ordine



tur in loco fixo, ita ut eius cõcaua ſuperficies, quátũ ad lineá peripherię ſuę baſis, ſit in peripheria il
lius circuli baſis: uel ſi fuerit figurę annularis, ad peripheriá circuli ęquidiſtátis baſi: & in loco axis
figatur lamina limę ſuperficiẽ radendá planátis, moueaturq; ad cõcauandũ ſpeculũ: & tornetur, ſi-
cut tornantur alia inſtrumẽta, donec peripheria acutę laminę occurrat toti ſuperficiei ſpeculi, & e-
uacuetur omnis aſperitas ipſius: planetur quoq;, quátũ eſt poſsibile: eritq; tũc ſuperficies illius ſpe
culi ſecundũ ſe totá habens figurá ſectionis parabolę: & fiet ab omnibus punctis ſuę ſuperficiei re-
flexio in punctũ unũ. Simili modo faciat ingenioſus artifex in alijs lineis quibuſcunq;, ut in illis li-
neis, quas

neis, quas per 37 & 38 huius docuimus inuenire: quoniam in omnibus his idem eſt operandi modus: ut ſecundum fixam diametrum a c in 37 huius: uel ſecundum fixum punctum q in 38 huius fiat dictarum linearũ reuolutio ſuper ſubiectas ſibi proportionales corporis ferrei ſuperficies: proueniẽtq́; figuræ ſimiles illis lineis, à quarum ſuperficiebus reflexi radij omnes ad unum punctũ naturalem uel mathematicum concurrent. Patet itaque propoſitum.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER DECIMVS.

SVPERIVS *duos modos uiſionis, ſcilicet eum, qui fit directè per unum medium diaphanum: & eum, qui fit per reflexionem à politis corporibus, tractauimus: ſupereſt nunc, ut tertium uidendi modum, qui fit per refractionem, factam à pluribus diaphanis corporibus medijs inter uiſum & rem uiſam proſequamur: quoniam & ſecundum hunc modum diuerſimo̊de uariatur actio naturalium formarum & modus actionis. Virtutes enim formarum naturalium aggregatæ per refractionem fortius agunt, & plus actionis formæ corporibus ſuſceptibilibus imprimunt: unde etiam accenditur ignis ex radijs ſolis ſub corpore ſphærico diaphano denſiore aere uel aqua, ut ſub glacie uel cryſtallo. Vniuerſaliter uerò aggregatio uirtutis radiorum ſtellarum uel aliarum formarum in eodem puncto naturali uel circa illud fit fortioris actionis: diſperſio uerò uirtutum naturalium formarum debilitat actiones naturales: diſgregata enim uirtus debilius & minus agit. In his autem omnibus, ſicut & in alijs modis uidendi ſuperius diximus, uiſiua cognitio ſignum eſt, nõ cauſſa. Non enim, quia uiſus ſic uidet, ideo ſic accidit in formis rerum agentium: ſed quia ſic agunt formæ naturales, ideo ipſas ſic agentes uidet uiſus, niſi fortè in quibuſdam deceptionibus, quæ uiſui accidunt per ſeipſum. Omnis autem paſsio ſecundum modos cuiuſcunque refractionis naturæ accidens uel uiſui, fit ſemper propter diuerſitatem diaphanitatis mediorum corporum inter agens & paſſum, uel inter uiſum & rem uiſam. Corpora uerò diaphana nobis aſſueta, ſunt aer, qui eſt rarioris diaphanitatis omnibus alijs diaphanis corporibus, (excepto corpore cœli) quod eſt rarius aere, ut poſtmodum demõſtrabimus in progreſſu. Hic autem & in toto ſequente tractatu nomine aeris & ignem accipimus: quia licet inter hæc ſit differentia ſpecifica formalis & diuerſa raritas in diſpoſitionibus materiæ: non tamen ex hac diuerſitate aliqua accidit diuerſitas ſenſibilis in formarum refractione: quoniam ignis, qui apud nos eſt hic inferius, eſt in materia groſſa terrea uel aquea uel aerea, & ſecundum hoc ſequitur paſsiones corporum aliorum: ignis uerò in ſphæra ſua eſt ſecundum ſui formalem diſtinctionem aeri contiguus, & ſecundum naturam diaphanitatis continuus, non habens diſtinctam ſuperficiem ab aere, in qua ſit poſsibile refractionem ſenſibilem fieri. Aer enim quantò propinquior eſt cœlo, tantò fit rarioris diaphanitatis: ſimiliter & ignis, ita quòd infimum ignis & ſupremum aeris eſt diaphanitas quaſi una, in qua refractio ſenſibilis fieri non poteſt: & ita quòd ſuperficies concaua ignis non eſt diuerſæ diaphanitatis & ſenſibiliter determinatæ à ſuperficie conuexa aeris: ideo non fit refractio inter illa: & ſic ignem in hoc tractatu ſub nomine aeris implicamus. Eſt tamen aliqualis refractionum diuerſitas in aere denſiori & rariori, quando illa diuerſitas denſitatis fit ſenſibilis: ſicut plurimum*

accidit in aere condensato prope terram: & maximè in crepusculis serotinis & matutinis. Diaphanum uerò aliud diuersum ab istis est aqua continens etiam in se diuersitatem refractionis secundum rarius & densius, quod est in illo suo genere: uno tamen nomine nuncupatur. Sunt enim aquæ calidæ sulphureæ & aquæ salsæ, ut maris, grossioris diaphanitatis, quàm aliæ aquæ frigidæ, claræ, dulces. Alia uerò corpora diaphana nobis assueta sunt quidam lapides, ut cryſtallus, beryllus, & similes, ut sunt uitra. Dicitur etiam de quibusdã corporib. animatis, quòd sint diaphana, ut de istis, quæ colorantur coloribus corporum, quibus superstant: quorum animatorum corporum passiones nõ prosequimur, quia sunt figuræ irregularis. Superficies itaque cœli, quæ occurrit uisui, est sphærica concaua: quæ si secetur ab aliqua plana superficie: erit communis sectio illarum superficierum linea circularis, cuius concauũ est ex parte uisus, ut patet per 69 th. 1 huius: & superficies aeris, quæ tangit illam, est sphærica conuexa: quæ si secetur à plana superficie: communis sectio erit linea circularis: cuius conuexum est ex parte cœli. Superficies uerò aquæ ex parte uisus superstantis aquæ est sphærica conuexa: quæ si secetur à plana superficie: erit communis sectio linea circularis: cuius cõuexum est ex parte illius uisus. Vitrorum uerò & lapidum diaphanorum figuræ sunt rotũdæ: aut planæ: aut irregulares: unde si secentur à planis superficiebus, fient in illis communes sectiones aut circuli: aut lineæ rectæ: aut irregulares, secundum quarum linearum & superficierum diuersitatem uariatur diuersitas passionum, quæ uisibus occurrunt.

DEFINITIONES.

1. Linea incidentiæ dicitur linea, secundum quam forma directè diffunditur per medium unius diaphani. Et eadem dicitur linea extensionis formæ. 2. Refractio dicitur incuruatio eiusdem lineæ ad angulum cõtinendum: ut cum lineæ, per quas una forma rei uisæ peruenit ad uisum, non rectè prodeunt, sed franguntur in superficie alterius corporis diaphani. 3. Punctus refractionis est punctus superficiei corporis diaphani, à quo fit lineæ incidentiæ uel lineæ extẽsionis formæ refractio ad uisum. 4. Linea refractionis dicitur linea à puncto refractionis ad centrum uisus extensa. 5. Linea perpendicularis hic nunc dicitur linea, quæ à puncto refractionis erigitur super superficiem corporis, à qua fit refractio. 6. Cathetus incidentiæ dicitur linea à puncto rei uisæ super superficiem corporis, in quo est res uisa, & à qua fit refractio, perpendiculariter producta. 7. Superficies refractionis dicitur superficies, in qua continentur lineæ incidentiæ & refractionis. 8. Angulus incidentiæ dicitur minor angulus, quem continet linea incidentiæ cum linea perpendiculari, ducta à puncto refractionis super superficiem corporis, à qua fit illa refractio. 9. Angulus refractus dicitur angulus minor, quem continet linea refracta cum dicta perpendiculari. 10. Angulus refractionis dicitur angulus, quem continet linea refractionis cum linea incidẽtiæ trans corpus diaphanũ, à cuius superficie fit refractio, in continuum protracta. 11. Directè uideri dicitur, sicut & superius 1 defin. 4 huius definitum est, quando forma rei uisæ sine refractione peruenit ad uisum. 12. Obliquè dicitur uideri, cum forma rei uisæ ad uisum peruenit refractè. 13. Imago refracta dicitur forma rei uisæ obliquè perueniens ad uisum. 14. Locus imaginis refractæ, dicitur locus, in quo imago refracta uisibus occurrit.

PETITIONES.

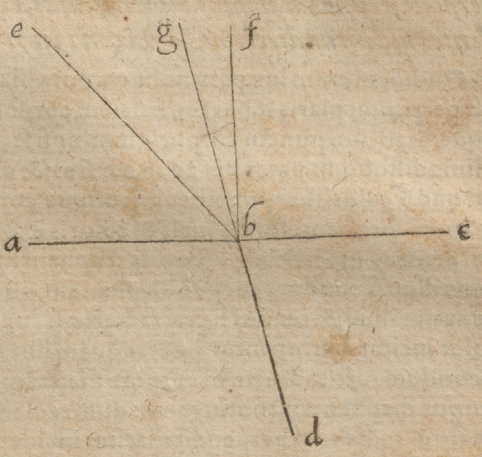
Supponimus autem hæc. 1. Lumen Solis aliqualiter in matutinis & serotinis crepusculis uideri. 2. Item iridem secundum figuram rotundam & colores uarios uideri.

THEOREMA

THEOREMATA.

1. In omni ſuperficie refractionis neceſſariò ſunt punctum, cuius forma refringitur: & punctum refractionis: & centrum ipſius uiſus: & perpendicularis ducta à puncto refractionis ſuper ſuperficiem, à qua fit refractio. Ex quo patet quòd unius refractionis unica tantùm eſt ſuperficies.

Sit ſuperficies ſecundi diaphani denſioris uel rarioris primo diaphano, in qua ſit linea a b c: & ſit punctũ, cuius forma refringitur, punctum d: ſitque centrum uiſus e: fiatque refractio in puncto ſuperficiei ſecundi diaphani, quod eſt b: & à puncto b ſuper ſuperficiem a b c ducatur perpendicularis b f. Dico quòd puncta d, e, b, & linea b f ſunt ſemper in eadem ſuperficie refractionis. Quoniam enim, ut patet per definitionem præmiſſam in principijs libri huius, & per 46 th. 2 huius linea radialis incidens (quæ eſt d b) & refracta (quæ eſt b e) ſunt in eadem ſuperficie refractionis: punctum ergo d, cuius forma incidit & refringitur, & punctum refractionis, ſcilicet pũctum, à quo fit refractio, (quod eſt b) & centrum uiſus (quod eſt e) ſunt in eadem ſuperficie per 1 p 11: ſed & per 2 p 11 linea b f, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a b c, eſt in eadem ſuperficie cum linea b c: ergo & cum lineis d b & b e: quoniam linea b f eſt perpendicularis ſuper lineam a b c, & cum illa in eadem ſuperficie. Similiter protracta linea d b ultra punctum b ad punctum g, eſt in eadem ſuperficie. Puncta itaque d, b, e & linea b f ſunt in eadem ſuperficie per 1 & 2 p 11. Omnis enim refractio aut fit ad ipſam perpendicularem b f, aut ab ipſa: & ſemper in eadem ſuperficie, in qua fiebat incidentia formę refringendæ. Quoniam enim omnis refractio fit ad omnem differentiam poſitionis (quia qua ratione fit ad unam partem, eadem ratiõe fit ad quamlibet aliam) determinatio ergo refractionis ad certam differentiam poſitionis fit tantùm per uiſum: quia in quacunque ſuperficie centrum uiſus fuerit, in illa tantùm percipitur fieri refractio. Patet ergo propoſitum. Et ex hoc patet, cum iſta puncta refractionis omnia ſcilicet d, e, b & linea b f ſuperficiem refractionis conſtituant, quòd horum aliquo deficiente non eſt ſuperficies refractionis: & quòd unius refractionis unica tantùm eſt ſuperficies refractionis: quoniam hæc omnia puncta in unica tantùm ſuperficie ſimili concurrere eſt poſsibile, & non in pluribus. Et hoc eſt, quod proponebatur.



2. Neceſſe eſt omnem ſuperficiem refractionis ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio (ſiue illa ſuperficies ſit plana conuexa uel concaua) erectam eſſe. Alhazen 9 n 7.

Hoc, quod hic proponitur, patet per præmiſſam. Quoniam enim in omni ſuperficie refractionis neceſſariò ſunt: punctum, cuius forma refringitur: & punctum ſuperficiei corporis, à quo fit refractio: & centrum uiſus & perpendicularis ducta à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis illius, à qua fit refractio: ergo per 18 p 11 patet quòd omnis ſuperficies refractionis eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio. Si enim illa ſuperficies fuerit plana: tunc euidenter patet propoſitum per 18 p 11, ut præmiſſum eſt. Si uerò fuerit illa ſuperficies conuexa uel concaua ſphærica: tunc patet per 72 th. 1 huius quoniam perpendicularis ducta à puncto refractionis ſuper ipſam ſuperficiem corporis, à qua fit refractio, ſemper tranſit centrũ illius corporis: & eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiem illud corpus in puncto refractionis contingentem: ergo itẽ per 18 p 11 ſuperficies refractionis eſt erecta ſuper illá ſuperficiẽ contingentẽ: ergo & ſuper ipſam corporis ſuperficiem. Similiter quoq; demonſtrandum, ſiue figura corporis, à qua fit refractio, fuerit columnaris ſiue pyramidalis ſiue alterius figuræ cuiuſcunq;: ſemper enim ſuperficies refractionis erit erecta ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio. Et ſi accidat, ut illa ſuperficies corporis, à qua fit refractio, fuerit æquidiſtans horizonti: tunc perpendicularis ducta à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio, eſt etiam perpendicularis ſuper ſuperficiem horizontis per 23 th. 1 huius: ergo & per 18 p 11 ſuperficies refractionis eſt perpendicularis, & erecta ſuper ſuperficiem horizontis. Sed & hoc patet per declarationem, quæ fit in inſtrumento, quod in 1 th. 2 huius præmiſimus. Quoniam enim linea radialis incidens & refracta ab aliqua ſuperficie unius corporis diaphani ad aliud corpus diaphanum, ut patet per 46 th. 2 huius, ſemper ſunt in una plana ſuperficie, quæ eſt medius circulus illorũ triũ circulorũ ſignatorũ in interiori parte oræ inſtrumenti, æquidiſtans ſuperficiei interioris laminæ inſtrumẽti: ſed illa ſuperficies laminæ æquidiſtat ſuꝑficiei dorſi inſtrumẽti, cui extrinſecus ſupponitur ſuperficies regulæ cubitalis tenentis inſtrumentũ. Suꝑficies itaq; medij circuli ęquidiſtat ſuꝑficiei regulę lõgę quadrãgulę ſuppoſitę dorſo laminę ꝑ 24 th. 1 huius: ſed illa ſuꝑficies ꝑpẽdicularis eſt ſuꝑ ſuꝑficies laterũ lõgitudinis regulę erectas ſuꝑ oras inſtrumẽti. Superficies itaq; medij circuli eſt ꝑ cõuerſam 14 p 11 ꝑpendicularis ſuper ſuꝑficies lõgitudinis regulæ

erectas

erectas sup oras instrumẽti: sed illę duę superficies regulę sunt ęquidistãtes horizonti tẽporẽ experimẽtationis p instrumentũ positum in uase,ut cõsueuit. Superficies itaq; medij circuli est perpẽdicularis sup superficiẽ horizõtis. Et quia superficies medij circuli est supficies refractiõis, patet propositũ. Idem quoq; potest ostẽdi producta per imaginationẽ linea à centro medij circuli ad centrũ mundi. Hæc enim linea, cum sit semidiameter mundi, perpendicularis est super superficiem aquæ, quę est in uase: est autem illa linea in superficie medij circuli, quæ est superficies refractionis. Est ergo per 18 p 11 illa superficies perpendicularis super superficiem horizontis. Cum enim lux refringitur ab aere ad aquam: erit refractionis linea cadens inter primam lineam, per quã extenditur in aere, quæ est linea incidentiæ suę, & inter perpendicularem exeuntem à centro medij circuli super superficiem aquæ: & centrum lucis intra aquam semper procedit à centro medij circuli. Palàm ergo quòd lux, quæ refringitur ab aere ad aquam, refringitur in superficie perpendiculari super superficiem aquæ: ergo & super superficiem horizontis. Idem quoq; accidit cum ab aere ad uitrum fit refractio. Patet ergo siue superficies corporis, à qua fit refractio, fit plana conuexa uel, cõcaua, quòd semper superficies refractionis est erecta super illam. Et hoc est propositum.

3. Centro uisus existente ultra medium secundi diaphani: omnes formæ obliquè incidẽtes superficiei secundi diaphani, respectu uisus, refractè uisui occurrunt: perpendiculariter uerò incidentes uidentur directè. Alhazen 13 n 7.

Quoniam enim lux pertransit corpora diaphana, quibus incidit, aut directè, ut cũ radius incidẽs est perpendicularis super superficiem corporis sibi oppositi: aut obliquè, ut cum radius incidit obliquè: & ab uno puncto corporis luminosi secundum omnem lineam ab illo puncto ducibilem fit luminis diffusio, ut patet per 20 th. 2 huius: & quia forma coloris semper diffundit se cum lumine: patet quòd cuiuslibet puncti cuiuscunque corporis luminosi colorati uel lucidi existentis in aliquo corpore diaphano, forma lucis & coloris extenditur in uniuerso corpore diaphano sibi proximo, & peruenit ad superficiem corporis diaphani sibi oppositi. Et si fuerit aliud corpus diaphanum cõtingens illud secundum corpus diaphanum, quod sit alterius diaphanitatis ab illo: tunc forma diffusa penetrat illud, & omnes lineæ radiales, secundum quas illis corporib. diaphanis obliquè lumen uel color incidit, refringentur, præter quàm linea incidens perpendiculariter: sola enim illa extenditur secundum rectitudinem in corpore diaphano proximo sibi, & in corpore alio diaphano proximum corpus diaphanum contingente: dum tamen perpendiculariter incidat utriq;. Et si fortè aliqua linearum radialium perpendiculariter inciderit puncto superficiei continuæ cum superficie corporis diaphani proximi: nec sit illius superficiei secundæ corpus diaphanum: uel si fuerit diaphanum, non sit tamen eius superficies prioris diaphani superficiei ęquidistans: tunc à puncto incidentiæ lineæ radialis super superficiem secundi corporis alia perpendicularis duci potest: ergo tunc illa forma, quę superficiei prioris corporis secundum perpendicularem incidebat, delebitur: quoniam ab uno puncto ad unam superficiẽ duas lineas perpendiculares duci est impossibile per 13 p 11. Omnes ergo formæ illius puncti transeuntes in corpus diaphanum contingens proximum illi pũcto aliud corpus diaphanum, erunt refractæ. Et quoniam à quolibet pũcto cuiuslibet corporis luminosi uel colorati extenditur lumen & color penetrans totum corpus diaphanum obiectum, & refringitur à superficie alterius corporis diuersæ diaphanitatis illi succedentis per 47 th. 2 huius: patet quòd forma lucis & coloris erit una forma continua, coniuncta: & refringitur tota continua & coniuncta, superficie corporis diaphani existente continua, & cum forma refracta fuerit continua. Si ergo corpus densioris diaphanitatis quàm sit primum diaphanum, illi formę occurrerit: tunc forma continua magis aggregata & unita perueniet ad illud corpus: & occurrente item corpore diaphano rariore: tunc quilibet punctus corporis diaphani, per quod extenditur forma puncti, quod est in primo corpore luminoso uel colorato, transmittet formam lucis & coloris ad quodlibet punctũ ipsius secundi uel tertij corporis diaphani per omnem lineam rectam, quæ potest extendi ab illo puncto. Si itaq; aliquis fuerit imaginatus pyramides rectilineas, exeuntes à quolibet puncto aeris ad superficiem corporis diaphanitatis alterius pertingentes: & si in superficie huius secundi corporis diaphani lineę obliquè incidentes refringi imaginentur (perpendiculari linea, quę est axis illius pyramidis imaginatæ, sine refractione transeunte) tunc adhuc fit unum corpus continuum in refractione, sicut & una est forma corporis incidens superficiei illius secundi corporis diaphani. Si ergo in loco imaginatæ pyramidis sistatur secundum ueritatem in aerę pyramis sensibilis, cuius corpus sit coloratũ uel luminosum dẽsum: miscebitur lux uel color illius pyramidis cum luce uel colore corporis, à quo fit refractio: & fiet ipsorum multiplicatio per omnem lineam rectam, quæ poterit extendi ab illo puncto, cui incidit: & forma puncti incidens alicui puncto corporis densi, extendetur per quamlibet linearum refractarum ad illum punctum corporis, in quo fit refractio, sibi correspondentem. Et si uisus fuerit ex parte altera illius diaphani: tunc illæ formæ peruenient ad uisum: sed perpendicularis (quia non refringitur) perueniet perpẽdiculariter ad centrum uisus: & formę per lineas obliquas incidentes, refractè & obliquè peruenient ad uisum. Cum itaq; lineę, secundũ quas forma refringitur, se in aere per omne corpus medium diffundant, quando coniunguntur apud unum punctum aeris: ideo quòd ipsarum multa fit intersectio propter æqualitatẽ diffusionis formarum illarum ad omnem differentiam positionis: tunc si centrum uisus positũ sit in illo puncto, comprehendet uisus illud uisum secundũ refractionem (excepto unico puncto perpendiculariter incidente)

dente) quoniam ille non refringitur, ut in 47 th. 2 huius ostensum est. Patet ergo propositum.

4. Omnis formæ per refractionem uisæ si fiat refractio à medio secundi diaphani densioris primo ad uisum, uidetur fieri ad partem perpendicularis, ductæ à puncto refractionis super superficiem, à qua fit refractio. Si uerò fiat à diaphano rariori, uidetur fieri ad partem contrariam illius perpendicularis. Alhazen 14 n 7.

Quod hic proponitur, potest instrumentaliter demonstrari, ita ut demonstratio auxilio instrumenti sensibiliter exprimatur. Accipiatur itaq; prædictum instrumentum, quo in præcedentib. usi sumus: cuius diametrũ, quã ibi signauimus per literas f, g, nunc dicimus b q g, ita ut punctũ q sit cẽtrum laminæ basis instrumenti. Hoc itaque instrumentum ponatur in uase æquidistãter superficiei horizontis situato, & infundatur aqua usque ad centrum laminæ, quod est q: oppilentur quoq; foramina instrumenti cum cera uel alio modo, ita quòd modicùm remaneat de foraminibus circa medium ipsorum, quod in ambobus foraminibus sit æquale: & hoc potest æquali columna illis foraminibus immissa mensurari. Deinde moueatur instrumentum, donec diameter b q g sit perpendicularis super superficiem aquæ. Immittatur quoque stilus albus subtilis in ipsum uas, ita quòd eius extremitas cadat in punctum z, quod est extremitas diametri circuli medij, quæ sit k f z: ponaturq; unus uisuum super superius foramen in punctum k, & claudatur reliquus: tunc enim uidebitur extremitas stili secundum rectitudinem perpendicularis exeuntis ab extremitate stili super superficiem aquæ: nam centrum uisus & extremitas stili tunc sunt in linea k f z perpendiculari super superficiẽ aquę, secundum quam fit uisio. Est enim linea k f z perpendicularis super superficiẽ aquæ per 8 p 11: ideo quòd ipsa æquidistat lineæ b q g, quæ ex hypothesi est perpendicularis super eandem superficiem aquę. Deinde declinetur instrumentum, donec linea b q g obliquetur super superficiem aquæ: ponaturque uisus super superius foramen: & non uidebitur extremitas stili. Moueatur itaque extremitas stili in circumferentia medij circuli paulatim ad partem oppositam uisui, donec uideatur illa extremitas, & figatur in illo pũcto circuli medij, in quo apparet. Si itaq; tunc ponatur aliquod corpusculum densum in superficie aquæ in centro medij circuli, quod est f: tunc nõ uidebitur illa extremitas stili: ablato uerò illo corpusculo, uidebitur illa extremitas stili. Quòd si cõsideretur in numero graduũ medij circuli distãtia extremitatis stili à pũcto z: inuenietur distantia sensibilis. Potest aũt punctus z, qui est extremitas diametri medij circuli, transeuntis per centrum duorum foraminum sic



inueniri: scilicet ut regulæ subtilis latior extremitas ponatur super centrum laminæ, & media linea ipsius protendatur secundum diametrum laminæ: tunc enim acumen regulæ cadit super punctũ z, ut præmissum est prius in propositionibus 2 huius. Quòd si assumpto uitro, quod sit pars alicuius sphæræ, ut in illis propositionibus aliquib. assumptũ est, cuius uitri superficies aliqua sit plana & aliqua cõuexa sphęrica: & illud uitrũ applicetur laminę, ita ut eius plana superficies sit ex parte foraminum, lineaq; (quę est suarũ superficierum planarũ cõmunis differentia) sit super lineam o d, secantẽ b q semidiametrum laminæ perpendiculariter: sic ergo erit diameter k f z perpẽdicularis super planã superficiem uitri & super conuexã. Deinde ponatur instrumentũ in aqua, ponaturq; extremitas stili super punctum z, & centrũ uisus super superius foramen: uidebiturq; extremitas stili, quæ in alio puncto circuli medij non poterat uideri. Ex quo patet quoniam extremitas stili, quando est in linea perpendiculari super superficiem corporis, à qua fit refractio, (ut nunc est linea k f z perpẽdicularis super superficiem uitri) forma ipsius uidetur non per refractionẽ, sed rectè. Ex quo patet quòd forma perpendiculariter incidens non refringitur. Quòd si conuexum uitri ponatur ex parte secũda foraminum, & differentia communis duarum superficierum planarum uitri ponatur super primum locum, scilicet lineę o d: quoniam & tunc linea k f z est perpendicularis super utrasque superficies uitri: uidebitur ergo tunc, ut prius, extremitas stili in puncto z. Quòd si à superficie laminę instrumenti euulso uitro à centro laminæ, quod est q, in superficie laminę ducatur semidiameter q r, continens cum semidiametro b q angulum obtusum: deinde ducatur semidiameter q u, continens cũ linea q r angulũ rectum: & protrahatur ad aliã oram instrumenti: erit ergo angulus b q u acutus, & erit semidiameter b q obliqua sup lineã q u. Deinde linea, quę est cõmunis differẽtia superficierũ planarum uitri, ponatur super lineã q u, & sit plana uitri superficies ex parte foraminum, & sit medium differentiæ communis planarũ superficierum ipsius uitri super centrum q. Erit itaq; tunc centrum uitri super centrum medij circuli, ut pręostensum est in alijs, & linea k f transit per centrũ uitri & est obliqua sup superficiem ipsius planã: quoniã diameter b q ęquidistans illi lineę, quę est k f, obliquè cadit super lineam q u: & quoniã linea k f transit per centrũ uitri: palàm quoniam ipsa est perpendicularis super conuexam superficiem uitri. Deinde à puncto r super lineam q r ducatur perpendicularis

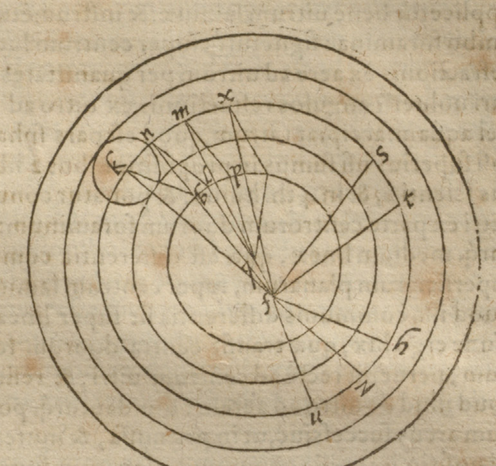
pendicularis in ora instrumenti usq; ad circũferentiam medij circuli,quę sit r e:& fiat nigra utraque illarum linearum q r & r e,ut melius per uisum ualeant notari:& imaginetur duci linea e f: hęc itaq; per 72 th.1 huius erit perpendicularis super conuexam superficiem uitri: quoniam transit per eius centrum:& est perpendicularis super planam uitri superficiem: quoniam est æquidistans lineę q r perpendiculari super lineam q u, cui superposita est illa communis sectio planarum superficierum ipsius uitri. Punctus itaque e est punctus medij circuli,in quem cadit perpendicularis, exiens à centro uitri super planam superficiem ipsius. Ponatur itaque instrumentum sic dispositum in uas,& ponatur extremitas stili albi,ut prius,in puncto z:& ponatur uisus super foramen superius in puncto k:tunc non uidebitur extremitas stili. Moueatur itaq; stilus in circumferentia medij circuli ad partem contrariam puncto e,nec tunc uidebitur extremitas stili:moueatur autem ad partem puncti e paulatim,& uidebitur extremitas stili. Quòd si tunc punctum f,quod est centrum medij circuli,cooperiatur aliquo corpusculo:non uidebitur extremitas stili,sed illo corpusculo remoto, iterum uidebitur illa extremitas stili. Ex hoc itaq; patet, quòd formæ illius extremitatis stili comprehensio, quæ sit a,est secundum refractionem factam à centro uitri: & quòd forma refracta est in superficie circuli medij,quæ est perpendicularis super superficiem planam uitri: & inuenietur locus formæ extremitatis stili,quæ est a,inter puncta e & z. Et quoniam refractio fit à centro uitri, linea ducta à centro uitri ad extremitatem uitri,quæ media est inter lineas f z & f e,& sit a f:palàm quia est perpẽdicularis super conuexam superficiem uitri,& peruenit eius forma ad uisum per lineam k f, per centra amborum foraminum transeuntem,quæ magis distat à linea perpendiculari super superficiem planam uitri,quæ est linea f e æquidistans lineę q r,quàm linea,per quam incidit ipsi uitro forma pũcti a. Cum itaque forma puncti a inciderit uitro per lineam a f, & transiuerit per totum corpus uitri perpendiculariter:quoniam ipsa linea q f,cum transeat centrum uitri, est perpendicularis super superficiem uitri:cumque pertransito corpore uitri peruenit ad aerem, cuius corpus est rarioris diaphanitatis,quàm sit corpus uitri,& peruenit ad centrum uisus: patet quòd est refracta à suo primo progressu lineæ a f,& peruenit ad progressum lineę z f k. Et quoniam linea z f est remotior à perpẽdiculari,ducta à puncto refractionis super planam superficiem uitri, quæ est linea e f, quàm sit linea a f:quoniam punctum a cadit in superficie medij circuli inter puncta e & z:patet quòd hęc refractio erit ad partem contrariam perpendicularis e f,ductæ à puncto refractionis super superficiem aeris contingentis planam superficiem uitri. Nam linea f z pertransiens centra amborum foraminum, magis distat ab illa perpendiculari e f,quàm linea exiens ab extremitate stili ad centrum uitri, quæ est a f, quę producta in continuum & directum caderet inter perpendicularem e f productam & inter lineam f k. Quia itaque peruenit ad punctum k,quoniam in illo uidetur: palàm quia fit refractio ad partem contrariam ipsius perpendicularis,quæ est e f. Et quoniam hæc forma refringitur ex uitro ad aerem,qui subtilior est uitro:patet quòd simili modo fit refractio ab aqua ad aerem: quoniã etiam aer est subtilior quàm aqua. Quòd si conuexum uitri ponatur ex parte secunda foraminum: & communis differentia suarum planarum superficierum ponatur super lineam q u: sitq; medium punctum illius communis differentiæ super centrum laminæ, quod est q: palàm quia linea k f erit obliqua super planam uitri superficiem, & perpendicularis super eius superficiem conuexam: eritq; linea r q perpendicularis super planam superficiem uitri: quoniam est perpendicularis super lineam u q:& erit linea e f perpendicularis super conuexam superficiem uitri per 72 th.1 huius, & super eius planam superficiem per 8 p 11:quoniam lineæ e f & r q æquidistant. Ponatur quoque extremitas stili albi,quæ sit a,super punctum z,ut prius: statuaturque uisus super superius foramẽ instrumenti in puncto k: & tunc non uidebitur extremitas stili, quæ est a. Moueatur itaque stilus ad partem puncti e per circumferentiam medij circuli:& tunc etiã non uidebitur extremitas stili. Deinde moueatur ad partem contrariam puncti e:& tunc uidebitur extremitas stili: cadetq; linea f z inter lineam a f rectam,exeuntem ab extremitate stili ad centrum uitri, secundum quam extẽditur illa forma puncti a,& inter perpendicularem f e:refringeturque forma puncti a extremitatis stili à centro uitri ad uisum per lineam f k transeuntem centra amborum foraminum: propterea quòd linea a f obliquè incidit superficiei uitri planæ, à qua fit refractio. Erit quoq; illa refractio ad partem perpendicularis lineę, scilicet f e exeuntis à loco refractionis super planam superficiem uitri: & hęc forma exit ab aere, & refringitur in uitro,quod est grossius aere. Formę itaque, quæ refringuntur à grossiori corpore ad subtilius,declinant ad partem contrariam illi parti,in qua est perpendicularis, exiens à loco refractionis super superficiem corporis diaphani, à qua fit refractio: & formę reflexæ à corpore subtiliore ad grossius,declinant ad partem, in qua est perpendicularis producta. Et hoc est propositum.

5. Quantitates angulorum refractionis ex aere ad aquam experimẽtaliter declarare. Alhazen 10 n 7.

Differentia angulorum refractionis est secundum quantitates angulorum incidentiæ contentorum sub linea incidentiæ uel extensionis radij in primo corpore, & sub perpendiculari exeunte à puncto refractionis super superficiem corporis secundi. Anguli enim refractionũ crescũt & decrescunt secundum dispositiones illorũ angulorũ incidẽtiæ in corporib. & sitib. diuersis. Et quia à corpore subtilioris diaphani ad corpus grossius fit refractio ad perpendicularẽ productã à pũcto refractionis super superficiẽ secũdi corporis:& à corpore grossioris diaphani ad subtilius fit refractio ad

partem

partem contrariam perpendicularis ſic ductæ, ut patuit per præmiſſam: tunc patet quia differunt etiam illi anguli ſecundum diuerſitatē diaphanitatis ſecundi corporis. Et ut hæc differentia angulorū experimentaliter probetur: diuidatur à circulo medio, qui eſt in peripheria inſtrumenti ex parte centri foraminis, quod eſt in circumferentia inſtrumenti circa punctum k, arcus 10. partiū ex illis partibus, quibus tota peripheria medij circuli diuiſa eſt in 360 partes: qui arcus ſit k n: & à puncto n ducatur in ora inſtrumenti linea perpendicularis ſuper ſuperficiem laminæ: quę ſit n l: cadatq; punctus l in ſuperficie laminæ: ducatur quoq; ab hoc pūcto l ad centrum laminæ inſtrumenti, quod eſt q, linea l q: & à centro medij circuli, quod eſt f, ducatur linea ad punctum n: quæ ſit f n, ſitq; diameter medij circuli ducta à puncto k per centrum f linea k f z, tranſiens per centra amborum foraminum, quæ ſunt k & y, & per centrum medij circuli. Deinde in circumferentia medij circuli à puncto n ſeparetur arcus 90 partium, ſequens arcum k n: qui ſit arcus n s: & à centro medij circuli, quod eſt f, ad punctum s ducatur linea, quæ ſit f s: quæ erit perpendicularis ſuper lineam f n per 33 p 6: ideo quia illæ duæ lineæ continent quartam partem circuli: remanebitq; arcus reſiduus ex medio circulo, qui eſt s z partes 80. Deinde ponatur inſtrumentum in uaſe: & ſituetur uas æquidiſtanter horizonti: & infundatur aqua clara uſq; ad punctum q centrum laminæ: & in ortu ſolis in mane moueatur inſtrumentū, donec linea l q contingat ſuperficiem aquæ. In hoc ergo ſitu diameter medij circuli, quæ eſt æquidiſtās lineæ l q, ſignatæ in ſuperficie laminæ ſimiliter continget ſuperficiem aquæ: locus enim iſtarum duarum linearum non differt in reſpectu ſuperficiei aquæ, quo ad ſenſum: & linea n f continet cum linea f s angulum rectum, ut ſuprà patuit: eſt ergo linea f s perpendicularis ſuper ſuperficiē aquæ: & ſemidiameter f z continet cum linea f s angulum, cuius quantitas per 33 p 6 eſt 80 partium: quoniá illi angulo ſubtenditur arcus partium 80: qui eſt arcus s z: arcus uerò interiacens puncta k & n, ſubtendit angulum declinationis puncti k à puncto n, & à ſuperficie ipſius aquæ. Deinde mutetur inſtrumentum in præmiſſo modo diſpoſitum cum toto uaſe, donec eleuato ſole ſuper horizonta ſecundum altitudinem arcus k n, lux tranſeat per duo foramina: & ſignetur centrum lucis in ora inſtrumenti, quæ eſt intra aquam: fiatq; ſuper centrum lucis ſignum aliquod per aliquam puncturá: eritq; ſignum illud, quod ſit h, in circumferentia medij circuli. Auferatur itaq; inſtrumentum, & reſpiciatur punctum h: cadetq; ipſum inter punctum z, quod eſt extremitas diametri medij circuli, tranſeuntis per centra duorum foraminum, & inter punctum s, quod eſt extremitas perpendicularis, exeuntis à centro medij circuli erectæ ſuper ſuperficiem aquę, ut patet per præmiſſam. Patet ergo tunc quòd angulus refractionis eſt ille, quem ſubtendit arcus z h interiacēs punctum h, & punctū z: & ex numero partiū huius arcus patebit quãtitas anguli refracti & anguli refractionis: & proportio anguli refractionis ad 80 partes, quæ ſunt tunc quantitas anguli incidentiæ. Deinde ſignetur in circumferentia medij circuli arcus k m, pertranſiens punctum n: qui ſit partium 20: & ducatur linea m p in ora inſtrumenti perpendiculariter ſuper ſuperficiem laminę: & ducatur linea p q in ſuperficie laminæ ad centrum q: & ab arcu m z reſecetur arcus m t partium 90: & ducatur linea t f à puncto t ad centrum circuli medij, quod eſt f: relinquetur ergo arcus t z partium 70. Deinde ponatur inſtrumētum in uas, & reuoluatur quouſq; linea p q tangat ſuperficiem aquæ: erit ergo linea t q perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ: & linea k f z tranſiens per centra amborum foraminum continet cum linea t f angulum 70 partium. Deinde conſideretur altitudo ſolis, & moueatur inſtrumentum, quouſq; lux tranſeat per ambo foramina: & ſignetur ſuper centrum lucis cadentis intra aquam ſignum u. Deinde conſideretur arcus u z. Et quia ipſe ſubtenditur angulo refractionis: patet quantitas illius anguli per computationem partium arcus: eritq; nota proportio anguli z f u ad angulum incidentię, qui eſt z f t, quem continet diameter tranſiens per centra amborum foraminum, cum perpendiculari f t: qui angulus incidentiæ eſt partium 70. Similiterq; procedatur ſignando arcum k x, qui ſit partium 30: & eſt eadem experimentatio. Deinde ſumatur arcus partium 40: deinde 50: deinde 60: deinde 70: deinde 80: & ſemper per computationem partium arcus circuli medij interiacentis punctum z, & centrum lucis, erunt anguli refractionis noti: & ipſorum proportio ad angulos incidentiæ contentos ſub perpendicularibus & diametris tranſeuntibus centra foraminū ſemper erit nota. Non ſolùm autem per 10, ſed etiam per alios quoſcunq; numeros integros uel fractos præmiſſa arcuū diuiſio poteſt procedere: quia ſemper eſt idem modus declarandi. Et, ut ſummariè horum angulorum quãtitates & proportiones perſtringamus. Quandocunq; alicuius radij tranſeuntis per corpus aeris ſuæ debitę diſpoſitionis exiſtens fuerit in ſuperficie aquæ facta refractio: fueritq; aqua ſuæ propriæ diſpoſitionis in diaphanitate cōpetenti formę aquę, ſi angulus incidentię cōtentus in centro f ſub ſemidiametro k f, & linea radij incidentis fuerit 10 partiū: erit angulus cōtentus in centro f ſub ſemidiametro f z & ſub linea radiali refracta quaſi 2 partiū & 5 minuto-



Mm rum:

rum: & sic consequēter secundū formā tabulæ, quam inferius subiungemus. Patet ergo propositū.

6. Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum planum uel cōuexum, & econuerso experimentaliter declarare. Alhazen 11 n 7.

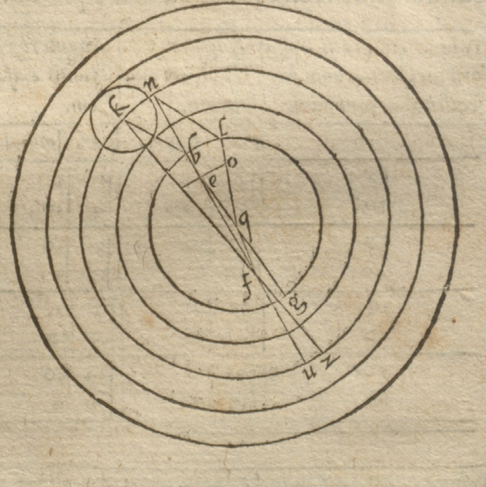
Diuidatur arcus medij circuli instrumenti modo illo, ut in præmissa: sitq; arcus k n 10 partium: & ducatur linea n l perpendicularis super superficiē laminæ: copuletur quoq; linea l q: & superponatur uitrum formatum cubicè superficiei ipsius tabulæ, ita ut cōmunis sectio duarum superficierum planarum, quæ est linea recta (ut patet per 3 p 11) superponatur lineæ l q, taliter ut secundum sui punctum medium superponatur lineæ signatæ in superficie tabulæ perpēdiculari super lineam l q, quæ est æquidistans lineæ s f ductæ in superficie medij circuli: sitq; medium pūctum illius lineæ uitri super punctum q centrum laminæ: ponaturq; superficies uitri plana ex parte foraminum: & applicetur benè uitrum laminæ: & instrumētum positum in uase moueatur, donec lux transeat per ambo foramina: signeturq; super centrum lucis signum: & considerentur quantitates angulorum refractionis ex aere ad uitrum per quantitates arcuum, ut in præcedente. Quòd si aliquis perscrutari uoluerit angulos refractionis ex uitro ad aerem uel aquam: accipiat uitrum, quod est pars sphæræ, ut ipsi superius usi sumus in propositionibus 2 libri huius scientiæ, & in 4 th. huius: & ponatur conuexum uitri ex parte centrorum duorum foraminum: ponaturq; medium lineæ, quæ est differentia communis superficierum planarum, super centrum laminæ, ita quòd illa communis differentia sit super lineam l q. Tunc ergo lux, quæ transit centra duorum foraminum, peruenit rectè ad centrum uitri, & reflectitur apud illud de uitro ad aerem: diuidanturq; postmodum arcus successiuè, ut in præmissa, & mutetur uitri positio, ita ut illa communis planarum superficierum ipsius uitri sectio sit super lineā p q: sitq; iterum medius punctus illius lineæ uitri super punctum q centrum laminæ: & sic factis ulterioribus diuisionibus circuli medij, ductisq; lineis, ut prius, & mutato uitro secundum illas: habebuntur anguli refractionum particulares, & ipsorum proportio ad angulum incidentiæ, quem continet diameter pertransiens centra foraminum cum perpēdiculari producta à loco refractionis super superficiem planam ipsam superficiem uitri conuexam contingentem. In his enim dispositionibus uitri, respectu laminæ instrumenti, semper erit cētrum uitreæ sphæræ in puncto f: eritq; per 72 th. 1 huius linea s f similis illi, perpendicularis super superficiem conuexam uitri, & super superficiem planam ipsius, à cuius punctorum aliquo fit refractio: quoniam quælibet illarum linearum est perpendicularis super lineas æquidistātes lineis l q & p q, & similibus illis quibuscunq;. Sciēturq;, ut prius, reiterata operatione cum extremitate stipitis totius refractionis modus, & anguli refractionis à uitro ad centrū uisus existens in puncto k centro foraminis superioris. Et in his duobus sitibus, cum refractio fit ab aere ad uitrum, uel à uitro ad aerem, semper inuenientur quantitates angulorū refractionis de aere ad uitrum, & de uitro ad aerem æquales: quando angulus contentus à linea, per quam extenditur lux ad locum refractionis, & à linea perpendiculari ducta à puncto refractionis, cum fit refractio de aere ad uitrum, æqualis fuerit angulo contento à linea, per quam extenditur lux, & à perpendiculari ducta à loco refractionis, cum refringitur de uitro ad aerem, ut patet instrumentaliter operanti. Si uerò uoluerit aliquis experiri quantitates angulorum refractionis à conuexo uitri ad aerem: diuidat, ut prius, de circumferentia medij circuli ex parte puncti k centri foraminis, quod est in ora instrumenti, arcum 10 partium, qui sit k n: & ducantur, ut prius, linea n l, & linea l q: & à linea l q, quę est semidiameter laminæ ex parte centri q, abscindatur linea æqualis semidiametro sphæræ ipsius uitri, quæ sit q o: & à puncto o ducatur perpendicularis super diametrum laminæ b q g: quæ protracta ultra diametrum sit o d, secans diametrum b q g in puncto d. Deinde superponatur communis sectio planarum superficierum uitri huic perpendiculari o d: ita quòd punctum medium illius sectionis sit super punctum o. Erit itaq; centrum uitri in superficie medij circuli: & eiusdem circuli diameter, quæ est k f z, erit perpendicularis uper superficiem uitri planam per 8 p 11: quoniam est æquidistans diametro laminæ b q g, quæ est perpendicularis super illam superficiem, & super illam differentiam communem illarum duarum planarum superficierum uitri. Erit quoq; centrū circuli medij in superficie cōuexa uitri: ideo quia linea f q exiens à centro medij circuli, quod est f, ad centrum laminæ, quod est q, est æqualis lineæ productæ à centro uitri ad medium lineæ, quæ est differentia communis superficierum planarum uitri, ut patet ex his, quæ præmissa sunt in figuratione huius figuræ uitreæ in 45 th. 2 huius: & utraq; istarum linearum est perpendicularis super superficiem laminæ: ergo per 25 th. 1 huius, illæ duæ lineæ sunt æquales & æquidistantes: ergo per 33 p 1 linea copulans centrum uitri, quod est in aliquo puncto planæ superficiei ipsius uitri, cum centro medij circuli, est æqualis lineæ q o copulanti centrum laminæ, quod est q, cum medio puncto differentiæ



ferentiæ cōmunis duarum planarū superficierum ipsius uitri,quod est punctum o:sed linea q o posita est æqualis semidiametro uitri:ergo & linea æquidistans ei est æqualis semidiametro uitri. Centrum ergo medij circuli est in conuexo uitri:linea ergo k f,quæ est semidiameter medij circuli,cum nō transeat centrū sphæræ uitreæ:patet quia est obliquè incidens super eius conuexā superficiem: ergo per 47 th.2 huius,cum eadē diameter obliquè incidat superficiei aeris contingentis,refringetur ipsa à perpendiculari ducta à puncto refractiōis super ipsam superficiem aeris.Imaginetur itaq; semidiameter uitri produci ex utraq; parte ad circumferentiā circuli medij, quę fiat linea n f u, secans diametrū circuli medij,quæ est k f z in puncto f. Erit itaq; per 15 p 1 angulus k f n æqualis angulo z f u:& erit per 26 p 3 arcus u z æqualis arcui k n,qui est positus esse 10 partium. Est ergo arcus u z 10 partium notus:ergo & angulus u f z est notus.Intueatur itaq; aliquis centrum lucis refractæ: & inuenietur remotius à puncto z, quod est extremitas lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, quàm sit punctum u, quod est extremitas lineæ transeuntis per centrum uitri ab eodem punctó z, qui est extremitas diametri circuli medij . Hæc ergo refractio facta est ad partem contrariam diametri productæ à loco refractionis,quæ transit centrum uitri:& arcus medij circuli interiacens punctum z & centrum lucis signatum , est quantitas anguli refractionis: angulus enim refractionis est apud centrū circuli medij:quoniam,ut patuit per 44 th.2 huius lux extenditur super lineam transeuntem per centra duorum foraminum rectè, donec perueniat ad conuexum uitri. Et cum est angulus incidentiæ 10 partium,fit angulus refractus quasi 13 partium,& angulus refractionis quasi partiū triū: factisq;,ut in præcedentibus,diuisionibus arcuū à puncto k:inuenietur diuersitas angulorum refractionis per instrumentum . Et si infundatur aqua uasi:tunc erit aqua loco aeris:& præmisso modo inuenietur diuersitas angulorum refractionis à uitro ad aquam : & differentia secundum quod illi refractioni est propria : & quantitas angulorum refractorum & angulorum refractionis,respectu eorum,qui sunt in aere. Quòd si à puncto z ducere placuerit extremitatem stili,ut prius:tunc secundum illud facta dispositione situs uitri , occurret eadem quantitas angulorū, quæ prius.Patet ergo propositum.

7. *Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum concauum,uel econuerso experimentaliter inuenire. Alhazen 12 n 7.*

Accipiatur uitrum clarum mundum, æquidistantium superficierum omnium : cuius longitudo sit maior in uno grano hordei,quàm diameter uitri sphærici conuexi,quo superius usi sumus : sitq; latitudo eius æqualis longitudini : sitq; spissitudo eius dupla diametro foraminis , quod est in ora instrumenti:& fiat in uno suorum laterum quadratorum concauitas rotunda semicolumnaris : ita quòd semidiameter basis columnæ cōcauę sit in quantitate semidiametri uitri sphærici:& fiant communes sectiones planarum superficierum huius uitri lineæ rectissimæ. Potest autem hæc forma uitri sic fieri per artificium,ita quòd fiat talis forma ex ære uel lapide,& uitrum liquefactum fundatur super ipsam,& poliatur. Diuidatur itaq; à centro foraminis oræ instrumenti, quòd est k, in circumferentia medij circuli arcus,cuius quantitas sit illa,secundum quam quis uult experiri quantitates angulorum, qui sit arcus k n:& à puncto n ducatur in ora instrumēti linea n l perpendiculariter super superficiem laminæ : & ducatur linea l q in superficie laminæ ad centrum eius , quod est q: & à semidiametro l q resecetur ex parte centri q linea q o, æqualis semidiametro basis concauitatis columnę: & à puncto o extrahatur per 12 p 1 perpendicularis super diametrum laminæ b q, & protrahatur in utramq; partem : & sit o e, secans diametrum b q g in puncto e:& superponatur uitrum laminæ, ita quòd dorsum concauitatis , hoc est superficies plana cōcauitati superposita sit ex parte duorum foraminum : & quòd concauitate respiciente foramina,duę superfluitates rectilineę, quę superfluunt super diametrum columnæ, sint directæ & fixè superpositæ isti lineæ perpendiculari o e: & præseruetur hoc , ut distantiæ duarum extremitatum diametri basis concauitatis columnaris



distent æqualiter à puncto o, à quo exeunt directè perpendiculares . Erit ergo tunc centrum basis concauitatis columnaris super punctum o,à quo exiuit linea o e perpendicularis super lineam q b, & super punctum,cuius distantia à centro laminę, quòd est q,est æqualis semidiametro concauitatis columnaris.Secundum hanc ergo dispositionem applicetur uitrum firmiter superficiei laminę: & erit superficies medij circuli secans concauitatem columnarem & æquidistans basi eius: quoniā basis eius in hac dispositione est in superficie laminæ instrumenti. Superficies ergo medij circuli per 100 th.1 huius secat superficiem columnarem concauam secundum circulum,cuius semidiameter æquidistat semidiametro basis concauitatis ipsius columnæ : & linea continuans centra istorū duorū semicirculorū,scilicet basis, & alterius sibi æquidistantis erit perpendicularis super superficiem laminę incidēs ad punctū o: quoniā ipsa per 25 th.1 huius est æqualis lineæ perpendiculari f q

eexunti à centro medij circuli,quod est f, super centrũ laminæ, quod est q:sed & linea o q est æqualis semidiametro basis columnæ ex hypothesi: ergo per 33 p 1 linea, quæ exit à centro medij circuli (quod est f)ad centrum semicirculi, qui fit in superficie columnæ concauæ æquidistans basi,est æqualis semidiametro basis concauitatis concauæ columnæ. Centrum itaq; medij circuli, quod est f,est in circumferentia semicirculi in columna uitrea facti.Est ergo centrum f in concaua superficie columnæ. Et quia terminus planus uitri superponitur lineæ perpendiculari,productæ à puncto o super b q diametrum laminæ: palàm quia diameter laminæ, quæ est q b, est perpendicularis super planam uitri superficiem: quia etiã planæ superficies sunt super se inuicem perpendiculariter erectæ.Erit ergo linea k f z pertransiẽs centra amborum foraminũ, perpendicularis super superficiem planam,quæ est in parte conuexa uitri per 8 p 11:quia illa linea k f z est æquidistans diametro laminæ b q g: quæ est perpendicularis super illam superficiem,ut patet ex præmissis:& hæc superficies plana uitri est ex parte foraminum.In hoc ergo situ lux, quæ extenditur per lineam transeuntẽ centra duorum foraminum, extenditur in corpore uitri rectè, donec perueniat ad concauum uitri: & tunc reflectitur apud concauam superficiem uitri. Cum enim nõ transeat per centrũ circuli,qui est in concaua superficie uitri: patet per 72 th.1 huius quoniã ipsa non est perpendicularis super cõcauam superficiem uitri:refringetur ergo in concaua superficie uitri:& cõmunis sectio illius lineæ & concauitatis uitri est centrum circuli medij: & in hoc puncto fit refractio ex aere ad uitrum. Arcus itaq; cadens inter centrum lucis & punctũ z,qui est terminus diametri, transeuntis per centra amborum foraminum, subtenditur angulo refractionis. Similiter quoq; patet in cuiuslibet aliorũ arcuum refractione à puncto k: & potest ostendi quantitas omnium angulorum refractionis à concaua uitri superficie. Quòd si uitrum sic disponatur, ut communi sectione suarum planarum superficierum posita super lineam o e, conuexitas uitri respiciat centra foraminum:tunc quia linea k f z pertransiens uitrũ, peruenit ad concauũ uitri irrefracta, cum sit perpendicularis super planam superficiem ipsius,obliqua uerò super concauã eius superficiem; ergo & super cõuexam superficiem aeris contingentis uitrum: refringetur ergo à concaua uitri superficie:& hæc refractio est à concauo uitri ad aerem: & anguli,qui fiunt ex aere ad uitrum in concauo uitri, sunt ijdem istis:quoniam semper anguli refractionis à uitro ad aerem,& ab aere ad uitrum sunt ijdem:cum angulus,quẽ continet linea, per quam primò extenditur lux, & perpendicularis exiens à loco refractionis, sit idem angulus. Et eodem modo possunt sciri anguli refractionis de aqua ad uitrum & de uitro ad aquam in superficie uitri cõcaua,uel in superficie alia quacunq;. Quòd si extremitas stili ducatur à puncto z in peripheria medij circuli, ut prius: tunc facta dispositione situs uitri secundũ exigentiã illius refractionis,occurret notitia angulorũ huius refractiõis ad uisum, sicut prius. Patet ergo propositũ.

8. *Anguli omnium refractionum per tabulas declarantur. Alhazen 12 n 7.*

Acceptis instrumẽtaliter,prout potuimus propinquius, angulis omnium refractionũ à quibuscunq; diaphanis notis adinuicem (ut ab aere ad aquam & uitrum,& ab aqua ad uitrum: & econuerso ab aqua & uitro ad aerem,& à uitro ad aquam) inuenimus quòd semper ijdem sunt anguli refractionum à quocunq; raro diaphano ad diaphanum densius illo,& ab eodem denso ad idem rarum: secundum hoc fecimus has tabulas, quarum hæc est forma. Et præmittimus angulos incidentiæ

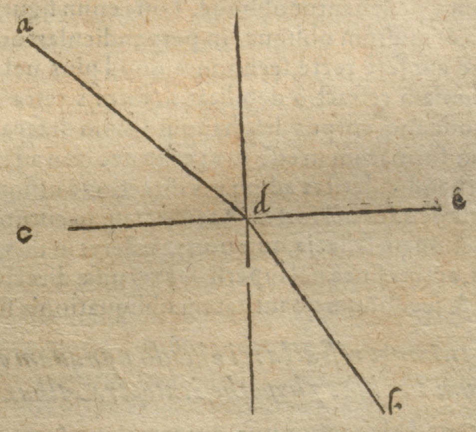
Tabula quãtitatis angulorũ incidentiæ omnibus sequentibus communis.	*Anguli refracti ab aere ad aquam.*		*Anguli refractionis eiusdem.*		*Anguli refracti ab aere ad uitrum.*		*Anguli refractionis eiusdem.*		*Anguli refracti ab aqua ad uitrum.*		*Anguli refractionis eiusdem.*	
	par.	*minut.*	*par.*	*minut.*	*par.*	*minut.*	*par.*	*minut.*	*par.*	*minut.*	*par.*	*minuta.*
10	7	45	2	5	7	0	3	0	9	30	0	30
20	15	30	4	30	13	30	6	30	18	30	1	30
30	22	30	7	30	19	30	10	30	27	0	3	0
40	29	0	11	0	25	0	15	0	35	0	5	0
50	35	0	15	0	30	0	20	0	42	30	7	30
60	40	30	19	30	34	30	25	30	49	30	10	30
70	45	30	24	30	38	30	31	30	56	0	14	0
80	50	0	30	0	42	0	38	0	62	0	18	0

Tabula quantitatis angulorũ incidentiæ omnibus sequentibus communis.	*Anguli refracti ab aqua ad aerem.*		*Anguli refractionis eiusdem.*		*Anguli refracti à uitro ad aerem.*		*Anguli refractionis eiusdem.*		*Anguli refracti à uitro ad aquam.*		*Anguli refractionis eiusdem.*	
	par.	*minut.*	*par.*	*minut.*	*par.*	*minut.*	*par.*	*minut.*	*par.*	*minut.*	*par.*	*minut.*
10	12	5	2	5	13	0	3	0	10	30	0	30
20	24	30	4	30	26	30	6	30	21	30	1	30
30	37	30	7	30	40	30	10	30	33	0	3	0
40	51	0	11	0	55	0	15	0	45	0	5	0
50	65	0	15	0	70	0	20	0	57	30	7	30
60	79	30	19	30	85	30	25	30	70	30	10	30
70	94	30	24	30	101	30	31	30	84	0	14	0
80	110	0	30	0	118	0	38	0	98	0	18	0

in primis: deinde alios angulos subiungimus secundum modos suorum circulorũ, quos præmittimus in capitibus suarum linearum. Potest itaq; secundum has tabulas experimentaliter inuentas per instrumentum præmissum, diligens inquisitor scire omnes angulos refractionum à medijs diuersæ diaphanitatis quibuscunq;. Et patet ex eis quoniam anguli incidentię formæ eiusdem puncti propinquiores radio, à puncto rei uisæ superficiei corporis diaphani (à qua fit refractio) perpendiculariter incidenti, sunt minores: & remotiores ab illo sunt maiores. Ablato enim angulo maiore à suo recto, qui relinquitur, fit minor alio angulo, quando à recto aufertur angulus minor: eritq; in eodem diaphano densiore primo angulus refractionis ab angulo incidentiæ maiore, maior angulo refractionis ab angulo incidentiæ minore: excessus quoq; anguli refractionis maioris supra angulum refractionis minorem, erit minor excessu anguli incidentiæ maioris supra minorem: & proportio anguli refractionis ab angulo incidentiæ maiore ad illum angulum maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo incidentiæ minore ad illum minorem: & angulus refractus, scilicet ille, quem addit angulus incidentiæ maior supra angulum suæ refractionis, est maior angulo refracto, quem addit angulus incidentię minor supra angulum suæ refractionis. Semper itaq; in medio secundi diaphani densiore primo erit angulus refractus minor angulo incidentiæ: & proportio istorum angulorum refractorum ad æquales angulos incidentię diuersificatur secundum diuersitatem densitatis ipsorum mediorum. Cum enim per aerem eundem & secundum æqualitatem anguli incidentiæ fit refractio in aqua & uitro, acutiores fiunt anguli refracti in uitro quàm in aqua: & sic secundum diuersitatem diaphanitatis anguli uariantur. Si uerò medium secundi diaphani fuerit rarius: tunc semper angulus refractus erit maior angulo incidentiæ: eritq; istorũ angulorum habitudo ad alios angulos reuersè se habens angulis præmissis, ac si præmissæ tabulæ modo reuerso ordinentur. Et istorũ angulorum refractorũ & refractionis secundũ maiorẽ & minorem raritatẽ diaphanitatis secundi medij ad eundẽ angulum incidentiæ proportio uariatur. Quando enim à uitro ad aquam uel ad aerem fit refractio: tunc anguli, qui fiunt in aere, sunt maiores angulis, qui fiunt in aqua: & secundum hoc angulorum refractionis ad angulos incidentiæ proportio uariatur. Hæc itaq; sunt, quæ accidũt lucibus & coloribus, & uniuersaliter omnibus formis in diffusione sui in corporibus diaphanis, & in refractione, quæ accidit in illis omnibus tam secundum se quàm in respectu ad uisus. Patet itaq; quod quærebatur.

9. Centro uisus & puncto rei per refractionem uisæ in diuersis diaphanis loca propria permutantibus, eædem lineæ incidentiæ & refractionis nomina permutant. Alhazen 34 n 7.

Satis iam patuit ex præmisis huius 10 tractatus propositionibus, quòd formę uisæ per refractionem extenduntur directè per lineam rectã, donec perueniant ad superficiem alterius corporis diaphani, in quo est uisus: deinde refringuntur in illo alio corpore diaphano per aliã lineam rectã, quæ continet cum linea incidentiæ angulum. Sit itaq; centrum uisus a: & punctũ rei uisæ b. Sitq; superficies corporis, in quo est punctũ b, superficies c d e, & refringatur forma puncti b ad uisum existentem in puncto a à superficie corporis c d e, puncto d: sitq; linea incidẽtię, quæ b d: & linea refractionis, quę d a. Dico quòd si centrũ uisus & punctũ rei uisę permutent loca, ita ut centrum uisus positum sit in puncto b, & punctum rei uisæ in puncto a: tunc adhuc fiet refractio ab eodem puncto corporis, qui est d: & linea a d erit linea incidentiæ, & linea d b erit linea refractionis: & sic tantùm linearũ nomina permutantur, manentibus eisdem lineis & eodem angulo. Hoc autem patet per experientiã. Cum enim aliquis existens in aere inspexerit aliquod corpus contentum sub alio corpore, quod est diaphanum, differens in sua diaphanitate ab aeris diaphanitate: tunc uisus comprehendet omnia, quæ sunt ultra illud corpus, quæcunque opponuntur uisui: & si cooperuerit alterum uisuum, & aspexerit cum reliquo: uidebit illa eadem, quę prius, siue



illud medium sit aer uel aqua uel uitrum uel crystallus. Quòd si uisus ponatur intra aquam aut sub uitro uel crystallo: uidebit omnia corpora uisibilia, quę sunt ultra illud aliud corpus diaphanum in ipso aere. Siue ergo uisus fuerit in aere uel in uitro, semper comprehendet omnia eadẽ, quę prius. Patuit aũt per 4 huius quòd uisus per mediũ diaphani diuersi non cõprehendit res, quę non sunt in perpẽdiculari ducta à centro uisus super superficiẽ diaphani corporis, nisi per refractionẽ: omnę ergo punctum comprehensum à uisu, præter illud punctum, quod est in prædicta perpendiculari, comprehenditur per refractionem. Et quoniam formæ omnium punctorum, quæ sunt in omnibus uisibilibus existentibus ultra corpus diaphanum, refringuntur in eodem tempore ad centrum unius uisus: patet quòd si alicuius rei uisæ punctum esset in puncto, in quo tunc est centrum uisus, refringeretur forma illius puncti ad omnia puncta, quæ sunt in omnibus uisibilibus existentibus

ultra illud corpus diaphanum, oppositum uisui in illo tempore: fieretq; illa refractio eodem modo. Et similiter est de quolibet puncto propinquo illi puncto, in quo est centrum uisus: quoniam si centro uisus in eodem puncto remanente moueatur oculus ad omnem differentiam positionis, comprehendet omnia illa uisibilia. Forma itaq; cuiuslibet puncti cuiuscunq; rei uisæ cum fuerit ultra aliquod corpus diaphanum, extenditur ad superficiem corporis diaphani, ultra quod est, & refringitur ad uniuersum eius, quod opponitur ei ex corpore aeris uel alterius diaphani: & illa forma erit apud quodlibet punctum illius secundi corporis diaphani: & ob hoc forma totius rei uisæ coniungitur apud quodlibet punctum aeris uel alterius corporis diaphani: forma enim cuiuslibet punctorum rei uisæ diffundit se per lineam rectam ad unumquodq; punctum corporis diaphani. Vnde si tot fuerint centra uisuum in aere, quot sunt puncta aeris: quilibet illorum uisuum uidebit totalem formam rei uisibilis, quæ est sub altero diaphano. Nam semper forma rei uisæ tunc erit apud punctum, apud quem erit & centrum uisus: unde etiam uisus motus de loco ad locum super idem diaphanum, semper eandem uidet formam, quamdiu forma illa secundum lineas rectas potest pertingere ad uisum. Et similiter plures aspicientes comprehendunt unam rem in cœlo & in aqua uno & eodem tempore. Forma itaq; cuiuslibet puncti rei uisæ extenditur ad quodlibet punctum corporis diaphani, in quo est illa res uisa: & formæ omnium punctorum rei uisæ congregantur apud quodlibet punctum cuiuslibet corporis diaphani, in quo existit, & apud quodlibet punctum corporis diaphani diuersi ab illo corpore diaphano, in quo existit res uisa. Inter quodlibet enim punctum aeris, & quamlibet rem uisibilem existentem in aliquo corpore diaphano, diuerso ab aere fit pyramis, cuius uertex est in aliquo puncto aeris, & basis in superficie rei uisæ: fiuntq; tot pyramides, quot sunt puncta aeris, uel alterius corporis diaphani, in quo fit diffusio formarum. Quia itaque totum medium est plenum formis rerum: anguli uerò refractionis, qui fiunt ab aere ad aquam, sunt ijdem cum angulis refractionum, qui fiunt ab aqua ad aerem, ut patet per præmissam in tabulis: ijdem uerò anguli semper per easdem lineas continentur. Patet ergo quia locus centri uisus & punctum rei uisæ de uno diaphano ad alterum permutatis, semper quidem fit formarum uniuersalis diffusio: non tamen percipitur quælibet forma à quolibet uisu in quolibet puncto, sed solùm in illo, à quo fit directio refractæ lineæ ad illum uisum. Patet itaque quia illæ lineæ manent eædem secundum substantiam, nominibus tantùm hinc inde permutatis: ut quæ prius fuit linea incidentiæ uel extensionis ipsius formæ, postea fiat linea refractionis, & econuerso. Patet ergo propositum.

10. Omnis refractio formam lucis & coloris, quæ sunt in re uisa, debilius uisui repræsentat. Alhazen 38 n 7.

Hoc patet per experientiam. Cum enim aliquid uisum est in medio secundi diaphani, utpote per aerem in aqua, & uisus fuerit ualde obliquus à perpendicularibus exeuntibus à punctis rei uisæ super superficiem aquæ: & deinde uisus moueatur, donec fiat positus in perpendiculari aliqua, exeunte à re uisa super superficiem aquæ: tunc lux & color rei uisæ fiunt manifestiora quàm essent, cum aspiciebantur obliquè. Tunc enim figura exiens ad uisum secundum lineas obliquas est refracta, & multùm obliqua: in perpendiculari uerò forma tota exit rectè: & quædam partes eius obliquè aut ferè rectè, secundum quod plus uel minus distant à perpendiculari. Patet ergo ex hoc, quoniam refractio debilitat in formis refractis luces & colores, quas formæ rerum uisarum per quodcunq; corpus diaphanum secum deferunt ad uisum: nec enim est aliqua alia differentia illarum formarum in esse suo: ergo nec quo ad uisum, nisi sola obliquitas inducens refractionem, & perpendicularitas adiuuans directionē uisionis: & secundum illa uisus iudicat formas lucis & coloris debiles uel fortes. Accidit itaq; in corporibus uisis per medium secundi diaphani propter refractionem fallacia, quæ non accideret in illis, si uiderentur rectè: quia etiam, ut patet per 33 th. 4 huius, omnis linea uel superficies rei uisæ directè uisibus opposita perfectius uidetur quàm obliqua: & secundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uisionis. Patet ergo propositum.

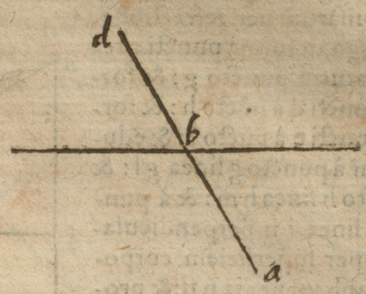
11. Imago refracta rei uisibilis nunquam occurrit uisui in loco rei uisæ, sed semper extra suum locum. Euclides 7 hypothesi catoptr. Alhazen 17 n 7.

Quod hic proponitur, patet ratione & experientia. Ratio autem est hæc. Nam forma comprehensa à uisu in corpore diaphano alio ab aere, non est ipsa res uisa: quoniam uisus non comprehendit rem tunc in sua forma uel in figura, sed in alijs dispositionibus & alio modo: comprehendit enim imaginem refractam in sua oppositione: cum tamen res non sit directè uisui opposita. Et quia comprehendit rem refractè: ideo quia uisus est decliuis à perpendicularibus exeuntibus à re uisa super superficiem corporis diaphani: comprehendit ergo ipsam ut extra suum locum, non in suo loco. Per experientiā quoq; idem patet. Assumatur uas habēs oras erectas super basim eius: & in medio fundi uasis ponatur denarius argenteus: & elonget se experimentans, quousq; uideat illū denariū in fundo uasis: deinde elonget se paulatim ulterius, quousq; nō uideat ipsum, & in principio occultatiōis stet in suo loco, uisu immoto: & præcipiat infundi aquā in uas, ita ut denarius nō mutet locum: & tunc uidebit denarium in eius oppositione ipso nō existente in eius oppositione. Ex quo patet quòd forma, quam experimentans uidet in aqua, non est in loco rei uisæ. Nam si forma esset

ma esset in loco rei uisæ: tunc etiam res uisa comprehendi posset sine infusione aquæ in uas: quod non accidit in tanta distantia, ut patuit. Imago itaq; rei uisæ per refractionem non uidetur in loco ipsius rei. Quod est propositum.

12. Omnis forma puncti per refractionem uisi comprehenditur in rectitudine lineæ, per quam à puncto refractionis forma extenditur ad uisum. Alhazen 19 n 7.

Sit enim punctus per refractionem uisus, qui est a: cuius forma refringatur ad uisum ab aliquo puncto superficiei corporis alterius diaphani, qui sit b: & sit centrũ uisus d: dico quòd forma puncti a comprehenditur à uisu secundum rectitudinem lineæ d b. Hoc autem instrumentaliter declarandum. Accipiatur itaq; instrumentum primum, & ponatur in uase impleto aqua, ut prius: & signetur aliquod uidendum per refractionem in ora instrumenti in oppositione uisus: & intueatur experimentans per ambo foramina, ita ut uideat illud per refractionem: deinde claudatur secundum foramen instrumenti: & tunc non comprehẽdetur res uisa: & si claudatur primum foramen, similiter nihil uidebitur: quoniã



abscissa est linea recta imaginabiliter exiens à cẽtro uisus ad locum refractionis. Forma enim puncti uisi per refractionem extẽditur in corpore diaphano, in quo est res uisa, & refringitur in corpore diaphano, quod est inter ipsum & centrum uisus, peruenitq; ad uisum per lineam rectam, exeuntem à centro uisus ad punctum refractionis: & uisus non comprehendit aliquid, nisi in rectitudine linearum radialium, per quas forma uisibilis mouetur ad uisum. Et si fiat operatio per interpositionem alicuius uitri uisui & rei uisæ, ut suprà: eodem modo penitùs operando, patebit idem. Et hoc est propositum. Visus enim nihil comprehendit nisi in rectitudine linearum radialium: non enim patitur nisi in progressione istarum linearum à punctis rerum uisibilium ad uisum: quoniam non uidet nisi res sibi oppositas, quarum formę secundum lineas rectas multiplicant se ad uisum, ut patuit per 2 th. 3 huius, & per multa similia. Patet ergo, quod proponebatur.

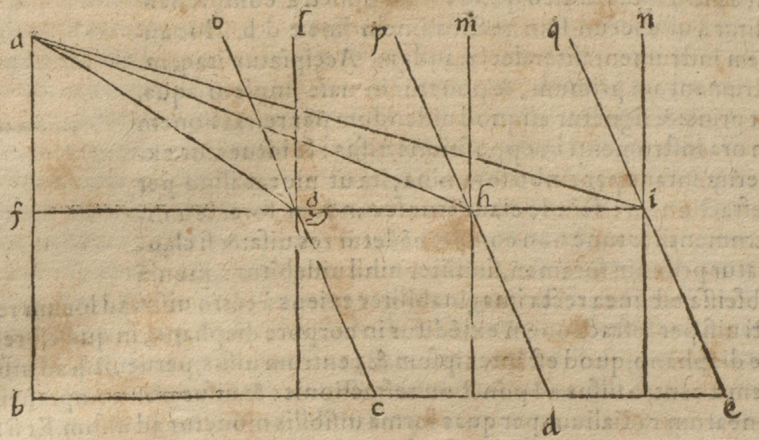
13. Omnis forma uisa per refractionem comprehenditur in linea perpendiculari, ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis, à qua fit refractio. Alhazen 19 n 7.

Quod hic proponitur, patet ideo: quia lux extenditur in corpore diaphano trãsitu uelocissimo, intelligendo illam uelocitatem modo prius exposito: & iam patuit ex his, quæ dicta sunt in 47 th. 2 huius, quia trãsitus lucis in corpore diaphano super lineam decliuem super superficiem illius corporis, est compositus ex motu super lineam perpendicularem, exeuntem à puncto, à quo extenditur lux super superficiem illius corporis diaphani, & ex motu super lineam, quæ est perpendicularis super hanc lineam perpendicularem. Forma uerò, quę extenditur à puncto rei per refractionem uisæ ad ipsum punctum refractionis, quæ est forma lucis existentis in puncto rei uisæ mixta cum forma coloris, semper extenditur super lineam decliuem super superficiem corporis diaphani. Hęc ergo forma extenditur ad locũ suæ refractionis motu composito ex motu super perpendicularem, exeuntem à puncto ipso uiso super superficiem corporis diaphani, & ex motu super lineam, quę est perpendicularis super hanc perpendicularem. Est ergo motus formæ, quæ mouetur ad uisum, aut super perpendicularem ductam ab ipso pũcto, cuius ipsa est forma, super superficiem corporis diaphani: quamuis postmodum translata sit ab hac perpendiculari alio motu: aut motus eius est super perpendicularem, ductam super illam priorem perpendicularem, & translata est post motum eius super primam perpendicularem, ductam à puncto rei formæ motę super superficiem corporis diaphani: fitq; hęc translatio propter compositionẽ ex prædictis duobus motibus. Forma ergo exiens à loco refractionis peruenit ad ipsum uisum per motum formæ, quæ mouetur super lineã perpendicularem ductam à puncto rei uisæ super superficiem corporis diaphani: deinde translata est ab hac perpendiculari per motum in rectitudine lineæ, per quam forma ad uisum. Palàm est etiã quod proponitur per hoc. Quia si punctum superficiei corporis diaphani, cui incidit perpẽdicularis ducta à puncto rei uisæ, contingat abscondi à uisu, utpote propter interpositionem alicuius corporis opaci: non fiet uisio illius puncti rei uisæ. Forma ergo rei uisæ comprehenditur in perpendiculari ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis, à qua fit refractio. Patet ergo propositum, quod & manifestius postmodum instrumentaliter studebimus declarare.

14. Omnium formarum punctorum rei uisæ plus distantium à linea perpendiculari, ducta à centro uisus super superficiem corporis diaphani, à qua fit refractio, maior est refractio quàm punctorum minus distantium ab illa.

Esto centrum uisus a: & linea uisa per refractionem sit b c d e: sitq; communis sectio superficiei refractionis & corporis, à cuius superficie fit refractio, linea f g h i: sitq; perpẽdicularis ducta à centro uisus super superficiem illius corporis linea a f: quæ incidat in punctum b rei uisæ: & sit a f b:

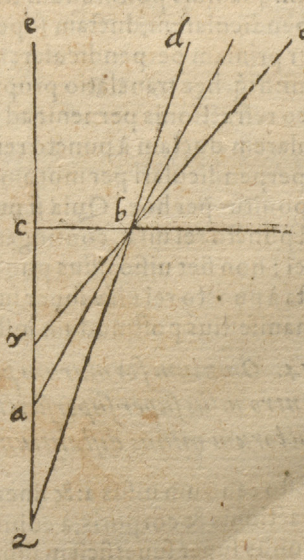
distetq; à puncto b & à perpendiculari a f b plus punctum d quàm punctum c, & plus punctum e quàm punctum d. Dico quòd maior erit refractio puncti e quàm puncti d: & maior puncti d quàm puncti c. Forma enim puncti a cum sit in ipsa linea perpendiculari: patet per 3 th. huius quia non refringitur. Formæ uerò aliorum punctorum, quæ sunt c, d, e, patet quòd refringuntur per 4 huius. Et quoniam, ut patet per 49 th. 2 huius, nulla refractio transmutat situm partium formæ refractæ, sed solùm auget uel minuit figuram: patet quòd de necessitate diuersitas formarum punctorum rei uisæ refringitur à diuersis punctis superficiei ipsius rei uisæ: ita quòd forma puncti remotioris à uisu refringitur à puncto superficiei remotiori à centro uisus: aliàs enim fieret transmutatio formarum uisarum per refractionē.



Sit ergo, ut forma puncti c refringatur à puncto g: & forma puncti d à pūcto h: & forma puncti e à pūcto i: & educantur à puncto g linea g l: & à pūcto h linea h m: & à puncto i linea i n perpendiculares super superficiem corporis diaphani per 12 p 11: & producantur lineę incidētiæ formarum ultra superficiē corporis, linea c g in punctum o: & linea d h in punctum p: & linea e i in punctum q: & copulentur lineæ refractæ à punctis g, h, i ad uisum, quæ sunt g a, h a, i a. Quia itaq; in trigono a f i ductæ sunt lineæ a g & a h: patet per 21 p 1 quoniam angulus a g f est maior angulo a h f. Quia ergo anguli l g f & m h f sunt recti & æquales: relinquitur angulus a g l minor angulo a h m: sed angulus o g l & p h m sunt æquales: quælibet enim linea incidentiæ cum sua perpendiculari continet angulos æquales propter æqualem distantiam punctorum b, c, d, e ab inuicem, & à superficie diaphani, à qua fit refractio. Est ergo angulus p h a maior angulo o g a: & angulus q i a maior angulo p h a: est autem eadem dispositio medij, in quo fit refractio formarum punctorum c & d à punctis g & h. Patet ergo quòd maior fit refractio à pūcto h remotiore à uisu a, quàm à puncto g propinquiore uisui illo pūcto h. Similiter quoq; patet per eundem modum de puncto i, respectu puncti h: fit enim secundum præmissa angulus a i q maior angulo a h p: est ergo maior refractio puncti i quàm puncti h: ergo & maior quàm puncti g. Patet ergo uniuersaliter, quod proponebatur. In omnibus enim punctis & superficiebus, à quibus fit refractio, est eadem demonstratio.

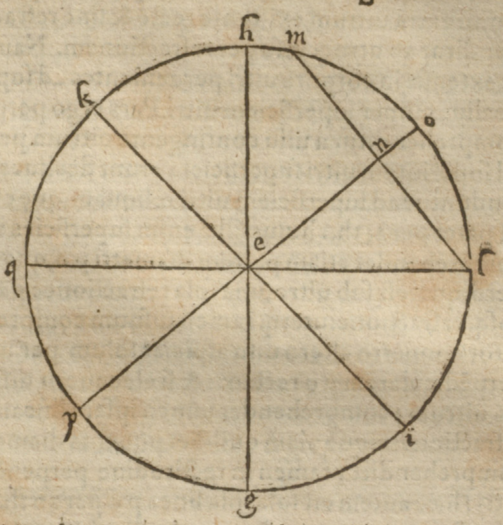
15. *Locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uisæ est in cōmuni sectione lineæ refractionis, per quam peruenit forma ad uisum, & catheti incidētiæ, exeuntis ab illo puncto rei uisæ super superficiem corporis diaphani uisum contingentis. Ex quo patet quòd locus imaginis formæ puncti rei uisæ existentis in medio secundi diaphani densioris primo approximat uisui: in rariore uerò elongatur. Alhazen 18 n 7.*

Verbi gratia: sit punctus rei uisæ per medium secundi diaphani a: & superficies secundi diaphani sit, in qua est linea b c: & sit b punctus refractionis: & centrum uisus sit d: perueniatq; forma puncti a ad uisum d secundum lineam refractionis: quæ sit b d. Ducatur itaq; à puncto a perpendicularis super superficiem b c: quæ sit a e. Dico quòd in puncto, qui est communis sectio lineæ perpēdicularis a e, & productę d b est locus imaginis refractæ. Hoc autem patet. Quoniā enim per 12 huius forma refracta occurrit uisui in linea d b, & per 13 huius occurrit in linea perpendiculari: quæ est a e: occurrit ergo in communi ipsarum sectione, quæ sit punctum x. Hoc autem fortius instrumentaliter demonstrandum. Accipiatur columna rotunda lignea, cuius basis diameter sit unius cubiti, & altitudo modica, utpote duorum uel trium digitorum: & planentur superficies basium eius: & in una basium suarum inuento per 1 p 3 cētro (quod sit e) ducantur diametri quæcunq; placuerint: & sint duæ, quæ g h & i k, obliquè se secantes: quæ profundentur ferro, ut appareat uisui: & impleantur profunditates ipsarum cerusa distemperata cum lacte uel cū alio albo liquore aut albo alio colore quocunq;: punctum uerò centri, quod est e, sit nigrum. Deinde accipiatur uas magnum profundum habēs oras erectas, & ponatur in loco luminoso: infundaturq; in uas aqua tanta,



quòd cum immissa fuerit columna in aquam erecta taliter, ut eius superficies planæ perpendiculares sint

res ſint ſuper fundum uaſis: tunc ipſa aqua excedat punctum e centrum circuli baſis columnæ ad aliquot digitos: expecteturq́; donec aqua quieſcat in ipſo uaſe. Moueatur itaq; columna, donec g h diameter baſis ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ: declinetur quoq; uiſus extra oras uaſis, quouſq; appropinquet æquidiſtantiæ ſuperficiei aquæ in tantùm, ut poſsit uideri punctum e centrum circuli & diameter g h: & inuenietur centrum circuli e in rectitudine illius diametri. Deinde intueatur uiſus diametrum i k decliuem ſuper ſuperficiem aquæ: & inuenietur incuruari & frangi apud ſuperficiem aquæ: eritq́; pars eius intra aquam cum parte eius extra aquam continens angulum obtuſum reſpectu uiſus: cum tamen diameter g h extra aquam & intra aquam remaneat linea una recta ſine refractione uel continentia anguli. Ex quo patet quòd forma puncti centralis, quod eſt e, quam uiſus comprehendit, non eſt apud centrum circuli baſis: quia tunc eſſet etiam in rectitudine diametri decliuis, quæ eſt i k: quia ſecundũ ueritatem ille eſt eius ſitus. Cũ ergo uiſus comprehẽdit illud punctũ extra rectitudinem diametri decliuis, quæ eſt i k, & angulus, quem continẽt partes diametri decliuis i k, ſequũtur perpendicularem g h: patet quòd punctus, in quo uidetur forma centri e, eſt eleuatus à centro baſis columnæ. Et quia uiſus hoc punctum comprehẽdit in rectitudine diametri g h: patet quòd forma centri e eſt eleuata à uero loco cẽtri ſecundũ rectitudinẽ diametri perpendicularis, quæ eſt g h. Patet etiam ex diametri decliuis i k incuruatione apud ſuperficiẽ aquæ, & ex rectitudine & continuitate partis ſuæ intra aquam, quòd omne pũctum partis diametri i k, quod eſt intra aquam, eſt eleuatum à ſuo loco. Deinde reuoluatur circulus baſis columnæ, quouſq; diameter i k fiat perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ: erit ergo tunc g h diameter decliuis ſuper ſuperficiem aquæ: & tunc uidebitur formà



centri e in rectitudine diametri i k, & extra rectitudinem diametri g h: quoniá illa uidebitur frangi & incuruari ſuper ſuperficiem aquæ: & angulus incuruationis obtuſus erit reſpiciens uiſum & diametrum i k perpendicularẽ ſuper aquæ ſuperficiem. Idẽ quoq; accidet ſi plures ſint diametri ſignatæ in ſuperficie baſis colũnæ: ſemper enim forma cẽtri e uidebitur in rectitudine diametri perpendicularis: & diameter decliuis uidebitur incuruari apud ſuperficiẽ aquæ, & cõtinere angulũ obtuſum cũ parte ſui, quæ eſt intra aquá: quæ pars intra aquá ſemper uidebitur cõtinua & recta. Ex hoc itaq; patet quòd forma pũcti uiſi in corpore diaphanitatis groſsioris, quàm ſit aeris diaphanitas, uidetur extra locũ ſuũ eleuata in rectitudine perpẽdicularis, exeuntis ab illo pũcto ſuperficiei corporis diaphani: cũ linea d b cõtinuans d centrũ uiſus cũ puncto refractionis b, nõ fuerit perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diaphani. Et quia (ſicut inſtrumentaliter & per rationẽ oſtenſum eſt per 11 huius) omne punctum comprehẽditur à uiſu in ipſius uiſus oppoſitione & in rectitudine lineæ, per quam extenditur forma ad uiſum: puncta ergo, quæ uiſus comprehẽdit per refractionem, quia ſunt in oppoſitione uiſus ſecundũ lineam rectam, in cõmuni ſectione perpẽdicularis a e & lineæ d a productæ ad perpendicularẽ neceſſariò uidẽtur. Eſt ergo punctus ille, in quo illę lineæ duæ ſecant ſe, locus imaginis refractæ. Quòd ſi fiat refractio formæ puncti uiſi à corpore diaphano ſubtiliori ad groſsius, adhuc idẽ accidit quod in præmiſsis: quoniá adhuc locus imaginis refractæ erit in cõmuni ſectione lineæ refractionis, per quam forma peruenit ad uiſum, & lineæ perpẽdicularis, ductæ à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiẽ corporis, à qua fit refractio. Aſſumatur enim uitrum ſuperficierum planarum & æquidiſtantium, cuius longitudo ſit octo digitorum, latitudo & ſpiſsitudo ſit æqualis: quælibet quatuor digitorũ. Deinde baſi columnæ ligneæ prędictæ prius inſcribatur linea decem digitorũ per 1 p 4: quæ ſit l m: eritq́; medietas lineæ l m quinq; digitorũ: diuidaturq́; in duo ęqualia in pũcto n: & à cẽtro baſis, quod eſt e, ducatur linea e n: & producatur illa linea ex utraq; parte ad peripheriá ut fiat diameter o n e p. Erit itaq; per 3 p 3 linea e n perpendicularis ſuper lineá l m: & ducatur linea e l: & compleatur diameter l q: hæ itaq; duæ diametri o p & l q profundẽtur cultro: & impleatur diametri p o concauitas colore albo, & diametri l q cõcauitas colore alio. Deinde ponatur uitrum ſuper baſim columnæ, taliter, ut altera extremitas longitudinis ſuperponatur medietati lineæ l m, quæ eſt n l. Et quia uitrum eſt in longitudine octo digitorũ, & linea l n quinq; digitorum: patet quòd longitudo uitri excedit quantitatẽ lineæ l n in tribus digitis: & diſtinguátur de uitro tres digiti, de quibus duo erũt ex parte diametri l q decliuis extra circulũ: & remanebit de longitudine uitri unus digitus ultra diametrũ p o perpendicularẽ ſuper lineá l m: ſitq́; corpus uitri ex parte centri e, ſcilicet inter lineá l m & centrũ e: & ſic applicetur uitrum tabulæ per glutinum: erit itaq; perpendicularis p o erecta ſuper extremitates uitri, quæ ſunt ſuperficies duæ æquidiſtantes: & diameter l q erit obliqua ſuper illas duas ſuperficies. Ponatur itaq; peripheria circuli, cui ſupereminet extremitas uitri, ex parte uiſus experimentantis: & ponatur alter uiſuũ in differẽtia cõmuni circumferentiæ baſis & extremitatis uitri: hoc eſt in pũcto l, quod eſt extremitas diametri decliuis, quę eſt l q: & applicetur taliter uitro, ita qđ nihil uideatur cũ illo oculo, niſi ſolus pũctus l: reliquus

uerò

uerò uisus sit in parte, in qua est uitrũ & circulus: & cooperiatur illud, quod opponitur ei ex superficie uitri cum panno linteo uel bombace, applicata taliter superficiei columnæ, ut non uideatur, nisi sola diameter decliuis l q per unum uisum contingentem uitrum: diameter uerò p o perpendicularis alba uideatur utroq; uisu. Sic itaq; disposito uisu & instrumento: centrum circuli e inuenietur in rectitudine diametri p o albæ, quæ est erecta super superficiem uitri: & inuenietur diameter decliuis, quæ est l q, incuruata in superficie uitri, quæ est ex parte centri e: cadetq; angulus incuruationis ex parte circumferentiæ: sed uisus comprehendet partem diametri l q, quæ est sub uitro, in rectitudine. Et quoniam uisus tangit superficiẽ uitri, & diametri perpendicularis (quæ est p o) aliqua pars est sub uitro, & alia extra uitrum ex parte cẽtri e, & alia extra uitrum ex parte extremitatis diametri, ut est eius pars, quæ o n: pars illa, quæ est sub uitro, comprehenditur à uisu existente extra uitrum secundũ refractionem: & pars o n, quæ est ex parte extremitatis diametri, comprehenditur à uisu extra uitrum existente rectè & sine refractione: pars autem, quæ est ex parte centri, comprehenditur ab utroq; uisu per refractionem. Nam lineæ exeuntes à centro uisus contingẽtis uitrum, & extensæ in corpore uitri peruenientes ad superficiem uitri, quæ est ex parte centri, omnes fiunt decliues super superficiem uitri. Pars ergo perpendicularis diametri p o, illa, quæ est ex parte cẽtri, comprehenditur à uisu contingente uitrum per refractionem: lineæ uerò exeuntes à reliquo uisu ad superiorem uitri superficiem erunt decliues super superiorem uitri superficiem. Cum ergo extenduntur ad superficiem uitri reliquam, quæ est ex parte centri e, erunt etiam decliues super illam, ut patet per 23 th. 1 huius: illæ enim superficies uitri sunt æquidistantes ex hypothesi. Visus itaq; ille comprehendet etiam partem diametri p o, quæ est uersus cẽtrum e, duabus refractionibus: partem uerò, quæ est sub uitro, una sola refractione: partem uerò superiorem, quæ est p o, comprehendet absq; refractione: uterq; tamen uisuum comprehendit hãc diametrum p o rectam. Et si experimentator cooperto altero uisu aspiciat solum per uisum, qui positus est super uitrum: comprehendet perpẽdicularem p o rectam: & si eleuauerit uisum à superficie uitri, & intueatur diametrum p o ultra uitrum: comprehendet tamen ipsam lineam rectam, quamuis comprehendat ipsam secundum refractionem: quoniam quilibet punctus diametri p o, & si non comprehendatur à uisu in suo loco, comprehenditur tamen in rectitudine perpendicularis, quæ exit à puncto illo super superficiem uitri: hæc autem est sola ipsa linea p o per 20 th. 1 huius: quoniam ab uno puncto super quamcunq; superficiem unam tantùm perpendicularem duci est possibile: hæc autem linea, quæ est p o, à quolibet sui puncto procedit perpendiculariter super superficiem uitri. Omnis ergo refractio suorum punctorum fit super ipsam eandem. Forma itaq; centri e, quando uisus tangit uitrum, comprehenditur in rectitudine diametri p o, exeuntis perpendiculariter à centro e super superficiem uitri: & diametri decliuis l q pars extra uitrum existens uersus centrum e comprehẽditur non in suo loco: ideo quia punctus centri e non comprehenditur à uisu, nisi præter suum locum: & cum angulus incuruationis fuerit ex parte circumferentiæ: tunc forma centri e uidetur sub centro basis columnæ. Quia ergo forma cuiuslibet puncti comprehensi à uisu in secũdo medio rarioris diaphani illo diaphano, in quo est uisus, est in rectitudine perpendicularis, productæ ab illo puncto super superficiẽ corporis diaphani, quod est contingens uisum, & est remotior à superficie eiusdem diaphani quàm ipsum punctum, cuius uidetur forma: & quoniam omne punctum comprehensum à uisu per 12 huius est in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uisum: patet quòd forma cuiuslibet puncti in quibuscunq; diaphanis taliter situatis comprehenditur in puncto, qui est communis sectio lineæ, per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis, exeuntis à puncto rei uisæ super superficiem corporis diaphani, quod est contingens uisum. Et patet ex præmissis corollarium. Locus enim formæ puncti rei uisæ per refractionem, quãdo fit illa refractio in medio secundi diaphani densiore primo: tunc locus imaginis approximat ipsi uisui, ut patet in experimentatione prima de centro e, cum ipsum uidetur sub aqua: cum uerò fit refractio à superficie alterius diaphani rarioris primo diaphano contingente uisum: tunc locus imaginis elongatur à uisu, ut patet in experimentatione secunda de centro e uiso sub uitro approximato uisibus, cuius forma per medium rarius uitro, quod est aer, diffunditur ad uitri superficiẽ, & per uitrum refringitur ad uisum: ut etiam exemplariter patet in prima figura præsentis propositionis: punctum enim x propinquius est uisui existenti in puncto d, quàm punctum z. Patet itaq; propositum.

16. Formæ puncti rei uisæ per refractionem, existentis in medio secundi diaphani, locus imaginis quandoq; est in ipso secundo corpore diaphano: quandoq; in eius superficie ut in ipso puncto refractionis: quandoq; est inter uisum & illud corpus diaphanum: quandoq; retro uisum: quandoq; in ipsa superficie uisus.

Quia enim ostensum est per præmissam, quòd locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uisæ est in communi sectione lineæ, per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis, exeuntis ab illo puncto rei uisæ super superficiem corporis diaphani uisum contingentis: cum itaq; illæ lineæ necessariò concurrant: aut æquidistent: patet quòd si concurrunt, ubicunq; illæ lineæ se intersecuerint, siue hoc fit intra corpus diaphanũ, in quo est pũctus rei uisæ: siue fuerit extra illud corpus inter uisum & superficiẽ illius corporis: siue hoc fuerit in centro uisus, siue retro uisum: ibi semper erit locus imaginis formę puncti rei uisæ. Si uerò illa linea, per quam forma peruenit ad uisum, fuerit æquidistans illi perpẽdiculari: tunc non erit aliqua certitudo propria loci

illius

illius imaginis, nisi solum ipsum punctum refractionis. In illo ergo uidebitur imago illius formæ: sicut etiam accidit idẽ, quando linea refractionis & dicta perpendicularis in ipso puncto refractionis se intersecant: nec indigent hæc alia demonstratione, nisi illa quam in 11 th.8 huius in speculis sphæricis cõcauis posuimus: hæc enim refractio, ut patet per 7 huius, quandoq; fit à superficie concaua corporis diaphani, quod corpus est ex parte uisus contingens conuexum corporis diaphani, quod est ex parte rei uisæ: unde est omnimoda demonstrationis similitudo faciendæ hinc & inde. Patet ergo propositum: diuersantur enim illæ perpendiculares secundum diuersitatem superficierum corporum, à quibus fit refractio.

17. In refractione formarum à superficiebus corporũ alterius diaphanitatis ad uisum, semper fit deceptio in situ.

Quoniam enim secundum omnes lineas, per quas forma extenditur ad uisum, semper fit refractio in superficie corporis alterius diaphanitatis, ut linea, per quam forma extenditur in medio unius diaphani, angulum contineat cum linea illa, per quam in secundo diaphano forma peruenit ad uisum: sola uero perpendicularis ducta à puncto uiso super superficiem corporis diaphani non refringitur: & omnis imaginis refractæ locus est in communi sectione lineæ secũdæ, per quam forma refracta extenditur ad uisum, & lineæ perpendicularis, exeuntis à puncto rei uisæ super superficiem corporis diaphani uisum contingentis per 15 th. huius: hæc autem sectio semper est extra locum uerum puncti uisi: quoniam sola linea incidentiæ concurrit cũ illa perpendiculari in ipso puncto rei uisæ, à quo ambæ illæ lineæ producũtur. Palàm ergo quia uisus nunquam uidet formam rei uisæ per refractionem nisi in alio loco & situ, quàm sit ipsa res uisa: erit itaq; positio formæ comprehensæ à uisu alia à positione rei uisæ. Et similiter est de remotione: hæc autem sunt quidam situs. Punctus enim communis sectionis dictarum linearum faciens locum imaginis, in refractione ex diaphano densiore ad subtilius se eleuat approximando uisui, & in refractione ex diaphano rariori ad densius se deprimit, remouendo se à centro uisus, ut patuit per corollarium 15 huius. Patet itaq; quòd locus imaginis semper se uariat: & secundum hoc decipitur uisus secundum situm imaginis, alium locum rei uisæ & situationem aliam accipiens secundum illud. Patet ergo propositum.

18. Omnis forma rei uisæ per refractionem comprehenditur, ac si res illius formæ sit in loco imaginis constituta. Alhazen 19 n 7.

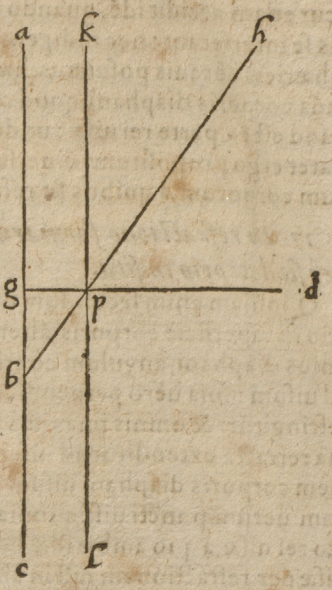
Sicut enim in 13 th. huius dictum est, forma existens in puncto refractionis peruenit ad ipsum uisum per motum formæ, quæ mouetur super lineam perpendicularem super superficiem corporis diaphani, ductam à puncto rei uisæ: deinde transfertur ab hac perpendiculari per motum in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uisum. Forma itaq;, quæ est super lineam perpendiculariter incidentem superficiei corporis diaphani, & deinde mouetur in rectitudine lineæ, per quam forma extenditur ad uisum, est forma, quę extenditur à pũcto uiso in rectitudine perpendicularis, exeuntis ex ipso super superficiem corporis diaphani, donec perueniat ad punctum sectionis inter hanc perpendicularem & lineam, per quam forma extenditur ad uisum. Forma itaq;, quam uisus comprehendit refractam ultra corpus diaphanum, est per motum formæ, quæ peruenit ad uisum à loco imaginis: comprehendit autem uisus hanc formam in loco imaginis sicut alia, quæ in suo loco comprehendit sine refractione per medium unius diaphani & directè. Videtur itaq; res distãs tantùm à centro uisus, quantùm punctus imaginis distat ab eodem centro uisus: quoniam situs loci imaginis in respectu uisus, est situs formæ, quæ est in loco imaginis: unde propter refractionẽ forma rei uisæ comprehenditur in loco imaginis. Patet ergo propositum.

19. Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à qua fit refractio, existente linea recta, punctoq; rei uisæ existente in perpendiculari ducta à centro uisus super superficiem corporis diaphani qualiscunq;: à nullo puncto illius superficiei fiet refractio: & una tantùm imago uisui occurret. Alhazen 21 n 7.

Esto centrum uisus punctus a: & punctus rei uisæ b: sitq; g aliquod punctum superficiei corporis, à qua fit refractio, quod sit grossioris uel rarioris diaphanitatis quàm corpus, quod est contingens uisum: ducaturq; à puncto a cẽtro uisus linea a g c: quæ sit perpendicularis super superficiem corporis secundi diaphani per 11 p 11: sitq; punctus rei uisæ, qui est b, in linea g c. Palàm ergo per 3 th. huius quoniam uisus a comprehendet formam puncti b rectè sine omni refractione. Quia enim forma puncti b in rectitudine extenditur per lineam b g ad superficiem corporis diaphani, quod est contingens uisum in puncto a: & quia linea b g est perpendicularis super superficiem corporis diaphani contingentis uisum: comprehendet ergo uisus a punctum b in suo loco secundum rectitudinem lineæ a g b. Non est itaque possibile, ut punctum b extra lineam b g a refringatur ad uisum a. Si autem detur hoc esse possibile: sit superficiei illius diaphani, in qua est punctus refractionis g, alter punctus refractionis, qui sit p, extra lineam a g b: & refringatur forma puncti b ad a centrum uisus à puncto p. Imaginemur itaque superficiem refractionis, in qua sit linea perpendicularis, quæ a g b, transire per punctum p: & sit communis sectio huius superficiei & superficiei corporis diaphani, in qua fit refractio, linea recta, quæ est g p d per 3 p 11: & à puncto p extrahatur perpendicularis super lineam g d per 11 p 1: quæ sit k p l: & sit linea k p l producta

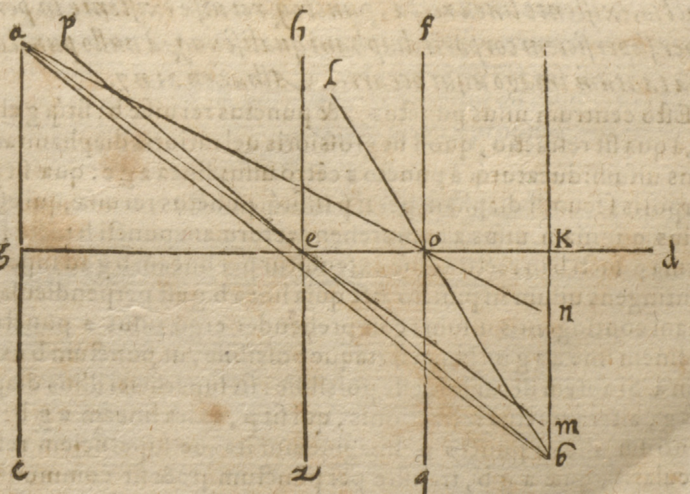
secans

secans ipsum corpus diaphanum, à cuius superficie fit refractio formæ pũcti b ad uisum a. Est ergo linea k p l perpendicularis super superficiem illius corporis diaphani: ducatur itaq; linea b p, & producatur ultra corpus diaphanũ usq; ad punctũ h. Erit ergo angulus k p h contentus à linea p h, per quam extenditur forma, & à linea k p perpendiculari, exeunte à puncto refractionis, quod est p, super superficiẽ corporis diaphani. Quia itaq; corpus diaphanum, quod est ex parte uisus a, est subtilius illo, quod est ex parte ipsius b puncti rei uisæ: tunc, cum forma puncti b peruenerit ad p punctum refractionis: palàm per 4 huius quia refringetur ad partem cõtrariam illi parti, in qua est perpendicularis k l: non ergo perueniet forma refracta ad lineam a b: ergo neq; ad punctum a, quod est centrum uisus: sed datum est ipsum refringi à puncto p ad punctum a: accidit igitur impossibile cõtra hypothesim: & quocũq; alio puncto dato idem accidit impossibile. Non ergo refringitur forma puncti b ad uisum a ex aliquo puncto superficiei illius corporis diaphani dato extra lineam a g b: sed solùm forma illa pũcti b secundum rectitudinem peruenit ad uisum a. Quòd si corpus diaphanum contingẽs superficiem uisus sit densius illo corpore diaphano, quod est continens punctum rei uisæ: tunc eadem linea p h refringetur ad partem perpendicularis p k, propter densitatem diaphani secundi: nec tamen concurret unquam cum perpendiculari p k: ergo neque cum linea a b æquidistante ipsi p k per 6 p 11: quoniam ambæ lineæ a b & k l sunt erectę super superficiem corporis diaphani, in qua est linea g p d. Qualecunq; ergo fuerit diaphanum secundum, scilicet rarius uel densius primo diaphano, semper puncto rei uisæ sic disposito, à nullo puncto illius superficiei diaphani fiet refractio ad uisum: sed uidebitur res in ipsa linea perpendiculari ducta à centro uisus ad punctum rei uisæ, secante superficiem corporis secundi diaphani in uno tantùm puncto g. Forma ergo illius puncti non compreheditur nisi ex uno tantùm puncto superficiei illius corporis diaphani: habet ergo tantùm unicam imaginem non refractam. Quod est propositum.



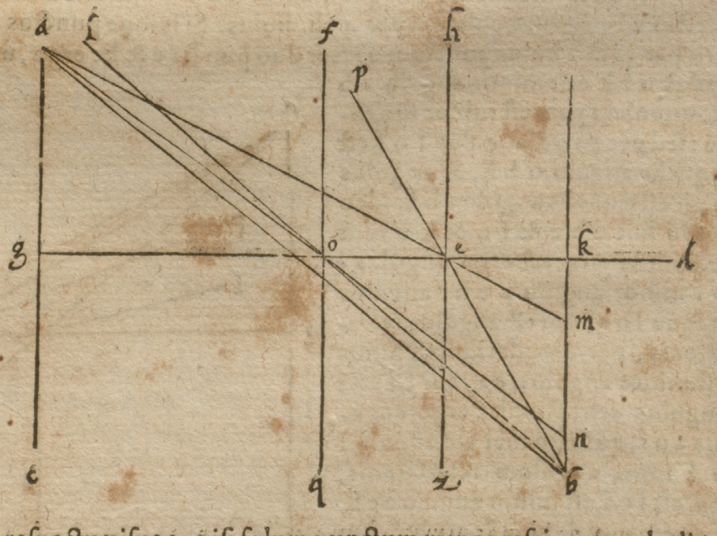
20. Cõmuni sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à qua fit refractio, existente linea recta, punctoq; uiso existente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diaphani densioris diaphano uisum contingente: ab uno tantùm puncto fiet refractio: & uidebitur unica imago. Alhazen 22 n 7.

Remaneat dispositio, quæ in proxima præcedente: & sit punctus b extra lineam perpendicularem ductam à centro uisus a super superficiem secundi diaphani, quæ est a g c. Educatur quoq; superficies plana per lineam a g c & per punctum b: hæc itaq; erit perpendicularis super superficiem secundi corporis diaphani per 18 p 11: & secabit superficiem corporis diaphani secũdum lineam rectam per 3 p 11: quæ sit g d. Non ergo refringetur per 2 th. huius forma pũcti b ad uisum a, nisi ab aliquo puncto superficiei, in qua est linea g d: non enim transit per duo puncta a & b superficies perpendicularis super superficiem secundi corporis diaphani, nisi solùm superficies transiens per perpendicularem a c: sed per perpendicularem a c, & per punctũ b non transit aliqua superficies plana nisi una sola tantùm. Forma ergo puncti b refringitur ad punctum a centrum uisus ab aliquo puncto lineæ g d: qui sit e: ducanturq; duæ lineæ b e & e a: & extrahatur à puncto e linea perpendicularis super superficiem g e d per 12 p 11: quæ sit h e z: quæ per 1 th. huius erit in illa superficie refractionis: erit ergo linea h e z perpendicularis super duas superficies illorum duorum corporum diaphanorum: quia ducta est perpẽdiculariter in superficie erecta super illas ambas supficies. Producatur itaque linea b e in continuum & directum: & sit linea b e p: erit ergo linea e p cadens inter duas lineas e h & e a per 4 th. huius. Nam corpus diaphanum, quod est ex parte a centri uisus, est subtilius corpore diaphano, quod est ex parte b: ergo per idẽ 4 th. huius forma puncti b, quæ extenditur per lineam b e, cum perueniet ad e punctum datum refractionis, refringetur ad partem contrariam parti perpendicularis, quæ est z e h: erit ergo linea e p inter duas lineas e h & e a.



Ducatur

Ducatur itaq; à puncto uiſo b linea perpendicularis ſuper lineam g d per 12 p 1: quæ ſit b k: erit ergo linea b k perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani, quod eſt ex parte b per conuerſam 4 definitionis 11: quia ducta eſt perpendiculariter in ſuperficie a b g erecta ſuper illá. Educatur itaq; linea a e in continuum: hęc itaq; reſecabit ab angulo b e k angulum æqualem angulo p e a per 15 p 1: ſecabit ergo per 29 th. 1 huius & lineam b k illi angulo ſubtenſam. Secet ipſa itaq; lineam b k in puncto m. Palàm itaq; per 15 th. huius quoniam punctus m eſt locus imaginis formæ puncti b: & angulus p e a eſt angulus refractionis. Dico itaq; quòd punctus b non habebit aliam imaginem præter quàm illam, quæ eſt in puncto m: nec forma eius refringetur ad uiſum in punctum a ab alio puncto ſuperficiei corporis diaphani, quàm à puncto e. Nec enim poteſt forma puncti b comprehendi à uiſu, niſi ſecundum perpendicularem b k per 13 th. huius. Si itaq; punctus b aliam habuerit imaginem quàm in puncto m: erit ille punctus in linea b k, & inter duo puncta b & k per 15 th. huius: quia corpus, quod eſt ex parte b puncti uiſi, eſt groſsioris diaphanitatis illo corpore, quod eſt ex parte uiſus a. Sit itaq; ſi poſsibile eſt illa alia imago formæ puncti b in puncto lineæ b k, quod ſit n. Erit itaque punctus n aut inter duo puncta m, k: aut inter duo puncta m, b. Ducatur quoq; linea a n à centro uiſus ad punctum n: hæc itaq; ſecabit lineam g d: ſunt enim puncta a, b, k in eadem ſuperficie cum linea g d, ut patet ex præmiſsis. Secet ergo linea a n lineam g d in puncto o: ducaturq́; linea b o: quæ producta ultra punctum o ſignetur ad punctum l: erit itaq; pũctum o punctum refractionis formæ puncti b ad uiſum in punctum a: quia b o l eſt linea, per quam extenditur forma: & eſt angulus l o a angulus refractionis. Ducatur itaq; à puncto o linea perpẽdicularis ſuper lineam g d per 11 p 1, quæ ſit linea f o q: erit itaq; linea f o q perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani per 28 p 1 & per 8 p 11: & erit angulus l o f æqualis angulo o b k contento à perpendiculari k b & à linea b o, per quam extenditur forma ad locum refractionis per 29 p 1: quoniam, ut patet per 6 p 11, lineæ b k & f o q ſunt æquidiſtantes. Si itaq; punctus n fuerit inter duo puncta m & k: tũc punctus o erit inter duo puncta e & k, ſecans lineam e k per 32 th. 1 huius: erit itaq; angulus e b k maior angulo o b k per 29 th. 1 huius: quia omne totum eſt maius ſua parte. Et quia angulus p e h eſt æqualis angulo e b k per 29 p 1, & angulus l o f æqualis angulo o b k per eandem 29 p 1: quoniam lineæ h z & f q & b k ſunt inter ſe æquidiſtãtes: erit ergo angulus p e h maior angulo l o f: & angulus p e a eſt angulus refractionis ex angulo incidentiæ, qui eſt p e h: & angulus l o a eſt angulus refractionis ex angulo incidentiæ, qui eſt l o f: angulus ergo p e a eſt maior angulo l o a per 8 huius. Oſtenſum eſt enim in corollario, quod ſequitur, tabulas ibi poſitas, cujus ueritas patet ex præcedente experimentatione: quoniam anguli refractionum in medio ſecundi diaphani groſsioris, quibus differunt anguli incidentiæ ab angulis refractis contentis ſub linea perpẽdiculari, ducta à puncto refractionis ſuper ſuperficiem diaphani, & à lineis refractis ad uiſum, in maioribus angulis incidentiæ ſunt maiores, & in minoribus ſunt minores: ergo angulus a e h eſt minor angulo a o f: quod eſt impoſsibile. Quoniam enim per 21 p 1 angulus a e g eſt maior angulo a o g, & anguli h e g & f o g ſunt æquales per 29 p 1, & quia ſunt recti: patet ergo quoniam angulus a o f eſt maior angulo a e h. Cum ergo ſequatur impoſſibile ex datis: patet quòd punctum n non cadit inter puncta m & k. Similiter quoque ſequitur ex illis datis, ut angulus a e b ſit minor angulo a o b: quod eſt impoſsibile, & contra 21 p 1 producta linea a b, quæ ambobus illis angulis ſubtenditur, & à cuius punctis terminalibus illæ lineæ producuntur. Si enim angulus p e a ſit maior angulo l o a: ergo per 13 p 1 angulus a e b eſt maior angulo a o b: eſt enim uterq; illorum ſuper angulum ſuæ refractionis reſiduum duorum rectorum. Quòd ſi punctus n, qui datus eſt eſſe locus ſecundæ imaginis formæ puncti b, fuerit inter duo puncta m & b lineæ b k: tunc punctus e erit inter duo puncta o & k per 32 th. 1 huius: quod poteſt oſtendi, ut prius: & erit angulus e b k minor angulo o b k: erit ergo, ut prius, angulus p e h minor angulo l o f: & erit angulus p e a, qui eſt angulus refractionis, minor angulo l o a, qui eſt etiam angulus refractionis: angulus ergo a e b eſt maior angulo a o b: quod eſt impoſsibile, ut prius per 21 p 1 ducta linea a b. Impoſsibile eſt ergo quòd punctus n ſit locus imaginis formæ puncti b: ergo neque aliquod aliud punctum lineæ b k, præter punctum m. Punctus itaq; b exiſtens in propoſito ſitu

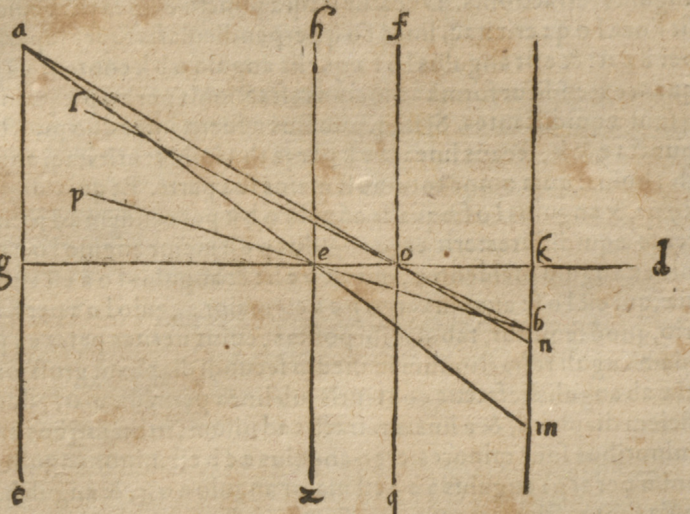


non habebit alium locum imaginis, reſpectu uiſus a, niſi ſolum punctum m: nec refringetur ab alio puncto ſuperficiei corporis diaphani ad uiſum a, niſi à ſolo puncto e. Quod eſt propoſitum.

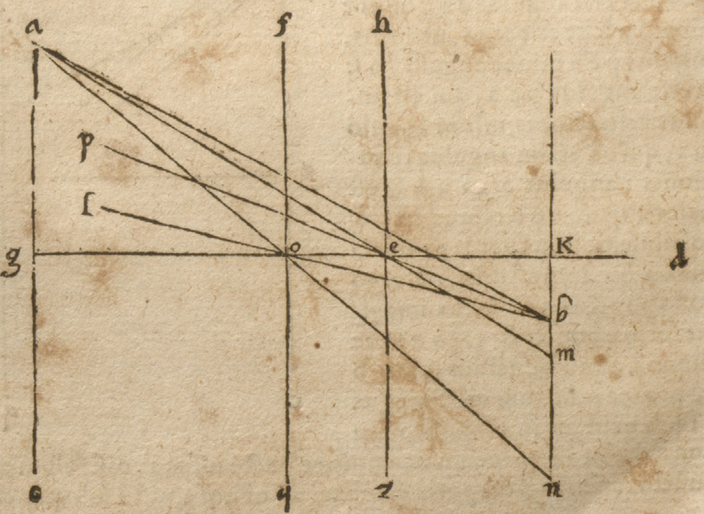
21. Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diaphani, à quo fit re-

fractio, existente linea recta, punctoq́ uiso existente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diaphani rarioris corpore diaphano uisum contingente: ab uno tantùm puncto fiet refractio: & unica uidebitur imago. Alhazen 23 n 7.

Remaneat omnis dispositio, ut in præcedentibus, nisi quòd corpus diaphanum, in cuius superficie est linea g d & perpendicularis g c, quod est ex parte uisus a, sit grosioris diaphanitatis illo corpore, quod est ex parte b puncti rei uisæ: & illud, quod est ex parte puncti b sit rarius: & sit linea b k ducta à puncto rei uisæ per 11 p 11 perpendicularis super superficiem corporis diaphani: fiatq́ refractio formæ puncti b ad uisum a ex puncto superficiei illius corporis, quod sit e: & ducantur lineæ b e & e a: protrahaturq́; linea b e usq; ad punctum p ultra superficiem corporis, in qua est linea g d, & à puncto refractionis, quod est e, ducatur linea h e z perpendiculariter super lineam g k: cadet ergo linea a e media inter duas lineas e p & e h. Nam prima linea, per quam extenditur forma ad locum refractionis, est linea b e p: fit autem refractio ad partem perpendicularis e h per 4 huius: nam corpus, quod est ex parte uisus a, est grosioris diaphanitatis corpore, quod est ad partem rei uisæ b, ut patet ex hypothesi. Protrahatur itaque linea a e ultra punctum e, quousq; concurrat cum linea k b: concurret autem cum illa per 2 th. 1 huius: secat enim eius æquidistantem h e z: secet ergo lineam k b in puncto m. Est itaque per 15 th. huius punctus m locus imaginis formæ puncti b: & profundabitur sub puncto b ultra situm rei uisæ, cuius ipsum habet formam. Nam corpus, quod est ex parte b, est subtilius illo corpore, quod est ex parte uisus a. Dico itaque quòd forma puncti b non refringitur ad uisum a, nisi à solo puncto e: & quod non habet imaginem, nisi in solo puncto m. Si enim hoc sit possibile, ut plures habeat imagines quàm illam, quæ est in puncto m: sit, ut habeat imaginem in puncto alio, quod sit n: erit itaque punctus n in linea perpendiculari b k per 13 huius: & infra punctum b per 15 th. huius: propter corporum diaphanorum mediorum propositam diuersitatem. Aut igitur erit punctus n inter duo puncta m & b: aut sub puncto m. Sit primò inter duo puncta b & m:



ducaturq́; linea a n: quæ secabit lineam e k per 32 th. 1 huius: quia ipsa producta à puncto lateris m e secat latus k m trigoni e k m remotius à puncto a, quàm est latus k e: & etiam ideo, quia puncta a & b sunt in eadem superficie, & linea e d est iacens inter illa puncta. Secet ergo ipsam in puncto o: est itaque o punctus refractionis: & ducatur linea b o: quæ transeat usq; ad punctum l: & ex puncto o extrahatur linea f o q perpendiculariter super lineam g q d per 11 p 1. Linea itaque b o est illa linea, per quam forma puncti b extenditur ad punctum refractionis, quod est o. Linea quoque o a erit inter duas lineas o l & o f: quoniam in tali dispositione mediorum diaphanorum semper fit refractio ad perpendicularem per 4 th. huius. Si itaque punctus n fuerit inter duo puncta m & b: erit per 32 th. 1 huius punctum o inter duo puncta e & k: ergo, ut in præmissa per 29 th. 1 huius, angulus o b k erit minor angulo e b k: quoniam pars est minor suo toto: sed per 29 p 1 angulus l o f est æqualis angulo o b k, & angulus p e h est æqualis angulo e b k: ideo quòd lineæ h e & f o & k b sunt æquidistantes: est ergo angulus l o f minor angulo p e h: angulus itaque l o a, qui est angulus refractionis, per corollarium 8 huius est minor angulo p e a, qui est etiã angulus refractionis: ergo angulus a o f, qui remanet de angulo l o f super angulum refractionis, qui est l o a, est minor angulo a e h, qui remanet de angulo p e h super angulum refractionis, qui est p e a per eandem 8 huius: sed angulus

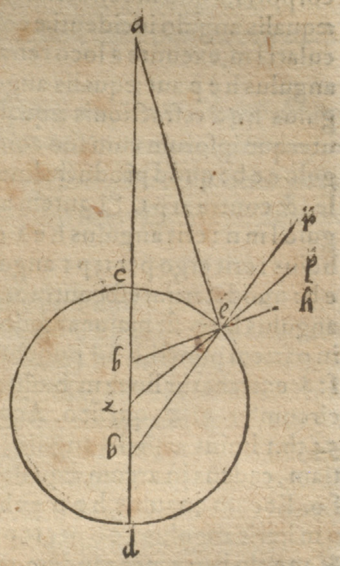


a o f est æqualis angulo a n k per 29 p 1: & angulus a e h est æqualis angulo a m k per eandem 29 p 1: angulus

angulus itaque a n k est minor angulo a m k: quod est impossibile, & contra 16 p 1. Si autem punctus n fuerit infra punctum m: tunc, ut prius in proxima huius, deductione facta punctus e cadet inter puncta o & k: & erit angulus o b k maior angulo e b k per 29 th. 1 huius, & quia totum est maius parte: angulus ergo l o f erit maior angulo p e h per 29 p 1: ergo angulus l o a est maior angulo p e a: & angulus a o f est maior angulo a e h per 8 huius, ut prius: ergo angulus a n k per 29 p 1 est maior angulo a m k: quod est impossibile, & contra 16 p 1. Non est ergo imago formæ puncti b in puncto n, nec in aliquo alio puncto lineæ m b k, præter quàm in puncto m: quoniam idem impossibile accidit in omnibus datis punctis. Ab unico ergo puncto in hac dispositione fiet refractio: & unica uisui occurret imago. Patet ergo propositum.

22. Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à quo fit refractio, existente circulo, punctoq́; uiso existente in perpendiculari, ducta à centro uisus super conuexam superficiem corporis diaphani: formæ rei uisæ à nullo puncto fiet refractio: & una tantùm uidebitur imago. Alhazen 26 n 7.

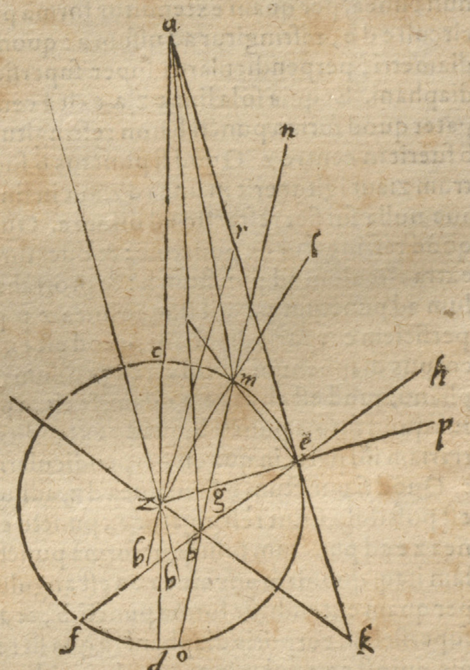
Sit centrum uisus punctum a: sitq́; b punctus rei uisæ ultra corpus diaphanum grossius illo corpore diaphano, quod est circa uisum: & sit superficies illius corporis diaphani, quod est ex parte b, superficies conuexa, illa, quæ est ex parte uisus a: sitq́; communis sectio superficiei refractionis & superficiei illius corporis diaphani per 69 th. 1 huius circulus c d e: cuius centrum sit punctus z: & ducatur linea a c z d, quæ necessariò erit perpendicularis super superficiem corporis diaphani per 72 th. 1 huius:, quoniam transit per punctum z centrum eius: sitq́; b punctus rei uisæ in perpendiculari linea, quæ est a d. Tunc itaque uisus a comprehendet formam puncti b sine aliqua refractione. Nam forma, quæ extenditur secundum lineam d a, extenditur rectè in corpore diaphano, quod est ex parte uisus a per 3 huius: ideo quòd linea d a est perpendicularis super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte uisus: comprehendet itaque uisus a formam puncti b in suo loco, & rectè: sed & in hac dispositione forma puncti b nunquam refringitur ad a uisum. Aut enim punctus rei uisæ, qui est b, erit in centro corporis diaphani, quod est z: aut extra illud. Si fuerit in centro z: tunc nulla linea, per quam extenditur forma puncti b ad circumferētiam circuli c d e, refringitur ad uisum a: quoniam omnes illæ sunt semidiametri, perpendiculares super superficiem conuexam corporis diaphani. Et quia sola linea z a exit à centro circuli c d e ad uisum: patet quòd forma puncti b non refringitur ad uisum a, cum punctus b fuerit in centro z. Quòd si punctus b fuerit in linea c d extra centrum z: aut igitur erit in linea d z: aut in linea z c. Si sit in linea z c, adhuc nulla sui fiet refractio ad uisum a. Quod si fuerit possibile, esto quòd refringatur ex puncto e: & ducatur linea b e: & protrahatur extra circulum ad punctum h: & protrahatur linea z e extra circulum ad punctum p: erit itaque linea z p perpendicularis super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte uisus. Cum itaque corpus diaphanum, quod est circa uisum, fuerit rarius corpore diaphano, quod est circa rem uisam, & circa punctum b: patet per 4 huius quòd forma puncti b, quãdo extenditur per lineam b e, refringitur in puncto e ad partem contrariam illi parti, in qua est perpendicularis z p: non ergo refringitur tunc forma puncti b ad uisum a. Quòd si punctum b sit in linea d z, adhuc non refringitur forma puncti b ad uisum a. Si enim hoc est possibile, sit, ut refringatur ex puncto e: & producatur linea b e ad punctum r: & protrahatur linea z e ad punctum p: sitq́;, ut forma puncti b refringatur ad uisum a ex puncto e per lineam e a: palàm itaq; quoniam angulus r e a est angulus refractionis: & angulus r e p est contentus à linea b e r, per quam extenditur forma puncti b, & à perpendiculari exeunte ab e puncto refractionis super superficiem corporis diaphani, à qua fit refractio: ergo per corollarium 8 huius angulus refractionis, qui est r e a, est minor angulo incidentiæ, qui est r e p: & linea b z aut est minor quàm linea z e: aut æqualis ei: quia punctus b aut est inter duo puncta d & z, aut in puncto d: est itaque per 18 & per 5 p 1 angulus e b z aut maior angulo b e z, aut æqualis ei: sed angulus a e r per 16 p 1 maior est angulo e b z: ergo & angulo b e z: & angulus r e p per 15 p 1 est æqualis angulo b e z. Erit ergo angulus a e r maior angulo r e p: quod est contra præostensa & impossibile. Forma ergo puncti b non refringitur ad uisum a ex puncto e: sed nec ex alio puncto circuli c d e: nec ex alia circumferentia alicuius circulorum in superficie corporis diaphani, in quo est punctum b, existentium, ut patet per 1 huius. Palàm ergo quoniam existente puncto b in linea g d, non comprehenditur forma eius à uisu a per refractionem ex aliquo puncto superficiei corporis densioris: & non comprehenditur nisi solum unum punctum: quoniam linea perpendicularis super superficiem corporis diaphani densioris non secat illius corporis superficiem, nisi in uno tantùm pũcto: unica ergo tantùm uidetur imago. Similiter quoq; demonstrandum si corpus diaphanum, quod est circa centrum uisus punctum a, fuerit densius corpore diaphano, quod est circa punctum rei uisæ, quod est b. Tunc enim semper



fiet refractio ad perpendicularem ductam à dato puncto refractionis, & nunquam fiet ad centrum uisus punctum a: siue punctum rei uisæ fuerit in linea c z: uel in linea z d: & sequuntur maiora impossibilia quàm prius. Et si fuer[illegible] in centro z: patet quòd non refringitur, sed uidetur directè forma eius: & unica est eius imago. Patet itaq; propositum secundum omnes eius modos.

23. Cõmuni sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à quo fit refractio, existente circulo, punctoq; uiso iacente extra perpendicularem, ductam à centro uisus super superficiem conuexam corporis diaphani grossioris corpore diaphano uisum cõtingente: ab uno tantùm puncto fiet refractio: & unica uidebitur imago: loco tamen imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus. Alhazen 27 n 7.

Esto dispositio, quæ in proxima præmissa, nisi quòd punctus rei uisæ, qui est b, sit extra lineam a c d, tamen intra circulum c d e. Et quia forma puncti b non refringitur ad uisum a, nisi à circumferentia circuli c d e: quæ est in superficie refractionis, ut patet per 1 huius, & ex hypothesi: fitq; illa refractio à concauitate corporis diaphani, quod est ex parte uisus contingens conuexum corporis diaphani ex parte rei uisæ: sit, ut refringatur ad uisum a ex puncto e circuli c d e: dico quòd non potest ex alio puncto superficiei corporis illius refringi ad uisum. Sit enim, si possibile est, ut refringatur ex puncto alio circuli c d e, quàm ex puncto e: qui sit punctus m: & ducantur lineæ b e, a e, b m, a m, z e, z m: sit quoq;, ut lineæ z e & b m, cum sint in eadem superficie circuli c d e, secent se in puncto, quod sit g: & producatur linea b e extra circulum usq; ad punctum h: & linea b m usq; ad punctum n: & linea z e usq; ad punctum p: & linea z m usq; ad punctum l. Erit itaq; angulus h e p per 15 p 1 æqualis angulo incidentiæ: quoniam uterque illorum est contentus sub linea e b, per quam extenditur forma, & sub perpendiculari e p, exeunte à loco refractionis, qui est e, super superficiem corporis, à quo fit refractio: eritq; angulus h e a angulus refractionis: & erit angulus l m n per 15 p 1 æqualis angulo incidentiæ contentus sub linea n m, per quam extenditur forma, & sub perpendiculari l m, exeunte à loco refractionis, qui est m: & angulus n m a est angulus refractionis. Erit itaq; angulus h e p aut æqualis angulo n m l: aut maior: aut minor. Si sit æqualis: tunc per 8 huius erit angulus h e a refractionis æqualis angulo n m a, qui est similiter angulus refractionis. Et quoniam uterque ipsorum cum suo compari ualet duos rectos per 13 p 1: erit tunc angulus a m b æqualis angulo a e b: quòd producta linea a b patet esse impossibile, & contra 21 p 1. Si autem angulus h e p sit minor angulo l m n: erit angulus h e a minor angulo n m a per 8 huius: erit ergo per 13 p 1 angulus a m b minor angulo a e b: quod iterum est contra 21 p 1 & impossibile. Si uerò angulus h e p sit maior angulo l m n: extrahatur linea e b in partem puncti b ad punctum circumferentiæ, qui sit f: & extrahatur linea m b ultra punctum b ad punctum circumferentiæ, qui sit o. Angulus itaque e b m erit per 54 th. 1 huius æqualis angulo, qui est apud circumferentiam, cadens in arcum æqualem duobus arcubus e m & f o. Et cum angulus h e p ex hypothesi sit maior angulo n m l: erit angulus z e b per 15 p 1 maior angulo n m l: ergo & angulo b m z per eandem 15. Cum ergo angulus z e b sit maior angulo b m z: erit excessus anguli m z e supra angulum e b m, æqualis excessui anguli z e b supra angulum b m z per 32 p 1. Cum enim in trigonis e b g & m g z anguli intersectionis ad punctum g sint æquales, ut patet per 15 p 1, & quilibet reliquorum duorum angulorum cum suo tertio ualeat duos rectos: patet quòd duo anguli reliqui unius trigoni sunt æquales duobus reliquis angulis alterius trigoni. In quanto ergo angulus z e b est maior angulo b m z, in tanto angulus m z e est maior angulo e b m.



Arcus uerò respiciens angulum m z e, cum fuerit apud circumferentiam, erit duplus ad arcum m e per 20 p 3 & 33 p 6. Si ergo angulus m z e fuerit maior angulo m b e: tunc arcus m e duplicatus erit maior duobus arcubus m e & f o: & erit excessus arcus m e duplicati supra duos arcus m e & f o, æqualis excessui arcus m e supra arcum f o: quoniam arcus m e utrique est communis, quo ablato remanet idem excessus: & si uarietur proportio geometrica, non tamen uariatur proportio arithmetica. Excessus ergo anguli m z e supra angulum e b m, est ille, qui respicit apud circumferentiam excessum arcus m e supra arcum f o: sed excessus arcus m e supra arcum f o est minor duobus arcubus m e & f o: quoniam est pars arcus m e: ergo excessus anguli m z e supra angulum m b e est minor angulo m b e per 33 p 6, & ut patet ex præmissis. Excessus itaque anguli z e b supra angulum z m b est minor angulo m b e: ergo, ut suprà patuit per 15 p 1 excessus anguli h e p supra angulum n m l est minor angulo m b e: ergo excessus anguli refractionis, qui est h e a, supra angulum refractionis, qui est n m a, est multo minor angulo m b e per 8 huius: sed excessus an-

anguli

guli h e a ſupra angulum n m a eſt exceſſus anguli a m b ſupra angulum a e b per 13 p 1: exceſſus itaque anguli a m b ſupra angulum a e b eſt minor angulo m b e: exceſſus uerò anguli a m b ſupra angulum a e b eſt duo anguli m a e & m b e: quod patet per 33 th. 1 huius producta linea a b. Duo itaque anguli m a e & m b e ſunt minores angulo m b e, totum ſua parte: quod eſt impoſsibile. Forma itaque puncti b non refringitur ad uiſum a ex alio puncto circuli c d e, quàm ex puncto e: unicam ergo habebit imaginem. Et hoc eſt propoſitum primum. Sed & locus imaginis diuerſatur ſecundum diuerſitatem loci, in quo eſt punctum uiſum, quod eſt b. Producatur enim linea b z ultra puncta b & z ad utramque partem trans circulum c d e: quæ aut concurret cum linea e a: aut erit æquidiſtans ei. Si concurrat: tunc concurſus aut erit ad partem diametri, ad quam eſt b, propinquior peripheriæ, ut in puncto k: aut concurrent in puncto aliquo alio ad partem uiſus, ut in puncto r. Si itaque concurſus fuerit in puncto k: tunc per 15 th. huius erit imago ante uiſum: & erit forma manifeſtè comprehenſa à uiſu: quoniam eſt in perpendiculari z k producta à centro corporis diaphani ſuper ſuperficiem corporis diaphani. Quòd ſi concurſus fuerit in puncto r: erit imago in puncto r: & tunc forma comprehenditur à uiſu in eius oppoſitione: ſed non manifeſtè, quia comprehenditur à uiſu extra ſuum locum, ſcilicet extra ſuperficiem corporis diaphani inter uiſum & illam ſuperficiem. Si uerò linea b z fuerit æquidiſtans lineæ e a: tunc erit linea b z media inter duas lineas k b z & b z r: & tunc imago uidebitur indeterminata: & forma comprehendetur in loco refractionis, ut patet per 15 huius. Et hoc eſt propoſitum. Ex his itaque patet, quòd re, cuius forma comprehenditur à uiſu, exiſtente ultra corpus diaphanum groſsius corpore diaphano, quod eſt ex parte uiſus, non fit refractio niſi ab uno tantùm ſuperficiei illius corporis puncto: & res illa non habet, niſi imaginem unicam: neque comprehenditur, niſi unum tantùm. Hæc enim refractio eſt à concauitate corporis diaphani, quod eſt ex parte uiſus contingentis conuexum corporis diaphani, quod eſt ex parte rei uiſæ. Patet etiam, quod ſecundum diuerſitatem ſituationis puncti a, qui eſt centrum uiſus, fit diuerſitas locorum imaginum formę puncti b non transmutati ſecundum ſitum: quoniam eadem eſt huius cum præmiſſo modo alio declaratio, niſi quòd tunc puncta refractionum diuerſificantur.

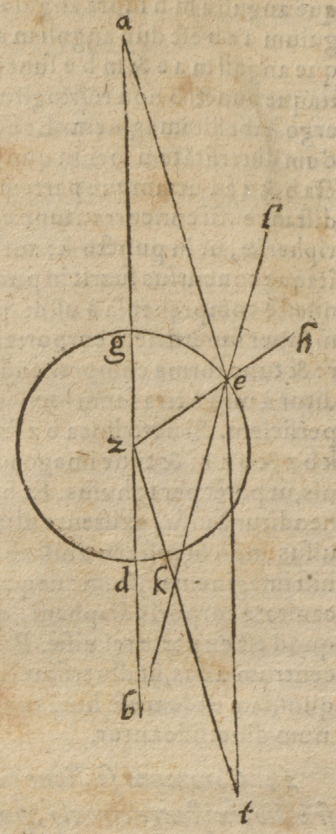
24. Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diaphani, à quo fit refractio, exiſtente circulo, punctoq́ue uiſo iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diaphani rarioris diaphano uiſum contingente: ab uno tantùm puncto fiet refractio: & unica refracta uidebitur imago, loco tamẽ imaginis diuerſificato ſecundum diuerſitatem loci puncti uiſi uel centri uiſus. Alhazen 28 n 7.

Eſto omnis diſpoſitio, ut in præcedente, niſi quòd punctum b nunc ponimus eſſe cẽtrum uiſus, & punctum a punctum rei uiſæ. Refringatur itaq; forma puncti a ad uiſum b à puncto e: & erit linea refractionis e b. Forma itaq; extenſa per lineam a e refringitur per lineam e b, ſicut in præcedente propoſitione forma extenſa per lineam b e refringitur per lineam e a. Si itaq; forma puncti a refringitur ad uiſum b ex alio puncto circuli c d e, quàm ex puncto e: tunc utiq; forma puncti b refringeretur ad uiſum a ex eodem puncto, ut oſtenſum eſt in 9 huius: ſed iam in præcedente declaratum eſt hoc eſſe impoſsibile. Forma enim extẽſa per lineam b e, & refracta per lineam e a, per præcedentem proximam non poteſt refringi ad uiſum exiſtẽtem in puncto a ab alio puncto circuli c d e, neq; ex alio puncto ſuperficiei corporis diaphani: quoniam in ſuperficie refractionis ſolus cadit ille circulus. Non ergò refringetur forma puncti a ad uiſum exiſtentem in puncto b ex alio puncto circuli c d e, niſi ex puncto e: & unica tantùm uidebitur imago. De diuerſitate quoq; locorum imaginum eſt item, ſicut in præmiſſa, declarandum. Patet ergo propoſitum.

25. Cum ſuperficies ſphærica conuexa corporis diaphani denſioris aere fuerit oppoſita uiſui exiſtenti extra circulum cõmunis ſectionis ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici diaphani denſioris: poſsibile eſt lineam rectam taliter ſiſti, ut aliquis ipſius punctus directè, & diuerſa puncta eiuſdem lineæ uideãtur refractè: totaq́ue forma illius lineæ refringatur à portione ſuperficiei corporis illius terminata circulo non magno: & locus imaginis ſuæ ſit in centro uiſus. Alhazen 29 n 7.

Eſto communis ſectio ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici conuexi denſioris diaphani quàm eſt aer, circulus g e d, cuius centrum ſit z: ducaturq; ſemidiameter z e: ſuper cuius terminum e fiat per 23 p 1 angulus z e k æqualis maximo angulo incidentiæ, quem continet linea extenſionis formæ puncti rei exiſtentis ſub illo diaphano, ad uiſum exiſtentem extra illud diaphanum in aere uel in alio diaphano rariori, cum linea perpẽdiculari ducta à puncto e ſuper ſuperficiem illius corporis, à qua fit refractio: fiatq; angulus k e t per eandem 23 p 1 æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui poteſt fieri inter corpora diaphana quæcunq; data, ut inter aquam & aerẽ, uel econuerſo: hoc autem eſt poſsibile: quoniam omnes iſti anguli per 8 huius ſunt noti. Et à puncto z centro corporis groſsioris ducatur linea æquidiſtans lineæ e t per 31 p 1: quæ producta ex utraque parte ad circumferentiam ſit g z d: & linea e z ex parte puncti e protrahatur extra corpus illud uſq; ad h punctum. Cum itaque, ut patet ex præmiſsis, proportio anguli z e k ad duplum anguli k e t ſit ma-

xima proportio, quàm angulus incidentiæ, quem continet linea, per quam extenditur forma puncti rei uisæ ad superficiem corporis, à qua refringitur, cum linea perpendiculari à puncto refractionis super superficiem illius corporis educta, possit habere ad angulum refractionis, quem exigit ille angulus incidentiæ quo ad sensum (anguli enim refractionis, qui fiunt inter duo corpora diuersæ diaphanitatis, à luce transeunte per illa corpora diuersantur, quorũ diuersitas quo ad sensum, habet finem, quem si angulus excesserit: tunc sensus non comprehendet quantitatem refractionis: cõprehendet enim directè cẽtrum lucis transeuntis per illa duo corpora in rectitudine lineæ, per quam extenditur: & hoc plenius experiri potest per instrumentum, quo superius usi sumus) & cum, ut patet ex præmissis, angulus e z d sit maior angulo k e t: ponatur ergo angulus d z t æqualis angulo k e t per 27 th. 1 huius. Quia itaq; linea e k concurrit cum linea e t: patet per 2 th. 1 huius quia concurrit cũ linea a d eius æquidistante: sit ut concurrat in puncto b. Similiter quoq; linea z t cõcurret cum linea e t: sit, ut concurrat in puncto t. Et quia lineæ e b & z e sunt inter duas lineas æquidistantes, & in eadem superficie: patet quòd ipsæ se intersecant: sit pũctus sectionis k: eritq; per 32 p 1 angulus z k e æqualis duobus angulis k z b & k b z: sed angulus k b z est per 29 p 1 æqualis angulo k e t: angulus ergo z k e est æqualis duplo anguli k e t: ergo per 7 p 5 erit proportio anguli z e k ad angulum z k e maxima proportio, quę est possibilis inueniri inter angulum incidentiæ (quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis exiens à loco refractionis) & inter angulum refractionis, quem exigit ille angulus incidentiæ. Item à puncto e per 31 p 1 ducatur linea æquidistans lineæ t z, quæ per 2 th. 1 huius cõcurret cum linea z g uersus punctum g: sit itaq; punctus concursus a: & extrahatur linea b e extra circulum g e d usq; ad punctum l: erit ergo an-

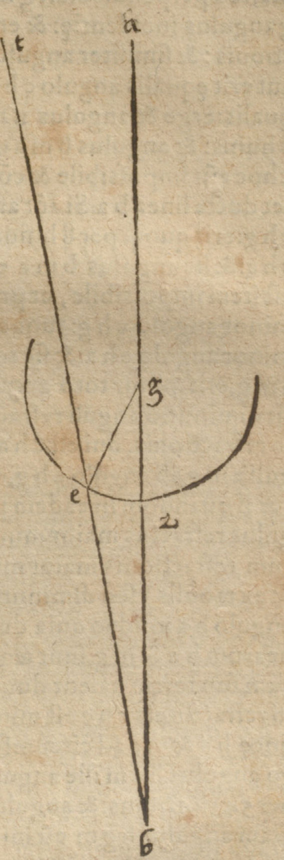


gulus l e a æqualis angulo z k e per 29 p 1: & angulus l e h æqualis est angulo z e k per 15 p 1. Erit ergo, ut patet ex præmissis, angulus l e a angulus ille refractionis, quem exigit angulus l e h: quoniam per 15 p 1 angulus l e h est æqualis angulo z e k, qui acceptus est talis, ut proponitur. Si itaque centrum uisus fuerit in puncto a, aliquo scilicet puncto aeris, & corpus diaphanum densius aere (cuius conuexum est ex parte uisus a) fuerit continuatum usque ad punctum b, & non fuerit distinctum apud circulum g d e ex parte b, ita ut diuersitas alterius diaphani non impediat naturam refractionis: tunc forma puncti b extenditur per lineam b e, & refringitur per lineam e a: & comprehenditur à uisu in puncto a per lineam e a. Et quoniam angulus refractionis, qui est a e l, potest diuidi pluribus portionibus earum, quæ possunt esse inter angulos refractionis & angulos incidentiæ, quos continent dictæ perpendiculares cum lineis, per quas incidunt formæ corporibus diaphanis, à quarum superficie refringuntur: in linea itaque d b erunt plura puncta, quorum formæ extenduntur ad arcum g e, & refringuntur ab illo ad uisum a: & forma totius lineæ d b, in qua sunt omnia illa puncta, refringuntur ad uisum a ex arcu g e. Si itaque figatur linea a g b, & reuoluatur trigonum a e b in circuitu lineæ a b fixæ, & pars superficiei corporis diaphani, quæ est ex parte rei uisæ, fuerit sphærica: tunc punctum e, quod est punctum refractionis, signabit motu suo in superficie corporis sphærica conuexa circulum ex parte uisus a, à quo tota refringetur forma puncti b ad uisum a: sed locus imaginis in tota peripheria circuli refractionis erit unus: quoniam, ut patet per 15 huius, locus imaginis est centrum uisus, in quo concurrit linea extensionis formæ, quę est e a, & perpẽdicularis b z a. Similiterq; formæ omnium punctorum lineæ d b, excepto puncto d, refringuntur ab aliquo puncto arcus e g, secundum quod præmissum est: & locus imaginis omnium illorum punctorum semper erit in centro uisus: & sic tota imago illius rei uisæ est una. Comprehenditur itaq; forma huius rei uisæ ab ipso uisu formæ circularis apud circulũ refractionis: & unicus eius punctus superior circa punctum d uidetur in rectitudine perpendicularis, transeuntis per centrum uisus & rem uisam. Cum ergo centrum uisus fuerit in uno corpore diaphano, & res uisa fuerit in alio diaphano densiori: & superficies corporis diaphani densioris, quæ est ex parte uisus, fuerit sphærica conuexa: fueritq; uisus extra circulum, cuius conuexum est ex parte uisus: fueritq; ille circulus remotior à uisu quàm pũctum remotius formæ (cuius fit refractio, ut est in proposito punctum b) distans fuerit à duobus punctis sectionis factæ inter perpendiculares & circumferentiam: & cũ corpus diaphanũ densius, quod est à parte rei uisæ, fuerit totũ continuũ usq; ad locũ, in quo est res uisa, nec fuerit in aliquo puncto mediũ intercisum: tunc uisus cõprehendet formã illius rei uisæ & uerè & refractè: & locus imaginis illius rei uisæ erit in cẽtro uisus: uidebitur aũt in superficie uisus. Quod est propositũ. Si uero sic accidat, ut perpẽdicularis ducta à re uisa super superficiẽ corporis, à qua fit refractio, æquidistet alicui illarum linearũ, per quas forma peruenit ad uisum, & alicui non: possibile erit, ut forma rei uideatur partim in superficie corporis, à quo fit refractio, & partim

partim in ſuperficie uiſus : & hoc erit ut monſtruoſum. Huiuſmodi quoq; infinitá accidunt ſecundum diuerſitatem lineæ perpendicularis, reſpectu lineæ extenſionis ipſius formæ. Eodem quoq; modo demonſtrandum eſt, ſi punctus rei uiſæ fuerit in diaphano rariori, & centrum uiſus in diaphano denſiori, diſpoſita figura ſecundum diſpoſitionem illorum angulorum, qui tali pertinent refractioni.

26. Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diaphani, à quo fit refractio, exiſtente circulo, punctoq; rei uiſæ exiſtente in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper concauam ſuperficiem corporis diaphani oppoſitam uiſui: forma rei uiſæ rectè occurret uiſui, & à nullo puncto fiet refractio: una quoq; tantùm uidebitur imago. Alhazen 30 n 7.

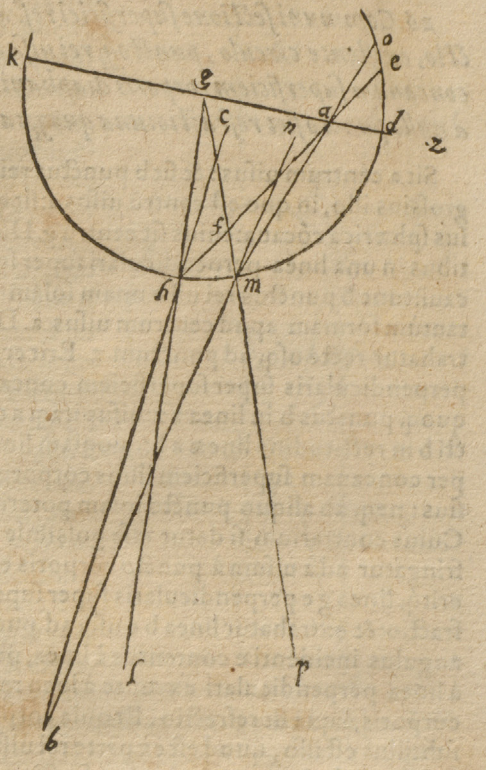
Sit a centrum uiſus : & ſit b punctus rei uiſæ ultra corpus diaphanum, quod ſit, exempli cauſſa, groſsius illo, in quo eſt centrũ uiſus a: ſit quoq; corporis groſsioris ſuperficies, quæ eſt ex parte uiſus ſphærica cõcaua: cuius ſit centrũ g. Dico quòd pũctis a & b exiſtentibus in una linea perpendiculari ſuper ſuperficiẽ illius corporis concaui: tunc b punctus rei uiſæ unam ſolam habebit imaginem, & unam tantùm formam apud centrum uiſus a. Ducatur enim linea a g: & extrahatur rectè uſq; ad punctum z. Erit ergo per 72 th.1 huius linea a z perpendicularis ſuper ſuperficiem concauam corporis diaphani. Sit quoq; punctus b in linea a z: uiſus itaq; a comprehendet formam puncti b in rectitudine lineæ a b: quoniam linea a b eſt perpendicularis ſuper concauam ſuperficiem illius corporis, quod eſt diaphanum groſſius: neq; ab aliquo puncto ipſam poterit comprehendere refractam. Cuius contrarium ſi detur eſſe poſsibile: eſto, ut forma puncti b refringatur ad a uiſum à puncto corporis e: & ducantur lineæ b e & g e: eritq; linea g e perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio: & extrahatur linea b e uſq; ad punctum t: angulus itaq; t e g eſt angulus incidentiæ contentus à linea, per quam extenditur forma, & à linea perpendiculari exeunte à loco refractionis ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio. Et quia corpus, quod eſt ex parte uiſus a, ſubtilius eſt illo, quod eſt ex parte rei uiſæ, in qua eſt punctum b: palàm per 4 huius quoniam erit refractio ad partem contrariam illi parti, in qua eſt perpendicularis, quæ e g: & linea e t non concurrit cum linea b a aliquo modo. Forma ergo puncti b non refringitur ad uiſum a. Non ergo cõprehendet uiſus ipſam refractè, ſed ſolùm rectè: non ergo habebit apud uiſum a punctum b niſi unam ſolam formam & unam imaginem. Si uerò corpus, in quo eſt res uiſa, fuerit rarius corpore, in quo eſt centrũ uiſus, adhuc eadem eſt demonſtratio : nec enim adhuc perueniet refractio ad centrum uiſus. Patet ergo propoſitum.



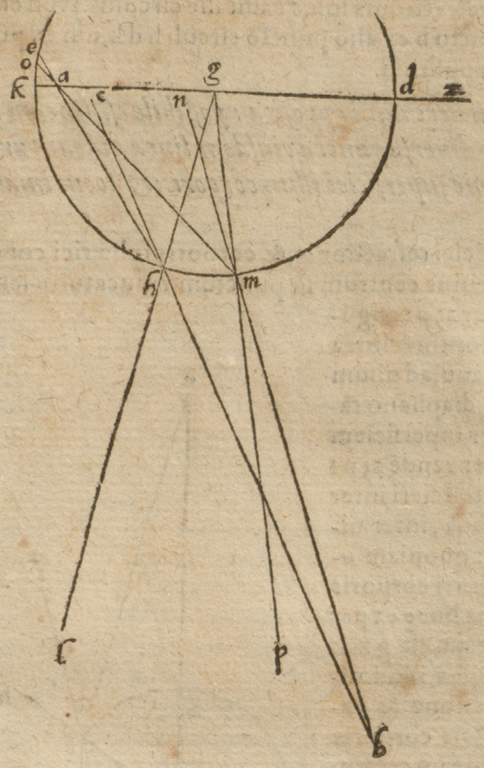
27. Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diaphani, à quo fit refractio, exiſtente circulo, punctoq; uiſo iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem concauam oppoſitam uiſui corporis groſsioris diaphano contingente uiſum: ab uno tantùm puncto fiet refractio: & unica refracta uidebitur imago: loco tamen imaginis diuerſificato ſecundũ diuerſitatem loci puncti uiſi. Alhazen 31 n 7.

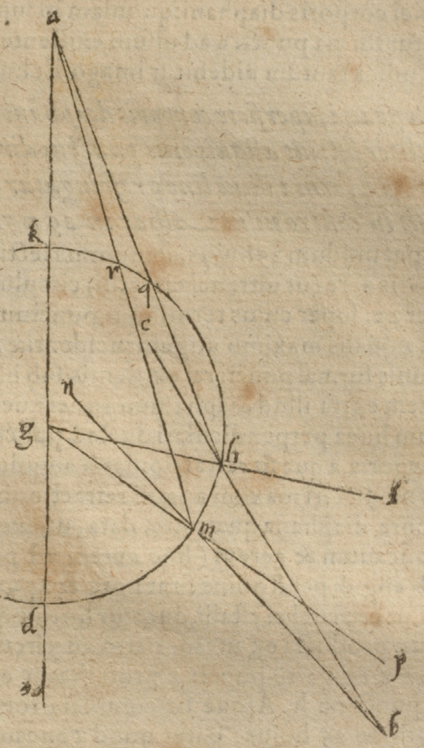
Eſto diſpoſitio, quæ in præcedente : & ſit punctus b extra lineam a z. Et quoniam, ut patet per 2 th. huius, omnis ſuperficies refractionis perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem corporis, à quo fit refractio, ſit per 69 th.1 huius communis ſectio ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei concauæ corporis diaphani, à quo fit refractio, circulus h d k, cuius centrum ſit g: & ſit punctus refractionis formæ puncti b ad uiſum a punctum h. Dico quòd nõ fiet refractio formæ puncti b ad uiſum a ex alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h. Si enim hoc ſit poſsibile, ſit illud aliud punctum refractionis m: & ducãtur lineæ a h, b h, g h, a m, b m, g m: ſecetq; linea h a lineã m g in pũcto f: & protrahatur linea b h intra corpus diaphanum reliquum ad punctum c: & linea b m ad punctum n: & linea g h ad punctũ l: & linea g m ad punctũ p: ſecet quoq; linea a g protracta ultra punctũ g circumferentiã circuli in puncto k. Aut igitur centrum uiſus a erit in linea k d, quę eſt diameter circuli: aut extra illam ultra punctum k. Si uiſus a fuerit in linea k d: tunc aut erit in centro g: aut in altera duarum linearum g k uel g d. Si ergo fuerit a centrũ uiſus in centro g: tunc forma puncti b non refringetur ad uiſum a per pręmiſſam proximã propoſitionem: lineæ enim continuantes corpus diaphanũ ſphæricũ cũ centro g, per 72. th.1 huius ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiẽ corporis, quod eſt ex parte uiſus: non fit autem aliqua refractio formarum incidentium ſecundum lineas perpendiculares,

ut ibi ostensum est. Forma itaq; puncti b non refringetur ad uisum a in centro corporis diaphani existentem. Quòd si uisus a fuerit in linea g d: tunc linea h c erit inter duas lineas h a & h g: & similiter linea n m erit inter duas lineas m a & m g: quoniam per 4 huius & ex hypothesi refractio fit ad partem contrariá parti ambarũ perpendicularium, quæ sunt h g & m g: corpus enim diaphanũ, quod est parte uisus a, est subtilius illo corpore diaphano, quod est ex parte rei uisæ. Si autem linea h c fuerit inter duas lineas h a & h g, & a centrum uisus fuerit in linea g d: tũc angulus b h a erit ex parte puncti d, scilicet respiciens punctũ d: & similiter angulus b m a erit ex parte puncti d: & erit punctum b ultra lineam g h l uersus punctũ k: quod patet per 15 p 1. Si enim linea h c cadit inter lineas h a & h g: tunc oportet quòd linea h b cadat inter lineas h l & g k: & erit angulus c h g angulus incidentiæ contentus à linea, per quam extenditur forma, & à perpendiculari g h: & similiter erit angulus n m g angulus incidentię: & erit angulus c h a angulus refractionis: & similiter angulus n m a. Angulus uerò n m g aut erit ęqualis angulo c h g: aut maior: aut minor. Si æqualis: ergo & angulus n m a erit æqualis angulo c h a p 8 huius: & angulus b m a erit æqualis angulo b h a p 13 p 1: hoc aũt impossibile & cõtra 33 th. 1 huius, & 21 p 1, ut patet ducta linea b a. Si aũt angulus n m g sit maior angulo c h g: erit quoq; per 8 huius angulus n m a maior angulo c h a: & sic angulus b m a erit minor angulo b h a: quod est item impossibile, ut prius. Quòd si angulus n m g sit minor angulo c h g: tunc angulus n m a per 8 huius erit minor angulo c h a: & sic totus angulus refractus, qui est a m g, erit minor toto angulo refracto, qui est a h g: & erit diminutio anguli refractionis, qui est n m a, ab angulo refractionis, qui est c h a, minor quàm diminutio anguli a m g ab angulo a h g, qui ambo sunt anguli refracti: (& si quandoq; in eadem proportione plus excedit angulus refractus maior minorem, quàm illorum angulorum refractionis maior minorem, ut patet per 8 huius, & ex tabulis) sed diminutio anguli a m g ab angulo a h g est æqualis diminutioni anguli h g m ab angulo h a m: ideo quia duo anguli contrapositi, qui sunt ad punctum f, punctũ scilicet sectionis linearum h a & m g, sunt æquales per 15 p 1, & reliqui duo anguli trigonorum g f h & a f m cuiuslibet cum suo tertio ualent duos rectos per 32 p 1. Diminutio itaq; anguli refractionis, qui n m a, ab angulo refractionis a h c est minor quàm diminutio anguli h g m ab angulo h a m. Educantur itaq; duæ lineę h a & m a ad circumferentiá circuli: & incidat linea a h puncto e: & linea m a puncto o: erit ergo angulus h a m ille angulus, quem respiciunt in circumferentia circuli h d k duo arcus h m & o e per 54 th. 1 huius: & angulũ h g m respicit in circumferentia arcus h m duplicatus per 20 p 3. Et quoniam angulus h g m est minor angulo h a m: ideo quia, ut patet ex præmissis, angulus a h g est maior angulo a m g: patet per 33 p 6 quia arcus duplicatus h m est minor duobus arcubus h m & e o: & erit diminutio arcus duplicati h m à duobus arcubus h m & e o, diminutio arcus h m ab arcu e o: quoniam arcus h m utrobiq; est communis. Ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a erit minor angulo, quem respicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o: sed angulus, quem respicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o est minor angulo h a m, ut patet ex præmissis: ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a erit minor angulo h a m: ergo per 13 p 1 excessus anguli b m a supra angulum b h a est minor angulo h a m: sed excessus anguli b m a supra angulum b h a per 33 th. 1 huius sunt duo anguli h a m & h b m: ergo illi duo anguli sunt minores angulo h a m, totum sua parte: quod est impossibile. Quòd si centrum uisus a, fuerit in linea g k: tunc, sicut prius ostensum est, linea h c erit inter duas lineas h g & h a: & linea m n erit inter duas lineas m g & m a: erit ergo angulus b h a ex parte puncti k: & similiter angulus b m a erit ex parte puncti k: & erit punctũ rei uisæ, quod est b, infra lineam g m p ex parte d: & itẽ, ut prius, anguli c h g & n m g sunt anguli incidentię contenti à lineis, per quas extenditur forma, & à perpendicularibus exeuntibus à punctis refractiõis: & anguli c h a & n m a sunt anguli refractiõis. Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g: tũc erit, ut prius, per 8 huius angulus c h a æqualis angulo n m a: & sic item per 13 p 1 angulus b h a erit æqualis angulo b m a: quod est impossibile & contra 21 p 1 ducta linea b a, ut suprà Si uerò angulus c h g est maior angulo n m g: tũc per 8 huius angulus c h a erit maior angulo n m a: & sic itẽ angulus b h a erit minor angulo b m a: quod est impossibile, ut suprà. Quòd si angulus c h g fuerit minor angulo n m g: tunc angulus c h a est minor angulo n m a: & sic totus angulus g h a erit minor totali angulo g m a: eritq; tũc modo pręostenso angulus h g m minor angulo h a m. Ergo diminutio anguli h g m ab angulo h a m erit minor q̃ angulus g m a: & diminutio anguli c h a ab angulo n m a est minor q̃ diminutio anguli g h a ab angulo g m a: est ergo



est ergo minor quàm diminutio anguli h g m ab angulo h a m: ergo diminutio anguli c h a ab angulo n m a est minor quàm angulus g m a. Sed diminutio anguli c h a ab angulo n m a est excessus





anguli b h a supra angulũ b m a p 13 p 1: excessus uerò anguli b h a supra angulum b m a sunt duo anguli h a m & h b m per 33 th. 1 huius: ergo isti duo anguli simul sumpti sunt minores angulo h a m, totum sua parte: quod est imposibile. Si uerò centrum uisus a fuerit extra diametrum k d: hoc erit ad partem k, quæ respicit partem concauam superficiei sphæræ diaphanæ: quoniam ad partem z est conuexitas sphæræ corporis diaphani, à cuius superficie fit refractio. Si itaq; tunc corpus diaphanum, in quo est centrum uisus a, fuerit continuum ad uisum a, ducantur duæ lineæ a h & a m. Et quoniam illæ lineæ non sunt contingentes circulum d m k: palàm per 57 th. 1 huius quoniam circulum secabunt: secetq; ipsum linea a h in puncto q: & linea a m in puncto r: & producantur aliæ lineæ, ut prius. Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g: tunc angulus b h a est æqualis angulo b m a: quod est imposibile, ut prius. Et si angulus c h g fuerit maior angulo n m g, & angulus c h a erit maior angulo n m a: erit ergo per 13 p 1 angulus b h a minor angulo b m a: quod item est imposibile, ut suprà. Si uerò angulus c h g fuerit minor angulo n m g: erit angulus c h a minor angulo n m a: & totus angulus g h a minor toto angulo g m a: ergo, ut prius, erit angulus h g m minor angulo h a m: sed angulus h g m est ille, quẽ apud circumferentiã respicit arcus h m duplicatus: & angulus h a m est ille angulus, quẽ respicit in circumferẽtia excessus arcus h m supra arcũ r q, ut patet p 55 th. 1 huius: ergo arcus h m duplicatus est minor excessu arcus h m supra arcũ r q: qđ est imposibile: quoniam sic sequitur totum esse minus sua parte. Vbicunq; ergo secundum hypothesim præmissam sit punctum rei uisibilis, quod est b, extra perpendicularem ductam à centro uisus a super superficiem corporis diaphani oppositi uisui: patet quia imago formæ puncti b non refringitur ad uisum a, nisi ab uno tantùm puncto: & erit una tantùm imago refracta. Diuersificabitur quoq; semper locus imaginis secundum diuersitatẽ concursus perpendicularis ductæ à puncto b rei uisæ super superficiem corporis diaphani, à quo fit refractio, cum linea, per quam extenditur forma ad centrum uisus a: eritq; locus imaginis quandoq; retro uisum: quandoq; ante uisum: quandoque in centro uisus. Et si illas lineas contingat fieri æquidistantes, ut non concurrant: erit locus imaginis in puncto refractionis: scilicet in superficie corporis, à qua fit refractio, ut hæc omnia declarata sunt per 16 huius. Patet ergo propositum.

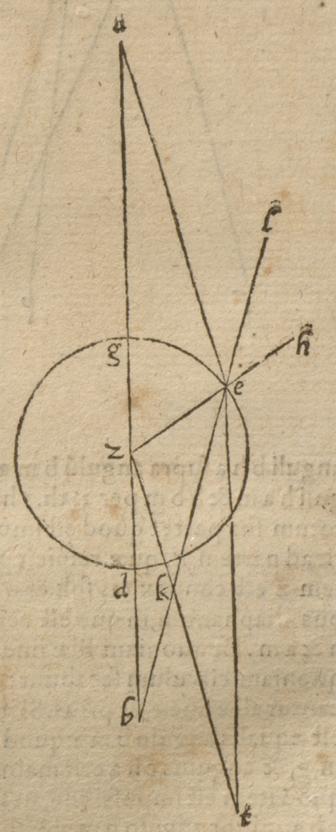
28. Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à quo fit refractio, existente circulo, punctoq; rei uisæ iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super concauam superficiem, oppositam uisui corporis rarioris diaphano cõtingente uisum: ab uno tantùm puncto fiet refractio: & unica refracta uidebitur imago. Alhazen 32 n 7.

Remaneat omnis dispositio proximæ præcedentis, nisi quòd punctum b sit centrum uisus, & a sit punctũ rei uisę. Refringatur itaq; forma puncti a à puncto superficiei corporis diaphani, quod est h: & erit linea refracta, quę a h b: forma itaq; extensa per lineã a h, refringitur p lineã h b: sicut in precedẽte figuratiõe forma extensa p lineã b h, refringitur p lineã h a. Si itaq; forma pũcti a refringitur ad uisum b ex alio pũcto circuli h d k, q̃ ex puncto h: tũc utiq; forma pũcti b refringitur ad uisum existentem

stentem in puncto a ex eodem puncto, ut patet per 9 huius: sed iam in precedente declaratum est hoc esse impossibile. Forma enim extensa per lineam b h & refracta per lineam h a, nō potest refringi ad uisum in punctum h ab alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h: neq; ex aliquo alio puncto superficiei corporis diaphani: quoniam in superficie refractionis solus cadit ille circulus. Non ergo refringitur forma puncti a ad uisum existentem in puncto b ex alio puncto circuli h d k, nisi ex puncto h: & unica tantùm uidebitur imago. Et hoc est propositum.

29. Concaua superficie corporis diaphani densioris aere uisui opposita: possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis eius punctus directè, & diuersa puncta eiusdem lineæ uideantur refractè: totaq; forma illius lineæ refringatur à portione superficiei illius corporis: & locus imaginis suæ sit in centro uisus. Alhazen 29 n 7.

Esto per modum 25 huius, communis sectio superficiei refractionis, & corporis sphærici concaui densioris aere (ut uitri uel crystalli) circulus g e d, cuius centrum sit punctum z: ducaturq; semidiameter z e: super cuius terminum, punctum e fiat per 23 p 1 angulus z e k æqualis maximo angulo incidentiæ, quem continet linea extensionis formæ puncti rei existentis sub illo diaphano, ad uisum existentem extra illud diaphanum in aere uel in alio diaphano rariori, cum linea perpendiculari ducta à puncto e super superficiem illius corporis, à qua fit refractio: fiatq; angulus k e t per eandē 23 p 1 æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui potest fieri inter illa corpora diaphana quæcunq; data, ut, exempli caussa, inter uitrum concauum & aerem (hoc autem est possibile: quoniam omnes isti anguli per 8 huius sunt noti) & à puncto z centri corporis concaui, ut uitri uel crystalli, ducatur linea æquidistans lineę e t per 31 p 1, quæ producta ex utraq; parte ad circumferentiam sit g z d: & linea e z ex parte puncti e protrahatur extra corpus illud usque ad punctum h. Atque sic completa totali figuratione & demonstratione 25 huius: patet quòd concaua superficie corporis diaphani densioris aere uisui opposita, possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis eius punctus uideatur directè, & diuersa puncta eiusdem lineæ uideantur refractè: totaq; forma illius lineæ refringatur ab una portione superficiei illius corporis concaui uitrei uel crystallini, terminata ad circulum non magnum illius sphæræ: & quòd punctus d uidetur secundum perpendicularem a d sine refractione: omnium uerò aliorum punctorum lineæ d b formæ refringuntur. Perpendiculares quoq; omnium illorum punctorum sunt in linea b a concurrentes cum lineis, per quas ueniunt formæ ad uisum in ipso centro uisus puncto a. Patet itaq; propositum per 15 th. huius. Ex præmisis itaq; octo theorematibus patent passiones occurrentes uisui propter medium secundi diaphani, in quo res est uisa, cuius figura est sphærica, siue sit conuexa, siue concaua. Et quando corpore secundi diaphani existente figuræ columnaris uel pyramidalis, communis sectio superficiei refractionis est linea recta: tunc omnino uniformis passio accidit uisui per illa, sicut accidit per corpora alia diaphana planarum superficierum, quarum communis sectio & superficiei refractionis est linea recta, & eodem modo demonstrandum. Quando uerò illa communis sectio est circulus: tunc accidunt eadem in corporibus columnaribus diaphanis, quæ accidunt in corporibus sphæricis concauis uel conuexis: præter hæc quòd à circumferentia unius circuli superficiei corporis secūdi diaphani nō potest in talibus corporibus fieri refractio ad uisum, sicut ostendimus in 23 huius à corporibus sphæricis conuexis fieri. In corporibus uerò pyramidalibus diaphanis concauis uel conuexis non potest communis sectio superficiei refractionis & superficiei illius corporis esse circulus, sicut ostensum est in superficiebus reflexionum per 12 th. 7 & 2 th. 9 huius: quoniam etiam omnes superficies refractionum erectæ sunt super superficies corporum, à quibus fit refractio, ut patet per 2 huius: unde istæ passiones non pertinent ad illa. Quòd si communis sectio superficiei corporis diaphani & superficiei refractionis in corporibus columnaribus uel pyramidalibus diaphanis fuerit sectio oxygonia: ab uno tantùm puncto fiet refractio, sicut nunc ostendimus in circulis uel conuexis uel concauis. Et imago formæ rei uisæ quandoq; uidebitur intra corpus diaphanum: quandoq; inter uisum & corpus diaphanum: quandoq; in superficie ipsius corporis diaphani: quandoque in superficie ipsius uisus, sicut acciderit lineam perpendicularem ductam à puncto rei uisæ super superficiem corporis diaphani concurrere uel æquidistare lineæ extensionis ipsius formæ, per quam forma peruenit ad uisum: unde non duximus talibus amplius immorandum.



30. Superficiebus corporum diaphanorum oppositorum uisui diuersarum figurarum, uel ipsis corpori-

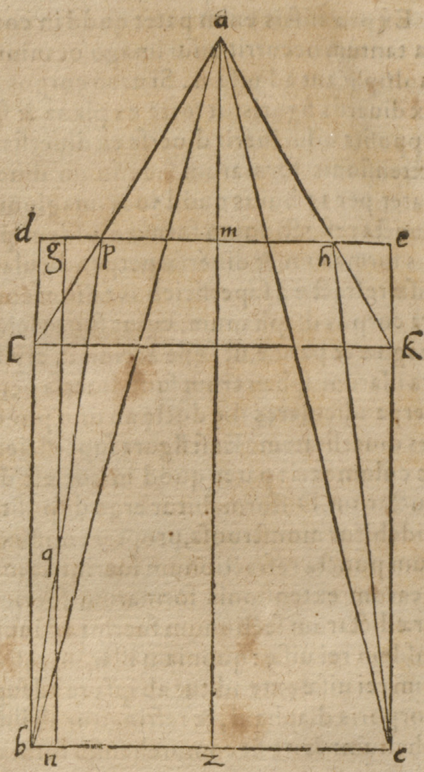
corporibus diuersæ diaphanitatis existentibus: loca imaginum formarum trans illa corpora uisarum diuersantur: & occurunt uisui formæ monstruosæ & imagines numeratæ numero punctorum refractionis. Alhazen 33 n 7.

Ex præmissis enim patet quòd in corporibus diaphanis, quæ sunt unius figuræ & substantiæ, una tantùm occurrit uisui imago omnium corporum, quorum formæ trans illa corpora diaphana se multiplicant ad uisum. Si uerò corpus diaphanum, per quod fit uisio, fuerit superficiei compositæ ex diuersis figuris: ut fortè ex plana & sphærica, uel ex sphærica & columnari: tūc (cum superficies opposita uisui fuerit diuersa ex diuersis figuris composita, & natura perpendicularium & linearum extensionis formarum secundum diuersitatem figurarum ipsarum superficierum diuersificetur) patet per 15 huius quòd loca imaginum formarum uisarum diuersantur: & fortasse diuersa erunt puncta refractionum formæ eiusdem puncti rei uisæ ad eundem uisum, & diuersæ lineæ extensionis formarum, & diuersæ perpendiculares: propter quod plures uidebuntur imagines eiusdem rei uisæ refractæ à superficiebus talium corporum. Vnde si quis aspexerit aliquod uisibile existens ultra corpus diaphanum, cuius superficies opposita uisui, sit figuræ compositæ ex superficie sphæræ magnæ & paruæ, ut sæpe accidit in crystallis uel alijs lapidibus diaphanis & uitris: patet quòd centra illarum sphærarum sunt diuersa per 81 th.1 huius: illæ enim sphæræ se intersecant. Erunt ergò perpendiculares illę ductę ab uno puncto rei uisę super superficiem illius corporis magnam habentes diuersitatem. Et si figura superficiei illorum corporum fuerit composita ex superficie sphærica & columnari: patet quòd maior est diuersitas & punctorum refractionis & perpendicularium ductarum. Difformabitur ergò dispositio imaginū trans hæc corpora diaphana: & fortè illa forma uidebitur monstruosa, propter confluxum diuersarum imaginum ad constitutionem unius formę; cum puncta refractionum fuerint adinuicem propinqua, & intersectiones perpendicularium & linearum extensionis formarum fuerint adinuicem propinquæ. Si uerò puncta refractionum uel prædictarum sectionum fuerint ad inuicem sensibiliter distantia: tunc uidentur plures imagines eiusdem rei uisæ: quoniam illarum refractio non est una, neq; unitur, sed remanet diuersa. Forma enim rei uisæ extenditur ab ipsa re ad superficies sphæricas uel columnares uel alterius figurę ipsius corporis diaphani, & refringitur ab illis apud concauitatem aeris contingentis illud corpus diaphanum: & ita fit comprehensio formarum eiusdem rei ex diuersis refractionibus: unde imagines diuersæ fiunt numeratæ numero punctorum refractionis. Idem quoq; accidit si corpus diaphanū uniforme in superficie, fuerit diuersæ diaphanitatis: scilicet in una sui parte densius, & in alia parte rarius: tunc enim secundum unam sui partem fit refractio ad partem perpendicularis, & in alia sui parte ad partem contrariam: & sic iterum aut formæ fiunt monstruosæ: aut fortè aliter diuersæ & numero differentes. Patet ergo propositum.

31. Cōmuni sectione superficiei refractionis & superficiei corporis, à quo fit refractio existente linea recta: uisu quoq; existente in perpendiculari exeunte à medio puncto lineæ uisæ super planam superficiem corporis diaphani, à qua forma illius lineæ refringitur ad uisum, si linea uisa æquidistans fuerit superficiei corporis diaphani cuiuscūq; siue densioris siue rarioris primo: imago refracta rei uisæ comprehenditur maior re uisa. Alhazen 39 n 7.

Esto punctus a centrum uisus: & sit linea uisa in medio secundi diaphani, quæ b c: cuius medius punctus sit z: sitq; cōmunis sectio superficiei refractionis & planæ superficiei corporis diaphani linea d e: ducaturq; à puncto z, quod est medius punctus lineæ b c, linea perpendicularis super lineam d e per 12 p 1: quæ sit z m: quæ producatur ultra punctum m. Erit itaq; linea z m perpendiculariter erecta super superficiem corporis planam, in qua est linea d e: quoniam superficies refractionis, in qua producitur linea z m, & in qua est linea e d, erecta est super illam superficiem corporis diaphani per 2 th. huius: sitq; linea b c æquidistans lineæ d e. Existente itaq; centro uisus a in linea z m: dico quòd linea b c uidetur maior quàm sit secundum ueritatem. Nec enim transit per centrū uisus, quod est a & per aliquod punctum lineæ b c, præter punctum z, superficies; quæ sit erecta super superficiem corporis diaphani, nisi sola superficies refractionis, in qua sunt lineę a z & b c. Non enim transit per a superficies erecta super superficiem corporis diaphani, nisi illa, quæ transit per lineam a z, quæ est linea perpendicularis super superficiē corporis diaphani: nec exit à puncto a perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi linea a z per 20 th. 1 huius. Non ergo transit per punctū a aliqua superficies perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi solū illa, quæ transit per lineam a z: & non transit aliqua superficies per aliquod punctum lineę b c, aliud à puncto z, & per lineam a z, nisi solùm illa superficies, in qua sunt duæ lineę a z & b c. Non transit ergo per uisum a & per aliquod punctū lineæ b c, præter punctū z, superficies aliqua perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi solùm illa, in qua sunt lineę a z & b c. Non ergo refringitur forma alicuius punctorū, quę sunt in linea b c, nisi ex aliquo punctorū lineę d e. Ducantur itaq; per 11 p 1 ex prædictis punctis b & c duæ perpendiculares super lineam d e: quæ, ut patet ex præmissis, necessariò cadunt in illā: & sint lineæ b d & c e. Et quoniā lineę b c & d e sunt ęquidistantes ex hypothesi, & lineę b d & c e sunt æquidistantes per 28 p 1: patet quia quælibet illarum linearum, quę sunt b d & c e, æquidistant lineæ a z per eandem 28 p 1. Et patet quòd non refringetur forma puncti b ad uisum

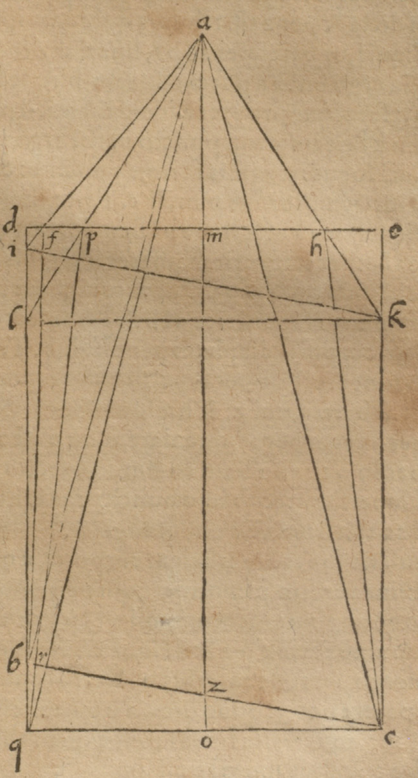
ad uisum a ex puncto d per 3 huius: neq; forma puncti c à puncto e: quoniã lineæ c e & d b sunt perpendiculares super superficiem corporis diaphani: nulla aũt perpendicularis refringitur in aliquo corpore medio. Sit itaq;, ut forma puncti b refringatur ad uisum a ex puncto p, & forma puncti c ex puncto h: & ducantur lineæ b p, p a, c h, h a: & protrahatur linea a p ultra punctum p ad perpendicularem b d. Et quoniam linea p a cõcurrit cum linea z a: patet per 2 th.1 huius quoniam ipsa concurret cum eius æquidistante, scilicet linea b d: sit ergo concursus in puncto l. Et eadẽ ratione concurret linea a h cũ linea e c in puncto k: eritq; per 15 th. huius hoc punctum l imago formæ puncti b: & punctũ k imago formæ puncti c. Quia uero linea a z est perpendicularis super lineam b c, erit per 4 p 1 linea c a æqualis lineæ b a: æqualiter ergo distant puncta b & c à puncto a. Puncta itaq; refractionis, quæ sunt p & h, æqualiter distabunt à puncto a: quoniam medium, per quod fit illorum punctorum formarum diffusio, est uniforme, & linea e d æquidistat lineæ b c. Linea itaq; a p est æqualis lineę a h: ergo per 5 p 1 angulus a p h est æqualis angulo a h p: ergo per 15 p 1 erit angulus d p l æqualis angulo e h k: sed duo anguli p d l & h e k sunt recti: ergo angulus p l d per 32 p 1 est æqualis angulo h k e: ergo per 4 p 6 latera istorũ trigonorum sunt proportionalia, quæ æquos angulos respiciunt. Sed linea p d est æqualis lineæ e h: quia linea p m est æqualis lineæ h m per 26 p 1: trigonorum enim a m p & a m h anguli ad m sunt recti, & anguli a h p & a p h sunt æquales, & latus a m commune, æquale sibijpsi. Est ergo linea p m æqualis lineæ m h. Hoc etiã patet per 31 th.1 huius: isosceles enim est trigonus h a p, & perpẽdicularis est linea a m: trigona ergo partialia sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 (quia latus a m æquale est sibijpsi) erit linea p m æqualis lineæ h m. Est ergo linea e h æqualis lineę p d: patet ergo quoniã linea d l est æqualis lineę e k. Ducatur itaq; linea l k: erit ergo p 33 p 1 linea k l æqualis & æquidistãs lineæ b c. Angulus itaq; k a l est maior angulo b a c p 34 th.1 huius: & linea l k est diameter imaginis lineę b c: nam omne punctũ lineę b c refringitur ad uisum a ab aliquo puncto lineæ p h. Sicut enim forma puncti b refringitur à puncto p, & punctũ z perpendiculariter sine refractione transiens punctum m, peruenit ad uisum a: sic punctum, quod est inter b & z, refringitur ab aliquo puncto lineæ p m, quod est inter puncta p & m: & sicut forma puncti c refringitur ad uisum a à puncto lineæ e m, quod est h: sic omne punctum lineæ c z refringitur ab aliquo puncto lineæ h m: & omne punctum lineæ b z ab aliquo puncto lineæ p m: ut si super lineam b z sit punctum n. Si itaq; dicatur quòd forma puncti n refringatur ab aliquo puncto lineę m d extra lineã m p ex parte d, ut à puncto g: ducatur linea n g. Palàm itaq; quoniam linea n g secabit lineam b p: & sit punctus sectionis q. Forma itaq; puncti n g perueniet ad uisum a ex duobus punctis refractionis, scilicet p & g: quod est contra 20 uel 21 huius, & impossibile. Forma itaq; puncti n non refringetur ad uisum a, nisi ex aliquo puncto lineæ p m, quod est inter puncta p & m. Idẽ quoq; est de omni puncto lineę z c, quod est inter puncta z & c: nullum enim illorum refringitur ad uisum a, nisi ex aliquo puncto lineæ h m, quod est inter puncta h & m. Et quia in linea l k omnes perpendiculares ductæ à punctis lineæ b & c cum lineis refractionis protractis se intersecant: patet quia linea l k est diameter imaginis lineæ b c. Forma itaq; lineę b c uidetur in linea l k maior quàm secundum ueritatem sit linea b c per 20 th.4 huius. Sub maiori enim angulo uidetur: quia angulus k a l est maior angulo b a c per 34 th.1 huius: quod est propositum. Et huiusmodi deceptio accidit uisui propter debilitatem formæ refractæ, ut patet per 10 huius: propter quod assimilat ipsam uisus formæ rei, quæ uidetur à maiori remotione: maior enim distantia debilitat formam. Comprehendit itaq; uisus formam lineæ b c refractiuè ex comparatione anguli k a l maioris angulo b a c, ad distantiam maiorem quàm sit distantia lineæ b c, & ad positionem æqualem positioni b c. Sic itaq; quantitas lineæ b c comprehenditur refractè maior propter magnitudinem anguli, quem facit propinquitas ad uisum, & propter formæ debilitatem, quę caussatur propter refractionem. Et sic uniuersaliter caussa, quare linea b c apparet maior, est refractio formæ suæ in medio secũdi diaphani ad uisum: & est semper demonstratio eadem, siue fiat refractio in superficie secundi diaphani densioris siue rarioris primo, in quo est linea b c: nec enim est aliqua differentia quo ad illud: si tamen fuerit possibile inueniri corpora diaphana taliter collocata, ut superficies plana possit esse in corpore rariore corpore contingente ipsum uisum: sicut accidit cum uitrum planum contingit uisum, ita quòd centrum foraminis uueę in uitri plana superficie collocatur.



32. Cõmuni sectione superficiei refractiõis & corporis, à quo fit refractio existẽte linea recta: uisu quoq; existente in perpendiculari, exeunte à medio puncto lineæ uisæ super planã superficiẽ corporis

corporis diaphani, à qua forma eius refringitur ad uisum, si linea uisa non fuerit æquidistans superficiei corporis diaphani: imago eius comprehẽditur maior ipsa: & maior quàm si esset superficiei corporis diaphani æquidistans. Alhazen 40 n 7.

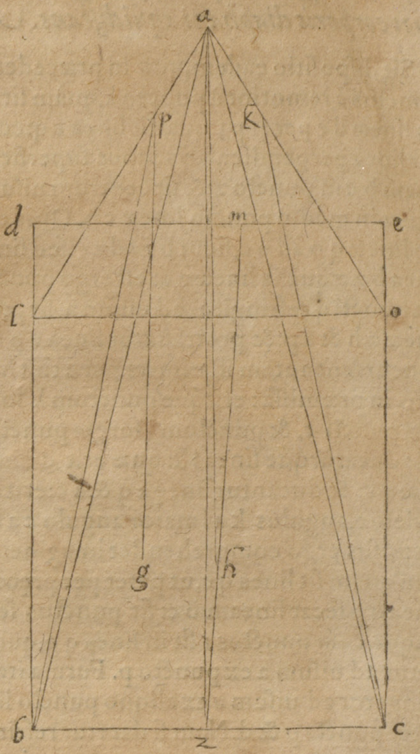
Sit dispositio eadem, quæ in præcedente, nisi quòd linea b c non sit æquidistans lineæ d e, sed sit punctus c remotior à puncto a, quàm sit punctus b: & à puncto c ducatur linea æquidistans & ęqualis lineæ d e per 31 p 1: quæ sit linea c q: cuius medius punctus sit o: & à puncto o per 11 p 11 protrahatur linea perpendicularis super superficiem corporis diaphani, secans lineam d e in puncto m, & lineam b c in puncto z: & sit centrum uisus, quod est a, in illa perpendiculari, quæ est o m: eritque punctus z in medio puncto lineæ c b. Quia enim linea b q est ęquidistans lineæ z o: erit per 2 p 6 proportio lineæ q o ad o c, sicut b z ad z c: sed linea q o, ut patet ex pręmissis, est æqualis lineæ o c: erit ergo linea b z æqualis lineæ z c: est ergo punctus z in medio lineæ c b. Punctus itaque lineæ d e, à quo forma puncti q refringitur ad uisum a, sit p: & punctus, à quo refringitur forma puncti c, sit h: ducãturq; lineæ a h & a p: & protrahatur linea a p ad l punctum lineæ d b: & linea a h ad k punctum lineæ e c: concurrent autem illæ lineæ per 2 th. 1 huius, ut ostendimus in præmissa: eritque punctum k locus imaginis formæ puncti c, & punctum l forma puncti q, per 15 th. huius: ducaturque linea l k: quæ erit diameter imaginis lineæ q c: & ducantur lineę a q & a c: erit itaque, ut in pręcedente, angulus k a l maior angulo c a q per 34 th. 1 huius: uisus ergo comprehendet imaginem lineę q c maiorem quàm sit linea q c, ut patet per pręcedentem. Et quia linea q p secat lineam b c: sit punctus sectionis r: palàm itaque cum punctus r sit in linea q p, quoniam ipse refringetur ad uisum a ex puncto p. Forma itaque puncti b refringetur ad uisum a ex aliquo puncto lineę p d, quod sit inter puncta p & d. Nam si daretur refringi ex aliquo puncto inter p & m: sequeretur propter intersectionẽ lineæ incidentiæ formæ puncti b & lineæ r p unius puncti formam refringi ad uisum à duobus punctis lineę d e, quod est contra 20 uel 21 huius, & impossibile. Refringatur itaque forma puncti b ad uisum a ex f puncto lineæ p d: & ducatur linea a f: quæ protracta ad lineam d e, secabit illam per 14 th. 1 huius: secet ergo in puncto i: eritque per 15 huius pũctus i locus imaginis formæ puncti b: & ducatur linea i k: quæ erit diameter imaginis lineæ b c. Erit quoque situs lineæ i k respectu situs a similis situi lineæ b c. Quia linea i k aut erit æquidistans lineæ b c: aut non erit inter ipsarum æquidistantiam diuersitas sensibilis, mutans situm ipsarum respectu uisus a: quia non est inter æquidistantiam lineæ i k & æquidistantiam lineæ b c à uisu grãdis diuersitas: declinatio enim lineæ i k à linea æquidistante lineæ b c, quæ exit à puncto k, erit ualde parua: angulus itaque i a k est maior angulo l a k per 29 th. 1 huius: & similiter angulus i a k est maior angulo b a c per 34 th. 1 huius. Videtur itaque linea i k maior quàm linea b c: & situs imaginis lineæ i k est similis situi lineæ b c: & linea i k comprehenditur quasi remotior propter debilitatem formæ. Quia itaque linea i k est imago formæ lineæ b c: palàm quòd in hoc situ linea b c uidetur maior quàm sit secundum ueritatem: & uidetur linea c q minor quàm linea b c: quia, ut præostensum est, angulus i a k est maior angulo l a k, secundum quem uidetur imago lineæ q c. Et hoc est propositum: nec est diuersitas situs diuersorum diaphanorum attendenda.



33. Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à punctis rei uisæ sub medio secundi diaphani planam habente superficiem super eandem superficiem productarum, lineaq; uisa superficiei eiusdem corporis æquidistante: imago lineæ uisæ cõprehenditur maior ipsa. Alhazen 41 n 7.

Sit, ut suprà, punctus a centrum uisus: & linea b c res uisa: & super superficiem corporis, à qua sit refractio, educantur perpendiculares b d & c e: & continuetur linea d e in superficie ipsius corporis diaphani, per quod sit uisio refracta: sitque linea b c æquidistans lineæ d e: & sit a centrum uisus extra superficiem, in qua sunt lineæ b c & d e: & diuidatur linea b c in duo æqualia in puncto z: & ducatur linea z m perpendiculariter super lineam b c: secetq; lineam d e in puncto m: & à centro uisus a ducatur perpendicularis super superficiem b c d e per 11 p 11: quæ sit a h, ita ut punctus h imaginetur cadere in lineam m z: producaturque linea a z: quæ per 22 th. 1 huius, & ex præmissis erit perpẽdicularis super lineam b c. Situatio itaque puncti b uersus a centrum uisus est similis situationi

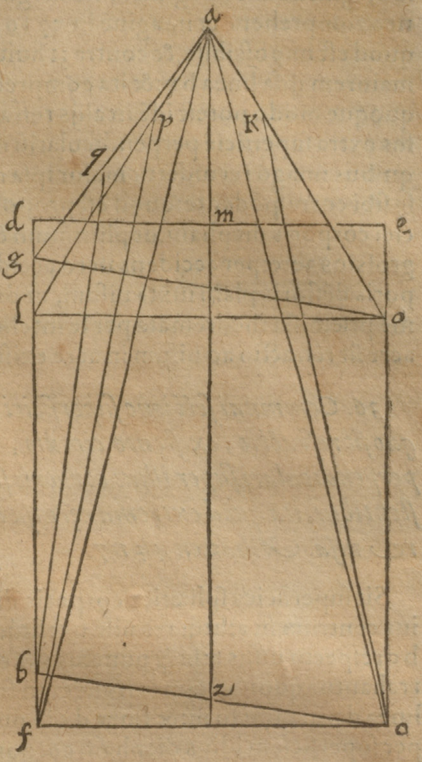
puncti c respectu a: & distantia puncti c à uisu a est æqualis distantiæ puncti b ab a. Refringatur itaque forma puncti b ad uisum a ex puncto p: & forma puncti c ex puncto k: sintq; puncta p & k extra lineam d e æquidistantem lineæ b c in superficie corporis diaphani: situatio itaque & distantia puncti p ad a uisum est, sicut situatio & distantia puncti h ad a uisum. Ducantur itaque lineę b p, p a, c k, k a. Est ergo superficies, in qua sunt duę lineę a p & b p, perpendicularis super superficiē corporis diaphani per 2 huius, cū sit superficies refractionis: ergo & linea b d, quæ est perpēdicularis super superficiem corporis diaphani ducta à puncto b, erit in hac superficie. Et similiter superficies, in qua sunt lineæ a k & c k, est perpendicularis super superficiem corporis diaphani: ergo & in illa superficie est linea c e, quæ est perpendicularis super eandem superficiem corporis ducta à puncto c. Protrahatur itaque linea a p ultra p punctum: & palàm per iam dicta & per 2 th. 1 huius quoniam ipsa secabit lineam b d: quia, ut patet per 28 p 1, lineæ a z & b d ęquidistant. Quia ergo linea a p secat lineam b d, secet ipsam in puncto l: secetque propter eadem linea k d protracta ultra punctum k lineam c e in puncto o. Est ergo per 15 huius punctum l locus imaginis formæ puncti b: & punctum o locus imaginis formæ puncti c. Erit quoque situatio lineæ a l sicut lineę a o: & lineę b l sicut lineæ c o. Ducatur etiam linea l o: hęc itaq; erit diameter imaginis lineę b c, & ęqualis eidem b c per 33 p 1. Ducantur itaque lineæ a b & a c: utraque ergo superficies a l b & a o c est erecta super superficiem corporis diaphani per 2 huius. Tres itaque superficies sunt erectę super superficiem corporis diaphani, quę sunt a l b, a o c, a m z: & hæ superficies necessariò secant se super lineam perpendicularem, quæ est a h, exeuntem à pūcto a super superficiem corporis diaphani per 19 p 11: quoniam communis sectio illarum necessariò est perpendicularis super superficiem, cui superstant: & ab uno puncto una tantùm perpendicularis super superficiem planam duci potest per 20 th. 1 huius. Erit itaq; angulus b p l per 15 p 1 æqualis angulo refractionis, & linea b l d est perpēdicularis super superficiem corporis, à qua fit refractio: ergo linea a l est obliqua super ipsam per 13 p 11: linea ergo a p continet cum perpendiculari super eandem superficiē exeuntē à puncto p (quæ sit p g) angulum acutum, qui est l p g: & erit perpendicularis p g æquidistās lineæ d l per 6 p 11, quoniam ambę lineæ p g & d l sunt erectę super unam superficiem: ergo per 29 p 1 angulus p l d est acutus: ergo per 13 p 1 angulus a l b est obtusus: ergo per 19 p 1 linea a b est longior quā linea a l. Et similiter patere potest quòd linea a o minor est quā linea a c: sed lineę a l & a o sunt æquales: & lineę a b & a c sunt æquales: & linea l o est æqualis lineę b c: ergo per 34 th. 1 huius angulus l a o est maior angulo b a c: & situs lineæ l o est similis situi lineę b c: quia linea exiens à puncto a ad medium lineę l o, est perpendicularis super lineam l o per 22 th. 1 huius, cum per 29 p 1 linea l o sit æquidistans lineę b c: & etiam, quia linea b c est perpendicularis super superficiem, in qua sunt lineę a z & m z, super quā similiter per 8 p 11 perpendicularis est linea l o: ergo linea l o est perpendicularis super superficiem continuantem centrum uisus, quod est punctum a, cum medio puncto lineę l o. Situs ergo lineæ l o respectu uisus a est, sicut lineæ b c respectu eiusdem uisus a: sed & linea l o comprehenditur remotior propter debilitatem formæ: linea itaque l o uidetur maior quàm linea b c: sed linea l o est imago lineæ b c. Palàm itaque quia linea b c uidetur maior quàm sit eius uera quantitas. Et hoc est propositum: nec ad istud aliquid coadiuuat in diuersitatem ipsa diuersa situatio mediorum plus uel minus diaphanorum.



34. *Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à punctis rei uisæ sub medio secundi diaphani planam habente superficiem super eandem superficiem productarum, lineaq; uisa superficiei eiusdem corporis non æquidistante: imago rei comprehenditur maior re uisa: maior quoq; quàm si esset superficiei corpori æquidistans. Alhazen 42 n 7.*

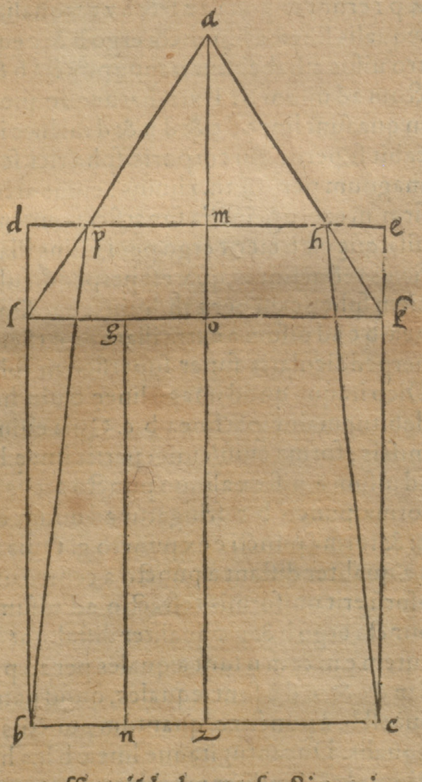
Remaneat dispositio, quæ in præcedente, nisi quòd linea b c non sit æquidistans lineę d e, quę est in superficie corporis diaphani: & educatur à puncto c linea c f ęquidistans lineę d e: & continuetur linea f b protrahendo lineam d b perpendiculariter super lineam c f: sitq;, prout in præmissa ostensum est, p punctum refractionis formæ puncti f ad uisum a: & punctum refractionis formæ puncti b ad uisum a sit punctum q: & ducatur linea a q: & protrahatur ad lineam d b: concurret autem cum illa, ut in proxima ostensum est. Sit ergo punctus concursus g, qui est altior quā punctus l: nam punctus b est ultra lineam a f: linea itaque a g necessariò erit ultra lineam a l: punctus ergo g est altior pūcto l: & ducatur linea g o. Erit ergo secundum pręmissā linea g o diameter imaginis lineę b c: eritq; linea g o

nea g o maior quàm linea l o per 19 p 1, quoniam angulus g l o est rectus: & linea a g minor quàm linea a l per eãdem 19 p 1 quoniam angulus a g l est obtusus, ut suprà patuit: & duę lineę a g & a o sunt in duabus superficiebus secantibus se, scilicet a g b & a o c: & differentia cõmunis istarum duarum superficierum transit per a centrũ uisus per 1 huius: quia ambæ illæ superficies sunt superficies refractionis: & centrum uisus semper oportet quòd sit in superficie refractionis. Et quoniam, ut patet per 2 huius, illæ ambæ superficies sunt erectæ super superficiem corporis diaphani, à quo fit refractio: patet per 19 p 11 quoniam linea recta, quę est communis ipsarum differentia, est erecta super illam superficiem: ergo duæ lineę exeuntes à puncto a non perpendiculariter super illam corporis diaphani superficiem, sunt extra hanc communem differentiam in his duabus superficiebus: quæ lineę sunt a b & a c: suntq; altiores duabus lineis a g & a o: cadunt enim ultra illas lineas. Angulus itaq; g a o est maior angulo b a c p 34 th. 1 huius: diuersitas enim situum linearum g o & b c à uisu a non est magna: quia linea g o aut est ęquidistans lineæ a c, aut non est in hoc differentia sensibilis. Est ergo situs lineæ g o respectu uisus a, sicut linea b c respectu eiusdem uisus a. Videbitur itaque per 20 th. 4 huius linea g o maior quã linea b c: sed linea g o est imago lineę b c. Palàm ergo quia linea b c uidebitur maior quàm ipsa sit secundum ueritatem. Et quia, sicut in præmissis patuit, angulus o a g est maior angulo o a l, uidebitur imago o g maior imagine o l, quę est imago lineæ c f æquidistãtis lineę e d, quæ est in superficie corporis, à qua fit refractio. Et hoc proponebatur.



35. In omnibus refractionibus factis à planis superficiebus corporum diaphanorũ ad uisum: imagine apparente maiore ipsa re uisa, & pars imaginis uidebitur maior parte rei uisæ sibi proportionali. Alhazen 43 n 7.

Sit dispositio omnimoda, quæ prius in 31 huius: & sit linea a m z secans perpendiculariter lineam k l in puncto o: erit itaq; linea l o medietas lineæ l k: & forma puncti z uidebitur in puncto o: quia uidetur in perpendiculari z o: tota quoq; linea b c uidebitur in linea l k: & linea b z est medietas lineæ b c: & linea l o est medietas lineę l k: & linea l k uidebitur maior quàm linea b c: ergo & linea l o uidebitur maior quã linea b z: & erit utriusq; istorũ caussa refractio. Et quia centrum uisus a est in perpendiculari a z exeunte à puncto z, qui est extremitas lineę b z, super superficiem corporis diaphani, aut super superficiem transeũtem per extremitatem medietatis perpendicularis super superficiem corporis diaphani æquidistanter superficiei corporis diaphani per 23 th. 1 huius: uisus itaq; comprehendit medietates uisibilium maiores quàm sint. Nam punctus o, qui est medium imaginis k l, est in perpendiculari exeunte à medio rei uisæ, siue res uisa sit ęquidistans superficiei corporis diaphani, siue non. Sit item linea b n pars aliqua lineę b z: & à puncto n educatur linea n g perpẽdiculariter super lineam b z: secetq; lineam l o in puncto g: erit ergo secundũ præmissa linea l g imago lineæ b n. Sit itaque punctus g imago puncti n. Aut ergo punctus g erit in linea l g, aut prope: quocunque uerò istorum existente erit linea l g ęqualis lineę b n, aut ferè. Et quia formarum plus distantium à perpendiculari a z maior est refractio quàm minus distantium per 14 th. huius: erit refractio formæ lineę b n ad uisum a maior quàm refractio lineę z n ad uisum a. Si ergo minor refractio facit totam l o imaginem lineę b z apparere uisui maiorem quã sit linea b z: ergo maior refractio faciet lineã l g imaginẽ lineę b n uideri maiorẽ quã sit ipsa linea b n: cũ maiorem efficaciã habeat refractio maior respectu minoris. Linea ergo l g, quæ est imago lineę b n, cõprehenditur maior q̃ sit ipsa linea b n. Et si uisus non cõprehenderet lineã l g imaginẽ lineę b n maiorem ipsa linea b n, nõ cõprehenderet imagines partiũ lineę b n, quę sunt propinquiores ad punctũ z, maiores ipsis partib. quia formę illarum

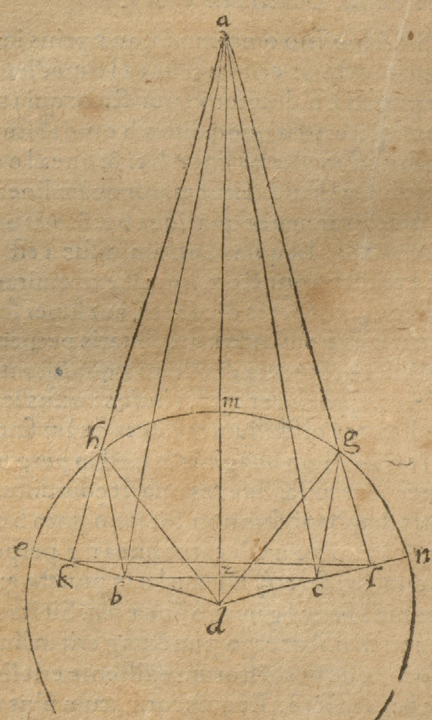


 partium

partium sunt minoris refractionis per 14 th. huius quã remotiores à puncto z: sed refractio est causa magnitudinis imaginis. Visus ergo a si nõ cõprehendet imaginẽ lineæ l g maiorẽ quã sit linea b n, nec comprehendet imaginẽ lineę l o maiorẽ ipsa linea b z, nec totã lineam l k maiorẽ tota linea b c, quod est impossibile, & contra 31 huius. Visus ergo cõprehendet lineam l g, quę est imago lineę b n, maiorem ipsa linea b n: & ita comprehendet lineã b n maiorem quã sit secundum ueritatẽ. Eodem quoque modo potest idẽ in alijs refractionib. declarari: ut cũ per modum 33 huius fuerit centrum uisus extra superficiẽ perpendiculariũ illarum productarũ: quoniã idem accidit in omnib. illis modis, quibus imago rei uidetur maior ipsa re uisa: semper enim pars imaginis uidebitur maior parte rei uisę sibi correspõdente: quod est propositũ. Et quia cõmunis sectio superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, ut plurimum & per se est linea recta, quando illud corpus diaphanum fuerit grossius aere: per accidens uerò accidit quandoq; contrarium propter uoluntariam situationẽ corporis dẽsioris plani iuxta uisum, ut diximus in fine cõmenti 31 huius: patet euidenter quòd 5 proximè præmissa theoremata per se intelligenda sunt, quando à superficie corporis diaphani grossioris aere fit refractio ad uisum in aere existentem: & per accidens econuerso.

36. Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphærici diaphani densioris aere, à quo fit refractio, existente circulo, centroq́ uisus in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem, & re uisa inter centrum corporis & uisus existentibus, ita quòd extrema rei uisæ æqualiter distent à centro corporis: imago uidebitur maior re uisa. Alhazen 44 n 7.

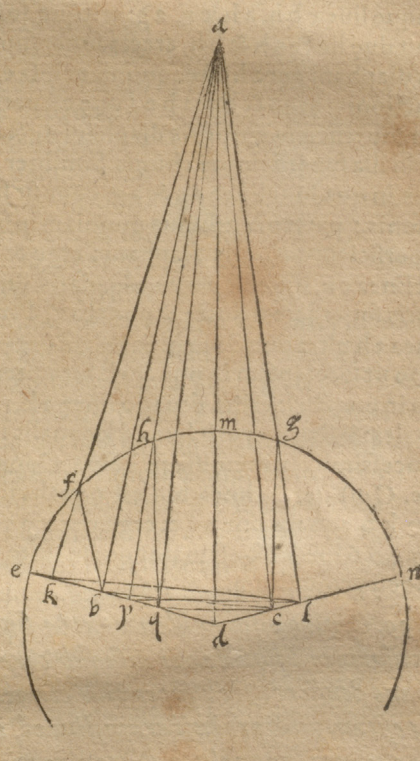
Sit superficies sphærica corporis diaphani grossioris aere: cuius conuexum sit ex parte uisus, cuius centrum sit a: sitq; res uisa b c: sitq; centrum corporis sphærici punctum d: quod sit ultra lineam b c respectu uisus a: sitq; punctus z medius punctus lineæ b c: & ducantur lineæ d b, d z, d c: & protrahantur quousq; concurrant cum superficie corporis diaphani sphærici: linea d b in puncto e: & linea d z in puncto m: & linea d c in puncto n: & sit uisus a in linea z m, quæ est perpendicularis super superficiem illius diaphani corporis per 72 th. 1 huius. Erit itaq; a m z linea recta. Et quoniam linea b z est æqualis lineę z c, & quia puncta b & c (quę sunt extrema rei uisæ) æqualiter distant à cẽtro d ex hypothesi: erit etiam linea d b æqualis lineę d c: erunt ergo trigona b d z & c d z æquilatera: quoniam linea z d est communis ambobus illis trigonis: ergo per 8 p 1 erunt anguli ad punctum d ęquales, qui sunt anguli z d b & z d c: & similiter erunt anguli ad punctũ z ęquales: sunt ergo recti: est ergo per definitionem perpendicularis, linea a z perpendicularis super lineam b c. Ducantur quoque lineę a b & a c: ergo p 4 p 1 erunt trigona a z b & a z c æqualia: linea ergo a c est æqualis lineæ a b: puncta ergo b & c ęqualiter distant à cẽtro uisus a: habebunt itaque puncta b & c ęqualem respectum ad uisum a. Extrahatur quoque superficies plana, in qua sunt lineę d e & d n & d m: hæc itaq; superficies secabit superficiem corporis sphærici secundum circulum magnum per 69 th. 1 huius: cuius arcus oppositus uisui sit n m e: eritq; in illa superficie centrum uisus a, & linea uisa, quę est b c: erit ergo per 1 huius illa superficies superficies refractionis, quæ est perpendicularis super superficiem sphęricam per 2 th. huius: nec fit refractio formæ lineæ b c ad uisum a extra illam superficiem: & linea a z est perpendicularis super superficiem sphæricam corporis. Dico itaque quòd imago lineę b c in hac dispositione uidebitur maior ipsa linea b c. Quia enim, ut patet ex præmissis, forma cuiuscunq; partis lineę b c non refringitur ad uisum a, nisi ex aliquo puncto arcus e m n: sit ergo, ut forma puncti b refringatur ad uisum a ex puncto circuli h: & forma puncti c ex puncto g. Quia itaque puncta b & c æqualiter distant à puncto a centro uisus: patet quòd ipsorũ erit uniformis refractio ad uisum per 14 th. huius: puncta ergo h & g æqualiter distabunt à puncto m. Arcus autem e m & m n sunt æquales per 26 p 3: ideo quia anguli m d e & m d n sunt æquales, quod patet ex præmissis: tantùm ergo distabit punctus refractionis, qui est h, à puncto e, quantùm punctus g à puncto n: & erit punctorum istorum situs & respectus æqualis. Ducantur itaque lineæ b h, a h, c g, a g: & producatur linea a h ad lineã d e: sitq; punctus sectionis k: & similiter producatur linea a g ad lineam d n in punctum l: ducaturq; linea k l. Quia itaq; in trigonis d a k & d a l anguli a d k & a d l sunt æquales, ut patuit suprà: anguli quoque l a d & k a d sunt æquales (quod patet ductis lineis d h & d g: tunc enim, cum arcus m g & m h sint æquales ex pręmissis, erunt per 27 p 3 anguli a d g & a d h æquales: ergo per 4 p 1 anguli l a d & k a d sunt ęquales) ergo



les) ergo per 32 p 1 trigona d a k & d a l sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 cum linea a d sit æqualis sibi ipsi, erit linea d l ęqualis lineę d k, & linea a k ęqualis lineę a l: eritq; linea l k, ut patet per 15 huius, imago lineę b c, & erit linea l k ęquidistans lineę b c: uidebiturque per 20 th. 4 huius maior quàm sit linea b c: quoniam angulus k a l, secundum quem uidetur linea l k, est maior angulo b a c. Et quia positio & situs lineę k l est consimilis positioni & situi b c lineę: quod patet ex hoc: quòd cum linea d l sit ęqualis lineę d k, & linea c d ęqualis lineę b d, erit linea l c ęqualis lineę k b: ergo per 7 p 5 & 2 p 6 lineę b c & l k sunt æquidistantes: ipsarum ergo situs & positio respectu uisus a est consimilis. Inter lineas ergo k l & b c non est differentia in distantia, quę sit sensibilis. Palàm ergo quia linea k l uidebitur maior quàm sit: quia imago eius est maior ipsa: & hoc accidit etiam ideo: quia forma eius refracta est debilior quā uera forma, ut patet per 10 huius. Patet ergo propositum.

37. Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphærici diaphani densioris aere, à quo fit refractio, existente circulo, uisuq́ existente in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem, & re uisa inter centrum corporis & uisus existentibus, ita quòd extremæ rei uisæ inæqualiter distent à centro: imago uidetur maior re uisa. Alhazen 45 n 7.

Remaneat dispositio præcedentis, nisi quòd alterum extremorū lineę b c punctum c sit propinquius puncto d centro corporis diaphani, & punctū b remotius ab illo. Dico quòd adhuc imago lineæ b c uidebitur maior ipsa linea b c. Ducatur enim à puncto c linea c q, cuius extrema æqualiter distent à puncto d: quod potest fieri, si à linea d e abscindatur per 3 p 1 linea æqualis lineæ d c: quæ sit d q. Palàm itaq; per ea, quæ in demonstratione præcedentis ostensa sunt, quoniam imago lineæ c q uidetur maior ipsa linea c q: sit itaque illa imago linea l p. Et palàm per 13 huius quòd punctum p illius imaginis, quod est imago pū cti q, necessariò cadet in linea perpendiculari ducta à puncto q super superficiē corporis diaphani, quæ est linea d e, inter puncta d & e: & quòd punctum l, quod est imago puncti c, erit in linea perpendiculari ducta à puncto c super superficiem corporis diaphani, quæ est d n. Et quia forma pū cti c refringitur ad uisum a ex puncto circuli g: sit ut forma puncti q refringatur ad eundem uisum ex puncto h. Patet itaque per hypothesim, & per præcedentem quoniam puncta g & h ęqualiter distabunt à puncto m. Et quia punctum b est remotius à centro corporis d, quàm punctum q: erit per ea, quæ ostendimus in 14 th. huius, punctum suæ refractionis remotius à puncto m, quàm punctum h: sit itaque pūctum illud f: & ducatur linea a f: quę cadet extra lineam a h: & hæc producta ad perpendicularem d e, secet ipsam in puncto k: cadetque punctum k in linea p e inter puncta p & e. Si enim caderet in punctum e, esset linea a k contingens circulum in puncto e, & secans in puncto f: quod est impossibile: & si caderet in punctum p uel citra illum: tūc linea a k secaret lineam a p, & punctus p uel alter punctus illius sectionis refringeretur ad uisum a ex duobus pūctis h & f: quod est impossibile & contra 23 uel 24 th. huius: cadet itaque punctum k inter duo puncta p & e: eritque per 15 huius punctum k imago formæ puncti b. Ducatur itaque linea l k, quæ erit diameter imaginis formę lineę b c. Quia itaque linea l k uidetur sub angulo l a k, & linea b c sub angulo b a c: est autem angulus l a k maior angulo b a c, ut manifestum est: quia totum est maius sua parte. Patet ergo per 20 th. 4 huius quia linea l k uidetur maior quàm linea b c: quod enim sub maiori angulo uidetur, maius uidetur. Et etiam quia situs & positio lineæ l k respectu uisus a est consimilis situi & positioni lineę b c respectu eiusdem uisus a: patet quia lineę b c & k l aut sunt æquidistantes simpliciter: aut inter illarum ęquidistantiam non est diuersitas sensibilis: ergo per 29 p 1 & per 4 p 6, linea k l est maior quàm linea b c. Et quia illarum linearum l k & b c ab ipso uisu non est distantia sensibilis diuersitatis in remotione: uidetur ergo linea l k maior quàm linea b c, quia est maior: sed linea k l est imago formæ lineę b c. Patet ergo propositum. Comprehenditur etiam linea l k quasi maior à uisu quàm linea b c propter debilitatem formę refractæ: quoniā, ut patet per 10 huius, refractio debilitat omnes formas lucis & coloris.

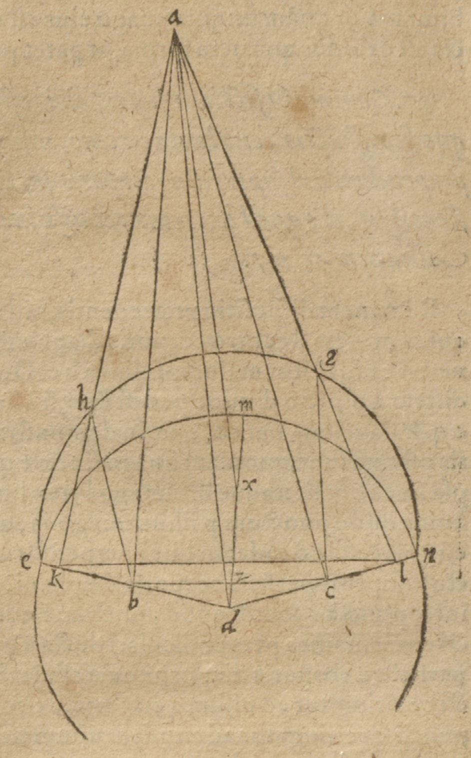


38. Centro uisus existente extra superficiem linearum perpendicularium, à punctis rei uisæ sub corpore sphærico diaphano densiore aere, super eius conuexam superficiem oppositā uisui productarum, lineaq́ uisa secundum sui extrema à centro corporis æquidistante: imago lineæ ui-

 sæ com-

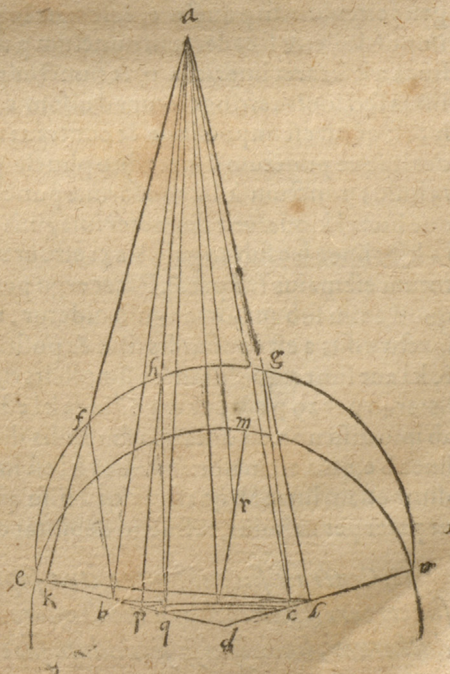
se comprehenditur maior ipsa linea uisa. Alhazen 46 n 7.

Esto centrum uisus punctum a: & linea uisa per refractionem sit b c: sitq; punctus d centrum corporis diaphani densioris aere: sitque ita, ut linea b c sit intra illud corpus secundum sui extrema b & c æqualiter distans à centro d: à medio quoq; puncto lineę b c, quod sit z, & à duobus extremis eius punctis ducantur in eadem superficie lineę perpendiculares super superficiem corporis: quæ productæ ad peripheriam circuli, sint b e, z m, & c n: hę itaque omnes per 72 th. 1 huius secabunt se in cētro d. Erit ergo arcus n m e in superficie illius corporis diaphani, respiciens centrum d: non sit autem centrum uisus in aliqua istarum linearum: sed sit extra superficiē, in qua sunt illę lineę. Dico quòd imago lineę b c uidebitur maior quàm ipsa linea b c. Ducatur enim linea a z: & à centro uisus puncto a ducatur perpendicularis linea super superficiē circuli n m e per 11 p 11, quę sit a x. Et quia, ut patet ex pręmissis, & per 22 th. 1 huius est linea a z perpendicularis super lineam b c: situatio itaque puncti b uersus uisum a est per 4 p 1 & ex præmissis consimilis situationi puncti c uersus eundem uisum a, & illorum punctorum à uisu a distantia est ęqualis. Sit itaque, ut forma puncti b refringatur ad uisum a à puncto corporis diaphani, quod sit h: & forma puncti c à puncto g: sintq; pūcta g & h extra superficiem circuli n m e: eritque illorum punctorum h & g à uisu a distantia æqualis. Ducantur itaque lineæ b h, a h, c g, a g: eritque superficies, in qua sunt duę lineę a h & b h, erecta super superficiem corporis diaphani per 2 huius: quoniam ipsa est superficies refractionis: ergo & linea b e (quę est perpendicularis super superficiem corporis diaphani ducta à puncto b) erit in illa superficie per 1 huius. Similiter quoque superficies, in qua sunt lineę c g & a g, cum sit superficies refractionis: patet per 2 huius quoniam ipsa est erecta super superficiem corporis diaphani: ergo & in illa superficie est linea c n, quæ est perpendicularis super eandem corporis superficiem ducta à puncto c. Protrahatur itaque linea a h ultra punctum h: & palàm per præmissa & per 14 th. huius quòd ipsa secabit lineam b e: sit ergo ut secet ipsam in puncto k. Similiter quoque linea a g producta ultra punctum g secet lineam d n in puncto l: eritq; situatio lineę a k, respectu uisus a, sicut lineę a l: unde linea a k & a l erunt ęquales: & similiter erit linea d k ęqualis lineę d l, quę omnia ostendi possunt secūdum modum, quo processimus in pręmissa 34 huius. Copuletur ergo linea l k: hęc itaque erit diameter imaginis lineę b c. Quia itaque linea b d est æqualis lineæ d c ex hypothesi, & linea d k æqualis lineę d l: erit linea k b ęqualis lineæ l c: ergo per 7 p 5 & per 2 p 6 lineæ l k & b c ęquidistant: ergo per 29 p 1 & per 4 p 6 linea l k est maior quàm linea b c: & quia sub maiori angulo uidetur, apparet maior. Et hoc est propositum.



39. Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à puncto rei uisæ sub corpore sphærico diaphano densiore aere, super eius conuexam superficiem oppositam uisui productarum, lineæq; uisæ extremis cētro corporis inæqualiter approximatis: imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa linea uisa. Alhazen 46 n 7.

Remaneat omnis dispositio proximę pręmissę, nisi quòd extrema lineę b c inęqualiter distent à cētro corporis diaphani, quod est d: sitq; linea d b maior quàm linea d c. Secetur ergo ex linea d b per 3 p 1 linea d q ęqualis lineę d c: & copuletur linea c q: cuius extrema ęqualiter distabunt à centro d: eritq; per pręmissam imago lineę c q, quę sit l p, maior quàm linea c q. Et quia puncta q & b sunt in eadē linea perpendiculari super superficiem corporis diaphani, quę est d e: patet quòd ipsa ambo sunt in eadem superficie refractionis, quę est a d e: & refringūtur ad uisum a ex eodē arcu circuli, qui est cōmunis sectio illius superficiei & superficiei corporis diaphani. Sit itaq;, ut forma pūcti q refringatur à puncto illius arcus, qui est h, cōformiter se ha-

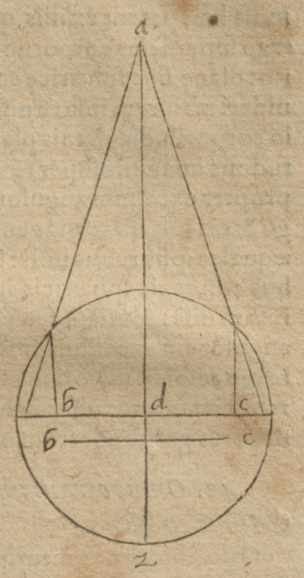


bente

bente ad uisum a cum puncto g, à quo refringitur forma puncti c: patet per 14 huius quòd punctū, à quo refringitur forma puncti b, quod sit f, erit basſius puncto h: producta quoq; linea a f intra corpus diaphanum ad diametrum d e in punctum k: patet quoq;, ut in 37 huius, quia punctum k cadet inter puncta p & e: copulata quoq; linea l k, erit ipsa quasi æquidiſtans lineæ b c, & in eadem ſuperficie cum illa. Erit ergo maior per 29 p 1 & 4 p 6: & etiam quia ſub maiori angulo uidetur, maior uidetur. Patet ergo propoſitum.

40. Lineæ refractè uiſæ, tranſeuntis per centrum corporis diaphani ſphærici denſioris aere, non exiſtētis in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper illius corporis ſuperficiem, imago ſemper uidetur maior ipſa linea.

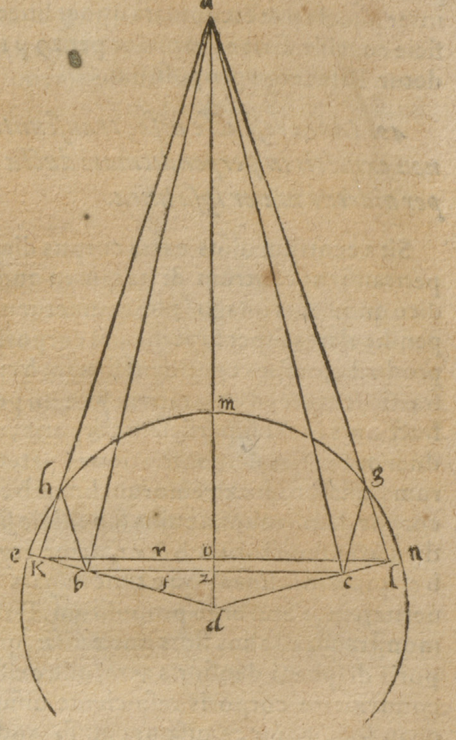
Sit a centrum uiſus extra corpus diaphanum groſsius aere: cuius centrū ſit d: ſitq; linea uiſa b c pertranſiens centrum d: ita tamen quòd centrum uiſus non ſit in illa linea, b c utcunq; protracta: dico quòd eius imago ſemper uidetur maior ipſa linea. Quoniā enim perpendiculares ſuper ſuperficiem corporis à quibuſcunq; punctis lineæ b c productæ, omnes continent lineam b c: uiſu quoq; in aere exiſtente fit refractio ſemper ad contrariam partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis, ut patet per 4 huius. Ergo ſecundum præmiſſas demonſtrationes patet, quòd lineæ extenſionis formarum punctorum extremorum lineæ b c, quæ ſunt b & c, productæ intra corpus diaphanum, à cuius ſuperficie fit refractio, interſecabunt perpendiculares punctorum b & c: maior ergo ſemper uidebitur imago lineæ b c, quàm ipſa linea: quæ tunc fit pars ſuæ propriæ imaginis ſecundum ueritatem. Patet ergo propoſitum. Poſſet quoq; ampliari modus iſte demonſtrandi ad alios ſitus lineæ uiſæ, qui poſſent eſſe ultra centrum corporis diaphani denſioris aere, uiſu exiſtente extra illud corpus in aere, & conuexitate corporis reſpiciente uiſum. Videtur enim & tunc imago quandoq; maior re uiſa præmiſſo modo in alijs ſitibus ante centrum: ut cum linea uiſa fuerit propinqua centro corporis diaphani. Et ſi linea uiſa b c fuerit perpendicularis ſuper lineam a d z à centro uiſus per centrum corporis productam: & lineæ extenſionis formarum extremorum punctorum lineæ b c ſecent corporis ſphærici diaphani ſuperficiem, & ſecent lineas perpendiculares ductas à pūctis b & c ſuper ſuperficiē corporis diaphani intra corpus: tunc imago uidebitur minor re uiſa. Si uerò lineæ extenſionis formarum punctorum b & c fuerint contingentes circulum corporis diaphani in terminis perpendicularium ductarum à punctis c & b ſuper ſuperficiem corporis, uel ſecantes circulum in eiſdem terminis: tunc ſemper imago erit æqualis rei uiſæ per 15 p 1 & per 26 & 28 p 3: & uidebitur imago lineæ b c ſicut quædam chorda arcus illius circuli. Et ſi lineas extenſionis formarum accideret contingere circulum corporis diaphani in duobus punctis medijs illius arcus: ut ſi uiſus ſit ualde propinquus ſuperficiei corporis diaphani: tunc illæ lineæ concurrent cum perpendicularibus extra corporis ſuperficiem: uidebiturq; imago lineæ b c maior ipſa linea: & extra ſuperficiem corporis ſecundum ſui extrema extenſa. Quòd ſi linea uiſa b c ſit extra corpus diaphanum, contingens ipſum, uel diſtans ab ipſo, non exiſtens tamen pars lineæ a d: tunc imago eius uidebitur minor re uiſa, quando occurrit inter ipſum corpus diaphanum, uel ultra illud, inter rem uiſam & ſuperficiem corporis. Sed in aſſuetis uiſibilibus non eſt aliquid tale, niſi fortè fuerit aliquod corpus diaphanum uitreum aut lapideum, & fuerit totum corpus ſolidum, & res uiſa fuerit intra ipſum: uel ſi res uiſa fuerit ultra ſphæram cryſtallinam aut uitream. Horum autem ſituum diuerſitatem ex præhabitis principijs demonſtrandam relinquimus ingenio perquirentis.



41. In omnibus refractionibus factis à ſuperficiebus ſphæricis corporum diaphanorum ad uiſum, imagine apparente maiore re uiſa: pars imaginis uidebitur maior parte rei uiſæ ſibi proportionali. Alhazen 47 n 7.

Fiat diſpoſitio, quæ in 35 huius: & ſit, ut linea d m ſecet lineam k l, quæ eſt diameter imaginis, in puncto o: erit ergo linea k o imago lineæ b z: quoniam punctum z uidetur ſecundum perpendicularem a z per 3 huius: & erit angulus k a o maior angulo b a z: & ſitus lineæ k o reſpectu uiſus a eſt ſimilis poſitioni lineæ b z reſpectu eiuſdem uiſus: & ambæ illæ lineæ æqualiter diſtant à centro uiſus: uel ſi in hoc ſit aliqua differentia, illa non erit ſenſibilis, reſpectu uiſus. Imago itaque k o uidetur maior quàm linea b z: & earum puncta z & o cadunt in linea z a, quæ eſt ducta à centro uiſus, & cuius pars eſt linea z m, exiens ab extremitate lineæ b z perpendiculariter ſuper ſuperficiem corporis diaphani, cadens in punctum m. Quòd ſi aſſumatur alia pars lineæ b z: quæ ſit b f: & ſit locus imaginis formæ puncti f in puncto r lineæ k o: tunc erit linea k r imago lineæ b f: & ſicut ſuprà oſtenſum eſt, patet quòd linea k r uidebitur maior quàm linea b f: quoniam plus refractionis accidit lineæ b f, quàm lineæ f z per 14 th. huius: maior

ergo ei debetur excessus imaginis quàm lineæ f z. Si uerò pūctum a centrum uisus sit extra superficiem, in qua sunt omnes perpendiculares, exeuntes ex punctis lineæ b c super superficiē corporis diaphani, à qua fit refractio (nam linea a z, quæ exit à puncto a perpendiculariter super medium pūctū lineę b c, quod est z, nō propter hoc est perpendicularis super superficiem corporis, in qua est linea b c) idē patebit. Nā quoniam lineæ b c & k l sunt erectæ super lineam a z d, & linea k o est imago lineæ b z, & linea l o est imago lineę z c, & angulus, quē respicit linea k o apud centrum uisus a, qui est angulus k a z, est maior angulo b a z, quem respicit linea b z apud centrum uisus a: linea ergo k o per 20 th. 4 huius uidebitur maior quàm linea b z: & similiter linea k r uidebitur maior quàm linea b f. Et omnia hæc patent ex illis, quę pręmissa sunt in 33 huius. Siue ergo superficies corporum diaphanorū oppositæ uisui fuerint planę, siue sphæricę conuexę: accidit imaginem rei uisę uideri maiorem ipsa re uisa. In hoc tamē est differentia, quia in corporib. diaphanis planarū superficierū excessus magnitudinis imaginis super rē uisam est solū in apparentia uisus, propter excessum angulorū, secūdum quos uidetur & imago & res ipsa uisa: aliàs enim imagines secūdū ueritatē sunt æquales ipsis rebus uisis: sed in refractione facta à corporibus conuexis sphæricis imago est secūdum ueritatē maior ipsa re uisa: & etiam secūdum apparentiam in uisu propter angulorum excessum uidetur maior: quoniam in hoc situ imago respicit maiorem angulum apud cētrum uisus quàm respiciat ipsa res uisa: & sunt utroq; modo partes imaginū maiores partibus rerum uisarum sibi proportionalium. Patet ergo propositum.



42. *Omne corpus uisum in aqua, comprehenditur maius quàm sit secundum ueritatem. Alhazen 48 n 7.*

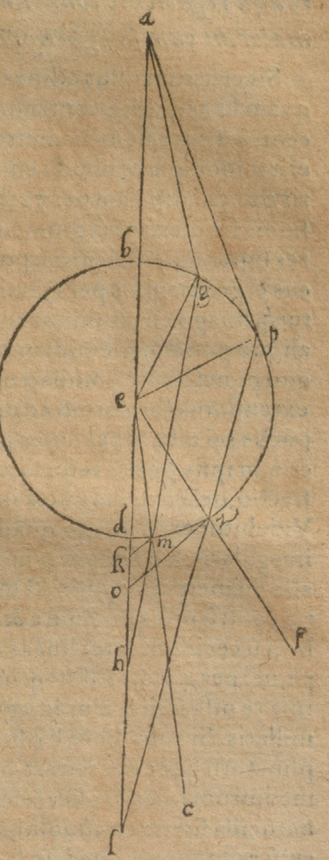
Quod hic proponitur, patet satis ex præmisis: sed & idē placuit experimentaliter declarare, & uniuersalē caussam particulariter exemplare. Assumatur itaq; corpus colūnare longitudinis unius cubiti, & aliquātę grossiciei: & sit albū, ut manifestius in aqua possit distingui: sintq; supficies eius basis planæ, ita quòd per se super illas possit stare æqualiter super superficiem horizontis uel terræ uel uasis. Deinde infundatur aqua clara in uas aliquod, cuius superficies basis sit plana: ita quòd aqua non immergat totam corporis longitudinem: & erigatur corpus super mediam basim uasis in aqua. Remanebit ergo aliqua pars eius extra aquā: quia profunditas aquæ est minor corporis longitudine. Cū itaq; quieuerit aqua: uidebitur pars corporis intra aquam grossior, quàm illa, quæ est extra aquam. Patet ergo propositū per experimentū. Sed & idē patet aliter. Quoniā enim conuexū superficiei aquę est figuræ sphæricæ, & opponitur uisui: & centrū superficiei aquæ, quod est centrū uniuersi (ut aliàs ostēdimus) semper est ultra omnia illa uisibilia, quę cōprehenduntur in aqua, & aqua est grossior aere: siue extremitas rei uisæ fuerit æqualiter distans à cētro aquę, siue inæqualiter: & siue uisus fuerit in aliqua linearū perpendiculariū exeuntiū ab aliquo pūctorū rei uisæ super superficiē aquę, siue oēs extra illas perpendiculares: semper est necessariū, ut patet ex pręmissis sex propositionibus proximis, formā rei uisę uideri maiorē ipsa re uisa existēte intra corpus aquę. Sed fortè si aqua fuerit clara ualde, & pauca: quales aquas in loco subterraneo in concauitate montis, qui est inter ciuitates Paduā & Vincentiā (qui locus dicitur Cubalus) nos uidimus lucidas, quasi ut aerem: tūc fortè non cōprehēdetur imago formę rei uisæ sub aqua tali esse maior quàm si in aere uideretur: quia tūc non est differentia in quantitate istorū quo ad sensum: quoniam densitas aquæ modicū addit super aeris densitatē: & ideo sensus tūc non distinguet quantitatis additionē: semper tamen secūdum ueritatē imago fit maior ipsa re uisa: licet illud quandoque lateat sensum. Patet ergo propositū: magis tamen est hoc euidens in aquis grossioribus, ut sulphureis calidis: in quarum intuitu & mirabili transmutatione formarum primùm nos amor huius studij allexit.

43. *Re uisa ultra corpus diaphanum sphæricum grossius aere existente, ita quòd centrum uisus & res uisa & centrum corporis sphærici sint in eadem linea recta: comprehenditur imago rei uisæ figuræ armillaris, multò maior re uisa. Alhazen 49 n 7.*

Sit centrum uisus a: & corpus sphæricum diaphanum sit b d z g: cuius centrum sit e: & ducatur linea a e: quę protracta secet superficiē sphærę diaphanę in duobus pūctis b & d: protrahatur quoq; ultra punctum d usq; ad punctum h: transeatq; per lineam a b d h superficies plana secans sphęram: & sit communis sectio illius superficiei planæ, & superficiei sphærę diaphanæ per 69 th. 1 huius circulus b d z g. Iam autem ostensum est in 25 huius quòd in linea d h sunt plura puncta, quorum formæ refringuntur ad uisum a ex circumferentia circuli b d z g: & quòd forma totius illius

lineæ

lineæ refringitur ad uiſum a, ſi arcus b g z d fuerit continuus, unius ſcilicet diaphanitatis continentis lineam d h l. Et ſi forma puncti h refringatur ad uiſum a ex puncto corporis g: & forma puncti l refringatur ad uiſum a ex pũcto corporis p: manifeſtum eſt quòd forma totius lineæ refringetur ad a uiſum ex arcu g p: & ducantur lineæ g h, p l, g a, p a: ſecetq́; linea g h circũferentiam circuli in puncto m, & linea p l in pũcto z. Forma itaq; pũcti h extenditur per lineam h g, & refringitur per lineam g a: & forma pũcti l extenditur per lineã l p, & refringitur per lineam p a: & ducantur lineæ e m & e z: & extrahatur linea e m ad punctum c: & linea e z ad punctum f. Forma ergo, quę extenditur per lineam a g (quoniam peruenit ad punctum g) refringitur per lineam g h ad punctum h: & forma, quæ extenditur per lineam a p perueniens ad punctum p, per lineam p l refringitur & peruenit ad punctum l: & hoc ſi corpus diaphanum fuerit continuum & unum uſq; ad punctum l. Si uerò corpus ſphæricum fuerit ſignatum & terminatum apud ſuperficiem ſphæricam citra lineam h l: tunc forma, quæ extenditur per lineam a g, refringitur per lineam g m in partem perpendicularis e h: & cum forma peruenerit ad punctum m, refringetur ſecundò in partem contrariam perpendicularis, quæ eſt e m c, & concurret cum perpendiculari e l: refringatur ergo in punctum k perpendicularis e l. Et ſimiliter forma, quæ extenditur per lineam a p, refringetur per lineam p z: & cum peruenerit ad punctum z, refringetur ſecundò ad partem contrariam perpendicularis e z f in partem perpendicularis e h, & concurret cum illa perpendiculari h e: ſit punctum concurſus o. Sic ergo refractio formæ, quæ eſt à puncto p, peruenit ad punctum z: ab illo puncto z refringitur ad diametrum e l per lineam z o. Forma itaq; puncti k per 9 huius extenditur per lineam k m, & à puncto m refringitur per lineam m g in punctum g: deinde ſecundò refringitur à puncto g per lineam g a ad uiſum a. Et ſimiliter forma puncti o extenditur per lineam o z: & à puncto z refringitur per lineam z p in punctum p: deinde refringitur ab illo puncto p per lineam p a ad uiſum a. Forma ergo totius lineæ k o refringitur ad uiſum a ex arcu g p. Et ſi linea a k o fuerit fixa, & imaginati fuerimus figuram k a g p circumuolui circa lineam a k o fixam: tunc arcus g p deſcribet figuram circularem, utpote armillam, à cuius totali ſuperficie refringetur forma lineæ k o ad uiſum a: & erit centrum uiſus a locus imaginis per 15 th. huius. Forma ergo lineæ k o uidebitur in tota ſuperficie circulari, quæ eſt locus refractiõis: & eſt armillaris in ſuperficie ſphæræ. Forma itaq; lineæ k o uidebitur multò maior ſeipſa: & erit figura formæ diuerſa à figura k o. Hoc autem poteſt ſic experimento declarari. Accipiatur ſphæra cryſtallina aut uitrea perfectę rotunditatis: & accipiatur corpuſculum paruum, ut cera nigra ſphærica, quæ ponatur in capite acus: ponaturq́; ſphæra cryſtallina in oppoſitione alterius uiſuum, & claudatur reliquus: eleueturq́; acus ultra ſphæram: & aſpiciatur medium ſphæræ: & ſit cera oppoſita medio ſphæræ in linea recta: uidebiturq́; in ſuperficie ſphæræ nigredo rotunda in figura armillæ. Quòd ſi non uideatur talis figura: moueatur cera antè & retro, donec uideatur talis rotunditas: & tunc auferatur cera, & recedet nigredo: quòd ſi ceram reduxerit quis ad locum & ſitum priorem, reuertetur ſtatim nigredo rotunda armillaris. Sed & in his multa eſt diuerſitas, quam relinquimus ſtudio perquirentis.



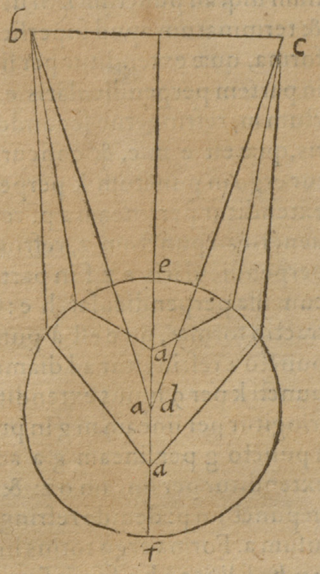
44. Re uiſa trans corpus diaphanum columnare denſius aere, ita quòd centrum uiſus, & centrum alicuius circuli corporis æquidiſtantis baſibus columnæ, & res uiſa ſint in eadem linea recta: imago rei uidebitur duplicata. Alhazen 50 n 7.

Sit in corpore columnari groſsioris diaphanitatis quàm ſit aer, circulus b g d z: & ſit centrum uiſus a: & cætera, ut prius in præcedente: dico quòd forma lineæ k o uidebitur duplicata: quoniam ipſa uidebitur apud arcum g p, & apud arcum ſibi æqualem & ſibi correſpondentem ex arcu b d in alia parte ſemicylindri. Sed hæc forma non erit circularis: quia figura a h p g cum fuerit circũuoluta circa a k lineam immotam atq; fixam, non tranſibit per illam lineã arcus g p per totã ſuperficiem columnarẽ: ſed refringetur forma ex aliquibus portionibus colũnæ, & erit cõtinua in una parte, & ſimiliter in alia. Nã ſuperficies, in qua ſunt pũcta l, k, tranſiẽs per axẽ colũnę, facit in ſuperficie colũnę, quę eſt ex parte uiſus a, lineam rectã tranſeuntẽ per pũctũ b, & extẽſam in lõgitudine colũnæ: & non refringetur forma lineæ k o ex illa linea recta: nam linea k h erit perpendicularis ſuper illam lineam rectam. Non ergo erit forma rotũda corpore diaphano exiſtente colũnari: ſed erũt duæ formę, quarũ altera refringetur ſuper alteram. Videbitur ergo linea k o habẽs imagines duas, quarum utraq; eſt maior quàm linea k o: & erũt illæ duæ formæ eædem apud pũctum a, quod eſt centrum uiſus: quoniam in illo pũcto a eſt locus ambarum illarum imaginum, ut patet per 15 th. huius. Patet ergo propoſitũ. Non poteſt autem fieri huiuſmodi refractio à ſuperficie corporum pyramidalium:

dalium: quoniam linea k a non est perpendiculariter erecta super superficiem conicam talium corporum: neque potest esse, ut superficies refractionis secet huiusmodi corpora secundum circulum, quemadmodum etiam de superficiebus reflexionũ & de speculis pyramidalibus conuexis & concauis ostensum est in præmissis libris.

45. Centro uisus existente in diametro corporis diaphani sphærici concaui densioris aere, & re uisa respiciente conuexum illius corporis: imago uidebitur quandoq; minor re uisa: quandoq; maior, ut cum fit figura armillaris.

Sit centrum uisus a: lineaq; uisa sit b c: & sit corpus sphæricum concauũ densioris diaphanitatis, quàm sit aer, cuius centrum sit d: & diameter e d f: sitq; linea b c extra conuexum illius corporis: & centrũ uisus a sit in diametro illius intra corpus cõcauũ: dico quòd semper imago rei uisæ lineæ b c erit minor ipsa re uisa. Si enim centrũ uisus a fuerit in centro corporis puncto d: palàm per 72 th. 1 huius quoniam omnes lineæ extensionis formarũ pũctorum lineæ b c ad uisum a, erũt perpendiculares super superficiem corporis: quoniam transeunt centrũ eius: locus ergo imaginis per 15 huius erit ipse arcus refractionis, uidebiturq; imago curua minor re uisa. Quòd si a centrum uisus fuerit in aliquo punctorũ semidiametri e d propinquioris rei uisę, uel in aliquo punctorum semidiametri d f remotioris: adhuc semper lineæ extensionis formarum ad uisum secabũt perpendiculares ductas à pũctis rei uisæ super superficiem corporis diaphani, à qua fit refractio, in ipsis pũctis refractionũ: hoc est in pũctis arcus, à quo fit refractio, uel circa illa pũcta intra corpus diaphanum uel extra illud. Videbitur ergo imago quãdoq; curua: quandoq; recta: quandoq; irregularis: sed semper minor re uisa: quoniam, ut patet, chorda uel alia diameter imaginis est minor re uisa: & omnis linea cadens inter centrũ uisus pũctum a & inter lineam b c, est minor quàm linea b c, cũ ceciderit inter lineas a b & a c: ut hæc patere possunt per 29 p 1, uel per 4 p 6. Est itaq; in tali dispositione semper imago minor ipsa re uisa: eritq; eius imago quandoq; maior, ut cum fit figuræ armillaris. Si enim linea b c situetur in diametro f d e: tũc formarum



punctorũ b & c fiet refractio ab aliquibus duobus pũctis unius arcus circuli corporis, & pũctorum mediorum lineæ b c fiet refractio à pũctis medijs illius arcus. Et si linea a b c remanente fixa, imaginetur illa figura circũuolui, quousq; redeat ad locũ, unde motus accepit principiũ: describetur per arcũ refractionis quędam superficies armillaris in tota sphærica superficie corporis, à qua totali fiet refractio ad uisum: eritq; locus imaginis in centro uisus: qui applicans formã uisam ipsi superficiei refractionis, rem iudicat figurę armillaris: ut hæc amplius omnia declarauimus in 43 huius. Patet ergo propositum. Sed in uisibilibus nobis assuetis nihil comprehẽditur à uisu ultra corpus diaphanum sphæricum densius aere, cuius cõcauitas sit ex parte uisus, nisi fortè tale corpus fiat artificialiter ex uitro, uel crystallo, uel glacie, aut aliquo illis simili: refractio tamen, quæ fit ad uisum à superficie concaua cœli similis est isti, nisi quòd secundum illam non fit refractio nisi formarum sphæricarum, quarum naturam & modum inferius duximus persequendum.

46. Imago formæ cuiuslibet rei uisæ figuratur diuersimodè secundum figuram superficiei corporis, à qua fit refractio ad uisum. Alhazen 35 n 7.

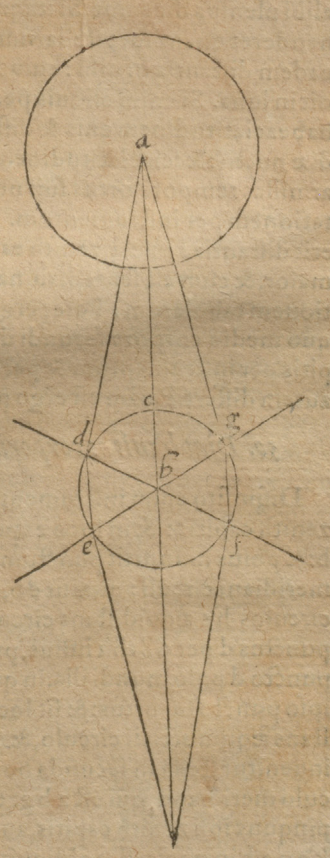
Quoniam enim locus imaginis refractæ est semper in communi sectione catheti incidẽtiæ, quæ est perpendiculariter à puncto rei uisæ producta super superficiem corporis diaphani, in quo est res uisa, & lineę, per quam forma peruenit ad uisum, ut patet per 15 th. huius. Si ergo imaginati fuerimus quòd ab unoquoq; puncto rei uisæ exeat cathetus incidentiæ, quę est perpẽdicularis super superficiem corporis, in quo est res uisa: tũc habebimus quãdã figurã columnarẽ uel corporalem, exeuntẽ à superficie totius uisi corporis ad superficiẽ corporis diaphani: & hęc figura secat pyramidẽ radialẽ, secundũ quã fit uisio refracta, cuius uertex est in cẽtro uisus: & istarũ duarũ figurarũ corporalium, columnaris scilicet & pyramidalis communis sectio est locus imaginis formæ rei uisæ. Si itaq; superficies corporis, à qua fit refractio formæ rei uisæ, fuerit plana: tunc corpus imaginatum continens omnes perpendiculares erit similiter planæ superficiei: quare illa imago erit æqualis, uel modicò maior quàm sit forma rei uisæ: uidebitur tamen semper multò maior re uisa. Quòd si corpus, à quo fit refractio, fuerit sphæricum, & conuexum eius sit ex parte uisus, fueritq; res uisa in centro ipsius corporis diaphani, uel inter illud centrum & uisum: tunc imago rei uisæ erit figuræ pyramidalis, quoniam omnes perpendiculares, quæ sunt catheti incidentię, concurrunt in centro corporis diaphani per 72 th. 1 huius: & hęc imago quantò magis extenditur uersus superficiem conuexam corporis diaphani, tantò magis amplificatur: & ubicunq; locus imaginis fuerit inter rem uisam & superficiem corporis sphæricam: semper imago erit amplior re uisa. Si autem locus imaginis fuerit ultra rem uisam: tunc imago erit strictior re uisa. Si uerò res uisa fuerit ultra superficiem

ſuperficiem ſphæricam corporis diaphani uel ultra centrum eius: tunc, (cum omnes catheti incidentię ſecēt ſe in centro corporis) erit corpus imaginatū duæ pyramides oppoſitæ, quarū uertices coniunguntur in centro corporis diaphani: & loca imaginum tunc poſſunt eſſe diuerſa: & fortè accidet quandoq; imaginem uideri maiorem re uiſa: quandoq; æqualem: & quandoq; minorē. Quòd ſi corporis diaphani ſphærici concauitas fuerit à parte uiſus, & conuexitas ex parte rei uiſæ: tunc per eandem rationem, per quam prius, corpus imaginatum erit pyramis, cuius uertex erit in cētro corporis diaphani. Quantò ergo magis hoc corpus imaginatum extenditur uerſus centrum corporis diaphani, tantò magis conſtringitur: & quantò magis extenditur ad partem illam, tantò magis dilatatur & amplificatur ſuperficies: unde ſecundum hoc locis imaginum diuerſificatis, diuerſificatur & quantitas imaginum formarum. Quia ſi locus imaginis fuerit propinquior centro corporis diaphani concaui, quàm ipſa res uiſa: erit imago minor ipſa re uiſa: & ſi fuerit locus imaginis remotior à centro corporis quàm res uiſa: erit imago maior ipſa re uiſa. Et quomodo hoc exemplificauimus in corporibus diaphanis ſphæricis conuexis & concauis: eodem modo in corporibus columnaribus & pyramidalibus conuexis & concauis poteſt intelligi. Vniuerſaliter autē quando locus imaginis eſt ſuperficies corporis diaphani, à qua fit refractio: tunc ſemper imago induit figuram ſuperficiei, à qua fit refractio. Vnde in conuexis ſuperficiebus fit conuexa: in cōcauis concaua: in columnaribus corporibus fit oblonga columnaris: & in pyramidalibus corporibus pyramidalis. Diuerſificantur etiam figuræ imaginum in eodem diaphano ſecūdum diuerſum ſitum eiuſdem rei uiſæ reſpectu uiſus. Vnde forma eiuſdem rei, ut pedis uel manus, quandoq; uidetur ſtricta & curta: quandoq; arcta & longa, ſecūdum quod perpendiculares à punctis illius rei ad ſuperficiem corporis diaphani productæ illi ſuperficiei incidunt diuerſimodè: ſic enim uariè à lineis extenſionis formarum interſecantur: & uariatur multiformiter imago, ut patet per 15 & 16 huius. Horum quoq; omnium cauſſa ſufficienter patet ex præmiſsis. Palàm ergo eſt id, quod proponebatur.

47. Vna imago refracta occurrit eiuſdem uidentis uiſibus ambobus. Alhazen 36 n 7.

Quoniam enim forma eiuſdē rei uiſæ refracta ab aliqua ſuperficie corporis diaphani, in quo eſt illa res, ſe offert ambobus uiſibus eiuſdem uidentis: tunc in ipſius uiſione non fit quantùm ad actū uidendi, differentia à ſimplici uiſione, quam pertractauimus in tertio & quarto libro huius ſciētiæ: ubi diximus quòd res ſecundum pyramidem uidetur, cuius uertex eſt in centro uiſus, & baſis in ſuperficie rei uiſæ: & oſtendimus quòd tunc ab ambobus uiſibus uidetur una forma: unde illud hic ſupponimus in formis refractis, ut in formis directè uiſis. Si enim homo comprehenderit aliquod uiſibile in cœlo aut in aqua, aut ſub uitro uel cryſtallo ambobus uiſibus, & claudat unū uiſuū: nihilominus comprehendet illud uiſibile. Ambobus ergo uiſibus & uno tantū uiſu cōprehenditur eadem forma. Et hoc eſt propoſitū: non enim uidimus in talibus aliquid ulteriori mora dignum.

48. Cryſtallo ſphærica ſoli oppoſita ignem poſsibile eſt accendi in re combuſtibili, quæ eſt poſt illam.



Sit centrum ſolis punctum a: ſitq; cryſtallus ſibi oppoſita, cuius centrum b: ſitq;, ut ſuperficies plana centra amborum, quæ ſunt a & b, pertranſiens ſecet ipſam cryſtallum ſphæricam ſecundum circulum per 69 th. 1 huius: qui ſit c d e f g. Dico quòd ſi aliquod combuſtibile ponatur poſt hanc cryſtallum: ita quòd cryſtallus ſit media inter ſolem & rem combuſtibilem, ut ſtupam uel aliquid conſimile: poſsibile eſt, ut ignis in illo corpore accendatur. Imaginetur enim à centro ſolis a uſque ad centrum cryſtalli, quod eſt b, diffundi radium, qui ſit a b. Cum itaque radius iſte ſit perpendicularis ſuper corpus ſolis & ſuper corpus cryſtalli per 72 th. 1 huius, quoniam tranſit per amborum centra: palàm per 47 th. 2 huius quia non refringitur, ſed tranſit corpus cryſtalli irrefractus: omnesq; radij ſolis ſuperficiei ſphæricæ cryſtalli ęquidiſtanter radio a b incidentes, palàm quoniam incidunt obliquè: ergo per 47 th. 2 huius patet quoniam omnes illi radij refringuntur ad perpendicularem a b: quoniam quilibet illorum radiorum refringitur ad perpendicularem à puncto refractionis ſuper ſuperficiem cryſtalli: quæ perpendiculares omnes concurrunt cum diametro a b in centro ſphæræ cryſtalli: fit autem ad illas perpendiculares refractio: ideo quòd corpus cryſtalli denſius eſt corpore aeris, per quod tranſeunt radij inter corpus ſolis & corpus cryſtalli incidentes. Et quoniam in diſtantia æquali à radio a b, alij radij à corpore ſolis procedentes, corpori cryſtalli incidunt ſecundum angulos æquales per 43 th. 1 huius: palàm per 8 huius quoniam ſecundum æquales angulos refringuntur. Imaginetur itaque radius a b produci ultra corpus cryſtalli: & patet quoniam à quolibet circulo cryſtalli totius ſuperficiei ſolis oppoſitæ refringuntur radij ad unum punctum perpendicularis a b,

ris a b, ficut & omnes perpendiculares concurrunt in centro b. In aliquo itaque illorum punctorum perpendicularis a b retro corpus cryftalli pofito combuftibili, ignis accendetur in illo, fi moram duxerit. Omnes enim anguli refractionis ex aere ad fuperficiem fuperiorem cryftalli unius circuli (cuius polus eft punctus, fecundum quem linea a b fecat fuperficiem cryftalli) funt æquales: & eorum radiorum anguli refractionis à fuperficie cryftalli ad aerem funt æquales. Et quoniam quilibet illorum radiorum refringitur à linea perpendiculari à puncto fuæ refractionis fuper fuperficiem cryftalli producta: patet quòd omnes illi radij æqualiter refracti, concurrunt in uno pũcto lineæ a b productæ ultra fuperficiem cryftalli. Et quia illa pũcta naturalia latitudinẽ habent: patet quòd in ipfis radij plurimi concurrũt: poffunt ergo rem combuftibilem ibi pofitam inflammare: quod eft propofitũ. Fortè tamen portio fphæræ cryftallinæ minor hemifphærio fortius inflammaret in loco centri fui pofita re inflammabili: quoniã omnes radij totali illi fuperficiei fphæricæ perpendiculariter incidentes concurrerent in centro per 72 th. 1 huius. Sed & in horum experimentatione eft maxima latitudo, quam relinquimus ad talia curiofis.

49. Stellas cœli & lunam fecundum refractionem à uifibus comprehendi inftrumentaliter declaratur. Alhazen 15 n 7.

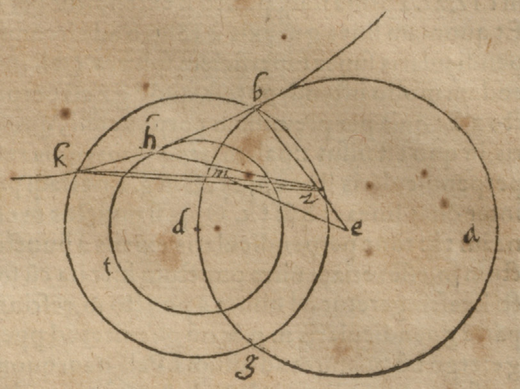
Inftrumentum armillarum ponatur in loco eminente: unde appareat horizontis pars orientalis, ita quòd armilla, quę eft in loco circuli meridiei, fit pofita in fuperficie circuli meridiei: & polus eius fit exaltatus à fuperficie terræ fecundum eleuationem poli mundi fuper illius habitabilis horizonta: & in nocte obferuetur aliqua ftellarum fixarum magnarum, quæ cum peruenit ad circulum meridianum, fit tranfiens per centrum capitis experimentantis aut prope: & cõfideretur illa in ortu fuo, dum eleuatur fuper fuperficiem horizontis: & tunc reuoluatur armilla reuolubilis in circuitu poli mundi, qui eft polus æquinoctialis, donec fiat æquidiftans circulo magno cœli tranfeunti per polos æquinoctialis, & per centrum corporis illius ftellæ: & certificetur locus ftellæ ex armilla, ita ut habeatur diftantia ftellæ à polo mundi. Deinde obferuetur ftella, donec ueniat ad circulum meridiei: moueaturq; armilla mobilis, donec fiat æquidiftans circulo ftellæ, ut prius: & fit in fuperficie circuli meridiani: & tunc iterum habebitur diftantia ftellæ à polo mundi, cum ftella fuerit in zenith capitis aut prope: inuenieturq; diftantia ftellæ à polo mundi in tempore ortus & eleuationis ftellæ minor ipfius diftantia ab eodem polo, tempore, quo eft in zenith capitis uel prope. Patet itaque ex iftis quia uifus comprehendit formas ftellarum orientium refractè, & non rectè: quoniam quælibet ftellarum fixarum femper mouetur per eundem circulum ex circulis æquidiftantibus æquinoctiali, nifi fortè fecundum motum latitudinis uarietur parum in tempore lõgo: de quo alibi plenius dicemus. Si itaq; uifus comprehenderet ftellas rectè, non refractè: tunc uifus comprehenderet quamlibet ftellarum in fuo loco: & effet omni hora noctis eiufdem ftellæ à polo mundi eadem diftantia in uifu: cuius contrarium accidit uifui per inftrumentum. Similiter quoque accidit in luna. Si enim aliquis per tabulas æquauerit locum lunæ in aliqua hora prope ortum eius: & habeat latitudinem eius & diftantiam à polo mundi notam: & item æquet ipfam pro tempore mediæ noctis: & fciat latitudinem eius & diftantiam à polo mundi. Si itaq; inueniatur locus lunæ per armillas tempore ortus fui: non accidet diuerfitas inter computationem per tabulas & experimentationem per inftrumentum. Inuento uerò loco lunæ per armillas, dum eft in meridiano circulo: erit diftantia lunæ à zenith capitis inuenta per inftrumentum, cum latitudo lunæ eft meridiana, maior, & cum eft feptentrionalis, minor uera diftantia eius à zenith capitis inuenta per computationem tabularum. Patet ergo quòd lux lunæ non peruenit ad uifum rectè, fed refringitur in aliquo medio corpore fecundi diaphani: quia nifi refringeretur, eadem eius effet diftantia à zenith capitis per inftrumentum & per tabularum computationem, ut accidit cum eft in horizonte: nunc autem differt. Palàm eft ergo propofitum, quòd omnes ftellæ uidentur per refractionem.

50. Diaphanitas corporis cœleftis rarior eft aeris & ignis diaphanitate. Alhazen 16 n 7.

Difpofito enim inftrumento armillarum, ut fuprà, inuenienda eft diftantia alicuius ftellarum à zenith capitis: & in loco experimentationis fit circulus meridiei a b g: & fit zenith capitis punctũ b: & polus mundi fit punctum d: centrum quoque mundi fit punctus e: & ducatur femidiameter meridiani circuli: quæ fit e b, pertranfiens centrum uifus experimentantis, qui fit punctus z: fitq; circulus h t æquidiftans circulo æquinoctiali & polo ipfius, qui eft d: eritq; polus illius circuli h t punctus d per 68 th. 1 huius, propter æquidiftantiam illorum circulorum: fitq; circuli h t diftantia à puncto d polo mundi illa, in qua inuenitur ftella in hora certificationis diftantiæ primæ, quæ eft in ipfo puncto fui ortus: & fit locus ftellæ in illa hora punctus h: fitq; circulus alter, qui k b g, æquidiftans æquinoctiali circulo, & etiam circulo h t: cuius diftantia à polo mundi, qui eft d, fit illa, in qua inuenitur ftella in fecunda hora confiderationis, quæ fit ftella exiftente iuxta zenith capitis in circulo meridiano, qui eft a b g: eritq; circulus k b g æquidiftans polo mundi, qui eft d, & ualde propinquus ipfi zenith capitis, aut tranfiens per punctum b, quod eft zenith capitis. Ille ergo circulus k b g eft, in quo ceffat obliquitas refractionis. Nam cum ftella fuerit in zenith capitis in pũcto b, aut ualde prope: tũc uifus comprehendet eius formã rectè. Nã linea e z b à centro mũdi e per centrũ uifus z ad zenith capitis b pertingẽs, eft perpẽdicularis fuper cõcauũ fphęrę cœleftis, & fuper cõuexũ

fphæræ

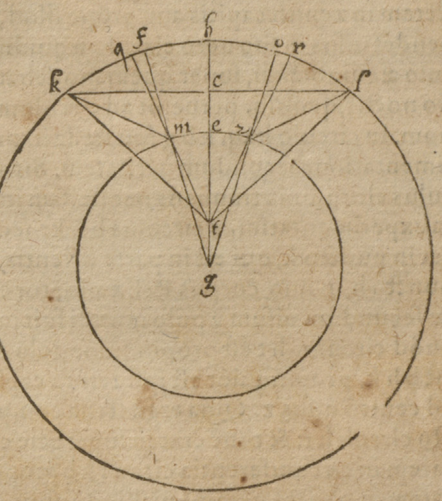
ſphæræ aeris per 72 th.1 huius: quoniam tranſit per centrum utriuſq; illarum ſphærarũ. Viſus itaq; propter perpendicularitatem lineæ z b ſuper ſphęras aeris & cœli, comprehendet ſtellam exiſtentem ſuper hanc lineam rectè, ſiue corpus cœli & aeris ſint eiuſdem diaphanitatis, ſiue diuerſæ: quoniam, ut ſuprà oſtenſum eſt per 3 th. huius, perpendicularis linea radialis non refringitur in medio ſecundi diaphani. Forma itaq; ſtellę apparentis in puncto b ſine omni refractione peruenit ad uiſum per medium corpus cœleſte & ignis & aeris (quorum in hoc loco acceptio eſt uniformis, quanquã ignis plus diaphanus eſt aere: & ex lucibus cœleſtibus nihil ad nos peruenit uel ad noſtros uiſus, niſi per medias ſphæras ignis & aeris, quæ quantũ ad illud, ſunt ſphæra quaſi una.) Stellam itaq; exiſtẽtem in zenith capitis aut prope illud, comprehendet uiſus in ſuo uero circulo æquidiſtante circulo æquinoctiali, ſuper quem mouebatur ab initio noctis, quouſq; peruenit ad circulum meridianum. In circulo itaq; k b g fuit ſtella in prima experimentatione ſecundum ueritatem. Sit autem circulus altitudinis tranſiens per ſtellam in prima hora experimentationis circulus b h k: ſecetq; iſte circulus circulum k b g in ambobus punctis: ſcilicet in puncto k, qui eſt in parte orientis, & in puncto g illi directę oppoſito: ſecetq; circulum h t in puncto h, in quo corpus ſtellæ uidetur eſſe in tempore primę conſiderationis. Et quia diſtantia ſtellæ ſecundum uiſum à polo mundi fuit in prima experimentatione minor, quàm in ſecunda: patet quòd circulus h t eſt propinquior polo d, quàm circulus k b g: pũctus itaq; h circuli altitudinis, qui eſt b h k, propinquior eſt ipſi zenith capitis b quàm punctus k. Ducantur itaq; duæ lineæ h z & k z ad centrũ uiſus z. Quia ergo ſtella comprehenditur à uiſu in prima hora experimentationis in puncto circuli h t: & tunc erat in ſuperficie circuli b h k: & tamen ſtella erat in illa hora ſecundum ueritatem in circumferentia circuli k b g: oportet neceſſariò, ut ſtella in illa hora fuerit ſecundum ueritatem in puncto communi illis duobus circulis, qui ſunt k b g & b h k, qui eſt punctus k ſupra terrã: comprehenditur autem à uiſu in puncto h per lineam z h: quia forma ſtellæ peruenit ad uiſum in rectitudine lineæ h z: & linea, quę eſt inter ſtellam & uiſum ſecũdum ueritatem, eſt linea k z. Palàm ergo quòd uiſus non comprehendit ſtellam, quę eſt in puncto k, rectè: comprehẽdit ergo ipſam refractè. Et quia in corpore cœleſti propter homogeneitatem ſuæ diaphanitatis non poteſt fieri refractio: fiet ergo illa in aliquo puncto corporis illi propinqui. Sit itaque locus refractionis factæ in medio ſecundi diaphani (quod eſt aer uel ignis) punctus m: & ducatur linea k m: & protrahatur à puncto m linea recta uſque ad punctum z centrum uiſus. Quia ergo forma ſtellæ extenditur à ſtella per lineam k m, & refringitur ad uiſum per lineam k m z: formæ uerò non refringuntur niſi occurrerit corpus diuerſæ diaphanitatis, ut oſtendimus in ſecundo libro huius, & in præmiſſis huius libri propoſitionibus. Ergo corpus cœleſte, in quo eſt ſtella, eſt differentis diaphanitatis ab aeris uel ignis diaphanitate. Et quia locus refractionis eſt apud ſuperficiem tranſeuntem inter duo corpora differentia in diaphanitate, ut patet per 4 huius: punctus itaque m eſt in cõcauitate cœli. Et ſi producatur linea e m: hæc ſecundum ueritatem erit ſemidiameter ſphæræ cœli, cuius concauum attingit conuexum ipſius ignis. Eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem cœli concauam, contingentem aerem uel ignem, & ſuper ſuperficiem aeris uel ignis conuexam. Et quia forma ſtellę extẽſa in corpore cœleſti per lineam k m, refringitur in aere ad uiſum per lineam m z: linea uerò k m protracta ultra punctum m ſecaret lineam z m, elongans ſe à puncto e centro mundi: ideo quia obliquè incidit concauæ ſuperficiei ipſius cœli: palàm quia illa refractio eſt ad partem, in qua eſt perpendicularis e m, tranſiens per punctum refractionis perpendiculariter ſuper conuexam ſuperficiem aeris. Et quoniam neque in cœlo, neque in aere eſt aliquod corpus denſum politum, à quo poſsit fieri reflexio, ut à ſpeculo: patet, quia illa diuerſitas accidit propter refractionem formæ in medio ſecũdi diaphani. Corpus itaq; aeris eſt groſsius corpore cœli, ut patet p 4 huius. Et hoc eſt ꝓpoſitũ.



51. Diametri omnium ſtellarum & lineæ determinantes diſtantias quarumlibet duarum ſtellarum in zenith capitis uel circa exiſtentium, minores comprehendũtur per refractionem, quàm ſi directè uiderentur. Alhazen 52 n 7.

Sit circulus meridianus in aliquo horizonte b f k: & communis ſectio ſuperficiei huius circuli & ſuperficiei conuexitatis ſphæræ cœli infimi per 69 th. 1 huius ſit circulus m e z: erunt ergo iſti duo circuli in eadem ſuperficie & concentrici. Sit ergo centrum ipſorum (quod eſt centrum mundi) punctum g: ſitq; centrum uiſus punctum t: & ducatur à centro mundi g ad centrum uiſus t linea g t: & extrahatur linea g t in partem t e, donec occurrat circulo meridiei in puncto b: ſecetq; circulum, qui eſt in ſuperficie cœli concaua, in puncto e: erit itaq; punctus b zenith capitis, quo ad uiſum: ſit itaq; k l arcus, cuius chorda k l ſit diameter alicuius ſtellæ aut diſtantia inter aliquas duas ſtellas: & linea t b tranſeat per medium arcum k l ad punctum b: & ſecet chordam l k in puncto c:

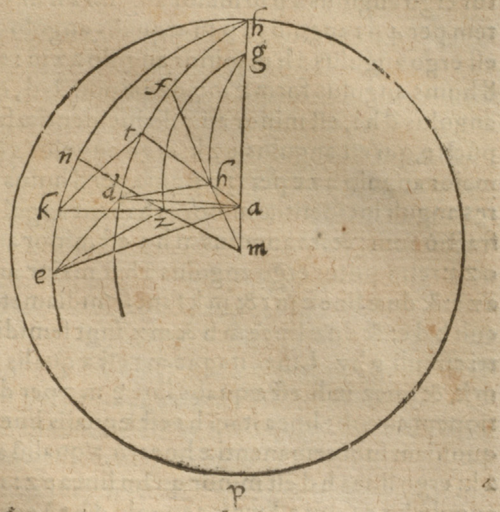
arcus itaq; k b eſt æqualis arcui b l: & ducantur duæ lineæ t k & t l. Erit ergo angulus k t l quidam angulus, ſecundum quem uiſus t comprehendit arcum k l, quando ipſum rectè comprehendit. Sit itaq;, ut forma puncti k refringatur ad uiſum t à puncto m circuli m e z, qui eſt ſignatus in concaua ſuperficie ipſius cœli infimi, ut præaſſumptum eſt: & forma puncti l refringatur ad uiſum t ex puncto z, & ducantur lineæ g m & g z à centro mundi ad loca refractionum: ducantur quoq; lineæ k m: m t, l z, z t. Forma itaq; puncti k extenditur per lineam k m, & refringitur ad uiſum t per lineam m t. Et quoniam linea g m exit à centro ad circumferentiam: palàm per 72 th. 1 huius quòd ipſa eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſphæræ cœli incidens puncto m, quod eſt punctum rofractionis. Et eodem modo oſtendi poteſt, quòd g z eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem cœli, incidens in puncto z. Et quia per pręmiſſam corpus cœli, quod eſt z m, eſt rarioris diaphanitatis quàm corpus aeris, in quo eſt uiſus t: palàm per 4 huius quia refractio, quæ fit ſecundum lineam m t, erit ad partem perpendicularis lineæ, quę eſt m g. Erit itaq; punctum m inter duas lineas t b & t k. Quia ſi punctus m eſſet ultra lineam t k: tunç perpendicularis exiens à puncto g ad punctum m, eſſet etiam ultra punctum k: & ita cũ forma puncti k refringeretur ad uiſum à puncto m, refringeretur ad partẽ ꝑpendicularis m g, & nõ ꝑueniret ad ꝑpendicularẽ g e: ergo nõ ꝑueniret ad uiſum t. Palã itaq; quoniã pũctus m eſt inter duas lineas t k & t b: & eodem modo declarari poteſt quia pũctũ z eſt inter duas lineas t b & t l. Extrahatur itaq; linea t m ad q pũctum circuli meridiani, & linea t z ad punctũ r eiuſdem circuli meridiani. Erit itaq; arcus q k ęqualis arcui l r, & angulus q t r erit minor angulo k t l: quoniã eſt pars eius. Sed angul⁹ q t r eſt angulus, ꝑ quẽ uiſus t cõprehendit arcum k l refractè: & angulus k t l eſt angulus, per quem uiſus t comprehẽdet arcum k l rectè: ſi ipſum rectè poſſet comprehendere: ſed remotio arcus k l à uiſu eſt maxima: quapropter quantitas eius non certificatur. Viſus itaq; per exiſtimationem non per certitudinem accipit remotionem arcus k l: ſed exiſtimatio uiſus quando comprehendit refractè, nõ differt ab exiſtimatione eius, quando comprehendit rectè, niſi in hoc ſolùm, quòd putat ſe rectè comprehendere, quando comprehendit refractè. Viſus itaq; t comprehendit arcum k l refractè ex angulo minori, quàm ille angulus, quo ipſum comprehendit rectè, & ſecundum comparationem ad illam eandem remotionem, ad quam comparat, ſi ipſam rectè comprehenderet. Sed uiſus t comprehendit magnitudinem ex quantitate anguli reſpectu remotionis puncti t (quod eſt cẽtrum uiſus) à ſuperficie rei uiſæ per 27 th. 4 huius: ergo comprehẽdit quantitatem arcus k l refractè minorem, quàm ſi comprehẽderet illam rectè. Et ſi figura, in qua ſunt pũcta k, l, t, b imaginetur circumuolui linea t b exiſtente immobili: deſcribetur circulus ſecans meridianum circulum in duobus punctis, cuius circuli polus erit pũctum b zenith capitis: & erũt omnes anguli, qui ſunt apud uiſum t cõtenti duabus lineis ſimilibus lineis t k & t l, inter ſe quilibet ſuo compari æqualis. Viſus ergo t comprehendet formam arcus k l refractè in omni ſitu in reſpectu circuli meridiei, cum fuerit in uertice capitis, minorem, quàm ſi comprehenderet ipſam rectè. Et ſi linea t b ſecuerit arcum k l in duo æqualia: tũc duo pũcta q & r erũt inter duo puncta k & l: eritq; angulus q t r minor angulo k t l: & erit omnis angulus æqualis angulo q t r, exiens à pũcto t ſecans ſtellam: & linea exiens à cẽtro uiſus t in ſuperficie illius circuli ſecabit circulum maiorem ipſius ſtellæ, & comprehenditur quantitas eius minor quàm ſit: & ſic tota ſtella uidebitur minor quàm ſit. Omnis ergo ſtella uidetur minor, cũ eſt in zenith capitis, quàm ſi uideretur directè. Et ſimiliter eſt de omni diſtantia inter quaslibet duas ſtellas, cum zenith capitis fuerit inter duas extremitates illius diſtantiæ: comprehẽdetur enim in omnibus ſuis poſitionibus minor, quàm ſi directè comprehenderetur ſine refractione. Omnis itaque ſtella in uertice capitis aſpicientis exiſtens uidetur minor quàm in alio loco cœli: & quãtò magis remouetur à uertice capitis, tantò ſemper apparet maior: itaque in horizonte apparet maior quàm in alio loco. Et hoc eſt commune omnibus ſtellis, planetis ſcilicet & fixis, quòd in zenith capitis uel prope illud ſemper ſunt minores. Et hoc ſimiliter apparet in lineis determinantibus ſtellarum diſtantias: hoc eſt in ipſis ſtellarum diſtantijs, ut ſpatiorum cœli, quæ ſunt inter ſtellas, magis quàm in quantitatibus ſtellarum: nam quantitas ſtellæ, quo ad uiſum, eſt res parua, & exceſſus ſuæ quantitatis res parua, ſed magis comprehenditur diuerſitas & exceſſus diſtantiarum. Patet ergo propoſitum.



52. Diametri ſtellarum, uel lineæ ſtellarum diſtantiã determinantes, exiſtentes in horizonte, aut inter horizonta & circulum meridiei, taliter ut æquidiſtent horizonti: uidebuntur propter refractionem minores, quàm ſi directè uiderentur. Alhazen 53 n 7.

Sit item circulus meridianus, qui b p: cuius centrũ, quod eſt centrũ mũdi, ſit pũctus m: & ſit centrũ uiſus a: & zenith capitis pũctum b: & ducatur linea a b: & ſit diameter ſtellę aut diſtãtia inter aliquas duas ſtellas linea d e æquidiſtans horizonti: & ſit circulus altitudinis tranſiens per unã extremitatem

mitatem diametri ſtellę, aut diſtãtiæ inter duas ſtellas, circulus b d: & alius circulus altitudinis tranſiens per alterarñ extremitatem diametri ſtellæ aut diſtantię ſit circulus b e: cõmunes quoq; ſectiones ſuperficierũ iſtorũ duorũ circulorũ & ſuperficiei concauę cœli infimi ſint duo circuli g h & g z. Forma itaq; pũcti d refringitur ad uiſum a in ſuperficie circuli g h: eſto, ut hoc fiat in pũcto h: & forma pũcti e refringitur ad uiſum a in ſuperficie circuli g z: & ſit in pũcto z: ducãtur itaq; lineæ a d, a e, a h, a z, m z, m h: & producatur linea m z ad arcum b e in pũctũ n: & linea m h producatur ad arcũ b d in punctum f. Et quoniã linea d e æquidiſtat horizonti, cũ ſit quędam pars circuli æquidiſtantis circulo horizontis, ut alicuius illorũ circulorum, qui arabicè dicũtur almicantarah: palàm per 68 th. 1 huius quoniã zenith capitis, quod eſt punctus b, eſt polus circuli d e: quoniã ipſe eſt polus horizontis. Arcus itaq; b d eſt æqualis arcui b e per 28 p 3: chordæ enim illorum arcuũ ſunt æquales per 65 th. 1 huius: linea itaq; m h eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diaphani cœleſtis per 72 th. 1 huius: quoniam exit à centro mũdi. Linea itaq; h a refringitur à pũcto h ad uiſum a: & erit eius refractio ad partem diametri h m per 4 huius: aer enim eſt denſior corpore cœleſti, ut patet per 50 huius: refringetur ergo ad partẽ contrariam



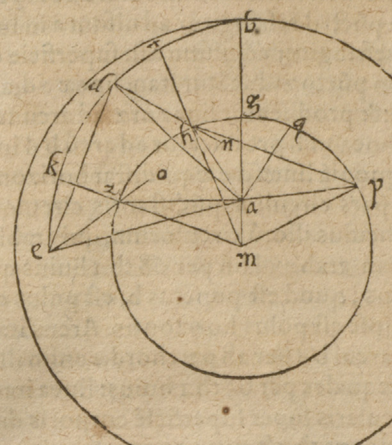
illi parti, in qua eſt pars reliqua perpendicularis, quę h f: ergo h pũctum refractionis eſt altius quàm linea a d. Et ſimiliter declarabitur quòd z pũctus refractionis eſt altior q̃ linea a e. Duo ergo pũcta f & n, quę ſunt termini duarũ linearũ perpendiculariũ m f & m n, ſunt inter duo puncta d & e, & zenith capitis, quod eſt b: ita quòd pũctum f eſt inter duo pũcta d & b, & pũctum n inter duo pũcta e & b: & angulus refractionis, qui eſt apud pũctum h, eſt æqualis angulo refractiõis, qui eſt apud punctũ z per 14 th. huius: quoniã ſitus duorũ pũctorum d & e reſpectu uiſus a, eſt cõſimilis ex hypotheſi. Tantùm ergo diſtat pũctus f à pũcto d, quantũ pũctus n à puncto e. Extrahatur itaq; linea a h ad pũctum t: & linea a z ad pũctum k: diſtabit itaq; pũctus t à pũcto d tantũ, quantũ pũctus k à pũcto e: & ducatur linea t k, quæ neceſſariò erit æquidiſtans lineæ d e per 88 th. 1 huius: quoniã arcus e k eſt æqualis arcui d t: eſt ergo linea t k minor quàm linea d e per idẽ 88 th. 1 huius: & lineæ a t, a k, a d, a e ſunt æquales: quia pũctum a centrũ uiſus, eſt quaſi centrũ mũdi, & omniũ arcuũ ſignatorũ, ut b d & b e. Duæ itaq; lineæ a t & a k ſunt æquales duabus lineis a d & a e, & baſis t k trigoni a t k eſt minor quàm baſis d e trigoni a d e: ergo per 25 p 1 erit angulus t a k minor angulo d a e: ſed angulus t a k eſt angulus, ſecũdum quẽ linea d e comprehẽditur refractè: & angulus d a e eſt angulus, ſecũdũ quẽ linea d e comprehẽditur rectè. Patet itaq; illud, quod proponebatur, ſiue linea d e ſit diameter alicuius ſtellarum, ſiue ipſa ſit linea determinans diſtantiam inter ſtellas.

53. Diametri ſtellarum aut lineæ determinantes diſtantiam ſtellarum in aliquo circulo altitudinis ſuper horizonta erectæ, per refractionem uidentur minores, quàm ſi directè uiderentur. Alhazen 54 n 7.

Remaneat diſpoſitio, quæ ſuprà: & ſit diameter alicuius ſtellarũ uel diſtantia aliquarũ duarũ ſtellarum linea d e: quæ ſit erecta in aliquo circulo altitudinis tranſeunte per zenith capitis, quod eſt pũctum b, qui circulus altitudinis ſit b d e: ſitq; cõmunis ſectio ſuperficiei circuli b d e, & ſuperficiei concauitatis ſphæræ infimæ cœleſtis circulus g h z per 69 th. 1 huius: & ducantur lineæ a d & a e: & refringatur forma pũcti d ad uiſum a ex pũcto h: & forma pũcti e ex pũcto z. Copulentur quoq; lineæ, d h, quę producatur ultra pũctum h in pũctum n: & e z, quę producatur ultra pũctum z in punctum o. Patet ergo, ut in præcedente proxima, quòd pũctum h eſt altius q̃ linea a d: & qđ punctũ z eſt altius q̃ linea a e. Ducantur itaq; lineæ a h, h d, a z, z e, m h, m z: & protrahatur linea m h ultra punctum h ad circulũ altitudinis in pũctum t: & linea m z ultra pũctum z in pũctum k: erit ergo angulus refractus, qui fit ex refractione formæ pũcti e ad uiſum a (qui eſt angulus a z m) ualde paruus (quoniã linea a m, quę eſt ſemidiameter terræ, reſpectu tantæ diſtantiæ, non eſt alicuius ſenſibilis quãtitatis, ut aliàs declarauimus in ſcientia motuũ cœleſtiũ) & angulus refractionis eius erit paruus, ſequens modũ illius anguli a z m: quoniã cũ aer ſit denſior corpore cœleſti, ut patet per 50 huius: palã per 4 huius quoniã fit refractio ad perpendicularẽ, quæ eſt z m. Erit ergo per 8 huius angulus e z k acutus: & ſimiliter erit angulus d h t acutus: ergo angulorũ a h d & a z e uterq; erit obtuſus per 13 p 1. Pũctum itaq; z aut erit in ſuperficie horizontis, aut altius. Si erit in ſuperficie horizontis: erit ergo in extremitate perpendicularis exeuntis à centro uiſus, quod eſt a, ſuper lineã b a perpendiculariter ſuperficiei horizontis inſiſtentẽ, quę perpendicularis imaginatur eſſe ducta in ſuperficie horizontis: aut ſi fuerit altius horizonte, erit altius illa linea perpendiculari: & punctum h erit ſemper altius puncto z. Angulus ergo a h m eſt minor angulo a z m: quod patet, ſi ſuper pũctum m terminum lineę a m fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo a m z, qui ſit a m p, ducta linea m p ad peripheriam circuli g h z: facto quoq; angulo q a g ęquali angulo h a g: ita ut per 7 p 3 linea a q ſit ęqua-

 lis lineæ

lis lineæ a h: & copuletur linea h p. In trigono ergo h m p duo anguli m h p & m p h sunt æquales per 5 p 1: sed in trigono h a p latus a p est maius latere a h: quia est maius latere a q per 7 p 3: est ergo per 19 p 1 angulus a h p maior angulo h p a: relinquitur ergo angulus a p m maior angulo a h m. Est autem per 4 p 1 angulus a p m æqualis angulo a z m: est ergo angulus a h m minor angulo a z m: ergo per 8 huius angulus formæ incidẽtiæ puncti d, qui est angulus d h t, est minor angulo incidentiæ formæ pũcti e, qui est angulus e z k: ergo angulus a h d est maior angulo a z e per 13 p 1: quia per 8 huius minores anguli incidentiæ minores habent angulos refractionum: & ita angulus n h a est minor angulo o z a: relinquitur ergo angulus a h d maior angulo a z e: & duæ lineæ m t & m k sunt semidiametri circuli b d e: & duæ lineę m h & m z sunt semidiametri circuli g h z. Linea itaque m t est æqualis lineæ m k, & linea m h est æqualis lineæ m z per definitionem circuli: linea itaq; h t est æqualis lineę z k: quoniam sunt remanentiæ linearũ æqualiũ ablatis æqualibus: & angulus d h t est minor angulo e z k: ergo linea h d est minor quàm linea e z: quoniam linea continens cũ linea t h angulũ æqualem angulo k z e (qui est maior angulo d h t) erit maior q̃ linea d h per 7 p 3: linea ergo d h est minor q̃ linea e z: & duæ lineæ a d & a e sunt æquales: similiter duæ lineæ a h & a z sunt æquales: quia punctũ a centrum uisus est quasi centrũ circulorũ b d e & g h z: triangulus ergo a h d est minor triangulo a z e: quoniam illorũ duorum trigonorũ duobus lateribus existentibus æqualibus, tertium est inæquale. Ergo circulus continens trigonũ a h d est maior circulo cõtinente trigonũ a z e: quia angulus a h d est maior angulo a z e, & linea h d est minor quàm linea z e. Linea itaq; h d distinguit de circulo maiore, continente triangulũ a h d, arcum minoré arcu simili illi arcui, quẽ resecat linea z e ex circulo minore cõtinente triangulũ a e z: angulus ergo h a d est minor angulo z a e: sit ergo angulus z a d cõmunis illis ambobus angulis: erit ergo angulus h a z minor angulo d a e: angulus uero h a z est angulus, secũdum quẽ uisus a comprehẽdit lineam d e per refractionẽ: & angulus d a e est angulus, secũdum quẽ comprehẽderetur forma lineæ d e rectè (si hoc posset fieri.) Visus itaq; a comprehendit lineam d e refractè minorem quàm rectè per 20 th. 4 huius: quoniá sub maiori angulo comprehendit ipsam refractè quàm rectè. Patet ergo propositum.



54. Omnes stellæ uidentur rotundæ: maiores in horizonte quàm in medio cœli: nisi quandoq; contrarium accidat propter interpositos uapores uisibus & stellis. Alhazen 55 n 7.

Omnes stellę cõprehendũtur rotũdæ: quoniam utraq; diametrorum suarũ scilicet lõgitudinis & latitudinis comprehẽditur æqualiter minor, quàm si cõprehẽderetur rectè: quælibet ergo suarũ diametrorũ decliuiũ comprehẽditur æqualiter minor per refractionẽ, quàm si comprehenderetur rectè. Stella ergo comprehẽditur rotũda in omni suo situ. Omnes quoq; stellæ comprehẽdũtur minores per refractionẽ, q̃ si directè uideretur: quoniá ipsarũ diametri comprehẽdũtur minores, ut patet ex propositionibus pręmissis. Et hoc uerũ est, quátũ est à parte refractionis, q̃ fit in medio secũdi diaphani, quod est aer, qui est dẽsior cœlo per 50 huius. In cœlesti itaq; concaua superficie fit refractio ad perpẽdicularem exeuntẽ à pũcto refractionis super illã superficiẽ: hoc est ad lineã (q̃ est semidiameter mũdi) per 4 huius. Diuersitas uerò refractionis, quę fit secũdũ distátiã stellarũ à polo mũdi, inuenitur parua: quoniam illi anguli refractionis sunt parui. Vnde secũdum ipsos non diuersificatur sensibiliter quãtitas stellarũ. Sed magnitudo stellarum & quantitas distátię ipsarum ab inuicem, multum differũt, cum sunt in horizonte, & cum sunt iuxta zenith capitis, uel in medio cœli, propter sensibilem diuersitatẽ suę refractionis. Et hic est error perpetuus, quia caussa eius est perpetua, scilicet uictoria raritatis corporis cœlestis super aeris raritatem. Accidit tamẽ quádoq; uideri stellas maiores una uice q̃ alia: ut si uapor grossus sit inter uisum & stellas: tũc enim propter refractionẽ linearũ extẽsionis formarũ stellarũ in illo uapore ad perpẽdicularẽ, & propter refractionem à superficie illius uaporis factã iterũ ad aerẽ, in quo est uisus, quæ refractio fit ab illa perpẽdiculari, dispersior occurrit forma uisui, & sub angulis maioribus uidẽtur formę stellarũ: sicut etiam accidit de denario sub aqua uiso, qui uidetur maior quàm si in aere uideretur. Huiusmodi aũt quantitas uisionis stellarũ maximè accidit cum stellæ sunt in horizonte, aut prope illum: & sic duę refractiones subsequentes primam (quę fit in concaua superficie ipsius cœli, & fit semper in omni stellarum uisione) faciunt nouas immutationes circa stellarum uisionem. Vapor enim ille grossus cum fuerit in horizonte aut prope, & non fuerit continuus usq; ad medium cœli, erit portio cuiusdam sphærę concentricæ mundo, & erit superficies eius, quę est ex parte uisus, plana: propter quod formæ aut distantię stellarũ, quæ sunt ultra illum uaporẽ, uidebuntur maiores, quàm si sine illo uapore uiderentur. In illo enim loco cócauitatis cœli, ex quo refringitur forma stellæ ad uisum, est forma stellę, & ex ipso extenditur ad uisum, si non interuenerit uapor grossus. Quòd si uapor grossus uisibus &

stellis in-

ſtellis interuenerit:tũc extenditur forma ſtellę ad ſuperficiem uaporis ſupremã, & refringitur in il-
la ad perpẽdicularem:deinde extẽditur ad ſuperficiẽ infimã uaporis, & refringitur ab illa ad aerem
purũ continentẽ uiſum:& fit illa refractio ad partẽ contrariam perpẽdicularis,exeuntis à pũcto re-
fractionis ſuper planam ſuperficiem uaporis. Sic ergo forma ſtellæ & earũ diſtantia uidetur maior,
quàm ſi uideretur poſt refractionem factam in concauo cœli à ſupremo corporis elementaris,nul-
la facta refractione in ſuperficie uaporis ad aerem, qui eſt ſub uapore, ut ſub dẽſiore corpore rarior
conſiſtens & continens ipſum uiſum. Cauſſa uerò, propter quam omni uapore medio excluſo, ui-
dẽtur ſtellę & ſtellarũ diſtantiæ maiores in horizonte q̃ in medio cœli aut prope,coadiuuatur plu-
rimũ per exiſtimationẽ uidentis:quoniã exiſtimat ſtellas plus diſtare à uiſu in horizõte q̃ in medio
cœli: exiſtimãs ipſam partẽ cœli,quę eſt iuxta zenith capitis propinquiorẽ ſibi,q̃ eã,quæ eſt in hori-
zonte, ut oſtendimus per 13 th. 4 huius. Comprehendit ergo uiſus quantitatem ſtellę,& quantitatẽ
diſtantię,quę eſt inter ſtellas,cum fuerint in horizonte aut prope, ex comparatione anguli,ſub quo
fit uiſio,ad diſtantiam remotam : & cũ fuerint in medio cœli aut prope illud, comprehendit ipſarũ
quantitatem ex comparatione anguli æqualis primo aut ferè, ad diſtãtiam propinquam, inter quã
& diſtantiam horizontis uidetur diuerſitas maxima. Et ſic iudicat ſtellarum quantitatem ſecundũ
modũ, quo dijudicat quantitatem uiſibilium conſuetorũ. Quæ enim à remotiori ſub eodẽ angulo
uidentur, quo alia propinquiora:illa remotiora iudicãtur à uidentibus eſſe maiora, ut oſtendimus
hoc 4 libro huius. Hęc enim cauſſa uiſionis ſtellarum eſt perpetua & immutabilis,omnibus uidẽti-
bus cõmunis. Et eodẽ modo accidit uidentibus in cõprehenſione diſtantiarũ ipſarũ ſtellarũ : nam
formæ harum diſtantiarum non diuerſantur apud uiſum in diuerſis temporibus, ſed ſunt ſemper
eodem modo ſe habentes, & uiſus aſsimilat ipſas diſtantijs rerum aſſuetarum,quæ maximè diſtant
à uiſu ſuper ſuperficiem terræ ipſius. Patet ergo propoſitum.

*55. Scintillatio accidit ſemper omnibus ſtellis fixis propter diuaricationẽ formæ in loco ima-
ginis ex motu ſubiecti corporis accidentem.*

Quoniam enim, ut patet ex præmiſsis quinq; theorematibus, locus imaginis formæ cuiuslibet
ſtellarum erit in conuexo aeris uel ignis ſub concauo cœli infimi ignem continentis: horũ aũt ele-
mentorũ quodlibet mobile eſt per ſe motu recto, utpote ſurſum propter leuitatẽ,quę eſt in illis: mo
uetur aũt per accidens motu circulari unà cũ motu diurno cœli, propter quod formã ſtellarũ ipſis
incidentẽ neceſſe eſt diuaricari & diſtrahi, ſicut & ipſa forma uidetur aliqualiter locũ mutare pro-
pter motum corporis, in quo uidetur: nec eſt diuerſitas in iſto, ſiue lumen ſtellarũ per ſe ipſum dif-
fundatur, ſiue fiat hoc propter reflexionẽ luminis ſolaris à ſtellis. Semper enim tã lumen per ſe dif-
fuſum à corpore luminoſo, quàm lumen ab alijs corporibus diffuſum (quando per refractionẽ ui-
detur) fit debilius per 10 huius. Vnde cum habet locum imaginis in corpore mobili diuerſis moti-
bus, aut uno motu forti: neceſſe eſt formam illã debilitatã diuaricatã & diſtractã uideri, propter mo
tũ corporis ſubiecti, in quo uidetur: unde in his talis reflexio luminis nõ eſt cauſſa. Et huius ſimile
eſt in aqua uelociter currente, à cuius ſuperficie formæ ſtellarum reflexæ uidentur plus ſcintillare
quàm in ipſo loco ſuæ imaginis refractè per aerẽ uideantur: quoniã propter motũ aquę diſtrahitur
forma reflexa, & mutatur locus imaginis reflexę: propter quod & ſtellarũ formę plus moueri uiden
tur: & ideo apparent amplius ſcintillantes. Similiter quoq; formę ſtellarũ in loco ſuę imaginis tẽpo
re uentorũ propter maiorẽ motũ corporis medij plus ſcintillãt. In planetis uerò nõ ſemper accidit
ſcintillatio: quoniã licet plus ſcintillẽt, & in eis ſit idẽ locus imaginis, & ipſorũ formæ propter refra
ctionẽ debilitẽtur: tamẽ propter ipſorũ ꝓpinquitatẽ ad nos uidẽtes nõ accidit eis multa debilitas:
quia minor fit in eis refractio per 14 th. huius. Perueniũt ergo formę ipſorũ fortes ad uiſum : unde
& locũ imaginis ſuæ (quãuis corpus ſubiectũ moueatur) penetrãt immotè & ſine omni diuarica-
tione: niſi fortè aliquod corpus groſsius aere uiſibus & planetarũ formis interponatur : utpote ua-
por aquaticus groſſus: tũc etenim ꝓpter incertitudinẽ motus illius uaporis (pręſertim cũ à uentis
agitatur) formę planetarũ quaſi ſcintillãtes ꝑueniũt ad uiſum. Et ex hac cauſſa aliquãdo & ipſum
ſolẽ uidemus ſcintillãtẽ in mane, cũ fuerit in ortu ſuo uiſibilis ſecũdũ ſpirituũ uiſibiliũ reſolutionẽ,
propter quorũ reſolutionẽ & motũ, ſol ſemper aliquãdiu aſpectus uidetur ſcintillare & moueri for
ma eius: quoniã recipitur in ſpiritib. motis, qui propter uictoriã luminis cũ fuerint in fine ſuę cor-
ruptionis ab actu uiſiõis, rarificãtur ſuper ſuę naturę cõſiſtẽtiã: unde mouẽtur motu ſibi impropor
tio nato & inſolito, fiuntq; cauſſa motus formę uiſę: & tũc uidetur forma rei uiſæ ſcintillare: ſicut e-
tiã accidit cũ à corporibus politis fit fortis reflexio luminis ad uiſum: tũc enim ꝓpter improportio
nẽ illius luminis ad ſpiritus uiſibiles fit motus illorũ ſpirituũ, & uidẽtur formę illorũ corporũ ſcin-
tillãtes & motę, ꝗa recipiũtur in corpore cõmoto. Sic itaq; ſcintillatio ſemper accidit omnib. ſtellis
fixis: quoniã cauſſa illius eſt ꝑpetua, ſcilicet diuaricatio formę ſuę in loco imaginis, accidẽs ex mo-
tu ſubiecti corporis. In planetis uerò ſcintillatio accidit ut rarò: ꝗa cauſſa eius eſt eueniẽs ut rarò. In
alijs uerò corporũ formis, quarũ excellẽtia corrũpit ſenſum, nõ eſt propriè ſcintillatio, ſiue illa cor-
ruptio fiat per ſimplicẽ luminis immiſsionẽ, uel per reflexionẽ à corporibus politis: quia illa ſcintil
latio nõ accidit ſenſui, ut eſt ſuæ ꝓpriæ diſpoſitionis, ſed ut eſt in fine ſuę corruptionis. Etenim ſi ha
bẽtibus in oculis formã rei motæ, aut etiã mouẽtibus, omnia moueri uideantur ꝓpter motũ ſpiri-
tuũ, ſine regimine animæ diſcurrentiũ: nõ propter hoc dicũtur formę rerũ omniũ ſcintillare. Patet
ergo ꝓpoſitũ. Et quia ſecũdũ pręmiſſos refractionũ modos paſsiones uiſibiliũ infimorũ & ſupre-

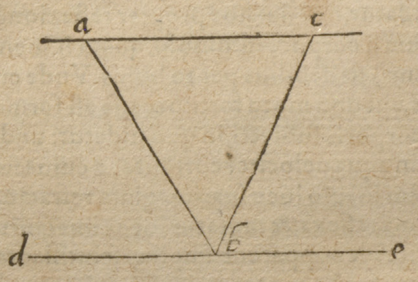
morum transcurrimus: restat, ut refractiones, quæ in medijs accidunt corporibus, aliqualiter pertractemus, utpote illas, quę in uaporibus medijs occurrunt.

56. Non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus, quàm in medio: lumen sensibilius fieri est impossibile.

Quod hic proponitur, patet: quia lato lumine per aliquã partẽ medij, uniformis erit extensio radij secũdũ lineã rectã per 1 th. 2 huius: unde si nõ aggregẽtur radij in corpore aliquo occurrẽte ipsis radijs luminis, nõ erit plus sensibile lumẽ in illo corpore q̃ fuerit in alia parte medij: per quã fereba tur secũdũ extẽsionẽ ad modũ linearũ rectarũ. Lumine enim æqualiter lato p unũ corpus, & aliud, nisi fiat aliqua diuersitas ipsius luminis: nõ magis in uno q̃ in alio corpore sentietur (alijs circũstan tijs in uisu & remotione existentibus æqualibus.) Quòd si fiat diuersitas luminis in radijs, respectu diuersorum corporum, ut patet per 4 huius: tunc in eo corpore, in quo magis radij disgregãtur, minus luminis apparet. Si ergo in aliquo corpore plus luminis apparebit: necesse est in illo corpore radios plus aggregari. Patet ergo quòd nõ aggregatis radijs corporis luminosi in corpore nõ luminoso plus, quàm in medio, lumẽ sensibilius fieri in alio corpore, quàm sit in medio unius diaphani, impossibile est. Ex quo patet, quòd si radij in aliquo corpore plus aggregẽtur quàm in medio, quòd in illo corpore lumen sensibilius quàm in medio apparebit: & secundum quantitatem aggregationis radiorum lumen uidebitur intendi.

57. Radios corporis luminosi per reflexionem uel refractionem aggregari palàm est.

Istud patet per hoc. Quoniã cum radius reuerberatur uel reflectitur ab aliquo corpore: tũc quia p 20 th. 5 huius angulus incidẽtiæ est æqualis angulo reflexionis, & radius incidẽs & reflexus sunt in eadẽ superficie, ut patet p 27 th. 5 huius: in superficie ergo eadẽ radij duo ad ęquales angulos inci dentes reflectuntur & uniuntur sic, ut fiant unum: aggregantur ergo, quia duo obtinẽt unum locũ: imò uerius fiunt unũ. Verbi gratia, sit, ut in superficie una reflexionis, quæ sit a b c, incidãt duo radij à diuersis partibus diametri corporis luminosi, scilicet a & c ad unum punctum corporis, à quo fit reflexio: quod sit b: & sint anguli incidẽtiæ æquales. Producta ergo à puncto b linea in dicta superficie ad utramq; partẽ, scilicet ea, quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei corporis, à quo fit reflexio, quæ sit d b e: erit angulus incidentiæ, qui est a b d æqualis angulo reflexionis, qui est c b e, per 20 th. 5 huius: sed & secundum angulum incidẽtię, qui est c b e fit reflexio radij c b: ergo radius b a reflexus & radius b incidens efficiuntur unus radius: & radius b c reflexus, radius quoq; a b incidens efficiuntur unus. Sic aũt est de alijs omnibus, qui incidunt secundum pyramidem, cuius conus est in aliquo puncto corporis, à quo fit reflexio, & basis in corpore luminoso. Patet ergo quòd ad minus omnes illi radij in se duplicãtur. Vnde cum ipsi sint infiniti, quoniã solũ sunt entes in potẽtia in cõtinuo, & tales pyramides sunt tot, quot sunt puncta in corpore, à quo fit reflexio: patet quòd ipsi p reflexionẽ aggregãtur. Sed & p refractionẽ in



medio secũdi diaphani lumẽ aggregari per experiẽtiã sensibiliter adhibitã patere potest. Cũ enim ostẽsum sit qđ in medio secũdi diaphani dẽsioris aere à parte opposita superficiei incidẽtię semper fit radiorum aggregatio, imò cõcursus in punctum unum, & ibi lumẽ & calorẽ generant: imò quòd ignitionẽ efficiunt in corpore inflammabili, cui immorãtur, ut patet per 48 huius. Refractio itaque lumen generat, quoniã adunat radios. Sed & in superficie, à qua fit refractio, in profundum corporis densioris diaphani radius incidens & refractus (qui in medio unius diaphani producti, essent li nea una) angulum refractionis constituunt: suntq; per 46 th. 2 huius in una superficie, quæ dicitur superficies refractionis, & est semp orthogonalis super superficie corporis, à quo fit refractio per 2 huius: unde tales radij omnes, sic sibijpsis incidentes, quando sunt refracti, uicinantur & aggregan tur, secundum diaphani secundi dispositionẽ angulo refractionis ad angulum incidẽtiæ suæ uariato. In grossiori enim uel densiori diaphano radius non perpendicularis magis debilitatur: unde ad perpẽdicularẽ uehemẽtius refringitur, & in uiciniorẽ punctum axis cadit: angulus ergo fit acutior angulo incidẽtiæ suæ, respectu eius, si secundum idẽ pũctum radius subtiliori diaphano incidisset. Et ob hoc (quoniã angulus ex omnibus refractis radijs cum linea, quę est cõmunis sectio superficiei refractionis, & superficiei corporis, à quo fit refractio, est minor in corporibus dẽsioris diaphani quàm minus dẽsi) patet quòd in corporibus dẽsioribus & radij plus aggregãtur q̃ in minus den sis per 8 huius. Fit itaq; illorum radiorum aggregatio quandoq; propter lucis reflexionẽ ad punctũ unum mathematicum uel naturalẽ, ut in nono libro huius scientiæ per specula comburẽtia ostendimus fieri aggregationem radiorum, & in alijs libris ubi de talibus sermo fuit. Fit etiam hæc aggre gatio quandoq; per refractionem: quoniam radij secundum æquales angulos incidentes, per 8 huius secundum æquales angulos refringuntur: & quandoque concurrunt in puncto uno, ut patet per 48 th. huius. Semper autem in talibus & radij reflexi & refracti quodammodo in eadem parte medij se duplicant: unde faciunt maius lumen. Aggregatis autem per refractionem radijs, ut patet ex præmissis: tunc in uisu existente in loco aggregationis lumen generatur. Et quoniam in corpo-

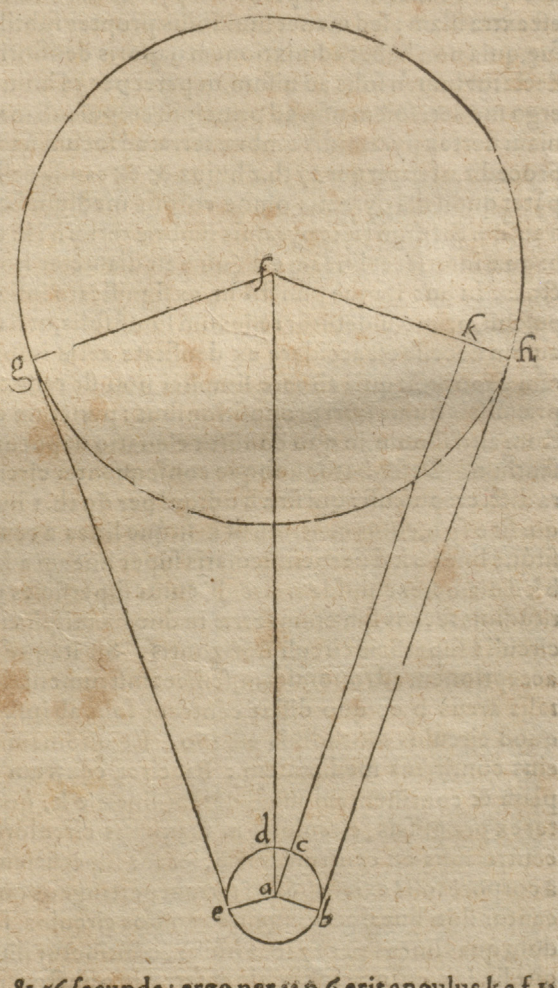
in corporibus diaphanis superficiem lenem habentibus, densioribus aere propter lenitatem superficiei lumen incidens ab ipsis reflectitur, ut ostendimus per 1 th. 5 huius: tunc patet quòd propter reflexionem lumen aggregatur: & item quia in illis corporibus propter diuersitatem densioris diaphani fit luminis refractio ad perpendicularem intra corpus, ut patet per 4 huius: tunc in peripheria cuiuslibet superficiei refractionis propter acutum angulum refractionis ipsis adinuicem radijs uicinatis fortificatur sensibilitas luminis. Quando ergo superficies talium corporum sunt lenes, ut politæ per naturam: tunc licet in ipsis fiat refractio: ab eorum tamen superficie fit etiam reflexio radiorum, licet debiliter. Et propter hoc duabus his caussis concurrentibus, in superficie corporũ taliũ lumẽ aggregatur, & apparet corpora plurimũ luminosa: quãuis magis dẽsa magis appareãt luminosa. Non sunt aũt modi alij aggregationis radiorum, quã reflexio & refractio: ad hos enim, ut ad primos, si qui alij modi apparuerint, radicaliter reducuntur. Patet ergo propositum.

58. Sine oppositione corporis densioris, quàm sit medium proximum radijs corporis luminosi: ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem uel maiorem sensibilitatem impossibile est fieri.

Istud patet per hoc. Quoniã enim radij cuiuslibet corporis radiosi sunt in se semper luminosi & uniformes: si ergo medium, per quod feruntur, sit uniforme: nunquã reflectentur uel refringentur, sed semper ferentur in continuum & directum, ut patet per 1 th. 2 huius: nec lumen propter eorum dispersionem aggregabitur, ut uincat lumen, quod ex æquali diffusione luminis receptum est in oculo uidentis. Nec etiam ad uisum fiet reflexio, nec refractio in partem oppositam ad axem pyramidis uisualis: nec lumen uel sensibilitas luminis maior efficietur. Patet ergo propositum, quòd sine oppositione corporis densioris, quã sit primũ medium, per quod fertur radius corporis luminosi, ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem fieri nõ est possibile: quoniam omnis reflexio uel refractio semper fit ab aliquo talium corporum, ut est habitum ex præmissis.

59. Quantitatem arcus circuli magni terræ, secundum quem illuminatur à sole, possibile est declarari. Alhazen 5 n libri de crepusculis.

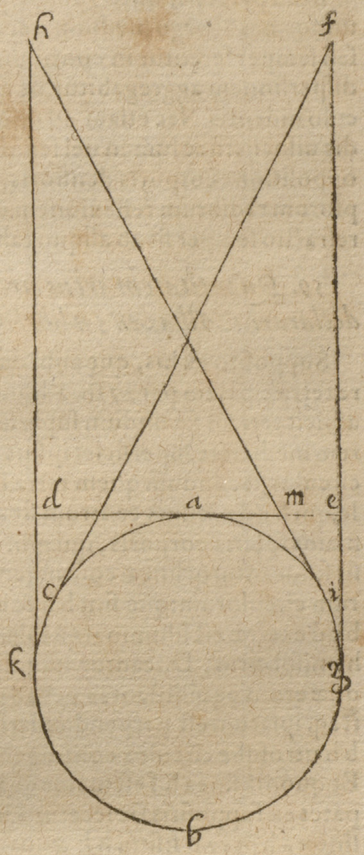
Supposito ex his, quę alibi declarata sunt per antiquos & nos, quòd corpus solis sit maius corpore terræ: palàm per 27 th. 2 huius quoniam sol aspicit terram secundum superficiẽ terræ maiorem medietate superficiei ipsius terrę. Sit itaq; circulus, secundum quem terra illuminatur à sole, qui b c d e, cuius centrum sit a: & sit circulus maior solaris corporis, qui g h: cuius centrum sit f: ducanturq; lineæ contingentes utrunq; horum circulorum: quę sint b h & e g. Portio itaq; b c d e terræ est illuminata à sole, quæ est maior hemisphærio. Ducantur itaq; lineæ a b & f h: quæ erunt ęquidistantes per 28 p 1: quoniam utraq; ipsarum est perpendicularis super lineam b h utrosque circulos contingentem per 18 p 3. Et quoniã linea h f est maior quàm linea b a (ut patet ex suppositis) resecetur à linea f h ęqualis lineæ a b per 3 p 1: sitq; h k æqualis ipsi a b: & ducatur linea a k: eritque per 33 p 1 linea a k æquidistans lineæ h b: ergo linea a k est perpendicularis super lineam f h. Et quia linea f h est 5 partes & medietas partis ferè, secundũ quod linea a b est pars una, ut demonstratum est in Astronomicis: remanet linea k f 4 partes & media. Per eandem quoq; uiam astronomicam ostensum est, quòd secundum quantitatem, qua semidiameter terræ est pars una, linea a f est partes 1210: cum sit distantia solis à terra in medijs longitudinibus eius. Si ergo secundum quantitatem, qua linea a f est 1210 partes, linea f k est 4 partes, & medietas partis: erit secundum quantitatem, qua linea a f est 120 partes, linea f k 29 minuta, 12 secunda: & secundũ quantitatẽ qua linea a f est 60 partes, linea f k est 14 minuta, & 36 secunda. Circumscripto ergo circulo illi trigono orthogonio, qui est f k a, per 5 p 4: erit arcus, quem subtendit chorda f k quasi 13 minuta, & 56 secunda: ergo per 33 p 6 erit angulus k a f 13 minuta, & 56 secunda, secundum quòd angulus rectus est 90 partes: arcus ergo c d erit 13 minuta,



& 56 ſecunda, ſecundum quod arcus b c eſt partes 90 per 33 p 6: quoniam angulus b a c eſt rectus per 34 p 1: angulus enim k h b eſt rectus: totus ergo arcus b d erit 90 partes, 13 minuta, & 56 ſecunda: ſed arcus d e eſt æqualis arcui d b: totus ergo arcus b c d e eſt 180 partes, 27 minuta, & 52 ſecunda. Quod quærebamus.

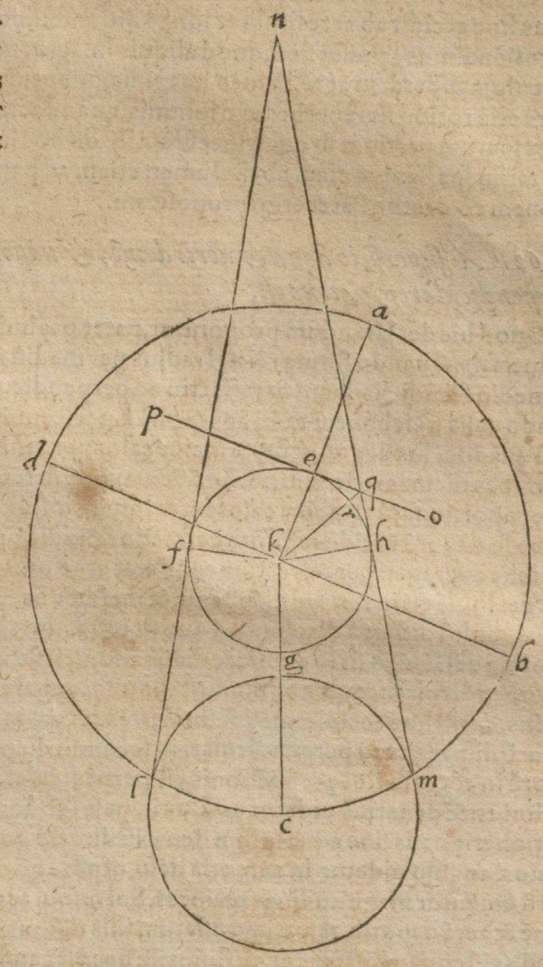
60. Summorum uaporum conſiſtentiam ad quantum poßint eleuati pertingere, poßibile eſt inueniri. Alhazen 6 n libri de crepuſculis.

Ad hoc, quod hic proponitur, demonſtrandum, utemur conſuetis in ſcientia aſtrorum, ut in præcedente. Sit itaq; per 69 th. 1 huius circulus, ſecundum quem ſuperficies plana tranſiens centrũ ſolis & terræ, ſecat terram, circulus a b c: & ſit locus uiſus a: & ſit linea d a e contingens circulum. Et quoniam angulus contingentiæ eſt indiuiſibilis, quia eſt minimus acutorum per 16 p 3: tunc patet quòd uiſus non cadet ſub linea d a e, ſed tantùm ſupra illam. Et quoniam, ut patet per 27 th. 2 huius, umbra terræ eſt pyramidalis: ſit illa pyramis umbrę terræ ante crepuſculum matutinum, quando primò uidetur aer albeſcere in mane, c f e g: cuius uertex ſit f. Aer itaque cadens intra hanc pyramidem non illuminatur à ſole, ſed radius ſolaris cadit ſuper omnem aerem, qui eſt extra hanc pyramidem, quoniam ille nõ impeditur per obſtaculum terræ. Non tamen uidetur uiſui illuminatum hoc, quod eſt extra hãc pyramidem: quoniam (ut patet per 56 & 58 th. huius) non fit luminis reflexio ab aere puro & ſubtili. Tria ſunt ergo, quæ in hac diſpoſitione res faciunt non uideri: ut ſi cadant ſub linea contingente, & per uiſum tranſeunte: uel ſi cadant intra ſuperficiem conicam pyramidis umbræ terræ: uel ſi tanta ſit ſubtilitas materiæ corporum mediorum, ut ab ipſis non fiat reflexio ad uiſum. Sit quoq;, ut linea e a d contingens terram in puncto a centro uiſus, ſecet ſuperficiem pyramidis illius umbrę in pũcto extra pyramidem, quod ſit punctũ e, ut propinquum umbræ. Aer ergo, qui eſt apud punctum e, eſt inuiſibilis: non quòd cadat ſub linea terram contingente: quoniam ille aer eſt in ſuperficie horizontis: nec quòd cadat intra ſuperficiem pyramidis umbræ terrę: quoniã eſt extra illam: ſed manet inuiſibilis propter ſubtilitatem materię ſuę, quia non habet admixtionem uaporis denſioris aere, à quo re flectatur lumen ſolis ad uiſum, ut patet per 56 huius. Imaginemur ergo moueri ſolem uſq; ad principiũ crepuſculi matutini. Et quoniam uertex pyramidis umbræ terræ ad locum nadir ſolis ſemper procedit, ut patet per 27 th. 2 huius, & ex cauſſa eclipſium lunariũ: patet quòd illa pyramis omne corpus medium habet neceſſariò tranſire. Sit ergo tunc pyramis umbræ terræ h i k: cuius uertex ſit h: quæ interſecet lineam e d (quæ eſt diameter horizontis) in pũcto m. In hoc itaque puncto m, ex ſignificato ipſius nominis crepuſculi, primò uidebitur reflexum lumẽ ſolis, ut fiat ſenſibile. Hoc autem neceſſe eſt accidere ex denſitate aeris inſpiſſati per naturam uaporum: quia ab aere ſimplici non fit reflexio, ut patet ex præmiſsis huius libri propoſitionibus: punctum ergo m eſt punctum altiſsimum, in quo conſiſtit eleuatio uaporum aerem inſpiſſantium.



Deſcribatur quoque conſequenter circulus alitudinis pertranſiens centrum ſolis in hora dicti crepuſculi: qui ſit a b c d: qui per 69 th. 1 huius ſecabit ſphæram terræ ſecundum circulum: qui ſit e f g h, cuius centrum ſit k: ſitque linea à centro terræ ad zenith capitis ducta, quæ ſit a e k: ſitque linea b k d perpendicularis ſuper lineam a k ſemidiametrum circuli altitudinis: eritque linea b k d diameter cuiuſdam circuli, cuius ſuperficies per 18 p 11 erit erecta ſuper ſuperficiem circuli altitudinis ſecans ſphæram terræ in duo hæmiſphæria: nec eſt differentia ſenſibilis ſuperficiei huius circuli à ſuperficie circuli horizontis. Sit itaque corporis ſolis centrum in puncto c: eritque per acceptionem aſtronomicam, ſcilicet inſtrumentalem armillarum uel aſtrolabij, uel tabularum totalis arcus b c, quo diſtat centrum ſolis ab ipſa ſuperficie horizontis ferè 19 partes, ſecundum quod circulus altitudinis eſt 360. Et quoniam diameter ſolis eſt quintupla diametro terræ, & eius continens medietatem: fiat circa centrum c circulus l m ſecundum diametrum quintuplam & continentem medietatem lineæ e k, quæ eſt ſemidiameter terræ. Erit quoque, ut patet ex præmiſsis, circulus l m maximus circulorum corporis ſolaris: producaturque linea c k à centro ſolis ad centrum terræ, ſecans ſuperficiem terræ in puncto g. Et quoniam longior radius à corpore ſolis exiens, & ad terram pertingens quaſi linea contingens eſt per 16 th. 2 huius: ducantur duæ lineæ contingentes ambos circulos, ſolis ſcilicet & terræ, quæ ſint l f n & m h n, ſecundum quas lineas per 27 th. 2 huius, continetur illuminatio ſolis & umbra terræ. Producatur quoque linea contingens circulum terræ in puncto e, quæ ſit p o: ſecetq; linea m h n lineam p o, in pũcto q: eritq; punctum q locus luminoſus in tempore crepuſculi. Et quoniã punctus n, qui eſt uertex pyramidis

pyramidis umbrę,(quia semper est in nadir solis) secũdũ motũ solis declinat: patet qđ primũ, in qđ radius solis cadit extra pyramidẽ, est summitas uaporũ eleuatorũ à terra & aqua. Producatur ergo linea k r q à cẽtro terræ ad summitatẽ uaporum, signeturq; punctus r in superficie terrę: & ducantur lineę k f, k h. Eritq; arcus f g h pars terræ illuminata: cuius quantitas (ut patet per præmissam) est 180 partium, 27 minutorum & 52 secundorum, secũdum quod totus circulus e f g h est 360 partes: eritque medietas ipsius, quæ est f g, partes 90, & 13 minuta, & 56 secunda. Hæc est ergo quantitas anguli f k g, secundũ quod 4 recti sunt 360 partes: sed angulus b k c ex præmissis & per 33 p 6 est 19 partes: quoniã est angulus crepuscularis: remanet ergo angulus h k b 71 partes, 13 minuta, & 56 secunda: sed angulus e k b est 90 partes, quoniam est rectus: remanet ergo angulus e k h 18 partes, 46 minuta, 4 secunda. Et quoniã linea q e est æqualis lineæ q h per 58 th. 1 huius (quoniam ab uno puncto ducuntur eundem circulum contingẽtes) erit per 8 p 1 angulus q k e ęqualis angulo q k h: erit ergo angulus q k e 9 partes, 23 minuta, & 2 secunda. Et quoniam angulus q e k est rectus p 18 p 3: erit angulus k q e per 32 p 1 cõplementum unius recti, hoc est 80 partes, 36 minuta, & 58 secunda, prout 4 recti ualent 360 partes: & secundũ quod duo recti ualent 360 partes, erit angulus k q e 161 partes, 13 minuta, & 56 secunda. Circumscripto ergo circulo ipsi trigono q e k: erit arcus, quem subtendit linea k e 161 partes, 13 minuta, & 56 secunda: chorda ergo eius, quæ est linea k e, erit 118 partes, 23 minuta, & 20 secunda, 18 tertia, secundum quantitatem, qua diameter q k est 120 partes: & secundũ quantitatem, qua diameter q k est 60, erit chorda k e 59 partes, 11 minuta, 40 secunda, 9 tertia: ergo secundum quantitatẽ, qua linea k e est 60, erit linea k q 60 partes, & 48 minuta, & 50 secunda. Ablatis itaq; à linea k q partibus 60, quę est quantitas lineę k r semidiametri terræ: remanet linea r q (quæ est summa uaporum eleuatio) 48 minuta, & 50 secunda, secundum illam quantitatem, qua diameter terræ est 120 partes. Et quoniam secundum cosmographos maximus circulus terræ secundum milliaria est notus: ergo secundum illum quantitas diametri est nota: ergo & linea r q est nota. Et hoc est propositum. Est aũt secundum cõputationem Abbomadi ex milliarib. (quibus terrę circumferentia est 24000 milliaria) linea r q 51 milliaria, 47 minuta, & 34 secunda, & 31 tertia ferè. Summum ergo, ad quod eleuantur uapores secundum ipsorum consistentiam, est minus quã 52000 passuum, ut patere potest perquirenti.



61. Ab aqua & aere denso & uapore rorido reflexionem radiorum corporis luminosi fieri manifestum est.

Istud in politis corporib. (ut in speculis & similibus) sensus comperit, nosq; in pluribus pręmissis huius scientiæ libris istud sumus cum amplitudine studij persequuti. In aqua uerò soli exposita idẽ patet: quia radius in parte soli opposita uidetur, & maximè si locus oppositus sit obscurus: hoc aũt fit per reflexionẽ. In aere etiam aliqualiter dẽsiore idem euenit: ut quando inspissatus est & consistens quasi in nubem: tunc enim ab ipso fit luminis reflexio, ut apparet in crepusculis serotinis & matutinis. Huic etiam attestatur quòd tẽpore pluuiali radij solis sępe in aere dispergũtur, & uix tenuiter ad terrã pertingunt propter humiditatẽ & grossiciẽ aeris contrapositi ipsi soli. Hoc etiã patet: quoniam in aere modicę densitatis in hyeme, maximè flãte austro circa lucernas frequenter uidetur lumen reflecti secundum formam circularem: & maximè uisibus humidis, ad quos de facili fit luminis reflexio & formarum, cum uirtus uisiua propter debilitatem organi debilitatur, sic quòd non potest densitatem modicam aeris penetrare, sed ad ipsum forma rei uisæ reflectitur ab aere modicę densitatis: sicut ad uisus fortes reflectitur solũ ab aliquo solido peruietatem non habente. Vnde etiam in uisu aliquis debilitatus & non acutè uidẽs, propter ophthalmiã uel propter aliud, uidet quandoq; imaginem suã in aere grosso ante se, sicut in speculo, stantem contra se, & ambulantẽ cum ipso, quando ipse ambulat, & respicientem ad ipsum. Et sic quidã notus meus post plurium noctiũ uigilias cum cõpulsus nocte sequente equitaret, formã suam, hoc est uirũ alium secum equitantem uidit,

uidit,cum transiret quandã aquã,circa quam grossus fuit aer,& cũ staret,stetit & ille alius, & omnia opera ipsius faciebat: cum autem ad aerẽ serenum uenit ille notus meus: tunc socius eius disparuit, quia non fuerat nisi forma sua. Et sic uisui debili error accidit: nec mirum: quia & quandoq; sanis uisibus hoc accidit ab aere spisso & longè distante: sicut etiam auxilio speculorum (ut in 60 th. 7 huius ostendimus) posset fieri, quòd aliquis imaginem propriam uel aliam non in speculo, sed extra speculum uideret in aere, in loco imaginis, qui per industriam posset ad locum certum uariari. In uapore etiã rorido fit reuerberatio luminis, quando incipit uapor aqueus dissolui in guttas: quia quęlibet suarum partium fit quasi speculum: & ob hoc lumẽ reflectitur ab ipso: & istud apparet in aqua guttatim sparsa: quoniam ab illa lumen etiam ad partem oppositam reflectitur: quamuis post reflexionem coloretur. Patet ergo propositum.

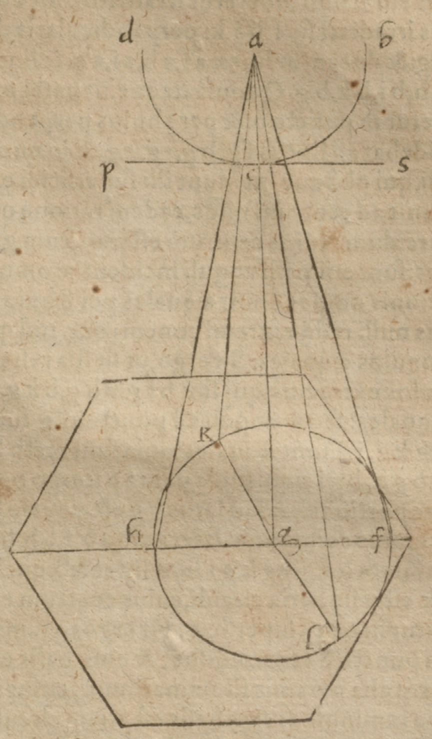
62. A superficie aquæ & aeris densi, & uaporis roridi, & similibus refractionem fieri ad perpendicularem patens est.

Quod hic declarandum proponitur, patet p 4 huius: sed etiã experimẽtis cõprobatur: & hoc est uniuersale. Quando forma rei uel radius per mediũ rarius ad dẽsius diaphanum procedit: tũc semp in medio secũdi diaphani fit refractio ad perpendicularẽ. Verbi gratia, exposita aqua in uase soli, in fundo uasis uidebuntur radij aggregari. Lucescente etiã sole super aerẽ densum uisui & soli interpositũ quãdoq; lux aggregatur, & maior calor peruenit in nobis, quãuis multa pars luminis superius ad nubes uicinas reflectitur: & hoc fit maximè in tẽpore præcedente tẽpus pluuiarũ: unde post talẽ improportionatũ tempori calorem & lumen insolitum sæpius pluuia descendit. Ex quo patet, quia nube in uaporẽ roridũ resoluta, refractio fit radiorũ in ipso uapore rorido, & ad nos perueniunt radij solis aggregati per refractionem. Patet ergo quòd in aqua & aere denso & uapore rorido, qñ forma uel lumẽ est in rariore diaphano, & incidit illis diaphanis densiorib. diaphanũ quoq;, in quo est uisus, multũ differt à diaphano, à quo fit refractio: tũc fiet refractio sensibilis ad perpẽdicularẽ. Qđ si forma uel lumen sit in densiore diaphano, uel ultra densius diaphanũ uideatur: tunc fiet refractio à perpendiculari: & ob hoc omnia talia uisui apparent maiora sua certa quantitate, ut patet per 42 huius. Et ob hoc accidit quòd summitates rerum in mari uisarum refractè uidentur: eò quòd forma ipsarũ dispergitur à perpendiculari in secundo diaphano subtiliori, scilicet in aere, & uidẽtur formę illorũ in cõcursu lineę refractionis cũ perpẽdiculari ducta à re uisa ad superficiẽ aquę, ut patet p 15 th. huius: & denarius uidetur positus in uase sub aqua in ea distãtia, in qua uisus propter altitudinẽ peripherię uasis sine aqua ipsum denariũ directè non uideret: & tunc uidetur etiã maior, quoniã sub maiori angulo uidetur. In aere etiã dẽso, utpote qñ euri flãt, & aer humidus fit & ingrossatur, omniũ rerũ uidentur magnitudines maiores. Sol quoq; & omnia astra orientia & occidentia propter caliginẽ & aerẽ uaporib. terræ ingrossatum illis uisibus interpositum, uidentur maiora, quàm in medio cœli existentia, ut patet per 54 huius: & hęc est caussa temporalis: alia uerò est perpetua, quam diximus ibidẽ. Ex hoc etiã prouenit quòd si in loco imaginis, uel inter imaginẽ & uisum ponatur uitrũ clarũ uel crystallus, ita ut imago reflexa à speculo ad certũ locum aeris uideatur per uitrũ: tũc enim imago maior uidebitur, & secundũ qđ media diaphana multiplicata à dẽsiore in rarius fuerint, forma se uisibus ita uicinãte, qđ ultimò ipsa p aerẽ uideatur: tunc forma maxima uidebitur: cuius ratio patet ex præmissis pluribus theorematib. huius libri. In istis ergo corporib. medijs omnib. sic dispositis fit refractio à perpendiculari, ducta à cẽtro rei uisæ ad superficiẽ corporis diaphani rẽ ipsam uel formã refractã continẽtis. His ergo modis fit in propositis corporib. uel similib. sibi ad uisum refractio: inter hęc uerò maximè fit in aqua: magis aũt fit in uapore rorido incipiẽte aqua fieri, q̃ fiat ab aere: nec mirum: quia uapor roridus (qui fit tẽpore trãsmutationis nubiũ ex uapore cõtinuo in guttatim sparsam aquã) est grosior aere: unde in ipsa facta refractio plus sentitur. Non potest aũt tunc figura rei uisæ, cuius forma refringitur, distinctè ad uisum peruenire, propter refractionũ multitudinẽ: sed peruenit uisui tantũ aliqua forma rei: sicut patet etiã quòd in speculis paruarũ partiũ uel superficierum fractarũ alterius super alterã eleuatarum, & si modicę pręeminentię sint, ita tamẽ quòd superficies ipsorum speculorum non sint in eadem linea recta uel curua: tunc non apparet rei propria quantitas uel figura, sed apparet tantũ color ipsius rei uisæ, cuius forma reflectitur ab ipsis. Per quod manifestè patet quòd forma corporis luminosi, quæ ab aqua uel aere grosso integrè, scilicet quo ad figuram & lucem uel colorem reflectitur ad uisum, à uapore rorido reflectitur, sine figura & quantitate certa, sed tantũ cum suo colore uel lumine. Et ita, cum à uapore rorido fit reflexio ad uisum luminis solaris uel stellarum, non uidentur formarum reflexarum figuræ propriæ, sed tantùm formæ luminis reflexi. Patet ergo propositum

63. Omnis corporis sphærici luminosi irradiationem in corpore, (cuius superficies æquidistat superficiei contingenti corpus luminosum sphæricum in puncto, ubi perpendicularis ducta à centro corporis sphærici super superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis sphærici) poßibile est fieri secundum pyramidem rotundam, cuius basis est in corpore irradiato, uertex uerò in centro corporis luminosi. Ex quo patet omnem huiusmodi irradiationem fieri secundũ angulos incidentiæ æquales.

Sit corpus luminosum sphæricum, in quo sit circulus magnus, qui b c d: & eius centrũ sit punctum

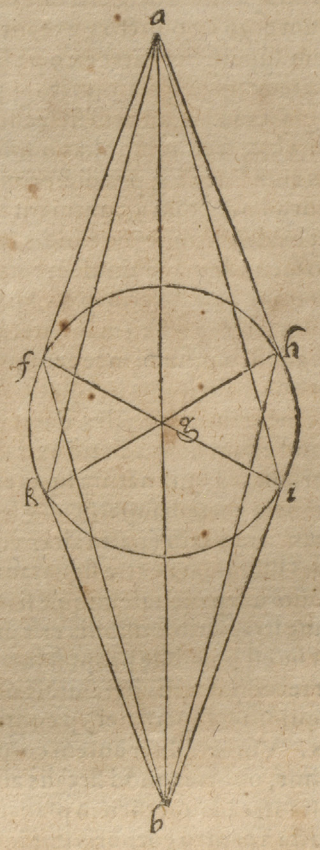
ctum a: contingatq; ipsum superficies plana, quę sit s p in puncto c: & sit superficies corporis illuminandi à corpore sphærico, superficies g, quæ est ex hypothesi æquidistás superficiei s p: & sit linea a c g ducta à centro corporis sphærici perpendicularis super dicti corporis superficiem: dico quòd irradiationem illius corporis possibile est fieri secundum pyramidem rotundam, cuius basis est in superficie corporis g, uertex uerò in puncto a centro corporis luminosi. Si enim perpendicularis a g in centrum uel in medium superficiei g non ceciderit: ducatur ad ipsius superficiei g breuius extremum linea a f: super cuius terminũ in puncto a constituatur angulus ex 23 p 1 æqualis angulo g a f, qui sit g a h: producaturq; linea a h ad superficiem g: & producantur in superficie g lineę g f, & g h. Et quoniam duorum triangulorum a g f & a g h anguli a g f & a g h, qui sunt ad basim, sunt ęquales ex definitione lineæ erectę super superficiẽ, & anguli g a f & g a h sunt ęquales, & latus a g commune: patet ex 26 p 1 quia latus a f erit æquale lateri a h, & f g æquale g h. Similiter etiam facto alio angulo æquali g a f & g a h angulis triãgulorum a g f & a g h, qui sit g a k: productisq; lineis a k & g k: erit, sicut in præcedentibus, linea a k ęqualis lineę a f uel a h, & erit linea g k æqualis lineę g f uel g h. Cum ergo ex puncto g exeant tres lineæ ęquales & in eadem superficie: patet ex 9 p 3 lineam f h k secundum quantitatem lineæ g f à puncto g productam esse circularem. Quia itaque irradiatio fit secundum has lineas, scilicet a f, a h, a k, & secundum alias omnes ducibiles, angulos æquales cum linea a g prædictorum triangulorum angulis, qui sunt ad punctum a, continentes, ut est linea a l, & aliæ: patet ex definitione pyramidis rotundæ, quoniam fit irradiatio secundum pyramidem rotundam. Fit enim secundum figuram, quæ describi possit per triangulum a g f orthogonium latere a g fixo manente, & a f & g f lateribus reuolutis ad locum, unde inceperant moueri. Et ex præmissis patet quoniam huius irradiatio semper fit secundum angulos incidentiæ æquales. Patet ergo propositum. Si dicatur quòd etiam fit irradiatio extra hanc pyramidem: hoc est uerum: sed quia natura lucis est semper æqualiter diffundi, ut patet per 20 th. 2 huius: tunc fiet ad omnem partem superficiei g secundum pyramidem uel secundum partem pyramidis in ipsa receptam irradiatio (parte alia pyramidis ad superficiem corporis non illuminabilis protensa.) Vnde si pars illuminata extra signatam pyramidem modica fuerit: nõ fiet in ea sensibilis irradiatio propter radiorum paucitatem: quæ si magna fuerit, cum in ipsa ad ęquales angulos multi radij conueniant: tunc irradiatio sensibilis erit propter multorum radiorum concursum & æqualitatem angulorum. Et sic est possibile propter lucis unigenitatem irradiationem fieri secũdum lineam circularem, quę sit terminus basis pyramidis uel partis basis. Eodem autem modo demonstrandum, si superficies g æquidistet superficiei s p contingenti corpus luminosum in b, d punctis, uel in alijs punctis signatis. Vniuersaliter autem corporum, quæ splendorem sensibilem à corpore aliquo luminoso accipiant, oportet quòd sit talis aspectus ad corpus luminosum, ut theorema supponit: scilicet æquidistantia ad superficiem planam contingentem corpus luminosum in puncto, ubi perpendicularis ducta à centro corporis luminosi ad superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis luminosi. Et huius signum est irradiatio lunæ, quæ nunquam, nisi in parte soli opposita illuminatur: & semper medietas illius, ea scilicet, quæ solem respicit, est illuminata necessario propter naturam præmissi aspectus: aliam uerò partem irradiatio solis, nisi fortè per refractionem, nullatenus attingit. Et quoniam pyramides uerticem habentes in centro corporis luminosi, ad infinitas bases in corpore irradiando una basi alteri inscripta applicantur: ideo tota superficies irradiati corporis corpus luminosum aspiciens multiformiter irradiatur, & augmentatur irradiatio: quoniam oportet ut tale corpus sit densius medio, per quod lumen uenit ad ipsum: oportet enim quòd tale corpus habeat aliquid densitatis. Vnde si lumen nihil haberet resistentiæ, trãsiret, nec corpus pertransitum irradiaret: aliter etiam in ipso non fieret reflexio uel refractio per 58 huius. Et quoniam per reflexionem radij aggregantur, & similiter per refractionem ex 57 huius: tunc per 56 huius radijs non aggregatis plus sensibilis non fieret irradiatio quàm in medio: nunc autem irradiatio in theoremate supponitur: patet ergo quòd oportet corpus irradiandum esse densius quàm sit corpus propinquum corpori luminoso. Exemplariter uerò id declarari potest per hoc, quod in 37 th. 2 huius ostendimus. Quia si per foramen rotundum penetret radius solis: statim in corpore opposito ad basim applicatur, & in formam pyramidis lumen figuratur. Signum ergo est quòd in quolibet radio corporis luminosi idem fiat, qui cum sint naturæ homogeneæ, eadem est natura in toto & in parte: & ad minus, si illud non sit necessarium semper fieri: est tamen possibile fieri, ut proponitur. Patet ergo intentum.



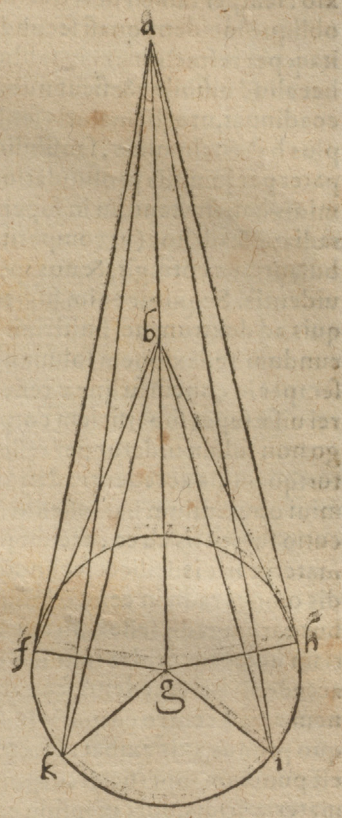
64. Si ad

64. Si ad idem cẽtrum uisus ab aliqua superficie fiat luminis refractio uel reflexio: necesse est extremum illius luminis superficiei uisus circulariter secundum rotundam pyramidem incidere. Ex quo patet tunc centrum corporis irradiantis, & centrum uisus, centrumq; circuli basis pyramidis irradiationis refractæ uel reflexæ in eadem recta linea consistere oportere.

Supposito quòd aliquod corpus irradiatum sit inter uisum & inter corpus luminosum irradiãs: & sit illud medium corpus diaphanum, ita quòd radij refracti in centro uisus ualeant aggregari: aliter enim non uideretur irradiatio. Sit quoque centrum corporis irradiantis a: superficiesq; corporis irradiati sit f h i k: perpendicularis ducta à centro corporis luminosi super illam superficiem sit a g: & ducantur lineæ a f, a h, a i, a k: & lineę g f, g h, g i, g k: & sit centrum uisus b: ducanturq; lineæ b f, b h, b i, b k, b g. Quoniã itaque, ut patet ex hypothesi, lumẽ corporis irradiantis per refractionem uideturin puncto b: & per 3 huius perpendicularis non refringitur, sed trãsit ad angulos rectos, ut incidebat ad lineas f g, h g, i g, k g, & in uno puncto, ut in centro oculi, concurrunt plures radij refracti, qui obliquè incidunt illi superficiei ex hypothesi: qua autẽ ratione aliquis radius refractus peruenit ad centrum uisus, eadem ratione omnes radij incidentes superficiei corporis f h i k, secundũ circulum (cuius centrum est punctum g) refracti perueniunt ad centrum uisus, ut patuit in 48 huius: sunt enim illi anguli incidentiæ omnes æquales, ut patet per præmissam: ergo & anguli refractionis omnes erunt æquales per 8 huius. In centro ergo unius uisus nulli radij extremi concurrunt, nisi qui refringuntur secundum angulos æquales. Sit ergo, ut sit illa refractio secundum aliquos angulos extremos, qui sint b f g, b h g, b k g, b i g: erunt ergo illi anguli æquales: sed & anguli ad punctum g sub linea b g & sub lineis f g, h g, k g, i g, sunt æquales: quia sunt recti. Sunt ergo trigona b g f, b g h, b g k, b g i æquiãgula per 32 p 1: ergo per 4 p 6 ipsorum latera sunt proportionalia: sed latus b g est æquale sibijpsi, cum omnib. sit illis trigonis commune: latera ergo b f, b h, b k, b i sunt æqualia inter se, & latera g f, g h, g k, g i sunt inter se æqualia. Ergo per 9 p 3 linea h f i k est perpheria circuli, cuius centrum est punctum g: & sic describitur in oculi superficie. Fit ergo pyramis refracta, cuius uertex est in puncto b centro uisus, & eius basis est in illuminata superficie: estq; alia pyramis illuminationis, cuius uertex est in puncto a centro luminosi, & eius basis est etiam circulus f h i k. Patet ergo quòd istarum duarum pyramidum lineę g f, g h, g i, g k sunt in eadem superficie, ut prius: quoniam ab eisdem lineis, in quas radius incidit, etiam refringitur. Vna est ergo superficies communis terminans istas duas pyramides, quæ est circulus f h i k: & est basis ambarum illarum pyramidum. Patet etiam hoc ex 5 p 11: quia illæ lineæ secundum unum punctum, qui est g, cum linea b a angulos rectos faciũt. Angulus enim f g b est æqualis angulo f g a: quoniam uterque ipsorum est rectus, ex eo quòd suppositum est angulum a g f esse rectũ: eritque superficies, in qua sunt lineę f g, h g, i g, k g orthogonalis super superficies omnes refractionis. Patet ergo unum propositorũ. Quòd si centrum uisus fuerit inter corpus irradiatum, & corpus irradians constitutum: tunc eadem dispositione manente, nisi solo puncto b inter a & g puncta constituto, patet propositum ex eo: quòd tunc corpus irradiatum non uidetur nisi per reflexionem luminis recepti à corpore luminoso: & semper angulus incidentiæ erit æqualis angulo reflexionis per 20 th. 5 huius: quia angulus extrinsecus angulo a g f in triangulo a g f pyramidis illuminationis erit æqualis angulo b f g, qui fit ad basim trianguli b f g pyramidis reflexionis: nec erit possibilis uisio irradiationis nisi in puncto axis pyramidis illuminationis: ubi secundum æquales angulos reflexi radij à tota superficie illuminati corporis concurrunt: eruntque omnes anguli triangulorum pyramidis reflexionis, qui sunt ad basim, æquales inter se per 20 th. 5 huius: quoniam anguli extrinseci pyramidis irradiationis, qui sunt anguli incidentiæ, omnes sunt æquales inter se. Omnes itaque radij ad uisum reflexi, qui sunt in eadem superficie, per 6 p 1 erunt æquales. Et quoniam lineæ f g, h g, i g, k g sunt æquales: patet per 9 p 3 lineam f h i k esse peripheriam circuli: quod est secundum propositum. Et quoniam linea b g, quæ est perpendicularis super illam superficiem, omnibus illis trigonis est communis, & angulus cuiuslibet triangulorum, qui sunt ad basim, æqualis est alteri sibi correspondenti per 4 p 1, cum lineæ f g, h g, i g, k g sint adinuicem æquales, ut declaratum est prius, & ab ipsis fiat reflexio ad uisum: patet per 106 th. 1 huius quia erit per radios ab ipsis reflexos pyramis inscripta pyramidi ad eandem basim, sed diuersæ altitudinis: quoniam punctus b, qui est centrum uisus, positus est esse inter corpus irradians & corpus irradiatum: & erit illa basis communis duabus pyramidibus, scilicet pyramidi irradiationis & pyramidi reflexionis orthogonalis super omnes superficies reflexionis. Patet ergo, quod corollario proponebatur per 107 th. 1 huius. Visum est etiam quibusdam ad propositam uisorum circulationem



circulationem coadunare circulationem foraminis uueæ, ac si ad peripheriam foraminis solùm radij incidant: & sic in superficie uisus rotundentur. Quòd etsi sit aliquando possibile, non tamen est uniuersaliter necessarium: quia etiam cuicunq; parti superficiei uisus radij incidant secundum angulos æquales: semper accidet necessariò figuram uideri circularem. Ex istis itaq; manifestè patet, quia etsi tota superficies alicuius corporis irregularis uel regularis, rectilinea uel circularis sit irradiata: non tamen uidebitur nisi circularis pars eius irradiata, quando per reflexionem uel refractionem uidetur. Quia oportet ad hoc, quòd uisus ipsum iudicet irradiatum, radios plures in centro oculi aggregari: non autem concurrunt nisi illi, qui incidentes ad superficiem corporis irradiati & reflexi ad centrū oculi omnes æquales angulos constituunt: tales autem incidunt secundum circulum: faciunt enim pyramidem, ut patet ex præmissa, & reflectuntur uel refringuntur necessariò secundū circulum eundem. Ergo superficies illius corporis semper uidebitur circulariter irradiata: nec uidebit uisus illam irradiationem, nisi fuerit in puncto concursus linearum taliter reflexarū constitutus. Et propter hoc in eadem superficie irradiati corporis diuersis uisibus diuersi apparebunt circuli: quia eædem lineæ in diuersis punctis non concurrunt, sed in uno tantùm: & remotioribus maiores apparebunt circuli: scilicet illi, quibus ad maiores angulos incidebant radij, & ad maiores reflectuntur uel refringuntur: & sunt exteriores in peripheria basis. Sic ergo pyramis interior, scilicet reflexionis uel refractionis inscribitur pyramidi alteri reflexionis uel refractionis minorē exterius ambienti: centrumq; uisus propinquius superficiei irradiatæ minorē uidebit circulū, q̄ uisus remotior: quoniā radij in minori circulo secundū angulos minores incidunt, & secundum angulos minores reflectuntur per 20 th. 5 huius, uel secundū minores angulos refringuntur per 8 huius. Patet aūt p 106 th. 1 huius quia secundū quòd angulus refractionis uel reflexionis plus minuitur, secundum hoc angulus in uisu contentus augmentatur. Et quia angulus refractionis uel reflexionis semper est acutus



rectilineus diuisibilis: propter hoc angulus in oculo semper est acutus, nec ad rectum potest excrescere, ut quartā partē circuli altitudinis sibi faciat respōdere: quoniā inter angulos caussantes pyramidem ille angulus in oculo & angulus reflexionis uel refractionis ualent unū rectū: cum angulus ad axē semper sit rectus per 89 primi huius. Ex præmissis quoq; patet corollariū perpulchrū auxilio 12 huius. Quoniam enim in pyramide orthogonia centrum circuli basis & conus semper sunt in eadem linea (ut in axe) in proposito erunt a & g in axe a g: sed eadem ratione erunt b & g in eadem linea: lineæ uerò b g & g a coniunctæ sunt linea una: eò quòd f g à termino ipsarum exiens cum ambabus facit angulos rectos. Quomodocunq; ergo se habeat uisus ad corpus irradiatum, dummodo ad ipsum fiat reflexio uel refractio: patet propositum quoniā semper centrum corporis irradiantis & centrum oculi & centrū circuli basis utriusq; pyramidis, irradiationis scilicet & uisionis sunt in eadem linea, scilicet axe pyramidis irradiationis: nec aliter est possibile uideri irradiationem.

65. Iridem ex reflexione & refractione radiorum corporis luminosi uideri necesse est.

Locuturi de iride, de illa principaliter intendimus, quæ intersecans horizontem ad diuersas partes mundi protenditur: quamuis etiam de alijs, quæ illi iridi similes uidentur, intentionem non principaliter facturi simus. Quòd uerò iris fiat ex multitudine luminis corporis luminosi in uisu recepti, hoc patet sensui: quòd autem (non aggregatis radijs corporis luminosi) lumen sensibilius possit fieri in corpore non luminoso, quàm in medio, per quod prius lumen ferebatur, ostensum est per 56 huius impossibile esse. Vnde patet ex hoc quòd lumē uigoratur ex aggregatione radiorum corporis luminosi, ut sensibilius fiat in aliquo corpore quàm in medio. Quòd uerò aggregatio radiorum corporis luminosi fiat per reflexionem uel per refractionem, quæ fit in corpore densioris diaphani quàm medium, per quod antea ferebatur, declaratum est per 57 huius. Patet itaq; generaliter quòd luminis maior sensibilitas per reflexionē uel per refractionem in omnibus uisibilibus caussatur. Quòd uerò iris specialiter ex reflexione fiat: patet per hoc: quia lumen eius sensibile peruenit ad uisum, ut suppositū est in 2 petitione libri huius. Ostensum est quoq; per 20 th. 5 huius quòd omne, quod uidetur per reflexionem, sic uidetur, quòd angulus, secundum quē forma speculo uel alteri corpori polito incidit, fit æqualis angulo, secundū quē illa forma reflectitur ad uisum: quod etiam patet per 26 th. 5 huius ducta perpendiculari à puncto incidentiæ super superficiem corporis politi, ad quam reflexionis anguli referuntur: continet enim radius incidens & radius reflexus cum eadem perpendiculari angulos æquales. Cum itaq; forma iridis fiat in uisu: patet iridem per reflexionē radiorū corporis luminosi ad uisum caussari. Quòd uerò iris per refractionem

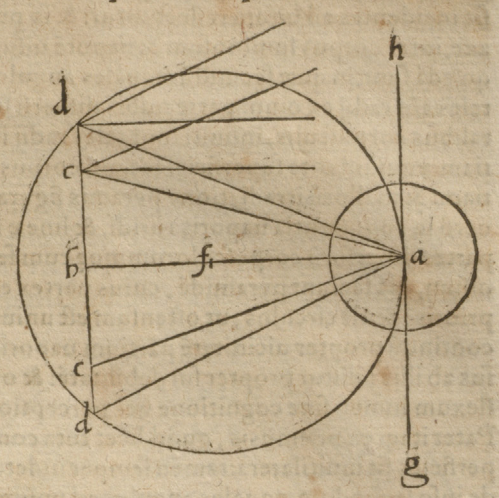
etiam radiorum corporis luminosi fiat: patet per hoc quia non generatur iris, nisi in aliqua diaphana materia existente in medio, & prohibente transitum luminis. Iam quoq; dictum est in 4 huius quòd in corporibus diaphanis densioribus primo diaphano, & si ab ipsorum superficie fiat reflexio: semper tamen fit refractio ad perpendicularem: & sic lumen talium corporum superficiebus obliquè incidens quasi secundum unam lineam ad duas partes oppositas diuisum protenditur. Fit itaq; per refractionem in talibus corporibus luminis aggregatio, quæ uisui offertur, sicut & quodlibet aliud uisibile; & sicut nubes alba, & lumen ab illorum corporum superficie ad uisum reflexum coadiuuat, ut actũ maioris sensibilitatis faciat in uisu: sicut uidemus quòd à corporibus albis, quæ plus habent luminis, sensibilior fit reflexio quàm à corporibus medio colore coloratis. Hoc etiam patet per luminis profundationem in iridis generatione. Cum enim ea, quæ solùm reflexionem luminis habent, tantùm in superficie irradientur, materia iridis sensibiliter inuenitur in profundo irradiata: & ob hoc (ut comperit Philippus sodalis Platonis, & ut quotidie quoq; circa iridem deambulantibus cõtingit, & nos ipsi experimento hoc didicimus) iris mutatur secundum mutationem uidentis. Sequitur enim fugientem ab ea, & illum, qui progreditur ad eam, fugiens antecedit. Et si quis ad dextrum uel sinistrum latus progressus fuerit: iris ad idem latus uidebitur moueri. Sed secundum reflexionem solùm uisa fugiunt fugientem, & occurrunt accedenti: uidentur enim talia semper in concursu lineæ reflexionis ad uisum progredientis, cum perpendiculari ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis, à qua fit reflexio formæ uisæ, ut patet per 37 th. 5 huius. Iris ergo non solùm uidetur per reflexionẽ, sed etiam per refractionẽ luminis intra corpus, à quo reflectitur: quamuis accedenti ad iridem, uel ab ipsa elongato ab alijs & alijs superficiebus corporum lumini obuiantium fiat reflexio luminis ad uisum: quoniam fuga iridis à progrediente ad eam, & secutio fugientis ab ea, accidit propter diuersas reflexiones, quę fiunt ad uisum à diuersis partibus materiæ iridis: scilicet secundũ quod uisus mutat puncta, in quibus ab angulis basis unius pyramidis omnes radij in centro ipsius oculi concurrũt. Et quia tales bases sunt infinitæ, & puncta, in quibus earum radij reflexi, in axe colliguntur, sunt infinita: patet etiam quòd per reflexionem multifariam uidentur irides infinitæ secundum infinitatem punctorum in axe pyramidis occurrentium accedenti uel recedenti secundũ lineam eiusdem axis, uel etiam à latere eunti secundum mutationem axis à centro corporis luminosi per alium punctum suæ superficiei exeuntis, quàm per illum, quo primus axis exibat. Fit enim uisum ad latera sic mutanti noua pyramis & noua basis: aliudq; est punctum superficiei corporis luminosi, per quod uenit radius perpendicularis ad superficiem materiæ iridis, qui (in ipsum cadente centro oculi) fit axis pyramidis utriusq;. Videntur itaq; hoc modo irides infinitę ad quamcunq; differentiam positionis quis uidentium motus fuerit: dum modò contra corpus luminosum non moueatur. Quod etiam si uerum sit per reflexionis naturá posse fieri: refractio tamen radiorum corporis luminosi semper augmentat lumen, ut uideri ualeat sensibilius à uisu. Patet enim quòd refractio radiorum corporis luminosi aggregat lumen, ut fiat magis uisibile: quoniam propter ipsam refractionem radiorum circa eandem partem medij radius duplicatur: similiterq; ipsorum radiorum reflexio lumen aggregat & ad uisum sensibiliter reducit: iris uerò non fit, nisi ex aggregato lumine, nec fit ex illo, nisi occurrat uisui. Ergo ad generationem iridis refractio radiorum corporis luminosi & reflexio eorundem necessariæ existunt. Et hoc est, quod in præsente theoremate perquirere uolebamus.

66. In uapore rorido iridem generari necessarium est.

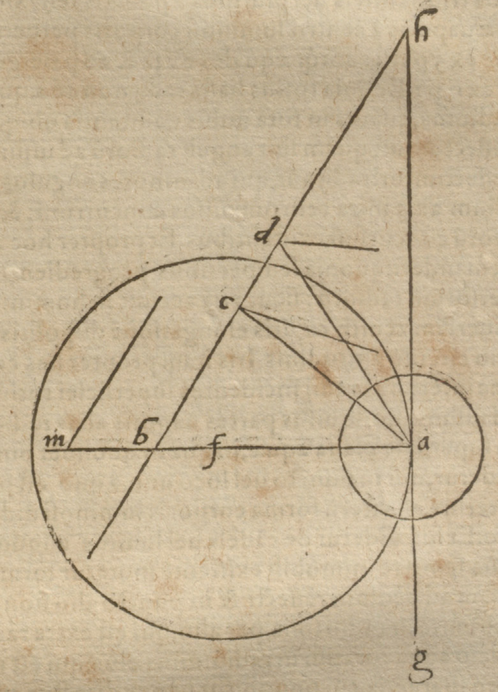
Quod hic ꝓponitur, patet. Quia cũ iris non fiat sine lumine, imò luminis multitudine: lumẽ aũt non aggregetur nisi ex reflexione aut refractione radiorum corporis luminosi, ut patet per 57 huius: hæc autẽ non fiant, nisi lumini fiat obiectio corporis densioris aere puro per 56 huius. Ergo in loco generationis iridis non erit ipsius generatio sine corpore irradiabili, à cuius superficie possit fieri reflexio & refractio luminis incidentis. Aliquod uerò solidorum planorum ibi esse est impossibile. Sed neq; aquam: quoniam hæc curreret subitò ad inferiorem locorum sibi possibilem: iris uerò aliquo tempore manet, non eadem, sed semper diuersa propter continuum descensum rorationis: nec tamen posset in aqua continua figura iridis generari: quoniam lumen integrum reflecteretur à superficie aquæ propter continuitatem ipsius aquæ. Iris enim, quæ fit in aqua diffusa per remos, fit proter aquæ dispersionem: quia tunc temone pro manu utitur nauta aquam rorans: & ob hoc cum aqua sic fuerit fusa, in ipsa colores iridis apparent. Non etiam potest esse quòd sit aer grossus, in quo iris generatur: quoniam impressio luminis in aere non efficeret colores iridis, sed faceret quandam albedinem, ut apparet in crepusculis matutinis in ipsarum principijs & etiam terminis crepusculorum serotinorum: & uniuersaliter in similibus quibuscunq;. Non etiam potest esse uapor continuus, siue sit eleuatus ad generationem nubis, siue sit in nubem cõdensatus. Esto enim quòd sit possibile à uapore continuo iridem generari. Ponatur ergo corpus radiosum (cuius centrum sit a) in circulo horizontis: secetq; ipsum superficies orthogonaliter erecta super superficiem horizontis per centrum ipsius corporis: & ducatur in illa superficie secante per centrum corporis luminosi linea h g. Huic itaq; superficiei secanti aut æquidistat uapor continuus irradiabilis: aut non. Si æquidistat: sit linea in eius superficie b c d æquidistans lineæ h g: incidantq; sibi radij a b, a c, a d: & sit linea a b perpendicularis super superficiẽ uaporis, quæ in se reflectetur per 21 th. 5 huius: & reflectentur etiam lineæ a c, a d: quia non sunt perpendiculares. Quoniam autem angulus a c b est acutus per 32 p 1, cum angulus a b c sit rectus: patet per 13 p 1 quòd angulus d c a est obtusus: per-

pendicula-

pendicularis ergo extracta à puncto c non concurret cum axe a b: ergo nec radius reflexus. Cum ergo centrum uisus ex 64 huius necessariò sit situm in linea a b, quæ est in superficie horizontis, & centrum uisus sit centrum horizontis, quod sit punctus f: patet quòd lumen sic reflexum centrum uisus nullatenus attinget, nisi fortè radius ille reflexus superficiei alterius corporis plani incidens reflecteretur ad uisum. Ergo uapore taliter disposito iris non uidebitur. Quòd si uaporis continui superficies superficiei secanti corpus luminosum non æquidistet, sed cum ipsa cócurrat: si illę superficies sub horizonte cócurrant, idem accidit impossibile, & eodem modo deducendú. Quia & si hoc modo radios aliquos sub horizonte ad uisum reflecti sit possibile: non tamen uisus illorum passionem aliquam iudicabit: non enim uidentur ea, quæ sunt sub horizonte: cum horizon sit circulus, qui est terminator uisus. Et cum superficies horizontis sit obliqua super superficiem uaporis: patet quòd radius à centro corporis luminosi perpendiculariter incidens superficiei uaporis



cadit sub horizonte: omnesq; radij non perpendiculariter superficiei uaporis ultra superficiem horizontis incidentes, reflectuntur ad partem contrariá centro uisus in centro horizontis constituti. Non ergo uidebitur iris, centro uisus & superficie illius uaporis taliter ad inuicé dispositis. Quòd si nó sub horizonte, sed supra horizonté cócurrát illę duæ superficies, una uaporis & alia secans luminosum corpus: tunc iterú lumen ad uisum reflecti non est possibile, ex caussis prius dictis. Séper enim angulus a c d, cú sit extrinsecus angulo a b c, in triágulo orthogonio a b c, erit maior recto per 16 p 1: ergo reflexio nunq́ fiet ad uisum, q̃ est in cétro horizótis. Sed etiá dato q̃d in aliqua præmissarú dispositionú fiat reflexio ad uisum (q̃d tamé est impossibile) nó ꝑpter hoc iris uidebitur: quoniá propter uaporis cótinuitaté fiet luminis multa in superficie uaporis generatio: & erit lumé continuú, q̃d ad uisum reflexú ipsum debilitabit, nec in ꝓfundú uaporis ipsum ꝑmittet inspicere. Et dicit uulgus q̃d tale lumé est sol aqueus: nec habet distinctióné aliquam colorú. Et etiá si dictæ superficies supra horizonté cócurrerét: tunc iris deflexa uideretur à zenith capitis sensibiliter secundú gibbú circuli, quo uidetur: q̃d totú sensui est cótrariú, nec apparet uisui. In tali ergo uapore nó est conueniés iridé caussari. Sed inter uaporem aqueú cótinuú, & inter aquá depluenté à nubibus est quoddá mediú, quod dicitur uapor roridus. Et fit quando frigus condensans incipit uaporé aqueú in formá propriam scilicet aquę reducere: túc



enim códensantur raræ partes uaporis, & fit partiú uaporis distátia, quę rotundari incipiút: nondú tamen ꝑpter debilitaté agentis reducuntur ad formá propriá, quę sibi det motú ad inferius: & túc illę uaporis particulę sunt quasi quædá parua specula, in quibus solú apparet color corporis radiosi sine quantitate & figura, ut diximus in 62 th. huius. Si ergo ad talia corpuscula incipiétia rotúdari ꝑpter ęqualé ex omni parte uirtutis códensantis actioné, quousq; materiá códenset, incidat lumen corporis luminosi: refringitur ad posterius ipsius quilibet radiorú sibi incidentiú ad lineá perpendicularé, à púcto incidétię sup superficié illius corporis productá p 4 huius. Et quoniá p 72 th. 1 huius illa perpendicularis transit centrú illius corporis sphærici: patet quòd radius refractus obliquè cadet sup superficié illius corporis oppositá corpori luminoso, & aggregabitur lumé in profundo totius cósistentię istorú corpusculorú, propter refractioné factá in quolibet ipsorú: sicut uidemus in crystallo rotunda: quoniá ultra superficié illius posterioré fit aggregatio radiorú in aere ad punctum unú, ut patet p 48 huius. In quolibet aút istorú corpusculorú (siue ipsa sint maiora guttis ex ipsis postmodú uia códensationis generatis, ut quádoq; possibile est fieri: siue p modú aggregationis ex pluribus corpusculis fiat gutta: in hoc enim, quo ad iridis generationé, nó est diuersitas) quoniá semper incidút radij infiniti, qui etiá reflectútur à superficie ipsorú corpusculorú secundú angulos incidentię suę, quos faciút cú lineis maiores circulos dictorú corpusculorú in puncto suę incidentię cótingentibus, qui anguli diuersi sunt: & ob hoc anguli reflexionis efficiuntur diuersi, ut patet per totum 6 librú huius scientię: & radij faciétes angulos cum lineis cótingentibus corpuscula prædicta & cú lineis signatis in superficie corpus luminosum secante concurrentibus supra hori-

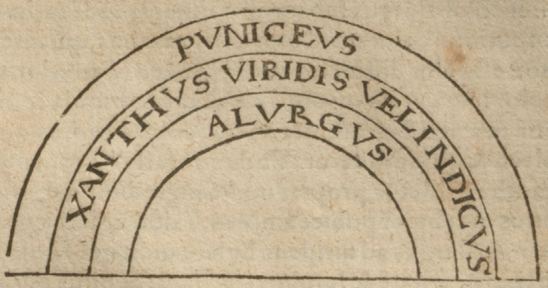
 zontem,

zontem,& intersecantibus axē pyramidis illuminationis ultra punctū b remotius à corpore lumi-noso (ut in puncto m) quia anguli tales intra pyramidē obtusi sunt: ideo per 33 th.5 huius illi radij sic incidentes ad uisum reflectuntur: & in puncto, ubi talium radiorum plurimorū fit concursus in axe, inter corpus luminosum & uaporē uisu posito uidetur lumē. Et quoniā istorum corpusculorū quædā sunt, in quæ secundū æquales angulos, ut dictū est, radij incidūt à centro corporis luminosi: tales aūt radij ex omni parte nubis dispersi sunt infiniti (cū enim tota consistentia uaporis sit plena talibus corpusculis, infiniti sunt tales radij in superficie nubis uel uaporis roridi cōcurrente, uel etiam æquidistante superficiei secanti corpus luminosum, secundum quod respicit uaporis cōsistentiam: & in illorū irradiatione pyramis figuratur, cuius uertex est in centro corporis luminosi, basis uerò in consistentia uaporis roridi, & lineæ longitudinis illius pyramidis terminantur ad diuersas partes diuersorū corpusculorum: quę cum secundū similes angulos suæ incidentię reflectuntur ad uisum, aliā faciunt pyramidē, cuius uertex est in centro uisus, basis uerò eadē cum basi pyramidis prioris: & est circulus, ut ostensum est uniuersaliter in 64 huius) uidebitur illud lumen reflexum continuū propter uicinitatē partium uaporis, & eorum distantiæ insensibilitatē à uisu, qui protensus ab illis fallitur propter sui debilitatē: & ob hoc uisus aggregatū ab omnibus illis corpusculis reflexum lumen sine cognitione uel perceptione distantiæ partium recipit, & iudicat tanquā unum. Patet itaq; ex præmissis, quòd licet tota consistentia uaporis sit radiosa, & fortè tota irradiata superficies sit multilatera: tamen semper uidetur circularis: cuius ratio est: quia nō uidetur, nisi quod de ipso secundum æquales angulos ad unum punctū axis pyramidis radialis est reflexum. Quando uerò anguli ad basim sunt æquales: latera æquos angulos continentia sunt æqualia per 6 p 1: ergo per 65 th.1 huius centrū uisus est polus, & superficies, ad quā illæ ęquales lineę terminantur, est circulus: & ita uidetur iris circularis. Potest etiam (exempli caussa) idem aliter declarari: scilicet ductis tribus lineis uel pluribus à punctis reflexionis orthogonaliter super lineam ipsi totali cōsistentiæ uaporis à centro luminosi corporis perpendiculariter incidentē: illę enim erunt in eadē superficie ex 5 p 11: eruntq; æquales ex 32 & 26 p 1: ergo in puncto cōcursus earum in axe est centrum circuli ex 9 p 3. Et quia totius basis radij non ad æquales angulos reflectuntur: nō uidetur totus circulus radiosus, quāuis in tota nubis cōsistentia ubiq; lumen existat. Radij enim, qui ad maiores angulos reflectuntur, quàm sint anguli radiorū ad uisum reflexorū, ultra punctū uisus ad alium locum axis reflectuntur: radij aūt, qui ad minores angulos eis, qui ad uisum perueniūt, reflectuntur ad locum alium axis infra centrum uisus concurrunt: & sic neutri uidentur, nisi fortè ab alijs uisibus in locis suorū concursuū existentibus. Et propter hoc accidit moto homine in antè uel retro, aliā & aliā iridem uideri: quoniā semper uisus progredientis uel recedentis incidit in puncta aggregationis diuersorum radiorū: sicut etiā accidit in hominibus diuersis magis uel minus à centro solis secundū diuersam zenith capitis elongationē dispositis, sub eodē tamē existentibus circulo meridiano uel alio circulo altitudinis. Iris itaq; propter has caussas uidetur circularis cōcaua: quia nec exteriores nec interiores radij incidentes superficiei totius consistentiæ roridæ, in eodem puncto cōcurrunt ad uisum: unde uisus partes uaporis alias iudicat lumine priuatas. Et signū huius est, quod accidit in superficie plana aquæ, in qua in quolibet puncto est forma solis uel lunæ, uel stellarū: non tamen uidetur, nisi in puncto uel loco uno, à quo est possibilis reuerberatio ad uisum: & mutato uidente ulterius, alia iterū forma corporis luminosi uidetur in loco alio, à quo est ad uisum possibilis reflexio. Et idē uidetur de cādela uel lumine aliquo distincto in cultello nouo uel ferro polito, uel alio: quia semp re immobili existente mutatur forma uisa, uisu mutato secundū modū, quo possibile est ipsam ad oculum reflecti: & in puncto alio non uidetur. Aliud etiā signum huius est: quia si aliquo existente in radio solis, per aliū, qui est extra radium, transuersaliter spargatur ore uel aliquo alio artificio aqua roratim in radiū: uisus eius, qui est in radio, fortè non uidebit nisi colorē album: cum tamen spargens, cui opponitur uapor directus, uideat lumen & colores iridis, sed cōfusos, nisi dispositio corpusculorū roridorum sic disponatur, ut possit fieri certa reflexio ad uisum in medio radij existentē. Patet itaq; ex præmissis quoniā iris in uapore rorido generatur. Signū aūt illius est: quia modicùm stat iris: eò quòd uapor talis, cum sit ex materia graui iam ad formā grauis accedēte, stare nō potest super superficiē horizontis, nisi moueatur ad centrum grauium, qđ est centrum mundi, secundum quod ei est possibile. Et ob hoc etiā post apparitionē iridis quando operatione agentis cōdensatur materia, & reducitur ad formā potentē mouere, fit pluuia, & ex corpusculorum quolibet in uapore prius separatorū fit per condensationē materiæ gutta aquea descendens. Signū etiā eius est, qđ dictū est prius: quoniā aqua uaporosè sparsa ore, manu, uel remo, ut apud nautas: in radio solari apparet iris, & iridis colores, & diuersi aspicientes uident illud: quia radij incidentes guttulis diuersimodè reflectuntur. Patet ergo propositū: quod est: iridē in uapore rorido generari. Si aūt dicatur, quòd partes corpusculorū in materia iridis nō sunt omnes omnino sphæricæ, non est uim faciens instantia: quia idem accidit omnino in non sphæricis, quod nunc dictum est de sphæricis: nunquam enim fiet iris, nisi multi congregati radij ad uisum uniformiter reflectantur.

67. Tricolor est omnis iris.

Dubitatum propter sui difficultatē ab antiquis hoc theorema proponitur. Multis enim mathematicorū patuit figura & quātitas iridis: & sunt hæc ab ipsis naturalis philosophiæ inquisitoribus supposita: color tamen, quē uidemus, nondum conuenienter ab aliquo est pertractatus, nisi per distinctionē materiæ iridis secundū adusti, indigesti & opaci naturā: quòd si hoc motum & possibilitatē rerum naturalium seruet & seruare ualeat, intellectui eorū, qui scripserūt talia, duximus relinquendum.

quendum. Colores autẽ iridis secundũ uerum, quod se nobis post multos cogitatus & experiẽtias obtulit, sic possunt declarari. Quia enim totus uapor roridus (qui est materia iridis) in superficie & profundo est irradiatus, & ipsius est multa profunditas: patet quia ipse in aspectu sui ad solem serenius & immixtius habet lumẽ, mixtum tamẽ cum colore uaporis, qui niger est, ut in aquosis uaporibus euidẽs est (sunt enim omnes nigri) natura autẽ lucis est immiscere se coloribus rerũ, ad quas reflectitur: est enim in principio 2 huius 7 petitione suppositũ, lucem res coloratas transeuntẽ illarum coloribus colorari: hoc enim patet sensui: unde etiã lumẽ reflexum secum defert colorem rei, à qua reflectitur ad uisum, sicut patet in radio transeunte per uitrum coloratum. Cum itaq; lumen de natura sua fulgidum sit (ut patet) & recipiatur in generatione iridis in uapore nigro aqueo: necesse est ipsum per 157 th. 4 huius uisui colorẽ pręsentare puniceum: & iridẽ in parte illa secundum uisum colorẽ habere puniceum, propter fortitudinẽ uisus & plurimam ad ipsum ex loco uicino reflexionem fortiorum radiorũ, propter uicinitatem corporis luminosi, à quo fit impressio lucis reflexæ secundum lineam breuiorem. Et quoniam tota nubes est luminosa, & lumen semper secũdum æquales angulos reflexum à diuersis superficiebus in profundo nubis æquidistantibus basi pyramidis primæ illuminationis, ad eundẽ reflectitur uisum per superficiem prioris pyramidis uicinioris uisui (quoniam, ut patet per 68 th. 1 huius, circuli æquidistantes in eodem axe suos habent polos: & idem pũctus est polus diuersorũ circulorum) patet quia etiam lumen, quod est in profundo nubis, uidetur. Quoniã uerò illud lumen, est lumen refractum, debile, multo colori nubis, qui niger est, admixtum: & quoniã uidetur per pyramidẽ uisualem, inscriptam ab eodem uertice (utpote à centro oculi) ipsi primæ pyramidi uisuali, secũdum quam uiciniores radij, qui punicei apparent, ad uisum reflectuntur: patet per 106 th. 1 huius quoniã anguli, qui ad basim inscriptę pyramidis fiunt, maiores erunt angulis, qui fiunt ad basim primæ pyramidis. Lumẽ ergo ab illo loco in radijs sub maiori angulo ad uisum reflectitur: unde radij minus lumini uniti sunt, & debilius uisui offerũtur. Anguli etiã, quos in cẽtro uisus faciunt, sunt minores, ut patet per idem 106 th. 1 huius, quàm anguli, qui fiunt per radios primæ pyramidis in cẽtro uisus. Sub minori ergo angulo uidetur lumen in corpore nubis, quàm in superficie: quod autem sub minori angulo uidetur, minus uidetur, ut patet per 20 th. 4 huius. Hoc autem patet experimentanti in lumine stellæ uel candelæ. Quod enim prius uisum est aperto oculo fulgidum, claudendo planè oculum amittit fulgorem, & incipit nigrescere. Item quoniam à remotiori uidetur tale lumen: ideo debilius uidetur: remotio enim siue protẽsio uisibilis à uisu est caussa debilitatis uisus, ut patet per 158 th. 4 huius. Item quia uapor remotior à corpore luminoso grossior est & nigrior, & magis aqueus: unde nigredo uaporis lumini incorporata plus denigrat, & magis ipsum uisui obfuscatum præsentat. Et hæc quidẽ in coloribus iridis aliquam caussalitatẽ habent. Totalis uerò caussa omnibus huius coloribus uniuersalis est immixtio umbrarum ipsi fulgori luminis. Quoniam enim (ut patet per præmissam) uapor roridus est materia iridis, à cuius corpusculis fit reflexio luminis ad uisum, & per 11 th. 2 huius omnia corpora densa in partẽ luminoso corpori aduersam umbram proijciunt: patet quòd radij reflexi à remotiorum corpusculorum superficiebus, umbrarũ anteriorum corpusculorum nigredini se immiscent: & sic permixti colore nigro umbrarum perueniunt reflexi ad uisum: & secundum quod plus uel minus umbrarum nigredine permiscentur, secũdum hoc diuersificant actũ suæ luminositatis in uarios colores. Et huius rei signum est in coloribus similibus iridi, qui obducto uisu ipsa manu uel alio umbroso de sub manu in fenestrarũ peripherijs uidẽtur. Signum quoq; huius est nigredo maris, quæ propter umbrarum multiplicationem accidit in maribus aquarum limpidarum, in quas lumẽ se profundat, cum ex turbulentis aquis marium, quas lux non penetrat, ut umbras efficiat, ipsis maribus non nigredo sed uiriditas accedat: & obductis palpebris, uisui respectu luminis ex umbris pilorum ipsarũ palpebrarum colores iridis uidentur. Singula quoq; particularia, in quibus colores iridis apparent, ad hanc umbrarũ caussam, ut ad quoddã uniuocum reducuntur: ut patet in collis anatum & pauonum, quæ secundũ diuersam dispositionẽ diuersimodè colorantur. Crispitudo enim suarũ pennarum alias hinc & inde proijcit umbras, quæ permixtæ lumini diuersos hinc & inde procreant colores, ut patet intuenti. Nec enim alias pręmissorũ caussas nostro potuimus indagare ingenio. Existẽtibus enim tantùm 22 uisibilibus, nullũ aliorum uisibiliũ, præter umbrã, & lumẽ horũ colorũ apparentiũ uisui uidetur esse caussa: unde & hanc colorũ iridis æstimamus proximã esse caussam: nullũ tamẽ uidimus, quẽ intellectus suus in hoc modicũ intelligibile direxerit: sed huius rei facilis omnes alij difficiles uisi sunt dare caussas. Nos tamẽ hac caussa ut uniuoca & cõuertibili erimus cõtenti, alia, quæ præmisimus, ponentes, ut quædã adminiculantia huic caussæ. Istis itaq; præmissis caussis uel omnibus, uel pluribus, uel aliquot sensibiliter cõcurrentibus intersectione pyramidũ reflexionis basiũ æquidistantiũ: tunc deficit iudiciũ uisus, & lumẽ magis mixtũ uaporis nigredini, minusq; refractũ, sub maiori quoq; angulo reflexũ, & sub minori angulo uisum, & in maiori distãtia à se ipso positũ, & in materia grossiori radiatũ, & umbris pluribus permixtũ uisus iudicat magis ab albo recedere quàm puniceum: uideturq; illud lumen reflexũ sibi uiride seu prasinum. Et post hunc colorem prasinum, plurium pyramidum facta



reflexione,cum dictæ conditiones sensibiliter à prius entibus cōditionibus uariantur: uidetur lumē plus nigro accedere,& fit uisui color alurgus siue lazulius, qui uaporis nigredini umbrisq; pluribus magis permixtus est quàm prasinus. Et demum cum secundū hunc colorem alurgum plurium pyramidum uisis circumferentijs basium,sensibiliter incipiunt prędictæ conditiones uariari, & cum lumen amplius ad uisum sic dispositū non reflectitur: fit nigrum,quod amplius permixtum lumini non uidetur. Signum uerò prædictorū est: quia cū aliquis postquam solem uel aliquod corpus fulgidum aspexerit,claudit oculos subitò & fortiter: primò quidem obducto oculo pelle,quod prius uidit fulgidum,uidebit puniceum: deinde prasinum: deinde purpureum: pòst in nigrum colorem forma lucis decidens exterminatur: & sic facto motu in uisu ab albo ipso paulatim exterminato,semper in propinquius nigro fit resolutio. Patet itaq; ex præmissis quòd iris fit tricolor: quorum colorū supremus est puniceus: & color uiridis sub puniceo continetur,quoniā color circumferentiarū basium uiridiū sub colore basium circumferentiarū punicearum fertur ad uisum: & similiter color alurgus sub uiridi cōtinetur eadē ratione: & sic uidetur unus arcus coloratus sub alio arcu cōtinuo colorato. Color uerò xanthus,qui inter colorē uiridē & colorē puniceū uidetur,in iride non est color distinctus ab alijs,sed ex cōmixtione uiridis & rubei uisibus occurrit. Puniceus enim color iuxta prasinū uisus albus uidetur: quia & purpureus color iuxta nigrū albus uidetur: uiride etiā permixtū est albo: & ob hoc color xanthus,quia ꝓpinquior est nigro quàm puniceus,inter puniceū & uiridē uidetur. Vnde etiā facta iride in nube nigerrima,color superior nō est puniceus, sed xanthus uidetur,propter multā nigredinis uaporis cū lumine permixtionē,& resoluta nube,quod prius uidebatur puniceum,demū albū uidetur: prasinus quoq; uidetur tendere ad xanthum colorem,& alurgus ad uiridem. Et iam uidit quidā uir experientiæ iridē totā albā: quod accidit propter materiæ raritatē & luminis claritatē: & uisus optimā dispositionē in se,& in distātia proportionatā ad rē uisam: uel fortè propter uaporis plurimā grossiciem & densitatē,in quo nō potuit lumē penetrare in profundū: sed fiebat à superficie uaporis reflexio: & propter hoc lumen nō receperat colorem à colore corporis sibi cōmixto,nec miscebatur nigredini umbrarū: unde reflexio faciens iridē, in forma luminis reflectebatur sine admixtione nigredinis & umbrarū. Signū uerò diuersæ apparitionis colorū est,quod uidetur in texturis purpurarum: in quibus colores iuxta alios positi plurimam faciūt differentiā & mixtionē in uisu. Non enim idē uidetur purpureū iuxtà positū albo & nigro,aut alicui alteri colori. Et ex hoc propter claritatē aliqualē,quam color accipit à uicino sibi colore,aliæ phantasiæ colorū in uisibus oriūtur. Sicut etiā accidit operātibus ad lucernā decipi in coloribus,propter admixtionē impuri luminis: & accidit eos peccare, & alios colores pro alijs accipere,colorū alietate ex immixtione impuri luminis generata. Et sic nō inconuenienter dici possit, quòd medij colores iridis à medijs pyramidibus secundū dictas circūstantias & diuersarū umbrarum permixtionē cū lumine generetur. Numerum autē colorū iridis secundū antiquos in ternario decreuimus: extendunt enim in tantum colorū nomina,ut color medius illius extremi coloris nomen habeat,cū quo magis participat in natura. Et sic iridem tantū tricolorē esse necessariò cōprobatur: nec possunt pictores tales colores plenariè simulare. De coloribus etiā,qui apparent in iride generata in uapore aqueo sparso ore uel alio subtili artificio, manu, uel remo, tota caussa dicta est. Cū enim lumen ad talia corpuscula incidit,& ab eis reflectitur ad uisum in radio positū,uel in fenestra,per quam incidit radius,uerso occipite directè ad centrū solis: tunc lumē propinquius reflexū tanti est luminis,quod remotius reflexū lumē,propter admixtionē umbrarum superiorum corpusculorum propinquiorū uisibus,& corpori luminoso, magis & magis obtenebratur secūdum modos prius dictos: uidebiturq; sic cōstituto uisu iris ex caussis prius dictis rotundata. Aliter autē uisu disposito ad radium: uidebūtur propter inordinatam reflexionem ad uisum colores iridis inordinati: quoniam illa reflexio cum non fiat secundum angulos æquales ad figuram iridis rotundam non pertingit: & secundum quod lumen corpuscula rorida contingit: sic secundum aliquam reflexionem perceptam lumen colores uarios uisui inducit. Sed quantò remotiores sunt radij à principio suæ aggregationis in fenestra: tantò colores magis efficiūt opacos propter plurium umbrarum immixtionem ipsi lumini reflexo. Inuenimus & nos diebus æstiuis circa horā uespertinam uel modicūm antè circa Viterbium in quodam præcipitio apud balneum, (quod dicitur scopuli) aquam uehementer præcipitari: descendentesq; ad uidendum,quid in ipso posset accidere soli sibi opposito: uidimus iridem perpetuam sole circa aspectum illi debitum existente: & multas ex proprietatibus iridis notauimus. Vnde,quia ea,quæ prius scripta de iride fuerant,nobis non per omnia sufficere uidebantur (excepto eo,quod inuolutè scripserat Aristoteles) illud nobis principium cogitationis fuit,ut præsenti negotio studium applicaremus. Patet itaq; propositum.

68. Corona fit ex refractione luminis solis, uel lunæ, uel stellarum primæ magnitudinis à uapore humido circulariter ad uisum.

Impressio (quæ græcè dicitur, ἅλως & arabicè alileti) latinè dicitur corona. Fit autē hæc impressio in uisu ex incorporatione luminis in aliqua cōsistentia uaporis. Cū enim,ut patet per 56 huius, non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus,quàm in medio lumen sensibilius fieri fit impossibile: patet quòd ad generationē halonis necessarium est aliquem uaporem corpori luminoso & uisibus interponi. Cum ergo aliquis uapor humidus continuus interponitur uisibus,& corpori luminoso nō potēte illū uaporem citò dissoluere uel disgregare: tūc fit ad uisum refractio luminis secundū circulū p 64 th. huius. Lumē enim secundū æquales angulos illi uapori per ignem & aerem incidens, secundū æquales angulos refringitur ad uisum per 8 huius: uidetur

itaq;

itaq; lumē circulare propter æqualem refractionem luminis aggregati ad uisum: quoniam propter refractionem luminis, ut patet per 57 th. huius, aggregantur radij in profundo uaporis. Cum enim lineæ radiales franguntur ad angulos: tunc lumen uisui quasi duplicatur, & peruenit uehementius ad uisum. Et si fortè uapor ille sit roridus, distinctus per corpuscula: tunc plures fiunt refractiones, & augetur lumen. Et quoniam idem radius incidens superficiei uaporis, in corpore uaporis refringitur ad perpendicularem, à puncto suæ incidentiæ super superficiem corporis, à quo refringitur productam, & secundum extensionem lineæ incidentiæ umbra protenditur per 11 th. 2 huius: & quoniam radius incidens & refractus non sunt linea una; sed angulum continent: ideo patet quia radius refractus refugit umbram proiectam à corpore, cui incidebat, quæ tamen est modica: quia ut plurimum corona uidetur in uapore raro, leuiter condensato. Veruntamen quia retro uaporis illius consistentiam fit noua refractio in aere medio inter uaporem & uisum, quæ fit à perpendiculari per 4 huius: patet quòd lumen refractum perueniens ad centrum uisus non est umbrarum nigredine permixtum, sed liberum ab illis: & propter hoc semper uidetur album, uel fortè modico & indistincto colore aliqualiter rubeo secundum se totum coloratum. Iris uerò quia fit per reflexionem radiorum umbras proiectas penetrantium: ideo illi radij sub actu coloris perueniūt ad uisum: fitq; distinctio colorum secundum modum diuersitatis luminis & umbrarum. Videtur itaq; corona ex refractione luminis quandoq; solaris: sed rarò accidit hoc, propter fortitudinē & uehementiam illius luminis, uaporem (qui est materia coronæ) subitò dissoluentis. Sæpe tamen accidit hoc ex lumine lunæ & stellarum primæ magnitudinis, quarum lumen illam consistentiam uaporis dissoluere non potest. A` minoribus uerò stellis non accidit halo propter sui luminis debilitatē, quod tantum effectum imprimere non potest. In circuitu quoq; luminis candelarum quandoq; accidit uideri coronam in aere grosso, ut plurimum flante euro: & tūc quandoq; propter densitatem aeris proijcientis umbram partium superiorum super infimas, accidit uisibus colorem purpureum à tali refracto uel reflexo lumine præsentari. Patet itaq; propositum.

69. Iridem in parte mundi meridionali à septentrionalibus uisibus non est possibile uideri.

Quod per 107 th. 1 huius patet in pyramidibus purè mathematicis sibi ad inuicē inscriptis: idem patet per 64 huius de pyramidibus reflexis, iridem caussantibus, quæ naturam mathematicarum pyramidum consequuntur. Semper enim oportet, ut centrum uisus sit inter centrum corporis luminosi & centrum iridis, ad hoc ut illa impressio uideatur, quam propriè iridem nominamus: licet aliæ impressiones, colores iridis simulantes, quandoq; per modos alios uideri ualeant, ut inferius patebit. Quòd autem iris meridiana à uisibus septentrionalibus uideri nō ualeat, satis patet ex his, quæ diximus in generatione colorum iridis: qui propter reflexionem luminis & umbrarum lumini admixtionem per se caussantur. Potest etiam occasionaliter id patere per hoc: quòd materia iridis in approximatione corporis luminosi de facili resoluitur in aquam, uel subtiliatur in aerem lucidum, à cuius superficie non possunt fieri reflexiones: quæ etsi fierent, tamen tenderent in partem, in qua est sol, nec ad uisum peruenirent. Et etiam quia colores iridis, qui fiunt propter debilitationem reflexæ lucis, non possunt in tali loco caussari: quia circa corpus luminosum cum semper plus sit luminis, radij reflexi non debilitantur, sed magis uisibiles efficiuntur. In talibus tamen locis facta radiorum refractione ad uisum per uaporem uel aerem densum, aliquod lumen aggregatum uideri potest in uapore uel aere condensato, ut diximus in præmissa de generatione coronæ, quæ fit ex refractione luminis solis quandoque: & tamen rarò, propter luminis illius fortitudinem: sæpe uerò ex lumine lunæ & stellarum primæ & principalis magnitudinis generatur. Iris ergo quando debet generari, oportet quòd radij ad oculum reflectantur, & quòd retro uaporem roridum (qui est materia iridis per 66 huius) non sit lumen aliud irradians. Vnde etiam corona grossa apparente uisui, scilicet in grossa materia & spissa siue densa, à forti lumine caussata, est possibile, ut in ipsa aliqui colores iridis appareant, uisu posito inter corpus luminosum & uaporem. Tunc enim omnes conditiones & caussæ colorum iridis in loco tali concurrent, & materia subest. Iris ergo sic poterit apparere. Fortè ergo accidit quòd materia, in qua plus meridionalibus à uapore rorido iris uidetur reflexa: tunc hominibus plus septentrionalibus ab eodem uapore (ita quòd uapor idem eodem tempore utrisq; habitatoribus appareat, & secundum eundem circulum altitudinis) uideatur corona propter luminis refractionem: & idem erit in quolibet circulo altitudinis prædicto modo quibuslibet uidentibus constitutis. Ex his quoque, quæ dicta sunt, patere potest, quòd quandoque ex fortibus solis radijs reflexis à nube aquosa integra ad locum, in quo est uapor roridus, à latere solis aliquo possunt colores iridis generari in plenis circulis uel circulorum portionibus incompletis: ut quando corpori solis nubes solida aquosa diametraliter opponitur, & in ipsam incidens radius reflectitur, & reflexo radio nubes rorida obsistit, in qua fit radiorum refractio & reflexio perueniens ad uisum. Tunc enim colores iridis apparent uisui recti, ut cum uapor non rectè opponitur uisui: & tales colores sunt in uapore raro aqueo permixto: quandoq; uerò apparent circulares: & fiunt quasi irides. Oportet autem ad hoc, ut talis iris uideatur, quòd nubes, ad quam fit radiorum solis reflexio ad oppositum uaporem, & uapor roridus, ad quem, & à quo ad uisum fit luminis reflexio, & uisus, ad quem fit reflexio, in eadem recta linea consistant: & quòd superficies nubis, à qua fit reflexio, & superficies uaporis, à qua, & ad quam fit reflexio, productæ supra horizontem quasi in superiori hemisphærio concurrant. Aliter enim uix fie-

uix fieret sensibilis reflexio ad uisum posteriorem nube, à qua fit reflexio: fieret autem modica propter naturam reflexionis à corpusculis paruis, de quibus sermo fuit in 62 th. huius. Nos autem per hunc concursum superficierum, intelligimus concursum linearum contingentium corpuscula uaporis roridi in ipso puncto reflexionis. Oportet etiam quòd nubes aquea reuerberans lumen, uicina sit circa solem, ubi radij solares fortes existunt: & talem iridem non unam, nec duas tantùm, sed etiam quatuor simul uidimus Paduæ sole iam ad uesperam declinante, & nõ erant irides in distantia 10 graduum à sole: & omnes circulorum completorum, & in superficiebus diuersis: & erãt quædam quasi se extrinsecus contingẽtes. Eas autem irides, quæ fiunt ex radijs corporis luminosi non ab alia nube reflexis ad uaporem, sed ab ipso uapore ad uisum reflexis non est possibile fieri, nisi in oppositione corporis luminosi ad uaporem, uisu in medio existente. Vnde in nostra habitabili non potest uideri iris ad meridiem: quia non interponitur ibi uisui uapor & corpori luminoso. Cursus enim stellarum erraticarum terminantur secũdum partem, qua extremitas zodiaci terminatur, qui in nostra habitabili septentrionali fieri non potest. Et hoc est, quod proponebatur.

70. Ex radijs solaribus & lunaribus tantùm irides generantur.

Quoniam tantùm horum duorum corporum radij secũdum mundi diametrum sensibiliter extenduntur: solis utpote, quia est corpus maximum quantitate omnium luminosorum corporum & purisimæ substantiæ: lunæ uerò, quia ipsa terræ est uicinior: unde eius radij uisui sensibilius offeruntur. Ab aliorum uerò corporum luminis sensibilitate excusat uisum paruitas ipsorum corporũ, respectu solis, & magna à nobis distantia, respectu lunæ. A' sole autem iridem fieri cognitũ est sensui. Ex radijs etiam lunæ iridem fieri est possibile: & hoc est sæpe uisum: maximè apud plus septentrionales, quibus sæpe offertur materia. Vnde uiderunt lunæ iridem obseruatores nocturni in Alemania bis in uno anno: & fortè pluries uideretur, secundũ quod se offerũt agens & materia. Apud meridionales uerò rarius uidetur: quia non offert se toties materia, & si agens semper sit dispositum ad diffusionem luminis, ut in omni plenilunio uel circa illud. Vnde Aristoteles non considerauit fieri iridem lunæ in loco suæ habitationis, nisi bis in 50 annis. Fiunt autem irides lunæ plures in crepusculis luna plena uel gibberosa, magna existẽte, posita circa orientem super horizonta sic, ne radij solis uideantur. Fiunt etiam in nocte, semper tamẽ in opposito lunæ: habetq; iris lunæ formam & materiam, quam & iris solis: similiter & colorum distinctiones: qui tamen sunt albiores coloribus iridis solis: cuius caussa est, quoniam in nube nigra & in nocte fit iridis lunæ apparitio: unde duplicato nigro, scilicet noctis & nubis, album, quod fit ex radijs lunæ, magis uidetur album. Et quia puniceum est debiliter album: ideo puniceum magis album tũc uidebitur comparatione plus nigri. Et similiter est de unoquoque aliorum colorum: quilibet enim illorum colorum albior uidetur. Et sic tota iris lunæ albior uidetur, quàm iris solis. Vmbræ enim radijs lunæ accidentes non sunt tam nigræ ut umbræ solis: & huius caussæ sunt diuersæ, ut dictum est. Lumen enim lunæ est pallidius lumine solis: unde colores ex cõmixtione sui informati inficiuntur, nec accedunt ad summum formæ sibi propriæ: sicut etiam accidit propter pallorem luminis candelæ uariari plurimos colores, & alios pro alijs accipi per sensum. Sic ergo patet à quorum corporum radijs irides generantur: quoniam ex radijs solis & lunæ tantùm, non autem ex aliarum stellarum radijs quarumcunque: quod est propositum.

71. Non plures duabus iridibus, situ colorum differentibus, possibile est uideri.

Verbi gratia. Cum enim non sint, nisi tres colores iridis, ut patet per 67 th. huius: non est possibile diuersificari colores iridis in situ, nisi secundum extremorum colorum, scilicet punicei & alurgi localem transpositionem: quia semper medius manet in caussalitate media inter istos. Et ob hoc patet quòd plures, quàm duæ irides situ colorum differentes fieri non possunt: quia color medius non potest habere caussam generationis alijs coloribus manentibus in forma propria, quamuis sint transpositi in situ. Quòd autem quandoque plures irides eiusdem situs in coloribus uidentur, una sub alia, ut primò rubeũ: deinde uiride: & deinde alurgum: & iterum rubeum: & iterum uiride: & demum alurgum: hoc accidit propter diuersitatẽ materiæ in diuersis superficiebus, quarũ una est ante aliam, & quas accidit sub uno angulo uideri: unde uidentur quasi sint habitę uel contiguæ. Quòd si in angulo sit diuersitas, ut quando linea exiens à uisu & transiens per gibbum iridis unius, scilicet inferioris, non transit per gibbum superioris: tunc uidebuntur consequenter entes, & inter alurgũ superioris & puniceum inferioris erit notabilis differẽtia, scilicet alba: quoniã ab illa parte nubis remotioris uel propinquioris ipsi ui-



ipsi uisui, quàm naturæ reflexionis ad uisum illũ cõueniat, non fit reflexio luminis ad uisum: quod non accidit quando sub eodem angulo uidentur. Sunt tamen huiusmodi irides semper in diuersis superficiebus, & ab una pyramide reflexi luminis caussantur: & ob hoc ipsorum est quasi centrum unum, quòd est centrum pyramidis irradiationis, & uidentur æquidistantes in uisu ipsorum peripheriæ. Et posibile est (licet non sæpe eueniat) quòd plures tales irides, una uidelicet intra aliam uisui offerantur. Et istud poterit probari duobus aquam in radio spargentibus, uno scilicet sub reliquo: tunc enim iris sub iride poterit uideri. Sed idem erit ordo in situ colorum iridis utriusq;: neuter tamen alterius iridem uidebit; sed unicuiq; sua in eodem tempore uisui occurret. Imposibile autem est quòd id fiat in eadem superficie: scilicet quòd plures irides eiusdem situs in coloribus appareant: quoniam ab illa sola parte superficiei fit reflexio, ubi secundum æquales angulos radij incidunt, & non ab alijs partibus eiusdem superficiei superioribus uel inferioribus peripheria prędicta, ut patet per 66 th. huius. Colores autem iridis exterioris coloribus iridis interioris semper debiliores apparent: quoniam fiunt à radijs magis distantibus à perpendiculari & remotioribus à uisu: unde lumen per eos reflexum debilius uidetur, respectu eius, quod ex interioribus radijs caussatur.

72. In iride exteriori quandoq; colores interioris iridis contrapositi & debiliores uidentur.

Colores iridis contrapositos dicimus, quando sicut iridis interioris color est puniceus, qui est in exteriori circumferentia ipsius, sic exterioris iridis color est puniceus, qui est in interiori peripheria ipsius, mediusq; utriusq; iridis color est prasinus: interiorq; color interioris iridis est alurgus, sicut exterior color iridis exterioris. Sic autem dispositis duabus iridibus: tunc omnes colores exterioris iridis sunt debiliores quàm interioris iridis colores. Huius quoque caussa aliqua esse posset, si illi colores omnes in una nubis superficie uideretur: quia tunc colores exterioris iridis per magnam distantiam uisui apparerent, sicut & interiores peripherię iridis interioris. Ad quod intelligẽdum ponamus exempli caussa solem supra horizonta 20 gradibus eleuatum. Et quoniã patuit prius in 64 th. huius quòd centrum basis pyramidis irradiationis &



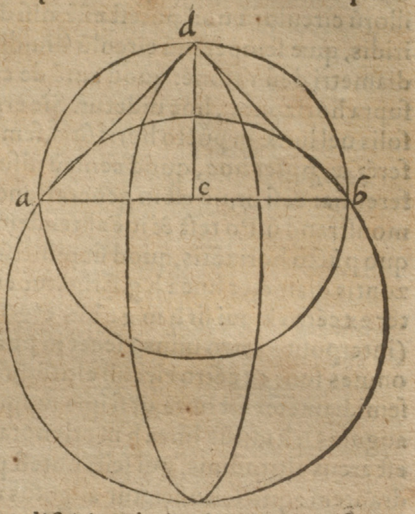
centrum uisus, & cẽtrum corporis radiosi, quod est sol, sunt semper in eadem linea: centrumq; basis pyramidis irradiationis & pyramidis uisionis est unum punctum centro solis diametraliter oppositum: unde ipsum est nadir solis, & mouetur semper secundum motum solis: motuq; suo similem circulum describit circulo motus solis, scilicet ei parallelo, quem sol motu diurno describit supra horizonta: talem enim dictum centrum iridis describit, quod est centrum basis pyramidis illuminationis sub horizonte. Et sicut cum sol fuerit in puncto horizontis orientali, centrum fit in parte horizontis occidentali: sic cum sol fit in puncto horizontis occidentali, centrum illud fit in parte orientali. Et quoniam lineæ ductæ à centro solis ad circumferentiam basis pyramidis illuminationis, sunt æquales per 89 th. 1 huius: palàm quòd superficies basis prædictæ pyramidis sic horizonta intersecat, quòd ipsa cũ superficie secante solem, orthogonaliter insistente horizonti concurret sub horizonte: ergo facit angulum super horizontem obtusum respectu uisus. Nec mirum quoniam horizon cum transeat per unum polorum circuli basis, ut per centrum uisus, qui est polus illius circuli per 65 th. 1 huius: patet quòd per polum alterum illius circuli non transit. Quælibet ergo pars superficiei uaporis, in qua fit iris exterior, illa pars, quæ est super circulũ iridis in parte altiori, plus à uisu elongatur: & si ab ipsa reflecti accidat radios ad uisum, necesse est superiores nigriores uisui apparere, respectu eorum radiorum, qui à partibus eiusdem superficiei inferioribus illis ad uisum reflectuntur, ut patet per 158 & 159 th. 4 huius. Et sic superioris iridis inferioris peripheriæ, quæ uicinior est uisui, colores puniceos, mediæ uerò prasinos, supremæ uerò alurgos necesse est uideri: & uincit quantitas distantiæ in magnitudine excessus elongationis quantitatem angulorum reflexionis & quantitatem anguli uisionis. Et ob hoc colores iridis superioris contrapositi quandoque uidentur coloribus iridis interioris, in qua superior peripheria semper uidetur punicea. Quoniam quando ad uisum ab illa parte superficiei fit reflexio improportionata reflexionibus distantia: tunc radij inferiores eiusdem superficiei in eadẽ distantia ad uisum reflecti non possunt, eò quòd in proximitate debitam distantiam excedunt: sunt enim tali uisui proportionata reflexioni distantia uiciniores. Quod ergo uisui de proximo uapore irradiatum apparere potest, puniceum apparet propter uicinitatẽ & alias causas in 67 huius prius dictas. Visui uerò profundato ulterius in uapore, secundum modũ distantiæ fulgor luminis umbrarum nigredine permiscetur, & uariantur colores

secundum prius dicta. Sic ergo in uapore irradiato fit quædam gibbositas, quo ad uisum. Et ob hoc fortè dictum est à quibusdam, nubem fore cõcauam, in qua iris generatur: quamuis ea, quæ uidentur, nubis concauitati non oporteat adscribi: quia uapor (quo ad consistentiam sui totius) est integer, plenus corpusculis distinctis, sicut uidetur atomi totum solis radium implere: & est talis uapor à parte posteriori à sole grossior quàm à parte anteriori solem aspiciente. Quòd si cetrum solis in periferia horizontis positum fuerit, sic ut basis pyramidis illuminationis sit orthogonaliter horizonti insistens: adhuc radij exteriores ad uisum reflexi sunt longiores, respectu eorum, qui ab interioribus peripherijs reflectuntur per 19 p 1: in eodem enim triangulo ad uisum terminato maiori angulo opponuntur. Sic ergo patet, quòd corpore solis ubicunq; posito exterioris iridis colores, respectu colorum iridis interioris, possibile est contrapositos apparere. Omnes autem colores secundæ iridis sunt debiliores necessariò coloribus primæ iridis: quoniã fiunt à radijs magis distantibus à perpendiculari, & secũdum maiores angulos ad uisum reflexis: propter quod isti radij cum radijs incidentibus minus aggregãtur: unde minus efficiunt luminis & coloris. Nos autẽ eo, quod nunc præmisimus, utimur pro principio ad propositum declarandum disponente (& si ipsum non sit certa caussa.) Manifestum est enim quòd illi radij (cum sint extra peripheriam proportionatam reflexioni ad illum uisum, scilicet ultra puniceam interioris iridis) non reflectentur ad uisum cum lumine, nisi propter reflexos radios ab interiori prima iride ad reflexionem disponantur, & nisi lumen eorum in actum uisibilitatis per aggregationem luminis illorum radiorum cũ ipsis ad uisum reflexorum perducatur. Et huius signũ est albedo, quæ circulariter apparet in nube inter peripheriam superiorem iridis inferioris puniceam, & inferiorem iridis superioris puniceam: quia hæc albedo fit per lumen nubem irradians ad uisum nõ reflexum. Cum enim radiorum ab eadem superficie reflexibilium, qui ad uisum in aliquo uno loco dispositum reflecti possunt, sint hi, qui ab ultima peripheria inferioris iridis reflectũtur: nullus superiorum radiorum reflectetur ad illum uisum, sed nubes alba ex commixtione luminis non reflexi per modum uisionis simplicis illi uisioni occurret. Ex peripheria uerò punicea inferioris iridis & si plurimi radij, prẹter eos, qui ad illum uisum reflectuntur, ad partes uicinas uaporis roridi se diffundant: lumen tamen ad illum uisum ex eorum incidentia, à uicino uapore reflecti non potest: quoniam cadunt illi radij in superficiem uaporis, à qua, sicut à superficie improportionata adhuc uisui, non est conueniens distantia reflexioni. Hoc enim in principio peripheriæ puniceæ incipit, ubi secundum angulos in illa pyramide acutissimos radij incidunt ipsi nubi: alij uerò radij posteriores his radijs in punicea peripheria inferioris iridis ad maiores angulos incidunt, quo ad uisum (cũ sint in profundiore superficie à uisu) & ad illam superficiem uaporis, in qua est inferior superioris iridis peripheria punicea, reflectũtur: & ibi aggregati cum radijs illi parti uaporis incidentibus à sole, illam partem superficiei ex aggregatione maioris luminis uisibilem faciunt, radijs ad uisum reflexis, qui prius propter luminis debilitatem sensibiliter non poterãt reflecti. Et quoniam radij ab inferiori parte sursum ad alias partes uaporis roridi reflexi (siue uapor, ad quem fit reflexio in eadem superficie cum prima iride, siue in alia superficie sit consistens) cum radijs ab eadem peripheria ad uisum reflexis in generatione primæ iridis, ut declaratum est in 66 huius, angulos constituunt: fiunt trianguli, quorum anguli sunt in centro uisus, bases uerò sunt lineæ interiacentes puniceam peripheriam inferioris iridis, & puniceam superioris: & quia ab illis basibus nulla fit uisui sensibilis reflexio: tota ipsarum superficies uidetur alba, non reflexo ab ipsa aliquo lumine ad uisum. Simili quoq; modo fit reflexio ab alijs coloribus inferioris iridis ad iridem supremam. Et quoniam anguli incidentiæ radiorum illas partes iridis caussantium, sunt maiores, ut suprà patuit per 106 th. 1 huius: ideo per 20 th. 5 huius & anguli reflexionum sunt maiores. Altius ergo in uaporem superiorẽ illi radij pertingunt, procreantes sibi similes colores: quoniam illi radij propter admixtionem umbrarum aliorum corpusculorum colorem participant, qui ad corpus oppositum mixtum cum lumine transmittitur per 2 th. 5 huius. Et sicut ostensum est per 55 th. 5 huius, quòd propter reflexionem dextra apparẽt sinistra, & sinistra dextra: sic etiam accidit in ista reflexione colores istarum iridum contrapositos uideri. Colores quoq; secundæ iridis debiliores uidentur quàm primæ iridis, scilicet inferioris: quoniã radij remoti ab axe pyramidis irradiationis nubi incidentes sunt debiles, & uisui propter distantiam magnam insensibiles, ut patet per 158 th. 4 huius: & etiam radij reflexi à primæ iridis refractis radijs sunt debiles, ut patet per 3 th. 5 huius, & per 10 th. huius. Sequitur ergo necessariò eorum reflexionem ad uisum fieri debilem: & sic omnes secundæ iridis colores sunt debiles, magisq; nigredine umbrarum permiscentur. Necessariò ergo primæ iridis coloribus secundæ iridis colores debiliores apparent: nec fit aliqua ulterior reflexio ab illis ad partes superiores roridi uaporis, propter illorum radiorum debilitatem. Et fortè ob hoc dixit Aristoteles quòd plures duabus iridibus non possunt uideri: quoniam tantùm duæ sunt, quæ situ colorum formaliter distinguuntur: quamuis plures quandoq; uideantur, ut in præmissa declaratur. Patet ergo propositum.

73. *Omnem arcum sensibilem iridis per circulum suæ altitudinis in duo æqualia diuidi est necesse. Vnde manifestum est quemlibet uidentem propriam iridem uidere.*

Cum enim, ut ex præcedẽtibus patet, superficies horizontis intersecet superficiem circuli iridis: tunc eorum cõmunis sectio ex 3 p 11 est linea recta. Sed quia circulus altitudinis iridis semper transit per zenith capitis: quoniam (ut patet per 64 th. huius, & declaratum est in præhabitis) centrum uisus est polus iridis: illius uerò circuli altitudinis centrum est centrum mundi & horizontis: ergo

ergo ipse transit per polos horizontis: zenith enim capitis est polus ipsius horizontis: linea uerò à polo ad cētrum horizontis deducta, est erecta super superficiem horizontis ex principio primi huius. Ergo per 18 p 11 circulus ille altitudinis iridis est erectus super superficiem horizontis: & ipse transit eius centrum: quoniā cum ipsi ambo sint circuli magni sphæræ mundi, patet quoniam ipsorum est idem centrum, quod est cētrum mundi. Ille ergo circulus altitudinis secat horizontem per æqualia & orthogonaliter. Similiter autē & idem circulus altitudinis cum per centrum uisus transeat, & per centrum circuli iridis, & per centrum solis, (hęc enim sunt in eadem linea per 64 th. huius) transit ergo per polos circuli iridis: & secundum præmissa secat eum per æqualia & orthogonaliter. Sed si horizonta & circulum iridis circulus altitudinis iridis per æqualia secat & orthogonaliter: ergo illorum sectionem per æqualia secabit & orthogonaliter per 19 p 11. Sit ergo illa communis sectio linea a b, quam productus circulus altitudinis diuidat per æqualia in puncto c: ducaturq́; sursum in superficie circuli altitudinis à puncto c linea c d: quæ sit communis sectio superficierum illius circuli & iridis: & hęc linea c d erit perpendicularis super lineam a b per 19 p 11: eò quòd circulus altitudinis erectus est super superficiem cuiusq; duorum illorum circulorum, quorum est communis sectio linea a b: sitq; communis sectio peripheriarū circuli altitudinis & iridis punctus d: angulus ergo d c a est rectus, & similiter angulus d c b: subtendantur ergo illis angulis lineæ a d & b d: & patet ex 4 p 1 & ex pręmissis quòd ipsæ sunt ęquales: ergo per 28 p 3 arcus iridis, qui est a d, est æqualis ipsius arcui b d. Pars ergo peripheriæ iridis, quæ est supra horizontem (quoniam illa sola est sensibilis) per circulū altitudinis per æqualia est diuisa. Quod est propositum. Vnde manifestū est corollarium perpulchrum: scilicet quemlibet uidentem iridem propriam uidere, ex eo, quòd moto aliquo uidente secundum locum semper zenith capitis uariatur: patet enim quòd diuersorū diuersa sunt zenith, & diuersi horizōtes: nec est possibile aliquos duos eundem habere horizonta: quoniam semper oculus uidentis est centrum horizontis.

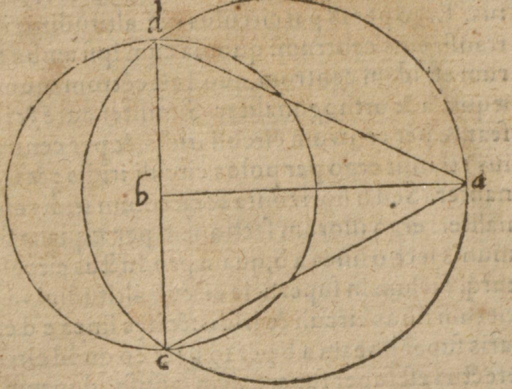


Si ergo aliquorum diuersitas sit secundum distātiam latitudinis uniuersi tantùm: tunc ad eorundem oculos diuersimodè radij reflexi à corpore nubis secundū diuersa puncta aggregationis concurrent: & remotior ipsorū à uapore rorido maiorē iridem uidebit, propinquior minorem, si in eadem superficie appareant irides: quæ si appareant in superficiebus diuersis æquidistantibus: tunc secundū æquales circulos iris uideri poterit: & sequetur iris fugientem, & fugiet sequentem, ut diximus in 65 huius: est tamen eis idem circulus altitudinis, sed nō eodem modo se habens. Quòd si diuersitas aliquorum sit secundū longitudinem uniuersi tantùm: tūc erunt diuersi circuli altitudinis, & quilibet illorum circulorū diuidit per præmissa arcum iridis, qui est supra horizonta, in duo æqualia: ergo ipsa diuisa, sicut & ipsa diuidētia, sunt diuersa: quilibet ergo propriam iridem uidebit. Quòd si latitudo & longitudo uidentium differant: tunc per præmissa patet, quòd nullo modo eandem iridem uidebunt. Patet ergo quod intendebamus. Et signum huius est: quòd si aliquis stans in radio solis auersa soli facie aquā ore spargat: uidebit cū ambobus oculis ante frontem suam colores iridis, & arcū æqualiter ab utroq; oculo distātem. Quòd si aquam secundò sparserit, & oculum dextrum clauserit uel manu cooperiat: uidebit arcum æqualiter distantem à cētro sinistri oculi, arcumque iridis dextrum oculū secantem: & econuerso erit, si oculū sinistrum clauserit: tunc enim iterum uidebit arcum æquidistantem à centro dextri oculi, sinistrumq; oculum secantem. Ex quo manifestè patere potest, quòd color iridis est passio uisus: & quòd mutatur iris secundum uidentium mutationem: & quòd materia sua est uapor roridus: & quòd distinctio colorum non est ex qualitate materiæ, sed ex reflexione luminis ad uisum, cui color essentialiter aduenit ex commixtione nigredinis umbrarum.

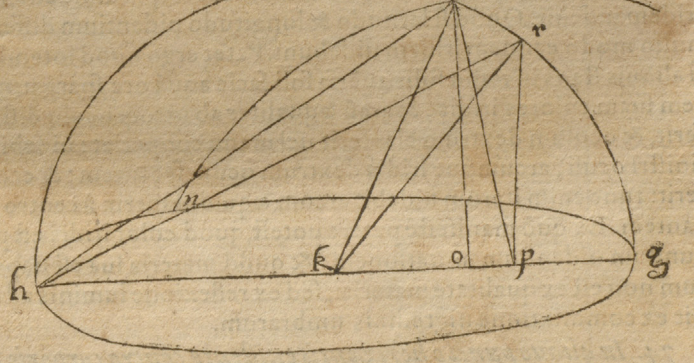
74. *In aliquo puncto horizontis existente centro corporis luminosi, necesse est tantùm semicirculum ab eo caussatæ iridis uideri.*

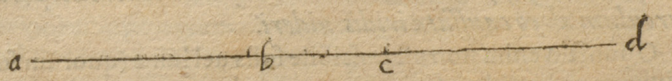
Quoniam enim non est possibile solis uel lunæ (quorum solummodò corporum, ut 70 th. huius diximus, radij iridem faciunt) centra in horizonte existere, nisi in oriente uel occidente, in nostra terra, scilicet Poloniæ, habitabili, quæ est circa latitudinem 50 graduum: (quamuis in regionibus maximæ latitudinis, sole existente in capite capricorni, ut in his, quæ sunt 66 graduū & 9 minutorum sol in meridiano existens circulo, uideatur in peripheria horizontis: & in alijs regionibus diuersificata latitudine regionis & declinatione solis in diuersis circulis altitudinis quandoq; sol uideatur in horizonte.) Ponamus itaq; solem in oriente, cuius cētrum sit a: fiatq; iris in parte sibi opposita, uisu intermedio existente: & erit illa iris ad occidentem per 67 huius: & sit centrum iridis punctum b: ducaturq; diameter circuli iridis trans superficiem horizontis per centrū b, quod centrum tunc necessariò erit in superficie horizontis: quoniā per 64 th. huius ostensum est, quòd centrum solis, & centrum uisus, & centrum iridis necesse est in eadem linea esse. Eiusdē uerò lineę partem in subiecta superficie, partē in sublimi esse est impossibile per 1 p 11: in superficie uerò horizontis est ex hypothesi centrum solis, & centrum uisus est centrum horizontis: ergo & linea copulans

illa cẽtra erit in sũpficie horizõtis: & sit diameter illa iridis, quæ c d: & coniungãtur lineę a b, a c, a d:
fientq; duo trianguli a c b & a d b. Et quoniam in his
triãgulis latus a c est æquale lateri a d p 89 t 1 huius:
quoniã sunt lineæ lõgitudinis unius & eiusdẽ pyra-
midis: & latus c b æquale est lateri d b, q̃a sunt semi-
diametri circuli iridis: latus uerò a b cõmune est am
bobus illis triãgulis: patet ergo p 8 p 1 quia angulus
c b a est æqualis angulo d b a: uterq; itaq; est rectus.
Ergo per 18 p 11 erit superficies horizontis erecta su-
per superficiẽ circuli iridis: transit autẽ per centrum
iridis. Palàm ergo quoniã circulus horizontis diui-
dit circulũ iridis per æqualia: cõmunis enim sectio
illorũ circulorũ non potest esse, nisi diameter circuli
iridis, quæ semper suũ circulũ diuidit p æqualia per
diametri definitionẽ: quod autẽ de circulo iridis est
supra horizonta, hoc uidetur. Sic ergo posito cẽtro



solis uel lunæ in pũcto horizõtis, semicirculus iridis uidetur: nisi fortè tantò minus, quantũ est dif-
ferẽtiæ, ꝓpter hoc, quòd centrũ uisus nõ est uerum centrũ uniuersi. In hoc aũt nõ est sensibilis dif-
ferentia: & si sit, nõ est in generatione iridis, sed in uisione ipsius. Et hoc est, quod hic ꝓponitur de-
monstrandũ. Potest & idẽ aliter demõstrari. Sit ergo secundũ dispositionẽ priorẽ centrũ solis in ali-
quo pũcto horizõtis, quod sit punctũ h: & sit k centrũ uisus, quod est centrũ horizontis: & sit hori-
zontis diameter linea h g. Erigatur ergo semicirculus unus altitudinis sup horizontẽ orthogonali-
ter ex cẽtro k, qui sit h m g: hũc ergo semicirculũ altitudinis arcus iridis generatæ in opposito solis
(interposito cẽtro uisus) secet in puncto m: & producatur linea k m. Et quoniã lineæ h k, k m & k g
omnes sunt ex cẽtro circuli altitudinis, omnes ergo sunt æquales & omnes notæ: quoniam mundi
semidiameter est nota, ut si ipsa supponatur esse 60 partiũ. Producatur itaq; linea h m: & si notus est
angulus h k m: tũc linea h m erit nota. Sciri aũt potest angulus h k m p hoc, ut sciatur arcus m g, qui
est arcus altitudinis, qui sciri potest per instrumentũ, ut per armillam uel per astrolabium uel qua-
drantem: quo scito, scietur angulus m k g: qui si auferatur de duobus rectis, scietur angulus h k m:
& sic scietur linea h m, respectu semidiametri k m, operatione illa, qua utimur in sciẽtia astrorũ. Li-
nea uerò h m cũ sit linea lõgitudinis pyramidis illuminationis, & per 89 th. 1 huius omnes lineæ lõ-
gitudinis unius pyramidis sint æquales: erũt tunc omnes lineæ lõgitudinis illius pyramidis notæ.
Circumducatur itaq; circulus iridis super superficiem horizontis, eam intersecãs, quæ (ut patet ex
præmissis) transibit punctũ m circuli altitudinis: sit ergo, ut ipse circulus iridis secet horizontẽ in
puncto n. Duos itaq; circulos contingẽt lineæ k m & h m in puncto m, secundũ eorũ communẽ sci-
licet sectionẽ. Quoniã uerò punctũ m in circulo altitudinis datũ est, & lineæ h m & k m sunt notæ:
erit proportio lineæ h m ad lineã k
m nota. Et quoniã quæ est ꝓportio
alicuius lineæ primę ad aliquam se-
cundam, eadẽ est cuiuslibet tertiæ
ad aliquã quartã: tũc per 3 th. 1 huius
esto, ut sit proportio lineæ rectæ a b
ad rectã b c, sicut lineæ h m ad lineã
k m. Et quoniã linea h m est maior
quàm linea k m per 19 p 1, eò quòd
maiori angulo opponitur in trian-
gulo h m k: patet ergo quòd linea a
b est maior quàm linea b c. Produca
tur ergo linea b c ad punctũ d in tan
tùm, ut sit proportio lineæ b d ad li-
neam a b, sicut lineę a b ad lineã b c.
Et quia quæ est proportio lineę h m
ad lineã k m, eadẽ est lineæ a b ad b





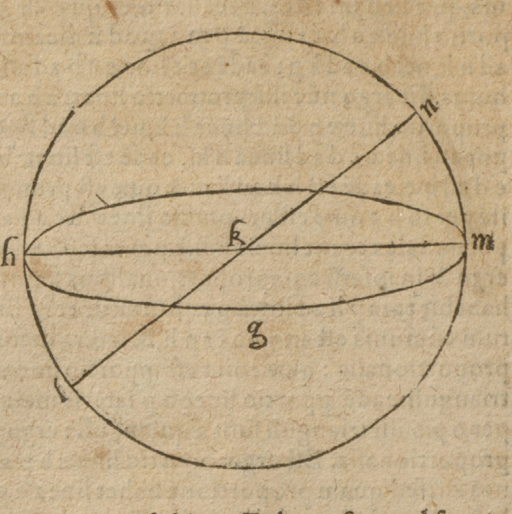
c: erit ergo per 11 p 5 proportio lineæ h m ad lineã m k, sicut lineæ b d ad lineã a b. Et quia proportio
lineæ h m ad lineã k m, uel ad lineã h k æqualẽ per 7 p 5 ex præmissis est nota: ꝓportio ergo lineæ a
b ad lineã b c erit nota: ergo ipsarũ utraq; est nota secundũ aliquam quantitatẽ suppositam in altera
ipsarum. Sed & proportio lineæ b d ad lineã a b est nota: ergo & linea a b est nota, & linea b d est no-
ta: sed linea b c fuit nota: ergo relinquitur, ut linea c d sit nota. Sed linea h k est nota: quia cũ ipsa sit
semidiameter horizontis, erit ipsa partiũ 60: ergo proportio lineæ c d ad h k erit nota. Quæ est ergo
proportio lineæ c d ad lineã h k, eadẽ erit lineæ b c notæ ad aliquã aliam per 3 th. 1 huius. Quia uerò
est proportio a b ad b c, sicut b d ad a b, & ab est maior quàm b c, ut patet ex præmissis: erit ergo b d
maior quã a b: relinqueturq; c d maior q̃ b c (hoc aũt patet in numeris taliter dispositis quibuscũq;.)
Linea ergo proportionalis lineæ b c, sicut linea h k est lineę c d, illa erit minor q̃ linea h k uel q̃ linea
k g. Abscindatur ergo à semidiametro k g per 3 p 1 æqualis illi lineę: & sit linea k p: eritq; linea k p se-
cundum

cundum præmiſſa nota. Copuletur itaq; à puncto p ad punctū m linea in ſuperficie circuli altitudinis, quæ ſit p m: eritq; neceſſariò, ut quæ eſt ꝓportio lineæ c d ad h k, uel lineæ b c ad k p, eadē ſit ꝓportio lineæ a b ad lineā p m. Quòd ſi dicatur hoc nō eſſe poſsibile: quę eſt ergo proportio lineæ c d ad h k, uel b c ad k p: eadē erit lineæ a b ad aliquā aliā lineam maiorē uel minorē lineā p m, per 3 th. 1 huius. Sit ergo nūc illa proportio lineæ a b ad quandā minorem lineā m p, quæ ſit p r. Quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad lineā h k, uel b c ad lineā k p, eadē eſt lineæ a b ad lineā p r: quæ autē eſt proportio lineæ c d ad lineā h k, eadē eſt lineæ b c ad lineā k p: ergo per 16 p 5 quæ eſt proportio lineæ c d ad b c, eadē eſt h k ad k p: & quæ eſt proportio lineæ b c ad k p, eadē eſt lineæ a b ad lineā p r: ergo itē per 16 p 5 quæ eſt proportio lineæ b c ad a b, eadē eſt lineæ k p ad p r: & ſic lineæ c d, b c, a b proportionales erunt lineis h k, k p, p r: ſed quæ eſt proportio lineæ a b ad b c, eadē eſt lineæ b d ad a b: ergo & in ipſarū comproportionalibus ſic erit, quòd ſicut ſe habet linea r p ad p k, ſic coniunctim ſe habebit tota p h ad lineā p r. Ducātur ergo lineæ h r & k r: fientq; duo triāguli, qui h r p & k r p, quorum cōmunis eſt angulus r p h, & latera dictū angulū continētia reſpectu diuerſorū trigonorū ſunt proportionalia: quæ enim eſt ꝓportio lineæ p r lateris maioris trianguli ad lineā p k latus minoris trianguli: eadē ꝓportio lineę h p lateris maioris trigoni ad lineā p r latus trigoni p r k minoris: ergo per 6 p 6 illi trianguli ſunt æquianguli: ergo per 4 p 6 latera ipſorū æquos angulos reſpicietia ſunt proportionalia. Eſt ergo ꝓportio lineæ h p ad lineā p r, & lineæ p r ad lineā p k, ſicut lineæ h r ad lineā k r: ſed quam proportionē habet linea h p ad lineā p r, hanc habet linea b d ad lineā a b: & quam habet linea b d ad a b, hāc habet linea a b ad b c: & quam habet a b ad b c, hāc habet linea h m ad k m ex hypotheſi: per 11 ergo p 5 patet quòd quam proportionē habet linea h r ad lineā k r, hāc habet linea h m ad lineā k m: hoc aūt eſt impoſsibile, & cōtra 56 th. 1 huius: quoniā in ſemicirculo quocunq; duab. lineis ductis ad quecūq; pūctū pipherię, ſcilicet una à termino diametri & alia à cētro, ut ſunt in ꝓpoſito lineę h m & k m, duas alias lineas ab eiſdē pūctis ad ali udpūctū circūferentiæ quodcūq; duabus prioribus ꝓportionales ducere eſt impoſsibile. Eſt ergo impoſsibile lineā a b ad aliā minorem lineā quam linea p m, eandē habere ꝓportionē quam linea b d ad lineā h p, uel quam linea c d ad h k, uel quā linea b c ad k p. Sed neq; poteſt linea a b habere illā proportionē ad aliquā lineā maiorē linea p m: quoniā eadē eſt ratio, & eodē modo deducitur ad impoſsibile. Ergo quę eſt ꝓportio c d ad lineā h k, uel lineæ b c ad k p: eadē erit lineæ a b ad p m: & ſequetur repetita priori demōſtratione, quæ ducebat ad impoſsibile, ſcilicet, ut quæ eſt ꝓportio lineæ h p ad p m, & lineæ m p ad p k, eadē ſit lineæ h m ad k m. Ductis itaq; pluribus ſemicirculis altitudinis circa centrū k ſub horizōte, proportionales lineæ prędictis lineis h m & k m ducātur ſecundū modū 56 th. 1 huius. Si ergo linea m p ſit perpēdiculariter inſiſtēs diametro h g: tūc poſito cētro p ſecundū ſemidiametrū p m deſcribatur circulus: quòd ſi linea p m nō ſit perpēdicularis ſuper diametrū h g: polo itaq; exiſtēte pūcto p per 65 th. 1 huius (quoniā ille punctus æqualiter diſtabit ab omnibus in illis ſemicirculis ſignatis pūctis, ſimilibus pūcto m) ducatur circulus ſecundū diſtantiā lineæ p m: qui attinget omnia dicta pūcta ſemicirculorū altitudinis, in quæ cadūt prædictæ proportionales lineæ, ſiue anguli reflexionum iridē cauſſantes. Si enim dicatur quòd nō attingat: accidet ſecundū pręmiſſa contrariū 56 th. 1 huius, quod eſt impoſsibile. Poteſt etiā ſic fieri, ut ſemicirculus h m g ſit medietas horizōtis, & facta diuiſione in pūcto m, intelligatur circūduci idē ſemicirculus: nihil enim refert ſemicirculos diuerſos deſcribere uel unū circūducere: punctusq; m circumductus deſcribet circulū iridis, qui eſt n m, circa centrū uel polū p ſecundū diſtantiā lineæ p m: eruntq; anguli à termino diametri, ſcilicet pūcto h & à centro k ductarum linearū ad circulū n m, omnes æquales in qualibet ſuperficie reflexionis: quia triangulus h m k in tota circumductione ſimiles ſibi triangulos cauſſat in qualibet ſuperficie reflexionis: & ſimiliter triangulus h m p motu ſuo deſcribet ſimiles triangulos: & triangulus k m p ſimiliter ſimiles triangulos deſcribet. Si itaq; linea m p non ſit perpēdicularis ſuper diametrū h g: ducatur ergo perpēdicularis à pūcto m per 12 p 1 ſuper diametrū h g: cadetq; illa perpendicularis per 29 th. 1 huius inter pūcta k & p, uel inter pūcta p & g: quoniā linea m p cū diametro h g ex aliqua ſui parte angulū acutū cōtinet, ut patet ex pręmiſsis: & ſimiliter linea m k, quia iris nō apparet niſi ultra mediū diametri horizontis, ut prius patuit: cadat ergo illa perpēdicularis in punctū o. Similiter quoq; ad idem punctū diametri neceſſariò cadent ab omnibus aliorū ſemicirculorum angulis lineæ perpēdiculares: uel angulus k o m motu ſuo in omnibus ſupſiciebus reflexionū æquales angulos cauſſabit. Punctū ergo o eſt centrū circuli reflexionis factę ad uiſum. Cū ergo centrū iridis ſit in horizontis diametro: medietas eius erit ſupra horizontē, quæ eſt n m, & medietas ſub horizōte: quoniā tūc cōmunis ſectio ſupſicierū horizontis & iridis eſt diameter iridis. Idēq; accideret ſi linea m p eſſet ꝑpēdicularis ſup diametrū. Et hic eſt modus, quo Ariſtoteles ꝓpoſitū cōcluſit. Sed tamen nō eſt nobis uiſa fore neceſſaria notitia linearū, quia ſine illa idem & eodē modo declarari poteſt.

75. In aliquo circulo altitudinis ſuper horizontem exiſtente centro corporis luminoſi, ſecundum eius eleuationem centrum circuli iridis ſub horizonte deprimitur: & portio iridis minor ſemicirculo uidetur.

Eſto ſecundum diſpoſitionem proximæ, ſcilicet ut ſit horizon circulus h m g: cuius diameter ſit linea m h, & centrum k: ſitq; circulus altitudinis tranſiens per zenith capitis & per centrum corporis luminoſi: qui eſt l m n h: & ſit centrum ſolis eleuatum ſupra horizontem in circulo altitudinis in puncto n. Et quoniam per 64 th. huius centrum corporis luminoſi, & cētrum oculi, & centrū baſis

pyramidis irradiationis semper sunt in eadem linea, & cum centrum uisus sit centrum circuli altitudinis: si ducatur linea à centro luminosi corporis per centrum uisus, illa necessariò erit diameter circuli altitudinis: erit ergo illa linea à pũcto n producta per centrum k necessariò cadens in aliquẽ punctum circuli altitudinis, qui sit l: & erit semicirculus altitudinis eleuatus supra circulum horizontis, qui est h n m, ęqualis semicirculo n m l: quoniã sunt medietates eiusdem circuli: ablato ergo cõmuni arcu, qui est n m: erit arcus h n æqualis arcui m l: sed punctum l est locus centri circuli irradiationis: & punctum n est locus centri solis. Patet ergo quòd quantùm cẽtrum solis eleuatur supra horizonta, tantùm cẽtrum circuli basis pyramidis irradiationis deprimitur sub horizõta. Et hoc est primum propositum. Cum autem erit cẽtrorum utrunq; in circulo horizontis, medietas circuli iridis uidetur, ut in præcedenti theoremate est ostensum: ergo cum centrum solis eleuatur, & centrum circuli deprimitur, minus semicirculo uidebitur. Et hoc est, quod secundò proponebatur. Quod autem nunc diximus exponentes propositum, sole existente in oriente, idem est si sit in horizontis parte occidẽtali, uel in quacunq; parte sit horizontis: ut est his, quorum latitudo est 66 graduum & 9 minutorum: his enim est sol in meridie in puncto tropici hiemalis in horizonte. Et sic secundum regiones diuersas uniuersale semper est propositum theorema.



76. Iridis nunquam uideri posse completum circulum manifestum est.

Quoniam enim si sol est in horizonte, semicirculus tantùm uidetur, ut patet ex 74 th. huius: & si sit supra horizonta in aliquo circulo altitudinis, patet per præmissam quòd quantùm centrum solis uel lunæ eleuatur supra horizonta, tantùm cẽtrum iridis deprimitur sub horizonte. Vnde tunc supra horizontem semper pars iridis minor semicirculo uidetur, sicut patet in alijs parallelis in sphęra, per quorum centrum non transit horizon. Hi enim in portiones inæquales sub horizonte & supra horizontem secantur. Patet ergo cũ corpus luminosum in tempore uisionis iridis sit aut in horizonte aut supra horizonta, quòd nunquam completus circulus iridis poterit uideri: nisi fortè fiat ex reuerberatione luminis solis à nube forti ad terram uel ad aliam nubem, ubi sit uapor roridus in medio, & uisus inter uaporem & nubem, à qua fit reuerberatio, uel in eadẽ linea, sic quòd ad ipsum possit fieri reflexio: tunc enim possibile est integras irides uideri: sed de talibus sermo propositus non intendit: diximus enim de talibus iridibus in 67 th. huius. Patet ergo propositum.

77. Datæ iridis semidiametrum inuenire.

Ad quantum enim summorum uaporum consistentia eleuari possit iam ostẽdimus in 60 th. huius: sed non secundum totam eleuationem illorũ possibile est iridem eleuari: quoniam materia iridis est uapor roridus per 66 huius, qui non adeò eleuatur, ut uapor siccus. Si ergo datæ iridis semidiametrum uolumus inuenire, & data iris sit semicircularis, faciliter habetur propositum. Accipiatur enim altitudo sua per instrumentum: circuliq; altitudinis suæ portio siue arcus interiacens horizonta & gibbum iridis duplicetur, & cum arcu duplicato intrentur tabulæ chordarum & arcuum prima dictione almagesti positarum, & extrahatur chorda arte consueta: eritq; chorda inuenta diameter totius iridis: & ea diuisa per æqualia medietas ipsius erit semidiameter iridis: & ita sinus circuli altitudinis erit semidiameter iridis, quæ sub hoc situ in tali altitudine uidetur. Si dicatur quòd illa linea non est semidiameter iridis, sed cuiusdam alterius circuli æquidistantis iridi, sed maioris iride: hoc non obstat: quia illi duo circuli in eundem angulum solidum cadunt apud cẽtrum mundi, quod tunc est cẽtrum uisus: unde quod de uno dicitur, de reliquo potest intelligi, quo ad quantitatem. Et quia per talium diametrorum proportiones habetur completa proportio iridis ad iridem: ideo talem diametrum iridis diametrũ appellamus. Si uerò iris sit portio minor semicirculo: accipiatur ipsius altitudo. Et quia, ut patet per 75 huius, tunc sol est supra horizonta in eodẽ circulo, accipiatur altitudo solis. Quia ergo, ut in illa declaratum est, distantia centri iridis sub horizonte est æqualis eleuationi solis supra horizontem: coniungãtur isti duo arcus altitudinis, iridis scilicet & solis, prouenietq; arcus interiacens punctum circuli altitudinis, in quo incidit diameter ducta à centro corporis solis per centrum uisus & per cẽtrum iridis ad ipsum circulum altitudinis (& hoc est nadir solis) & punctum superiorẽ circuli altitudinis iridis: duplicetur ergo ille arcus, & extrahatur chorda ut prius, diuidaturq; per æqualia: & habebitur intentum. Patet ergo propositum.

78. Iridis semicirculus uisus est medietas circuli minoris: portio uerò minor semicirculo uisa, est portio circuli maioris.

Huius propositæ rei caussa patet secundum præmissa huius libri. Quoniam enim, ut patet per 64 huius, centrum solis & uisus & iridis semper in eadem linea consistunt, quæ est axis pyramidis illuminationis uaporis roridi: propter quod patet quia in omni reflexione, ex qua apparet iris, semper centrum uisus est polus circuli iridis: palàm ergo quòd nullam facit diuersitatem in

uisu

uisu erectio uel obliquatio superficiei iridis supra superficiem horizontis. Quoniam semper linea pertransiens centrum solis & uisus est erecta super superficiem iridis: & sic peripheria iridis semper se habet uniformiter ad uisum, quantū est de se, ut patet per 65 th. 1 huius. Quod tamen hic proponitur, caussam habet non ex reflexione, sed ex refractione: quia ut in 8 huius declarauimus, diuersitas angulorum refractionis caussatur ex diuersitate diaphanitatis corporū diaphanorum etiam eiusdem speciei: maior enim fit refractio ad lineam perpendicularem in aqua grossiori quàm in aqua subtiliori. Quia itaq; sole existente in peripheria horizontis, aer est grossior seipso, postmodum per luminis solaris præsentiam subtiliato: palàm quòd in grossiori illo aere minor fit refractio à perpendiculari: radij itaq; tunc refracti magis approximant perpendiculari quàm postmodum aere subtiliato. Ad propinquiorem ergo locum superficie iridis fit aggregatio radiorum incidentium superficiebus uisuum ibi existentium, quàm fiat aere rariori existente. Subtiliato uerò aere, fit ad eosdem uisus à partibus remotioribus ipsius uaporis refractio: non enim fit à partibus propinpinquioribus: quoniam ab illis neq; prius fiebat. Sed neq; fit illa refractio à partibus uaporis, à quibus fiebat prius: quoniam medio immutato est ipsa refractio immutata per 8 huius: fit ergo necessariò refractio à partibus uaporis remotioribus, quàm prius. Radij ergo refracti sunt longiores his, qui prius refringebantur: pyramis ergo illuminationis est maior: ergo & basis eius (quæ, ut patet ex præhabitis, est peripheria iridis) erit maior. Existente uerò sole in peripheria horizontis, tunc tantùm caussatæ iridis semicirculus uidetur, ut patet per 74 huius: eleuato uerò sole supra horizonta: tunc portio iridis minor semicirculo uidetur, ut patet per 75 huius. Manifestum est ergo propositum. Est autem quorundam experientia, quòd altitudo iridis, & altitudo solis coniunctæ semper faciunt gradus 42: quod per præsens theorema impossibile esse ostenditur. Si enim semidiameter circuli iridis sit quandoq; minor, quandoq; maior secundum mediorum diaphanorum & suarum refractionum diuersitatē, ut præostensum est: tunc non poterit rationabiliter uideri alicui, quòd omnes aliorum circulorū diuersarum iridum semidiametri sint æquales: posset tamen esse modica differentia, quæ fortè per instrumentum modicum improportionale circulo altitudinis non possit aliqualiter perpendi. Et etiam eorum experientia est in portionibus iridum minoribus semicirculo, quod patet per altitudinem solis, quam tales uerso instrumento uel mutato uisu, fixo instrumento accipiunt, quæ nulla est sole existente in peripheria horizontis. Et fortè talium portionum uel suarum diametrorum non est sensibilis differentia: quia etiam Aristoteles de illa nihil scripsit: cum tamen de præsente theoremate magnam fecerit mentionem: quamuis nec ipse nec alius, cuius scripta uiderimus, super hoc attulerit declarationem. De differentia uerò climatum nullus excusationem afferat: quia quod in uno climate accidit, in omnibus climatibus euenire necesse est in iridis generatione. Semper enim centra solis, uisus, & circuli iridis in eadem linea consistunt: & arcus altitudinis sub horizonte centri circuli iridis, solis altitudini in omnibus climatibus est æqualis: nec in hoc aliquis differentiam perpendet.

79. In quibusdam regionibus sole existente in meridie, iris sensibilis non apparet.

Ad ostendendum propositum ponatur primò centrum solis in aliqua regione in meridie in zenith capitis: & palàm ex præmissis, quòd tunc basis pyramidis irradiationis erit sub horizonte æquidistans horizonti. Et quoniam tunc altitudo solis erit partium 90: sole descendente (siue hoc sit propter ipsum motum solis, siue propter altitudinem regionum distantium plus ab æquinoctiali, quàm regio, in qua sol fuit perpendicularis in meridie, ut ab ea, quæ est directè sub capite cancri) nunquam fiet iris in meridie, quandiu sinus circuli altitudinis solis in meridie fuerit maior diametro iridis, quam per 77 huius diligens perquisitor poterit inuenire. Quantùm autem sinus circuli altitudinis solis in meridie minuetur à diametro iridis: tantùm apparebit uisui in meridie de diametro iridis & de iride. Et ob hoc in diebus æstiualibus ab æquinoctio uernali ad autumnale in consuetis nobis regionibus, quæ sunt ultra clima quartum usq; ad finem notorum septem climatum in meridie iris non apparet: & si in alia parte anni appareat quandoq;. Totum autem hoc diximus propter regiones, quæ sunt extra climata, in quibus præmissa regula doctrinæ generali poterit committi. In omnibus autem regionibus sole existente supra horizontem, in qualibet hora diei iris poterit apparere, præter quàm in meridie: in illis tamen horis, in quibus sinus circuli altitudinis solis maior est iridis diametro. Et hæc sufficiant pro iridis intento: quia irim de cœlo misit Saturnia Iuno.

80. Nubium apparens color fit secundū dispositionem materiæ & luminis incorporationem.

Quoniā enim nubiū consistentia ex duobus fit uaporibus, sicco scilicet & humido, ut declaratū est in philosophia naturali: tūc quando sol agendo ex sicco penitus extrahit humidū, aduritur siccū terrestre, ita quòd lumen in ipsum penetrare non potest: & ideo fit tunc nubes nigra multæ nigredinis: & sunt tales nubes materia uentorum. In uapore uerò aqueo generatur nigredo ex condensatione frigoris, propter quam in ipsum penetrare non potest radius solaris uel stellarum: & ideo remanet nubes humida multū nigra. Ex uapore uerò quocunq; disgregato subtili, recipiente ingressum luminis solaris fit nubes alba: unde etiam aliquando uidetur nebula alba. Quando autē nubes habet in se humidū fumosum admixtum aliquantulū terrestri adusto: tunc in ipso recepto lumine fit nubes rubea, & aliquando purpurea: ut cum radij terminantur ad inferiorē partem nubis humi-

de in mane uel in sero: & hæc significant pluuiá futuram. Et si quidem fit in oriente, defertur pluuia super homines illius habitabilis: si uerò fit in occasu, tunc defertur pluuia ad mundi inferius hemisphærium sub homines uidentes: & erit ibi pluuia in nocte: & redibit illa pars cœli fortè spoliata nubibus in mane: & sic significat rubor nubium in sero serenitatem in die sequente. Quando uerò nubes depressa habet superius resperfam purpureitatē obscuram ualde: tunc illa rubedo est ex partibus terreis adustis, quæ iam incipiunt inflammari in uentre nubis: & sunt nubes tales periculosæ continentes materiam tonitru & similium. Quòd si nubes sit rorans & in fine suæ resolutionis: tunc illa nubes in se recepto lumine, quandoq; iridis acquirit colorē: & secundum sui uarias dispositiones fit multa uarietas colorum lumine nubibus præsente: siue lumē nubi incidens refringatur ad uisum propter densitatem secundi diaphani, siue reflectatur ad uisum à superficie ipsius nubis. Sed in his coloribus medijs nubium non modicum effectum habet admixtio umbrarum, cum nubes superior per nubem subtilem umbrosam uisibus occurrit. Tunc enim uario colore coloratur nubes uisa secundum illarum umbrarum admixtionem. Patet ergo propositum.

81. Virgæ fiunt ex refractione radiorum solarium ad uisum ab aliqua consistentia nubosa, raritate & spissitudine inæqualiter distincta.

Virgæ dicuntur extensiones radiorū per nubes, quæ uulgo dicuntur funes tentorij. Interposita enim nube aliqua aquosa inter solem & uisus nostros fit refractio radiorū solariū ad uisum: & hoc accidit in medio secundi diaphani. Et ob hoc quandoq; ibi uidentur iridis colores secundū quasdā lineas rectas protensæ, eò quòd habeant quandam subtiliorē & quandam grosioriē consistentiam, in quibus permixtū solis lumen phantasiam coloris in ipsis facit. Potior tamen in his caussa est admixtio umbrarū, quæ diuersimodè immixtę lumini colores diuersos uisibus repræsentant. Et quia radius solis perpendicularis super superficiē nubis penetrat nubē, & ad uisus non reflectitur: ideo nubes in medio alba & incolorata uidetur: & sol per illā uisus uidetur sine figura, sed in colore puniceus aut colorē aliū habens: sol enim per consistentiā nubis grosiorē & caliginosam aliū & alium præsentat uisibus colorē. Non est aūt in hoc differentia siue sol uideatur per nubē, sic qđ fiat suorū radiorū ad uisus refractio, siue radij solis reflectantur ad uisum. Aspicienti uerò ad solis latera uidetur quandoq; iridis color uirgatus, ut præmisimus, quādo nubes secundū aliquid est spissa, & secundum aliquid rara, & secundū aliquā sui partē plus aquosa, & secundū aliquā minus: & quandoq; uidetur aliqua pars punicea, alia uerò uiridis aut flaua. Virgæ itaq; fiūt propter irregularitatē diuersi situs & qualitatis speculorū, nō propter figurę anomaliā. Sunt enim quędā specula, quę propter sui anomaliā figuras anomalas & permutatas uisibus ostendunt formarū uisarū per ipsa, de quibus in nono libro scientiæ huius aliquis sermo fuit. Vnde & nubes figurā solis non ostendit: quia specula nubis non sunt propriè ostendentia figuram propter speculorū paruitatē, sed ostendunt colorem, quod conuenit diaphanitati speculorū & nubis totius: & distinguuntur illi colores secundum dispositionē materiæ, cui lux incorporatur, & secundū umbrarum immixtionē. Patet ergo propositū.

82. Pareliæ fiunt ex reflexione radiorum solarium ad uisum ab æquali consistentia nubosa.

Pareliæ dicuntur quasi paria soli, ἥλιος enim græcè, sol dicitur latinè, & significant soles aqueos, qui in nube uidentur. Nube enim interposita soli & uisibus, existente æquali secundū sua specula, neq; densiore neq; rariore, neq; plus aquosa, neq; minus secundū suas partes: tunc radio solis illis incidente, propter similitudinē & æqualitatē speculorum, & ipsorum regularitatē unius coloris fit phantasia: albi aūt uidetur coloris propter spisitudinem consistentiæ & regularitatē ipsius nubis. Radij enim ad ipsam nubē sic dispositū incidentes, & ab ipsa reflexi ad uisus (maximè nube illa non existente aquosa neq; nigra, uicina tamen aquæ) sine admixtione alicuius umbræ reflectuntur ad uisum: propter quod proprium solis colorem, qui luminosus & albus est, in tota nubis consistentia apparere faciunt uisibus: fiuntque pareliæ albæ, sicut etiam ab omni corpore polito reflectitur lumen solis ad uisum propter spisitudinē consistentiæ: ut ostensum est per 1 th. 5 huius. Sunt autē parelię magis signum pluuiæ quàm uirgæ: quia æqualis nubium consistentia, quæ est materia pareliis, signum est quòd aer idoneè habet se ad permutationē & ad generationem aquæ. Et quia australis aer facilius in aquam permutatur propter sui facilitatem in patiendo, quàm aer borealis, qui siccior est propter frigoris constrictionē: ideo pareliæ australes magis sunt signum pluuiæ quàm boreales. Fiunt aūt pareliæ sicut & uirgæ magis sole existente in oriente uel occidentę quàm in meridie: quoniā sol existēs in medio cœli soluit tales nubium consistentias, & plurimū segregat illas: & neq; fiunt desuper solē neq; desubtus, sed à lateribus solis obliquis, quæ sunt secundum polos mūdi: & neq; fiunt multū prope solem: quia à propinquo citò dissoluitur nubiū consistentia: neq; fiunt multùm longè à sole: quia nō est inde possibile reflexionē fieri ad uisus: reflexio enim facta à paruo speculo subtilis est: unde longè protensa debilitatur & euanescit, antequā perueniat ad uisus. Et ex eisdē causis nō fiunt hæ pareliæ supra solem, neq; sub sole, quia prope solē existentes consistentiæ nubium soluuntur, remotè uerò distantes non perueniunt secundū ipsorū reflexionē ad uisum: secundum lateralē rerò solis situm est inuenire mediocrē distantiam, in qua cōsistentia non dissoluitur, & tamē fit reflexio ad uisum: ut cum non est nimis propè ad terrā descendens illa nubis consistentia. Quando enim nubes sunt nimis propinquæ horizonti: tūc ab ipsis nubibus reflexi radij nō pertingunt ad uisus propter distantiā minorem improportionatā reflexioni luminis: quoniā enim uisus sunt apud terrā, patet quòd tunc luminis reflexio à nube non concurrit cum uisibus. Sub sole etiam nō potest fieri parelia: quia & tunc nubes uicina terræ perpendicularem solis radium respi-

ciens diſſoluitur à radio ſolari, remota uerò nubes à uiſu nullam cauſſat reflexionem uel refractionem ad uiſum, propter longitudinem diſtantię: quia ſi etiam à latere ſolis eſſet cõſiſtentia nubis nimis alta, non accideret reflexionem luminis fieri ad uiſum: nec tunc apparerent pareliæ ipſis uiſibus. Patet ergo propoſitum.

83. Ex cryſtallo hexagona ſoli oppoſita colores iridis generantur.

Huiuſmodi enim colores generantur ex debilitatione luminis propter refractionem ad perpendicularem, ductam à centro corporis ſolis ad ſuperficiem unius parallelogrãmi ex lateribus cryſtalli. Et quoniã (ut declarauimus in 27 th. 2 huius ſciẽtiæ) manifeſtũ eſt quòd à ſole illuminatur magis medietate cylindri ſibi oppoſiti, ſi rotundus ſit cylindrus: hoc autem in cylindro angulato eſſe non poteſt (angulis ueniẽtibus in diametrũ corporis baſim per æqualia diuidentẽ) tunc enim ſola medietas illuminatur propter radiorũ incidentiã, ut diximus ibidẽ. Sed ſi corpus illud columnare diaphanũ fuerit: tunc alia medietas illius corporis illuminatur propter radiorum refractionẽ. Si itaq; ſuperficies corporis diaphani ſoli oppoſita unica fuerit, ut in corporibus quadrangulis: tunc una fit luminis refractio fortis: & lumen ſub forma luminis tranſibit ad partem oppoſitam corporis, & aggregabitur extra corpus ſub forma luminis: ſicut etiã hoc fortius euenit in corpore ſphærico diaphano nõ cõcauo: eò quòd à ſuperficie maioris partis totius illius corporis ſphærici fit refractio ad radiũ, qui perpendiculariter incidit ſuper ſuperficiem corpus ſphæricum contingentẽ, æquidiſtantem ſuperficiei ſecanti corpus ſolis per centrũ ſecundum aſpectũ, quo ab ipſo reſpicitur corpus illuminandũ, ut oſtendimus in 48 huius. Ex tantorũ ergo & tot radiorũ aggregatione, & ſi nõ ad punctum unũ (quoniã hoc eſt impoſsibile propter diuerſitatẽ ſuperficierum incidentiæ) ad locũ tamẽ naturalem paruũ fit luminis aggregatio, ipſo lumine abſq; coloratione ſub forma luminis manẽte: & illud lumen aggregatũ calefacit corpus oppoſitũ, & incendit ex mora corpus inflãmabile ſubitò, ut ſtupam uel aliud aliquid potentiã actiuã in ſe habentẽ ad inflammationẽ. Si uerò corpus diaphanum ſoli oppoſitũ ſit plurium ſuperficierũ q̃ unius planæ uel circularis, ſecundũ eam ſcilicet partẽ, quæ ſoli opponitur: utpote ſi corpus quadrangulũ ſecundum unũ ſuorum angulorũ ſoli opponatur: tunc fiet refractio radiorũ incidentium uni ſuperficiei ad ambas ſupficies oppoſitas, & ſimiliter radiorũ incidentium alteri ſuperficiei. Et cum ex parte oppoſita lumini refracto aer (qui eſt corpus rarioris diaphani) occurrerit: refringentur radij ab utraq; ſuperficie ab illa perpendiculari, quæ ab angulo ad angulũ ducta in corpore baſim ipſius per ęqualia diuideret, uel alia ei æquidiſtante, & in alio corpore denſo illi corpori diaphano ſubiecto, ut terra uel alio corpore quocunq;: tunc quandoq; apparebunt duo lumina clara, aliquando uerò colorata: ut ſi corpus diaphanũ æqualium fuerit angulorũ & ſuperficierũ: & hoc patet experimentanti: eruntq; tunc ibi duo colores confuſi, non plures, color ſcilicet rubeus, & alius mixtus, quaſi uiridis, qui ſecundum cryſtalli uel alterius parui corporis diſpoſitionẽ magis ſunt intenſi uel remiſsi. Quòd ſi ſuperficies corporis (quo ad partẽ ſoli oppoſitã) fuerint tres, ut ſunt in cryſtallo hexagona: tunc à qualibet ſuperficierũ oppoſitarum ſoli, quæ ſunt tres, receptũ lumen cuiuslibet ſuperiorũ trium ſuperficierũ redditur corpori oppoſito, ut terrę uel alteri corpori cuicunq;. Atq; horũ trium luminũ medium manet in ipſa perpendiculari cõlumnę cryſtallinæ baſim ſuam per æqualia diuidente, uel ipſi diuidenti æquidiſtante: & fit uiſibile lumen illud, niſi lumẽ ſolis impediat: alia uerò duo refringuntur à dicta perpendiculari propter naturã ſecundi diaphani rarioris, ſcilicet aeris (dictũ enim eſt in 4 th. huius quòd medio ſecundi diaphani rariore exiſtente refractio fit à perpendiculari) & eſt quaſi quædã diſperſio radiorũ. Apparẽt aũt colores in iſtis luminibus ſic reflexis & refractis propter mixtionẽ nigredinis coloris cryſtallini cum lumine penetrante: & propter admixtiones umbrarum partium ipſius cryſtalli prominentium ſecundũ acumen ſuorum angulorũ, quæ per 11 th. 2 huius proijciuntur ad partem oppoſitã incidentiæ radiorũ in partem aduerſam corpori luminoſo: quarum umbrarum numerus facit diuerſitatem colorum, quando lumini permiſcentur. Quoniam ubi radiò luminis perpendiculari magis, quo ad ſuperficiem incidentię (circa quã in uiciniori multorum radiorum fit aggregatio) color cryſtalli & umbræ cõmixtus reflectitur (quia ille radius magis eſt luminoſus) tunc fit color rubeus. In alijs uerò radijs ſecundum ſui debilitatẽ & coloris corporis & umbrarum plurium cõmixtionem alij colores medij generantur. Fiunt aũt tres colores: quoniã ex tribus ſuperficiebus ſuperioribus radij colliguntur ad quamlibet inferiorũ ſuperficierum: & color rubeus ſemper ab illa parte uidebitur, ubi radius perpendicularis ſuper ſuperficiem cryſtalli in contrario ſitu generatæ iridis oppoſitam ſoli aggregatis omnibus radijs, ſuæ ſuperficiei incidit, poſt refractionem factam ex aeris interpoſiti diaphanitate. Et tunc quandoq; tres irides generantur, propter triplicem naturam refractionis in medio ſecundi diaphani rarioris, ut præmiſſum eſt: & quia ter tria faciũt quadratũ, qui eſt 9: erunt tunc 9 colorum indiuidua numero multiplicitatis trium ſuperficierum ſuperiorum, in numerum trium inferiorum. Tres uerò erunt ſpecificæ differentiæ colorum: & fit iſtorum colorũ per angulos corporis nulla ſenſibilis diſtinctio: quoniam & à linea angulorũ, quæ actu eſt indiuiſibilis, reflexi uel refracti radij indiuiſibiles, nihil ſenſibile producunt. Non autem fiunt iſti colores iridis per cryſtallum penitus per naturam colorum ueræ iridis, quorum diſtinctio formaliter eſt tantùm in uiſu: ſed fiunt per naturã lucis reflexæ à figura dicti corporis. unde etiam cauſſa ipſorum non eſt ad uiſum facta reflexio: non enim uidentur per modum reflexionis, ſed per modum ſimplicis uiſionis ut alia uiſibilia, quæ uiſui offerũtur, & à quolibet in eodẽ loco uidẽtur. Fit itaq; colorũ diſtinctio à figura corporis: quoniã à qualibet alia cryſtallo uel corpore peruio alterius figuræ colores uarij

apparent,

apparent, qui secundũ sitũ colorũ iridis nõ sunt distincti. Et istius signũ est: quòd si accipiatur crystallus hexagona, & duę eius superficies cera rubea uel alia tegantur, sic quòd inter illas duas tertia superficies maneat nõ opaca: tunc tribus alijs soli transeunti per foramen non magnum oppositis, si locus operationis nõ sit aliàs ualde luminosus, & aliquod nigrũ supponatur: tunc uidebitur etiã ex crystallo modica iris maxima & pulcherrima & coloris clarissimi: quod fit propter aggregationem radiorum totius luminis ab omnibus superficiebus superioribus ad inferiores incidentis, qui ad locum uicinũ unicum aggregantur. Si uerò illæ superficies tres, quę nunc soli fuerunt oppositæ, inferiores fiant, & econuerso aliæ tres superiores: tunc iris quandoq; una, quandoq; nulla apparebit. Et qui ludum istum iocosum reuoluerit: inueniet, quę hic scripsimus, & etiam plura, quàm per nos in tali solatio sunt inuenta. Et si unã ex sex superficiebus dictis experimentans opacauerit: ille similia per reuolutionẽ crystalli ad diuersos situs inueniet. Et si crystallum oculo opposuerit, sic ut tres non opacatæ superficies ad oculũ uertantur: per omnes tres oculo oppositas illam cerã rubeam uidebit. Et si reuoluerit crystallum coram oculo, plures occurrent diuersitates, quas generationibus colorum applicare quis poterit: semper considerans umbrarum immixtionem: quoniam eadem est natura reflexionis formarum ad uisum, & luminis, ad ea, quibus incidit. Non enim defertur color uel forma uisibilis ad uisum, nisi per naturam lucis, quæ est in ipso: poteritq; per experientiam his dictis multa addere diligens inquisitor. Patet itaq; propositum.

84. *Sub uase uitreo rotundo, pleno aqua, soli exposito: colores similes iridis coloribus uidetur.*

Sit, ut exponatur soli uas uitreũ rotundum ad modum urinalis, plenũ aqua pura: dico quòd uerum est, quod proponitur. Videntur enim in superficie corporis suppositi illi corpori, ut in terræ superficie uel in alio corpore colores similes iridis coloribus: quorũ generatio est propter uarias luminis solis refractiones. Vt enim patet per 4 th. huius, fit una refractio ab aere ad uitrũ, alia quoq; à uitro ad aquam: & item alia ab aqua ad uitrum, & alia à uitro ad aerem subiectum: quarum refractionum anguli sunt diuersi, ut patet per 8 huius. Secundum hos itaq; refractionũ modos cum admixtione coloris ipsorum corporum diaphanorum & umbrarum proiectarum à corporibus, lumẽ penetrat, & circulariter diffusum uel fortè irregulariter secundum corporum diaphanorũ conuexas superficies, uarios uisui præsentat colores distinctos secundum præmissas caussas. Quòd si uas illud extrinsecus aqua perfusum fuerit: pulchriores colores uisui præsentabit: quoniã tunc numerus refractionum aliqualiter augetur, & similiter numerus umbrarum. Non sunt autem hi colores uerè colores iridis: quoniam numerantur alio colorum numero quàm colores iridis, & non perueniunt ad uisum per reflexionem quemadmodum colores iridis, sed uidentur directè, sicut & ipsum lumen & alij colores. Patet itaq; propositum.

85. *Speculo quocunq; sub aqua soli exposito: figura solis uidebitur quasi duplicata.*

In speculo enim receptum lumen radiorum super superficiem aquæ perpendicularium, superficiei uerò speculi obliquè incidentium, reflectitur à superficie speculi ad uisum in loco reflexionis existentem: & sic offert uisui figuram solis. Lumen uerò radiorum obliquè superficiei aquę incidentium refringitur in superficie aquæ ad perpendicularem, ductam à puncto incidentiæ ad superficiẽ aquæ per 4 th. huius. Cum itaq; illa forma refracta peruenit ad speculi superficiem: tunc ab illa superficie, cui obliquè incidit, reflectitur iterũ ad uisum: apparentq; duæ figuræ solis: una maior propter simplicem reflexionem: alia quoq; minor propter refractionem, quę in medio densiori minuit figuram postmodum reflexam: uideturq; illa secunda figura solis, quasi sit forma stellæ sequentis corpus solis. Est autem & ipsa forma solis: quod patet: quoniam extra radium solis cum figura solis à superficie speculi per se non reflectitur. Et hanc refractam formam accidit uideri. Et si planè speculum sub aqua deducatur in solis radium: tunc eadem numero forma, quæ prius sub minori lumine fuit uisa, uidebitur amplius, quàm prius, luminosa: & secundum motum aquæ uidebitur moueri circa reflexam figuram solis. Patet ergo propositum. Et quoniam nos diuinæ gratiæ suffragante præsidio, tres propositos uidendi modos secundum omnem ipsorum, quatenus potuimus, diuersitatem transcurrimus, nec condignum aliquid tantæ munificentiæ diuinæ bonitati reddere possibile nobis est: ad illas tamen, quas possumus, gratiarum actiones consurgimus ei, qui uerè trinus & unus est: soli nihil in rebus entibus conforme, nihil coæternum, nihil æquebonum æstimantes: cui sit honor & gloria per infinita secula. Amen.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLOnorum *opticæ finis.*

BASILEAE,
EX OFFICINA EPISCOPIANA, PER EVSEBIVM
Episcopium, & Nicolai F. hæredes. Anno M. D. LXXII.
Mense Augusto.


EPI SCOP

O.L. cat.

Collation:

$\underline{a}^4$, a–z, zz^6 ; $*^4$, A–Z, Aa–Pp^6, Qq^4, Rr^6.

[6 + 2 blank], 288 ; [8], 474, [2] pp. (= 390 leaves)

MS. diagrams, on folded uncut margin, in pt 2, pp. 208, 215, 337.

OSLER
ROOM
folio
H 1530
1572
#2044265

2167[4]